

Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ingeniería  
Núcleo Disciplinario: Microelectrónica

# **UTILIZACIÓN DE UNA FPGA PARA RESOLVER POSICIÓN DIFERENCIAL MEDIANTE SEÑALES DE GPS**

Jorge Cogo, Javier García

[jorgecogo899@yahoo.com.ar](mailto:jorgecogo899@yahoo.com.ar)

[jgarcia@ing.unlp.edu.ar](mailto:jgarcia@ing.unlp.edu.ar)

Palabras Clave: GPS, Posicionamiento Diferencial, FPGA

# 1. Introducción

GPS es un sistema de navegación basado en señales de radio satelitales. Por navegación se entiende la determinación de la posición y velocidad del usuario. Los más de 24 satélites que componen el sistema están distribuidos en seis planos orbitales diseñados de forma que al menos cuatro de ellos estén visibles en cualquier ubicación sobre la superficie terrestre en todo instante de tiempo. Un receptor de GPS se encarga de recibir las señales provenientes de estos satélites con las que básicamente realiza dos tareas, la decodificación de un mensaje (denominado mensaje de navegación) con el que puede conocer la posición de los satélites; y la medición del tiempo que demora la señal en viajar desde el satélite hasta el receptor, que le permite determinar la distancia entre este último y cada satélite. En base a esta información el receptor puede estimar su posición mediante triangulación. La velocidad del usuario se obtiene realizando mediciones de la variación de frecuencia de esta señal debido al efecto Doppler.

El Sistema GPS define un sistema de coordenadas denominado ECEF y un sistema de tiempo que se encuentra referido al sistema conocido como UTC (Tiempo Universal Coordinado). Se puede convertir la posición obtenida en el sistema ECEF a algún otro sistema particular empleando lo que se conoce como matrices de traslación y matrices de rotación.

Para la medición de los tiempos de arribo, los relojes del satélite y del receptor deben estar perfectamente sincronizados. Por razones de costo, los relojes colocados en los receptores no son muy precisos, y en lo general presentan un corrimiento con respecto al de los satélites. Debido a esto los resultados de las mediciones de distancia satélite-receptor no coinciden con las distancias geométricas y por ello se las denomina "pseudo-rangos". Esto no afecta la determinación de la posición, sino que agrega una incógnita más, que denominaremos corrimiento del reloj del receptor, a las tres coordenadas desconocidas del usuario; con lo cual se requieren al menos cuatro satélites "visibles" en cada instante de tiempo.

Suponiendo que la señal transmitida viaja en el vacío, cada pseudo-rango será igual al tiempo de arribo por la velocidad de la luz en el vacío. En realidad, la señal debe atravesar las capas atmosféricas (en particular la ionosfera y la troposfera son las que influyen en mayor grado), lo cual le produce retardos que son muy difíciles de estimar (existen modelos para el retardo ionosférico, pero en general no son muy buenos y corrigen a lo sumo el 50% del error). Este efecto sumado a otros como la variación del reloj del satélite, introducen errores en la determinación de los pseudo-rangos, lo que se traduce en un deterioro de la precisión en la estimación de posición.

Las técnicas de posicionamiento diferencial con GPS emplean dos receptores que están siguiendo los mismos satélites simultáneamente, para determinar sus coordenadas relativas [ref 1], que denominaremos línea base, logrando una precisión mayor a la que se obtiene si se calcula la posición en cada punto por separado. Las técnicas diferenciales pueden ser de post-procesamiento o de tiempo real, en función de la aplicación; y pueden utilizar las mediciones de pseudo-rango, de fase de portadora, o ambas. En este trabajo nos enfocaremos en las técnicas de tiempo real, en particular a aquellas que emplean mediciones de pseudo-rango, que si bien son menos precisas que las que emplean fase de portadora, no son tan complejas de implementar y la mejora que se obtiene resulta muy útil en varias aplicaciones. Además, el prototipo que implementamos se puede utilizar, modificando el software, con técnicas que utilizan fase de portadora.

## 2. Objetivos.

### 2.1. Determinación de líneas base. Dobles diferencias

Analizaremos el problema de la determinación precisa de líneas base utilizando pseudo-rangos. Partimos de dos receptores ( $k$  y  $m$ ) siguiendo a un mismo satélite  $p$ . En ese caso podemos escribir los pseudo-rangos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} PR_m^p &= c \cdot (TR^p - TT_m + \tau_{iono-m} + \tau_{tropo-m} + \tau_{r-m} + \tau_s^p + \varepsilon_m^p) \\ PR_k^p &= c \cdot (TR^p - TT_k + \tau_{iono-k} + \tau_{tropo-k} + \tau_{r-k} + \tau_s^p + \varepsilon_k^p) \end{aligned}$$

Donde:

$TT^j$ : Tiempo en que la señal deja el satélite  $j$ .

$TR_i$ : Tiempo en que la señal alcanza el receptor  $i$ .

$\tau_{iono-i}$ : Retardo en la ionósfera de la señal que llega al receptor  $i$ .

$\tau_{tropo-i}$ : Retardo en la tropósfera de la señal que llega al receptor  $i$ .

$\tau_{r-i}$ : Desfasaje del reloj del receptor  $i$ .

$\tau_s^j$ : Desfasaje del reloj del satélite  $j$ .

$\varepsilon_i^j$ : Ruido en el receptor  $i$  siguiendo al satélite  $j$ .

Si ahora realizamos la resta entre los dos pseudo-rangos, obtenemos lo que se conoce como simples diferencias. Si los receptores se encuentran relativamente cerca los retardos debido a la ionósfera y a la tropósfera serán muy cercanos y se cancelarán en la resta [ref 2]. Además el error debido al reloj del satélite será el mismo y también se cancelará. Obtenemos:

$$SD_{km}^p = PR_k^p - PR_m^p = c \cdot (TR_k - TR_m + \tau_{r-k} - \tau_{r-m} + \varepsilon_{km}^p)$$

De acuerdo a la interpretación geométrica dada en la Figura1.a, podemos escribir:

$$SD_{km}^p = \mathbf{b} \cdot \mathbf{e}^p + c \cdot (\tau_{r-k} - \tau_{r-m} + \varepsilon_{km}^p)$$

Donde  $\mathbf{e}^p$  es el vector unitario que apunta en la dirección del satélite  $p$ , y  $\mathbf{b}$  es el vector de línea base, ambos en coordenadas ECEF.

Si ahora repetimos el procedimiento anterior para los mismos receptores siguiendo otro satélite  $q$ , obtenemos, como se muestra en la Figura1.b.

$$SD_{km}^q = PR_k^q - PR_m^q = c \cdot (TR_m - TR_k + \tau_{r-k} - \tau_{r-m} + \varepsilon_{km}^q) = \mathbf{b} \cdot \mathbf{e}^q + c \cdot (\tau_{r-k} - \tau_{r-m} + \varepsilon_{km}^q)$$

Si ahora realizamos la resta entre las dos simples diferencias, obtenemos lo que se conoce como dobles diferencias. Aunque perdemos la interpretación geométrica, de esta manera cancelamos los errores debidos al desfasaje de los relojes de ambos receptores.

$$DD_{km}^{pq} = SD_{km}^p - SD_{km}^q = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{e}^p - \mathbf{e}^q) + c \cdot \varepsilon_{km}^{pq} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{e}^{pq} + c \cdot \varepsilon_{km}^{pq}$$

Donde  $\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}^{pq}$  es el producto interno entre el vector de línea base  $\mathbf{b}$  que queremos determinar, y la diferencia entre los vectores unitarios que apuntan en la dirección de los satélites  $p$  y  $q$ .

Si extendemos esta idea a un receptor siguiendo  $N$  satélites, tomando uno de ellos como referencia para hacer las dobles diferencias, formamos  $N - 1$  ecuaciones independientes. Por ejemplo para el

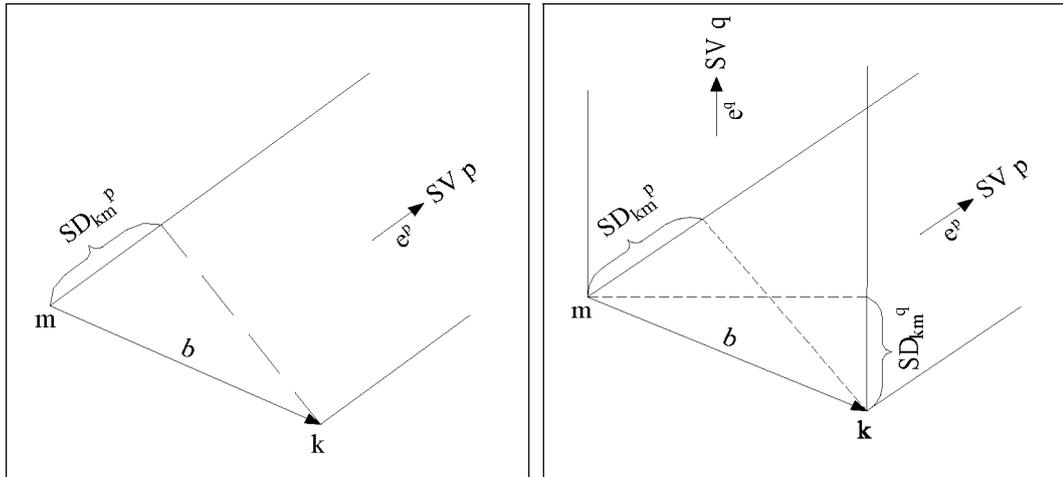


Figura 1.a

Figura 1.b

caso  $N = 5$ , formamos cuatro ecuaciones que se pueden escribir en forma matricial, donde obviamos los subíndices pues de ahora en más solo trabajaremos con dos receptores:

$$\begin{bmatrix} DD^{12} \\ DD^{13} \\ DD^{14} \\ DD^{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x^{12} & e_y^{12} & e_z^{12} \\ e_x^{13} & e_y^{13} & e_z^{13} \\ e_x^{14} & e_y^{14} & e_z^{14} \\ e_x^{15} & e_y^{15} & e_z^{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} \varepsilon^{12} \\ \varepsilon^{13} \\ \varepsilon^{14} \\ \varepsilon^{15} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{DD} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{b} + c \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$

El sistema anterior puede resultar sobre-determinado (más ecuaciones que incógnitas). Para resolverlo se utiliza el método de mínimos cuadrados. Con este método la estimación será la siguiente [ref 3]:

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^T)^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{DD}$$

Cuando se trabaja con líneas de base fijas o cuando se puede demorar un determinado instante de tiempo en cada medición (como puede ser el caso de relevamientos de terreno) podemos emplear otro método que tiene en cuenta varias mediciones para realizar una especie de "promediado" de las mediciones con lo que se obtienen mejores resultados. Es de remarcar que aunque se tiene una demora en la obtención de los resultados, si esta demora es tolerable en la aplicación este método también puede catalogarse dentro de los de tiempo real, ya que los resultados son obtenidos en el mismo momento de la realización de la medición. Así se forman varios sistemas como el anterior con diferentes matrices  $\mathbf{DD}$  y diferentes matrices  $\mathbf{H}$ . Podemos agrupar todo esto en un sistema más grande:

$$\overline{\mathbf{DD}} = \overline{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{b} + c \cdot \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

Este sistema también se puede resolver por el método de mínimos cuadrados descrito anteriormente.

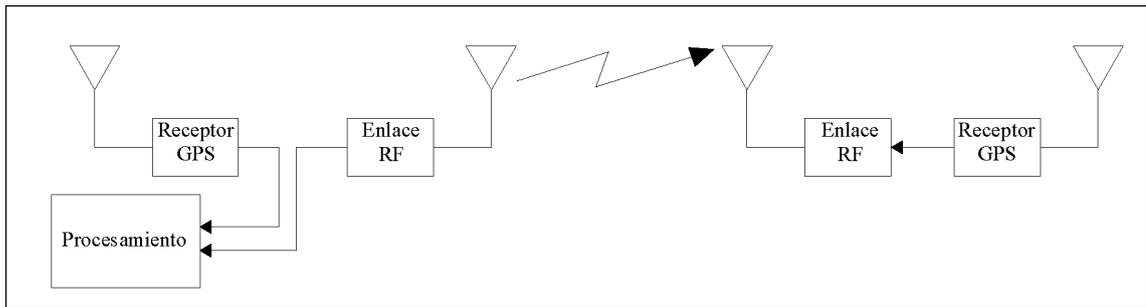


Figura 2

### 3. Materiales y métodos

#### 3.1. Hardware

En la figura 2 se esquematiza el sistema utilizado para resolver posición diferencial.

Se emplean dos receptores de GPS comerciales del fabricante SiRF. Estos receptores entregan mediante su puerto serie información que permite disponer de los pseudo-rangos en el exterior de los mismos, además de información de la solución de posición y de las efemérides de los satélites (así se denomina a una serie de datos enviados periódicamente por los satélites que permiten estimar la posición de los mismos en cualquier instante de tiempo), entre otras.

Para resolver posición en tiempo real es necesario disponer de los datos de ambos receptores en el bloque de procesamiento. Uno de éstos se coloca cercano al mismo mientras que al otro se lo comunica mediante un enlace de radiofrecuencia permitiéndole así una mayor flexibilidad en sus movimientos.

En la etapa de procesamiento, cuyo diagrama en bloques se muestra en la Figura 3, se emplea la placa de educación DE2 del fabricante TERCASIC, la cual tiene integrada una FPGA Cyclone II, del fabricante Altera. La principal ventaja de esto es que dicha FPGA ya se encuentra cableada a distintos componentes o pines de la placa, facilitando la prueba de prototipos. Sobre la Cyclone II se programa, utilizando el lenguaje de descripción de hardware VHDL, un sistema que consta de un procesador NIOS II cuyo código es provisto por el fabricante, junto con una serie de subsistemas que se encargan de hacer la interfaz con los diferentes periféricos. En la figura 3 se muestra un diagrama en bloques de la etapa de procesamiento. Allí se observa la inclusión de tres puertos serie de los cuales dos se utilizan para la entrada de datos provenientes de los receptores y el tercero se emplea para la descarga de datos almacenados hacia una PC externa lo cual permite realizar tareas extras de post-procesamiento de los datos que se hayan ido almacenando. El display LCD se utilizó para visualización de los datos en tiempo real por parte del usuario. Dado que posee una cantidad de caracteres demasiado limitada, por medio de los pulsadores se permite la selección de un determinado dato por vez. La inclusión de la memoria FLASH externa, integrada en la misma placa, permite mantener el programa y determinados datos cuando se quita la alimentación al sistema, volviéndolo completamente portátil.

Por último, en la figura 4 se incluyen fotografías de los componentes utilizados.

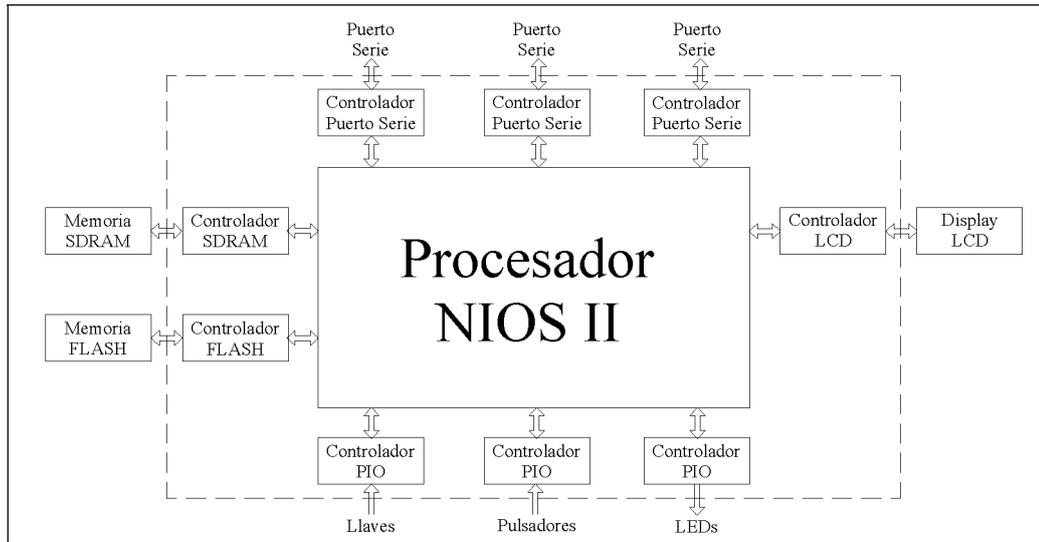


Figura 3

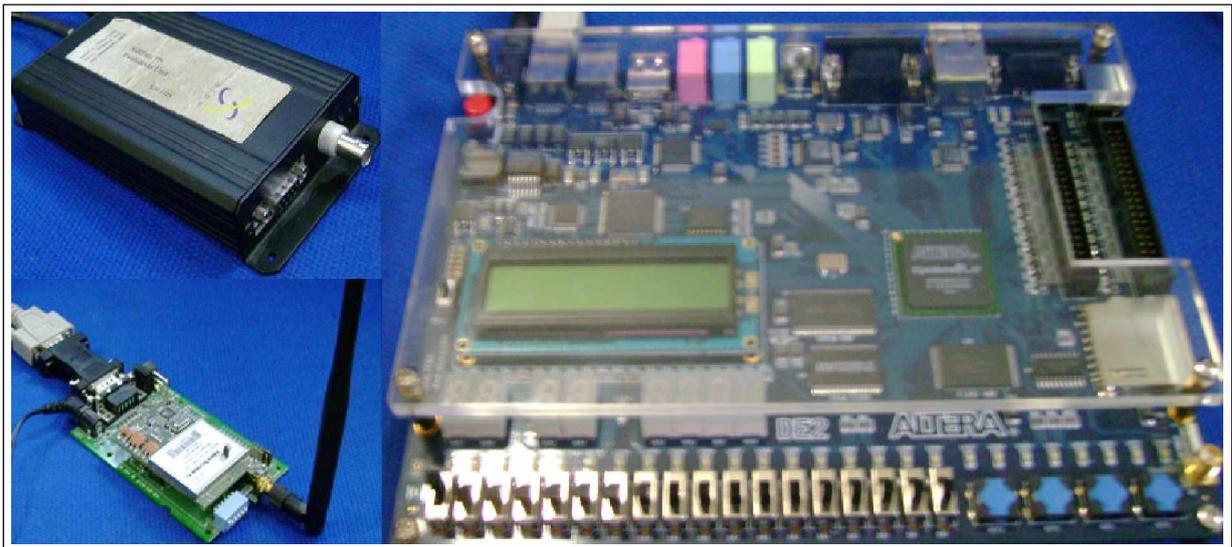


Figura 4

### 3.2. Software

Describiremos a grandes rasgos las tareas que realizará el programa cargado en el procesador. Este programa fue escrito en lenguaje C.

- Manejo de las interrupciones: Dado que cada puerto de entrada puede almacenar a lo sumo dos datos [ref 4], incluimos rutinas de atención de interrupciones que se encargan de hacer que el procesador realice la lectura de los mismos, de forma de evitar que se pierdan datos. Dado que la velocidad de transmisión por los puertos (38.400 bps) es baja con respecto a la velocidad del procesador (50 MHz), la llegada de datos en forma simultánea en ambos puertos no resulta crítica, y por ello se asignaron en forma arbitraria ambos niveles de prioridad de atención de interrupciones. También se incluyen rutinas de atención de interrupciones para las PIOs (Entradas o salidas paralelas) que se encargan de registrar cambios en los pulsadores y llaves. A estos últimos les asignamos un nivel de prioridad menor al de los puertos serie.

- Sincronización con el protocolo Sirf: la información que envían los receptores se encuentra empaquetada mediante un protocolo particular conocido como protocolo Sirf [ref 5]. Cada mensaje comienza con dos bits de inicio, luego le sigue un campo que indica el largo del mensaje, el mensaje propiamente dicho, luego dos bits de chequeo de suma (que permiten la detección de algunos errores en la transmisión) y por último dos bits de parada. La sincronización con este protocolo se logra mediante una simple “máquina de estados” implementada en software.
- Desempaquetado de los datos: El primer bit de cada mensaje indica el tipo de mensaje recibido. En función de esto, cada mensaje se almacena en una variable distinta para su posterior desempaquetado. La rutina de desempaquetado se encarga de recuperar estos datos en su tipo original y almacenarlos en diferentes variables para su posterior procesamiento.
- Cálculo de las efemérides: Esta rutina se encarga de obtener las efemérides de los satélites que luego se utilizarán para calcular la posición de los satélites, que serán útiles para obtener los vectores unitarios.
- Armado de los pseudo-rangos: Se incluye una rutina que se encarga de esto una vez que se desempaquetaron los datos. Asimismo en esta rutina se carga una función que indica los satélites que está viendo cada receptor, lo que aparece indicado en la existencia del pseudo-rango para este satélite.
- Formación de dobles diferencias: Primero determina cuáles satélites están siendo seguidos por ambos receptores y realiza las correspondientes diferencias simples. Descarta los pseudo-rangos que corresponden a algún satélite seguido por un único receptor. Además determina los vectores unitarios receptor-satélite, solo para dichos satélites comunes. Luego elige un satélite como referencia y forma las dobles diferencias con respecto a él. Asimismo efectúa las restas entre los correspondientes vectores unitarios. De esta manera obtiene las matrices  $DD$  y  $H$ . Esta etapa se encuentra aún en etapa de desarrollo.
- Resolución del sistema de ecuaciones: Se halla el vector línea base mediante la resolución del sistema por el método planteado en la sección 2.

## 4. Resultados

Antes de la implementación del programa en la placa, se realizaron simulaciones en MATLAB para obtener una idea cuantitativa del comportamiento de los algoritmos. Algunas de las diferencias entre esta simulación y el programa son por ejemplo que MATLAB trabaja con matrices mientras que en C todas las operaciones deben implementarse elemento a elemento.

Para el modelo de simulación obtenemos los pseudo-rangos a partir de las distancias geométricas satélite receptor, asumiendo que conocemos las posiciones de ambos receptores, a la cual le sumamos ruido Gaussiano que modela el ruido resultante cuando se eliminan los errores comunes a ambos receptores, con una varianza de 1 metro, lo cual es lo usual para los receptores comerciales y es un buen modelo para el receptor empleado. Asumimos un tiempo entre mediciones igual a 1 segundo que es la tasa a la cual el receptor entrega los datos de pseudo-rango. Si asumimos que los receptores se encuentran a 100m de distancia, calculamos las dobles diferencias con el método

descrito anteriormente y obtenemos la distancia a partir de la línea de base obtenida, con lo cual se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 5.

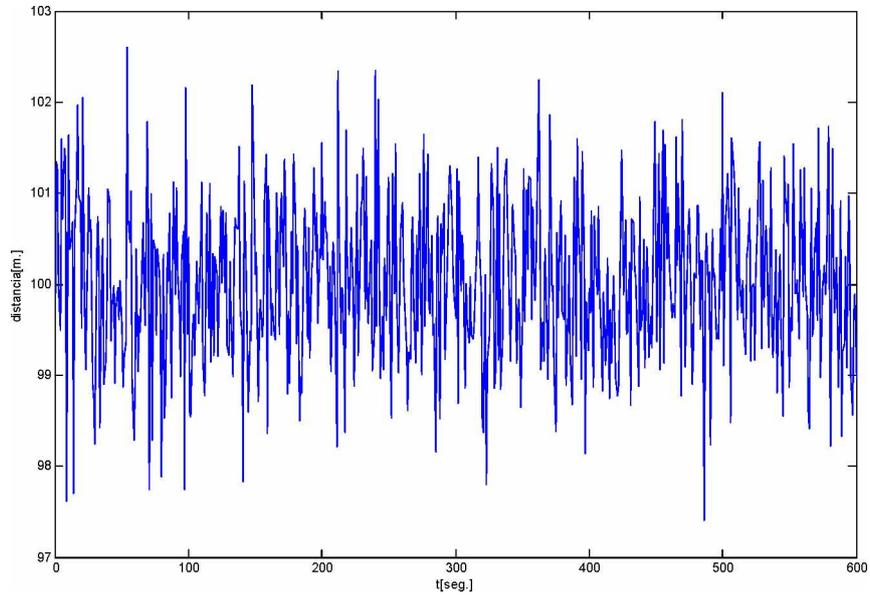


Figura 5: Distancia diferencial obtenida con el primer método.

En este caso se obtiene una varianza en la determinación de la posición diferencial de 90 cm. Es de remarcar que en el caso de resolver posición en cada punto, se debe incluir en el modelo los otros efectos que se eliminan al hacer dobles diferencias con lo cual se obtendrá una varianza mucho mayor en la distancia entre ambos.

Simulamos el segundo método realizando una medición cada 20 segundos, es decir tenemos en cuenta 20 mediciones consecutivas. Se obtiene para la distancia diferencial el resultado que se muestra en la Figura 6.

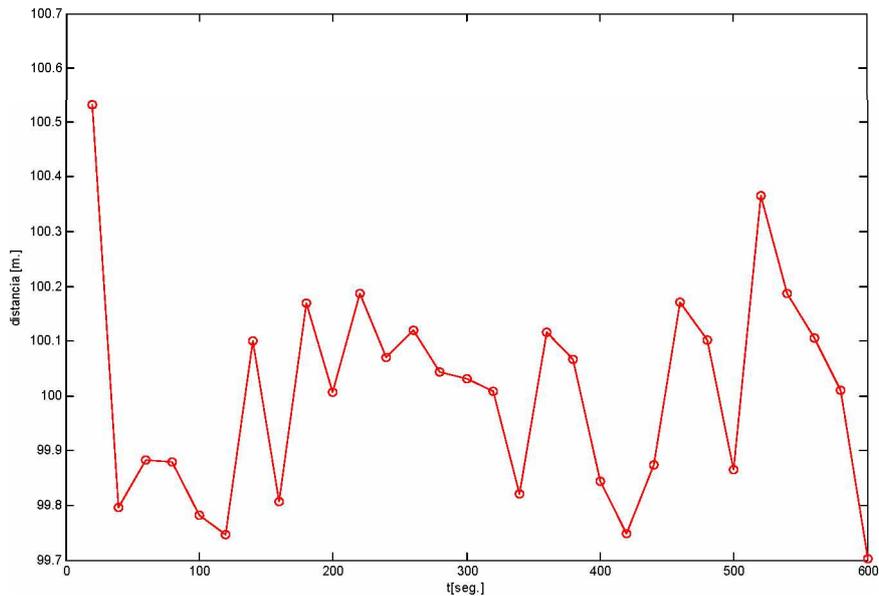


Figura 6: Distancia diferencial obtenida con el segundo método.

En este caso la distancia diferencial se obtiene con una varianza de 20 cm.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se analizaron los métodos de posicionamiento diferencial. Se observó que utilizando el modelo de las dobles diferencias de código es posible obtener una mejora notoria de la precisión en el cálculo de las coordenadas relativas. En base a este análisis se diseñó e implementó un sistema basado en receptores de GPS comerciales estándar, transmisores/receptores de RF y una placa de desarrollo con FPGA capaz de realizar el posicionamiento diferencial. En particular se construyó un sistema embebido que consta de procesador y subsistemas que le permiten comunicarse con sus periféricos.

## Referencias

- [ref 1] El-Rabbany, Ahmed Introduction to GPS. The Global Positioning System. Artech House, Boston, 2006.
- [ref 2] Elliot D. Kaplan, Understanding GPS Principles and Applications. Artech House, 1996.
- [ref 3] Steven M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, Prentice Hall, 1993.
- [ref 4] Quartus II Version 7.0 Handbook Volume 5: Embedded Peripherals, www.altera.com.
- [ref 5] SiRFstar<sup>TM</sup> System Developer Kit. User's Manual, 1998.