

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Trabajo Fin de Máster

ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD VISUAL Y DE LA
RESOLUCIÓN DE UNA TAREA DE SENTIDO
ESPACIAL EN FUTUROS MAESTROS

Presentado por

Raúl Roura Redondo

Granada, 2020

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



UNIVERSIDAD DE GRANADA

Trabajo Fin de Máster

Presentado por

Raúl Roura Redondo

Dirigido por

Rafael Ramírez Uclés

Granada, 2020

Agradecimientos

«¿Dónde está el Rey de los judíos que ha nacido? Porque hemos visto salir su estrella y venimos a adorarlo.» Mt 2,2

En primer lugar, quiero agradecer a mi tutor Rafa Ramírez su ayuda prestada para poder llegar aquí, su gran paciencia y su ayuda en tantas y tantas correcciones. También agradecer a los profesores del Máster en Didáctica de las Matemática, por todas las cosas que he aprendido para poder realizar este trabajo, especialmente a Pablo Flores por sus clases tan apasionadas e interesantes.

Finalmente quiero agradecer y también dedicar este trabajo a mi estupenda esposa Irene, sin la cual este proyecto no habría salido adelante; y a mis hijos Alba, Samuel, Raúl, Pablo, Jesús, Marcos, Belén, Alberto y la pequeña Carmen, los cuales han estado rezando y animándome para terminar este trabajo. ¡¡¡¡ Gracias a todos!!!!

Resumen. -

En este trabajo se analiza la capacidad visual de 52 estudiantes del segundo curso del Grado de Educación Primaria mediante un test visual (PMA-E) así como su rendimiento tanto en la resolución como en el análisis de las componentes del sentido espacial en una tarea que requiere de este sentido. Con este fin se ha clasificado a los alumnos en tres niveles en función de sus resultados en el test, se han analizado sus respuestas a la resolución y análisis de la tarea, y se han comparado estos tres aspectos. para comparar estos tres ítems entre sí.

Palabras clave:

Sentido espacial, Habilidades de visualización, test PMA, formación de profesores.

Abstract. -

In this work, the visual capacity of 52 students of the second year of the Primary Education Degree, is analyzed by means of a visual test (PMA-E) as well as their performance in both the resolution and the analysis of the components of the spatial sense in a task that requires this sense. To this end, the students have been classified into three levels according to their results in the test, their answers to the resolution and analysis of the task have been analysed, and these three aspects have been compared to compare these three items with each other.

Key words:

Spatial sense, visualization skills, PMA test, teacher training.

LISTADO DE FIGURAS. -

- Figura 1 Conexión y fortaleza de las componentes. (Flores et al. (2015))
- Figura 2 Definición de visualización de Gutiérrez (1996).
- Figura 3 Ejemplo de ítem para el factor espacial de PMA
- Figura 4 Forma válida de unir dos cuadrados
- Figura 5 Ejemplos de triminós
- Figura 6 Triminós posibles
- Figura 7 Tetraminós
- Figura 8 Giro de 180° en las historias de Verbeek. (Ramírez, 2014)
- Figura 9 Habilidades de visualización y actividades para mostrarlas. (Ramírez, 2012)
- Figura 10 Ejemplos de construcciones de alumnos
- Figura 11 Ejemplos de construcciones de alumnos
- Figura 12 Ejemplos de construcciones de alumnos
- Figura 13 Error al aplicar un giro
- Figura 14 Error al aplicar una simetría
- Figura 15 Ejemplos Análisis
- Figura 16 Ejemplo Análisis
- Figura 17 Ejemplo visualización baja

LISTADO DE TABLAS. -

Tabla 1	Diferencias o matices en las definiciones de Sentido Espacial
Tabla 2	Categorías para el análisis de la tarea
Tabla 3	Categorías para el análisis de las componentes
Tabla 4	Resultados del test PMA-E
Tabla 5	Ejemplo de tabla utilizado para la recogida de datos sobre la resolución de la tarea.
Tabla 6	Resultados de la tarea de construcción de las piezas
Tabla 7	Ejemplo de tabla utilizado para la recogida de datos sobre la manifestación de las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización
Tabla 8	Respuestas del Análisis de las Componentes y Habilidades.
Tabla 9	Comparación resultados del test con la resolución de la tarea
Tabla 10	Comparación resultados del test con el análisis de las componentes
Tabla 11	Comparación resultados de la resolución de la tarea con el análisis de las componentes

ÍNDICE. -

1.- JUSTIFICACIÓN	6
2.- ANTECEDENTES	11
3.- MARCO TEÓRICO	16
4.- METODOLOGÍA	22
4.1.- Los sujetos	22
4.2.- Instrumentos de toma de datos.....	23
4.3.- Categorías para el análisis de datos.....	29
4.3.1 Análisis de la Capacidad Visual.....	29
4.3.2 Análisis de la Tarea de Resolución	29
4.3.3 Análisis de las Componentes.....	30
5.- RESULTADOS	33
5.1 Capacidad Visual.....	33
5.2 Tarea de Resolución.....	34
5.3 Tarea de Análisis.....	38
5.4 Relación entre puntuación, respuestas y análisis.....	41
6.- CONCLUSIONES	46
6.1.- Respuesta a las preguntas y objetivos de investigación.....	46
6.2.- Aportaciones del estudio.....	48
6.3.- Limitaciones y futuras líneas	49
7.- REFERENCIAS.....	50
8.- ANEXOS	55
8.1 Anexo I (Resultados del test)	55
8.2 Anexo II (Recogida de datos sobre la resolución de la tarea.)	57
8.3 Anexo III (Recogida de datos sobre la manifestación de las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización)	59

1.- JUSTIFICACIÓN

Este trabajo de investigación pretende ser una nueva aportación a las investigaciones ya realizadas en el campo del sentido espacial y de forma más específica en la formación del profesorado. Pensamos que es muy importante que los futuros maestros conozcan estos conceptos ya que el sentido espacial nos ayuda a comprender el mundo que nos rodea, entender el plano y el espacio, identificar cuerpos y manejar conceptos y relaciones geométricas...

En el PME (The International Group for the Psychology of Mathematics Education) de 2014 se dedicó uno de los foros de investigación al razonamiento espacial (Sinclair y Bruce, 2014) y una de las propuestas aceptadas de entre las numerosas presentadas para trabajar en los grupos de discusión trataba sobre la visualización como herramienta de aprendizaje (Kinach y Coulson, 2014).

Jones y Tzekaki (2016), proporcionan una revisión bastante completa de la investigación realizada durante el período del 2005 al 2015 sobre la enseñanza de la geometría, que fue presentado en la 40 reunión anual de la PME. Abarca el razonamiento espacial, visualización geométrica, medición geométrica, razonamiento y pruebas geométricas, el conocimiento de los estudiantes, el conocimiento y desarrollo de los profesores y la enseñanza de la geometría y el diseño y uso de tareas geométricas. En el apartado de razonamiento espacial podemos encontrar trabajos sobre el conocimiento de los estudiantes relacionados con las capacidades espaciales y propuestas de enseñanza para mejorar el razonamiento espacial. En estas investigaciones sobre el conocimiento de los estudiantes relacionados con las capacidades espaciales los autores indican un bajo desarrollo de habilidades relacionadas con la orientación espacial, relaciones espaciales y de las transformaciones. Sin embargo, destacan que experiencias espaciales como la reconstrucción espacial o la construcción de cubos, apoyan el progreso de las habilidades espaciales. *Este tipo de investigación es importante porque, el razonamiento espacial, más que una componente importante de la acción humana y el pensamiento se sabe que está estrechamente relacionado con el pensamiento geométrico y el desarrollo del conocimiento geométrico.* (Jones y Tzekaki, 2016, p. 113)

Se ha destacado el papel que juega la visualización en el aprendizaje de las matemáticas (Clements y Battista, 1992, New Jersey Mathematics Coalition, 1996), y encontramos un aumento de investigaciones centradas en la visualización debido principalmente a la introducción de nuevos elementos y entornos de aprendizaje propios del mundo altamente tecnológico en el que vivimos (Arcavi, 2003; Battista, 2007; Gutiérrez, 1998; Presmeg, 2006).

En el XVII encuentro del SEIEM (Sociedad Española de investigadores en Educación Matemática), Fernández (2013) analiza las investigaciones en visualización y razonamiento espacial, poniendo de manifiesto que la visualización sigue siendo un tema de interés para futuras investigaciones en el ámbito de la geometría y el razonamiento espacial. En una parte del trabajo presenta una revisión bibliográfica con la intención de describir qué tópicos han sido objeto de estudio y análisis en las investigaciones. Tras esta revisión marca posibles caminos a seguir teniendo en cuenta cuestiones de investigación que han sido propuestas por diversos autores (Guillén 2010, Phillips, Norris y Macnab, 2010). En posteriores encuentros de la SEIEM también se ha trabajado en la visualización y el sentido espacial, destacando los trabajos de Ramírez, Flores y Castro (2010,2012), y los de Escrivá, Beltrán-Meneu, Gutiérrez y Jaime (2016) junto con Ramírez, Beltrán-Meneu, Jaime y Gutiérrez (2016). Salgado, Berciano y Jiménez-Gestal (2019) en la última SEIEM celebrada en septiembre de 2019 destacan que la orientación espacial y la capacidad para comunicar la posición de los objetos en el entorno, son dos de los aspectos de la competencia matemática que se deben favorecer desde las primeras etapas escolares y, en particular, en el aula de Educación Infantil. Pese a este interés investigador, Gutiérrez y Jaime (2015) ponen de manifiesto la escasez de contenidos de Geometría espacial tanto en los currículos españoles de educación primaria como en los de educación secundaria. Bennie y Smit (1999), señalan que el sentido espacial no puede ser enseñado, pero debe ser desarrollado a lo largo de un periodo de tiempo. Por tanto, desarrollar el sentido espacial es un objetivo básico de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

No obstante, la enseñanza del tema no es una tarea fácil para los profesores como revelan las investigaciones didácticas. En los Principios y Estándares del “National Council of Teachers of Mathematics” (NCTM, 2000) se indican entre los objetivos el desarrollo del sentido espacial y reconocimiento de la Geometría como un medio para describir y modelizar el mundo físico.

En estos principios del NCTM se hace especial alusión a los elementos visuales, en uno de sus apartados, recoge que:

“Los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

- 1. Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.*
- 2. Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.*
- 3. Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.*
- 4. Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas” (NCTM, 2000, p.43).*

A nivel nacional, en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero de 2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, las orientaciones curriculares españolas hacen referencia al tema de la “orientación y representación espacial”. Concretamente en los criterios de evaluación se indica, “Describir la situación de un objeto del espacio próximo, y de un desplazamiento en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano. Este criterio pretende evaluar las capacidades de orientación y representación espacial, teniendo en cuenta tanto el lenguaje utilizado en la descripción como la representación en el plano de objetos y situaciones”. “Obtener información puntual y describir una representación espacial (croquis de un itinerario, plano de una pista...) tomando como referencia objetos familiares y utilizar las nociones básicas de movimientos geométricos, para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana y para valorar expresiones artísticas”.

En la Orden de 17 de marzo de 2015 viene recogido en los objetivos del área de matemáticas, concretamente el objetivo número 5: “Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural y analizar sus características y propiedades, utilizando los datos obtenidos para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.” Asociado a este objetivo aparecen los siguientes criterios de evaluación relacionados con el Sentido Espacial:

Identificar la situación de un objeto del espacio próximo en relación a sí mismo y seguir un desplazamiento o itinerario, interpretando mensajes sencillos que contengan informaciones sobre relaciones espaciales, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano.

Este criterio pretende valorar la capacidad para representar el espacio y orientarse en él, sin perder de vista la utilización, cada vez más precisa, del lenguaje para describir y comprender situaciones de objetos y recorridos en el plano. La Geometría, a través de la observación, manipulación y exploración de relaciones en el plano y en el espacio, garantiza la conexión con el entorno familiar y escolar. En situaciones relacionadas con la vida del aula, ya sean cotidianas o extraordinarias, es posible introducir actividades de distribución del espacio, el mobiliario o los objetos a utilizar en una instalación ocasional, mediante tareas de diseño que exijan la identificación de localizaciones e itinerarios.

Interpretar situaciones, seguir itinerarios y describirlos en representaciones espaciales sencillas del entorno cercano: maquetas, croquis y planos, utilizando las nociones geométricas básicas. (Situación, movimiento, paralelismo, perpendicularidad y simetría).

A través este criterio se pretende evaluar las capacidades de orientación y representación espacial. La utilización del lenguaje resulta fundamental para establecer elementos de referencia relacionados con propiedades geométricas concretas (paralelismo, perpendicularidad, simetría...) que ayuden a describir y entender situaciones, tanto para representar el espacio como para orientarse y moverse en el mismo. La utilización de croquis, planos o maquetas de elementos espaciales del entorno cercano son acciones particularmente valiosas en el desarrollo de proyectos de investigación del medio. La participación en actividades deportivas de recorridos o gymkanas, la celebración de eventos ordinarios (juego organizado) o extraordinarios (fiestas y celebraciones) en el centro serán de utilidad para trabajar estos aspectos.

Según la revisión anterior, consideramos pertinente investigar sobre sentido espacial y visualización en los futuros maestros, ya que estos son los responsables de formar a las generaciones futuras en estos dos conceptos y deberán proponerles las tareas que les permitan trabajar de forma correcta la visualización y el sentido espacial. Nos

cuestionamos su sentido espacial en relación con dos aspectos, su propia capacidad visual y su conocimiento sobre sentido espacial. Para abordar este propósito es necesario responder a alguna de las siguientes preguntas, que nos ayudarán a relacionar la capacidad visual de estos, como resuelven una tarea sobre el sentido espacial y como analizan las componentes del sentido espacial de dicha tarea, para finalmente comparar las tres cosas.

¿Qué capacidad visual poseen los maestros en formación?

¿Qué papel desempeña la capacidad visual de los estudiantes de Grado de Educación Primaria a la hora de resolver y analizar una tarea de sentido espacial?

¿Podemos relacionar la capacidad visual en la resolución de una tarea de sentido espacial, así como el análisis de sus componentes?

2.- ANTECEDENTES

En relación con la capacidad visual de los futuros maestros, Battista, Wheatley y Talsma (1982), estudian la Visualización Espacial y el Desarrollo Cognitivo para el Aprendizaje de Geometría. Para ello utilizan el Test de Visualización de Rotaciones (PSVT-R) al comienzo del curso (S1) y al final del curso de geometría (S2). El estudio aporta información sobre la capacidad visual del grupo analizado. De estos datos se desprende que los estudiantes eran visualizadores medios. De los resultados se desprende que las puntuaciones en el test S2 de los estudiantes con baja capacidad visual, mejoraron más que las puntuaciones de los estudiantes que tienen una alta capacidad visual, después de seguir la instrucción del curso de geometría que trató en gran medida el desarrollo de conceptos y el razonamiento lógico, ambos de los cuales requerían un pensamiento operacional formal. Encontraron que la capacidad de visualización espacial mejoró significativamente entre ambas pruebas. El resultado atestigua el hecho de que el desarrollo cognitivo y la visualización espacial son factores importantes en el aprendizaje de la geometría. El estudio planteó preguntas como, ¿cuál es la importancia relativa de la visualización y el desarrollo cognitivo, para superar el curso de geometría?, ¿la instrucción de geometría que se imparte en este curso mejora la capacidad espacial de los maestros de primaria?

Estudios de Escrivá et al. (2016) muestran que algunos estudiantes de Primaria con buenos resultados en las clases ordinarias, centradas en rutinas aritméticas, han tenido poco éxito en analizar las habilidades de visualización al resolver actividades de manipulación y han obtenido resultados bajos usando esas habilidades evaluadas mediante los test PMA. Sin embargo, alumnos que en las clases ordinarias pasaban desapercibidos, han resuelto muy bien esas actividades y han mostrado habilidades de visualización. Además, todos los estudiantes que han mostrado buena visualización tienen buenos resultados en matemáticas. Esta investigación es de nuestro interés especialmente ya que relaciona el resultado a la hora de resolver actividades de visualización con el resultado de los test PMA.

También con estudiantes de Primaria y en relación a la visualización, Escrivá, Jaime, Gutiérrez y Beltrán-Meneu (2017) presentan que las habilidades de

reconocimiento de posiciones en el espacio y reconocimiento de relaciones espaciales se van adquiriendo a lo largo de Primaria. En su investigación observan y comparan las habilidades de visualización, en estudiantes de Primaria con diferentes grados de capacidad matemática al resolver actividades de desarrollos y rotaciones de cubos. En las actividades planteadas, advierten diferencias significativas en el uso de la visualización entre los estudiantes de los diferentes cursos y grados de capacidad matemática. Una de las tareas los estudiantes visualizadores la solucionaron mentalmente, mientras que los menos visualizadores la resolvieron construyendo relaciones.

Ramírez (2012) en su tesis doctoral, realizó una investigación de las habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático, para ello aplicó el factor espacial del test PMA a 21 alumno del segundo curso del proyecto ESTALMAT y a 33 alumnos de una clase estándar de 4º de ESO de un colegio concertado de Granada para contrastar los resultados. Los resultados muestran que los alumnos con talento obtienen una puntuación significativamente superior al grupo control, encontrando que los alumnos que participan en el proyecto ESTALMAT tienen una capacidad visual alta. Sin embargo, en el grupo control formado en la que el rango de edad era similar al del grupo de alumnos con talento, el mayor porcentaje de alumnos poseían una capacidad visual media. En la misma línea que este trabajo son los resultados obtenidos por Díaz, Sánchez, Pomar y Fernández (2008) en el estudio que realizan sobre la capacidad visual en alumnos de la ESO con talento. Con estos alumnos, que participan en el Proyecto Estalmat-Galicia, utilizan el test PMA, obteniendo que los alumnos con talento tienen unas puntuaciones muy altas en los resultados del test. También llegan a la conclusión en la que muestran que el factor espacial del test, es decir los más visualizadores, es el que mejor correlaciona con la eficiencia en la resolución de los problemas matemáticos.

En relación con la resolución de tareas de sentido espacial, Cruz y Ramírez (2018) realiza una exploración de las propiedades geométricas de los ítems del test PMA que mide la capacidad visual entre estudiantes de secundaria. Estos han manifestado mayor número de errores en ítems con un menor número de elementos, este hecho podría ir asociado a las habilidades Percepción figura-contexto y Discriminación visual. Para reconocer si la figura de la respuesta es la misma (salvo giros) o distinta (presencia de simetrías), una estrategia posible es fijar algunos elementos de referencia para establecer

el centro, ángulo de giro o eje de simetría. Un menor número de elementos podría entenderse como una mayor dificultad para fijar estas referencias.

También en relación con la resolución de tareas, Aznarte (2018), analiza el rendimiento de los alumnos de secundaria en dos tareas en las que interviene el sentido espacial. Llegando a la conclusión que hay una diferencia notable en los resultados de aquellas tareas en las que existe una implicación del sentido espacial y aquellas que tratan otras áreas matemáticas. Las tareas del segundo tipo las resuelven mejor que las del primer tipo, esta circunstancia podría ser debida al bajo dominio de los alumnos sobre los contenidos referentes al sentido espacial. Mizzi (2018) realiza un estudio donde analiza el lenguaje que utilizan los estudiantes cuando resuelven tareas de sentido espacial. Los resultados muestran que pueden surgir diferentes tipos de dificultades cuando estos resuelven tareas de sentido espacial. Mientras que algunos estudiantes tuvieron problemas durante la verbalización de las acciones espaciales o la decodificación e interpretación de los datos, otros tuvieron problemas durante la ejecución de estas acciones.

Sobre futuros maestros y sus conocimientos en visualización, Fernández (2014) realiza una evaluación diagnóstica sobre sus conocimientos en visualización y razonamiento espacial. Para ello elaboró un cuestionario con siete ítems que abarcaran diferentes aspectos relacionados con habilidades de visualización y razonamiento espacial, que requerían de ciertas habilidades de visualización para alcanzar la solución con éxito. El trabajo ha revelado importantes carencias de los futuros maestros en cuanto a conocimiento común del contenido de visualización y razonamiento espacial. La autora destaca la necesidad de diseñar e implementar acciones formativas específicas para promover la mejora de este tipo de conocimiento y del conocimiento ampliado del contenido para favorecer la autonomía de estos estudiantes a la hora de proponer nuevas tareas. Este resultado está en la línea de la investigación de Gonzato, Godino y Neto (2011) donde se plantean el problema de evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos que tienen los futuros maestros sobre la visualización de objetos tridimensionales y se describe el proceso de construcción de un cuestionario para dicho propósito. De manera general se observa que, aunque consiguen resolver correctamente algunas tareas relacionadas con los conocimientos común y ampliado del contenido, tiene dificultades a la hora de justificar las respuestas e identificar los objetos y procesos puestos en juego en la resolución. Dichos aspectos se consideran importantes para un

profesor, ya que permiten profundizar en el conocimiento del contenido matemático para la enseñanza.

Gonzato, Fernández y Díaz (2011) analizan diversas investigaciones sobre visualización y orientación espacial. Los autores clasifican las tareas que favorecen el sentido espacial, para ayudar a los profesores en la planificación de clases para así cubrir los diferentes aspectos del tema e incluir trabajos manipulativos y físicos. Fernández (2014) afirma que esta clasificación de las tareas ofrece una oportunidad a los futuros maestros para hacer más ricas y variadas las actividades relacionadas con la visualización y la geometría espacial y plana. Concluyen que hay una gran riqueza y diversidad de tareas presentes, así como los conocimientos que se ponen en juego y las potenciales dificultades asociadas a las mismas, pero el tema de la orientación y visualización suele quedar en un segundo plano en los cursos de matemáticas quedando muchas veces relegado a ser una actividad recreativa. Destacan también que situaciones de visualización y orientación espacial podrían ser presentadas no sólo en el ámbito matemático, sino también en otras asignaturas, observando así que en la escuela primaria el tema podría ser tratado de manera interdisciplinaria.

Coincidiendo con la investigación anterior, la investigación de Soto-Andrade (2008), muestra que, a pesar de que el razonamiento visual está contemplado en los currículos, en general, los profesores lo siguen presentando como un argumento auxiliar o introductorio. Por tal motivo, los alumnos no lo consideran como un tipo de razonamiento básico para su formación ni como una acción del todo válida para hacer matemáticas.

Más recientemente encontramos el trabajo de Ruiz, Flores, Ramírez y Fernández (2019) sobre tareas que desarrollan el sentido espacial en maestros en formación, en el cual se lleva a cabo una investigación sobre el trabajo de un modelo de formación de profesores en el que desarrollan el sentido matemático, entre ellos el sentido espacial, a través de tareas matemáticas escolares y de la identificación de objetivos de aprendizaje para dichas tareas. Estas tareas desarrollan las capacidades que los futuros maestros podrán utilizar en su labor docente, pues se trata de un modelo que va más allá de la memorización de los componentes de los sentidos matemáticos, entre ellos el espacial, pretendiendo lograr un conocimiento funcional de las matemáticas.

Nuestro trabajo pretende aportar a las investigaciones actuales información que permita conocer si la mayor capacidad visual de los futuros maestros está en relación con su mejor rendimiento a la hora de resolver tareas que requieren del sentido espacial y realizan un mejor análisis de las componentes de dicho sentido que intervienen en la tarea.

3.- MARCO TEÓRICO

La terminología utilizada por los autores en los diferentes campos de investigación en los que aparece el concepto de sentido espacial es muy variada (razonamiento visual, capacidad espacial, pensamiento espacial, percepción espacial, visión espacial, etc.). Los investigadores tienen dificultades a la hora de ponerse de acuerdo en este tipo de conceptos básicos (Lohman, 1987). Bennie y Smit (1999), afirman que en este campo se puede utilizar una variedad de terminología para el sentido espacial y que existe poco consenso a la hora de dar una definición del concepto.

Por ejemplo, Bishop (1983), habla de sentido espacial y lo define como un sentido intuitivo para la forma y el espacio, que implica los conceptos de geometría tradicional, pero que además incluye una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar. En el contexto geométrico, esta relación entre conceptos y habilidades está presente en la intencionalidad de desarrollar el sentido espacial que recoge el Estándar número 7, Geometría y sentido espacial:

“Todos los estudiantes desarrollarán el sentido espacial y una habilidad para usar las propiedades geométricas y las relaciones para resolver problemas en matemáticas y en la vida diaria (...). El sentido espacial es un sentido intuitivo para la forma y el espacio. Implica los conceptos de geometría tradicional, incluyendo una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas. También supone otras formas, menos formales, de mirar el espacio de dos o tres dimensiones, tales como el doblado de papel, transformaciones, teselaciones y proyecciones(...). La geometría está presente en el mundo que nos rodea: arte, naturaleza y las cosas que hacemos (...). Los estudiantes de geometría pueden aplicar su sentido espacial y conocimiento de las propiedades de las formas y del espacio en el mundo real” (New Jersey Mathematics Coalition, 1996, p. 209).

Sin embargo, Lea (1990), no habla de contenidos geométricos y define el sentido espacial como un conjunto complejo de habilidades entrelazadas que interactúan necesariamente para relacionarse con el espacio. Estas habilidades son la memoria visual, que requiere la capacidad de retener, recordar y manipular información relativa a las formas y las relaciones espaciales, la visualización en el que la percepción, la retención y

el reconocimiento es visto como un todo organizado. La última habilidad a la que se refiere Lea es la orientación, definiéndola como la capacidad de manipular una forma, de transformarla mentalmente moviéndola o ampliándola, o viéndola desde un punto de vista diferente.

Lupiañez y Rico (2015) plantean que el sentido espacial *es un campo del sentido matemático, que los escolares desarrollan cuando son capaces de identificar, analizar y describir características y propiedades de figuras geométricas en 2D o 3D. También se muestra en la habilidad para describir posiciones y trayectorias, así como aplicar e identificar transformaciones geométricas.* (p.45). También destacan que en sentido espacial es importante la visualización y las nociones, propiedades y relaciones geométricas.

Otros autores no hacen referencia explícitamente al concepto de sentido espacial, si bien aluden a elementos relacionados. Lean y Clements (1981) utilizan el término de habilidad espacial y lo entienden como la habilidad para crear imágenes mentales y para manipular estas imágenes en la mente. Es lo que los autores llaman imaginiería mental. Clements y Battista (1992) usaron la noción de razonamiento espacial, como el *conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construye y manipula la representación mental de objetos, relaciones y transformaciones espaciales* (p. 420). Clements y Battista distinguieron además el uso del término "pensamiento espacial" en relación con el modo científico de pensamiento utilizado para representar y manipular la información en el aprendizaje y la resolución de problemas. Jones y Tzekaki (2016) enfatizan sobre la inevitable superposición de la visualización geométrica y el razonamiento espacial, mediante el cual toman la visualización como la capacidad de sobre la información visual.

A modo de resumen en la Tabla 1 podemos ver algunas diferencias o matices que aportan las definiciones vistas anteriormente.

Tabla 1
Diferencias o matices en las definiciones de Sentido Espacial

	Define	Conocimientos Geométricos	Elementos Visualizadores
Bishop (1983)	Sentido Espacial	Geometría tradicional	Reconocer, visualizar, representar y transformar.
NJMC (1996)	Sentido Espacial	Geometría tradicional Doblado de papel, transformaciones, Teselaciones y proyecciones	Reconocer, visualizar, representar y transformar.
Lea (1990)	Sentido Espacial		Memoria Visual, Visualización y Orientación
Lupiañez y Rico (2015)	Sentido Espacial	identificar, analizar y describir características y propiedades	Visualización
Lean y Clements (1981)	Habilidad Espacial		Crear y manipular imágenes en la mente
Clements y Battista (1992)	Razonamiento espacial		representación mental y transformaciones espaciales
Jones y Tzekaki (2016)	visualización geométrica y el razonamiento espacial		representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflexionar

Para operativizar el análisis del sentido espacial, vamos a utilizar las componentes de Flores, Ramírez y Del Río (2015) describen el sentido espacial como “*un modo intuitivo de entender el plano y el espacio, para identificar cuerpos, formas y sus representaciones, que implica manejar relaciones y conceptos de geometría de forma no convencional, incluyendo la habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas* (p.129).”

Vemos que en esta definición se sintetizan las ideas recogidas anteriormente. Asimismo, Flores et al. (2015), distinguen dentro del sentido espacial las siguientes componentes:

- Manejar elementos geométricos
- Identificar y emplear relaciones geométricas
- Determinar la ubicación de los elementos de las formas y figuras, y los movimientos necesarios para pasar a nuevas ocupaciones, llegando a realizar dichos movimientos
- Disponer y ejecutar estrategias de visualización.

Ramírez (2012) sostiene que el conocimiento de conceptos geométricos (que englobaría las tres primeras componentes citadas anteriormente) no puede entenderse de forma aislada. El sentido espacial implica, además, una habilidad para reconocer, visualizar, representar y transformar formas geométricas que constituye una cuarta componente transversal, la visualización. Conocimiento y habilidades no son independientes ya que la fortaleza del sentido espacial radica justamente en establecer conexiones entre las componentes anteriores, lo cual se consigue al ir incorporando las destrezas de visualización (Figura 1). Conceptos geométricos y visualización espacial, aunque diferentes, se complementan para lograr un dominio geométrico funcional. (Serrano, Ramírez y Flores, 2018).



Figura 1. Visualización: conexión y fortaleza de las componentes. (Flores et al. (2015))

Flores et al. (2015) definen de la siguiente manera las tres primeras componentes del Sentido Espacial:

- Elementos geométricos: Conocer propiedades de las formas y figuras que permiten la identificación, ordenación y clasificación de estas. Incluye identificarlas a través del nombre, la definición y diversas representaciones.
- Relaciones geométricas: Aprender a apreciar cualidades en las formas y en los cuerpos geométricos como la simetría, equivalencia, congruencia, igualdad, características que permiten clasificarlas y diferenciarlas, etc.
- Ubicación y movimientos: Disponer de referentes para describir posiciones en el plano o en el espacio, llevar a cabo movimientos y reconocer en ellos regularidades o elementos invariantes.

Para la cuarta componente, Gutiérrez (2006) entiende la visualización en sentido amplio como el conjunto de imágenes, procesos y habilidades necesarios para que los estudiantes de geometría puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales, modelos y conceptos geométricos. (Figura 2).

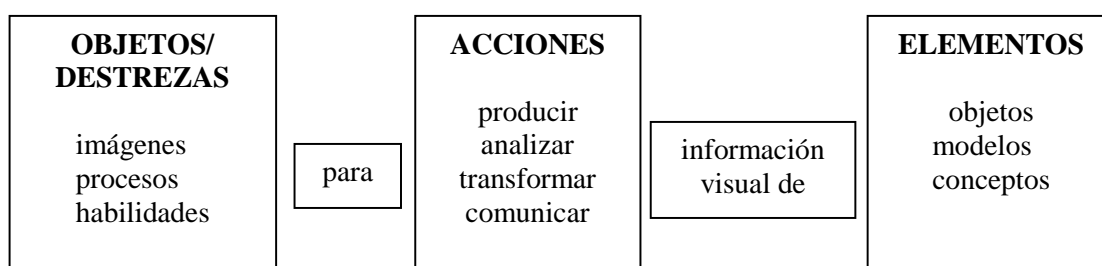


Figura 2: Definición de visualización de Gutiérrez (1996).

De los estudios sobre visualización citados por Gutiérrez (1996,2006), destacamos la recopilación de habilidades psicológicas realizada por Del Grande (1990), en la que selecciona las destacadas por Hoffer (1997) por su relevancia en el estudio de las matemáticas y la geometría en particular, añadiendo tareas para experimentar con los alumnos. Estas son las que vamos a utilizar en nuestra investigación.

1. Coordinación ojo-motor: Habilidad para seguir con los ojos el movimiento de los objetos de forma ágil y eficaz.
2. Percepción figura-contexto: Habilidad para reconocer una figura aislándola de su contexto, en el que aparece camuflada o distorsionada por la superposición de otros elementos gráficos.
3. Conservación de la percepción: Habilidad para reconocer que un objeto mantiene su forma, aunque cambie de posición o deje de verse total o parcialmente.
4. Percepción de la posición en el espacio: Habilidad del observador para relacionar su propia posición (o la de un objeto que actúa como punto de referencia) con la de otro objeto.
5. Percepción de las relaciones espaciales: Habilidad que permite identificar correctamente las relaciones internas entre diversos objetos situados simultáneamente en el espacio.
6. Discriminación visual: Habilidad que permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales, independientemente de su posición.
7. Memoria visual: Habilidad para recordar las características visuales y de posición que tenían en un momento dado un conjunto de objetos que estaban a la vista pero que ya no se ven o que han sido cambiados de posición.

4.- METODOLOGÍA

Las inquietudes expuestas hasta el momento se concretan en los objetivos de la investigación, fundamentales para definir y orientar nuestra investigación. El objetivo general de la investigación es:

O.G.: Analizar la capacidad visual de los estudiantes del segundo curso del Grado de Educación Primaria en un test visual y su relación con su rendimiento tanto en la resolución como en el análisis de las componentes del sentido espacial en una tarea que requiere de este sentido

A continuación, se detallan los objetivos parciales que han guiado la consecución del objetivo principal:

- O1. Describir la capacidad visual mediante el factor espacial del Test PMA.
- O2. Analizar la resolución de una tarea de sentido espacial
- O3. Analizar como los estudiantes reconocen las componentes que intervienen en una tarea de sentido espacial
- O4. Relacionar la capacidad visual de los estudiantes y la forma en que resolvieron la tarea
- O5. Relacionar la capacidad visual de los estudiantes y el análisis de las componentes de la tarea
- O6. Relacionar la forma en que los estudiantes resolvieron la tarea y el análisis de las componentes y viceversa

Para poder alcanzar todos los objetivos propuestos se ha realizado una investigación de tipo cualitativo en la cual, tal y como la definen Hernández, Fernández y Baptista (2006), *se pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis* (p. 12).

4.1.- Los sujetos

Los sujetos que han participado en este estudio son 54 estudiantes del segundo curso del Grado de Educación Primaria del Centro de Magisterio la Inmaculada del curso 2018/2019, de los cuales 30 son mujeres y 24 son hombres. Se ha escogido a los alumnos

de segundo curso ya que uno de los contenidos que trabajan en la asignatura Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria, de la cual el autor de esta investigación era profesor, es el Sentido Espacial.

4.2.- Instrumentos de toma de datos

El primer instrumento que se ha utilizado es la prueba de Aptitudes Mentales Primarias (PMA) (Thurstone y Thurstone, 1976) que permite la evaluación de los factores básicos de la inteligencia: Espacial (E), Razonamiento (R), Numérico (N) y Fluidez Verbal (F). Para nuestro trabajo, usamos la prueba correspondiente al Factor E de concepción espacial, definido como la “aptitud para interpretar y reconocer objetos que cambian de posición en el espacio, manteniendo su estructura interna”.

A los futuros maestros se les aplica el Test PMA Factor E que permite la evaluación de la “visualización estática”, definida como “la aptitud para interpretar y reconocer objetos que cambian de posición en el espacio, manteniendo su estructura interna”. Se exige esta aptitud en la lectura de planos y alzados pues en estas actividades se debe enfocar y localizar perfectamente objetos en el espacio.

El Test se constituye de 20 ítems, en que cada uno presenta un modelo geométrico plano y seis figuras similares en distintas posiciones, como se muestra en el ejemplo de la Figura 3. En un tiempo limitado de 5 minutos los estudiantes debían determinar cuál o cuáles figuras coincidían con el modelo al aplicarle un giro en el plano.

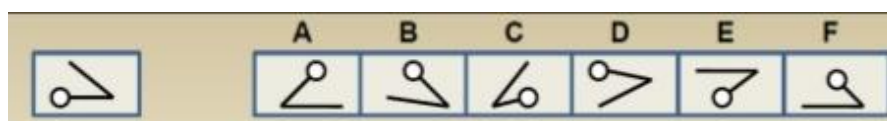


Figura 3: Ejemplo de ítem para el factor espacial de PMA

En los primeros minutos de la primera sesión se les realizó a los alumnos el test PMA-factor E, se separó a los alumnos y se les explicó que se les iba a pasar un test. Se les entregó el test por la cara en la que están redactadas las instrucciones haciéndoles hincapié en que no le dieran la vuelta hasta que se les indicara, también se les entregó la hoja de respuestas. Se leyeron las instrucciones sobre cómo resolver el test y se

contestaron las dudas surgidas. Posteriormente se dio la señal de comienzo de los 5 minutos para resolver la prueba. Pasados los 5 minutos se recogió el test y la hoja de respuestas.

El segundo y tercer instrumento para la toma de datos está adaptado de Flores et al. (2015). Para el segundo instrumento hemos usado la Tarea de resolución que consiste en construir todos los tetraminós posibles e identificar cuáles pueden obtenerse a partir de otros mediante movimientos en el plano. El tercer instrumento ha sido la tarea de análisis, que consiste en analizar las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización puestas en juego.

El segundo y tercer instrumento se pasaron juntos el mismo día, después de haber tenido las 2 sesiones de instrucción que se detallan posteriormente. Antes de pedir a los alumnos que resolvieran la actividad, segundo instrumento, se les explicó que era un tetraminó. El enunciado que viene a continuación es el que se dio como explicación antes de resolución de la tarea.

Todos los alumnos conocían que la ficha de dominó, que está formada por dos cuadrados iguales unidos, por un lado. A partir de esa figura Solomon W. Golomb, catedrático de la Universidad del Sur de California acuñó, en 1953, el término poliminós para indicar todas las figuras que se pueden formar uniendo varios cuadrados iguales siempre mediante un lado completo. La forma de unir dos cuadrados es como puede apreciarse en la figura 4 y ejemplos de triminós pueden verse en la figura 5.

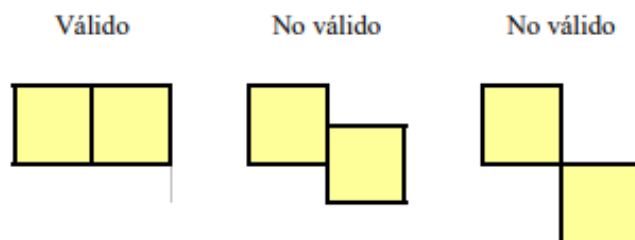


Figura 4: Forma válida de unir dos cuadrados

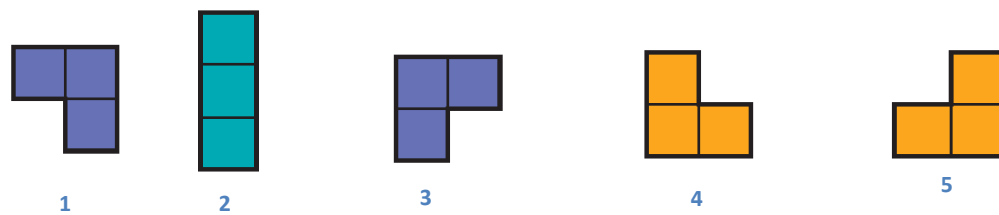


Figura 5: Ejemplos de triminós

Para esta tarea se considera la siguiente definición de igualdad, dos poliminós son iguales si es posible tomar uno de ellos y situarlo sobre el otro. Es decir, son iguales aquellos poliminós que pueden obtenerse uno de otro por algún movimiento (traslación, giro o simetría). En el ejemplo de los triminós, los triminós 1, 3, 4 y 5 serían el mismo triminó. Es decir que solo hay 2 triminós posibles (Figura 6)

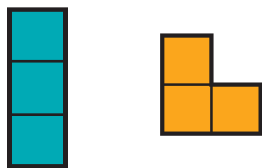


Figura 6: Triminós posibles

Después de esta explicación y dejándoles claro nuevamente que dos poliminós son iguales si se pueden obtenerse uno de otro por algún movimiento (traslación, giro o simetría). Se les entregaron el instrumento dos y tres, y se les dejó una hora para que lo completaran.

Las posibles figuras que podían construir son las siguientes:

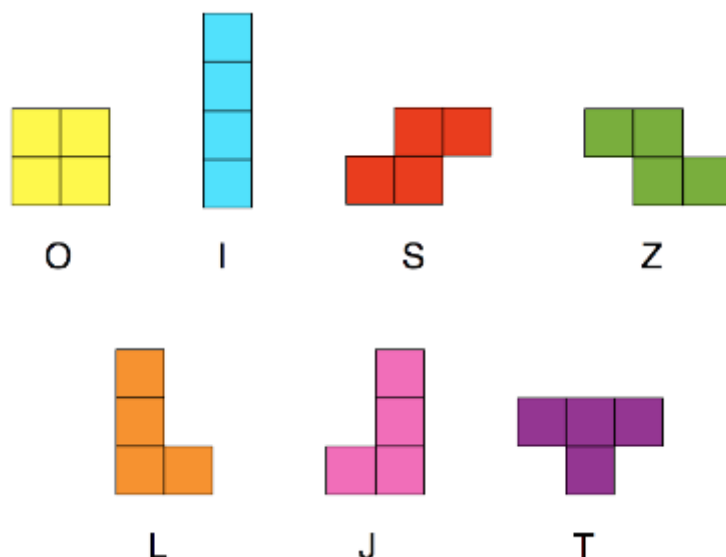


Figura 7: Tetraminós

Según las instrucciones dadas antes de resolver la actividad las figuras S y Z, y las figuras L o J serían la misma figura, ya que ambas pueden obtenerse la una de la otra por Simetría.

La instrucción se realizó en la segunda semana del mes de abril, se impartió a dos grupos de 2º del Grado de Primaria, el grupo A y el grupo B. Tuvo lugar en dos sesiones, dejando una tercera sesión para la realización de la actividad propuesta. Al finalizar el test se inició la instrucción, comenzamos con una pequeña introducción sobre la forma de enseñar Geometría y se abrió un pequeño debate con los alumnos para que comentaran que recuerdos tenían de su etapa en primaria y como fueron instruidos en la enseñanza de la Geometría. Casi todos los comentarios iban centrados en que la enseñanza de la Geometría que recibieron estuvo orientada a aprender fórmulas para resolver ejercicios que se limitaban aplicar esas fórmulas previamente memorizadas. Se les indicó que la Geometría va más allá, que hay que desarrollar habilidades que nos ayuden a resolver problemas espaciales. Esta idea subyace en el concepto de sentido espacial. El problema es que hay una gran diversidad de terminología utilizada por los autores en los diferentes campos de investigación en los que aparece el concepto de sentido espacial. Continuamos la instrucción viendo y comentando las definiciones de sentido espacial ya vistas en el Marco Teórico, quedándonos con la Flores et al. (2015). Para ello se les proyectó un documento con todas las definiciones. Se fueron leyendo y comentando todas y antes de finalizar la sesión se pregunta si tenían dudas o querían comentar algo, al no recibir

ninguna pregunta o comentario se dio por finalizada la sesión

La segunda sesión comenzó recordaron la definición de sentido espacial de Flores et al. (2015) y se presentaron las componentes de Sentido Espacial de los mismos autores. Se expusieron las componentes y leyeron esas componentes, la interacción por parte de los estudiantes fue muy escasa. A continuación, se expusieron las destrezas de visualización de Del Grande (1990), incluidas en el marco teórico. Se utilizó, una proyección en Power point y varios ejemplos para ilustrar cada una de las destrezas. (Figura 8)

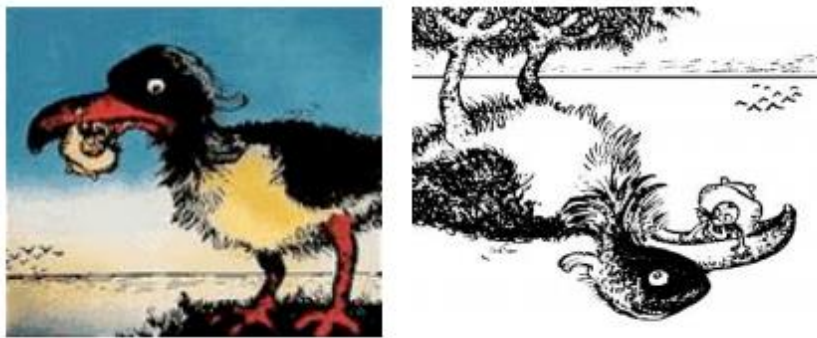


Figura 8: Giro de 180° en las historias de Verbeek. (Ramírez, 2014)

También se proyectaron las habilidades de visualización y actividades para mostrarlas de Ramírez (2012). Ver Figura 9.

Habilidad	Actividades
1.- <u>Coordinación ojo-motor (OM)</u> : coordinar la visión con el movimiento del cuerpo	<i>Seguir caminos con un lápiz, construir bloques según un dibujo, unir puntos en un geoplano, colorear regiones, etc.</i>
2.- <u>Percepción figura-contexto (FC)</u> : reconocer una figura asíndola de su contexto, en el que aparece camuflada o distorsionada por la superposición de otros elementos gráficos	<i>Identificar intersecciones de líneas e intersecciones de figuras, localizar figuras escondidas o figuras solapadas, completar figuras, formar figuras ensambladas (tangram), observar similitudes y diferencias, invertir una figura respecto al contexto, etc.</i>
3.- <u>Conservación de la percepción (CP)</u> : reconocer que un objeto mantiene determinadas propiedades (forma, tamaño, textura...) aunque cambie de posición y deje de verse por completo	<i>Percibir la constancia de forma, constancia de tamaño, constancia de forma con percepción de figura y espacio, tamaño aparente comparado con tamaño real. comparar el tamaño de tres o más figuras, reconocer el mismo objeto desde distintos puntos de vista, etc.</i>
4.- <u>Percepción de la posición en el espacio (PE)</u> : relacionar un objeto en el espacio y respecto a uno mismo; identificar figuras congruentes bajo traslaciones, giros y volteos	<i>Realizar inversiones y rotaciones de figuras enteras, cambiar de posición, representar modelos de espejos, etc.</i>
5.- <u>Percepción de las relaciones espaciales (RE)</u> : identificar correctamente las relaciones entre varios objetos situados simultáneamente en el espacio (equidistancia, simetría, perpendicularidad, posición relativa, etc)	<i>Relacionar la posición de dos o más objetos, identificar las diferencias y similitudes, encontrar el camino más corto a un objetivo, completar una figura, conectar puntos, completar una secuencia, ensamblar partes, construir una figura con cubos, continuar patrones, etc.</i>
6.- <u>Discriminación visual (DV)</u> : identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos independientemente de su posición	<i>Identificar dos objetos que son el mismo, identificar dos objetos que son diferentes, un objeto que es diferente de otros, varios objetos que son los mismos pero diferentes de otros, etc.</i>
7.- <u>Memoria visual (MV)</u> : recordar con exactitud objetos o propiedades y relacionarlos con otros. Memoria fotográfica	<i>Recordar el lugar en el que estaban los objetos, copiar una figura en un geoplano en el que faltan puntos, etc.</i>

Figura 9: Habilidades de visualización y actividades para mostrarlas. (Ramírez, 2012)

Al finalizar la exposición y antes de terminar la sesión se hicieron dos tareas de contenido geométrico para resaltar la funcionalidad de la competencia de comunicar en el aprendizaje geométrico. La primera tarea estuvo basada en el conocido juego del tabú, pero en este caso todas las palabras para adivinar fueron de contenidos geométricos y las tarjetas fueron creadas por los propios alumnos. La segunda tarea consistía en que un alumno que estaba fuera de la clase debía adivinar una figura geométrica dibujada en la pizarra, mediante indicaciones escritas dadas por sus compañeros a través del grupo de WhatsApp de la clase (Ruiz, Flores, Ramírez y Fernández, 2019). Estas tareas se desarrollaron solo para resolverla, sin ningún tipo de análisis. Hay que destacar que la participación de los alumnos a la hora de la exposición fue nula y solo interactuaron de una forma más activa a la hora de realizar los juegos.

En la tercera sesión, que se realizó en la cuarta semana del mes de abril se les pidió que resolvieran una actividad y analizaran las componentes y las habilidades del sentido espacial puestas en juego al resolverla. Hay que destacar que entre la segunda sesión y la tercera tuvieron lugar las vacaciones de Semana Santa, de una semana de duración.

4.3.- Categorías para el análisis de datos

Puesto que el objeto de estudio es el sentido espacial, establecemos como categorías las componentes del sentido espacial. Por un lado, analizaremos los resultados del test y por otro lado las respuestas a la actividad planteada, así como el análisis de las componentes del sentido espacial puestas en juego al resolver la actividad de los tetraminós.

4.3.1 Análisis de la Capacidad Visual

El test se ha corregido y evaluado siguiendo las normas de corrección y puntuación que establece el test PMA factor E, es decir, la puntuación directa (PD) es igual al número de aciertos menos el número de errores ($PD = A - E$), sin tener en cuenta las omisiones. La puntuación máxima que se puede obtener es una puntuación directa de 54 puntos.

4.3.2 Análisis de la Tarea de Resolución

La unidad de análisis que vamos a utilizar es la respuesta completa a la tarea planteada en la tercera sesión. La tarea se dividía en dos, la resolución de la actividad y el análisis de las componentes del sentido espacial. Teniendo en cuenta las posibles respuestas a la actividad, estas se van a analizar según las categorías de la Tabla 2

Tabla 2
Categorías para el análisis de la tarea

Construcción de las posibles	Construye la O	CO	
	Construye la I	CI	
	Construye la T	CT	
	Construye la L o J	CL	
	Construye la S o Z	CS	
Identificación de movimientos	Identificación de giros incorrecta	Identifica incorrectamente dos piezas iguales por un giro	IIPG
		No identifica dos piezas iguales por un giro	NIPG
	Identificación de simetrías incorrecta	Identifica incorrectamente dos piezas iguales por una simetría	IIPS
		No identifica dos piezas iguales por una simetría	NIPS

a) Construcción de tetraminós: Se trata de construir todos los tetraminós posibles sabiendo que dos tetraminós son iguales si es posible tomar uno de ellos y situarlo sobre el otro. Es decir, son iguales aquellos tetraminós que pueden obtenerse uno de otro por algún movimiento (giro o simetría). Se ha tenido en cuenta los tetraminós que ha construido el alumno.

b) Identificación de movimientos: Aquí buscamos que el alumno identifique que otros tetraminós pueden obtenerse a partir de los posibles mediante movimientos en el plano (giros o simetrías). Se ha tenido en cuenta si no identifica por giros o simetrías o identifica de forma incorrecta por giros o simetrías

4.3.3 Análisis de las Componentes

Para el análisis de las componentes del sentido espacial, se han clasificado las respuestas de los alumnos según su pertenencia a cada una de las tres componentes del sentido espacial o a las habilidades de visualización vistas anteriormente en el marco teórico utilizando las categorías de la tabla 3.

- a) Elementos Geométricos: Ya que se trata de reconocer figuras geométricas, se ha tenido en cuenta si el alumno hace alusión al concepto de cuadrado o sus elementos, como lado, vértices, ángulos...
- b) Relaciones Geométricas: Esta componente se basa en reconocer relaciones geométricas, en este caso buscamos que el alumno aprecie cualidades en las formas y en los cuerpos geométricos como la simetría, y los giros. Cuando el estudiante hace alusión a relación de perpendicularidad, paralelismo, medidas de los lados...
- c) Ubicación y movimientos: Reconocible cuando el alumno describe posiciones en el plano, lleva a cabo giros y reconoce en ellos regularidades o elementos invariantes. Cuando hace alusión a los movimientos y sus elementos, movimientos de las figuras, ejes de simetría...
- d) Habilidades: Gutiérrez (1996) considera que la visualización está integrada por cuatro elementos habilidades de visualización, procesos de visualización imágenes mentales y representaciones externas. En este caso solo vamos a analizar las habilidades de visualización.
- Coordinación Ojo-Motor: Se trata de coordinar la visión con el movimiento del cuerpo, por lo que no hemos podido analizarla en este estudio.
 - Percepción Figura-contexto: El alumno hace alusión a elementos de las figuras que aísla de su contexto, como por ejemplo contar el número de cuadrados que forman la figura o una de sus partes...
 - Conservación de la percepción: El alumno hace alusión a que las figuras mantienen su forma, aunque se hayan girado.
 - Percepción de la posición: El alumno hace referencia a la posición que se encuentra los cuadrados, como por ejemplo, “si desplazo un cuadrado obtengo otra figura”
 - Percepción de las relaciones espaciales: Se trata de identificar correctamente las relaciones entre varios objetos situados simultáneamente en el espacio, al ser una tarea en el plano no hemos podido analizarla en el estudio.

- Discriminación visual: Esta habilidad es la específica de la tarea. El alumno hace referencias a las semejanzas y diferencias de dos piezas independientemente de la posición, como por ejemplo, “podemos comparar para diferenciarlos”
- Memoria visual: Es la habilidad para recodar objetos que ya no ve y relacionarlos con otros objetos que puede seguir viendo o no, por lo que no hemos podido analizarla en este estudio

Los autores de la actividad resaltan que las componentes del sentido espacial que intervienen en el proceso de resolución de la misma son la Ubicación y Movimientos y la discriminación visual, pero en general, es necesario poner en juego la conexión de las tres primeras componentes. Se van a analizar esta parte de la visualización porque las habilidades de visualización eran claves para resolver y analizar la tarea propuesta.

Tabla 3
Categorías para el análisis de las componentes

Componentes		
Elementos Geométricos	Menciona la Componente y la justifica	XJ
Relaciones Geométricas	Menciona la componente y no la justifica	X
Ubicación y Movimientos		
Habilidades		
	Ojo-Motor	OM
	Figura-contexto	FC
	Conservación de la percepción	CP
	Percepción de la posición	PP
	Percepción de las relaciones visuales	PR
	Discriminación visual	DV
	Memoria visual	MV

5.- RESULTADOS

En este apartado, vamos a realizar un estudio de los resultados obtenidos tras el análisis de los datos. Describiremos los resultados respondiendo a los diferentes objetivos de investigación.

5.1 Capacidad Visual

Los resultados del Test los hemos clasificado en tres niveles. Para establecer los niveles, se ha dividido la puntuación máxima del test (54 puntos) entre tres y hemos establecido tres categorías o niveles.

- Visualización Baja $PD \leq 18$
- Visualización Media $18 < PD \leq 36$
- Visualización Alta $PD > 36$

El objetivo O1. era describir la capacidad visual mediante un test específico, los resultados del Test han sido los siguientes:

Tabla 4
Resultados del test PMA-E

Nivel	Rango	Alumnos	Porcentaje
Visualización Baja	$PD \leq 18$	18	33,34 %
Visualización Media	$18 < PD \leq 34$	31	57,40 %
Visualización Alta	$PD > 34$	5	9,26 %

Nota: Los resultados detallados de los test se encuentran en el anexo I.

En cuanto a los resultados de los test, los alumnos que hemos clasificado como menos visualizadores presentan un gran número de errores a la hora de resolver el test, tienen una media de 5 errores. En este nivel, encontramos 3 alumnos con Puntuación Directa negativa, es decir más errores que aciertos, el alumno B26 tiene 17 aciertos y 18 errores, el alumno B33 tiene 11 aciertos y 15 errores y el tercero el alumno B34 tiene 6 aciertos y 8 errores. En esta categoría encontramos 3 alumnos que no han cometido ningún error, pero han resuelto pocas preguntas del test, por ejemplo, el alumno B47, únicamente ha contestado a las 4 primeras preguntas del test.

Los alumnos de visualización media presentan similares características a la hora de resolver el test, 13 de los 31 alumnos no presentan ningún error y 12 presentan entre 1 y 2 errores. Han respondido de forma correcta una media de 25 figuras del test con una media de errores de 1,2. Los alumnos de puntuación alta han contestado correctamente una media de 44,4 aciertos, con una media de errores de 0,9. El alumno A42 presenta mayor puntuación directa de 51 puntos con 51 aciertos y ningún error.

5.2 Tarea de Resolución

Las repuestas a la tarea de resolución se han clasificado y codificado usando las categorías de la Tabla 2, donde los datos relativos a la actividad se han recogido de manera detallada siguiendo los criterios que nombrábamos anteriormente y que veremos a modo ejemplo a continuación. Todos los datos están en el anexo II

RESULTADOS

Tabla 5
Ejemplo de tabla utilizado para la recogida de datos sobre la resolución de la tarea.

Alumno	Construcción					Identificación			
	CO	CI	CT	CL	CS	Giros		Simetrías	
						IIPG	NIPG	IIPS	NIPS
A01		X	X	X	X				X
A02	X	X	X	X	X				
A41	X	X		X	X				
A42	X	X	X	X	X				
A43	X	X	X	X	X		X		X
A44		X	X	X	X		X		X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Nota: Se han marcado en rojo cuando no se ha construido esa pieza.

El O2. era analizar la resolución de una tarea de sentido espacial, para ello, hemos clasificado a los alumnos en tres categorías: por un lado, los alumnos que no han sido capaces de construir los 5 tetraminós posibles y, por otro lado, de los que sí han sido capaces los hemos dividido en los que no identifican cuales de los tetraminós pueden obtenerse unos de otros por movimientos en el plano y los que si los identifican. Los resultados han sido los siguientes:

Tabla 6
Resultados de la Tarea de construcción de las piezas

Categoría	Alumnos	Porcentaje
No construye los 5 tetraminós	8	14,81%
Construye los 5 y no identifica todos los movimientos	34	62,97 %
Construye los 5 e identifica todos los movimientos	12	22,22 %

A la hora de clasificar la tarea observamos que muy pocos alumnos no han sido capaces de construir las 5 piezas posibles, ver figura 6, entre estos estudiantes podemos encontrar algunos errores como, por ejemplo, el alumno A1 no ha construido el cuadrado y el alumno B26 no ha construido la T, ver figura 10. El alumno B34 no ha construido la S o Z, ver figura 11.

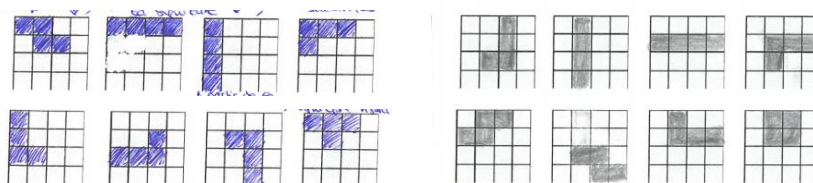


Figura 10: Ejemplos de construcciones de alumnos

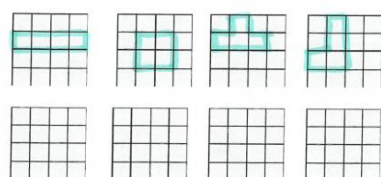


Figura 11: Ejemplos de construcciones de alumnos

Llama la atención que el alumno B9 no ha construido ni la T ni la S, ver figura 12, ha sido el único alumno que ha construido solamente 3 figuras de las 5 posibles.

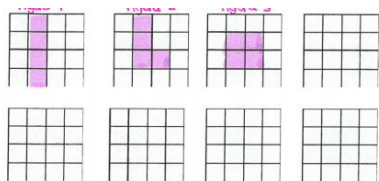


Figura 12: Ejemplos de construcciones de alumnos

En cuanto a los alumnos que sí construyen los cinco tetraminós posibles, encontramos que 12 alumnos construyen correctamente los 5 tetraminós e identifican correctamente unos de otros por movimientos en el plano. Destaca que un número muy grande de alumnos, más del 60 % comete errores en la identificación por simetría o giro. Por ejemplo, en la Figura 13 vemos que el alumno A36 aplica un giro a la L, pero la ficha obtenida es la J, la cual se obtiene por simetría y no por giro.

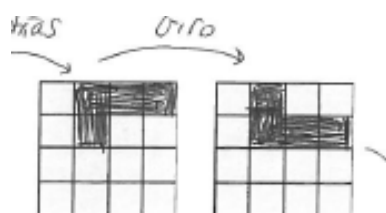


Figura 13: Error al aplicar giro

El alumno A3 comete un error en la pieza T, comenta que la pieza etiquetada por el cómo 4 es igual a la pieza etiquetada como 5 por simetría. Este mismo error se presenta con el alumno A27



Figura 14: Error al aplicar simetría

Destacamos que el alumno A42 el cual sacó la mayor puntuación en el test, fue capaz de resolver la tarea de forma correcta construyendo los 5 tetraminós e identificar

correctamente unos de otros por movimientos en el plano.

5.3 Tarea de Análisis

Para el análisis de las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización puestas en juego nos hemos basado en el lenguaje utilizado por el alumno, hemos analizado sus referencias a las componentes o habilidades y se han clasificado según su pertenencia a cada una de componentes en base a las categorías recogidas en la Tabla 3. A modo de ejemplo puede verse en la tabla 7 la recogida de datos sobre la manifestación de las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización. La tabla completa se encuentra en el anexo III.

Tabla 7

Modelo de tabla utilizado para la recogida de datos sobre la manifestación de las componentes del sentido espacial y las habilidades de visualización

Alumno	Elementos	Relaciones	Ubicación	Habilidades						
				OM	FC	CP	PP	RE	DV	MV
A1				X					X	X
A2	XJ	X	XJ							
A3		X								
A4	X				X			X		
A5							X		X	
A7		XJ	XJ						XJ	
A9										
A13	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
A16		XJ	XJ							
A18										
A19	XJ	XJ		X						X
B21										
B25		XJ						X		
B26	XJ	XJ								
B28	XJ	XJ	XJ	XJ		XJ		XJ		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Nota: Se han marcado en verde aquellas respuestas que se han justificado de forma correcta.

RESULTADOS

Para el O3. Analizar como los estudiantes reconocen las componentes que intervienen en una tarea de sentido espacial, hemos procedido igual que con la tarea de resolución, se han clasificado a los alumnos en tres categorías: por un lado, los alumnos que no han contestado el análisis de las componentes y por otro lado de los que sí han contestado, los hemos dividido en los que identifican de forma justificada las componentes y los que simplemente las mencionan.

Los resultados del análisis de las componentes es el siguiente:

- No contesta 8 alumnos (14,82%)
- Identifica y no justifica 23 alumnos (42,59%)
- Identifica y justifica de forma incorrecta 15 alumnos (27,77%)
- Identifica y justifica de forma correcta 8 alumnos (14,82%)

Sobre el análisis de las componentes observamos que un número bajo de alumnos no hay analizado las componentes dejando ese apartado en blanco. De los alumnos que identifican las componentes 23 alumnos se han limitado a enumerar alguna componente o habilidad de visualización, sin justificar ninguna de ellas. En la figura 14 podemos observar ejemplos de este tipo de respuestas de los alumnos A23 y A30.

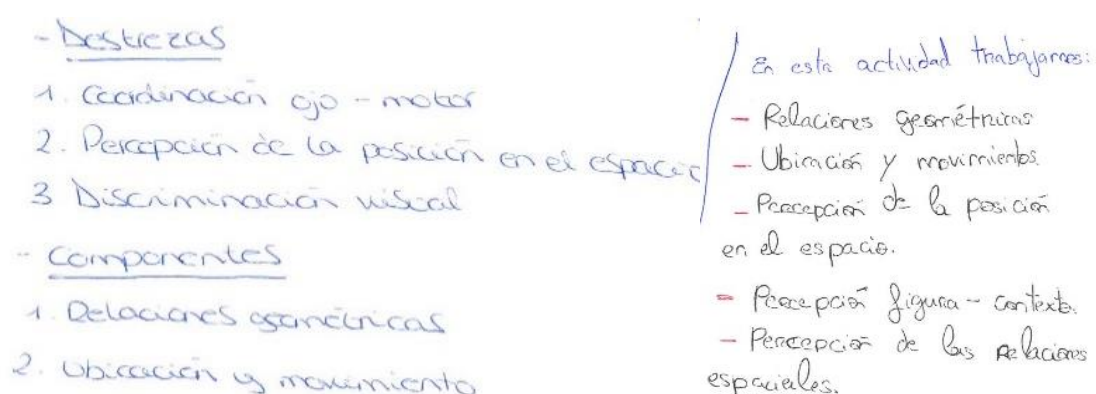


Figura 15: Ejemplos análisis

Hay otros 23 alumnos que identifican las componentes y las justifican, de ellos 11 alumnos justifican de forma correcta alguna de las componentes citadas y otras no las justifica. Solamente 1 alumno justifica de forma correcta las componentes y habilidades

RESULTADOS

que menciona en el análisis de la tarea. Es el alumno A7, sus respuestas pueden verse en la Figura 16. El alumno A42, que fue el que mayor puntuación sacó en los test, identifica y justifica de forma correcta las componentes de sentido espacial que entran en juego, pero se limita a enumerar las habilidades.

De entre los 3 componentes se trabajan:

- Las relaciones simétricas: ya que para formar los tetraminós se puede emplear la simetría
- Ubicación y movimiento: debido a que para formar los tetraminós se han de ir desplazando los cuadrados

Y de las 7 habilidades se trabaja:

- Discriminación visual: ya que para formar los tetraminós se pueden comparar para diferenciarlos.

Figura 16: Ejemplo Análisis

Si nos fijamos en las respuestas dadas por los alumnos, podemos obtener la siguiente tabla, se han tenido en cuenta tanto si se limitan a mencionar la componente o habilidad, como si la han justificado correcta o erróneamente.

Tabla 8
Respuestas del Análisis de las Componentes y Habilidades.

	Elementos	Relaciones	Ubicación	Habilidades						
				OM	FC	CP	PP	RE	DV	MV
IDENTIFICA	33,3%	64,8%	51,5%	33,3%	16,6%	29,6%	33,3%	25,9%	35,1%	22,2%

Lo más destacado de las respuestas dadas por los alumnos ha sido que un porcentaje muy alto han identificado las componentes del sentido espacial que intervienen en el proceso de resolución de la misma, la Ubicación y la Discriminación Visual. Esta

RESULTADOS

última habilidad es la que más veces se ha identificado por parte de los alumnos. La habilidad que menos se ha identificado es la Percepción Figura-contexto. Destacamos que uno de cada tres alumnos ha identificado la Habilidad Coordinación Ojo-Motor y aproximadamente uno de cada cuatro la Habilidad Memoria Visual, cuando estas habilidades no están presentes en la tarea pedida.

5.4 Relación entre puntuación, respuestas y análisis.

Ahora vamos con los Objetivos 3, 4 y 5 que son las Relaciones entre los tres elementos vistos anteriormente la capacidad visual de los estudiantes, la forma en que resolvieron la tarea y el análisis de las componentes de la tarea. Para ver estas tres relaciones vamos a agrupar a los alumnos y compararemos los tres elementos dos a dos. Estas comparaciones no se van a realizar estadísticamente si no cualitativamente.

Comenzamos con la comparación de los resultados del test con el resultado de la resolución de la tarea.

Tabla 9

Comparación resultados del test con la resolución de la tarea

	No construye	Construye y no identifica	Construye e identifica
Visualización Baja	3 (5,55%)	11 (20,37%)	4 (7,40%)
Visualización Media	5 (9,26%)	21 (38,89%)	5 (9,26%)
Visualización Alta	0 (0,00 %)	2 (3,70 %)	3 (5,56%)

Observando la comparación de la capacidad visual con la resolución de la tarea, destacan los alumnos con visualización media que son capaces de Construir los cinco tetraminós, pero que realizan de forma incorrecta la identificación de piezas por giro o simetría.

De los alumnos con menor capacidad visual según el test, más de la mitad es capaz de construir las piezas, pero no identifica de forma correcta los giros o simetrías y un pequeño porcentaje no es capaz de construir todas las piezas, entre ellos encontramos a los alumnos que en el test han tenido una puntuación directa negativa. En la Figura 17

vemos el ejemplo de un alumno con visualización baja que no ha construido la S o Z.

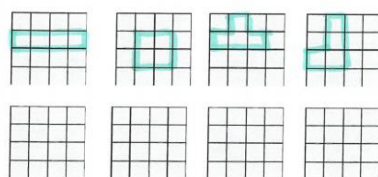


Figura 17: Ejemplo visualización baja

Con los alumnos de visualización media, ocurre lo mismo que con los de visualización baja construye correctamente pero no identifica. Sin embargo, en los alumnos de visualización alta, hay mayor número de alumnos que son capaces de construir correctamente las piezas e identificar los giros y simetrías.

También observamos que hay más estudiantes que nos construyen todas las piezas en la visualización media que en la visualización baja, no teniendo ningún alumno que no haya construido todas las piezas en la visualización alta. De los alumnos que han construido e identificado todos los movimientos, los porcentajes de los 3 grupos de capacidad visual son muy parecidos, siendo un porcentaje mayor los alumnos de visualización media.

Pasamos ahora a comparar los resultados del test con el resultado del análisis de las componentes.

Tabla 10
Comparación resultados del test con el análisis de las componentes

	No contesta	Solo identifica	Identifica y justifica	
			Bien	Mal
VB	3 (5,55%)	9 (16,66%)	0%	6 (11,11%)
VM	5 (9,26%)	13 (24,10%)	7(12,96%)	6 (11,11%)
VA	0%	1 (1,85%)	1(1,85%)	3(5,55%)

RESULTADOS

De entre los alumnos que poseen una capacidad visual alta según los resultados del test, todos han analizado las componentes, pero solo un alumno las ha identificado y justificado de forma correcta. De los alumnos con visualización media, es donde más alumnos se han limitado a enumerar simplemente componentes y habilidades, pero también son los alumnos que han identificado y justificado de forma correcta las componentes y habilidades. De los alumnos con visualización baja, llama la atención que ningún alumno identifica y justifica las componentes de forma correcta.

De los alumnos que no han analizado las componentes, lo han dejado en blanco, encontramos a visualizadores bajo y medios, sin tener ningún visualizador alto en esta categoría. De los alumnos que solo enumeran las componentes el porcentaje más bajo es de los visualizadores altos. En el grupo de alumnos que identifica y justifica las componentes destacamos que ningún alumno con visualización baja lo ha realizado de manera correcta, pero únicamente un alumno de visualización alta lo ha hecho bien. Hay que destacar que con estos datos más del 80% de los alumnos no han analizado las componentes de manera.

Por último, vamos a comparar la resolución de la tarea con el análisis de las componentes.

Tabla 11

Comparación resultados de la resolución de la tarea con el análisis de las componentes

	No contesta	Solo identifica	Identifica y justifica	
			Bien	Mal
No construye	1 (1,85%)	2 (3,70%)	0	5 (9,26%)
Construye y no identifica	5 (9,26%)	16 (26,63%)	4 (7,40%)	6 (11,11%)
Construye e identifica	2 (3,70%)	5 (9,26%)	4 (7,40%)	4 (7,40%)

El porcentaje más alto de alumnos se corresponde con el perfil de alumnos que no han construido todas las piezas, pero no han identificado correctamente los movimientos y se han limitado a enumerar las componentes y habilidades.

De los alumnos que no han construido todos los tetraminós posibles, observamos que ninguno ha analizado y justificado de forma correcta las componentes de la tarea. De los

RESULTADOS

alumnos que han construido todos los tetraminós y han identificado los movimientos llama la atención que un pequeño porcentaje de alumnos no han contestado el análisis de las componentes.

Hay más estudiantes que no contestan el análisis entre los que son capaces de construir todas las piezas, pero no identifican de forma correcta los giro o simetrías. De los alumnos que marcan las componentes y las justifican, pero de forma errónea vemos que el mayor número alumnos corresponde con aquellos que construyen las figuras posibles, pero no identifica los giros y simetrías. De los alumnos que marcan las componentes y las justifican de forma correcta no hay ningún alumno que no haya construido todas las piezas y es el mismo porcentaje los que resuelven la tarea, pero no identifican los giros y simetrías de forma correcta y los que resuelven la tarea de forma correcta.

Tras estos resultados podemos destacar que la capacidad visual de los 52 estudiantes de magisterio que han participado en el estudio es del tipo medio. Prácticamente todos han resuelto de forma correcta la primera parte de la tarea, construir los tetraminós posibles, ya que 46 de los 52 alumnos han construido todas las piezas, pero 34 de estos 46 alumnos tienen problemas con la identificación correcta por giro o simetría. A la hora de analizar la tarea vemos que un número muy bajo de alumnos, solamente 8, analizan y justifican correctamente la tarea.

No podemos establecer con los datos obtenidos ninguna relación consistente entre ser más visualizador y haber resuelto la tarea completa de forma correcta, no obstante, entre los alumnos con mejor visualización, no encontramos ninguno que no haya construido las 5 piezas de forma correcta.

En cuanto si hay relación entre ser más visualizador y haber analizado mejor la tarea, podemos observar que todos los visualizadores altos han analizado la tarea, en contra de algunos visualizadores medios y bajos que han dejado sin realizar el análisis. También destacamos que ningún visualizador bajo ha identificado y justificado de forma correcta las componentes y habilidades. En este caso si podemos afirmar que ser más visualizador ayuda a realizar mejor el análisis de la tarea.

RESULTADOS

Por último, para relacionar la resolución y el análisis de la tarea, podemos afirmar que entre los alumnos que no construyeron todas las piezas posibles, ninguno ha realizado de forma correcta el análisis. La gran mayoría de alumnos que construyen las piezas, pero no identifican los movimientos en plano, solo se limitan a enumerar componentes y habilidades, sin justificarlas.

6.- CONCLUSIONES

Realizamos un balance sobre los resultados obtenidos en relación con los objetivos que nos habíamos propuesto al inicio de nuestra investigación y a los estudios considerados en nuestros antecedentes y el marco teórico. Finalmente, describimos las limitaciones con las que nos hemos encontrado durante su elaboración y mostramos las futuras líneas para continuar esta investigación.

Nuestra investigación ha pretendido ser un aporte a la difícil tarea de comprender cómo los alumnos resuelven y analizan las componentes al resolver una tarea geométrica que requiere de sentido espacial, cubriendo una de las líneas abiertas en el trabajo de Ramírez (2012).

6.1.- Respuesta a las preguntas y objetivos de investigación

Retomamos los objetivos que nos planteábamos con la intención de estudiar la consecución o no de los mismos.

En un primer nivel teníamos el siguiente objetivo general:

O.G.: Analizar la capacidad visual de los estudiantes del segundo curso del Grado de Educación Primaria en un test visual y su relación con su rendimiento tanto en la resolución como en el análisis de las componentes del sentido espacial en una tarea que requiere de este sentido

Este objetivo se concretaba en seis objetivos específicos cuyo cumplimiento examinamos a continuación.

En cuanto al describir la capacidad de los maestros en formación (O1.), se ha trabajado con las puntuaciones obtenida con el test PMA- factor E, estas se han ordenado de menor a menor y han servido para clasificar a los alumnos en tres niveles de visualización. Los resultados muestran que mayoritariamente los futuros maestros son visualizadores

medios ya que presentaron una puntuación media en él test. Solo 5 de ellos obtuvieron una puntuación alta en el test. En estos test estudiantes de Secundaria con talento, en la investigación de Ramírez (2012), obtuvieron puntuaciones altas en la resolución del test. También ha servido para poder relacionar el nivel de visualización con la capacidad de resolución (O4.) y el análisis de una actividad de sentido espacial (O5.)

Asimismo, se han analizado las respuestas a una tarea de sentido espacial (O2.) donde hemos observado que un alto porcentaje de alumnos han cometido errores con los giros y la simetría, este resultado podría relacionarse con la idea de Cruz y Ramírez (2018) donde afirmaban que el mayor número de errores para reconocer si la figura de la respuesta es la misma (salvo giros) o distinta (presencia de simetrías) era en los ítems con pocos elementos, como es nuestro caso.

También se ha analizado como los estudiantes identifican las componentes que intervienen en una tarea de sentido espacial (O3), destacamos que un pequeño grupo de alumnos ha analizado y justificado de forma correcta la tarea planteada. Esto puede apoyar la idea de Gonzato, Godino y Neto (2011), en la que afirman las dificultades de los futuros maestros a la hora de justificar las respuestas e identificar los objetos y procesos puestos en juego en la resolución.

Por otra parte, se ha comparado la capacidad visual de los estudiantes y la forma en que resolvieron la tarea (O4.), observamos que la gran mayoría de alumnos con capacidad visual alta han resuelto la tarea de forma correcta en contra de los visualizadores medios y bajos que no son capaces de resolver la tarea de forma correcta, ya que, aunque prácticamente todos son capaces de construir todas las piezas, fallan a la hora de identificar los giros y las simetrías. Este dato puede coincidir con la investigación de Aznarte (2018) donde afirma que hay un bajo dominio de los contenidos referentes al sentido espacial, en este caso giros y simetrías.

También se ha comparado la capacidad visual de los estudiantes y el análisis de las componentes de la tarea (O5), observando en este caso que aquellos alumnos que analizan y justifican las componentes del sentido espacial de forma correcta tienen una visualización media o alta. Por otro lado, ningún alumno con visualización baja ha analizado de forma correcta las componentes de la tarea. Los alumnos con visualización

baja son los que más se han limitado a señalar componentes. Por lo tanto, parece que hay relación entre mejor capacidad visual y mejor análisis de las componentes de sentido espacial de la tarea propuesta.

Por último, se ha comparado la forma en que los estudiantes resolvieron la tarea y el análisis de las componentes (O6) y se ha observado en primer lugar que entre los alumnos que no han construido todos los tetraminós posibles, ninguno ha analizado de forma correcta las componentes de la tarea. En general de los datos obtenidos no podemos establecer relaciones entre resolver la tarea y analizar de forma correcta las componentes.

6.2.- Aportaciones del estudio

El trabajo aporta información sobre el papel del sentido espacial en la formación de futuros profesores. En este contexto, es relevante conocer tanto la capacidad visual como su conocimiento sobre sentido espacial. En el trabajo se ha evidenciado que la capacidad visual puede influenciar la resolución de tareas que involucren sentido espacial y su posterior análisis. Por ello, este trabajo puede aportar ideas para los procesos formativos sobre sentido espacial en el Grado de Primaria, utilizando tareas de formación que desarrollen el sentido espacial de los estudiantes Ruiz, Flores, Ramírez y Fernández, (2019). En este trabajo hemos visto que la visualización es importante a la hora de resolver la tarea propuesta y analizar las componentes de sentido espacial puestas en juego. Por tanto, pensamos que se debe de dar más importancia al sentido espacial a la hora de trabajar en Geometría. Soto-Andrade (2008) muestra que, a pesar de que el razonamiento visual está contemplado en los currículos, en general, los profesores lo siguen presentando como un argumento auxiliar o introductorio. Por tal motivo, los alumnos no lo consideran como un tipo de razonamiento básico para su formación ni como una acción del todo válida para hacer matemáticas.

Como destaca Fernández (2014), de los futuros maestros presentan importantes carencias en conocimiento común del contenido de visualización y razonamiento espacial. Esto nos hace pensar si el problema de algunos resultados bajos ha sido que los futuros maestros en su etapa en la educación primaria no han recibido una correcta instrucción de estos conceptos. Escrivá et al. (2017) afirman que el reconocimiento de las relaciones espaciales se va adquiriendo a lo largo de Primaria.

6.3.- Limitaciones y futuras líneas

Consideramos una limitación el no disponer de más sesiones de instrucción sobre sentido espacial. Además, creemos el periodo de 10 días que hubo entre la instrucción y la resolución de la tarea fue perjudicial. Además, hay que tener en cuenta que la resolución de la tarea no era evaluable para la nota final del alumno y solo contaba como una tarea computable de participación en clase. Por este motivo pienso que los alumnos no se prepararon para realizar la tarea y el análisis. Otra limitación pudo derivarse de la falta de interés de algunos estudiantes para realizar la tarea, ya que la participación de los alumnos durante la instrucción fue escasa. También hemos tenido la limitación de no poder hacer entrevistas individuales para comentar las respuestas a la actividad planteada, cosa que hubiera sido muy interesante ya que 8 alumnos no han contestado al análisis de la componente. Tampoco se han podido tomar datos en las sesiones, ni hemos podido analizar otros tipos de tareas o realizado otros test. Además, los resultados son concretos de una única tarea relacionado con el sentido espacial, no pudiendo compáralos con otra tarea del mismo tema o con otra de otro contenido matemático como suceden en la investigación de Aznarte (2018).

Una línea de continuación de este trabajo sería profundizar más en el proceso formativo para desarrollar los contenidos relativos al sentido espacial y haberlos evaluado, en consonancia con Battista et al. (1982), ¿La instrucción de geometría que se imparte mejora la capacidad espacial de los futuros maestros de primaria?, pregunta que queda pendiente para una futura línea de investigación.

Una perspectiva de futuro sería desarrollar las entrevistas, proponer nuevas tareas tanto de sentido espacial como de otros contenidos matemáticos. Una posible investigación para completar este trabajo es repetir la investigación con los alumnos de segundo curso del Grado de Primaria del curso 2019/2020, pero mejorando la instrucción y la forma de evaluar la resolución y análisis de la tarea.

7.- REFERENCIAS

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 52(3), 215-241.
- Aznarte, M. (2018). *Análisis del sentido espacial en una prueba de acceso a un programa de estimulación del talento matemático*. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H., y Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 332-340.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. Lester, (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* 843-908. Charlotte, NC: NCTM.
- Bennie, K. y Smit, S. (1999). “*Spatial sense*”: *Translating curriculum innovation into classroom practice*. Paper presented at the 5th Annual Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa (AMESA), Port Elizabeth.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York, NY: Academic Press.
- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 420-464). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Cruz, A. y Ramírez, R. (2018). Componentes del sentido espacial en un test de capacidad espacial. En L. J. Rodríguez Muñoz, L. Muñoz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 211-220). Gijón: SEIEM.
- Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C. y Fernández, M. (2008). Talentos matemáticos: análisis de una muestra. *Faisca: revista de altas capacidades*, 13(15), 30-39.
- Del Grande, J. J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher*, 37(6), 14-20.

- Escrivá, M.T., Beltrán-Meneu, M.J., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016): Habilidades de visualización de estudiantes de Primaria en actividades de geometría espacial. En J.A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (p. 595). Málaga, España: SEIEM
- Escrivá, M.T., Jaime, A., Gutiérrez, A. y Beltrán-Meneu, M.J. (2017). La visualización espacial en estudiantes de Matemáticas de Primaria. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 515). Zaragoza: SEIEM.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Fernández, T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. *Memorias IX Festival Internacional de Matemática*, 21-33.
- Flores, P., Ramírez, R., y Del Río, A. (2015). Sentido espacial. En P. Flores, y L. Rico, *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.
- Gonzato, M., Fernández, T. y Díaz, J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.
- Gonzato, M., Godino, J. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación matemática*, 23(3), 5-37.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 69-85). Lleida. SEIEM.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th P.M.E. Conference*, 1 (pp. 3-19). Valencia, España: Universidad de Valencia.
- Gutiérrez, A. (1998). Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización. *Texto en conferencia invitada en el Encuentro de Investigación en Educación Matemática, TIEM-98*. Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona.

- Gutiérrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. En Flores, P., Ruíz, F. y De la Fuente, M. (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp.13-58). Badajoz: Federación Española de Profesores de Matemáticas y SAEM THALES.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2015). Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 9(2), 53-83.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics resource project: Geometry and visualization*. Palo Alto, CA: Creative Publications.
- Jones, K. Y Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. En Á. Gutiérrez, G. C. Ledery P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 109-149). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Kinach, B. y Coulson, A. (2014). Visualization as learning tool: what should prospective teachers know and teacher educators teach. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle y D. Allan, (Eds.) *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, 1. Vancouver, Canada: PME, p. 245.
- Lea, H. (1990). Spatial concepts in the Kalahari. En O. George Booker, P. Cobb y T. Mendicuti. (Eds.), *Proceedings of 14th PME conference* (pp. 259-266). México: Program Committe of the 14th PME Conference.
- Lean, G. y Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12 (3), 267-299.
- Lohman, D.F. (1987). Dimensions and components of individual differences in spatial abilities. En S.H. Irvine y S.N. News (Eds.). *Intelligence and cognition: Contemporary frames of reference*. (pp. 253-312). Springer, Dordrecht.
- Lupiañez, J. L. y Rico, L. (2015). Aprender las matemáticas escolares. En P. Flores y L. Rico. (Cds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.

- Mizzi, A. (2018). En E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, y L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, p.111). Umeå, Sweden: PME.
- New Jersey Mathematics Coalition (1996). Geometry and spatial sense, Standard 7. En *New Jersey Mathematics Curriculum Framework* (pp. 209-249). Trenton, NJ: New Jersey State Dept. of Education
- NTCM (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Cádiz: SAEM THALES.
- Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía núm. 60, de 17 de marzo de 2015. Sevilla: Conserjería de Educación de la Junta de Andalucía.
- Phillips, L.M., Norris, S.P., y Macnab, J.S. (2010). *Visualization in mathematics, reading and science education*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutiérrez y P.Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 205-235). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.
- Ramírez, R. (2014). En Geometría, Hablemos de-espacio. *En XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: El Sentido de las Matemáticas: Matemáticas son sentido*. (pp.46-58). Baeza. Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES
- Ramírez, R., Beltrán-Meneu, M. J., Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2016). Resolución por Skype de una tarea de visualización cooperativa por una pareja de estudiantes de talento. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T.Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 447-457). Málaga: SEIEM.
- Ramírez, R., Flores, P. y Castro, E. (2010). Visualización y talento matemático: una experiencia docente. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 499-510). Lleida. SEIEM.

- Ramírez, R., Flores, P. y Castro, E. (2012). Habilidades de visualización manifestadas por los alumnos con talento matemático en tareas geométricas. En M. Marín-Rodríguez, N. Climent-Rodríguez (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 11-26). Ciudad Real: SEIEM.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado número 54
- Ruiz, J. F., Flores, P., Ramírez, R., y Fernández, J. A. (2019). Tareas que desarrollan el sentido matemático en la formación inicial de profesores. *Educación MatEMática*, 31(1), 121-143.
- Salgado, M., Berciano, A. y Jiménez-Gestal, C. (2019). Tareas de representación espacial en el aula de tres años: detección de dificultades. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 651). Valladolid: SEIEM.
- Serrano, A., Ramírez, R. y Flores, P. (2018). El sentido espacial sobre traslaciones en un libro de texto. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 117-131
- Sinclair, N. y Bruce, C. D. (2014). Spatial reasoning for young learners. En Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S. y Allan, D.(Eds.).*Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, 1. Vancouver, Canada: PME, p. 173.
- Soto-Andrade, J. (2008). *Mathematics as the art of seeing the invisible*. Comunicación presentada en 11th International Congress in Mathematical Education (ICME), Monterrey, México.

8.- ANEXOS

8.1 Anexo I (Resultados del test)

Alumno	A	E	PD
A01	26	4	22
A02	19	1	18
A03	23	0	23
A04	5	3	2
A05	10	3	7
A07	48	1	47
A09	25	1	24
A13	24	0	24
A16	38	1	37
A18	19	0	19
A19	19	3	16
A20	21	2	19
A23	21	0	21
A24	36	2	34
A27	26	0	26
A28	16	3	13
A29	24	1	23
A30	27	0	27
A35	18	1	17
A36	46	2	44
A37	24	3	21
A38	14	3	11
A39	17	0	17
A40	21	2	19
A41	20	1	19
A42	51	0	51
A43	27	3	24
A44	24	0	24
A49	28	1	27
A50	13	6	7
A51	23	2	21
A52	22	0	22
B04	26	3	23
B05	25	1	24
B09	22	1	21
B10	16	6	10
B17	28	2	26
B21	30	3	27

B25	23	0	23
B26	17	18	-1
B28	39	1	38
B29	27	0	27
B31	19	3	16
B32	17	2	15
B33	11	15	-4
B34	6	8	-2
B35	23	0	23
B37	27	5	22
B41	30	0	30
B42	18	0	18
B43	34	1	33
B44	29	0	29
B47	9	0	9
B48	12	9	3

ANEXOS

8.2 Anexo II (Recogida de datos sobre la resolución de la tarea.)

Alumno	Construcción					Identificación			
	CO	CI	CT	CL	CS	Giros		Simetrías	
						IIPG	NIPG	IIPS	NIPS
A01		X	X	X	X				X
A02	X	X	X	X	X				
A03	X	X	X	X	X		X		
A04	X	X	X	X	X		X	X	
A05	X	X	X	X	X				
A07	X	X	X	X	X		X		X
A09	X	X	X	X	X	X		X	
A13	X	X	X	X	X		X		X
A16	X	X	X	X	X				
A18	X	X	X	X	X		X		X
A19	X	X	X	X	X		X		X
A20	X	X	X	X	X		X	X	
A23	X	X	X	X	X	X			
A24	X	X	X	X	X	X		X	
A27	X	X	X	X	X		X	X	X
A28	X	X	X	X	X		X		X
A29	X	X	X	X	X		X		X
A30	X	X	X	X	X				
A35	X	X	X	X	X		X		X
A36	X	X	X	X	X	X		X	
A37	X	X	X	X	X				
A38	X	X	X	X	X	X		X	
A39	X	X	X	X	X				
A40	X	X	X	X	X				X

ANEXOS

A41	X	X		X	X				
A42	X	X	X	X	X				
A43	X	X	X	X	X		X		X
A44		X	X	X	X		X		X
A49	X	X	X	X	X				X
A50	X	X	X	X	X		X		X
A51	X	X	X	X	X				
A52	X	X	X	X	X		X		
B04	X	X	X	X	X	X			X
B05	X	X	X	X	X		X		X
B09	X	X		X		X		X	
B10	X	X	X	X	X				
B17	X	X	X	X	X				X
B21	X	X	X	X	X		X		X
B25	X	X	X	X	X		X		X
B26	X	X		X	X		X		X
B28	X	X	X	X	X				
B29	X	X	X	X	X		X		X
B31	X	X	X	X	X	X			X
B32	X	X	X	X	X	X			X
B33	X	X	X	X	X		X		X
B34	X	X	X	X					
B35	X	X	X	X	X		X		X
B37	X	X	X	X	X		X		X
B41	X	X	X	X					X
B42	X	X	X	X	X	X		X	
B43	X	X	X	X	X				
B44	X	X	X	X	X				

