UN MODELO DE PARTICULA ESCALAR: HIPOTESIS MINIMAS

M. CASTAGNINO +, D. HARARI ++ y C. NUÑEZ ++

+ Dto. Matemáticas - Facultad de Ciencias Exactas - U.B.A.
++ Becarios C.I.C. - IAFE

La teoría cuántica de campos en un espacio-tiempo curvo predice la creación de partículas a expensas del campo gravitatorio que, introducido a través de una métrica clásica, interactúa con los campos de materia y radiación cuantificados.

Los intentos de cuantificar un campo escalar en un universo curvo comenzaron con las teorías de diagonalización del hamiltoniano que llevaban a la creación de un número infinito de partículas. Las teorías "in-out", utilizando el modelo de partícula plano en situaciones asintóticamente estáticas, permiten obtener una cantidad finita de materia, pero el universo real no es asintóticamente plano y, además, este formalismo no permite reintroducir la materia creada como fuente en las ecuaciones de Einstein, es decir, no permite formular una cosmología cuántica. Otros autores se independizan del concepto de partícula y definen cantidades como el tensor energía-momento, directamente a partir de los campos; pero esta cantidad resulta divergente y se hace necesario desarrollar métodos de renormalización.

Un buen modelo de partícula, definido sobre cada superficie espacial del universo, permitiría resolver estos problemas. Sin embargo, la generalización del concepto de onda plana a un espacio-tiempo curvo no es directa. Lichnerowicz (1964) mostró que la descomposición de un campo escalar en partes de frecuencia positiva y negativa en un universo curvo puede hacerse conociendo los conmutadores $G(x, x')$ y $G_1(x, x')$, generalizaciones de los núcleos $\Delta(x, x')$ y $\Delta_1(x, x')$ del espacio plano. Este autor encontró el conmutador $G(x, x')$ que satisface las condiciones que naturalmente se le pueden pedir. Pero Castagnino (1978) mostró que existen infinitos $G_1(x, x')$ que satisfacen las siguientes condiciones, enunciadas por Lichnerowicz para obtener un buen proyecto:

I) $G_1(x, x') = G_1(x', x)$

II) $G_1(x, x') = G_1(x, x')$

III) $(\Delta - m^2 - \xi R)\, G_1(x, x') = 0 \quad (\Delta = g^{ij}\nabla_i \partial_j)$

IV) $< G_1(x, y), G_1(y, x') >_\Sigma = G_1(x, x')$

Es necesario, entonces, agregar condiciones adicionales para seleccionar uno.

Si se pide que el conmutador cumpla las propiedades:

a) límite minkowskiano

b) $$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ x' \to x_0}} G_1(x, x') = \lim_{\substack{x \to x_0 \\ x' \to x_0}} \sum_{i=0}^{\infty} F_i(x, x') \frac{\partial^i \Delta_1 |S(x, x')|}{(\partial m^2)^i}$$

es decir, en cada punto sus singularidades sean las del $\Delta_1(x, x')$ en una métrica espacialmente plana, habrá un mismo $G_1(x, x')$ sobre cada superficie espacial τ = cte.

El $G_1(x, x')$ construído de esta manera es, en una métrica Robertson-Walker ($ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \; \delta\alpha\beta \; r^\alpha \; r^\beta$) y hasta segundo orden en un desarrollo en derivadas de la métrica, solución de la ecuación de Klein-Gordon (III) y, en consecuencia, no da lugar al fenómeno de mezcla de frecuencias al ir de una superficie de Cauchy a otra, es decir, a la creación de partículas.

Sin embargo, es válido suponer que la creación aparecerá al incluír términos que involucren variación de la curvatura. En efecto, hasta segundo orden resulta:

$$G_1(x, x') = \Delta(x, x')^{1/2} \; \Delta_1 \; |s(x, x')|$$

donde $\Delta(x, x')$ es el determinante de van Vleck ($\Delta \propto \det |\partial_\mu \partial_{\mu'} \sigma|$). Suponiendo que esta es una expresión exacta (a todo orden), en una evolución lineal ($a(t) \propto t/t_0$) se crean partículas no masivas con un espectro de cuerpo negro. Por otra parte, una expresión para $G_1(x, x')$ que no dé creación de partículas de masa nula, dará lugar a la creación de materia y viceversa.

El desarrollo del modelo a órdenes superiores y en otras métricas permitirá efectuar aplicaciones cosmológicas más realistas.

REFERENCIAS

Bunch, T.S. y Parker, L. 1979, Phys. Rev. D. 20, 2499.
Castagnino, M. 1978, Gen. Rel. Grav. 9, 101.
De Witt, B. 1963, Relativity, Groups and Topology (Les Hauches) ed. C. y B. De Witt (Gordon y Breach N.Y.), 587-822.
Lichnerowicz, A. 1961, Inst. Haut. Et. Sci. Publ. Math. N° 10.