

Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

**Discipline ou spécialité :**

Dynamique des fluides

---

**Présentée et soutenue par :**

M. DAMIEN TOUSSAINT

le jeudi 12 novembre 2020

**Titre :**

Couche limite turbulente sur paroi rugueuse : étude expérimentale et modélisation

---

**Ecole doctorale :**

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

**Unité de recherche :**

Département d'Aérodynamique, Energétique et Propulsion (DAEP-ISAE)

**Directeur(s) de Thèse :**

M. FRANCOIS CHEDEVERGNE

M. OLIVIER LEON

**Rapporteurs :**

Mme MARINA OLAZABAL-LOUME, CEA - Cesta LE BARP

M. REMI MANCEAU, CNRS

**Membre(s) du jury :**

M. ERIC GONCALVES DA SILVA, INSTITUT PASTEUR, Président

M. DAVID LE TOUZE, ECOLE CENTRALE NANTES, Membre

M. FRANCOIS CHEDEVERGNE, ONERA TOULOUSE, Membre

M. JEAN-MARC FOUCAUT, ECOLE CENTRALE DE LILLE, Membre

M. OLIVIER LEON, ONERA TOULOUSE, Membre



ONERA, site de Toulouse  
2 Av. Édouard Belin  
31055 Toulouse Cedex 4

Manuscrit de thèse

# **Couche limite turbulente sur paroi rugueuse : étude expérimentale et modélisation**

**Directeur de thèse: François Chedevergne (DMPE/HEAT)**

**Co-directeur de thèse: Olivier Léon (DMPE/HEAT)**

Damien TOUSSAINT

21 septembre 2020

ONERA

La version numérique de ce document permet une navigation aussi aisée que possible dans les différentes parties: les tables des matières, références aux équations figures et tables, les références bibliographiques ainsi que les symboles du texte listés dans la nomenclature sont des liens hypertextes renvoyant à l'élément adéquat (cliquer sur un symbole dans le texte renvoie à son entrée dans la nomenclature). La plupart des logiciels de lecture proposent des raccourcis clavier pour revenir à la page courante (par exemple **Alt+←** pour Adobe Reader).

# Table (réduite) des matières

<b>Introduction</b>	<b>v</b>
<b>I. État de l'art, matériel et méthodes</b>	<b>1</b>
<b>1. Écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>3</b>
1.1. Rappels sur les écoulements turbulents sur paroi lisse . . . . .	4
1.2. Caractérisation géométrique d'une surface rugueuse . . . . .	11
1.3. Effets dynamiques des rugosités . . . . .	14
Bilan . . . . .	20
<b>2. Modélisation des écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>21</b>
2.1. Rappels sur la modélisation de la turbulence . . . . .	22
2.2. Approche par grain de sable équivalent . . . . .	24
2.3. Méthode par éléments discrets rugueux . . . . .	26
2.4. Calculs DNS et LES . . . . .	34
Bilan . . . . .	38
<b>3. Matériels et méthodes</b>	<b>39</b>
3.1. Présentation de la soufflerie S118-2 . . . . .	40
3.2. Rappels sur la vélocimétrie laser Doppler (LDV) . . . . .	41
3.3. Présentation du logiciel Assa . . . . .	44
3.4. Détermination du frottement pariétal et du décalage de paroi . . . . .	44
3.5. Présentation de la chaîne de calculs CEDRE . . . . .	48
Bilan . . . . .	50
<b>II. Démarche, travaux réalisés</b>	<b>51</b>
<b>4. Étude expérimentale d'un écoulement de couche limite turbulente sur paroi rugueuse</b>	<b>53</b>
4.1. Présentation de la maquette d'essai et des échantillons . . . . .	55
4.2. Mise en place du dispositif LDV . . . . .	56
4.3. Mesures préliminaires . . . . .	62
4.4. Mesures sur paroi rugueuse . . . . .	67
4.5. Incertitudes de mesures . . . . .	78
Bilan . . . . .	80
<b>5. Construction d'une base de données numériques d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>85</b>
5.1. Discussion sur le choix de la méthodologie . . . . .	86
5.2. Description de la méthodologie . . . . .	87
5.3. Étude de la représentativité des simulations RANS . . . . .	95
Bilan . . . . .	106
<b>6. Étude des termes DERM</b>	<b>107</b>
6.1. Introduction et rappels . . . . .	108
6.2. Étude des termes DERM . . . . .	108
6.3. Contribution des termes DERM aux contraintes totale et pariétale . . . . .	120
Bilan . . . . .	124

<b>7. Mise en œuvre de calculs DERM</b>	<b>125</b>
7.1. Présentation succincte du code de calcul . . . . .	126
7.2. Validation du modèle ONERA . . . . .	128
Bilan . . . . .	132
<b>Conclusion</b>	<b>133</b>
<b>Annexes</b>	<b>136</b>
<b>A. Définition des opérateurs de moyenne</b>	<b>139</b>
A.1. Moyenne de Reynolds . . . . .	139
A.2. Moyenne de volume . . . . .	139
<b>B. Modèles éléments discrets</b>	<b>141</b>
B.1. Modèle de Aupoix (2016) . . . . .	141
B.2. Modèle de Hanson . . . . .	143
<b>C. Représentativité des simulations RANS</b>	<b>145</b>
<b>D. Article publié dans Physics of Fluids</b>	<b>151</b>
<b>Table (exhaustive) des matières</b>	<b>173</b>
<b>Table des figures</b>	<b>177</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>183</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>187</b>

# Introduction

## Contexte industriel.

Afin de maximiser les performances d'un véhicule ou de tout système impliquant l'écoulement d'un fluide sur ses surfaces, on cherche généralement à disposer des parois les plus lisses possibles. Cependant, il arrive souvent que ces surfaces soient en réalité rugueuses. Divers phénomènes peuvent engendrer un tel état surface : le procédé de fabrication lui-même, des mécanismes de détérioration multiples tels que l'érosion ou l'ablation de la surface, ou encore l'apparition de dépôts sur la paroi. Il arrive également que l'état de la surface soit naturellement rugueux.

Cette problématique des états de surface rugueux touche divers domaines industriels, notamment celui de l'aéronautique qui concerne au premier plan l'ONERA. On peut par exemple mentionner le phénomène de givrage, illustré sur la figure 1, qui apparaît en particulier sur les bords d'attaque des ailes, des nacelles ou sur les parties fixes des moteurs. L'accrétion de givre sur les parois modifie la forme des profils et est susceptible d'engendrer des décollements plus ou moins étendus, diminuant ainsi leurs performances. Des écoulements rugueux peuvent également apparaître dans les turbomachines. En effet, les aubes de compresseur ou de turbines sont soit susceptibles d'être détériorées au cours de leur cycle de vie, à cause de l'ingestion de poussières ou de sable, soit soumises à des dépôts de suies et autres produits de combustion qui rendent la surface rugueuse. Ces rugosités peuvent induire une augmentation des flux de chaleur, qui peuvent devenir problématiques pour la tenue mécanique des aubes ainsi que pour leur durée de vie (Aupoix, 2015b).



FIGURE 1. – Accumulation de givre sur le bord d'attaque d'une aile (ONERA).

Les écoulements sur paroi rugueuse apparaissent également dans bien d'autres domaines, par exemple dans les réseaux de conduites ou de canalisations, dans lesquels les rugosités ont tendance à augmenter la perte de charge. Dans le secteur naval, les coques de bateaux peuvent devenir rugueuses suite à la dégradation des peintures anti-fouling ou à la présence d'algues ou de coquillages qui s'accrochent sur la surface. Ces écoulements apparaissent également en géophysique, par exemple dans le cas d'un écoulement de rivière sur un lit de pierres ou des écoulements atmosphériques sur des canopées urbaines ou de végétations.

La variété des domaines d'apparition de tels écoulements turbulents sur paroi rugueuse explique l'intérêt à la fois industriel et scientifique qui leur est accordé. Par rapport au cas idéal d'un écoulement turbulent sur paroi lisse, la présence de rugosités induit une augmentation de traînée et du flux de chaleur pariétal, jouant un rôle déterminant sur les performances d'un système. La prise en compte des effets des rugosités est ainsi souhaitable dans tout processus de conception.

## Problématique scientifique.

D'un point de vue plus fondamental, les effets aérodynamiques des rugosités, auxquels se limite cette thèse, se manifestent notamment par un décalage vertical  $\Delta u^+$  du profil de vitesse dans la région logarithmique d'un écoulement turbulent – on s'intéressera ici aux écoulements de couche limite et canal. Ils se traduisent également par une modification de la structure de l'écoulement en proche paroi, allant de l'apparition de zones décollées en aval des rugosités jusqu'à la destruction totale de la sous-couche visqueuse. Comme détaillé par [Patel \(1998\)](#), la prise en compte de ces effets induits par les rugosités est généralement un point dur en CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Plusieurs stratégies permettent néanmoins de prédire les effets des rugosités sur un écoulement turbulent, avec des degrés de modélisation plus ou moins fins.

La première, nommée Approche par Grain de Sable équivalent (AGS), trouve ses origines dans les travaux de [Schlichting \(1937\)](#). Cette méthode consiste à ramener une surface rugueuse quelconque à un grain de sable issu des expériences de [Nikuradse \(1937\)](#), caractérisé par sa hauteur notée  $k_s$ . Ce grain de sable, dit « équivalent », est choisi tel qu'il produise la même augmentation de frottement que la surface étudiée dans le régime d'écoulement rugueux établi, dans lequel les pertes de charge, indépendantes des effets visqueux, sont uniquement influencées par les rugosités. Cette approche permet de prédire le coefficient de frottement global de la paroi et est actuellement la seule utilisée dans les codes industriels. Elle présente néanmoins de nombreuses limites, discutées par [Taylor et al. \(1985\)](#) et [Flack \(2018\)](#) et détaillées dans ce manuscrit. On notera notamment que cette méthode est uniquement valide dans le régime régime rugueux établi, que la hauteur  $k_s$  du grain de sable est généralement déterminée à l'aide de corrélations géométriques empiriques dont la validité et l'universalité sont discutables ou encore que l'augmentation de frottement, principalement due à la traînée induite par les rugosités, est simplement imitée par un accroissement du niveau de turbulence en proche paroi et n'est donc pas représentée de manière correcte physiquement.

La seconde approche, notamment utilisée dans le domaine de la recherche, consiste à effectuer des calculs DNS (*Direct Numerical Simulation*) ou LES (*Large Eddy Simulation*) d'écoulements turbulents sur parois rugueuses. Cette méthode permet d'analyser les effets des rugosités en donnant accès de manière précise à l'intégralité des grandeurs dans l'ensemble du domaine de calcul. Elle a été mise en place dans de nombreuses études pour des configurations rugueuses variées, par exemple pour des surfaces constituées de barres à section carré ([Leonardi et al., 2004](#)), de cubes disposés régulièrement ([Castro et al., 2017](#)), des surfaces basées sur du papier de verre ([Thakkar et al., 2018](#)) ou encore des parois constituées d'une distribution aléatoire de rugosités irrégulières ([Jelly et Busse, 2019](#)). Néanmoins, cette approche nécessite un coût de maillage et de calcul conséquent, lié à la prise en compte des plus petites échelles, qui la rend inenvisageable pour des applications industrielles. Ainsi, les calculs DNS et LES sont généralement limités à des nombres de Reynolds de frottement de l'ordre de 1000 (pour un écoulement de canal), bien plus faible que ceux typiquement observés pour les écoulements industriels ou *a minima* pour les écoulements « de recherche » observés expérimentalement (jusqu'à 30 000, [Squire et al. \(2016\)](#)).

Une alternative à ces deux méthodes réside en l'approche par éléments discrets rugueux (DERM pour *Discrete Element Roughness Method*). En procédant à une homogénéisation de l'écoulement, celle-ci permet une prise en compte plus physique des effets rugueux que l'approche AGS sans nécessiter une description fine de la paroi rugueuse, qui est requise pour les calculs DNS ou LES. Cette méthode, qui s'appuie sur les travaux de [Schlichting \(1937\)](#), consiste à prendre en compte l'effet des rugosités sans résoudre explicitement l'écoulement autour de celles-ci, en réalisant une moyenne par tranche horizontale de l'écoulement. [Taylor et al. \(1985\)](#) sont les premiers à proposer une approche formelle pour la méthode DERM, communément nommée modèle standard, pour des écoulements de couche limite. Ils ont notamment mis en avant l'apparition d'un terme de traînée dans l'équation de quantité de mouvement, pour lequel ils ont proposé une fermeture. L'approche DERM a ensuite été étendue aux solveurs RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) par [Aupoix \(2016\)](#) et [Hanson \(2017\)](#). Pour ce faire, une moyenne d'ensemble et une moyenne de volume sont appliquées aux équations de l'écoulement, permettant une prise en compte des

effets de blocage et de pression causés par les rugosités. Cette opération engendre l'apparition de trois termes dans l'équation de quantité de mouvement : le tenseur des contraintes de Reynolds, la force de traînée moyenne agissant sur les rugosités et le tenseur des contraintes dispersives, induit par la topologie de la paroi. Ce dernier terme est absent du modèle standard contrairement aux deux premiers, qui disposent d'un modèle de fermeture. Cette observation interroge sur l'importance de ces tensions dispersives, pour lesquelles un modèle de fermeture est nécessaire pour rendre l'approche DERM fonctionnelle. Elle interroge également sur la validité des fermetures du modèle standard, qui néglige les tensions dispersives.

En résumé, plusieurs approches permettent de prédire les effets d'une paroi rugueuse sur un écoulement turbulent. La première, l'approche AGS, permet d'obtenir le coefficient de frottement global de la paroi. Cette méthode présente un coût de calcul faible, mais souffre de nombreuses limites qui restreignent son utilisation. La seconde, consistant à effectuer des calculs DNS ou LES, permet d'accéder à l'intégralité des grandeurs de l'écoulement, mais le coût de maillage et de calcul est rédhibitoire pour des applications industrielles. L'approche par éléments discrets rugueux (DERM) semble ainsi être un bon compromis entre ces deux approches, en terme de représentation physique des effets rugueux d'une part, et de coût de calcul d'autre part. D'abord limitée au code de couche limite, elle a été étendue aux solveurs RANS. Toutefois, cette extension a introduit de nouveaux termes dans les équations du modèle, qui requièrent la construction et/ou la validation d'un modèle de fermeture. Pour ce faire, des données d'écoulements turbulents sur parois rugueuses sont nécessaires, notamment à proximité des rugosités, où les effets rugueux sont prépondérants. Néanmoins, de telles données sont rares dans la littérature.

Ces manques justifient la présente étude. L'objectif de cette thèse est ainsi de parvenir à une fermeture du modèle DERM en construisant une base de données d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse permettant une description fine des effets dynamiques induits par une surface rugueuse. Ces données, obtenues expérimentalement et par simulation numérique, doivent permettre une meilleure compréhension des mécanismes physiques pilotant les échanges pariétaux en présence de rugosités.

## Organisation du manuscrit.

Le manuscrit est divisé en deux parties. La première partie est constituée de trois chapitres. Le chapitre 1 propose un état de l'art sur les effets d'une surface rugueuse sur un écoulement turbulent. Des rappels sur les écoulements turbulents sur paroi lisse et une présentation des paramètres permettant de caractériser une paroi rugueuse sont également exposés. Le chapitre 2 présente dans le détail les différentes approches de modélisation des effets d'une surface rugueuse sur un écoulement turbulent. L'approche DERM est notamment détaillée. Ensuite, le chapitre 3 décrit les matériels et méthodes utilisés pour cette étude.

La seconde partie du manuscrit détaille la démarche suivie au cours de cette thèse. Cette démarche a consisté, dans un premier temps, à réaliser une étude expérimentale d'un écoulement de couche limite turbulente (CLT) sur paroi rugueuse. Le chapitre 4 présente la mise en place de la campagne d'essais au sein de la soufflerie S118-2. Les statistiques turbulentes sont obtenues à l'aide d'un vélocimètre laser à franges (LDV pour *Laser Doppler Velocimetry*), permettant de mesurer les composantes de vitesse longitudinale et normale à la paroi. Des mesures préliminaires sur parois lisse et rugueuse sont effectuées afin de caractériser l'écoulement de CLT et de s'assurer qu'il est bien canonique. Enfin, les mesures réalisées à différentes stations et différents plans ( $xy$ ) et ( $xz$ ) sont analysées. Une attention particulière est en effet donnée à l'obtention de mesures dans le sillage des rugosités, où la littérature est pauvre en données.

Les données expérimentales obtenues sont limitées à une surface rugueuse et ne permettent qu'une description partielle de la sous-couche rugueuse, du fait des réflexions et des zones d'ombre

induites par la présence des rugosités. Une base de données numérique d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse est ainsi constituée afin de pouvoir étudier les termes apparaissant dans la formulation DERM. Le chapitre 5 décrit la méthodologie suivie pour la construction de cette base de données. Cette méthodologie s'appuie sur la réalisation de simulations RANS d'écoulements de canal turbulents pleinement développés sur parois rugueuses. Les résultats de ces simulations sont validés par comparaison avec des données expérimentales, issues du chapitre 4 ou de la littérature, notamment dans le sillage des rugosités, où la modélisation RANS est susceptible de causer d'importantes erreurs. Huit configurations rugueuses, présentant des caractéristiques géométriques et aérodynamiques distinctes, ont ainsi été étudiées.

Une fois la base de données RANS validée, une analyse des résultats numériques est réalisée dans le chapitre 6. Une moyenne de volume est appliquée à ces résultats RANS afin d'étudier les termes présents dans la formulation DERM. Une analyse détaillée des termes de contraintes de Reynolds, de contraintes dispersives et de force de traînée agissant sur les rugosités est présentée. L'influence de paramètres géométriques et aérodynamiques, tels que la géométrie des éléments rugueux, leur espacement ou le régime d'écoulement, sur ces termes est analysée afin de dresser des pistes de modélisation pour ces derniers. Enfin, les contributions de ces termes aux contraintes totale et pariétale sont décrites.

Pour compléter cette étude, des simulations par éléments discrets rugueux sont mises en place dans le chapitre 7 à l'aide d'un code de calcul d'écoulement de canal développé à l'ONERA. Ce code permet notamment d'évaluer un modèle, dit « ONERA », reposant sur la formulation DERM de [Aupoix \(2016\)](#) et des modèles de fermeture de traînée et de longueur de mélange revisités ([Chedevergne et Forooghi, 2020](#)). L'effet de la modification de ces modèles (par rapport à la formulation DERM standard) sur la résolution de l'écoulement de canal, notamment la région de sous-couche rugueuse, est quantifié.

Ce manuscrit s'achève par un bilan de l'étude menée dans cette thèse et une présentation des perspectives pour la poursuite des travaux.

**Première partie**

**État de l'art, matériel et méthodes**



# Écoulements turbulents sur paroi rugueuse

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter un état de l’art des connaissances sur les écoulements turbulents se développant sur paroi rugueuse. Il permettra notamment d’illustrer dans la suite du manuscrit les enjeux liés à la modélisation des effets, notamment aérodynamiques, des rugosités sur un écoulement.

Ce chapitre débute par des rappels sur la structure des écoulements turbulents se développant sur paroi lisse. Ces rappels sont en effet nécessaires pour mettre en avant les effets de rugosités sur ces mêmes écoulements de paroi. Dans un deuxième temps, les paramètres permettant de caractériser, de manière géométrique et statistique, une surface rugueuse sont détaillés. Ils seront mis à profit, dans la suite, afin de dessiner des tendances d’évolution des effets rugueux. Dans la troisième partie du chapitre, un état de l’art sur l’influence des rugosités sur un écoulement turbulent est présenté. Les effets aérodynamiques induits par la présence des rugosités, se traduisant notamment dans ce contexte par une augmentation du frottement pariétal, sont détaillés.

## Sommaire

<b>1.1. Rappels sur les écoulements turbulents sur paroi lisse</b> . . . . .	<b>4</b>
1.1.1. Rappels sur la turbulence . . . . .	4
1.1.2. Équations RANS du mouvement . . . . .	4
1.1.3. Écoulements de couche limite turbulente sur paroi plane . . . . .	6
1.1.4. Écoulements de canal plan . . . . .	10
<b>1.2. Caractérisation géométrique d’une surface rugueuse</b> . . . . .	<b>11</b>
1.2.1. Rugosités académiques . . . . .	12
1.2.2. Surface aléatoire . . . . .	13
<b>1.3. Effets dynamiques des rugosités</b> . . . . .	<b>14</b>
1.3.1. Travaux fondateurs de Nikuradse et régimes d’écoulement . . . . .	14
1.3.2. Profil de vitesse moyen . . . . .	15
1.3.3. Effets des rugosités sur la structure de la turbulence . . . . .	17
<b>Bilan</b> . . . . .	<b>20</b>

## 1.1. Rappels sur les écoulements turbulents sur paroi lisse

Cette partie vise à effectuer quelques rappels sur la turbulence et les écoulements turbulents sur paroi lisse. Les structures d'une couche limite turbulente (CLT) et d'un écoulement de canal sont notamment détaillées. La majeure partie des développements présentés dans cette section est inspirée des ouvrages de Cousteix (1989) et Pope (2000).

### 1.1.1. Rappels sur la turbulence

Une des premières mises en évidence du phénomène de turbulence a été réalisée à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle par le physicien britannique Osborne Reynolds. Ce dernier a étudié l'écoulement d'un liquide marqué par un colorant dans un conduit cylindrique long. A faible vitesse, l'écoulement est laminaire et le filet de colorant reste stable et parallèle à la paroi. En augmentant progressivement la vitesse du fluide, Reynolds a mis en avant la dispersion progressive du colorant liée à l'apparition de « poches » de turbulence séparées par des « poches » d'écoulement laminaire, phénomène typique du processus de transition. A forte vitesse, le mouvement du fluide devient totalement irrégulier et désorganisé et le colorant est totalement dispersé : l'écoulement est alors pleinement turbulent. Plus que la vitesse, cette transition entre écoulement laminaire et turbulent est liée au nombre adimensionnel dit de Reynolds, défini par :

$$\text{Re} \equiv \frac{LU}{\nu} \quad (1.1)$$

où  $L$ ,  $U$  désignent la distance et la vitesse caractéristique de l'écoulement, et  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide.

Alors que de nombreux écoulements d'intérêt, notamment industriels, sont turbulents, il n'existe pas de définition précise de la turbulence. On notera d'ailleurs que la turbulence est un régime d'écoulement et n'est pas une propriété du fluide (Cousteix, 1989). Il n'existe donc pas de grandeur physique pour la décrire. Elle présente néanmoins quelques caractéristiques propres qui permettent de la décrire (Cousteix, 1989; Pope, 2000), notamment :

- le développement d'instabilités qui tendent à contrer l'effet des forces visqueuses et provoquer la transition vers la turbulence : un écoulement turbulent est donc caractérisé par un fort nombre de Reynolds ;
- une fluctuation aléatoire en temps et en espace des propriétés de l'écoulement (vitesse, pression...);
- un champ de vitesse instationnaire, tridimensionnel et rotationnel ;
- une coexistence d'une large gamme d'échelles (vitesse, longueur...);
- une non prédictibilité des écoulements turbulents ;
- une forte capacité de mélange ;
- une forte diffusivité ;
- une forte dissipation.

L'approche la plus communément utilisée pour décrire de tels écoulements repose sur des outils statistiques. Celle-ci est décrite dans la section suivante.

### 1.1.2. Équations RANS du mouvement

#### Moyenne de Reynolds

Considérons une grandeur  $\phi(\vec{x}, t)$  caractéristique d'un écoulement turbulent. Cette grandeur fluctue rapidement en temps et en espace et peut donc être considérée comme une variable aléatoire. On peut définir sa moyenne d'ensemble, ou de Reynolds, par :

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) \equiv \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi^{(i)}(\vec{x}, t) \quad (1.2)$$

où  $N$  désigne le nombre de réalisations de l'écoulement soumises aux mêmes conditions initiales et limites.

Cet opérateur vérifie certaines propriétés appelées axiomes de Reynolds. Si  $\theta$  désigne une seconde grandeur turbulente et  $\alpha$  une constante, alors :

1.  $\overline{\phi + \theta} = \overline{\phi} + \overline{\theta}$  (linéarité)
2.  $\overline{\alpha\phi} = \alpha\overline{\phi}$
3.  $\overline{\phi\theta} = \overline{\phi}\overline{\theta}$  (projectivité)
4.  $\frac{\partial\overline{\phi}}{\partial t} = \overline{\frac{\partial\phi}{\partial t}}$ ,  $\frac{\partial\overline{\phi}}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial\phi}{\partial x_i}}$  et  $\int \overline{\phi} dx_i dt = \overline{\int \phi dx_i dt}$  (commutativité avec les opérateurs de dérivation et d'intégration)

A partir de cet opérateur de moyenne, on peut décomposer toute grandeur turbulente  $\phi$  en sa partie moyenne  $\overline{\phi}$  et sa partie fluctuante  $\phi'$  telles que :

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \quad (1.3)$$

avec, par définition,  $\overline{\phi'} = 0$ . Cette décomposition est appelée décomposition de Reynolds.

### Équations RANS

Les équations RANS du mouvement sont obtenues en introduisant la décomposition de Reynolds dans les équations du mouvement instantanées et en appliquant ensuite une moyenne de Reynolds.

On se place dans le cas d'un écoulement incompressible. L'équation instantanée de continuité s'exprime, en utilisant la convention de sommation d'Einstein, sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 . \quad (1.4)$$

Ainsi, l'équation de continuité RANS s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 . \quad (1.5)$$

De même, on montre aisément que l'équation RANS de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (1.6)$$

ou encore :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\tau_{V,ij}} + R_{ij}) \quad (1.7)$$

où  $\tau_V$  désigne le tenseur des contraintes visqueuses et  $R$  le tenseur de Reynolds ou des contraintes de Reynolds, défini par  $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ . Ce nouveau terme apparaît dans l'équation de quantité de mouvement suite à la prise de moyenne de Reynolds et correspond au transfert de quantité de mouvement associé aux fluctuations turbulentes de l'écoulement.

On se propose dans la suite de ce chapitre d'étudier des écoulements turbulents délimités par une ou plusieurs parois. Ces écoulements peuvent être soit internes (écoulement de canal et de conduite), soit externes (écoulement de couche limite). On s'intéressera particulièrement aux écoulements de couche limite et de canal, qui seront étudiés dans les chapitres 4 et 5 sur parois rugueuses. Les équations régissant ces écoulements sont décrites ci-après. Par la suite, et dans

l'intégralité du manuscrit,  $x$ ,  $y$  et  $z$  désignent les coordonnées dans les directions longitudinale, normale à la paroi et transversale.

### 1.1.3. Écoulements de couche limite turbulente sur paroi plane

#### Hypothèses générales

On considère ici un écoulement bidimensionnel en moyenne, statistiquement stationnaire et incompressible survenant sur une paroi plane immobile de longueur  $L$ . L'écoulement infini amont est supposé de vitesse  $U_e(x)$  dans la direction longitudinale  $x$  et les statistiques sont considérées comme invariantes dans la direction transverse (suivant l'axe  $z$ ). La condition d'adhérence impose une vitesse nulle à la paroi. On constate ainsi une augmentation de la vitesse longitudinale moyenne, de  $\bar{u} = 0$  à  $\bar{u} = U_e$ , orthogonalement à la surface sur une distance notée  $\delta(x)$  et appelée épaisseur de couche limite. La couche limite se développant dans la direction longitudinale, cette épaisseur, généralement déterminée comme l'altitude  $y$  vérifiant  $\bar{u}/U_e|_{y=\delta} = 0.99$  ou  $0.995$ , augmente suivant  $x$ . On se place dans l'hypothèse d'une couche mince, c'est-à-dire  $\delta/L \ll 1$ .

#### Équations de couche limite turbulente

Considérant ces hypothèses, les équations RANS de continuité et de quantité de mouvement, longitudinale et normale à la paroi, s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (1.8)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{u'^2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \quad (1.9)$$

$$\left\{ \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right\} + \left\{ \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \overline{u'v'} \right) \right\} + \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \right\} - \left\{ \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \right\} \quad (1.10)$$

Les termes inclus dans des accolades sont négligés dans l'approximation de couche limite turbulente, aussi appelée approximation de Prandtl. Celle-ci consiste à simplifier les équations du mouvement par exemple à l'aide d'une analyse des différents ordres de grandeurs, non détaillée ici par soucis de concision.

En intégrant l'équation (1.10) dans la direction normale de  $y$  à  $\infty$ , on obtient l'expression de la pression  $\bar{p}(y)$  au sein de l'écoulement :

$$\frac{\bar{p}(y)}{\rho} = \frac{p_e(x)}{\rho} \quad (1.11)$$

où  $p_e$  désigne la pression de l'écoulement « à l'infini », en dehors de la CLT. On peut maintenant dériver cette relation par rapport à  $x$  afin d'obtenir l'expression du gradient de pression longitudinal présent dans l'équation 1.9 :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} \quad (1.12)$$

Le gradient de pression extérieur à la couche limite peut être exprimé en fonction de la vitesse extérieure  $U_e$  en dérivant la relation de Bernoulli :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} = -U_e \frac{dU_e}{dx} \quad (1.13)$$

En résumé, les équations de couche limite turbulente bidimensionnelle s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = U_e \frac{dU_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \\ \bar{p} = p_e(x) \end{cases} \quad (1.14)$$

### Structure d'une couche limite turbulente

Comme rappelé précédemment, la présence de la paroi impose une condition de non-glissement à l'écoulement du fait de la viscosité du fluide. La couche limite qui se développe sur cette surface peut ainsi être décomposée en au moins deux régions : la région interne, proche de la paroi et dominée par les effets visqueux, et la région externe, où la turbulence est développée (Cousteix, 1989).

**Région interne.** En supposant cette région suffisamment fine, on peut considérer que la contrainte de cisaillement totale  $\tau$  dans cette région se limite aux efforts visqueux pariétaux  $\tau_w$ , c'est-à-dire  $\tau(y) \approx \tau_w = \mu \partial \bar{u} / \partial y|_{y=0}$ . On peut également supposer que l'épaisseur de couche limite  $\delta$ , la vitesse extérieure  $U_e$  et l'éventuel gradient de pression longitudinal n'influent pas sur la structure de l'écoulement dans cette région. Ainsi, le profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}$  est complètement déterminé par la distance à la paroi  $y$ , la contrainte visqueuse pariétale  $\tau_w$ , la masse volumique  $\rho$  et la viscosité dynamique  $\mu$  du fluide :

$$\bar{u} = \bar{u}(y, \tau_w, \rho, \mu) \quad (1.15)$$

A partir de ces cinq variables, on peut définir deux variables sans dimension, appelées variables internes ou de paroi :

$$\bar{u}^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (1.16)$$

où  $u_\tau \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  désigne la vitesse de frottement.

Il apparaît alors que la région interne est caractérisée par deux échelles : une échelle de longueur  $l^* \equiv \mu / (\rho u_\tau)$  et une échelle de vitesse  $u_\tau$ . L'équation (1.15) peut donc se ré-écrire :

$$\bar{u}^+ = f(y^+) \quad (1.17)$$

Cette relation est appelée loi de paroi.

En très proche paroi ( $y$  très faible), la contrainte turbulente étant nulle, la contrainte de cisaillement se limite à la contrainte visqueuse pariétale qui s'écrit  $\tau_w = \mu \partial \bar{u} / \partial y$ . En intégrant et simplifiant cette équation, on obtient l'équation suivante :

$$\bar{u}^+ = y^+ \quad (1.18)$$

Cette relation indique que le profil de vitesse est linéaire en très proche paroi. Elle est valable pour des altitudes où la contrainte visqueuse prime sur la contrainte turbulente. Au delà, pour des distances de l'ordre de  $l^*$ , la viscosité  $\mu$  peut être négligée et l'équation (1.15) devient  $\bar{u} = \bar{u}(y, \tau_w, \rho)$ . Par analyse dimensionnelle, on montre alors :

$$\frac{d\bar{u}^+}{dy^+} y^+ = \frac{1}{\kappa} \quad (1.19)$$

qui, par intégration, devient :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (1.20)$$

$\kappa$  désigne la constante dite de von Kármán et  $B$  correspond à l'ordonnée à l'origine de la loi logarithmique. Cette loi logarithmique est valable dans la région interne, pour des positions  $y$  relativement éloignées de la paroi. En pratique, la loi linéaire (1.17) est valable dans la région de sous-couche visqueuse définie par  $y^+ < 5$  alors que la loi logarithmique (1.20) est valable dans la sous-couche inertielle, caractérisée par  $y^+ > 40$ . Une région, dite tampon ( $5 < y^+ < 40$ ), permet de faire le lien entre ces deux sous-couches. L'association de ces trois zones forme la région interne de la CLT.

**Région externe.** Cette région correspond à la partie de la couche limite pour laquelle la turbulence est pleinement développée, où les contraintes turbulentes priment sur les contraintes visqueuses. Les échelles de longueur et de vitesse caractéristiques de cette région sont respectivement  $\delta$  et  $u_\tau$ . Le choix de l'échelle de vitesse s'est porté sur la vitesse de frottement  $u_\tau$  plutôt que sur la vitesse extérieure  $U_e$  car la région externe est caractérisée par une turbulence pleinement développée et on a, en ordre de grandeur,  $-\overline{u'v'} \approx u_\tau^2$ . On peut montrer que, dans cette région, le profil de vitesse suit la relation suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{u_\tau}{\delta} \Phi' \left( \frac{y}{\delta} \right) \quad (1.21)$$

qui, par intégration suivant  $y$ , devient :

$$\frac{U_e - \bar{u}}{u_\tau} = \Phi(\eta) \quad (1.22)$$

avec  $\eta = y/\delta$ . La relation (1.22) est appelée loi de vitesse déficitaire.

**Zone de recouvrement.** Une zone de recouvrement est nécessaire afin de raccorder les profils de vitesse dans les régions interne et externe décrites précédemment. Dans cette zone, les lois de paroi et de vitesse déficitaire sont valables simultanément. Le raccordement se fait donc à l'extrémité commune des domaines de validité de chacune des lois, à savoir  $y^+ \rightarrow \infty$  pour la loi de paroi et  $\eta \rightarrow 0$  pour la loi de vitesse déficitaire. On peut noter que le rapport de ces deux grandeurs est égal au nombre de Reynolds de frottement :

$$\frac{y^+}{\eta} = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = \delta^+ \quad (1.23)$$

qui correspond également au rapport des échelles de longueur caractéristiques des régions interne  $l^*$  et externe  $\delta$ . Le raccordement n'est donc possible que si  $\delta^+$  tend vers l'infini, ce qui semble raisonnable au vu la différence entre ces échelles de longueur. Par exemple, Jiménez (2004) estime, pour un écoulement d'air sans gradient de pression avec une vitesse extérieure  $U_e \approx 30 - 300 \text{ m s}^{-1}$ , la longueur visqueuse est de l'ordre de  $l^* \sim 2 - 20 \text{ } \mu\text{m}$  et l'épaisseur de couche limite est de l'ordre de quelques centimètres. Le nombre de Reynolds  $\delta^+$  est alors de  $10^3 - 10^4$ , ce qui semble être une séparation des échelles suffisante pour l'existence de la zone de recouvrement.

La zone de raccordement doit assurer la continuité de la vitesse et de sa dérivée. Pour chacune des lois de paroi (1.17) et des vitesses déficitaires (1.22), la dérivée normale de la vitesse s'écrit :

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{u_\tau^2}{\nu} \frac{df}{dy^+} \quad \text{et} \quad \frac{d\bar{u}}{dy} = -\frac{u_\tau}{\delta} \frac{d\Phi}{d\eta} \quad (1.24)$$

Par égalité, et en multipliant chaque membre par  $y/u_\tau$ , on obtient la relation suivante :

$$-\eta \frac{d\Phi}{d\eta} = y^+ \frac{df}{dy^+} \quad (1.25)$$

à savoir l'égalité de deux fonctions dépendant de variables  $y^+$  et  $\eta$  pouvant être considérées comme

indépendantes. Chaque membre de cette relation est donc égale à une même constante notée  $1/\kappa$ . En intégrant la relation (1.25) par rapport à  $y^+$ , on obtient :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (1.26)$$

On retrouve la loi logarithmique (1.20) valable dans la région interne. De nombreuses études expérimentales (Marusic *et al.* (2013) par exemple) soutiennent l'existence de cette région logarithmique pour le profil de vitesse moyenne  $\bar{u}$ , ainsi que pour l'intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}$ . Celle-ci est introduite par l'hypothèse de Townsend (1976) (*attached-eddy hypothesis*) détaillée par ailleurs, et s'exprime sous la forme :

$$\overline{u'^2}^+ = B_1 - A_1 \ln(y/\delta) \quad (1.27)$$

avec  $A_1 = 1.03$  et  $B_1 = 2.39$  (Marusic *et al.*, 1997). Il est souvent difficile de déterminer précisément les limites de cette région logarithmique, c'est-à-dire les limites inférieure et supérieure pour lesquelles les profils de vitesse et d'intensité turbulente dévient de la loi logarithmique (1.26). La limite supérieure est communément prise entre  $0.1\delta$  et  $0.2\delta$  (Marusic *et al.*, 2013). Néanmoins, il n'existe pas de consensus concernant la limite inférieure qui, selon les études réalisées, peut varier significativement (entre  $y^+ = 30$  et  $y^+ = 200$  pour une couche limite se développant sur une plaque plane). Certains estiment plutôt que les effets visqueux disparaissent à partir d'une hauteur en variable de paroi dont l'échelle est  $\delta^+$ , comme Marusic *et al.* (2013) sur paroi lisse et Squire *et al.* (2016) sur parois lisse et rugueuse.

### Représentation du profil de vitesse.

A partir des lois de paroi (1.17) et de vitesse déficitaire (1.22), il est possible de reconstruire un profil de vitesse valable dans toute la couche limite :

$$\bar{u}^+ = f(y^+) + \frac{U_e}{u_\tau} - \Phi(\eta) - \frac{1}{\kappa} \ln y^+ - B \quad (1.28)$$

Une autre façon d'écrire ce profil de vitesse composite est d'introduire une loi de sillage  $w$ , de telle sorte que (Jiménez, 2004) :

$$\bar{u}^+ = f(y^+) + \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B + \frac{2\Pi}{\kappa} w(\eta) \quad (1.29)$$

Cette loi de sillage décrit l'écart entre la vitesse dans la région externe par rapport au comportement logarithmique. Elle est généralement définie telle que  $w(\eta = 1) = 1$ , si bien que le paramètre  $\Pi$  caractérise l'intensité du sillage en terme de déviation par rapport au comportement logarithmique à  $\eta = 1$  (Krug *et al.*, 2017). On dispose de plusieurs modèles pour la fonction de sillage, parmi lesquels ceux de Coles (1956) ou Chauhan *et al.* (2009). Il est néanmoins important de noter qu'il n'y a pas de réelle explication physique derrière la notion de fonction de sillage, celle-ci permettant essentiellement d'approcher des données expérimentales à une loi théorique.

Il existe également différentes représentations analytiques de la loi de paroi, parmi lesquelles on peut citer la formule de Spalding, donnant  $y^+$  en fonction de  $\bar{u}^+$ , ou encore la formule de Musker (1979), donnant quant à elle directement  $\bar{u}^+$  en fonction de  $y^+$ . Sous forme dérivée, cette formule s'écrit :

$$\frac{d\bar{u}^+}{dy^+} = \frac{\frac{(y^+)^2}{\kappa} + \frac{1}{s}}{(y^+)^3 + \frac{(y^+)^2}{\kappa} + \frac{1}{s}} \quad (1.30)$$

où  $s$  est une constante d'intégration. Sous forme intégrée, cette relation devient (Chauhan *et al.*, 2009; Walker, 2014) :

$$\bar{u}^+_{\text{Musker}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y^+ - a}{-a} \right) + \frac{R^2}{a(4\alpha - a)} \times \left[ (4\alpha + a) \ln \left( -\frac{a}{R} \frac{\sqrt{(y^+ - \alpha)^2 + \beta^2}}{y^+ - a} \right) + \frac{\alpha}{\beta} \left( \arctan \left( \frac{y^+ - \alpha}{\beta} \right) + \arctan \left( \frac{\alpha}{\beta} \right) \right) \right] \quad (1.31)$$

avec  $\alpha = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{\kappa} - a \right)$ ,  $\beta = \sqrt{-2a\alpha - \alpha^2}$  et  $R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$  et  $a = -10.3061$ .

Cette relation permet une description analytique d'une couche limite turbulente de la paroi jusqu'au sommet de la région logarithmique. Cette expression peut également être associée à une fonction de sillage afin de décrire l'intégralité de l'écoulement et être utilisée, comme détaillé dans le chapitre 3, pour déterminer la vitesse de frottement  $u_\tau$  à partir de mesures expérimentales.

#### 1.1.4. Écoulements de canal plan

On considère ici un écoulement turbulent apparaissant dans le canal plan de hauteur  $2h$  représenté sur la figure 1.1. On suppose que ce canal est long et qu'il présente une section allongée, tel que  $L/h \gg 1$  et  $l/h \gg 1$ . L'écoulement principal est dans la direction longitudinale  $x$  et la vitesse moyenne varie principalement orthogonalement aux parois horizontales. On suppose que l'écoulement est établi ( $x$  est considéré grand), c'est-à-dire statistiquement stationnaire et uni-dimensionnel. L'équation RANS de continuité s'écrit alors :

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0. \quad (1.32)$$

Comme la vitesse  $\bar{v}$  est nulle à la paroi, elle est identiquement nulle dans l'ensemble du canal. Les équations de conservation longitudinale et normale s'écrivent :

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left( \underbrace{\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'}}_{\tau(y)/\rho} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad \text{selon } x \quad (1.33)$$

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad \text{selon } y \quad (1.34)$$

où  $\tau$  désigne la contrainte de cisaillement totale.

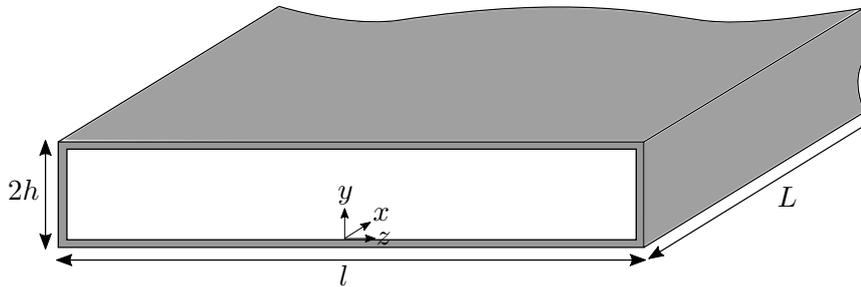


FIGURE 1.1. – Représentation schématique d'un canal plan.

En intégrant l'équation 1.34 par rapport à  $y$ , on obtient l'égalité suivante :

$$\bar{p}(x, y) = p_w(x) \quad (1.35)$$

où  $p_w(x)$  désigne la pression moyenne à la paroi  $y = 0$ . En dérivant cette relation par rapport à  $x$ , on montre que le gradient de pression est uniforme dans l'écoulement :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (1.36)$$

En utilisant cette relation, et en supposant l'écoulement incompressible, l'équation 1.33 peut se ré-écrire :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (1.37)$$

$\tau$  étant une fonction de  $y$  et  $p_w$  étant une fonction de  $x$ , les deux gradients  $\partial \tau / \partial y$  et  $\partial \bar{p} / \partial x$  sont nécessairement constants. On peut alors intégrer l'équation 1.37 pour obtenir l'expression de la contrainte de cisaillement :

$$\tau(y) = \tau_w + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} y \quad (1.38)$$

où  $\tau_w = \mu_t \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0} = -\mu_t \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=2h}$  désigne la contrainte visqueuse pariétale.

En notant que  $\tau(y = 2h) = -\tau_w$ , il vient :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\tau_w}{h} \quad (1.39)$$

La contrainte totale s'écrit alors :

$$\tau(y) = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u'v'} = \tau_w \left( 1 - \frac{y}{h} \right) \quad (1.40)$$

On peut tirer plusieurs conclusions de ces développements. Dans un canal plan, l'écoulement est piloté par le gradient de pression longitudinal entre l'entrée et la sortie du canal. Quand l'écoulement est établi, le gradient de pression moyen est constant et compense le gradient de la contrainte de cisaillement. Le profil de cette contrainte décroît linéairement avec l'altitude  $y$ .

## 1.2. Caractérisation géométrique d'une surface rugueuse

Comme le rappelle Jiménez (2004), les effets de rugosités sur un écoulement apparaissent dès lors que la hauteur des éléments rugueux devient supérieure à quelques échelles de longueur visqueuse  $l^* = \nu / u_\tau$ . Cette hauteur de rugosité peut être facilement déterminée pour des surfaces rugueuses « simples » mais n'est pas nécessairement évidente à définir pour des surfaces plus compliquées. Par ailleurs, elle n'est pas le seul paramètre permettant de définir entièrement une paroi rugueuse. Cette section vise donc à réaliser un inventaire des paramètres utilisés dans la littérature afin de caractériser une telle surface. Comme on le verra dans la suite de ce chapitre et dans la partie 2.4 notamment, on fait souvent varier ces paramètres indépendamment l'un de l'autre afin d'étudier leurs effets respectifs sur l'écoulement. Ils sont également utilisés comme paramètres d'entrée de corrélations empiriques reliant la géométrie des parois rugueuses et leurs effets sur l'écoulement. Ces corrélations sont par exemple utilisées dans le cadre de l'approche par grain de sable équivalent (partie 2.2).

Dans cette partie, on se limite aux rugosités dites tridimensionnelles. Les surfaces bidimensionnelles, c'est-à-dire constituées par exemple de barreaux, rainures ou ondulations disposés transversalement à l'écoulement sur toute la largeur de la surface, ne sont pas considérées ici. Ces dernières présentent des effets distincts des rugosités 3D : elles ne permettent notamment pas à l'écoulement de contourner les rugosités par le côté car elles occupent toute la largeur de la surface et induisent généralement des structures tourbillonnaires de grandes échelles non représentatives de ce que l'on retrouve pour des rugosités 3D distribuées.

On se limite également aux rugosités dites de type  $k$ , que l'on distingue des rugosités de type  $d$ . Cette distinction a été introduite par Perry *et al.* (1969). Succinctement, les effets aérodynamiques des rugosités de type  $k$  dépendent directement de la hauteur de rugosité alors que ceux des rugosités de type  $d$  en sont indépendants : ils sont déterminés par la demi-hauteur du canal ou l'épaisseur de couche limite. Les rugosités de type  $k$  peuvent être vues comme des rugosités protubérantes, celles de type  $d$  comme des trous percés sur une surface plane. Une représentation (très) simplifiée d'un écoulement survenant au-dessus de ces deux types de rugosités est proposée

par Jiménez (2004) et reproduite sur la figure 1.2.

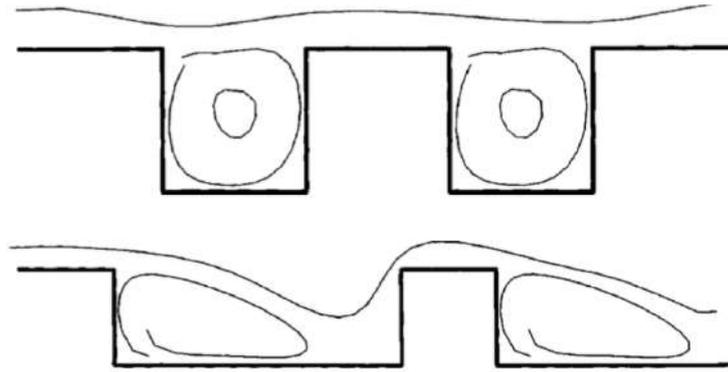


FIGURE 1.2. – Représentation simplifiée de rugosités de type  $d$  (en haut) et  $k$  (en bas). L'écoulement va de la gauche vers la droite. Figure extraite de l'étude de Jiménez (2004).

On distingue enfin les rugosités dites « académiques » des rugosités dites « aléatoires ». Les premières correspondent à des arrangements réguliers d'éléments rugueux de forme géométrique « simple » (sphère, hémisphère, cylindre, cône, pyramide...) et souvent identiques, disposés sur une paroi plane. Ces surfaces sont donc généralement caractérisées par un nombre restreint de paramètres géométriques. Ces paramètres sont maîtrisés au moment de la conception de la surface, au contraire de ceux des rugosités aléatoires. La suite de cette partie présente différents paramètres permettant de caractériser ces deux types de surfaces.

### 1.2.1. Rugosités académiques

Les principaux paramètres géométriques utilisés pour décrire des rugosités académiques ont été introduits par Schlichting (1937), Dirling (1973) et Waigh et Kind (1998). Ils sont illustrés sur la figure 1.3 et permettent de caractériser à la fois un élément rugueux indépendamment des autres et une distribution de rugosités.

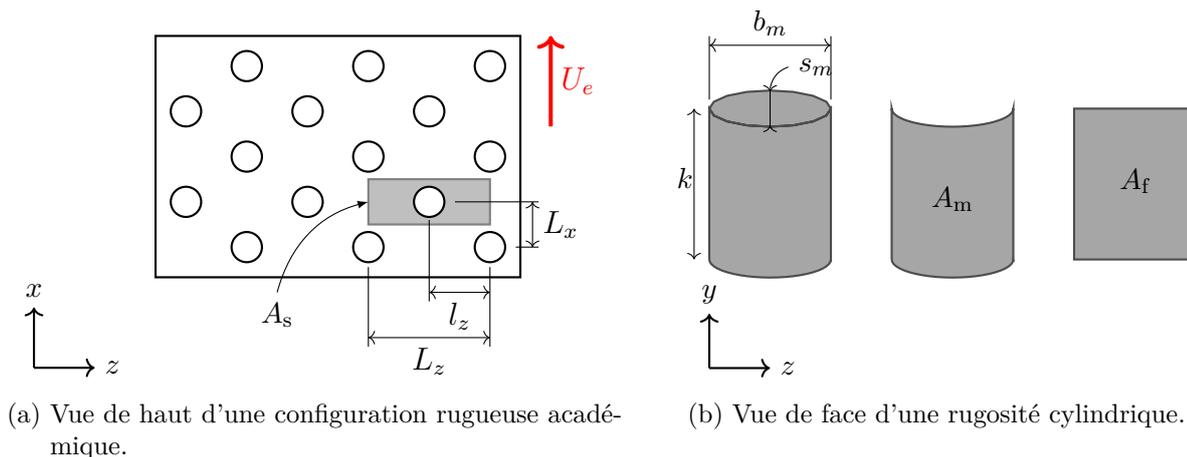


FIGURE 1.3. – Géométrie d'une surface rugueuse académique.

Pour caractériser un élément rugueux de forme géométrique simple, on utilise généralement les paramètres suivants :

- la hauteur de rugosité  $k$  ;
- la dimension longitudinale moyenne  $s_m$  de l'élément rugueux ;
- la dimension transversale moyenne  $b_m$  de l'élément rugueux ;
- la surface frontale  $A_f$  de l'élément rugueux ;
- la surface mouillée (« au vent »)  $A_m$ .

A partir de ces échelles de longueur et de surface, plusieurs paramètres adimensionnels peuvent être définis :

- l'allongement transversal  $k/b_m$  de l'élément rugueux ;
- l'allongement longitudinal  $k/s_m$  ;
- l'émoussement  $A_m/A_f$  qui fournit une estimation de la pente de la face « au vent » de l'élément rugueux.

Plusieurs paramètres sont généralement utilisés pour caractériser une distribution régulière de rugosités :

- la surface moyenne occupée par une rugosité, notée  $A_s$  et définie comme le rapport entre l'aire de la surface de base et le nombre de rugosités présentes sur celle-ci ;
- les espacements longitudinal  $L_x$  et transversal  $L_z$  moyens entre deux rangées identiques de rugosités, et le rapport d'allongement  $L_x/L_z$  ;
- le décalage  $l_z/L_z$ , qui représente l'espacement entre deux rangées transversales consécutives et permet de distinguer les configurations en quinconce des configurations alignées de rugosités ;
- la solidité  $A_f/A_s$ , notamment utilisée par Jiménez (2004) pour distinguer les régimes peu dense et dense.

### 1.2.2. Surface aléatoire

La caractérisation d'une surface aléatoire nécessite de disposer d'informations sur la topologie de la surface. On utilise souvent des profilomètres ou rugosimètres afin d'obtenir des mesures discrètes, le long d'une ligne voire d'un plan, de l'élévation de la surface. A partir de ces mesures, plusieurs paramètres peuvent être définis pour caractériser cette surface. On suppose ici que les élévations sont mesurées par rapport à un plan moyen si bien que la moyenne  $k_{\text{moy}}$  des élévations est nulle, c'est-à-dire :

$$k_{\text{moy}} = \frac{1}{S} \int_S y(x, z) \, dS = 0 \quad (1.41)$$

où  $S$  désigne la projection horizontale de la surface de base et  $y(x, z)$  les élévations de la surface. On peut alors définir, comme Schultz (2002) ou Forooghi *et al.* (2017), la hauteur quadratique moyenne  $k_{RMS}$  par :

$$k_{RMS} = \left( \frac{1}{S} \int_S y(x, z)^2 \, dS \right)^{1/2} \quad (1.42)$$

et s'intéresser aux moments d'ordres supérieurs, tels que le coefficient d'asymétrie (*skewness*)  $Sk$  :

$$Sk = \frac{1}{k_{RMS}^3} \int_S y(x, z)^3 \, dS \quad (1.43)$$

et le coefficient d'aplatissement (*kurtosis*)  $Ku$  :

$$Ku = \frac{1}{k_{RMS}^4} \int_S y(x, z)^4 \, dS \quad (1.44)$$

Ces deux coefficients permettent de caractériser une surface aléatoire par rapport à une surface présentant une distribution gaussienne. Par exemple, une surface ayant un coefficient d'asymétrie positif présente une distribution des élévations « étalée sur la droite » et est donc principalement caractérisée par des pics. Si ce coefficient est négatif, la surface est plutôt constituée de creux (Jelly et Busse, 2018). De même, plus le coefficient d'aplatissement est grand, plus la distribution des élévations est « aplatie ».

On définit également une longueur de corrélation, définie comme la distance pour laquelle la fonction d'autocorrélation suivante (discrétisée pour simplifier) devient inférieure à 0.5 (Schultz,

2002) :

$$C_j = \frac{1}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_i^2} \times \left( \frac{1}{N-1-j} \sum_{i=1}^{N-1-j} y_i y_{i+j} \right) \quad (1.45)$$

où  $y_i$  désigne les élévations discrétisées. La distance de corrélation est ici égale à  $j$  fois le pas de mesure.

Un dernier paramètre couramment utilisé est la pente effective (*effective slope*), notée  $ES$  et définie comme :

$$ES = \frac{1}{L} \int_L \left| \frac{\partial y}{\partial x} \right| dx \quad (1.46)$$

Elle est égale au double de la solidité  $\lambda$ . Cette grandeur étant définie par rapport à la direction longitudinale à l'écoulement, elle n'est pas intrinsèque à la surface : si la surface n'est pas isotrope, la pente effective est susceptible de varier en fonction de la direction de l'écoulement.

## 1.3. Effets dynamiques des rugosités

### 1.3.1. Travaux fondateurs de Nikuradse et régimes d'écoulement

De nombreuses études d'écoulements turbulents sur parois rugueuses ont été effectuées dès le milieu du XIX<sup>ème</sup> siècle ; on peut par exemple citer les recherches de Darcy (1857). Nikuradse (1937) a noté que tous ces travaux étaient limités à de faibles intervalles de nombre de Reynolds et a donc étudié une grande variété de surfaces rugueuses sur une large gamme de nombre de Reynolds. Les travaux de Nikuradse (1937) restent aujourd'hui des travaux de référence pour la caractérisation des effets des rugosités, leurs résultats étant notamment utilisés comme référence dans le cadre de l'approche par grain de sable équivalent décrite dans la partie 2.2.

Nikuradse (1937) a étudié la perte de charge  $\Lambda$  apparaissant dans des conduites de différents diamètres  $d$ , pour plusieurs débits (et donc nombre de Reynolds) et tailles de rugosité. Les parois des conduites sont rendues rugueuses à l'aide de grains de sable de taille identique, ces derniers étant disposés de manière uniforme et dense par application de laque. Six tailles distinctes de grain de sable  $k_s$  ont été testées, chacune présentant une dispersion de l'ordre de 2.5% (Bradshaw, 2000), donnant des rugosités relatives (rapport entre le rayon de la conduite  $r$  et de la taille du grain  $k_s$ )  $r/k_s$  de 15, 30.6, 60, 126, 252 et 507.

La figure 1.4 présente les mesures de pertes de charge réalisées par Nikuradse (1937) en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement dans la conduite. Ces résultats ont permis de mettre en avant trois régimes d'écoulement :

- Le régime aérodynamiquement (ou hydrauliquement) lisse, pour lequel les grains de sable ont un effet négligeable sur la perte de charge : celle-ci suit alors les lois classiques de perte de charge en écoulement laminaire et turbulent pour une conduite lisse (représentées par les droites obliques sur la figure 1.4). Dans ce cas, l'épaisseur de la sous-couche visqueuse est grande devant la taille des grains de sable, si bien qu'ils entraînent une perte d'énergie similaire à celle apparaissant sur une conduite lisse.
- Le régime rugueux établi, caractérisé par une perte de charge indépendante du nombre de Reynolds et donc des phénomènes visqueux (partie droite du graphique). La perte de charge est due aux efforts de pression appliquées sur les rugosités, donnant lieu à des plateaux de niveaux différents en fonction de la taille des éléments rugueux.
- Le régime rugueux de transition, qui se situe entre les deux régimes précédents et dans lequel l'effet des rugosités commence à se faire ressentir. Dans ce régime, la perte de charge dépend à la fois du nombre de Reynolds et de la rugosité relative.

Les limites de ces différents régimes sont déterminées par la hauteur de grain de sable adimensionnée  $k_s^+$  : pour  $k_s^+ \leq 4$ , le régime est aérodynamiquement lisse alors que pour  $k_s^+ \geq 70$ , le régime

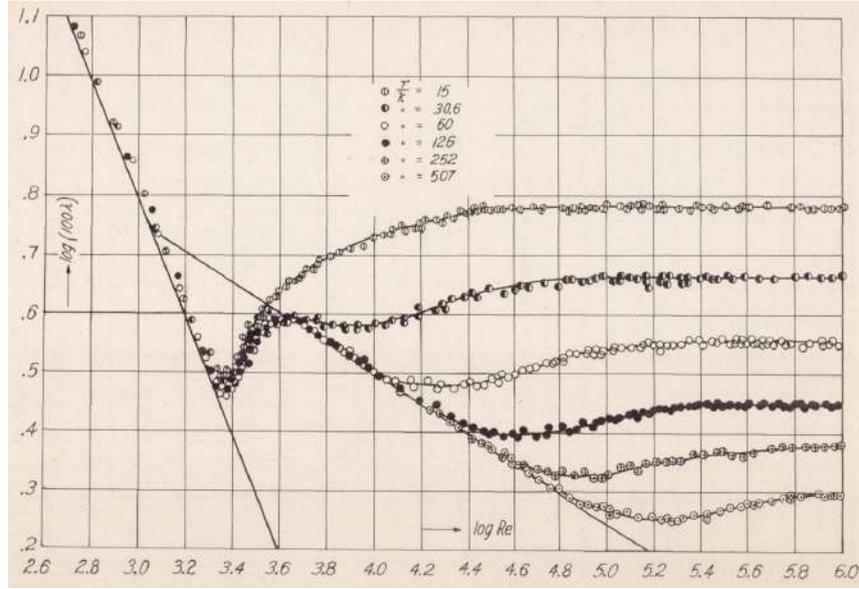


FIGURE 1.4. – Évolution de la perte de charge  $\Lambda$  en fonction du nombre de Reynolds, d'après Nikuradse (1937). Six états de surface différents, caractérisés par le rapport du rayon de la conduite et de la taille  $r/k_s$ .

est rugueux établi. Entre ces deux bornes, le régime est rugueux de transition (Squire *et al.*, 2016).

Nikuradse (1937) a également étudié le profil de vitesse moyen au-dessus des rugosités et a remarqué la présence d'une région logarithmique décalée verticalement par rapport à celle existant sur paroi lisse. Cette observation est détaillée dans la section suivante.

### 1.3.2. Profil de vitesse moyen

#### Régions et lois de vitesse

En utilisant une analyse asymptotique similaire à celle utilisée sur paroi lisse et détaillée dans la section 1.1.3, Raupach *et al.* (1991) propose de séparer tout écoulement de couche limite turbulente apparaissant sur paroi rugueuse en deux zones, une région interne et une région externe, reliées par une zone de recouvrement.

Sur paroi lisse, la région interne est principalement dominée par les effets visqueux. Sur paroi rugueuse, ces effets deviennent moindres et la présence des rugosités tend à détruire, au moins partiellement, la structure classique de l'écoulement en très proche paroi. Cette zone où la structure de la CLT est modifiée par la présence de rugosités et dans laquelle sont concentrés les effets rugueux est appelée sous-couche rugueuse. L'estimation de l'épaisseur de cette sous-couche est généralement basée sur la hauteur de rugosité  $k$  ou la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s$  (définie dans la partie 2.2) ; les valeurs  $5k$  (Raupach *et al.*, 1991) ou  $3k_s$  (Flack *et al.*, 2007) sont fréquentes dans la littérature. Dans cette région, le profil de vitesse est donc caractérisé par la distance à la paroi  $y$ , les échelles de vitesse  $u_\tau$ , de longueur visqueuse  $l^*$  (comme sur paroi lisse), et également par la hauteur de rugosité  $k$  et des longueurs  $L_i$  caractéristiques de la surface rugueuse (par exemple, les dimensions longitudinale et transversale  $s_m$  et  $b_m$  des éléments rugueux et leurs espacements  $L_x$  et  $L_z$ ). Après adimensionnement, on montre que cette région est définie par la loi de paroi suivante :

$$\bar{u}^+ = f\left(y^+, k^+, L_i^+\right) \quad (1.47)$$

La région externe n'est quant à elle pas modifiée par la présence de rugosités : le profil de vitesse ne dépend que des échelles de vitesse  $u_\tau$  et de longueur  $\delta$  et est donc déterminé par la même loi (1.22) de vitesse déficitaire  $\phi(\eta)$  que sur paroi lisse. Ce point est détaillé dans la section 1.3.3.

Par égalité des dérivées normales de la vitesse moyenne aux bornes des régions interne et externe, on montre l'existence d'une région logarithmique, dite aussi région inertielle, définie par :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C(k^+, L_i^+) . \quad (1.48)$$

Cette région existe à condition que les échelles de longueur caractéristiques de la région interne soient faibles devant celles de la région externe, c'est-à-dire  $l^*, k, L_i \ll \delta$ .

Cette expression est souvent ré-écrite de manière à faire apparaître directement le décalage vertical (Perry *et al.*, 1969) :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B - \Delta u^+ . \quad (1.49)$$

où  $\kappa$  et  $B$  représente les valeurs de la constante de von Kármán et de l'ordonnée à l'origine sur paroi lisse, et  $\Delta u^+$  désigne le décalage vertical de la loi logarithmique par rapport au cas d'un écoulement sur paroi lisse. Ce décalage, aussi appelé fonction de rugosité, est nul sur paroi lisse et augmente avec le « niveau » de rugosité de la paroi. L'existence de ce décalage est consistante avec l'augmentation du frottement ou de la perte de charge notée sur paroi rugueuse et reportée par exemple par Nikuradse (1937). En effet, comme la vitesse extérieure  $U_e$  est reliée au coefficient de frottement  $C_f$  par la relation suivante :

$$U_e^+ = \frac{U_e}{u_\tau} = \sqrt{\frac{2}{C_f}}, \quad (1.50)$$

on note qu'un décalage vertical de  $U_e^+$  « vers le bas » correspond bien à une augmentation du coefficient de frottement  $C_f$ .

La loi logarithmique peut être également exprimée sous deux autres formes. La première expression, suggérée par Nikuradse (1937), s'écrit :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y^+}{k_s^+}\right) + A \quad (1.51)$$

avec  $A = 8.48$  en régime rugueux établi. Dans la seconde formulation, généralement utilisée en géophysique, la notion de longueur de rugosité  $y_R$  est introduite de telle sorte que :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y^+}{y_R^+}\right) \quad (1.52)$$

Cette longueur de rugosité est directement reliée à la constante d'intégration  $B$  et à la fonction de rugosité  $\Delta u^+$  :

$$y_R^+ = \exp\left[\kappa(\Delta u^+ - B)\right] . \quad (1.53)$$

### Décalage de la position à la paroi

La présence de rugosités induit un blocage de l'écoulement en proche paroi, qui se traduit notamment par un décalage vertical de l'écoulement moyen. Il convient donc d'ajouter un décalage, noté  $\varepsilon$  et appelé hauteur de déplacement (*displacement height*), à la distance à la paroi  $y$  mesurée. L'équation (1.49) devient alors :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+ - \varepsilon^+) + B - \Delta u^+ . \quad (1.54)$$

La manière la plus simple de définir ce décalage est de considérer la hauteur de la surface « fondue » ou *melt down* (voir partie 2.3), à savoir la surface obtenue si les rugosités étaient fondues et se solidifiaient à une hauteur constante. On peut également prendre en compte l'espace occupé par les décollements autour des rugosités dans cette définition. Néanmoins, Jackson (1981) a montré qu'aucune de ces approches ne donne de résultats satisfaisants. Thom (1971) puis Jackson (1981)

suggèrent plutôt de définir ce décalage comme la hauteur d'application de la force de traînée moyenne agissant sur les rugosités (*momentum absorption height*). Si  $F_D(y)$  désigne la force de traînée (résultant des efforts de viscosité et de pression) agissant sur les rugosités à une altitude  $y$ , alors la hauteur  $\varepsilon$  d'application de la traînée moyenne s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\delta y F_D(y) dy}{\int_0^\delta F_D(y) dy} . \quad (1.55)$$

L'évolution normale de la traînée pouvant être compliquée à obtenir, notamment expérimentalement, d'autres méthodes, dont celle de [Perry et Li \(1990\)](#), ont été proposées afin de déterminer  $\varepsilon$  à partir du profil de vitesse. Ces méthodes sont détaillées dans le chapitre 3.

### Détermination du décalage $\Delta u^+$

Comme mentionné ci-dessus,  $\Delta u^+$  correspond au décalage vertical du profil de vitesse longitudinal moyen induit par la présence de rugosités. Il peut, en d'autres termes, s'exprimer suivant la relation suivante :

$$\Delta u^+ = \bar{u}^+_{\text{lisse}} - \bar{u}^+_{\text{rugueux}} = \left( \sqrt{\frac{2}{C_f}} \right)_{\text{lisse}} - \left( \sqrt{\frac{2}{C_f}} \right)_{\text{rugueux}} . \quad (1.56)$$

Cette définition, illustrée graphiquement sur la figure 1.5, est valable à condition que les profils de vitesse sur parois lisse et rugueuse soient régis par la loi de vitesse déficitaire dans les régions inertielle et externe ([Flack et al., 2005](#)). Par identification des relations (1.49) et (1.51), on montre que la fonction de rugosité  $\Delta u^+$  s'écrit :

$$\Delta u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ + B - A . \quad (1.57)$$

[Nikuradse \(1937\)](#) a proposé, à partir de ses travaux, la représentation suivante pour le coefficient  $A$  :

$$\begin{array}{ll} 1 < k_s^+ < 3.5 & A = B + \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ \\ 3.5 < k_s^+ < 7 & A = 6.59 + 1.52 \ln k_s^+ \\ 7 < k_s^+ < 14 & A = 9.58 \\ 14 < k_s^+ < 68 & A = 11.5 - 0.7 \ln k_s^+ \\ 68 < k_s^+ & A = 8.48 \end{array} \quad (1.58)$$

On remarque notamment que le décalage vertical  $\Delta u^+$  est uniquement dépendant de la hauteur de grain de sable adimensionnée  $k_s^+$ , et comme illustré sur la figure 1.6, que ce décalage augmente linéairement, en échelle semi-logarithmique, avec cette hauteur dans le régime rugueux établi.

### 1.3.3. Effets des rugosités sur la structure de la turbulence

Comme détaillé dans la section précédente et rappelé par [Jiménez \(2004\)](#), la présence de rugosités est susceptible d'influencer un écoulement turbulent dès lors que la hauteur des éléments rugueux est supérieure à quelques longueurs visqueuses  $l^*$ . Le principal effet sur le profil de vitesse moyen est l'apparition d'un décalage vertical de la région logarithmique. Néanmoins, comme l'énergie cinétique turbulente  $\mathcal{K}$  est notamment créée dans cette région, la présence de rugosités est susceptible de modifier l'intégralité de la structure de l'écoulement. Cette section vise ainsi à présenter l'influence d'une paroi rugueuse sur la structure de la turbulence.

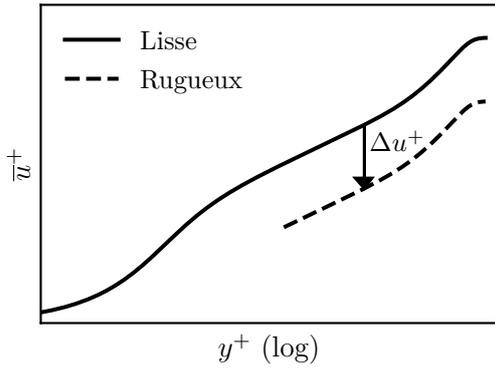


FIGURE 1.5. – Décalage de la loi logarithmique  $\Delta u^+$  sur un profil de vitesse longitudinale moyenne.

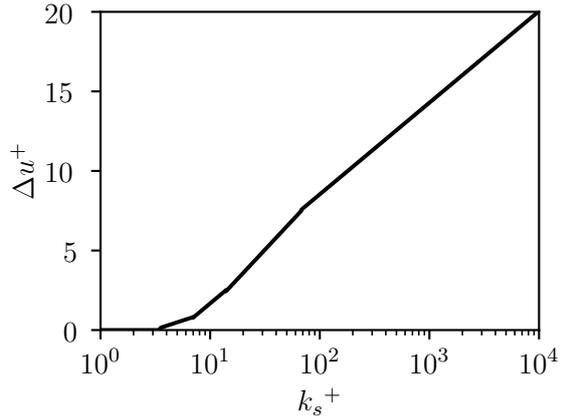


FIGURE 1.6. – Évolution du décalage de la loi logarithmique  $\Delta u^+$  en fonction du grain de sable équivalent  $k_s^+$ .

### Similitude de la région externe

L'hypothèse de similitude de paroi, introduite par [Townsend \(1976\)](#) sur paroi lisse et étendue sur paroi rugueuse par [Raupach \*et al.\* \(1991\)](#), affirme que, en dehors de la sous-couche rugueuse (ou visqueuse pour une paroi lisse), la structure de la turbulence dans une CLT est indépendante de la topologie de la surface et de la viscosité, à condition que le nombre de Reynolds soit suffisamment élevé. Les échelles de longueur et de vitesse sont donc indépendantes de la surface et de la viscosité, la paroi influençant uniquement la vitesse de frottement  $u_\tau$ .

La première conséquence de l'hypothèse de similitude concerne le profil de vitesse dans la région externe, qui suit de fait la même loi de vitesse déficitaire, donnée par la relation (1.22), que sur paroi lisse. Cette hypothèse de similitude s'étend également aux tensions turbulentes  $\overline{u'_i u'_j}$  et aux moments d'ordres supérieurs qui, adimensionnés par la vitesse de frottement  $u_\tau$ , présentent des profils analogues à ceux obtenus sur paroi lisse et qui se recouvrent indépendamment de la topologie de la surface lorsque l'altitude  $y$  est normalisée par  $\delta$ .

Le concept de similitude a fait l'objet de nombreuses contributions dans la littérature. Il a parfois été remis en cause, notamment par [Krogstad \*et al.\* \(1992\)](#), qui ont observé une forte influence des rugosités sur les profils des contraintes de Reynolds, en particulier  $\overline{v'^2}$ , qui se recouvrent dans la région externe. [Jiménez \(2004\)](#) explique cette observation par le fait que les écoulements étudiés par [Krogstad \*et al.\* \(1992\)](#) présentent un rapport  $k/\delta$  trop élevé pour assurer la similitude. Il estime que ce rapport doit être inférieur à 2.5 % pour observer un tel comportement et que tout écoulement présentant un rapport d'échelle plus grand doit plutôt être considéré comme un écoulement autour d'obstacles. [Flack \*et al.\* \(2007\)](#) ont quant à eux observé ce phénomène de similitude jusqu'à  $k/\delta \sim 5$  % pour des rugosités uniformes de type grain de sable et mailles tissées.

Suite à l'étude de [Krogstad \*et al.\* \(1992\)](#), de nombreux travaux ont été effectués afin de valider cette hypothèse de Townsend. On peut par exemple citer [Schultz et Flack \(2005\)](#) qui ont analysé des écoulements de CLT ( $4000 \leq Re_\theta \leq 15\,000$ ) sur des parois constituées de sphères collées entre elles, [Flack et Schultz \(2014\)](#) qui ont étudié des écoulements de CLT ( $5000 \leq Re_\theta \leq 30\,000$ ,  $k/\delta \leq 4$  %) sur des surfaces composées de rugosités bi- et tridimensionnelles académiques et aléatoires ou encore [Squire \*et al.\* \(2016\)](#) qui se sont intéressés à des écoulements de CLT à haut nombre de Reynolds ( $3000 \leq \delta^+ \leq 30\,000$ ,  $k_s/\delta \leq 2$  %) sur des parois de type papier de verre. Ces contributions ont balayé les régimes rugueux de transition et rugueux établi, et ont fourni des résultats venant appuyer l'existence de la similitude de paroi sur surface rugueuse.

### Écoulement dans la sous-couche rugueuse

Comme mentionné précédemment, la présence de rugosités entraîne dans le régime pleinement rugueux une disparition de la sous-couche visqueuse et une modification de la structure de l'écoulement en proche paroi. Cette zone fortement influencée par la présence des rugosités est appelée sous-couche rugueuse, qui est généralement assez épaisse. Raupach *et al.* (1991) estime l'épaisseur de cette sous-couche entre deux et cinq fois la hauteur de rugosité. Flack *et al.* (2007) exprime cette épaisseur plutôt en fonction du grain de sable équivalent  $k_s$  et l'estime à  $3k_s$ . Squire *et al.* (2016) considère que cette hauteur dépend plutôt de  $\sqrt{\delta^+}$ .

Pour des altitudes inférieures à la hauteur des rugosités, l'influence des éléments rugueux se manifeste notamment par un blocage de l'écoulement, qui se traduit par un contournement des rugosités et l'apparition de zones décollées en aval des éléments rugueux. Une forte variation spatiale du champ de vitesse est ainsi observée dans cette région. Comme le rappelle Jiménez (2004), la structure du champ de vitesse est très dépendante de la topologie de la surface dans cette région, et n'est donc pas décrit plus en détails dans cet état de l'art. Les chapitres 4 et 5 détailleront, pour les éléments rugueux étudiés dans le cadre de cette thèse, les variations du champ de vitesse dans la sous-couche rugueuse.

Comme détaillé précédemment, les profils de variance de vitesse  $\overline{u_i'^2}^+$  présentent une similitude dans la région externe (pour  $y/\delta \geq 0.1 - 0.4$  selon les études) en présence de rugosités. La présence d'une région logarithmique dans le profil de  $\overline{u'^2}^+$  est notamment constatée, conformément à l'hypothèse des tourbillons attachés à la paroi de Townsend (1976). En revanche, les rugosités exercent une influence sur ces variances, notamment  $\overline{u'^2}^+$ , dans la région interne. En effet, une diminution progressive de l'amplitude du pic de  $\overline{u'^2}^+$ , présent sur paroi lisse pour  $y^+ \sim 15$  du fait du fort gradient de vitesse existant en proche paroi, est observée lorsque le grain de sable équivalent  $k_s^+$  augmente. Ce pic disparaît totalement en régime rugueux établi et un maximum apparaît alors dans la région logarithmique.

## Bilan

Cet état de l'art a tout d'abord permis d'effectuer des rappels sur les écoulements turbulents se développant sur paroi lisse, notamment les écoulements de couche limite turbulente et de canal turbulent pleinement développé. Les équations et le comportement de ces deux types d'écoulement ont été détaillés. Ces propriétés servent de référence pour quantifier les effets d'une paroi rugueuse sur de tels écoulements.

Dans la seconde partie, nous avons introduit de nombreux paramètres géométriques et statistiques permettant de caractériser tout type de surface rugueuse tridimensionnelle, académique ou aléatoire. Ces paramètres, notamment utilisés comme argument d'entrée de corrélations géométriques dans le cadre de l'approche par grain de sable équivalent introduite dans le chapitre 2, seront également mis à profit dans le chapitre 6 afin de dessiner des tendances d'évolution des effets rugueux.

Enfin, nous avons décrit les effets dynamiques induits par une paroi rugueuse sur un écoulement turbulent. Ces effets se traduisent notamment, pour le profil de vitesse longitudinal moyen, par un décalage vertical de la zone logarithmique d'une quantité  $\Delta u^+$ , appelée fonction de rugosité. Ce décalage est quasi-nul dans le régime aérodynamiquement lisse, où les éléments rugueux ne perturbent pas la structure de la sous-couche visqueuse, et évolue linéairement avec le grain de sable équivalent  $k_s^+$  en régime rugueux établi, où cette sous-couche est totalement détruite et où la perte de charge est indépendante du nombre de Reynolds pour un écoulement de canal ou de conduite. Entre ces deux régimes d'écoulement, la perte de charge dépend à la fois des effets visqueux et des efforts de pression appliqués sur les rugosités. La présence de rugosités sur la paroi entraîne également une disparition du pic d'intensité turbulente longitudinale, qui apparaît sur paroi lisse à une altitude  $y^+ \approx 15$ , et une modification profonde de la structure de l'écoulement dans la sous-couche rugueuse.

Comme l'a montré Patel (1998), la prise en compte des effets des rugosités sur un écoulement est un point délicat en CFD. Celle-ci nécessite en effet une résolution importante afin de capturer les gradients de vitesse et des quantités turbulentes au plus près des rugosités. Plusieurs stratégies de modélisation existent dans la littérature ; elles sont détaillées dans le chapitre 2.

# Modélisation des écoulements turbulents sur paroi rugueuse

Dans le chapitre précédent, l'influence des rugosités sur la structure d'un écoulement turbulent a été mis en avant. Ce deuxième chapitre a pour objectif de proposer un état de l'art des principales méthodes de modélisation des effets rugueux sur un écoulement turbulent. Ce chapitre aborde tout d'abord quelques rappels sur la modélisation de la turbulence. Ensuite, différentes approches de modélisation des effets rugueux sont présentées en fonction de leur niveau de modélisation, en allant de la prise en compte la plus grossière des effets des rugosités à la plus fine. L'approche par grain de sable équivalent, consistant à ramener une rugueuse quelconque à une surface de référence *via* des corrélations empiriques, est détaillée en premier. La méthode par éléments discrets rugueux, dont l'objectif est de prendre en compte les effets des rugosités de façon moyennée, est ensuite présentée. Enfin, ce chapitre décrit le calcul, notamment par DNS ou LES, d'écoulement autour de rugosités. Les avantages et les limites de chacune de ces approches sont présentés afin de permettre de justifier l'intérêt de la méthode choisie et approfondie dans cette thèse.

## Sommaire

---

<b>2.1. Rappels sur la modélisation de la turbulence</b>	<b>22</b>
2.1.1. Direct Numerical Simulation	22
2.1.2. Large Eddy Simulation	22
2.1.3. RANS	22
<b>2.2. Approche par grain de sable équivalent</b>	<b>24</b>
2.2.1. Principe général	24
2.2.2. Détermination du grain de sable équivalent	24
2.2.3. Modification du modèle de turbulence	24
2.2.4. Bilan	25
<b>2.3. Méthode par éléments discrets rugueux</b>	<b>26</b>
2.3.1. Introduction, principe général	26
2.3.2. Modèle standard	26
2.3.3. Prise de moyenne de volume	29
<b>2.4. Calculs DNS et LES</b>	<b>34</b>
<b>Bilan</b>	<b>38</b>

---

## 2.1. Rappels sur la modélisation de la turbulence

Cette section effectue des rappels sur les différentes approches de modélisation des écoulements turbulents généralement utilisées sur paroi lisse. L'objectif est d'introduire des outils qui seront utilisés au cours du manuscrit. On s'intéressera notamment aux calculs DNS et LES, qui sont utilisés dans la littérature pour la résolution d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse (partie 2.4) ainsi qu'aux principes des simulations RANS, qui seront mises en œuvre dans le chapitre 5.

### 2.1.1. Direct Numerical Simulation

Comme rappelé dans la partie 1.1, la turbulence présente des échelles de temps et d'espace très variées. Le principe général de la DNS (*Direct Numerical Simulation*) consiste à résoudre l'intégralité de ces échelles de la turbulence, sans aucune modélisation. Le domaine de calcul doit donc inclure les plus grands tourbillons et la taille des plus petites mailles est imposée par l'échelle de Kolmogorov. Il s'agit de l'approche la plus précise, mais également de la plus coûteuse. On peut en effet montrer qu'un calcul DNS nécessite un nombre de mailles de l'ordre de  $Re_t^{9/4}$  et un nombre d'itérations en temps de l'ordre de  $Re_t^{1/2}$ , où  $Re_t \equiv \frac{u l}{\nu}$  correspond au nombre de Reynolds des plus grands tourbillons. Cette approche constitue donc principalement un outil recherche.

### 2.1.2. Large Eddy Simulation

La LES (*Large Eddy Simulation*) consiste à résoudre explicitement les structures de grande échelle et de modéliser les tourbillons plus petits que le maillage. Pour ce faire, chaque variable de l'écoulement  $\phi$  est décomposée en utilisant un filtre de convolution, tel que :

$$\phi = \phi^{(r)} + \phi^{(nr)} \quad (2.1)$$

où  $\phi^{(r)}$  désigne la partie résolue (ou grande échelle) de la grandeur  $\phi$  et  $\phi^{(nr)}$  la partie non-résolue (ou sous-maille). L'application d'un tel filtre aux équations du mouvement fait apparaître de nouveaux termes, principalement le tenseur des contraintes de sous-mailles, pour lequel de nombreux modèles (non détaillés ici) existent.

La LES se situe entre la DNS et l'approche RANS en termes de précision et de coût de calcul. Néanmoins, cette dernière reste actuellement la plus utilisée dans l'industrie.

### 2.1.3. RANS

Comme détaillé dans le chapitre 1, la prise de moyenne de Reynolds a introduit un nouveau terme dans l'équation de quantité de mouvement, le tenseur de Reynolds  $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$  (ainsi qu'un terme de transfert de chaleur turbulent dans l'équation de l'énergie détaillée ici). Un modèle de turbulence est nécessaire pour évaluer ce terme et ainsi fermer le système d'équations. On distingue principalement deux types de modèles :

- Les modèles du premier ordre, qui consistent à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide d'une viscosité turbulente  $\mu_t$  : les moments d'ordre 2 ( $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ ) sont évalués à partir des moments d'ordre 1.
- Les modèles du second ordre, qui visent à résoudre directement les équations de transport du tenseur de Reynolds, qui font intervenir des moments d'ordres supérieurs : ces derniers sont évalués à partir des moments d'ordre 1 et 2.

La suite de ce chapitre se limite aux modèles du premier ordre. Ces derniers s'appuient sur l'hypothèse de Boussinesq, qui a proposé de relier les contraintes de Reynolds à l'écoulement moyen afin de fermer le système d'équations RANS. Par analogie avec la théorie cinétique des gaz et le tenseur des contraintes visqueuses, Boussinesq a relié la contrainte turbulente cisailée

$-\overline{\rho u'v'}$  au gradient normal de vitesse axiale  $\partial\bar{u}/\partial y$  par l'intermédiaire d'une viscosité turbulente  $\mu_t$ . Par la suite, cette relation a été étendue au tenseur de Reynolds, et s'écrit :

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho \mathcal{K} \delta_{ij} \quad (2.2)$$

où  $\mathcal{K}$  est l'énergie cinétique turbulente. Il existe de nombreux modèles de viscosité turbulente, que l'on peut séparer en deux classes : les modèles algébriques et les modèles à une ou plusieurs équations de transport.

### Modèles algébriques

Les modèles algébriques ou à zéro équation de transport définissent la viscosité turbulente à partir d'une échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Ce type de modélisation est particulièrement utilisée pour des écoulements simples cisailés bidimensionnels, tels que les jets plans, les écoulements de canal ou de couche limite turbulente. Pour ces écoulements, seule la contrainte de Reynolds  $-\overline{\rho u'v'}$  intervient dans les équations du mouvement. L'approximation de Boussinesq (2.2) devient alors :

$$-\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.3)$$

Prandtl (1925) a évalué la viscosité turbulente comme suit :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (2.4)$$

où  $l_m$  désigne la longueur de mélange de Prandtl. Cette grandeur est une propriété de l'écoulement, et a été définie empiriquement pour différents cas d'écoulements. Pour une couche limite turbulente, on utilise généralement une longueur de mélange linéaire permettant de retrouver la zone logarithmique, associée à la fonction d'amortissement  $F_{VD}$  de Van Driest (1956) :

$$l_m(y) = \kappa y F_{VD}(y) \quad (2.5)$$

où  $\kappa$  désigne la constante de von Kármán. La fonction d'amortissement  $F_{VD}$  est définie par :

$$F_{VD}(y) = 1 - \exp\left(-y^+/26\right). \quad (2.6)$$

Elle permet de reproduire le comportement de la couche limite en proche paroi.

Pour un écoulement de conduite ou de canal, Nikuradse (1937) a proposé l'expression polynomiale suivante :

$$l_m(y) = h \left[ 0.14 - 0.08 \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2 - 0.06 \left(1 - \frac{y}{h}\right)^4 \right] \quad (2.7)$$

où  $h$  désigne la demi-hauteur du canal ou le rayon de la conduite. La longueur de mélange pour un écoulement de canal est donc, comme l'indique Nikuradse (1937), directement reliée au rapport  $\tau/\tau_w$ , qui d'après la relation (1.40), est égal à  $(1 - y/h)$ . Cette relation empirique 2.7 présente par ailleurs une pente à l'origine de 0.4, qui correspond à la valeur de la constante de von Kármán  $\kappa$  pour un écoulement de canal (Nagib et Chauhan, 2008a). Cette longueur de mélange a donc, en proche paroi, le même comportement que celle de l'équation (2.5). De même, cette relation est généralement associée à la fonction d'amortissement de Van Driest (1956) (Antoniali et Silveira-Neto, 2018).

### Modèles à une ou plusieurs équation(s) de transport

Les modèles algébriques, particulièrement adaptés aux écoulements simples pour lesquels ils ont été conçus, sont difficilement exploitables pour des écoulements plus complexes. Pour ces

configurations, on utilise plutôt des modèles de turbulence à une ou plusieurs équations de transport. Le modèle de Spalart-Allmaras (Spalart et Allmaras, 1992), qui repose sur une équation de transport pour  $\nu_t$ , ainsi que les modèles  $\mathcal{K}$ - $\mathcal{E}$  (Launder et Spalding, 1974) et  $\mathcal{K}$ - $\omega$  (Menter, 1994), qui s'appuient sur des équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente  $\mathcal{K}$ , le taux de dissipation  $\mathcal{E}$  et la dissipation spécifique  $\omega$ , figurent parmi les modèles de turbulence les plus utilisés.

## 2.2. Approche par grain de sable équivalent

### 2.2.1. Principe général

Présente dans de nombreux codes CFD, l'approche par grain de sable équivalent est très utilisée, notamment dans l'industrie, pour la modélisation des écoulements sur paroi rugueuse (Aupoix, 2016). Introduite par Schlichting (1937), cette méthode se décompose en deux étapes. La première consiste à ramener une surface rugueuse quelconque à une rugosité de référence, le grain de sable équivalent, uniquement caractérisé par sa hauteur  $k_s$ . La seconde étape réside quant à elle dans la modification du modèle de turbulence en proche paroi afin de reproduire l'augmentation de frottement induite par la surface. Cette partie vise ainsi à donner un aperçu des deux étapes constituant cette approche et les limites que celle-ci présente.

### 2.2.2. Détermination du grain de sable équivalent

Comme mentionné ci-dessus, l'idée de base de l'approche par grain de sable équivalent est de ramener une surface rugueuse quelconque à un grain de sable équivalent caractérisé par sa hauteur  $k_s$ . Celle-ci correspond à la hauteur du grain de sable des travaux de Nikuradse (1937), décrits dans le chapitre 1, produisant la même augmentation de frottement dans le régime rugueux établi que la surface étudiée. De fait, comme rappelé par Flack (2018),  $k_s$  est avant tout une grandeur aérodynamique. Ainsi, sans donnée préalable sur le frottement induit, la détermination de ce paramètre n'est pas évidente *a priori*. De nombreuses corrélations ont ainsi été proposées pour évaluer  $k_s$  en fonction de différents paramètres géométriques ou statistiques de la surface étudiée. Ces paramètres sont construits à partir de ceux détaillés dans la partie 1.2 tels que, par exemple, la hauteur moyenne de rugosité  $k$ , les espacements longitudinaux et transversaux  $L_x$  et  $L_z$  les surfaces frontales et au vent des éléments rugueux. Glikson (1996) et Aupoix (2015b) font un inventaire exhaustif de ces corrélations, parmi lesquelles on peut citer les celles de Dvorak (1969), Dirling (1973) (1973), Waigh et Kind (1998) ou encore Flack et Schultz (2010). Malgré le bon accord entre celles-ci et les jeux de données utilisés par chacun des créateurs des corrélations, elles souffrent de deux défauts majeurs, décrits par Taylor *et al.* (1985). Tout d'abord, aucune de ces corrélations n'est universelle, certaines étant plutôt adaptées aux rugosités bidimensionnelles, d'autres aux rugosités tridimensionnelles ou encore aux rugosités régulièrement distribuées. Ainsi, deux corrélations différentes peuvent, pour une même surface rugueuse, donner deux paramètres  $k_s$  très différents, comme noté par exemple par Aupoix (2016). Par ailleurs, la plupart de ces corrélations est basée sur les résultats expérimentaux de Schlichting (1937), qui présentent des erreurs importantes (jusqu'à 73% pour le coefficient de frottement) du fait d'un mauvais dépouillement des données. Ces erreurs ont un effet évident sur la détermination de la hauteur  $k_s$ .

### 2.2.3. Modification du modèle de turbulence

Afin de prendre en compte l'effet des rugosités, le modèle de turbulence est modifié dans la région de proche paroi. Cette modification se traduit par une diminution de l'amortissement de la turbulence à la paroi (par rapport au cas d'une paroi lisse) en fonction de la surface rugueuse considérée. Les transferts pariétaux, et donc le frottement pariétal, sont ainsi augmentés. Pour ce faire, deux approches sont généralement suivies. La première consiste à conserver un niveau turbulence nul à la paroi et à modifier uniquement les fonctions d'amortissement de paroi. Par

exemple, pour le modèle à longueur de mélange de Prandtl, Van Driest (1956) propose de modifier sa fonction d'amortissement en ajoutant un terme comme suit :

$$F_{\text{VD,rough}} = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{26}\right) + \exp\left(\frac{60 y^+}{26 k^+}\right) \quad (2.8)$$

La deuxième approche consiste à considérer un niveau de turbulence non nul à la paroi. Pour le modèle à longueur de mélange, cela peut par exemple passer par l'introduction d'un décalage à la paroi  $\Delta y$ , dépendant de  $k_s$ , sur la distance à la paroi (Rotta 1962) : dans ce cas, la longueur de mélange sur paroi rugueuse à une altitude  $y$  est la même que celle sur paroi lisse à une hauteur  $y + \Delta y$ . Une autre technique est d'introduire directement un décalage fini  $l_0$  à la longueur de mélange à la paroi. Ce décalage  $l_0$  dépend généralement du décalage  $\Delta u^+$  de la loi logarithmique (Blanchard 1977). Ces deux approches existent également pour les modèles de turbulence classiques (Spalart-Allmaras,  $\mathcal{K}-\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{K}-\omega$  notamment), mais ne sont pas détaillées ici.

Bien que permettant de reproduire l'augmentation de frottement à la paroi induite par une surface rugueuse, cet accroissement du niveau de turbulence dans la région de proche paroi présente deux défauts majeurs. Premièrement, la physique de l'augmentation du frottement pariétal n'est pas respectée. En effet, comme détaillé dans la partie 1.3, celle-ci est principalement due dans le régime rugueux établi à l'effort de pression exercé sur les éléments rugueux, qui n'est pas physiquement représenté mais seulement imité par une augmentation des transferts de quantité de mouvement en proche paroi. Deuxièmement, l'augmentation du niveau de turbulence induit une surestimation du flux de chaleur à la paroi : l'approche par grain de sable équivalent conserve l'analogie de Reynolds, ce qui entraîne une augmentation des transferts de chaleur pariétaux comparable à celle du frottement. Cette analogie n'est en réalité pas vérifiée sur paroi rugueuse (Bons, 2002; Foroughi *et al.*, 2018b). En effet, en régime rugueux établi, l'augmentation du frottement est principalement dû aux efforts de pression sur la surface rugueuse alors que les transferts de chaleur sont accrus du fait d'une augmentation de la surface mouillée et de l'augmentation des niveaux de turbulence. Afin de pallier ce problème, une modification du nombre de Prandtl turbulent en proche paroi a par exemple été proposée par Aupoix (2015a) permettant de reproduire le fait que le flux de chaleur pariétal augmente moins que le frottement sur paroi rugueuse.

#### 2.2.4. Bilan

En bilan, l'approche par grain de sable équivalent est la méthode la plus facilement utilisable pour prédire l'effet des rugosités sur un écoulement. Elle présente néanmoins de nombreuses limites, principalement liées à la détermination de la hauteur  $k_s$  par des corrélations géométriques empiriques non universelles et à la modification du niveau de turbulence à la paroi qui ne représente pas la physique de l'écoulement et qui est susceptible d'entraîner, sans correction appropriée, une surestimation du flux de chaleur pariétal. Ajouté à cela, cette approche n'est utilisable qu'en régime rugueux établi : en effet, deux surfaces caractérisées par le même grain de sable équivalent peuvent induire des effets aérodynamiques très distincts en régime rugueux de transition. Enfin, au delà de l'approche elle-même, l'idée de caractériser toute surface par un unique paramètre est très simpliste et discutable (Taylor *et al.*, 1985).

## 2.3. Méthode par éléments discrets rugueux

### 2.3.1. Introduction, principe général

La méthode éléments discrets trouve ses racines dans les travaux de [Schlichting \(1937\)](#), qui a noté que la présence de rugosités induit un blocage de l'écoulement et une augmentation des transferts de quantité de mouvement et de chaleur à la paroi. Il a également remarqué que les effets aérodynamiques des rugosités sur l'écoulement peuvent être modélisés par un coefficient de traînée dans l'équation de quantité de mouvement. L'idée de cette méthode est de parvenir à prendre en compte l'effet des rugosités sans résoudre explicitement l'écoulement autour de celles-ci. Pour ce faire, une homogénéisation de l'écoulement par tranches horizontales est effectuée si bien que seuls les effets moyens (par tranche) des rugosités sont considérés dans cette approche. Ce processus d'homogénéisation entraîne l'apparition de nouveaux termes dans les équations du mouvement. Ces derniers, décrits par la suite, nécessitent une fermeture. Les premiers modèles par éléments discrets, conçus dès le début des années 1960, reposent notamment sur l'ajout de manière *ad hoc* de ces termes dans les équations, sans justification (voir [Aupoix \(2016\)](#) pour un rapide inventaire de ces modèles ou [Glikson \(1996\)](#) pour une description plus précise). Dans cette partie, on présente uniquement les formulations de cette approche obtenues de manière formelle. La première, communément appelée formulation standard, repose sur l'application d'un bilan de conservation sur un volume de contrôle pour un écoulement de couche limite. La seconde consiste quant à elle à appliquer une moyenne de volume aux équations RANS du mouvement, permettant l'extension de la méthode aux solveurs Navier-Stokes. Par la suite, l'approche par éléments discrets rugueux sera notée DERM (*Discrete Element Roughness Method*) afin d'éviter toute confusion avec la méthode portant la même appellation dans le domaine des matériaux granulaires notamment ([Cundall et Strack, 1979](#)).

### 2.3.2. Modèle standard

[Coleman et al. \(1983\)](#) et [Taylor et al. \(1985\)](#) sont les premiers à avoir formellement dérivé une approche pour la méthode éléments discrets, dans le cadre d'un écoulement de couche limite turbulente stationnaire et bidimensionnelle. Les équations de ce modèle sont obtenues en appliquant le principe de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (et de l'énergie) sur le volume de contrôle représenté sur la figure 2.1, dont une partie est occupée par les éléments rugueux. Pour une configuration rugueuse composée de rugosités identiques espacées uniformément, les équations de continuité et de quantité de mouvement s'écrivent alors respectivement :

$$\frac{\partial(\rho\beta u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\beta v)}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

$$\beta\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \beta\rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial(\beta p)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \beta \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{\rho u'v'} \right) \right] - \frac{1}{2} \rho C_d u^2 \frac{d(y)}{L_x L_z} \left( 1 + \frac{\overline{u'^2}}{u^2} \right) \quad (2.10)$$

Trois remarques peuvent être faites à propos de cette formulation.

1. Par rapport aux équations de couche limite turbulente (1.14) décrites dans la partie 1.1.3, on note l'apparition du coefficient  $\beta$  dans tous les termes provenant d'une divergence. Ce coefficient  $\beta \equiv V_f/V$  est défini comme le rapport du volume accessible à l'écoulement  $V_f$  et du volume total

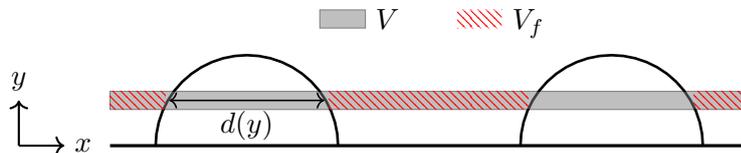


FIGURE 2.1. – Volume de contrôle pour le modèle standard

du volume de contrôle  $V$ , tout deux représentés sur la figure 2.1. Bien que dit « de blocage », il correspond plutôt à un coefficient d'ouverture : au-dessus du sommet des rugosités, il est égal à 1, indiquant que l'ensemble du volume est « ouvert » à l'écoulement. Pour des rugosités à section circulaire (rugosités hémisphériques ou coniques par exemple) espacées d'une distance  $L_x$  et  $L_z$  dans les directions longitudinales et transversales, ce coefficient s'exprime :

$$\beta(y) = 1 - \frac{\pi d(y)^2}{4 L_x L_z} \quad (2.11)$$

où  $d(y)$  désigne le diamètre local de la rugosité.

2. On remarque que l'effort total de l'écoulement sur les éléments rugueux est modélisé dans l'équation (2.10) sous la forme d'une force de traînée faisant intervenir un coefficient de traînée  $C_d$ . Ce coefficient nécessite une fermeture, dont va dépendre la capacité de l'approche DERM à prédire de manière précise les effets des rugosités. Taylor *et al.* (1985) ont développé un modèle de traînée à partir des résultats de Žukauskas (1972), qui a effectué des mesures de résistance hydraulique induite par la présence de différentes configurations rugueuses, formées de rangées de tubes, au sein d'un écoulement de conduite. La modélisation du coefficient de traînée fait intervenir le nombre de Reynolds basé sur le diamètre local de l'élément rugueux  $Re_d$  défini par :

$$Re_d = \frac{\rho u(y) d(y)}{\mu} \quad (2.12)$$

Le coefficient de traînée est alors donné par :

$$\begin{aligned} Re_d \leq 60000 & \quad C_d = \left( \frac{Re_d}{1000} \right)^{-0.125} \\ Re_d \geq 60000 & \quad C_d = 0.6 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Cette modélisation a été validée par Taylor *et al.* (1985) pour  $Re_d \leq 25000$  et utilisée pour de nombreuses configurations rugueuses ensuite.

3. Le terme de tensions turbulentes  $-\overline{\rho u'v'}$  nécessite également une fermeture. Un modèle à longueur de mélange de Prandtl amortie par la fonction de Van Driest (1956) est généralement utilisé, sans modification visant à inclure la présence des rugosités, l'effet de ces dernières étant déjà pris en compte dans les équations du mouvement.

Comme rappelé par McClain *et al.* (2003), cette formulation standard est particulièrement adaptée pour des configurations peu denses de rugosités, de forme géométrique simple (sphérique, hémisphérique, conique par exemple), disposées régulièrement sur une surface plane. Ces configurations ne sont pas représentatives de parois rugueuses quelconques. Deux modifications importantes ont été proposées afin d'étendre ce modèle à telles surfaces.

La première concerne la définition de la surface de référence pour l'application de la condition de non-glissement pour le calcul éléments discrets. Pour les configurations académiques peu denses, elle est généralement définie comme la surface plane située entre les éléments rugueux. Une telle surface n'est néanmoins pas définie pour des configurations denses et/ou quelconques. McClain *et al.* (2003, 2006) proposent d'utiliser la surface *melt down* comme surface de référence. Elle est définie comme la surface obtenue si les rugosités étaient fondues et se solidifiaient à une hauteur constante  $y_{md}$  donnée par :

$$y_{md} = \frac{1}{L_x L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} y(x, z) dz dx \quad (2.14)$$

où  $y(x, z)$  désigne les coordonnées normales à la paroi de la surface rugueuse.

Cette hauteur peut être interprétée comme la hauteur moyenne pour l'application de la condition de non-glissement. Ainsi, tous les points de la paroi rugueuse effectivement situés sous cette surface *melt down* sont considérés comme appartenant à cette surface plane et participent aux efforts visqueux. Il convient donc de corriger la hauteur effective  $k_{\text{eff}}$  des rugosités ainsi que l'épaisseur de couche limite, définies maintenant par rapport à la surface *melt down*, comme représenté sur la figure 2.2.

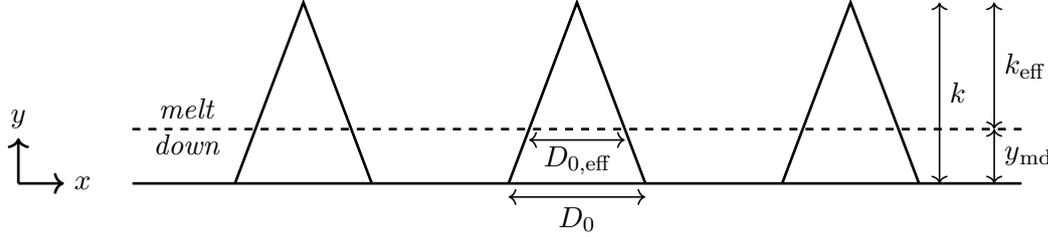


FIGURE 2.2. – Représentation de la surface *melt down* pour une surface rugueuse composée de cônes

Bons *et al.* (2008) ont mis en œuvre cette adaptation pour des surfaces rugueuses quelconques. Ils ont remarqué que la traînée et le transfert de chaleur induit par les rugosités ont tendance à être sous-estimés sous la surface *melt down*, du fait d'une sous-estimation de la surface mouillée. Cela est néanmoins compensé par une surestimation de la contribution des rugosités au-dessus de cette surface : l'épaisseur de couche limite étant plus faible, les gradients de vitesses et donc les efforts visqueux sur les rugosités sont augmentés. Cet équilibre semble valable pour des configurations rugueuses académiques, et pour des parois rugueuses quelconques, à condition que la hauteur des rugosités soit faible devant l'épaisseur de la couche limite.

La seconde modification concerne le modèle standard de traînée, qui fait intervenir le nombre de Reynolds  $Re_d$  basé sur le diamètre local de l'élément rugueux à une hauteur  $y$  donnée. Or les rugosités composant une surface rugueuse quelconque ne sont en général pas circulaire. Pour pallier ce problème, McClain *et al.* (2003) propose deux alternatives.

La première consiste à conserver le modèle standard pour la traînée, en calculant le nombre de Reynolds  $Re_d$  à partir de la largeur maximale de la rugosité dans la direction transverse à l'écoulement.

La seconde consiste à adapter le modèle de traînée à des rugosités à section elliptique. McClain *et al.* (2003) ont en effet constaté que les rugosités d'une surface quelconque ont souvent des sections allongées, pouvant s'apparenter en première approximation à une ellipse. Le modèle pour le coefficient de traînée  $C_d$  est ainsi modifié :

$$\begin{aligned} Re_d \leq 60000 & \quad C_d = \left( \frac{Re_d}{1000} \right)^{-0.125} \epsilon^{0.73456} \\ Re_d \geq 60000 & \quad C_d = 0.6 \epsilon^{0.73456} \end{aligned} \quad (2.15)$$

où  $\epsilon$  désigne l'excentricité de l'élément rugueux et  $Re_d$  est basé sur la largeur (transverse à l'écoulement) de l'élément rugueux. McClain *et al.* (2003) témoignent d'une amélioration de la prédiction du coefficient de frottement, avec une erreur maximale de 7%, pour différentes configurations rugueuses.

Ces différentes améliorations ont ainsi permis d'élargir le champ d'action du modèle standard aux surfaces quelconques. Néanmoins, cette formulation reste limitée aux écoulements de couche limite. La section suivante présente la solution mise en œuvre par la communauté pour étendre l'approche DERM aux solveurs Navier-Stokes.

### 2.3.3. Prise de moyenne de volume

Afin d'étendre l'approche DERM aux solveurs Navier-Stokes, notamment RANS, Aupoix (2016) propose la mise en œuvre d'une méthode inspirée des milieux poreux. En effet, sous les sommets des rugosités, le domaine ressemble en quelque sorte à un milieu poreux, composé de parties solides et de parties ouvertes à l'écoulement (Aupoix, 1995). Comme pour ces milieux, on ne cherche pas une description détaillée de l'écoulement autour des rugosités, mais plutôt une représentation moyenne de leurs effets sur l'écoulement. Ainsi, il a été proposé d'appliquer d'une moyenne de volume, définie par Whitaker (1986) pour les milieux poreux, aux équations du mouvement de Reynolds. Les équations ainsi obtenues sont appelées équations DANS (*Double-Averaged Navier-Stokes*). Cette technique de double moyenne est utilisée dans de nombreux domaines, dont les écoulements dans les milieux poreux donc (Whitaker, 1986; Mößner et Radespiel, 2015), mais aussi pour les écoulements atmosphériques (Wilson et Shaw, 1977; Raupach et Shaw, 1982) ou encore les écoulements de couche limite ou de canal (Nikora *et al.*, 2007, 2013; Kuwata et Kawaguchi, 2018, 2019). Aupoix (2016) et Hanson et Kinzel (2016) sont les premiers à avoir proposé de nouvelles formulations pour l'approche DERM à partir de la technique de double-moyenne. Cette section vise ainsi à présenter ces deux formulations. Des rappels succincts sur les moyennes d'ensemble et de volume de Whitaker (1986) sont réalisés auparavant. On notera qu'une description détaillée des opérateurs de moyenne est réalisée dans l'annexe A et la démonstration détaillée des modèles est effectuée dans l'annexe B.

#### Moyenne d'ensemble et de Favre

Pour rappel, la moyenne d'ensemble, ou moyenne de Reynolds, d'une grandeur  $\phi$  est notée  $\bar{\phi}$  et est définie par :

$$\bar{\phi} \equiv \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N \phi^{(i)} \quad (2.16)$$

où  $\phi^{(i)}$  désigne la  $i^{\text{ème}}$  réalisation de  $\phi$ .

On définit également la moyenne d'ensemble pondérée par la masse volumique, dite moyenne de Favre et notée  $\hat{\phi}$ , par :

$$\bar{\rho}\hat{\phi} = \overline{\rho\phi} \quad (2.17)$$

Ainsi, toute quantité  $\phi$  peut être décomposée en sa valeur moyenne temporelle et sa fluctuation associée :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' = \hat{\phi} + \phi'' \quad (2.18)$$

#### Moyenne de volume de de Whitaker

Considérons un volume constitué d'une phase fluide et d'une partie solide. Whitaker (1986) définit ainsi deux types de moyenne de volume. La première, appelée « moyenne de phase » et notée  $\langle \cdot \rangle$ , est définie pour toute grandeur  $\phi$  relative à la phase liquide :

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_f} \phi \, d\Omega \quad (2.19)$$

où  $V$  désigne à la fois le volume physique sur lequel la moyenne est effectuée et la taille de ce volume et  $V_f$  la partie de  $V$  ouvert à la phase liquide. On peut noter que, pour une grandeur  $\phi$  constante, sa moyenne  $\langle \phi \rangle$  n'est pas forcément égale à  $\phi$ . Ainsi, on définit également la « moyenne intrinsèque », notée  $\langle \cdot \rangle^f$ , par :

$$\langle \phi \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi \, d\Omega \quad (2.20)$$

qui est plus représentative de la grandeur  $\phi$ . Ces deux moyennes sont reliées par

$$\langle \phi \rangle = \beta \langle \phi \rangle^f \quad (2.21)$$

où  $\beta = V_f/V$  est la fraction de volume ouverte à la phase liquide.

A partir de la moyenne de Whitaker, Hanson (2017) a introduit une moyenne de volume pondérée par la masse volumique  $\rho$ , notée  $[\cdot]$ , analogue spatiale de la moyenne de Favre temporelle. Cette moyenne est définie par :

$$\langle \rho \rangle [\phi] = \langle \rho \phi \rangle \quad (2.22)$$

Toute quantité  $\phi$  peut être décomposée en sa valeur moyenne spatiale et sa fluctuation associée, notée  $\tilde{\phi}$  ou  $\phi^*$  :

$$\phi = \langle \phi \rangle^f + \tilde{\phi} = [\phi] + \phi^* \quad (2.23)$$

tel que  $\langle \tilde{\phi} \rangle^f = [\phi^*] = 0$ .

A partir de ces définitions, on peut démontrer un certain nombre de propriétés utiles pour la démonstration des différentes formulations DERM. On définit notamment le gradient d'un vecteur  $\phi_i$  quelconque :

$$\left\langle \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \langle \phi_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \phi_i n_j d\Omega \quad (2.24)$$

où  $A_{fs}$  représente les interfaces fluide/solide et  $n$  désigne le vecteur unitaire normal à la paroi, orienté vers l'extérieur. On définit également le produit de deux quantités  $a$  et  $b$  par :

$$\langle ab \rangle = \beta \langle a \rangle^f \langle b \rangle^f + \langle \tilde{a}\tilde{b} \rangle \quad (2.25)$$

et :

$$\langle \rho ab \rangle = \beta \langle \rho \rangle^f [a] [b] + \langle \rho a^* b^* \rangle \quad (2.26)$$

### Formulation de Aupoix

Cette formulation se limite au cas d'un écoulement turbulent incompressible, sans transfert de chaleur : l'équation de conservation de l'énergie n'est donc pas présentée. Aupoix (2016) rappelle qu'un écoulement sur paroi rugueuse ne peut pas être considéré comme isotropique, contrairement au cas des milieux poreux. La moyenne spatiale ne peut donc être prise de manière quelconque. En effet, la direction normale à la paroi joue un rôle particulier étant donné que c'est selon cette direction que les rugosités s'étendent. La moyenne de volume est ainsi prise dans une tranche parallèle à la surface de référence, comme représenté sur la figure 2.1.

Comme mentionné précédemment, la formulation DERM de Aupoix (2016) est obtenue par application d'une moyenne d'ensemble et volume aux équations du mouvement. Comme les opérateurs de moyennes d'ensemble et de volume sont indépendants (voir Annexe A), ils commutent : on choisit alors d'appliquer d'abord la moyenne d'ensemble, puis la moyenne de volume, aux équations du mouvement afin de tirer parti des modèles de turbulence RANS existant déjà. Ainsi, les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}_j \rangle^f \right) = 0 \quad (2.27)$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \langle \bar{u}_j \rangle^f \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \bar{p} \rangle^f \right) + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}_i' u_j' \rangle^f \right) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j dA - \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \bar{p} n_i dA \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

La démonstration complète de ces équations est présentée dans l'annexe B.

Comparé aux équations RANS (1.5)–(1.6) décrites dans la partie 2.1.3, plusieurs différences peuvent être notées. On note tout d'abord l'apparition d'un terme de traînée défini par la somme de deux intégrales représentant les forces de pression et viscosité appliquées aux rugosités à une altitude  $y$ . On remarque aussi la présence de la divergence d'un nouveau terme  $-\beta \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f$  appelé tensions dispersives. Elles représentent le flux de quantité de mouvement du champ de vitesse RANS du fait de la variation spatiale de celui-ci entre les rugosités.

Afin de mettre en évidence les différences entre cette formulation et le modèle standard, on peut appliquer aux équations 2.27 et 2.28 les hypothèses de Prandtl. L'équation de continuité devient identique à celle du modèle standard alors que l'équation de quantité de mouvement s'écrit :

$$\beta \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial(\beta p)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \beta u}{\partial y} - \beta \rho \langle \overline{u'v'} \rangle^f - \beta \rho \langle \tilde{u}\tilde{v} \rangle^f \right) + F_{Dx} \quad (2.29)$$

où  $F_{Dx}$  désigne les efforts de traînée sur les rugosités dans la direction longitudinale  $x$ . Comparé au modèle standard, on note le changement de position du coefficient de blocage dans le terme visqueux ainsi que l'apparition du terme de tensions dispersives. Enfin, les tensions de Reynolds sont moyennées en volume.

### Formulation de Hanson

Hanson (2017) se place dans le cas d'un écoulement turbulent compressible, si bien que les fluctuations de la masse volumique doivent être prises en compte dans les équations. On utilise de fait des opérateurs de moyennes d'ensemble et de volume pondérées par la masse volumique, notées respectivement  $\hat{\cdot}$  et  $[\cdot]$  et définies par les équations (2.17) et (2.22) ainsi que dans l'annexe A. Le détail de la formulation de Hanson en écoulement compressible est présenté dans l'annexe B. On se limite ici au cas d'un écoulement compressible sans transfert de chaleur. Les équations de continuité et de conservation de quantité de mouvement s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_j] \right) = 0 \quad (2.30)$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_i] \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_i] [\hat{u}_j] \right) &= -\frac{\partial \beta \langle \bar{p} \rangle^f}{\partial x_i} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\beta [\hat{\nu}] \langle \bar{\rho} \rangle^f \left( \left[ \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \right] + \left[ \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) + \frac{2}{3} \beta [\hat{\nu}] \langle \bar{\rho} \rangle^f \left[ \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{\rho u_i'' u_j''} \rangle^f \right) \\ &+ \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \left( 2\hat{\mu} S_{ij} - \frac{2}{3} \hat{\mu} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \hat{p} \delta_{ij} \right) n_j dA - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{\rho} \hat{u}_i^* \hat{u}_j^* \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \langle \overline{\tau_{ij}^*} \rangle \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

où  $S_{ij}$  désigne le tenseur des taux de déformation et  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses tels que  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  et  $\tau_{ij} = -2\mu S_{ij} + \frac{2}{3}\mu S_{kk} \delta_{ij}$ .

Afin de comparer cette formulation à celle de Aupoix (2016), on applique l'hypothèse d'écoulement incompressible aux équations (2.30) et (2.31). Dans le cadre de cette hypothèse, il vient, pour une grandeur  $\phi$  et la masse volumique  $\rho$  :

$$[\phi] = \langle \phi \rangle^f \quad \text{d'où} \quad \phi^* = \tilde{\phi} \quad (2.32a)$$

$$\hat{\phi} = \bar{\phi} \quad \text{d'où} \quad \phi'' = \phi' \quad (2.32b)$$

$$\langle \rho \rangle^f = \rho \quad \text{et} \quad \langle \rho \rangle = \beta \rho \quad (2.32c)$$

En appliquant ces relations aux équations de continuité et de conservation de quantité de mouvement (2.30) et (2.31), on retrouve les mêmes équations que celles obtenues par Aupoix (2016).

Néanmoins, en écoulement compressible, une difficulté réside dans la détermination des termes de la forme  $\left[ \frac{\partial \cdot}{\partial x_j} \right]$ . Hanson (2017) suggère l'approximation suivante :

$$\left[ \frac{\partial \cdot}{\partial x_j} \right] \sim \frac{\partial [\cdot]}{\partial x_j} \quad (2.33)$$

Il convient également de prendre en compte cette approximation pour le passage des équations en écoulement incompressible. Dans ce cas, l'équation de continuité reste identique à celle trouvée par Aupoix (2016), mais l'équation de conservation de quantité de mouvement se retrouve modifiée. En effet, au lieu d'écrire :

$$\left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle^f = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle u_i \rangle^f \right) \quad (2.34)$$

conformément à la propriété (2.32a), on écrit :

$$\left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \sim \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle u_i \rangle^f}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

L'équation de quantité de mouvement devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \langle \bar{u}_j \rangle^f \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \bar{p} \rangle^f \right) + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle^f}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{u}'_i \bar{u}'_j \rangle^f \right) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left( \frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j dA - \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \bar{p} n_i dA \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \widetilde{\bar{u}}_i \widetilde{\bar{u}}_j \rangle^f \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

en notant que le terme  $\langle \bar{\tau}_{ij}^* \rangle$  s'annule pour écoulement incompressible (Hanson, 2017). Cette équation présente une unique différence par rapport à la formulation de Aupoix (2016) : dans le terme visqueux, le coefficient de blocage est dérivé uniquement dans la divergence et n'est plus dérivé dans le gradient de vitesse. L'approximation (2.33) proposée par Hanson (2017) ne permet donc pas de retrouver la formulation incompressible exacte.

## Problème de fermeture

Dans cette section, on se limite au cas des écoulements incompressibles qui seront étudiés dans cette thèse. Comme observé dans les équations (2.28) et (2.36), l'application des moyennes de Reynolds et de volume aux équations du mouvement fait apparaître trois nouveaux termes dans l'équation de quantité de mouvement : le tenseur des contraintes de Reynolds  $\langle R_{ij} \rangle = -\beta \langle \rho u'_i u'_j \rangle^f$ , le tenseur des contraintes dispersives  $D_{ij} = -\beta \langle \widetilde{\bar{u}}_i \widetilde{\bar{u}}_j \rangle^f$  et la force de traînée appliquée aux éléments rugueux notée  $F_D$ . La suite de cette section détaille les différentes approches proposées par Aupoix (2016) et Hanson (2017) afin de modéliser ces termes.

**Tensions de Reynolds.** Dans les deux relations (2.28) et (2.36), les tensions de Reynolds apparaissent moyennées spatialement. Aupoix (2016) et Hanson (2017) proposent tous deux de modifier leur modélisation en appliquant une moyenne de volume à l'hypothèse de Boussinesq, définie par la relation (2.2) dans le cas d'un écoulement incompressible. Pour les tensions croisées  $\langle R_{uv} \rangle = -\beta \langle \rho u' v' \rangle^f$  qui seront principalement étudiées dans cette thèse, Aupoix (2016) obtient :

$$-\beta \langle \rho u' v' \rangle^f = \rho \langle \nu_t \rangle^f \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} + \left\langle \rho \widetilde{\nu}_t \frac{\partial \widetilde{\bar{u}}}{\partial y} \right\rangle \quad (2.37)$$

alors que [Hanson \(2017\)](#) écrit (pour un écoulement compressible) :

$$-\beta \langle \overline{\rho u' v'} \rangle^f = \beta \rho \nu_t \left[ \frac{\partial \widehat{u}}{\partial y} \right] \quad (2.38)$$

Ces deux expressions sont démontrées dans l'annexe B. Plusieurs différences peuvent être notées entre ces formulations.

La première résulte du choix de [Hanson \(2017\)](#) de négliger les variations spatiales de la viscosité cinématique turbulente  $\nu_t$ , principalement par absence de moyen de les modéliser. Ce choix présente néanmoins l'avantage de rendre possible l'utilisation des modèles de turbulence classiques sans aucune modification puisque la viscosité  $\nu_t$  n'est pas moyennée. Ce n'est en revanche pas envisageable pour la formulation (2.37) de [Aupoix \(2016\)](#), qui prend en compte les variations spatiales, expliquant la présence du second terme dans le membre de droite (voir propriété (2.25)) et la prise de moyenne de  $\nu_t$  dans le premier terme. La modélisation de  $\langle \nu_t \rangle^f$  nécessite alors l'application d'une moyenne de volume aux équations de transport des modèles de turbulence, introduisant l'apparition de nouveaux termes de production et dissipation nécessitant eux-mêmes une fermeture.

La seconde différence provient de l'utilisation d'opérateurs de moyenne différents. En effet, l'équation (2.38) devient en écoulement incompressible :

$$-\beta \langle \overline{\rho u' v'} \rangle^f = \begin{cases} \rho \nu_t \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} & \text{si on utilise la propriété (exacte) (2.32a)} \\ \beta \rho \nu_t \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} & \text{si on utilise l'approximation de Hanson (2.33)} \end{cases} \quad (2.39)$$

La première équation est analogue à celle obtenue par [Aupoix](#), alors que la seconde présente des différences dans la position du coefficient de blocage, susceptibles d'altérer la modélisation des tensions de Reynolds.

**Tensions dispersives.** Par absence de moyen de modélisation, [Hanson \(2017\)](#) propose d'intégrer le terme de divergence des tensions dispersives directement dans le terme de traînée, qui est traité par la suite. [Aupoix \(2016\)](#) suggère quant à lui que ce terme, absent de toutes les précédentes formulations DERM, soit traité à part. Il suggère notamment l'utilisation de simulations DNS ou RANS haute résolution afin d'obtenir des informations sur le comportement des tensions dispersives pour un grand nombre de configurations rugueuses pouvant participer à la mise au point un modèle.

**Force de traînée.** Comme détaillé précédemment, le terme de force de traînée consiste en deux intégrales, l'une représentant l'effort de pression, l'autre l'effort de viscosité exercé en moyenne par l'écoulement sur la paroi rugueuse au sein d'une tranche horizontale du domaine. [Hanson \(2017\)](#) propose de modéliser ce terme en utilisant un coefficient de traînée  $C_d$  par la relation suivante :

$$F_{D_i}(y) = -\frac{2\mu}{\pi d(y)^2} \beta (1 - \beta) \text{Re}_d C_d V u_i \quad (2.40)$$

où  $F_{D_i}$  désigne la force de traînée dans la  $i^{\text{ème}}$  direction et  $V$  le volume de contrôle considéré. Afin de « rester consistant avec la littérature DERM », il est proposé d'utiliser le modèle de traînée standard (2.13) ([Hanson et Kinzel, 2016](#); [Hanson et al., 2019](#)) ou (2.15) ([Hanson, 2017](#)). Un constat fait par [Aupoix \(2016\)](#) permet de justifier plus rigoureusement ce choix. Il a remarqué que ce modèle a été conçu pour reproduire les données expérimentales et inclut implicitement le terme de divergence des tensions dispersives, absent de la formulation standard de l'approche DERM. De la même manière, [Hanson \(2017\)](#) inclut ces tensions dans le terme de traînée, ce qui explique très certainement les résultats probants de ses simulations DERM.

Néanmoins, comme rapporté par [Aupoix \(2016\)](#), cette approche manque de généralité, car d'une part le modèle de traînée standard ne permet pas de distinguer les effets des tensions de Reynolds

de celles de tensions dispersives et d'autre part, ce dernier a été conçu pour des écoulements de couches limites et n'est valide que pour la composante longitudinale de la force de traînée. Il propose ainsi le développement d'un modèle explicitement pour les efforts de traînée, en suivant la même méthodologie que pour les tensions dispersives.

## 2.4. Calculs DNS et LES

L'approche la plus directe pour prendre en compte l'influence des rugosités est de simuler l'écoulement, donc de résoudre les équations de Navier-Stokes, autour de celles-ci. Cette résolution peut s'effectuer sans aucune modélisation, par DNS, ou en filtrant ces équations, par LES. Ces deux méthodes ont été suivies dans de nombreuses études, dont certaines sont répertoriées dans le tableau 2.1. Ce tableau présente un inventaire non-exhaustif de calculs DNS et LES réalisés depuis le début des années 2000 sur des parois rugueuses très diverses, bi- et tridimensionnelles, académiques ou quelconques. Ces études ont permis d'analyser les effets aérodynamiques et/ou thermiques d'un panel important de configurations rugueuses en suivant principalement deux stratégies :

1. Le nombre de Reynolds  $Re_\tau$  est fixé alors que la topologie de la surface rugueuse est modifiée. Cela permet d'isoler et d'étudier l'influence de divers paramètres géométriques (détaillés dans la partie 1.2) sur les statistiques turbulentes et les échanges thermiques (voir [Frooghi et al. \(2018b\)](#) par exemple).
2. La topologie de la surface rugueuse est fixée alors que le nombre de Reynolds  $Re_\tau$  est modifié afin d'isoler et d'étudier l'influence de ce dernier sur ces mêmes quantités (voir [Jelly et Busse \(2019\)](#) par exemple).

La mise en œuvre de calculs DNS et LES nécessite une prise en compte fine de la topologie de la surface. Pour des rugosités présentant des formes relativement simples comme des barreaux bidimensionnels à section carrée ([Leonardi et al., 2004](#)) ou des éléments cubiques répartis régulièrement ([Leonardi et Castro, 2010](#)), un maillage adapté aux rugosités peut être envisagé. [De Marchis et Napoli \(2012\)](#) ont également utilisé un maillage adapté à des rugosités sinusoïdales. Pour les surfaces rugueuses quelconques, une alternative réside en la technique des frontières immergées<sup>1</sup> utilisée par exemple par [Mazzuoli et Uhlmann \(2017\)](#) sur une surface constituée de sphères ou [Busse et al. \(2015\)](#) sur une surface obtenue par scan d'une paroi réelle. Dans les deux cas, de tels calculs nécessitent des coûts CPU considérable lié à la résolution des plus petites structures, d'autant plus pour un écoulement de couche limite ([Cardillo et al., 2013](#)) où son développement doit être pris en compte. Cela se répercute sur le nombre de Reynolds de frottement  $\delta^+$  ou  $Re_\tau$ , qui se retrouve limité à des valeurs généralement inférieures à 1000 (tableau 2.1).

L'avantage principal des calculs DNS et LES est de permettre l'accès à l'intégralité des grandeurs dans l'ensemble du domaine de calcul, notamment des grandeurs difficilement mesurables expérimentalement, et de réaliser de nombreuses visualisations de l'écoulement. On recense pêle-mêle quelques exemples pour les calculs DNS :

- [Leonardi et al. \(2004\)](#), qui sont parmi les premiers à avoir réalisé des calculs DNS sur paroi rugueuse, ont étudié l'évolution des structures de l'écoulement (*streaks*) en fonction de l'espacement de barreaux bidimensionnels à section carrée.
- [Leonardi et Castro \(2010\)](#) ont quant à eux analysé l'influence de la pression et de la viscosité sur la traînée exercée sur les rugosités, déterminé le point d'application de la traînée moyenne ([Jackson, 1981](#)) permettant un meilleur « fit » de la région logarithmique, et étudié le

---

1. Introduite par [Peskin \(1972\)](#) pour simuler un écoulement de sang dans un cœur, cette technique consiste brièvement à réaliser une simulation d'écoulement sur un maillage fixe non adapté à la paroi : cette frontière est donc immergée dans le fluide et les équations de l'écoulement sont résolues également à l'intérieur du milieu solide. Les conditions limites due à la présence de ce milieu solide sont imposées dans les équations par des termes de forçage de volume : ces termes peuvent être introduits avant la discrétisation des équations sur la maillage (*continuous forcing*) et ou après (*discrete forcing*).

changement des structures turbulentes dans la sous-couche rugueuse en fonction de la densité d'éléments cubiques disposés sur une surface plane.

- [Cardillo et al. \(2013\)](#) sont les premiers à avoir effectué un calcul DNS pour une configuration de couche limite turbulente sur paroi rugueuse et ont notamment montré la redistribution de l'énergie cinétique turbulente parmi les modes POD.
- [Orlandi et al. \(2016\)](#) ont notamment extrait des champs de température et de flux de chaleur sous forme de plans, difficilement accessibles expérimentalement.
- [Forooghi et al. \(2018b\)](#) a mis en avant l'influence de la densité, de la pente effective et la forme des rugosités d'une part, et de la hauteur moyenne des rugosités d'autre part, sur le facteur d'analogie de Reynolds. Ils ont notamment montré que ce facteur d'analogie est plutôt bien corrélé avec la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s^+$ .
- [Kuwata et Kawaguchi \(2018, 2019\)](#) ont quant à eux mis à profit leurs calculs DNS pour effectuer une décomposition quantitative du coefficient de frottement à partir de l'approche développée par [Fukagata et al. \(2002\)](#) sur paroi lisse, développer un modèle de traînée et étudier les transferts de quantité de mouvement et d'énergie cinétique turbulente dans le cadre de l'approche DANS.
- [Jelly et Busse \(2019\)](#) ont effectué une comparaison des gradients des tensions turbulentes et dispersives afin de mettre en avant l'influence que ces dernières peuvent avoir, particulièrement dans la sous-couche rugueuse, dans le bilan de quantité de mouvement. Ils ont également validé la modélisation des tensions dispersives  $D_{uu}$  développée par [Moltchanov et Shavit \(2013\)](#).

Concernant l'approche DANS mentionnée dans les deux derniers exemples et qui nous intéressera dans le cadre de la méthode DERM, le tableau 2.1 recense les champs étudiés par les différentes études.

Les simulations LES, qui sont à notre connaissance moins nombreuses dans la littérature, reposent sur l'utilisation d'un modèle de sous-maille : la question de sa capacité à reproduire fidèlement les écoulements sur paroi rugueuse se pose. Les résultats de [Castro et al. \(2017\)](#), qui comparent des calculs DNS et LES d'écoulements de canal avec des données expérimentales d'écoulements de couche limite turbulente sur des surfaces rugueuses bi- et tridimensionnelles, tendent à confirmer l'intérêt de la LES. Néanmoins, comme le suggèrent [Orlandi et al. \(2016\)](#), les fermetures LES (et RANS) gagneraient à être enrichies grâce aux calculs DNS, qui résolvent toutes les échelles de la turbulence.

Il convient enfin d'évoquer l'approche par forçage paramétrique (*parametric forcing approach*). Développée par [Busse et Sandham \(2012\)](#) puis reprise par [Forooghi et al. \(2018a\)](#), cette technique consiste à rajouter un terme de forçage, modélisant les effets des rugosités, aux équations de Navier-Stokes qui sont ensuite résolues par DNS. Cette approche ne nécessite ainsi pas une prise en compte fine de la topologie de la surface. Elle requiert en revanche une modélisation pour le terme de forçage. Le modèle de forçage proposé par [Forooghi et al. \(2018a\)](#) a permis de reproduire de manière satisfaisante l'influence de topologies de surfaces rugueuses variées, mais nécessite encore d'être validé à haut nombre de Reynolds. Une approche similaire a également été mise en place par [Kuwata et Kawaguchi \(2019\)](#), celle-ci permettant une résolution de l'écoulement par LBM (*Lattice Boltzmann Method*).

Étude	Type de calcul	Type d'écoulement	Surface rugueuse	$Re_\tau$ ou $\delta^+$	$k_s^+$	$\langle \bar{u}_i \rangle$	$\langle \mathbf{R}_{ij} \rangle$	$\mathbf{D}_{ij}$	$\mathbf{F}_{Di}$	$\frac{\partial \langle \mathbf{R}_{ij} \rangle}{\partial x_j}$	$\frac{\partial \mathbf{D}_{ij}}{\partial x_j}$
Leonardi <i>et al.</i> (2004)	DNS	ECT	Surface constituée d'une succession de barres à section carrée de taille $k$ , espacée de $0.33$ à $39 k$ . $k/h = 0.2$ .	$[200, \sim 800]$		<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Leonardi et Castro (2010)	DNS	ECT	Surfaces composées de cubes disposés en quinconce. Variation de la densité de rugosités.	$\sim 600$	$\geq 70$	✓	✓	<b>x</b>	✓	<b>x</b>	<b>x</b>
De Marchis et Napoli (2012); De Marchis <i>et al.</i> (2015)	LES	CLT	Superposition de sinus ayant des amplitudes aléatoires et des longueurs d'onde différentes. Configurations 2D et 3D. $k/h = 0.05$ .	395	69, 125	✓	✓	✓	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Cardillo <i>et al.</i> (2013)	DNS	CLT	Papier de verre (taille 24).	$\sim 800$		✓	✓	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Busse <i>et al.</i> (2015)	DNS	ECT	Surface réelle scannée avec différents niveaux de filtrage spatial.	180		✓	✓	✓	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Orlandi <i>et al.</i> (2016)	DNS	ECT	Surfaces 2D composées de barres à section carrée ou triangulaire avec différents espacements. Surface 3D constituée de cubes disposés en quinconce $k/h = 0.2$ .	$[150, 300]$		✓	<b>x</b>	<b>x</b>	✓	<b>x</b>	<b>x</b>
Castro <i>et al.</i> (2017)	DNS, LES	ECT	Surfaces composées de cubes diposés régulièrement. Direction de l'écoulement principal variée.	$\sim 830$	$\geq 70$	✓	✓	✓	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Forooghi <i>et al.</i> (2017)	DNS	ECOT	Distribution aléatoire d'éléments rugueux de taille aléatoire et de forme donnée. Variation de statistiques géométriques ( $Sk$ , $Ku$ , $ES...$ ). 38 surfaces rugueuses au total. $k_{RMS}/h = 0.045$ .	500		✓	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>
Mazzuoli et Uhlmann (2017)	DNS	ECOT	Arrangement périodique de sphères de diamètres identiques alignées dans les direction $x$ et $z$ .	234, 544		✓	✓	✓	✓	<b>x</b>	<b>x</b>
Forooghi <i>et al.</i> (2018b)	DNS	ECOT	Deux formes de rugosités différentes. Rugosités disposés de manière aléatoire sur une surface plane. Variation de la densité, de la pente et de la hauteur des rugosités. 14 surfaces au total.	500	$\leq 200$	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>	<b>x</b>

TABLE 2.1 (suite et fin sur la page suivante)

Étude	Type de calcul	Type d'écoulement	Surface rugueuse	$Re_\tau$ ou $\delta^+$	$k_s^+$	$\langle \bar{u}_i \rangle$	$\langle R_{ij} \rangle$	$D_{ij}$	$F_{Di}$	$\frac{\partial \langle R_{ij} \rangle}{\partial x_j}$	$\frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}$
Forooghi <i>et al.</i> (2018c)	DNS	ECOT	Distribution aléatoire d'éléments rugueux de formes différentes. Variation de $k_{RMS}$ & $ES$ . 14 surfaces rugueuses au total.	500	[71,210]	✓	✓	✓	✗	✗	✗
Thakkar <i>et al.</i> (2018)	DNS	ECT	Papier de verre filtré ( $1/48 \leq k/h \leq 1/6$ ).	[180,720]	[~0,100]	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Jelly et Busse (2018)	DNS	ECT	Trois surfaces différentes : une gaussienne, une principalement de creux et principalement constituée de pics.	395	[20,70]	✓	✓	✓	✗	✗	✗
Kuwata et Kawaguchi (2018)	DNS	ECOT	Distribution aléatoire de semi-sphères adjacentes de diamètres différents (distribution gaussienne).	300	[18,70]	✓	✓	✓	✗	✗	✗
Kuwata et Kawaguchi (2019)	DNS	ECOT	Distribution aléatoire de semi-sphères adjacentes de diamètres différents (distribution gaussienne).	300	[19,70]	✓	✓	✓	✓	✗	✗
Jelly et Busse (2019)	DNS	ECT	Surface quasi-gaussienne et isotrope constituée des rugosités irrégulières. Variation de $Re_\tau$ .	[180,540]	[30,90]	✓	✓	✓	✗	✓	✓
Wu <i>et al.</i> (2020)	DNS	ECT	Hémisphères de diamètres $D_0$ identiques disposés en hexagone et espacés de 2 à 4 $k$ .	[200,600]	[20,60]	✗	✗	✗	✓	✗	✗

TABLE 2.1. – Inventaire non-exhaustif de calculs DNS et LES d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse. Ce tableau détaille la géométrie des surfaces rugueuses, le type et les caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement. Il précise également les différents champs DANS étudiés (✓) ou non (✗) : le champ de vitesse  $\langle \bar{u}_i \rangle$ , les tensions de Reynolds  $\langle R_{ij} \rangle$  et dispersives  $D_{ij}$ , leurs gradients respectifs  $\frac{\partial \langle R_{ij} \rangle}{\partial x_j}$  et  $\frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}$  ainsi que la force de traînée  $F_{Di}$ . Les acronymes utilisés dans la deuxième colonne désigne : couche limite turbulente (CLT), écoulement de canal turbulent (ECT) ou écoulement de canal ouvert turbulent (ECOT).

## Bilan

Ce chapitre nous a permis, après quelques rappels sur la modélisation de la turbulence, de présenter les différentes approches de modélisation des écoulements turbulents sur paroi rugueuse.

La première, l'approche par grain de sable équivalent, consiste à ramener une surface rugueuse quelconque à un grain de sable équivalent en référence aux travaux de [Nikuradse \(1937\)](#). Même s'il s'agit de la seule approche présente dans des codes industriels, elle présente trois défauts majeurs : elle n'est utilisable qu'en régime rugueux établi, elle repose sur l'utilisation de corrélations empiriques qui peuvent donner des résultats très différents pour une même surface et sur une modification non physique du modèle de turbulence à la paroi afin d'imiter les effets dynamiques des rugosités.

La seconde consiste à simuler l'écoulement autour des rugosités par DNS ou LES. Cette approche permet d'effectuer des visualisations de l'écoulement et d'accéder à des grandeurs difficilement accessibles expérimentalement. Néanmoins, le coût de maillage et de calcul limite actuellement leur utilisation à des nombres de Reynolds de frottement  $\delta^+$  ou  $Re_\tau$  inférieur à 1000 .

La dernière, l'approche par éléments discrets ou DERM, se présente comme une alternative aux deux précédentes approches : cette méthode, moins empirique et plus physique que l'approche par grain de sable équivalent, ne nécessite pas une représentation aussi fine de la paroi que la DNS et la LES. Cette méthode revient à prendre en compte les effets des rugosités de manière moyennée par tranche horizontale. L'approche standard, introduite par [Taylor \*et al.\* \(1985\)](#) et limitée aux écoulements de couche limite turbulente, a été étendue aux solveurs Navier-Stokes par [Aupoix \(2016\)](#) et [Hanson \(2017\)](#) par application d'une moyenne de volume aux équations RANS. Cette extension entraîne l'apparition de nouveaux termes dans les équations, à savoir les tensions de Reynolds, les tensions dispersives et la force de traînée appliquée par tranche sur les rugosités, qui nécessitent une fermeture. [Hanson \(2017\)](#) propose d'utiliser les fermetures du modèle standard, ce qui revient à négliger implicitement les tensions dispersives alors que [Aupoix \(2016\)](#) propose de fermer chacun des termes. Aucune étude n'a encore proposé de telles fermetures.

# Matériels et méthodes

L'objectif de ce chapitre est de détailler l'ensemble des dispositifs, méthodes et logiciels existant au début de la thèse et utilisés au cours de celle-ci. La soufflerie S118-2 de l'ONERA est tout d'abord présentée. Des rappels sur la vélocimétrie laser à franges sont ensuite effectués. Ce chapitre présente ensuite le logiciel de post-traitement ASSA puis différentes méthodes de détermination indirecte du frottement pariétal. Enfin, la chaîne de calculs CEDRE est décrite.

## Sommaire

<b>3.1. Présentation de la soufflerie S118-2</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>3.2. Rappels sur la vélocimétrie laser Doppler (LDV)</b> . . . . .	<b>41</b>
3.2.1. Introduction . . . . .	41
3.2.2. Principe général, vélocimétrie à franges . . . . .	42
3.2.3. Justification de l'utilisation de la LDV . . . . .	43
<b>3.3. Présentation du logiciel Assa</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>3.4. Détermination du frottement pariétal et du décalage de paroi</b> . . . . .	<b>44</b>
3.4.1. Utilisation de la loi logarithmique . . . . .	45
3.4.2. Utilisation d'un profil de vitesse composite . . . . .	47
3.4.3. Utilisation du plateau des tensions croisées $-\overline{u'v'}$ . . . . .	47
<b>3.5. Présentation de la chaîne de calculs CEDRE</b> . . . . .	<b>48</b>
3.5.1. Présentation générale . . . . .	48
<b>Bilan</b> . . . . .	<b>50</b>

### 3.1. Présentation de la soufflerie S118-2

Cette section présente la soufflerie S118-2 du département DMPE (Département Multi-Physique pour l'Énergétique) de l'ONERA qui a été utilisée au cours de cette thèse. Il s'agit d'une soufflerie de recherche de type Eiffel, à circuit ouvert et à veine fermée comme illustré sur la figure 3.1. Elle fonctionne par aspiration et opère aux conditions atmosphériques ambiantes. Aucun système de régulation, notamment de la température de l'air, n'est utilisé.

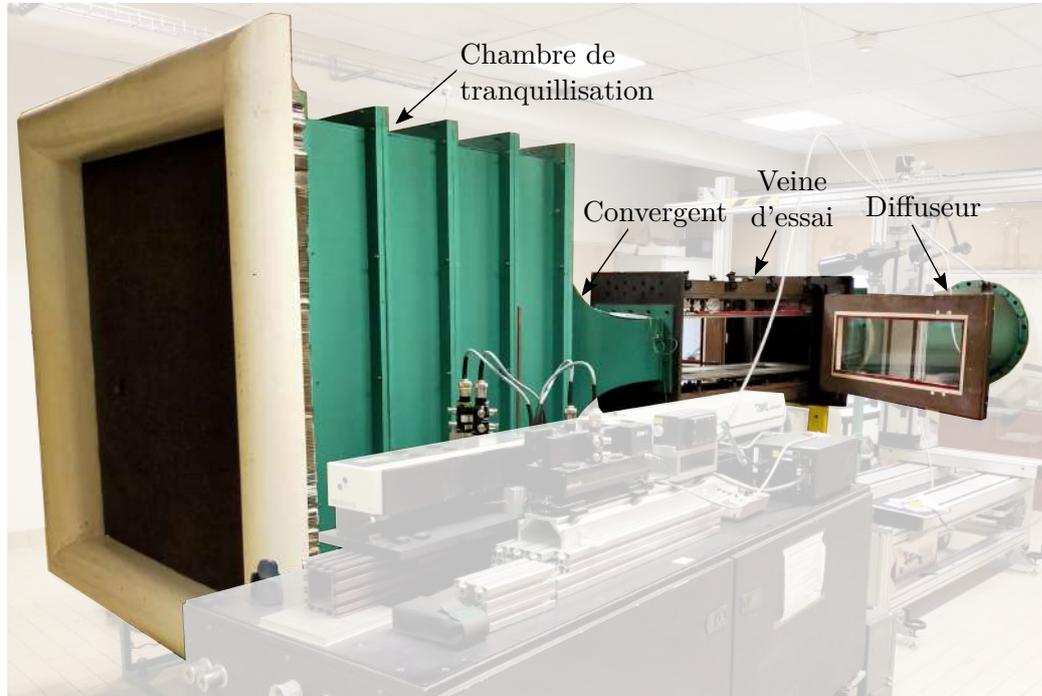


FIGURE 3.1. – Vue d'ensemble de la soufflerie S118-2 (l'écoulement va de la gauche vers la droite).

Cette installation est composée d'une chambre de tranquillisation de section  $1.4 \times 1.4 \text{ m}^2$  et de 1.06 m de long. Celle-ci est constituée de filtres permettant de limiter l'aspiration de toute impureté susceptible de perturber l'écoulement, et de panneaux de nids d'abeille dans le but de « casser » les éventuelles structures turbulentes de l'écoulement amont en entraînant une diminution progressive de la taille des structures tourbillonnaires entrantes. Cette chambre de tranquillisation est reliée à la veine d'essai via un convergent, dont le rapport de contraction est d'environ 16 et qui permet d'accélérer l'écoulement entrant. La veine d'essai, présentée sur la figure 3.2, dispose d'une section d'entrée de taille  $0.3 \times 0.4 \text{ m}^2$  (hauteur  $\times$  largeur) et est de longueur 1.8 m. Elle présente également un accès optique de 1.2 m de long et dispose d'un plafond inclinable. Une sonde Pitot-statique placée sur le côté droit de la veine (sens pilote), à 10 cm du plafond et à 13.5 cm en aval de la sortie du convergent, permet de mesurer la vitesse et la pression de l'écoulement entrant dans la veine d'essai. Cette sonde est en effet reliée à un manomètre de pression Digitron 2081P, capable de mesurer des pressions jusqu'à 130 mbar avec une incertitude, pour les pressions mesurées dans cette étude, de 0.2 mbar (données du fabricant).

L'écoulement quitte ensuite la veine d'essai à travers un diffuseur de 2 m de longueur et de rapport de 1.5. Ce divergent est relié via un tuyau perpendiculaire à l'axe de la soufflerie à un ventilateur, permettant de créer une dépression nécessaire à l'aspiration de l'air et donc de générer l'écoulement dans la soufflerie. Le ventilateur possède deux régimes de fonctionnement : un régime dit « lent », caractérisé par des vitesses dans la veine d'essai allant jusqu'à  $40 \text{ m s}^{-1}$  et un régime dit « rapide », avec des vitesses allant jusqu'à  $60 \text{ m s}^{-1}$ . La vitesse de l'écoulement est ainsi ajustée par le choix du régime de fonctionnement du ventilateur, mais également par la création de pertes de charge à l'aide d'un système de pâles situé en amont du ventilateur. Ce système est représenté sur la figure 3.3 en ouverture et fermeture maximales. On notera que ce ventilateur est également relié à la soufflerie jumelle S118-1, mais celle-ci est constamment obstruée en amont



FIGURE 3.2. – Photographie de la veine d'essai

de son diffuseur si bien que sa présence n'influe pas sur l'écoulement dans la soufflerie S118-2. On notera également qu'un travail d'insonorisation acoustique a été précédemment effectué par [Morilhat \(2018\)](#) au cours de sa thèse dans l'objectif de mesurer les fluctuations de la pression pariétale d'une couche limite turbulente. Cette insonorisation n'a pas d'influence sur les mesures de vitesse.



FIGURE 3.3. – Système de pales permettant d'ajuster la vitesse d'écoulement dans la veine d'essai, en ouverture (gauche) et fermeture (droite) maximales ([Morilhat, 2018](#))

Une description détaillée des caractéristiques de l'écoulement au sein de la veine d'essai (taux de turbulence, CLT sur plaque plane) est réalisée dans la section 4.3.

## 3.2. Rappels sur la vélocimétrie laser Doppler (LDV)

### 3.2.1. Introduction

La mesure des caractéristiques d'un écoulement, notamment sa pression, sa température et sa vitesse, est un point essentiel afin de mieux comprendre sa structure et valider des modèles numériques par exemple. On se limite ici à la mesure de la vitesse seule. Plusieurs techniques existent afin de mesurer cette grandeur. Celles-ci peuvent être divisées en deux classes : les techniques dites intrusives (tubes de Pitot, fils chauds par exemple) susceptibles de perturber l'écoulement que l'on cherche à caractériser, et les techniques dites non-intrusives, principalement basées sur des techniques optiques.

La vélocimétrie laser fait partie de ces techniques optiques non-intrusives. Grossièrement, cette

technique consiste à déterminer à l'aide d'un ou plusieurs laser(s) la vitesse moyenne et les fluctuations de vitesse au sein de l'écoulement. Ces techniques sont généralement indirectes, c'est-à-dire qu'elles nécessitent la présence de particules suivant fidèlement l'écoulement et permettant de renvoyer la lumière des lasers vers une optique de réception. On ne mesure donc pas directement la vitesse de l'écoulement mais celle de ces traceurs.

Parmi les techniques optiques non-intrusives, on distingue notamment la LDV (Laser Doppler Velocimetry), apparue au début des années 1970, et la PIV (Particle Image Velocimetry), introduite à la fin des années 1980 (Tropea *et al.*, 2007). Cette partie vise à réaliser quelques rappels théoriques sur la vélocimétrie laser Doppler (LDV), technique qui est mise en œuvre dans le cadre de cette thèse. Le choix de la LDV plutôt que la PIV est justifié dans la section 3.2.3. La mise en place pratique du vélocimètre utilisé dans cette thèse n'est pas détaillée dans cette partie, mais décrite dans le chapitre 4.

### 3.2.2. Principe général, vélocimétrie à franges

L'idée de base sur laquelle repose la technique LDV est l'effet Doppler. Considérons un émetteur et un récepteur fixes, et une particule se déplaçant à une vitesse  $\vec{V}$  dans un fluide. L'émetteur considéré ici est un faisceau laser émettant à une fréquence notée  $f_0$ . La particule se déplaçant constitue un observateur mobile par rapport au faisceau laser et reçoit ainsi, par effet Doppler, une fréquence  $f_p$  différente de  $f_0$ . De même, cette particule constitue une source mobile émettant à une fréquence  $f_p$  pour le récepteur qui reçoit, par effet Doppler également, un signal de fréquence notée  $f$ . On peut montrer (Boutier, 2012) que ces fréquences  $f_p$  et  $f$  sont dépendantes de la vitesse  $\vec{V}$  et s'écrivent :

$$f_p(\vec{r}_0) = f_0 \left( 1 - \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}_0 n}{c} \right) \quad (3.1)$$

$$f(\vec{r}_0) = f_0 \left( 1 - \frac{\vec{V} \cdot (\vec{r}_0 - \vec{r}_d) n}{c} \right) \quad (3.2)$$

où  $\vec{r}_0$  désigne la direction d'émission du faisceau laser,  $\vec{r}_d$  la direction d'observation,  $n$  l'indice de réfraction du milieu considéré et  $c$  la célérité du son.

La formule (3.2) montre que l'estimation précise de la vitesse  $V$  à partir de la fréquence  $f$  selon une direction d'observation donnée  $\vec{r}_d$  nécessite de faibles dispersions de  $f_0$  et  $\vec{r}_0$ , ce qui explique pourquoi la technique LDV repose sur l'utilisation de lasers. Cette relation met également en avant que les fréquences  $f$  et  $f_0$  sont du même ordre de grandeur, de l'ordre de  $10^{14}$  Hz, le rapport  $V/c$  étant faible. Plutôt que de mesurer directement  $f$ , on cherche plutôt à mesurer le décalage fréquentiel ou décalage Doppler  $f - f_0$ , qui est de l'ordre de  $10^8$  Hz et qui peut être mesuré à l'aide de photodétecteurs. Pour ce faire, la technique la plus communément mise en œuvre est la vélocimétrie à franges. Celle-ci consiste à croiser deux faisceaux laser identiques mais avec des directions différentes  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  dans un volume de mesure. Une particule traversant ce volume de mesure renvoie alors deux faisceaux de fréquences  $f(\vec{r}_1)$  et  $f(\vec{r}_2)$ , dont la différence donnée par :

$$f_D = f(\vec{r}_1) - f(\vec{r}_2) = \frac{\vec{V} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) n}{c} \quad (3.3)$$

est indépendante de la direction d'observation  $\vec{r}_d$ . La lumière peut ainsi être collectée dans de grands angles solides, de sorte à augmenter le signal reçu.

Comme les deux faisceaux laser sont identiques (issus d'une même source laser), un réseau de franges d'interférence est créé au sein du volume de mesure. Ainsi une particule traversant ce volume de mesure croisera de manière alternative des franges sombres et lumineuses séparées d'une distance appelée interfrange et définie comme :

$$i = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad (3.4)$$

où  $\lambda$  désigne la longueur d'onde des faisceaux et  $\theta$  l'angle entre ces deux faisceaux. La fréquence à laquelle cette particule passe à travers ces franges est directement proportionnelle à sa vitesse.

La relation (3.3) indique que la fréquence mesurée par le vélocimètre est le résultat d'un produit scalaire faisant intervenir la vitesse. Cette observation suggère deux problèmes potentiels. Premièrement, deux particules traversant le volume de mesure avec la même vitesse, mais dans des directions opposées, produiront le même signal. Deuxièmement, si une particule traverse le volume de mesure parallèlement au réseau de frange, celle-ci n'est pas mesurée. Afin de pallier ces problèmes, on fait défiler le réseau de franges à une vitesse connue, dans la direction opposée à l'écoulement principal. Pour ce faire, il suffit de modifier la fréquence d'un des deux faisceaux laser, de l'ordre de  $10^8$  Hz, de sorte à conserver la cohérence des faisceaux et la présence d'interférences. Ce décalage fréquentiel est généralement induit par des systèmes acousto-optiques, appelés cellules de Bragg, dont le fonctionnement n'est pas détaillé dans ce manuscrit.

Une description détaillée des différents composants d'un vélocimètre LDV et de la mise en place du dispositif utilisé dans le cadre de cette thèse est présentée dans la section 4.2.

#### 3.2.3. Justification de l'utilisation de la LDV

L'objectif de la campagne de mesures menée dans cette thèse est de pouvoir caractériser un écoulement turbulent sur paroi rugueuse, notamment le sillage en aval des rugosités. La technique de mesure doit donc répondre au mieux aux trois prérequis suivants, classés par ordre d'importance :

1. Elle ne doit pas perturber l'écoulement, notamment le sillage en aval des rugosités. On choisira donc de préférence une technique non-intrusive.
2. Elle doit présenter une résolution suffisante, afin de pouvoir étudier finement le sillage des rugosités qui présentent une faible hauteur ( $k = 1.25$  mm).
3. Elle doit permettre d'obtenir les champs de vitesse dans un plan, avec un temps d'acquisition raisonnable.

La PIV (Particle Image Velocimetry) basse cadence à fort grandissement<sup>1</sup> semble être la technique de mesure répondant le plus à ces trois critères. Un tel dispositif aurait permis de mesurer directement des plans de l'écoulement au plus près de la paroi rugueuse, notamment des plans  $xy$  pour l'étude du sillage en aval des rugosités et des plans  $xz$  auxquels on peut appliquer une moyenne spatiale dans l'esprit de la méthode DERM, avec une résolution spatiale suffisante (voir tableau 3.1). Néanmoins, le passage d'un type de plan à l'autre aurait nécessité de pivoter la nappe laser, de remettre en place les optiques et recalibrer le vélocimètre, ce qui peut s'avérer complexe. De plus, la mise en œuvre de la PIV peut être contrainte par de possibles problèmes de réflexion à la paroi, ce qui constitue une incertitude avant la mise en place du montage ne pouvant être levée qu'au moment de son utilisation. Enfin, le dispositif PIV basse cadence n'était pas disponible à l'ONERA pour la campagne d'essais.

La PIV ne pouvant être utilisée, l'utilisation de techniques de mesures ponctuelles (ne respectant donc pas le critère de choix n° 3) a alors été envisagée. L'anémométrie fil chaud est exclue car intrusive. Le choix s'est donc porté sur la LDV. Cette méthode permet de faire des mesures de champs de vitesses dans des plans, point par point, au prix d'un temps d'acquisition élevé. Par

---

1. Un premier système PIV stéréoscopique 2D3C (permettant d'obtenir les trois composantes de la vitesse à partir de mesures bidimensionnelles) a d'ailleurs été mis en place pour le projet PHYSICE 2 autour de la soufflerie S120 de l'ONERA similaire à la soufflerie S118-2 utilisée dans cette étude. Brièvement, ce dispositif constitué d'un laser double impulsion Nd :YAG de longueur d'onde 532 nm, de deux capteurs CCD d'une résolution de 4 Mpx et de deux objectifs macro de grandissement maximal égal à 1, a permis de mesurer des plans  $yz$  d'environ 45 mm de longueur et 30 mm de hauteur au-dessus d'une plaque rugueuse. Les mesures de couche limite obtenues pour une vitesse extérieure  $U_e \sim 28$  m s<sup>-1</sup> sont en très bon accord avec les mesures fil chaud et LDV réalisées lors des projets PHYSICE et PHYSICE2 sur la même configuration rugueuse (voir par exemple Reulet *et al.* (2015) et Léon *et al.* (2018)). Des ajustements supplémentaires auraient été nécessaires pour diminuer la taille de la fenêtre de mesure afin de faire des mesures au plus près des rugosités.

Système PIV	Référence de la caméra	Taille d'un pixel	Résolution
Basse cadence	Imager SX 4M (31 Hz)	5.5 $\mu\text{m}$	0.176 mm ( $\sim 0.14 k$ )

TABLE 3.1. – Résolution spatiale de la PIV basse cadence, en supposant un grandissement de 1 et une fenêtre d'interrogation de taille  $32 \times 32$  px. La caméra choisie correspond à celle qui aurait été effectivement utilisé si la PIV avait été mise en œuvre.

exemple, la mesure par LDV d'un plan d'environ 2 mm de hauteur et 4 mm de longueur avec un pas d'environ 0.1 mm entre chaque point a requis, avec le dispositif mis en place, entre une demi-journée et une journée, suivant le nombre de particules escomptés par point de mesure. On peut estimer qu'une telle mesure par PIV avec une résolution semblable n'aurait demandé qu'une demi-heure à une heure, post-traitement compris. Mais la vélocimétrie laser à franges présente certains avantages, notamment la résolution en temps et la résolution spatiale des mesures. En effet, cette dernière est principalement limitée par la taille du volume de mesure et le pas minimal du système de déplacement des optiques, tout deux typiquement de l'ordre du dixième de millimètre. Dans le cas des rugosités de hauteur 1.25 mm étudiées ici, on peut ainsi s'attendre à obtenir plus d'une dizaine de point pour une hauteur de rugosité, permettant une description tout à fait satisfaisante de leur sillage. Une telle résolution n'aurait pu être obtenue avec la PIV basse cadence, avec laquelle seuls 7 points auraient été mesurés pour une hauteur de rugosité avec les caméras disponibles au laboratoire et un grandissement de 1.

### 3.3. Présentation du logiciel Assa

Le logiciel ASSA (Analyse Statistique de Signaux à échantillonnage Aléatoire) est un logiciel conçu à l'ONERA pour le post-traitement de mesures effectuées par vélocimétrie laser et dont les propriétés sont détaillées par [Micheli \*et al.\* \(2006\)](#). L'objectif de cette section n'est pas de détailler les algorithmes du logiciel, mais plutôt d'en présenter les fonctions principales.

L'utilisation d'ASSA se situe entre l'étape d'acquisition et l'étape de traitement graphique et d'interprétation des mesures LDV. Le logiciel prend en entrée un fichier d'étalonnage et des fichiers bruts d'acquisition, par exemple obtenus avec le logiciel FlowSizer du fabricant TSI, et délivre en sortie des fichiers de résumés statistiques. Il permet notamment de calculer les quatre premiers moments des vitesses, à savoir leur espérance ou moyenne, leur variance (et donc l'écart-type), leur coefficient d'aplatissement et leur kurtosis. ASSA permet également le calcul des moments statistiques croisés d'ordre deux et trois. Afin de déterminer des intervalles de confiance pour chacune de ces quantités, ce logiciel dispose d'un algorithme de bootstrap tel que décrit par [Benedict et Gould \(1996\)](#). Brièvement, la procédure de bootstrap consiste à effectuer un grand nombre de tirages aléatoires avec remise à partir de la population initiale des vitesses. Les moments statistiques et croisés peuvent ainsi être calculés pour chacun de ces tirages. On peut alors obtenir une distribution pour chacun de ces moments et ainsi déduire leur moyenne, écart-type et intervalle de confiance, à 95% par exemple. Cette technique présente l'intérêt de pouvoir calculer cet intervalle de confiance sans faire d'hypothèse *a priori* sur la distribution de vitesses. Enfin, ASSA permet de calculer les fonctions d'auto et d'intercorrélations ainsi que les autospectres.

### 3.4. Détermination du frottement pariétal et du décalage de paroi

La détermination du coefficient de frottement est primordiale car elle permet d'estimer la vitesse de frottement  $u_\tau$ , utilisée comme variable d'adimensionnement en proche paroi. Pour rappel, cette vitesse s'exprime :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = U_e \sqrt{\frac{C_f}{2}} . \quad (3.5)$$

Comme détaillé dans le chapitre 1, la contrainte pariétale  $\tau_w$  ne comprend qu'une contribution visqueuse sur paroi lisse, à laquelle s'ajoute sur paroi rugueuse une contrainte liée à la traînée (visqueuse et de pression) agissant sur les rugosités. La détermination de la contrainte pariétale est assez délicate en général, car elle exerce une influence limitée à la région de proche paroi. Mesurer cette contrainte de manière directe nécessiterait de réaliser des mesures de vitesse et de pression avec une résolution spatiale importante (permettant notamment une description fine de la sous-couche visqueuse), ce qui, selon les techniques métrologiques à disposition, peut s'avérer difficile. Une autre technique consisterait à mesurer directement les efforts à l'aide d'une balance flottante (Tropea *et al.*, 2007) par exemple mais ce dispositif n'est pas disponible au laboratoire.

Dans cette étude, on considérera donc plutôt des méthodes d'estimation du coefficient de frottement dite indirectes, s'appuyant notamment sur la mesure de profils de vitesse moyenne ou de tensions de Reynolds. Elles s'appuient également sur l'hypothèse d'existence et d'universalité de la région logarithmique, dont la validité est hors du cadre de cette étude. De même, la question de l'universalité de la constante de von Kármán  $\kappa$  ne relève pas du champ de cette étude (Nagib et Chauhan, 2008b; Segalini *et al.*, 2013). Pour toutes ces raisons, ces méthodes sont susceptibles de présenter des erreurs assez significatives.

Les méthodes présentées dans la suite de cette partie sont principalement adaptées aux écoulements de CLT. Pour les écoulements de canal ou de conduite plans pleinement développés, il est en effet généralement plus aisé de déterminer la contrainte pariétale. Comme détaillé dans la partie 1.1.4, celle-ci est directement reliée au gradient de pression qui pilote l'écoulement suivant la relation suivante :

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\frac{\tau_w}{h} \quad (3.6)$$

La perte de charges peut être simplement déterminée en mesurant la pression en deux positions du canal suffisamment éloignées l'une de l'autre.

La contrainte pariétale peut être également déterminée, pour un écoulement de canal, directement à partir des profils de la contrainte de Reynolds  $R_{uv}$ . En effet, d'après l'équation (1.40), cette contrainte vérifie la relation suivante :

$$R_{uv} = -\overline{\rho u'v'} = \tau_w \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (3.7)$$

Cette équation est valable suffisamment loin de la paroi, où les contraintes visqueuses sont négligeables devant les contraintes turbulentes. Il suffit donc de prolonger le profil de la contrainte  $R_{uv}$ , qui est linéaire avec l'altitude  $y$ , à la paroi pour déterminer la valeur de la contrainte pariétale  $\tau_w$ . Cette approche est illustrée sur la figure 3.4, où la droite --- représente le prolongement de la contrainte turbulente en proche paroi.

### 3.4.1. Utilisation de la loi logarithmique

Une méthode couramment employée pour déterminer la vitesse de frottement  $u_\tau$  consiste à utiliser l'existence d'une loi logarithmique dans le profil de vitesse moyenne d'une couche limite turbulente. Cette loi logarithmique s'écrit sur paroi lisse :

$$\bar{u}^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y u_\tau}{\nu} \right) + B \quad (3.8)$$

et sur paroi rugueuse :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{(y + \varepsilon) u_\tau}{\nu} \right) + B - \Delta u^+ \quad (3.9)$$

L'utilisation d'une telle méthode revient donc à identifier les paramètres  $u_\tau$ ,  $\varepsilon$  et  $\Delta u^+$ .

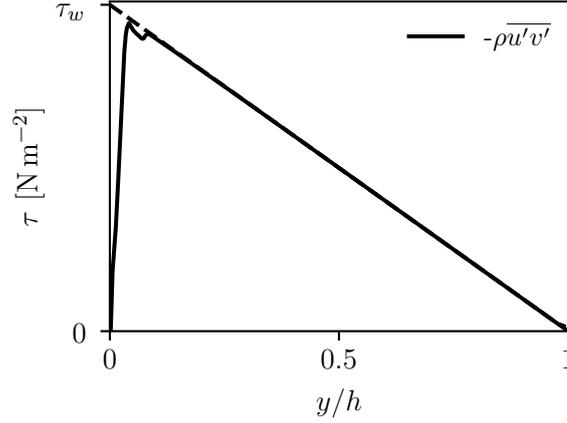


FIGURE 3.4. – Détermination de la contrainte pariétale  $\tau_w$  en écoulement de canal à partir du profil des contraintes de Reynolds.

### Méthode de Clauser

La méthode de [Clauser \(1956\)](#) (*Clauser chart method*) est une méthode assez répandue pour l'estimation de la vitesse de frottement sur paroi lisse. L'idée de cette méthode consiste à réécrire l'équation (3.8) en la multipliant par  $u_\tau/U_e = \sqrt{C_f/2}$  :

$$\frac{\bar{u}}{U_e} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \ln \left( \frac{y U_e}{\nu} \right) + \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \ln \left( \sqrt{\frac{C_f}{2}} \right) + B \sqrt{\frac{C_f}{2}} \quad (3.10)$$

L'idée originale de la méthode était de tracer le profil mesuré de vitesse axiale  $\bar{u}/U_e$  et de superposer un ensemble de courbes données par l'équation (3.10) pour plusieurs valeurs de  $C_f$ . La courbe la plus proche des données expérimentales donne une estimation du coefficient de frottement  $C_f$ . On utilise désormais plutôt des algorithmes d'optimisation pour réaliser cette estimation.

La mise en œuvre de la méthode de Clauser nécessite de définir les limites de la zone logarithmique. Celles-ci sont généralement choisies à  $y^+ > 50$  et  $y/\delta < 0.2$  ([Wei et al., 2005](#)). Néanmoins, aucun critère précis ne permet de définir ces limites, ce qui explique que de nombreuses autres valeurs sont présentes dans la littérature ([Marusic et al., 2013](#)). Les limites de la zone logarithmique sont donc une source d'incertitude de cette méthode.

Une autre source importante d'erreur est la position de la paroi  $y_0$  ayant servi de repère pour déterminer les altitudes  $y$ . La méthode de Clauser peut simplement être étendue en ajoutant  $y_0$  comme variable d'optimisation.

On estime finalement que cette méthode fournit une estimation du coefficient de frottement avec une erreur maximale de l'ordre de 5% ([Tropea et al., 2007](#)).

### Méthode de Perry & Li

La méthode de Clauser étant initialement limitée aux parois lisses, [Perry et Li \(1990\)](#) ont proposé une méthode permettant une estimation du coefficient de frottement sur parois rugueuses, ainsi que du décalage à la paroi  $\varepsilon$  induit par celles-ci. Cette méthode est basée sur l'expression de la loi logarithmique (3.11) associée à la fonction de sillage  $w_{\text{Coles}}$  de [Coles \(1956\)](#), c'est-à-dire :

$$\bar{u}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{(y + \varepsilon) u_\tau}{\nu} \right) + B - \Delta u^+ + \frac{\Pi}{\kappa} w_{\text{Coles}}(\eta) \quad (3.11)$$

où  $\Pi$  désigne le paramètre de sillage. En prenant  $\Pi = 0.55$ , ce qui correspond au cas d'une CLT sans gradient de pression, [Perry et Li \(1990\)](#) propose de réécrire cette équation sous la forme

suivante dans la région logarithmique :

$$\frac{\bar{u}}{U_e} = 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{U_e} \ln\left(\frac{y + \varepsilon}{\delta_1}\right) + \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{U_e} \ln\left(\frac{u_\tau}{U_e}\right) + 0.493 \frac{u_\tau}{U_e} \quad (3.12)$$

où  $\delta_1$  désigne l'épaisseur de déplacement de la CLT.

Les valeurs de  $u_\tau$  et  $\varepsilon$  peuvent alors être estimées en suivant un processus itératif d'optimisation.

### 3.4.2. Utilisation d'un profil de vitesse composite

Comme mentionné précédemment, les méthodes s'appuyant sur le profil de vitesse dans la région logarithmique peuvent induire des incertitudes non négligeables sur l'estimation du coefficient de frottement, notamment liées au choix des limites spatiales de la région logarithmique qui ne suit pas de critère précis. La méthode présentée ici permet de s'affranchir du choix de ces limites spatiales. Elle est néanmoins valable uniquement pour des écoulements sur paroi lisse. Cette technique, directement inspirée des travaux de [Rodríguez-López et al. \(2015\)](#), consiste à ajuster un profil de vitesse obtenu expérimentalement sur un profil de vitesse dit composite, qui décrit l'intégralité de la couche limite turbulente, de la paroi à l'écoulement extérieur. Ce profil composite est construit à partir du profil de vitesse  $\bar{u}^+_{\text{Musker}}$  de [Musker \(1979\)](#), présenté dans le chapitre 1, et de la fonction de sillage  $w_{\text{Chauhan}}$  développée par [Chauhan et al. \(2009\)](#) et définie par l'équation (3.14). Il suit ainsi la relation suivante :

$$\bar{u}^+ = \begin{cases} \bar{u}^+_{\text{Musker}}(y^+) + \bar{u}^+_{\text{bump}}(y^+) + w_{\text{Chauhan}}(\eta) & 0 \leq y \leq \delta \\ U_e^+ & \delta \leq y \leq \infty \end{cases} \quad (3.13)$$

avec

$$w_{\text{Chauhan}}(\eta) = \frac{1 - \exp\left[-\frac{1}{4}(5a_2 + 6a_3 + 7a_4)\eta^4 + a_2\eta^5 + a_3\eta^6 + a_4\eta^7\right]}{1 - \exp[-(a_2 + 2a_3 + 3a_4)/4]} \times \left(1 - \frac{1}{2\Pi} \ln(\eta)\right) \quad (3.14)$$

où  $a_i$  désignent des coefficients constants donnés par  $a_2 = 132.8410$ ,  $a_3 = -166.2041$  et  $a_4 = 71.9114$ .

[Rodríguez-López et al. \(2015\)](#) ont effectué l'ajustement de leur données expérimentales au profil (3.13) en optimisant les cinq paramètres suivants : la vitesse de frottement  $u_\tau$ , l'épaisseur de couche limite  $\delta$ , la position de la paroi  $y_0$ , le paramètre de sillage  $\Pi$  ainsi que la constante de von Kármán  $\kappa$ . Ainsi, aucune hypothèse n'est *a priori* faite sur le profil de vitesse, mise à part l'existence d'une région logarithmique et d'une relation empirique entre  $\kappa$  et l'ordonnée à l'origine  $B$ . Dans le cadre de cette étude, cette méthode sera utilisée dans le chapitre 4 en fixant directement la valeur de la constante von Kármán à 0.384, considérée comme typique pour un écoulement de CLT sans gradient de pression ([Nagib et Chauhan, 2008b](#)).

### 3.4.3. Utilisation du plateau des tensions croisées $-\overline{u'v'}$

Cette dernière méthode s'appuie sur le profil des tensions croisées  $-\overline{u'v'}$ . Ce profil présente un maximum en proche paroi, qui prend la forme d'un plateau lorsque ce profil est représenté en échelle semi-logarithmique. La valeur de ce plateau, notée  $-\overline{u'v'}_{\text{plateau}}$ , permet d'estimer directement la vitesse de frottement  $u_\tau$ , et donc le coefficient de frottement  $C_f$ , par la relation suivante ([Reulet et al., 2015](#)) :

$$u_\tau \approx \sqrt{-\overline{u'v'}_{\text{plateau}}} \quad (3.15)$$

Cette méthode présente non seulement l'avantage d'être utilisable sur parois lisse et rugueuse, mais également de ne pas souffrir du manque de données en proche paroi, car le plateau est généralement accessible avec les moyens métrologiques classiques (fil chaud, LDV, PIV). Il convient tout de même de souligner que cette méthode peut parfois présenter des incertitudes importantes dans le cas d'une CLT se développant sur paroi rugueuse. [Cheng et Castro \(2002\)](#) ont par exemple

observé, pour des configurations rugueuses de type canopées urbaines, une erreur maximale de 10 % entre la valeur de  $u_\tau$  obtenue à partir du plateau de  $-\overline{u'v'}$  et celle déterminée à partir de mesures de traînée.

## 3.5. Présentation de la chaîne de calculs CEDRE

### 3.5.1. Présentation générale

CEDRE est une plateforme multiphysique développée à l'ONERA pour traiter des problèmes industriels et de recherche dans les domaines de l'énergétique et de la propulsion. Une description complète de son architecture et de ses performances est réalisée par [Reffloch et al. \(2011\)](#). Cette chaîne de calculs consiste en un ensemble de solveurs, chacun d'entre eux traitant un système physique, qui peuvent être couplés afin de réaliser des calculs multiphysiques :

- CHARME : écoulements de fluide compressible réactif multi-espèce ;
- ACACIA : transferts thermiques de conduction à travers des parois solides ;
- SPIREE : transport d'une phase dispersée par une approche eulérienne ;
- SPARTE : transport d'une phase dispersée par une approche lagrangienne ;
- FILM : films liquides ;
- REA et ASTRE : transferts radiatifs.

La plateforme CEDRE dispose, en plus des précédents solveurs, d'outils permettant la bonne réalisation d'un calcul : Epilobe permettant si nécessaire de convertir un maillage obtenu avec un mailleur donné au format CEDRE, l'utilitaire de pré-traitement géométrique Epinette permettant le partitionnement du maillage pour le calcul parallèle, l'interface graphique Epicea de mise en données du calcul ainsi que l'outil de post-traitement Explore permettant de lire et exporter les fichiers d'archive au format souhaité pour la visualisation et le post-traitement des résultats (via Tecplot ou Paraview par exemple). Le code CEDRE est conçu pour des maillages non structurés et des calculs massivement parallèles, un domaine de calcul étant divisé en autant de « sous-domaines » que de processeurs utilisés.

Dans le cadre de cette thèse, seul le solveur Navier-Stokes CHARME est utilisé. Il est régi par les équations de continuité, de conservation de quantité de mouvement et d'énergie pour chacune des espèces présentes dans le milieu et est adapté pour des écoulements aussi bien incompressibles (à bas nombre de Mach) qu'hypersoniques. Ce solveur dispose de plusieurs schémas d'intégration temporelle :

- Un schéma Euler explicite d'ordre 1 pour des applications stationnaires ;
- Des schémas de Runge-Kutta explicites de 1 à 7 étapes pour des applications instationnaires ;
- Des schémas de Runge-Kutta implicites d'ordre 2 et 3 pour des applications instationnaires ;
- Une méthode « implicite - un pas une étape » destinée à l'obtention rapide d'une solution stationnaire. Elle est généralement associée à une technique de pas de temps local adaptatif qui permet d'augmenter la robustesse des calculs. Le système implicite est ensuite résolu par une méthode GMRES (Generalisation de la Methode de Minimisation du Residu).

Dans ce solveur volumes finis, la discrétisation spatiale est quant à elle réalisée suivant une approche de type MUSCL (Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws) décrite en détail par [Courbet et al. \(2011\)](#). De nombreux schémas sont disponibles pour la discrétisation des flux convectifs (non dissipatifs), dits eulériens (on utilisera notamment les schémas Roe bas Mach<sup>2</sup> et HLLC ([Toro, 1997](#))) alors que les flux Navier-Stokes (dissipatifs) sont discrétisés avec un schéma centré d'ordre 2. Différents types de conditions limites sont disponibles dans le solveur

---

2. A bas nombre de Mach, l'ordre de grandeur de la vitesse de convection est faible devant la vitesse du son. Les perturbations particulières et acoustiques sont ainsi transportées à des vitesses très différentes. Étant plus lentes, une mauvaise convergence peut alors être obtenue pour les perturbations particulières. Le préconditionnement bas Mach permet d'améliorer cette convergence en multipliant le terme instationnaire de l'équation d'Euler par une matrice de préconditionnement, dont le rôle est de rendre les vitesses acoustique et convective du même ordre de grandeur ([ONERA, 2018](#)).

CHARME. Dans cette thèse, on utilisera principalement les conditions de type 3 (raccordement par périodicité), 9 (glissement/symétrie) et 10 (paroi solide).

Différents niveaux de modélisation de la turbulence sont disponibles dans CHARME. Le code offre tout d'abord la possibilité d'effectuer des simulations RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes), avec de nombreux modèles de turbulence de 1 à 7 équations. On utilisera notamment le modèle de Spalart-Allmaras ainsi que les modèles  $\mathcal{K}$ - $\mathcal{E}$  Dutoya ou  $\mathcal{K}$ - $\omega$ -SST. Il est également possible de réaliser des simulations LES (Large-Eddy Simulation) avec différents modèles pour les contraintes de sous-maille, ainsi que des simulations hybrides type DES/ZDES/DDES (Detached-Eddy Simulation). Seules des simulations RANS seront mises en œuvre au cours de cette thèse.

## **Bilan**

Ce chapitre a permis de présenter différents outils, dispositifs et méthodes qui seront utilisés dans ce manuscrit.

Le contexte de l'étude, la littérature, les matériels et méthodes utilisés dans ces travaux étant maintenant présentés, la suite de ce manuscrit décrit la démarche suivie et les résultats obtenus au cours de la thèse.

**Deuxième partie**

**Démarche, travaux réalisés**



# Étude expérimentale d'un écoulement de couche limite turbulente sur paroi rugueuse

L'objectif de ce chapitre est de parvenir à décrire les effets dynamiques d'une paroi rugueuse sur un écoulement de couche limite turbulente sans gradient de pression, à l'aide de moyens expérimentaux. Un accent particulier est mis sur l'obtention de mesures au plus près des rugosités, notamment dans leurs sillages, là où la littérature est assez pauvre en données. Ces données seront également mises à profit dans le chapitre 5 afin de valider les simulations RANS d'écoulements turbulents sur parois rugueuses. Pour ce faire, une campagne d'essai est menée dans la soufflerie S118-2 de l'ONERA, décrite dans la partie 3.1.

Ce chapitre présente tout d'abord la maquette d'essai et les échantillons rugueux étudiés au cours de cette campagne. Ces échantillons, repris du projet PHYSICE, consistent en un arrangement en quinconce d'hémisphères de diamètres égaux disposés sur une surface plane. Dans un second temps, une description du vélocimètre laser à franges (Laser Doppler Velocimetry/LDV) est réalisée. La présence des rugosités induit des contraintes sur la disposition des optiques d'émission et de réception, qui sont détaillées dans ce chapitre. La troisième partie du chapitre détaille les mesures préliminaires réalisées afin de caractériser l'écoulement au sein de la veine d'essai et de vérifier que les couches limites obtenues présentent bien un comportement canonique. Ensuite, les mesures réalisées au plus près des éléments rugueux sont étudiées. Ces mesures sont notamment présentées sous forme de plans longitudinaux et transversaux de l'écoulement, permettant de caractériser le sillage se formant en aval d'une rugosité mais aussi le décollement se produisant en amont. Enfin, la dernière partie de ce chapitre présente les incertitudes de mesures, notamment pour les grandeurs qui seront comparées aux résultats des calculs RANS dans le chapitre suivant.

## Sommaire

---

<b>4.1. Présentation de la maquette d'essai et des échantillons</b> . . . . .	<b>55</b>
4.1.1. Maquette d'essai . . . . .	55
4.1.2. Échantillons . . . . .	55
<b>4.2. Mise en place du dispositif LDV</b> . . . . .	<b>56</b>
4.2.1. Émission et réception . . . . .	56
4.2.2. Étalonnage et volume de mesure . . . . .	58
4.2.3. Ensemencement . . . . .	58
4.2.4. Essais préliminaires, difficultés et améliorations . . . . .	59
4.2.5. Vérifications et réglages quotidiens . . . . .	61
<b>4.3. Mesures préliminaires</b> . . . . .	<b>62</b>
4.3.1. Plaque lisse . . . . .	62
4.3.2. Caractérisation de la turbulence et du gradient de pression . . . . .	63
4.3.3. Tracé de diagnostique . . . . .	65
4.3.4. Développement de la CLT et bidimensionnalité . . . . .	67
<b>4.4. Mesures sur paroi rugueuse</b> . . . . .	<b>67</b>
4.4.1. Écoulement moyen à une position donnée . . . . .	69
4.4.2. Plan (xy) . . . . .	73
4.4.3. Plans (xz) . . . . .	77
<b>4.5. Incertitudes de mesures</b> . . . . .	<b>78</b>
4.5.1. Vitesse de frottement . . . . .	78
4.5.2. Composantes de vitesse et contraintes de Reynolds . . . . .	78
4.5.3. Positions . . . . .	79
<b>Bilan</b> . . . . .	<b>80</b>

---

## 4.1. Présentation de la maquette d'essai et des échantillons

### 4.1.1. Maquette d'essai

La maquette d'essai, représentée sur la figure 4.1, est inspirée de celle utilisée dans le cadre du projet PHYSICE (Reulet *et al.*, 2015). D'une longueur totale de 1.72 m, elle est constituée de trois éléments vissés entre eux : un bord d'attaque à section elliptique, un bord de fuite à section « tranchante » et un porte-échantillon central. Celui-ci présente un emplacement permettant de disposer à la suite trois inserts rugueux de longueur 0.36 m et de largeur 0.2 m. Cet emplacement étant plus profond que la hauteur des échantillons (entre 5 et 15 mm par rapport à la base des échantillons), quatre vis sans têtes sont prévues pour soutenir et rendre chaque échantillon affleurant à la surface de la maquette. Afin de générer un écoulement turbulent, le déclenchement de la couche limite est induit par un fil de diamètre 1 mm placé à 0.14 m en aval du bord d'attaque, laissant ainsi à la CLT une longueur de développement de 0.2 m avant de rencontrer le premier insert rugueux et de 1.06 m avant de parvenir au milieu du troisième insert, c'est-à-dire la zone où les mesures sont principalement réalisées. Comme détaillé dans la partie 4.3, cette distance est suffisante à l'obtention d'une CLT pleinement développée.

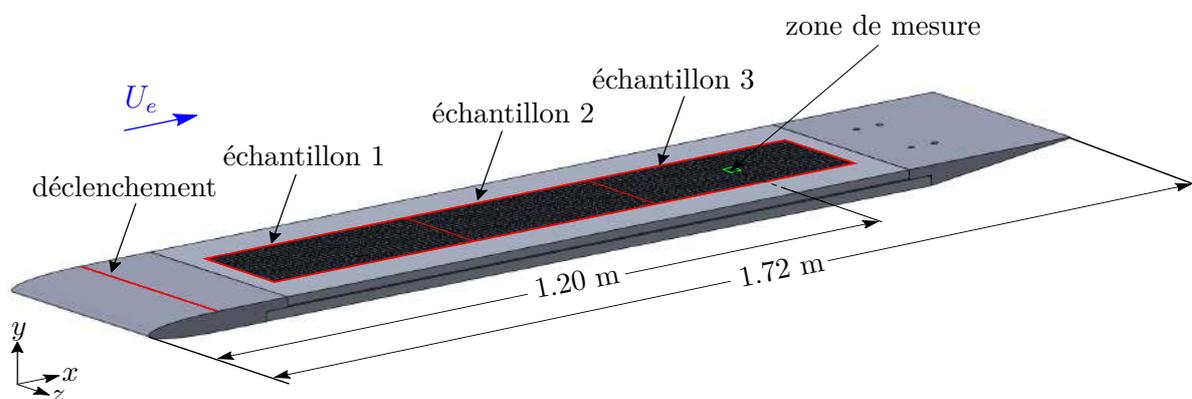


FIGURE 4.1. – Vue schématique de la maquette d'étude

La maquette est installée parallèlement au plancher de la veine d'essai de la soufflerie S118-2 à une hauteur de 14.5 cm (distance entre le plancher de la veine et la surface supérieure de la maquette). Des mâts, représentés sur la figure 4.3, ont été utilisés pour soutenir la maquette. Ces derniers ont été initialement conçus avec des extrémités cylindriques, mais un sifflement à une fréquence de l'ordre de 11 kHz apparaissait dans la veine d'essai pour un certain intervalle de vitesses. L'entrée en résonance des mâts due aux lâchers tourbillonnaires en aval de ceux-ci était responsable de ce bruit, et engendrait également des vibrations de la maquette, susceptibles de perturber le développement de la couche limite et donc les mesures. Des bords de fuite à section triangulaire ont alors été fabriqués par impression 3D et collés aux mâts afin de limiter l'apparition de ces lâchers et les vibrations de la maquette (figure 4.3).

### 4.1.2. Échantillons

Les échantillons étudiés lors de la campagne d'essai sont repris du projet PHYSICE<sup>1</sup>. Ils ont été obtenus par moulage d'une résine AXSON F19 choisie pour sa facilité d'usinage et ses propriétés thermophysiques (Reulet *et al.*, 2015). Ces dernières ne sont néanmoins pas déterminantes pour

1. PHYSICE est un projet mené au sein de l'ONERA (convention de recherche avec la DGAC) dont l'un des objectifs est d'étudier les effets de parois rugueuses sur le frottement et les échanges de chaleur de manière expérimentale. Cette étude doit permettre d'améliorer la modélisation de ces effets. Les effets aérodynamiques des rugosités ont été étudiés par LDV, anémométrie fil chaud et PIV. Les effets thermiques ont été analysés par thermométrie fil froid et caméra infrarouge.

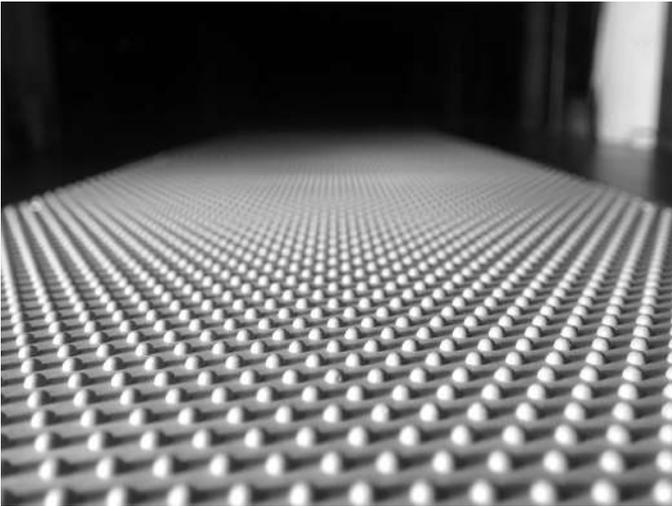


FIGURE 4.2. – Échantillon constitué d'hémisphères de diamètre  $D_0 = 2.5$  mm disposés en quinconce.



FIGURE 4.3. – Bord de fuite collé à un mât de la maquette.

$k$	$D_0$	$L_x/D_0$	$L_z/D_0$	$\lambda$	$y_{md}/k$	$k_{RMS}/k$	$Sk$	$Ku$	$ES$
[mm]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1.25	2.5	2	2	0.098	0.13	0.21	0.81	2.21	0.196

TABLE 4.1. – Résumé des propriétés géométriques et statistiques de la surface rugueuse étudiée.

cette campagne d'essais. Ces échantillons ont été choisis notamment parce qu'ils étaient disponibles au laboratoire et parce qu'on dispose déjà de données expérimentales permettant de valider les mesures réalisées ici. Ces données, obtenues par LDV (Reulet *et al.*, 2015), fil chaud et PIV (Léon *et al.*, 2018), ne permettent néanmoins pas une description locale du sillage des rugosités.

Ces échantillons, représentés sur la figure 4.2, sont constitués d'hémisphères d'un unique diamètre  $D_0 = 2.5$  mm identique. Ces éléments rugueux sont disposés en quinconce sur une surface plane, avec des espacements longitudinaux et transversaux (définis sur la figure 1.3)  $L_x = L_z = 2D_0$ . Un inventaire des propriétés géométriques et statistiques (définis dans la partie 1.2) de ces échantillons est présenté dans le tableau 4.1. On notera que ces échantillons ont été conçus dans l'objectif d'obtenir une hauteur de grain de sable équivalent  $k_s^+$  de l'ordre de 300 et sont inspirés des études réalisées au Mississippi State University par Hosni *et al.* (1989, 1993).

## 4.2. Mise en place du dispositif LDV

Une fois la maquette d'essai fabriquée et installée, un dispositif de vélocimétrie laser à franges en diffusion avant a été mis en place, avec l'aide de Francis Micheli, autour de la soufflerie. L'objectif de ce montage, présenté sur la figure 4.4, est de mesurer en un point les composantes longitudinale et normale de la vitesse de l'écoulement. Cette section vise à détailler les différents composants et méthodes utilisés pour mettre en place et utiliser le vélocimètre. On décrira les parties émission et réception du montage, la technique d'ensemencement utilisée, le processus d'étalonnage, les outils de traitement et post-traitement des mesures et les diverses améliorations apportées au cours de la campagne d'essais.

### 4.2.1. Émission et réception

L'optique d'émission est constituée de deux lasers. Le premier, un laser Spectra Physics 2017, est un laser continu Argon/Krypton-Ion émettant un faisceau multi-couleurs à une puissance maximale de l'ordre de 0.5 W en sortie de la tête du laser. Il est relié à un séparateur de couleurs

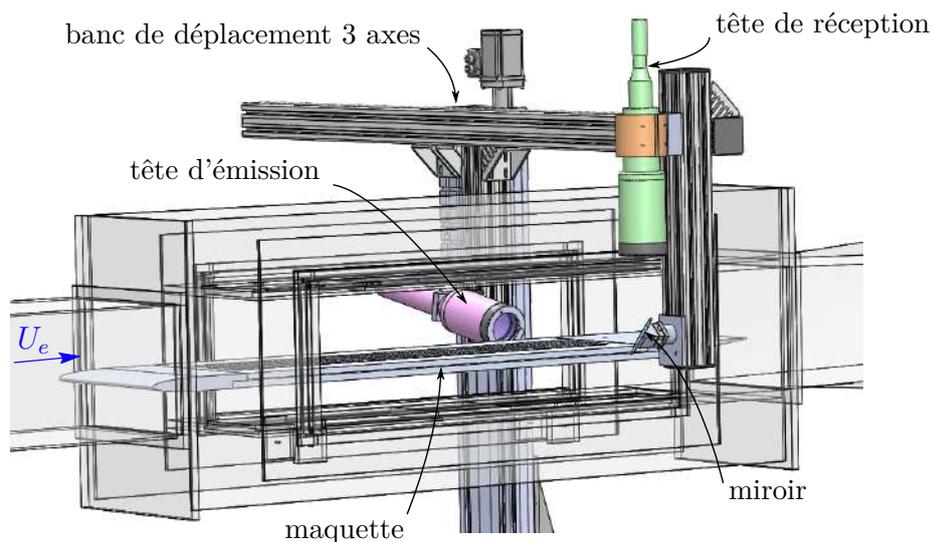


FIGURE 4.4. – Système de vélocimétrie laser 2D à franges

Colorburst 9201 de marque TSI, permettant de générer deux faisceaux verts de longueur d'onde 514.5 nm. L'un des faisceaux, dit faisceau « braggé », présente un décalage fréquentiel de 40 MHz par rapport à l'autre, afin de faire défiler le réseau de franges (chapitre 3). Le second laser est un laser continu Coherent Genesis MX SLM Series capable d'émettre un faisceau à une puissance de 2 W, mais limitée ici à 0.5 W. Il est relié à un séparateur de couleur FiberFlow de marque Dantec duquel sont émis deux faisceaux bleus à une longueur d'onde de 488 nm, disposant également un décalage fréquentiel de 40 MHz. Les lasers utilisés permettent d'obtenir une puissance de l'ordre de 0.1 W dans le volume de mesure, défini par l'intersection des deux paires de faisceaux.

Les sorties bleues et vertes des séparateurs de couleurs sont reliées par des fibres optiques à une tête d'émission 4 composantes Dantec 60X. Une lentille de distance focale 360 mm est installée sur cette tête d'émission, permettant ainsi d'effectuer des mesures de l'extrémité gauche (dans le sens « pilote » de l'écoulement, soit  $z = -100$  mm) de l'échantillon rugueux jusqu'à  $z \approx 25$  mm. La tête d'émission est inclinée d'un angle piqueur d'environ  $10^\circ$ , l'objectif étant de pouvoir sonder au maximum l'écoulement entre les rugosités sans que les faisceaux ne soient bloqués par les rugosités alentour.

Les signaux optiques, émis par les particules d'ensemencement traversant le volume de mesure, sont collectés par une tête de réception disposée verticalement afin de limiter l'encombrement du montage. Elle est disposée « en face » de l'optique d'émission : le montage est donc en diffusion avant, permettant ainsi de récolter des signaux plus intenses qu'avec un montage en rétrodiffusion (diffusion de Mie). La tête de réception dispose d'une ouverture réglable et est équipée d'une lentille de 800 mm de distance focale. Un miroir plan permet de réfléchir les signaux vers cette tête de réception, elle-même reliée par une fibre optique à deux photomultiplicateurs (PM) disposés dans un boîtier Colorlink. Ces PM sont précédés de filtres interférentiels, permettant de séparer les signaux optiques bleus des signaux optiques verts. Les PM transforment le rayonnement reçu en signaux électriques, qui sont alors traités par un processeur de signal FSA 4000 de marque TSI. Ce module permet notamment de détecter les *bursts* ou bouffées Doppler (donc de mesurer la fréquence du signal) et d'effectuer les mesures en mode de coïncidence (avec plusieurs voies d'acquisition en simultané). Les mesures sont alors réalisées avec le logiciel FlowSizer puis post-traitées à l'aide du logiciel ASSA, décrit dans la partie 3.3.

Comme représenté sur la figure 4.4, les optiques d'émission et de réception sont installées sur un même banc de déplacement 3 axes de marque ISEL, à l'aide notamment d'une poutre Bosch transverse enjambant la veine. Le banc a été aligné par rapport au hublot de la veine à l'aide d'un comparateur mécanique : une déviation transverse maximale d'environ 0.2 mm est notée pour une course longitudinale de 500 mm. Cette déviation, très faible devant la course axiale mais non négligeable devant le diamètre des rugosités, semble être principalement due aux défauts du

hublot, qui n'est pas parfaitement plan, plus qu'à un défaut important d'alignement du banc. Ce banc dispose d'une course de 1230 mm dans la direction  $x$ , 620 mm dans la direction  $y$  et 1120 mm dans la direction  $z$ . Il est relié à un contrôleur commandé à l'aide du logiciel MultiBanc Tcl de l'ONERA.

#### 4.2.2. Étalonnage et volume de mesure

L'étalonnage du vélocimètre est réalisé à l'aide d'un théodolite T2002 de marque Wild. Un théodolite est un objectif de visée disposant d'une mire située dans son plan focal. Il est placé sur une plateforme trois axes, dont les angles de rotation sont connus précisément (incertitude de l'ordre de  $6.10^{-5}$  degré d'après Boutier (2012)). En faisant passer un faisceau laser par le centre de la mire, il est alors possible de connaître sa direction. Ainsi, en réalisant deux autocollimations (avec un miroir plan plaqué contre le hublot de la veine d'essai) entrecoupées de quatre mesures d'angle par faisceau, le théodolite permet de déterminer les interfranges  $i$  pour chaque canal, sachant que :

$$i = \frac{\lambda}{2} \sin(\theta/2) \quad (4.1)$$

où  $i$  désigne l'interfrange,  $\lambda$  la longueur d'onde et  $\theta$  l'angle entre les deux faisceaux (Boutier, 2012). Le théodolite permet également de déterminer la matrice de changement de base, c'est-à-dire la matrice permettant de transformer les composantes de vitesse mesurées par le vélocimètre dans son propre repère en composantes de vitesse exprimées dans le repère lié à la maquette, dit repère aérodynamique (Boutier, 2012). Le tableau 4.2 présente les résultats de l'étalonnage. On remarque notamment que les coefficients de la matrice de changement de base sont proches en valeur absolue de  $\cos \pi/4 = \sin \pi/4 \approx 0.707$ . Cela signifie que chacun des faisceaux est orienté d'environ  $45^\circ$  par rapport à un plan transverse  $yz$  à l'écoulement, comme attendu lors de la mise en place du vélocimètre.

	Canal bleu	Canal vert
Longueur d'onde	$(487.99 \pm 0.01)$ nm	$(514.53 \pm 0.01)$ nm
Interfranges	$(2.128 \pm 0.004)$ $\mu\text{m}$	$(2.261 \pm 0.004)$ $\mu\text{m}$
Matrice d'étalonnage	$\begin{pmatrix} 0.695 & 0.721 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.731 & -0.704 & 0 \end{pmatrix}$	

TABLE 4.2. – Résultats de l'étalonnage du vélocimètre à l'aide du théodolite.

Le vélocimètre permettant de mesurer deux composantes de vitesse, le volume de mesure (VM) est en fait constitué de deux volumes de mesures superposés, chacun étant créé par l'intersection des deux paires de faisceaux verts et bleus. Les dimensions du VM dépendent notamment de la distance focale de la lentille de l'optique d'émission (360 mm ici) et du diamètre des faisceaux en amont de celle-ci, appelé *beam waist* (Lavieille, 2008). Ce diamètre est contrôlé par un expenseur, qui est un système optique permettant de transformer un faisceau parallèle en un autre faisceau parrallèle dont le diamètre est multiplié par un facteur d'expansion (1.95 ici). Avec tous ces réglages et paramètres, on détermine les dimensions du VM : il présente un diamètre d'environ 75  $\mu\text{m}$  et une longueur d'environ 0.6 mm.

#### 4.2.3. Ensemencement

L'ensemencement de l'écoulement est réalisé grâce à un ensementeur « gros débit » Topas ATM 210H produisant des particules d'huile minérale DEHS (Di-Ethyl-Hexyl-Sebacate) de diamètre inférieur à 0.3  $\mu\text{m}$  (données du constructeur). Cette taille est suffisamment faible pour que les particules suivent fidèlement l'écoulement (Reulet *et al.*, 2015). Il a tout d'abord été envisagé de relier la sortie de l'ensementeur à un système classique d'ensemencement global, à savoir un cadre constitué de plusieurs tuyaux perforés placé en amont du filtre à poussière (figure 4.5b).

Néanmoins, les cadences obtenues avec cette configuration étaient relativement faibles, notamment à proximité des rugosités, et ce malgré différents essais de positionnement du cadre. On a donc choisi de créer une ouverture sur le côté droit (sens pilote) de la chambre de tranquillisation, juste en aval du nid d'abeille, afin de permettre le passage d'un tuyau coudé. Ce conduit, représenté sur la figure 4.5a et de diamètre intérieur d'environ 12 mm, est directement relié à la sortie du dispositif d'ensemencement. Il permet ainsi d'obtenir un ensemencement plus dense et plus localisé en comparaison au système d'ensemencement global. La cadence est ainsi augmentée, passant de 2000–4000 avec le système de la figure 4.5b à 5000–10 000 avec celui de la figure 4.5a, suffisamment loin de la paroi. Comme illustré sur la figure 4.6, l'augmentation de la densité de l'ensemencement ne perturbe pas l'écoulement de couche limite se développant sur paroi lisse. En effet, les profils de vitesse longitudinale moyenne et de tensions de Reynolds, obtenus dans les mêmes conditions (position, vitesse, déclenchement) avec les deux systèmes d'ensemencement, sont en très bon accord puisque les écarts entre les profils résident dans l'intervalle de confiance des mesures. Les incertitudes de mesure, non présentées sur cette figure, sont détaillées dans la partie 4.5 de ce chapitre.

Les premiers essais ont montré que le système utilisé permet un ensemencement dense sur une zone d'environ 25 mm de diamètre au niveau de la zone de mesure. Cette distance n'est par exemple pas suffisante pour sonder l'intégralité de la CLT, mais il suffit d'une simple translation transversale et/ou une rotation de la tige pour viser la zone à ensemenecer. Ainsi, le système choisi permet une augmentation conséquente des cadences de mesures de manière simple, sans pour autant perturber l'écoulement.

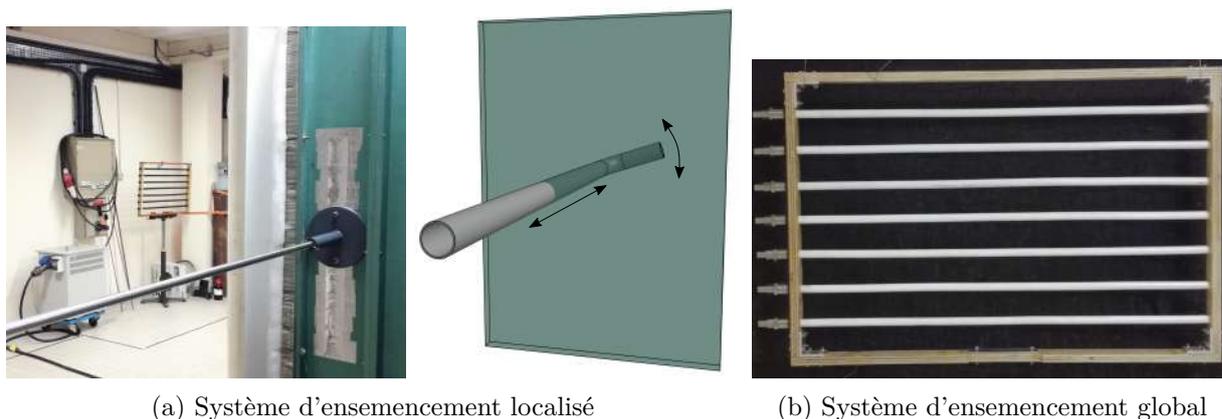
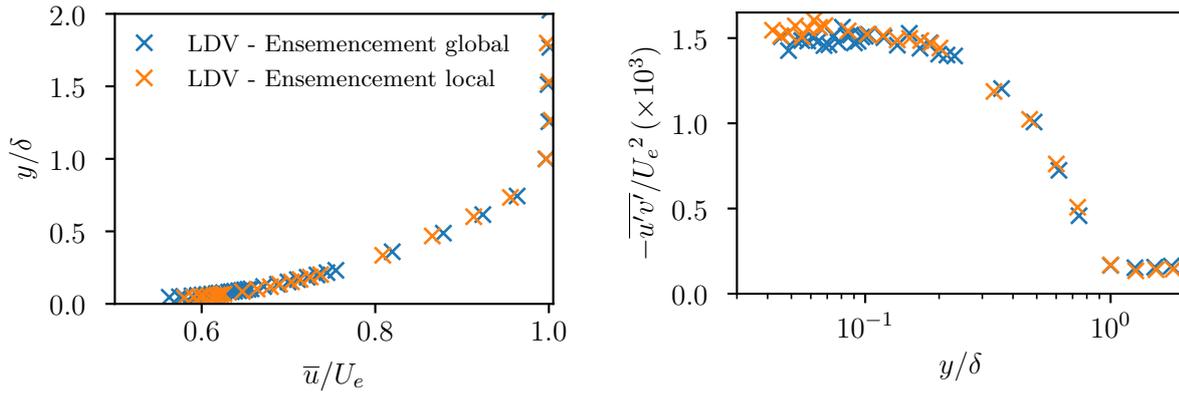


FIGURE 4.5. – Systèmes d'ensemencement local et global.

### 4.2.4. Essais préliminaires, difficultés et améliorations

**« Câblage » de la tête d'émission.** Comme présenté sur la figure 4.7, la tête d'émission dispose d'un module d'écartement des faisceaux qui, une fois réglé, peut être protégé par un capôt vissé à l'arrière de l'optique d'émission. Dans notre cas, ce capôt avait tendance à dérégler le module et donc altérer la convergence des faisceaux. Afin d'éviter tout problème de convergence, le capôt n'est pas vissé sur la tête d'émission mais placé légèrement en amont, sur une pince directement reliée au banc de déplacement, de sorte à protéger *a minima* les fibres optiques laissées apparentes.

**Réflexion des faisceaux.** Des essais préliminaires ont été effectués sur plaque lisse afin de déterminer la capacité du vélocimètre à réaliser des mesures très proches de la paroi, essentielles pour caractériser le sillage des rugosités. L'angle d'émission des faisceaux étant conséquent (environ  $10^\circ$ ), les faisceaux touchent la paroi à proximité directe du volume de mesure, ce qui augmente les risques d'éblouissement de la tête de réception. La position de la réception a d'abord été modifiée, sans grande amélioration sur les mesures. Les inserts en aluminium ont ensuite été peints avec de la peinture noire, puis de la rhodamine. Cette dernière opération a permis de retarder l'apparition



(a) Profil de vitesse longitudinale moyenne

(b) Profil des tensions de Reynolds

FIGURE 4.6. – Comparaison des profils de (a) vitesse longitudinale moyenne et (b) tensions de Reynolds obtenus pour une CLT se développant sur paroi lisse. Ces profils sont obtenus avec les deux systèmes d'ensemencement présentés sur la figure 4.5 et des conditions d'écoulement identiques.

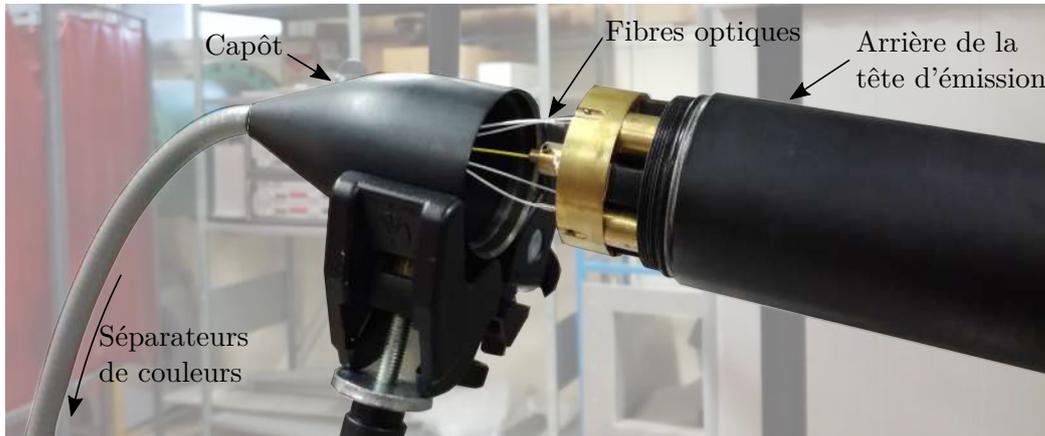


FIGURE 4.7. – « Câblage » de la tête d'émission.

de l'éblouissement d'une distance de 1 mm de la paroi à environ 0.4 mm de celle-ci. Sur plaque rugueuse, on parviendra également à effectuer des mesures jusqu'à 0.3-0.4 mm de la paroi.

**Modification du vélocimètre.** Au cours de la campagne d'essai, le montage présenté ici a été modifié. La réception étant située en amont (sens pilote) des optiques d'émission, le vélocimètre ne permettait pas de réaliser des mesures directement en aval des rugosités. On a donc choisi de déplacer la tête de réception légèrement en aval de la réception. Afin de ne pas trop éloigner la réception du volume de mesure, celle-ci est placée non plus verticalement, mais horizontalement et avec un léger angle par rapport au plan transversal afin de ne pas éblouir la réception. Le miroir plan n'est plus nécessaire et la lentille de réception est remplacée, sa distance focale passant de 800 mm à 600 mm. Avec ce nouvel agencement, illustré sur la figure 4.8, on parvient à réaliser des mesures directement en aval des rugosités et on constate également une augmentation des puissances captées par la réception, probablement due à l'absence du miroir plan qui présentait des défauts.

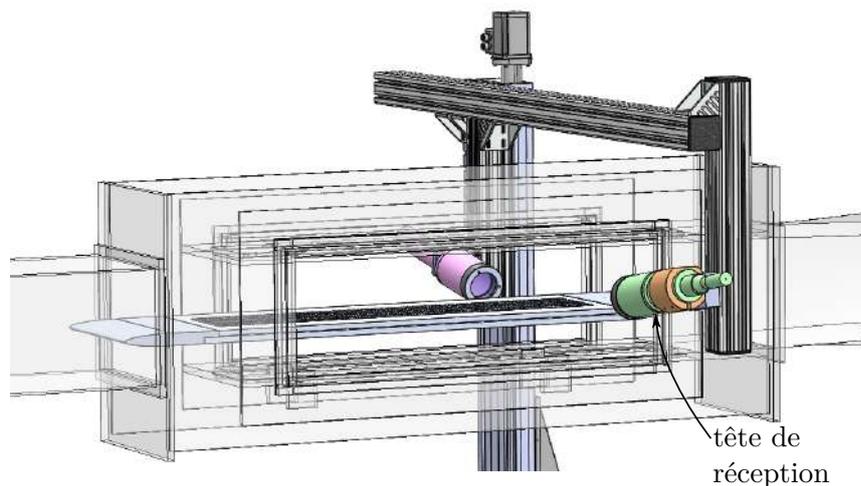


FIGURE 4.8. – Système de vélocimétrie laser 2D à franges modifié.

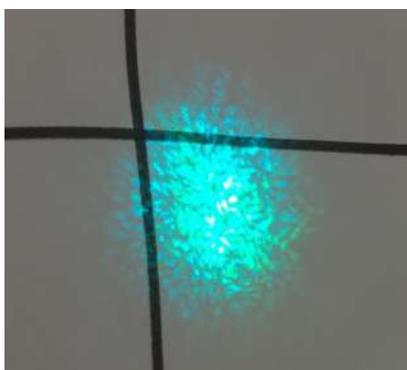


FIGURE 4.9. – Convergence des deux paires de faisceaux.

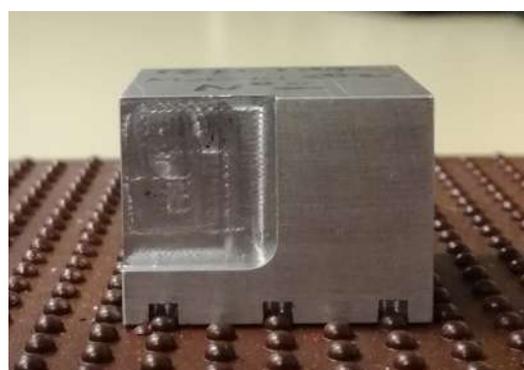


FIGURE 4.10. – Cale de repérage de la position de la paroi.

#### 4.2.5. Vérifications et réglages quotidiens

Afin d'effectuer des mesures avec le moins de biais possible, quelques vérifications et réglages sont effectués quotidiennement sur le vélocimètre :

1. Couplage des faisceaux. Les coupleurs situés au niveau des séparateurs de couleurs et les cellules de Bragg sont réglés si nécessaire, de sorte à obtenir la même puissance de sortie pour chacun des faisceaux. Celle-ci, mesurée à l'aide d'un wattmètre, est d'environ 0.1 W dans le volume de mesure.
2. Vérification de la convergence des faisceaux. Cette opération est réalisée à l'aide d'un microscope placé dans la veine systématiquement à la même position, proche de la zone de mesure, à l'aide d'une cale. Cette vérification permet de s'assurer, au moins visuellement sur une mire (figure 4.9), que les deux volumes de mesure induits par chaque paire de faisceaux se superposent bien dans la zone d'intérêt. En effet, un décalage entre ces deux volumes est susceptible d'altérer la précision de la mesure : par exemple, deux particules traversant au même instant ces deux volumes légèrement décalés peuvent être considérées comme une unique particule (Lavieille, 2008).
3. Réglage de la réception, si nécessaire. L'objectif est de maximiser la puissance des signaux reçus par les photomultiplicateurs à l'aide des vis de réglages longitudinal, transversal et angulaire de la tête de réception. La puissance de sortie est mesurée à l'aide d'un wattmètre et est d'environ 0.1 mW.
4. Détermination de la position de la paroi par rapport au repère du banc de déplacement. Celle-ci est en effet susceptible de varier de quelques dixièmes de millimètres d'un jour à l'autre, notamment à cause des variations de température dans la salle de mesure. La

position de la paroi est déterminée à l'aide d'une cale de repérage conçue dans le cadre du projet PHYSICE (Reulet *et al.*, 2015) et représentée sur la figure 4.10. Cette cale, de 20 mm de hauteur et adaptée à la géométrie des rugosités, est systématiquement placée à la même position. Elle dispose sur sa face avant d'une arête horizontale usinée à une altitude de 5 mm et d'une arête verticale au milieu de cette face. En faisant affleurer le volume sur chacune des ces arêtes, on peut connaître la position de la paroi.

La vitesse d'écoulement est réglée proche de 30 m/s.

### 4.3. Mesures préliminaires

Des mesures préliminaires ont été effectuées, sur parois lisse et rugueuse, afin de vérifier le bon déclenchement de la couche limite, de caractériser l'écoulement au sein de la veine d'essai et de s'assurer que les couches limites obtenues au sein de la veine d'essai présentent bien un comportement canonique, c'est-à-dire des propriétés similaires aux CLT pleinement développées à haut nombre de Reynolds, pour lesquelles on dispose de nombreuses données dans la littérature.

#### 4.3.1. Plaque lisse

On s'intéresse en premier lieu au cas d'un écoulement de CLT sur paroi lisse. La figure 4.11 présente un profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$ , adimensionné en variable de paroi, mesuré au milieu du troisième insert ( $X = 180$  mm,  $z = 0$  mm). Les propriétés de la couche limite à cette station sont répertoriées dans le tableau 4.3.  $U_e$  désigne la vitesse extérieure à la CLT,  $\delta_{99.5}$  représente l'épaisseur de couche limite pour laquelle la vitesse  $\bar{u}$  est égale à  $0.995U_e$  et  $\delta_1$ ,  $\theta$  et  $H$  sont respectivement les épaisseurs de déplacement, de quantité de mouvement et le facteur de forme de la CLT. Les mesures sont ajustées au profil de vitesse composite de Chauhan *et al.* (2009), décrit dans le chapitre 3. Les résultats de cet ajustement sont présentés sur la figure 4.11. Une excellente superposition des mesures et du profil de vitesse composite est observée. Celle-ci permet d'attester que la CLT mesurée présente des caractéristiques proches des CLT sans gradient de pression observées dans la littérature, au moins pour la vitesse longitudinale moyenne, dans les régions logarithmique et externe (aucune donnée n'ayant pu être obtenue dans la région tampon). Cet ajustement a permis de déterminer quelques paramètres de la CLT, listés dans le tableau 4.4. La vitesse de frottement  $\overline{u_\tau}$  déterminée est notamment en très bon accord avec celles déterminées à l'aide du plateau de  $-\overline{u'v'}$  illustrée sur la figure 4.12b (écart inférieur à 1 %) et par la méthode de Clauser (écart d'environ 3 %). On note également que les valeurs de  $\delta_{99.5}$  et de  $\delta$  (déterminée à l'aide du profil de Chauhan *et al.* (2009)) sont également en bon accord (écart inférieur à 2 %).

$x$	$U_e$	$\delta_{99.5}$	$\delta_1$	$\theta$	$H$	$Re_\infty$	$Re_\theta$	$T$	$\nu$
[mm]	[m s <sup>-1</sup> ]	[mm]	[mm]	[mm]	[-]	[-]	[-]	[°C]	[m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]
180	34.04	23.03	3.45	2.54	1.36	$5.6 \times 10^4$	6132	10	$1.41 \times 10^{-5}$

TABLE 4.3. – Propriétés de la CLT étudiée (paroi lisse).

$-\overline{u'v'}_{\text{plateau}}$	Clauser	Ajustement profil composite Chauhan <i>et al.</i> (2009)			
$u_\tau$ [m s <sup>-1</sup> ]	$u_\tau$ [m s <sup>-1</sup> ]	$u_\tau$ [m s <sup>-1</sup> ]	$y_0$ [mm]	$\Pi$ [-]	$\delta$ [mm]
1.23	1.28	1.24	0.15	0.55	23.4

TABLE 4.4. – Comparaison de différentes méthodes de détermination de la vitesse de frottement  $u_\tau$ . La constante de von Kármán est prise égale à 0.384, suivant les observations de Nagib et Chauhan (2008b) pour une CLT.

La figure 4.12a illustre la distribution de la variance de la vitesse axiale  $\overline{u'^2}^+$ . Ce profil est comparé au modèle MUP (Marusic-Uddin-Perry) de Marusic *et al.* (1997) et Marusic et Kunkel

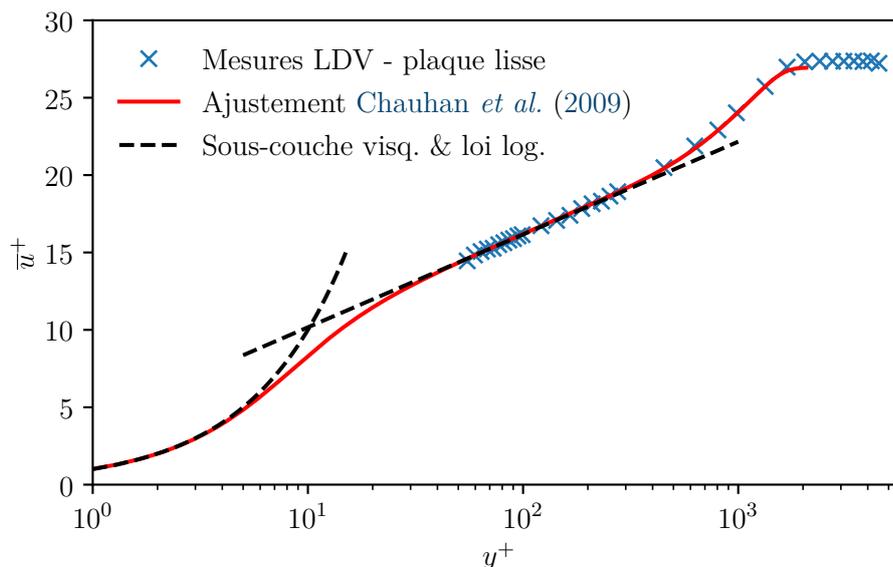


FIGURE 4.11. – Tracé du profil de vitesse axiale moyen, adimensionné en variable de paroi, d'une CLT obtenue sur paroi lisse à une station donnée ( $X = 180$  mm). Les croix  $\times$  désignent les mesures LDV, la ligne — correspond au profil composite de Chauhan *et al.* (2009) ajusté aux mesures LDV par la méthode des moindres carrés et les courbes --- représentent les lois de vitesse dans la sous-couche visqueuse et la zone logarithmique.

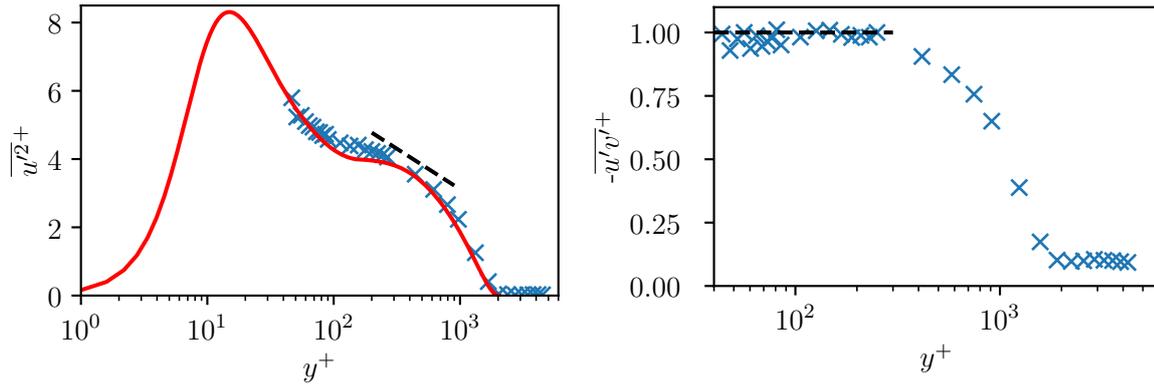
(2003), représenté par la courbe pleine rouge. Ce modèle semi-empirique permet de représenter le profil de l'intensité turbulente longitudinale pour une CLT en l'absence de gradient de pression. Ce modèle s'exprime sous la forme de deux fonctions, la première décrivant la région interne (jusqu'à  $y^+ \approx 30$ ), la seconde se limitant à la région externe ( $y^+ \geq 150$ ). Ces deux fonctions sont raccordées par une interpolation spline d'ordre 3. Un excellent accord entre les mesures et le modèle MUP est observé sur l'intégralité du profil. On remarque bien la présence d'une région logarithmique dans le profil de  $\overline{u'^2}^+$ , dont la pente est représentée par la ligne pointillée. Les mesures permettent également de distinguer le début du pic de la variance  $\overline{u'^2}^+$ , centré en  $y^+ \approx 15$  et lié à la production de la turbulence en proche paroi.

Les résultats de cette section montrent que le dispositif mis en place permet d'obtenir une CLT qui présente un comportement très proche d'une CLT canonique sur paroi lisse sans gradient de pression. Le tracé de diagnostic, représenté sur la figure 4.15 et décrit dans la section 4.3.3, appuie également cette observation. Cette vérification préliminaire est nécessaire avant d'étudier un écoulement de CLT sur paroi rugueuse, afin de déceler un éventuel problème de déclenchement ou de développement de la CLT. La suite de cette partie détaille les essais préliminaires réalisés sur paroi rugueuse, permettant notamment de caractériser le gradient de pression présent dans la veine d'essai et le développement de la CLT.

### 4.3.2. Caractérisation de la turbulence et du gradient de pression

La qualité de l'écoulement en présence des inserts rugueux est analysée afin de s'assurer que les caractéristiques de l'écoulement « à l'infini », notamment le taux de turbulence et le gradient de pression, n'influencent pas le développement de la couche limite turbulente.

Le taux de turbulence, défini comme le rapport  $\sqrt{\overline{u'^2}}/U_e$  à l'extérieur de la CLT, est tout d'abord caractérisé. Afin de limiter l'influence que le taux de turbulence peut avoir sur les paramètres de la CLT, dont le coefficient de frottement (Hancock et Bradshaw, 1983), on cherche à ce que ce rapport soit le plus faible possible. Ce critère permet également de se rapprocher



(a) Intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}^+$

(b) Tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}$

FIGURE 4.12. – Tracé des profils de (a) l'intensité turbulente longitudinale et (b) des tensions de Reynolds. Sur la figure (a), la courbe — représente le modèle MUP de Marusic *et al.* (1997) et Marusic et Kunkel (2003). Les droites --- représentent (a) la pente de la zone logarithmique de  $\overline{u'^2}^+$  (Townsend, 1976) et (b) le plateau des tensions croisées  $-\overline{u'v'}$ .

des conditions d'un écoulement externe réel. Le taux de turbulence a été mesuré au-dessus du troisième insert à différentes positions axiales  $X$  définies par rapport au début de cet insert et une position transverse  $z = 0$  mm, pour une vitesse extérieure  $U_e = 30 \text{ m s}^{-1}$ . Son évolution, illustrée sur la figure 4.13, montre que le taux de turbulence est constamment inférieur à 1 % dans la région où les mesures seront effectuées.

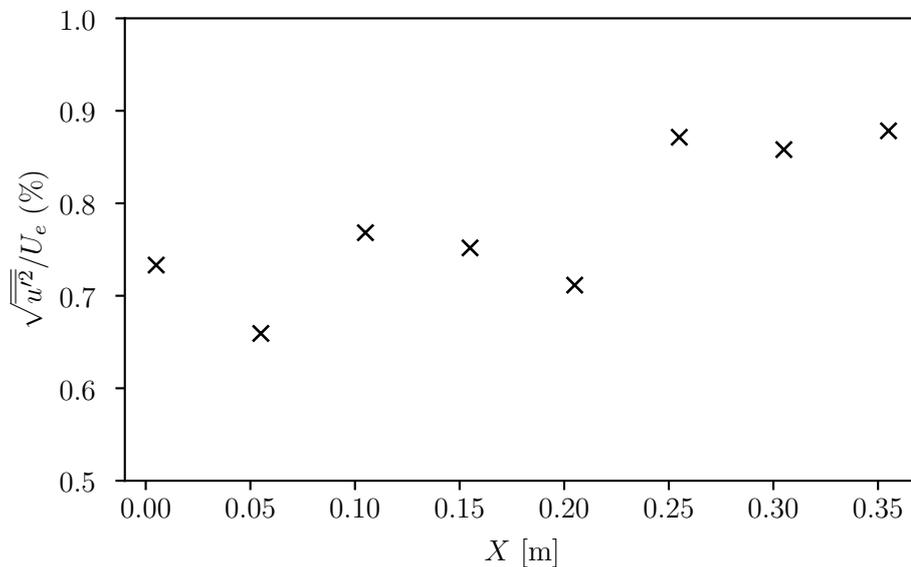


FIGURE 4.13. – Évolution longitudinale du taux de turbulence extérieur à la couche limite, au-dessus du troisième insert ( $X=0$  correspond à l'origine de celui-ci).

Afin de déterminer la présence éventuelle d'un gradient de pression dans la veine d'essai susceptible d'influencer la couche limite, une étude de l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne extérieure  $U_e$  est réalisée, à débit constant. Son évolution est en effet directement liée au gradient de pression par la relation de Bernoulli (1.13). Les résultats sont présentés sur la figure 4.14a pour la paroi rugueuse. L'abscisse  $X=0$  correspond à l'abscisse du début du troisième insert. On constate une faible croissance de la vitesse extérieure moyenne avec un gradient moyen d'environ

$0.4 \text{ ms}^{-1}/\text{m}$ . Ce gradient est principalement dû à l'épaississement des couches limites se développant sur la maquette et sur le plafond de la veine, mais également au fait que les inserts rugueux ne sont pas parfaitement plans (déformations dues au chauffage lors de précédentes expériences) ainsi qu'à l'inclinaison de la maquette et du plafond de la veine d'un angle de  $0.2^\circ$  par rapport au plan horizontal.

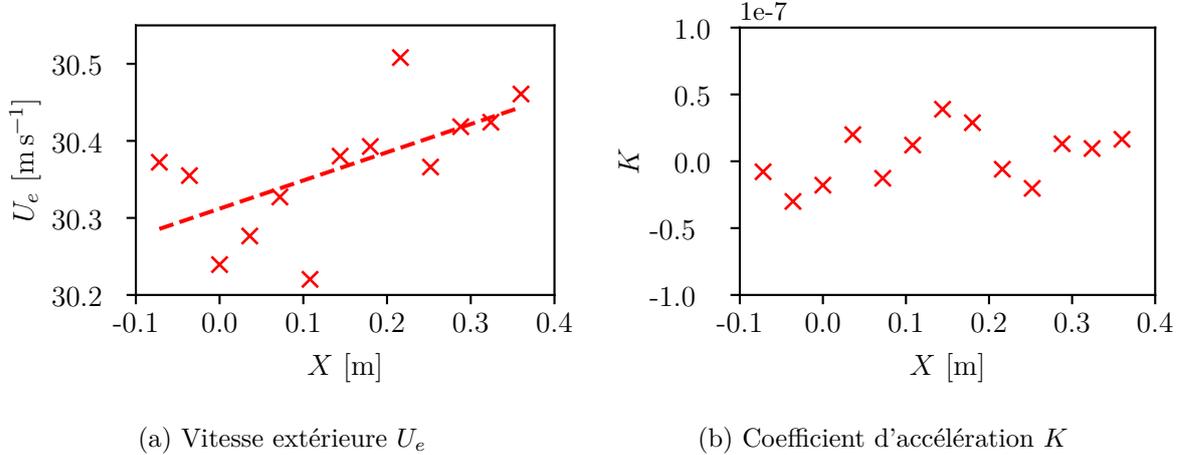


FIGURE 4.14. – Évolution longitudinale de (a) la vitesse longitudinale  $U_e$  et du (b) coefficient d'accélération  $K$  extérieurs à la couche limite. La pente de la ligne discontinue rouge correspond au gradient de vitesse moyen.

Afin de déterminer si ce gradient est susceptible d'influencer la couche limite, on trace sur la figure 4.14b l'évolution du coefficient d'accélération  $K$  défini par :

$$K = \frac{\nu}{U_e^2} \frac{dU_e}{dx} \quad (4.2)$$

De Graaff et Eaton (2000) indique qu'une déviation notable de la loi logarithmique de la couche limite n'apparaît que pour  $K > 1.6 \times 10^{-6}$ . Les valeurs de  $K$  étant ici toutes inférieures à  $0.5 \times 10^{-7}$ , on peut considérer l'effet du gradient de pression comme négligeable sur l'évolution longitudinale de la couche limite.

### 4.3.3. Tracé de diagnostic

Le tracé de diagnostic (*diagnostic plot*) est un outil introduit par Alfredsson et Örlü (2010) permettant à la fois de déterminer si les mesures de couche limite sont corrompues et si la couche limite (sans gradient de pression) présente un comportement dit « canonique », c'est-à-dire présentant des caractéristiques proches de celles disponibles dans la littérature. Ce tracé ne nécessite de connaître ni la vitesse de frottement  $u_\tau$  ni la position de la paroi, dont la détermination peut présenter des incertitudes potentiellement élevées. Ce graphique a été présenté sous deux formes dans la littérature :

1. La première consiste à tracer les variations de la valeur RMS des fluctuations de vitesse axiale  $u'$  en fonction de la vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}$ , toutes deux adimensionnées par la vitesse extérieure  $U_e$ , à savoir suivant la relation :

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U_e} = g_1 \left( \frac{\bar{u}}{U_e} \right). \quad (4.3)$$

Présentée par Alfredsson et Örlü (2010), cette forme a l'avantage de pouvoir notamment juger de la qualité des données dans la région proche paroi et au niveau du maximum de la valeur RMS de  $u'$ .

2. La seconde forme est obtenue en traçant les variations de la valeur RMS des fluctuations de vitesse axiale  $u'$  adimensionnée par la vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}$  en fonction de cette même vitesse adimensionnée par la vitesse extérieure  $U_e$ , à savoir :

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{\bar{u}} = g_2 \left( \frac{\bar{u}}{U_e} \right). \quad (4.4)$$

Alfredsson *et al.* (2011, 2012) ont montré, dans le cas d'un écoulement turbulent sur paroi lisse, que ce tracé est linéaire dans la région externe et suit la relation suivante :

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{\bar{u}} = a + b \left( \frac{\bar{u}}{U_e} \right). \quad (4.5)$$

où  $a$  et  $b$  sont des coefficients déterminés à partir des données de la littérature. Alfredsson *et al.* (2011, 2012) ont noté que ces coefficients sont indépendants du nombre de Reynolds mais varient en fonction du type d'écoulement (conduite, canal ou CLT), probablement à cause de leurs paramètres de sillage  $\Pi$  différents. Castro *et al.* (2013) ont montré que la relation linéaire (4.5) est également valide sur paroi rugueuse. La pente de cette relation augmente, en valeur absolue, avec la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s^+$  jusqu'à devenir constante en régime rugueux établi. Les valeurs des coefficients  $a$  et  $b$  pour les régimes aérodynamiquement lisse (paroi lisse) et rugueux établi sont répertoriés dans le tableau 4.5.

Régime	Étude	a	b	b/a
Aérodynamiquement lisse	Alfredsson <i>et al.</i> (2012)	0.286	-0.255	-0.89
	Castro <i>et al.</i> (2013)	0.44	-0.40	-0.91
Rugueux établi	Mesures LDV	0.42	-0.38	-0.90
	Écart relatif	4.5 %	5.0 %	1.1 %

TABLE 4.5. – Comparaison des coefficients de la région linéaire du tracé de diagnostique

La figure 4.15 présente le tracé de diagnostique suivant la relation (4.4) pour l'ensemble des profils de couche limite mesurés. Le profil représenté par les croix bleues (×) correspond au profil obtenu sur plaque lisse détaillé dans la partie 4.3.1 alors que les autres profils sont obtenus à différentes stations au-dessus de la paroi rugueuse. On note tout d'abord un bon accord entre le tracé de diagnostique sur paroi lisse avec la corrélation empirique de Alfredsson *et al.* (2012), suggérant que la couche limite sur paroi lisse est bien développée et présente bien un comportement canonique. Les autres profils de CLT ont été obtenus à différentes stations longitudinales et transversales au-dessus du troisième insert rugueux. Les tracés de diagnostique pour ces profils se recouvrent bien dans la région externe comme attendu. Afin de comparer les résultats obtenus avec ceux de Castro *et al.* (2013), une identification des coefficients  $a$  et  $b$  de la relation (4.5) est réalisée par moindres carrés à partir des données expérimentales pour  $\bar{u}/U_e$  compris entre 0.6 et 0.8 ; les résultats sont présentés dans la tableau 4.5. Des écarts relatifs jusqu'à 5.0% sont notés pour les coefficients  $a$  et  $b$ . Ces différences sont certainement dues à une différence de hauteur de grain de sable équivalent entre les mesures et les données considérées par Castro *et al.* (2013). En effet, ces derniers ont estimé les coefficients de la régression linéaire à partir d'écoulements présentant des hauteurs de grain de sable équivalent  $k_s^+$  compris entre 500 et 1200. Or, sur la figure 2a de leur étude, on peut noter que le tracé de diagnostique pour un écoulement caractérisé par  $k_s^+ \approx 200$ , pourtant bien dans le régime rugueux établi, dévie légèrement de la régression linéaire et se rapproche des mesures réalisées dans cette thèse, pour lesquelles  $k_s^+ \approx 300$ . En suivant les travaux de Sanmiguel Vila *et al.* (2017), c'est plus le rapport  $b/a$  que les deux coefficients eux-mêmes qui fait foi du caractère développée de la CLT. L'écart relatif pour ce rapport étant de 1.1% seulement, on peut raisonnablement considérer que les CLT mesurées ici sont bien développées.

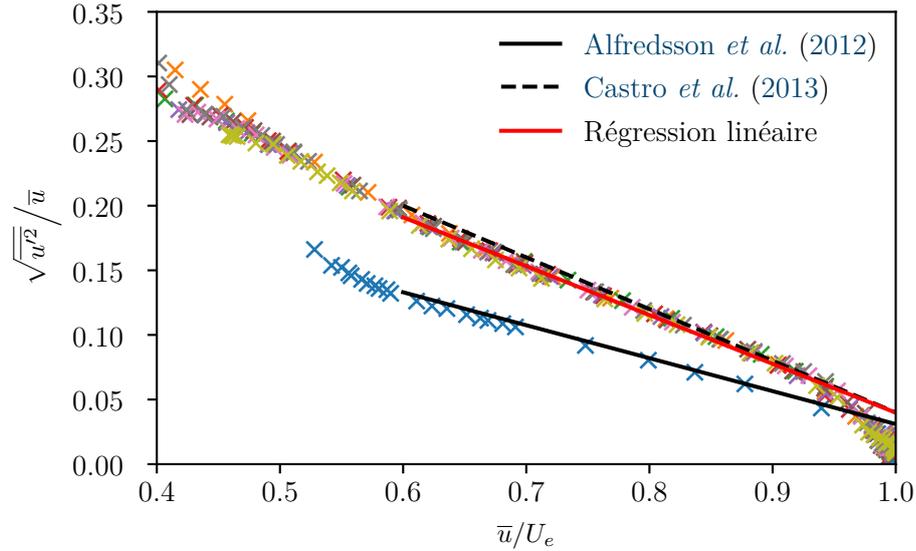


FIGURE 4.15. – Tracés de diagnostic  $\sqrt{u'^2}/\bar{u} = g_2(\bar{u}/U_e)$  et des régressions linéaires données par (4.5) dans la zone de sillage de couches limites turbulentes sur paroi lisse (×) et paroi rugueuse. Les coefficients  $a$  et  $b$  des régressions sont répertoriés dans le tableau 4.5.

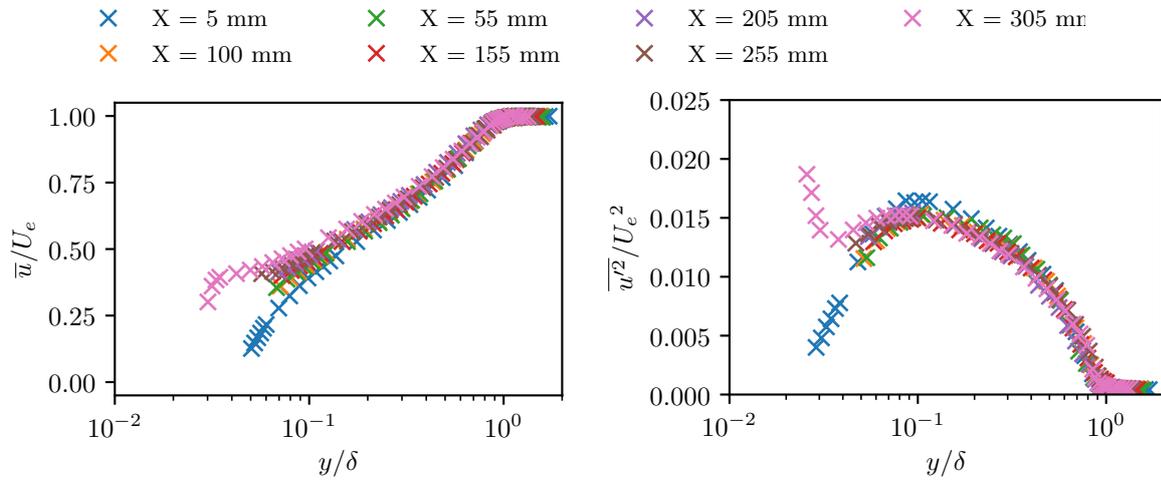
#### 4.3.4. Développement de la CLT et bidimensionnalité

Afin de confirmer le bon développement de la CLT au-dessus de la surface rugueuse, des profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}$  et d'intensité turbulente  $\overline{u'^2}$  ont été mesurés à différentes positions axiales  $X$  (définies par rapport à l'origine du troisième insert rugueux) et une position transverse  $z = 0$  mm. Les résultats, adimensionnés en variables externes par la vitesse extérieure  $U_e$  et l'épaisseur de CLT  $\delta$ , sont présentés sur la figure 4.16. Comme attendu pour le développement d'une CLT sans gradient de pression, on observe un bon regroupement des profils des deux statistiques turbulentes présentées, pour  $y/\delta \geq 0.1$ , c'est-à-dire à partir du début de la zone logarithmique observée sur les profils de  $\bar{u}/U_e$ .

Ces mêmes profils sont tracés, sur la figure 4.17, pour une position axiale ( $X = 186.3$  mm, c'est-à-dire à une distance  $x/D_0 = 1$  en aval du sommet d'une rugosité) et trois positions transverses : une position médiane ( $z = 0$  mm) et deux autres positions situées de part et d'autre ( $z = 25$  mm et  $z = -24.4$  mm). Le choix de cette dernière est principalement dictée par les limites du dispositif : le déplacement de la tête d'émission est en effet limité par la présence du hublot, ce qui empêche d'atteindre des positions transversales négatives plus faibles. On constate sur cette figure un bon regroupement des profils pour  $y/\delta \geq 0.1$ , attestant que l'écoulement de CLT est relativement homogène dans la direction transverse. Cette figure met en évidence la présence d'un pic dans le profil de  $\overline{u'^2}$ , dont l'origine est discutée dans la section suivante.

## 4.4. Mesures sur paroi rugueuse

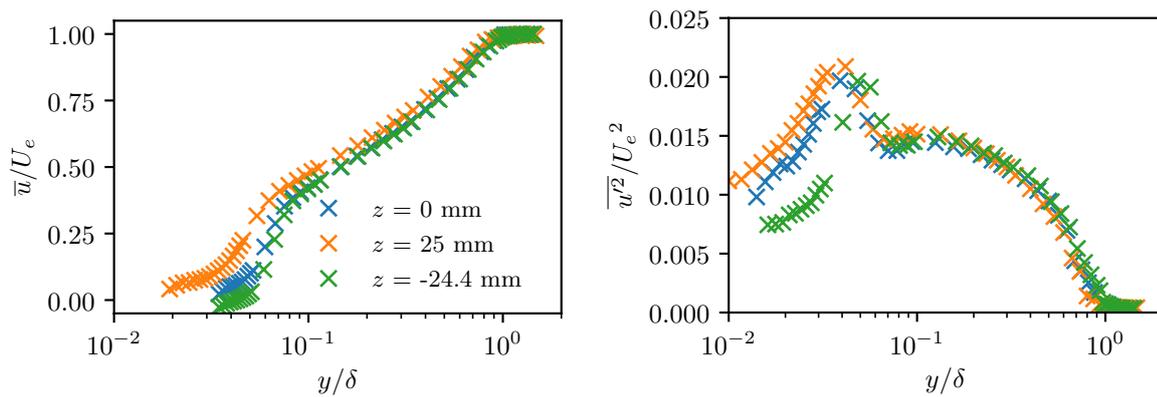
Dans la section 4.3.4, on a observé le bon regroupement des profils de vitesse longitudinale moyenne, mesurés à différentes positions longitudinales et transversales, dans la zone logarithmique et la région externe ; ce regroupement confirmant que l'écoulement de couche limite turbulente est bien développé et bidimensionnel. Dans cette partie, on présente tout d'abord les profils de différentes quantités turbulentes obtenus à une position donnée, afin d'analyser l'effet des rugosités sur la région externe. Dans un second temps, les mesures effectuées dans différents plans  $(xy)$  et  $(xz)$  sont décrites afin d'illustrer les effets des rugosités dans la sous-couche rugueuse.



(a) Vitesse moyenne  $\bar{u}/U_e$

(b) Intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}/U_e^2$

FIGURE 4.16. – Tracés des profils (a) de la vitesse longitudinale moyenne et (b) de l'intensité turbulente longitudinale, adimensionnées par des variables externes, à différentes positions longitudinales et  $z/D_0 = 0$ . Les coordonnées  $X$  désignent les abscisses prises par rapport au début du troisième insert.



(a) Vitesse moyenne  $\bar{u}/U_e$

(b) Intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}/U_e^2$

FIGURE 4.17. – Tracés des profils (a) de la vitesse longitudinale moyenne et (b) de l'intensité turbulente longitudinale, adimensionnées par des variables externes, à différentes positions transverses et  $x/D_0 = 1$ .

#### 4.4.1. Écoulement moyen à une position donnée

Les profils présentés dans cette section ont été obtenus dans le sillage d'une rugosité hémisphérique centrée à la position longitudinale  $X = 183.8$  mm définie par rapport au début du troisième insert rugueux. Toutes les mesures étant effectuées dans le voisinage de cette même rugosité, située vers le milieu du troisième insert, on définit un repère dont l'origine est située au centre de la base de cet élément rugueux et est représentée par la croix rouge sur la figure 4.18. Dans ce repère, les profils présentés ont été mesurés à  $x/D_0 = 1$  et  $z/D_0 = 0$ , position illustrée par la croix bleue sur cette même figure. Les propriétés de la CLT à cette position sont listées dans le tableau 4.6. La valeur de la vitesse de frottement  $u_\tau$  a été obtenue en utilisant la valeur du plateau des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  (figure 4.20c) et la valeur du décalage de paroi  $\varepsilon$  par une méthode de Clauser modifiée (chapitre 3).

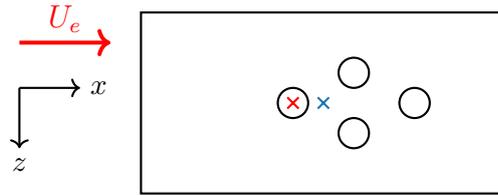


FIGURE 4.18. – Définition du repère aérodynamique. La croix rouge  $\times$  correspond à l'origine du repère ( $x = 0$  mm,  $X = 183.8$  mm), et la croix bleue  $\times$  représente la position de mesure des profils décrits dans la section 4.4.1 ( $x/D_0 = 1$ ,  $z/D_0 = 0$ ).

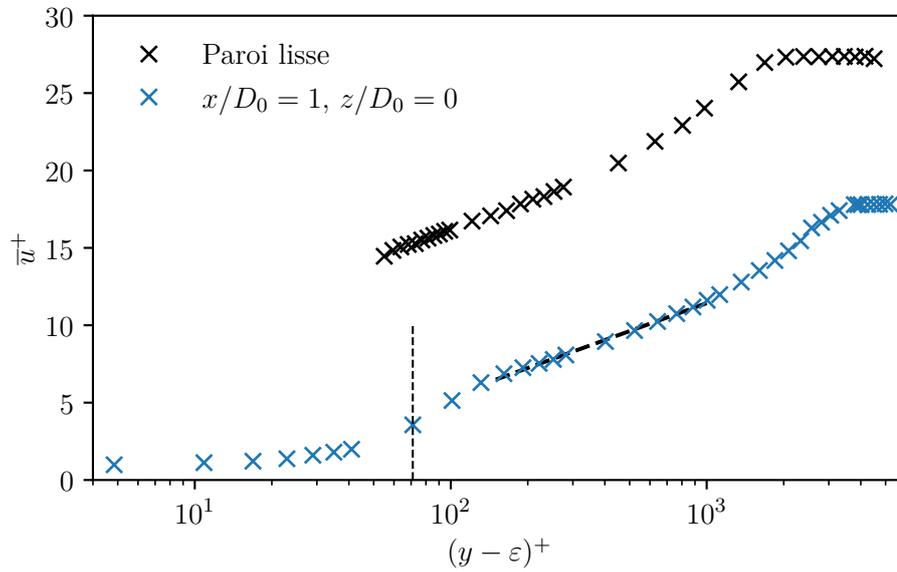
$x/D_0$	$z/D_0$	$U_e$	$\delta_{99.5}$	$\delta_1$	$\theta$	$H$	$u_\tau$	$\varepsilon$	$\delta^+$	$\Delta u^+$	$T$	$\nu$
[–]	[–]	[m s <sup>-1</sup> ]	[mm]	[mm]	[mm]	[–]	[m s <sup>-1</sup> ]	[mm]	[–]	[–]	[°C]	[m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]
1	0	30.29	32	7.67	4.45	1.72	1.70	0.66	3895	10.73	8	$1.40 \cdot 10^{-5}$

TABLE 4.6. – Propriétés de la CLT étudiée (paroi rugueuse).

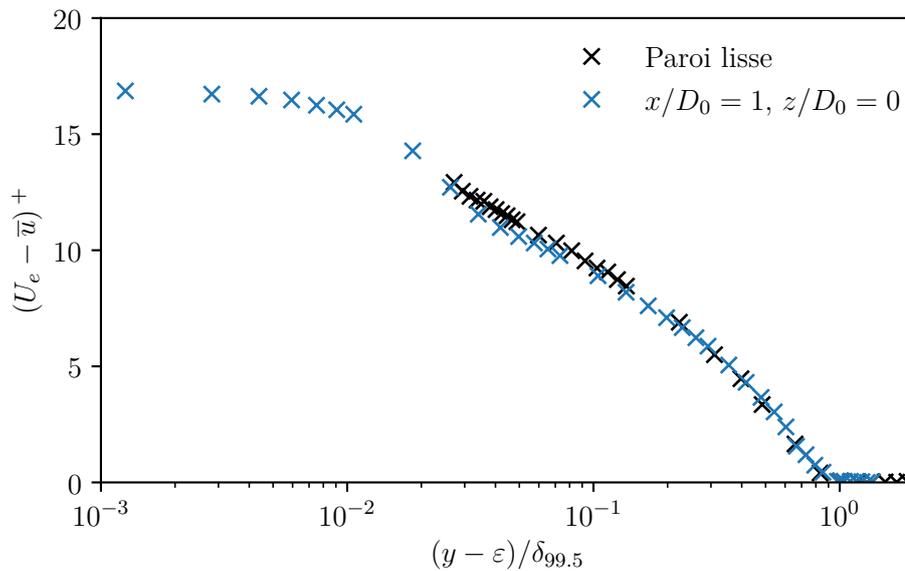
La figure 4.19a présente le profil de vitesse longitudinale moyenne adimensionné en variables de paroi de la couche limite. Le profil obtenu sur paroi lisse (et détaillé dans la partie précédente) est également représenté pour comparaison. On constate la présence d'une région logarithmique dans le profil de  $\bar{u}^+$ , qui est notamment illustrée par la ligne pointillée de pente  $1/\kappa$ . Cette figure montre également que la présence des rugosités induit un décalage vertical  $\Delta u^+$  du profil de vitesse, lié à l'augmentation du frottement pariétal (due à la traînée des rugosités) et donc des flux de quantités de mouvement à la paroi. Ce décalage a été déterminé par rapport au profil obtenu sur paroi lisse et est ici égal à  $\Delta u^+ = 10.73$ . En utilisant la relation (1.57) de Nikuradse (1937) reliant directement  $\Delta u^+$  à la hauteur de grain de sable équivalent  $k_s^+$ , on montre que cette hauteur est égale à 240, ce qui signifie que l'écoulement est dans le régime rugueux établi.

Le profil de vitesse est également représenté sous une forme déficitaire sur la figure 4.19b. On observe un bon recouvrement des profils obtenus sur parois lisse et rugueuse dans les régions logarithmique et externe, avec une déviation maximale de l'ordre de 5 %. Cette valeur semble suffisamment faible pour appuyer l'hypothèse de similitude de Townsend (1976), qui affirme que le profil de vitesse sous forme déficitaire est insensible à la topologie de la surface. Castro *et al.* (2013) soutiennent d'ailleurs que cette similitude est observée pour  $\delta/k_s \geq 11$ . Cette condition est vérifiée ici, la valeur de ce rapport étant égale à 16.2.

Les profils des tensions de Reynolds adimensionnées  $\overline{u'^2}^+$ ,  $\overline{v'^2}^+$  et  $-\overline{u'v'}$  sont tracés sur la figure 4.20. Ils sont superposés avec les profils obtenus sur paroi lisse sur la colonne de gauche. Ces profils présentent un comportement « classique » dans la région externe. En effet, on constate un recouvrement des profils obtenus sur parois lisse et rugueuse pour  $y/\delta \geq 0.5 - 0.6$ . Ces valeurs sont conformes à celles trouvées par Squire *et al.* (2016) pour des nombres de Reynolds  $\delta^+$  inférieurs à 4000, mais restent sensiblement inférieures à celles généralement trouvées dans

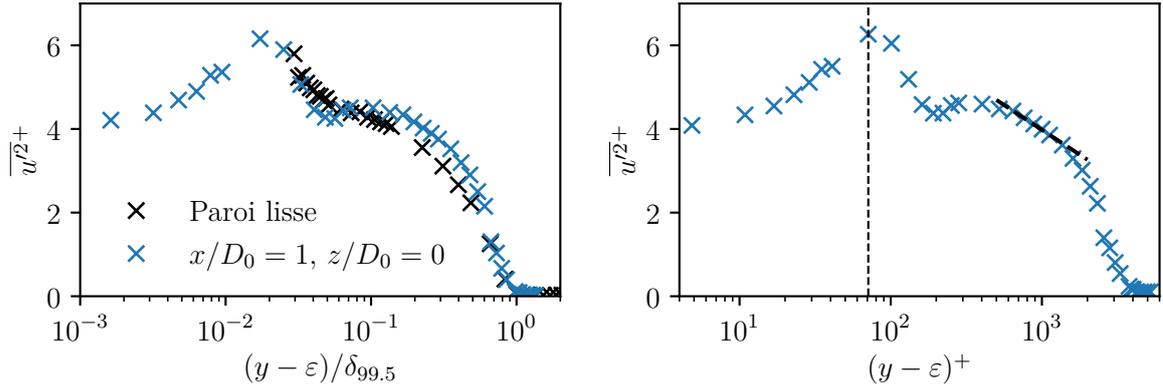


(a) Profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$ .

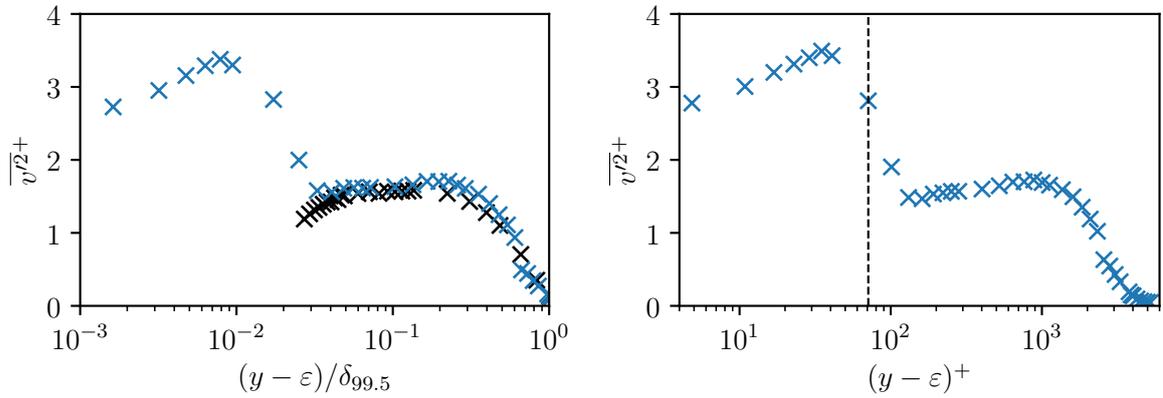


(b) Profil de vitesse longitudinale moyenne sous forme déficitaire  $(U_e - \bar{u})^+$ .

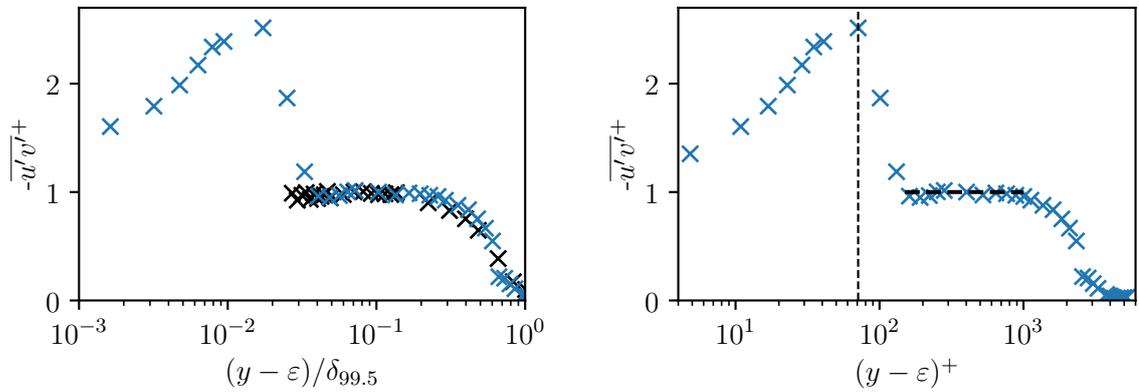
FIGURE 4.19. – Profils de vitesse sous forme (a) adimensionnée  $\bar{u}^+$  et (b) déficitaire  $(U_e - \bar{u})^+$  mesurés par LDV en aval d'une rugosité hémisphérique, à  $x/D_0 = 1$  et  $z/D_0 = 0$ . La profil obtenu sur paroi lisse est également représenté pour comparaison. Sur la figure (a), la ligne verticale correspond à la position effective du sommet des rugosités et la ligne pointillée --- inclinée représente la pente  $1/\kappa$  dans la zone logarithmique.



(a) Intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}^+$



(b) Intensité turbulente normale  $\overline{v'^2}^+$



(c) Tensions turbulentes  $-\overline{u'v'}$

FIGURE 4.20. – Profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale  $\overline{u'^2}^+$ , (b) normale  $\overline{v'^2}^+$  et (c) des tensions turbulentes  $-\overline{u'v'}$  à  $x/D_0 = 1$  et  $z/D_0 = 0$  (x). Sur la colonne de gauche, ces grandeurs sont tracées en fonction de  $(y - \varepsilon)/\delta$  et sur la colonne de droite, en fonction de  $(y - \varepsilon)^+$ . Sur les figures de gauche, le profil obtenu sur paroi lisse est également représenté (x). Sur les figures de droite, les lignes pointillées verticales dénotent la position effective du sommet des rugosités ( $k - \varepsilon$ ). Sur la figure (a), la seconde ligne pointillée --- représente la pente de la zone logarithmique de  $\overline{u'^2}^+$  et sur la figure (c) le plateau des contraintes de Reynolds.

la littérature pour des nombres de Reynolds plus élevés. Par exemple, [Schultz et Flack \(2005\)](#) et [Flack et Schultz \(2014\)](#) ont observé cette similitude à partir de  $y/\delta \geq 0.1 - 0.2$ , mais pour

des nombres de Reynolds  $Re_\theta$  supérieurs à 9000. On observe par ailleurs la présence d'une zone logarithmique dans le profil de  $\overline{u'^2}^+$ , illustrée par la ligne pointillée noire, qui vient renforcer l'hypothèse des tourbillons attachés de [Townsend \(1976\)](#), ainsi qu'un plateau dans le profil de  $-\overline{u'v'}^+$ .

Dans la région de proche paroi, plusieurs différences peuvent être observées entre parois lisse et rugueuse. On remarque notamment une disparition du pic de  $\overline{u'^2}^+$  sur la figure 4.20a, qui apparaît sur paroi lisse à une altitude  $y^+ \approx 15$  comme observé sur la figure 4.12a. Comme détaillé dans le chapitre 1, cette disparition est due à une destruction du cycle de production de la turbulence en proche paroi du fait des rugosités. On note également la présence de pics au-niveau du sommet des rugosités dans les profils des trois contraintes de Reynolds, suggérant que la présence d'irrégularités sur la paroi induit de fortes fluctuations des composantes longitudinale et normale de la vitesse, impactant de fait la distribution de la contrainte cisailée de Reynolds.

Afin de déterminer plus précisément l'origine de ces pics, une décomposition en quadrants est effectuée. Introduite par [Wallace et al. \(1972\)](#), cette décomposition permet d'étudier les différents types de mouvement de fluide contribuant aux contraintes de Reynolds. Ces mouvements, caractérisés par le signe des fluctuations de vitesse longitudinale  $u'$  et normale  $v'$ , sont au nombre de quatre. Deux sont particulièrement actifs sur parois lisse et rugueuse ([Krogstad et al., 1992](#)) :

- le quadrant Q2, ou *ejection*, caractérisé par  $u' < 0$  et  $v' > 0$ . Il correspond à un mouvement de fluide lent éjecté de la paroi vers l'écoulement. On l'appelle également *burst*.
- le quadrant Q4, ou *sweep*, caractérisé par  $u' > 0$  et  $v' < 0$ . Il correspond à un mouvement de fluide rapide repoussé vers la paroi.

Dans la suite, on ne s'intéressera donc qu'à ces deux quadrants. La contribution d'un quadrant Q, noté  $\overline{u'v'}_Q$  est déterminée analytiquement comme suit :

$$\overline{u'v'}_Q = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \overline{u'v'} I_Q dt \quad (4.6)$$

où  $I_Q$  est une fonction indicatrice définie par :

$$I_Q = \begin{cases} 1 & \text{si } |\overline{u'v'}_Q| \geq H \sqrt{\overline{u'^2}} \sqrt{\overline{v'^2}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.7)$$

L'historique temporel des mesures de vitesse pouvant être facilement récupéré avec ASSA, les contributions des quadrants Q2 et Q4, représentées sur la figure 4.21, ont pu être calculées aisément. Celles-ci ont été quantifiées pour  $H = 0$  et  $H = 2$ , cette dernière valeur permettant de « filtrer » les mouvements Q2 et Q4 les plus faibles. En dehors de la sous-couche rugueuse, pour des altitudes supérieures à  $y \approx 5k$ , on observe que les mouvements d'*ejections* contribuent globalement le plus aux tensions turbulentes sur la majeure partie de la couche limite (figure 4.21c). Sous la hauteur de rugosité, on observe plutôt un équilibre entre les contributions des *sweeps* et des *ejections*, pour  $H = 0$ . Les mouvements de *sweeps* sont causés, comme détaillé dans la section 4.4.2 suivante, par la déflexion de l'écoulement qui apparaît en aval des rugosités, qui ont alors tendance à entraîner et repousser de la paroi les mouvements de fluide lents issus de la zone de recirculation induite par les éléments rugueux. Si on ne s'intéresse qu'aux mouvements de fluide les plus intenses ( $H = 2$ ), on observe que les mouvements de *sweeps* dominent les *ejections* sous le sommet des rugosités alors que le rapport inverse est constaté pour  $1 \leq y/k \leq 2$ . Ainsi, l'augmentation des fluctuations de vitesses en proche paroi directement en aval de la rugosité semble due à l'équilibre entre les deux types de mouvement Q2 et Q4, avec des *sweeps* plus intenses pour  $y \leq k$  et des *ejections* plus intenses au-dessus du sommet des rugosités. .

De telles données, à proximité immédiate des rugosités étant rares dans la littérature, les conclusions dressées sur l'influence des quadrants ne peuvent être comparées avec de précédentes études. L'influence des rugosités sur l'écoulement est, dans la suite, étudiée dans plusieurs plans de l'écoulement.

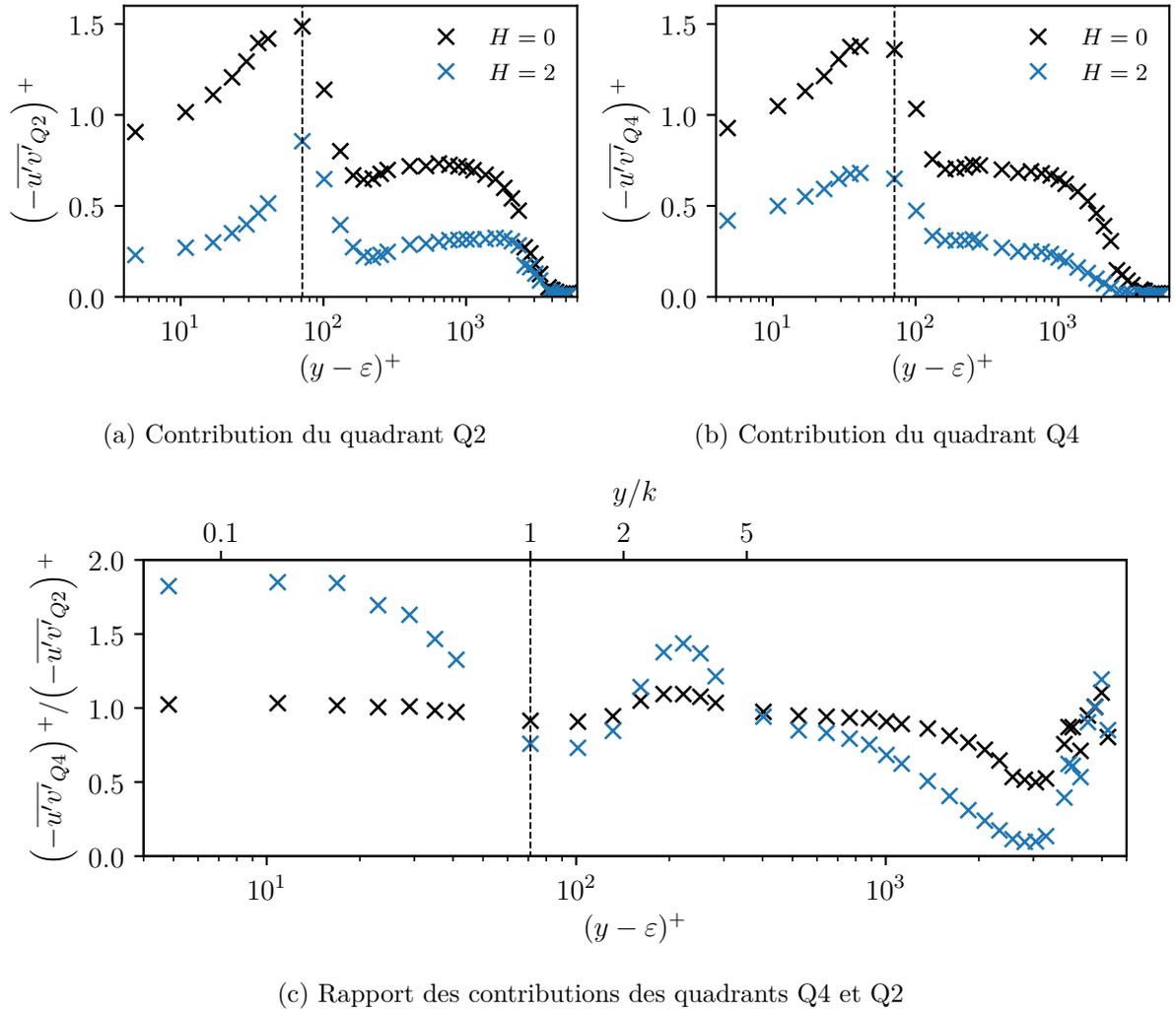


FIGURE 4.21. – Profils des contributions des quadrants (a) Q2, (b) Q4 aux contraintes de Reynolds  $-\overline{u'v'}$ . La figure (c) présente le rapport des contributions de ce deux quadrants. Ces contributions ont été calculées pour  $H = 0$  (×) et  $H = 2$  (×). Les lignes pointillées verticales représentent la position effective du sommet des rugosités ( $k - \varepsilon$ ).

#### 4.4.2. Plan (xy)

Des mesures ont été réalisées dans différents plans de l'écoulement situés dans le sillage des rugosités afin de disposer d'une description plus précise de l'influence de la présence des éléments rugueux sur la topologie de l'écoulement en proche paroi. Les mesures dans un plan  $(xy)$  médian aux rugosités ( $z/D_0 = 0$ ) sont présentées sur les figures 4.22 et 4.23. Ce plan couvre à la fois les zones en aval et en amont d'une rugosité, où un décollement de l'écoulement est attendu. Il s'agit de l'unique plan  $(xy)$  étudié dans le cadre de ces travaux, car les effets des rugosités, et notamment la zone de recirculation apparaissant en aval de celles-ci, sont supposés être le plus forts dans le plan médian des éléments rugueux. Les rugosités présentes dans ce plan sont représentées par des traits pleins tandis que celles disposées en quinconce sont représentées par des traits pointillés mixtes. Avant d'analyser la structure même de l'écoulement, plusieurs remarques peuvent être effectuées sur ce plan de mesures :

1. Une mesure LDV étant « ponctuelle », le plan de mesures est constitué d'un grand nombre de points de mesure suivant un maillage cartésien. Ces points sont espacés d'un pas de 0.1 mm dans les directions longitudinales et normales à la paroi. Ce pas d'espace, environ deux fois supérieur au pas de déplacement minimal du banc de déplacement, a été choisi

- de sorte à obtenir au moins une dizaine de points pour une hauteur de rugosité. Ainsi, une zone de taille  $D_0 \times k$  requiert ici 300 points de mesures, soit entre 4 et 5 heures de mesures.
2. On constate la présence d'une zone sans mesure pour  $x/D_0$  compris entre 1.5 et 2.5, c'est-à-dire au niveau de l'élément rugueux situé en quinconce du plan de mesures. Cet élément rugueux obstrue en effet le passage des faisceaux laser dans cette zone, dans laquelle il n'a ainsi pas été possible d'effectuer des mesures.
  3. Aucune mesure n'a été réalisée pour des altitudes  $y/k \leq 0.25$ , soit  $y \approx 0.3$  mm. En deçà, les faisceaux sont en effet réfléchis par la paroi, ce qui conduit à un éblouissement de l'optique de réception et à l'impossibilité de réaliser des mesures. Comme détaillé dans la section 4.2, l'altitude minimale de mesure a pu être diminuée en amont par l'application d'une couche de rhodamine sur les inserts rugueux.
  4. En aval de la première rugosité, centrée en  $x/D_0 = 0$ , on note la présence d'une zone où aucune mesure n'est présentée. Cette absence de mesures est principalement due au manque de particules de DEHS en aval de l'obstacle ainsi qu'à la réflexion des faisceaux sur la partie aval de cette même rugosité.

Malgré ces difficultés d'obtention de mesures dans certaines zones, la discussion menée dans cette section montre que les données expérimentales obtenues permettent une description tout à fait satisfaisante de la topologie de l'écoulement en proche paroi, notamment dans le sillage de la rugosité située en amont du plan.

La figure 4.22 illustre, de haut en bas, les contours des composantes longitudinale  $\bar{u}^+$  et normale  $\bar{v}^+$  de la vitesse, adimensionnées en variables de paroi et mesurées dans le plan  $(xy)$  médian. Les contours de  $\bar{u}^+$  permettent de mettre en avant le décollement de l'écoulement induit par l'hémisphère centré en  $x/D_0 = 0$ , qui contraint l'écoulement à le contourner par les côtés et par son sommet. Ce décollement se traduit notamment par la présence d'une zone de recirculation, en aval de la rugosité, dans laquelle la vitesse longitudinale moyenne est négative et la vitesse normale moyenne est positive. Cette zone s'étend jusqu'au point de rattachement situé à  $x/D_0 \approx 1$ , cette position étant déterminée à l'altitude minimale pour laquelle on dispose de mesures. Une partie de l'écoulement devant contourner l'élément rugueux par le haut, on note un rapprochement des contours de  $\bar{u}^+$ , au niveau du sommet de la rugosité, synonyme d'un gradient de vitesse longitudinale important. La zone de recirculation est suivie d'une déflexion de l'écoulement vers la paroi, qui se traduit par la déviation verticale des contours de  $\bar{u}^+$  dans la zone où la vitesse normale à la paroi est négative.

En amont de l'élément rugueux centré en  $x/D_0 = 4$ , on observe le début du contournement de la rugosité par l'écoulement. Elle se manifeste notamment par une décélération de l'écoulement et un rapprochement des contours de  $\bar{u}^+$ . Cette description du contournement de l'élément rugueux n'est cependant que partielle du fait de l'absence de données mesurées au-dessus de l'hémisphère.

La figure 4.23 montre, de haut en bas, les contours de l'intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}^+$ , normale  $\overline{v'^2}^+$  et des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le même plan médian  $(xy)$ . L'analyse des contours de  $\overline{u'^2}^+$  met en avant une zone de forte amplitude de l'intensité turbulente axiale, en accord avec le pic observé sur le profil de la figure 4.20a, qui s'étend longitudinalement à une altitude  $y/k \approx 1$ . Cette zone de forte amplitude se situe dans la région où de forts gradients de vitesse longitudinale moyenne ont été observés auparavant, mais également dans la région de déflexion de l'écoulement. Une zone de forte amplitude de l'intensité turbulente normale  $\overline{v'^2}^+$  est également remarquée, mais celle-ci se situe à des altitudes plus basses ( $y/k \approx 0.5$ ) que celle de  $\overline{u'^2}^+$  et en aval de la zone de recirculation. Les contours de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  présentent une structure similaire à celle de l'intensité turbulente normale à la paroi.

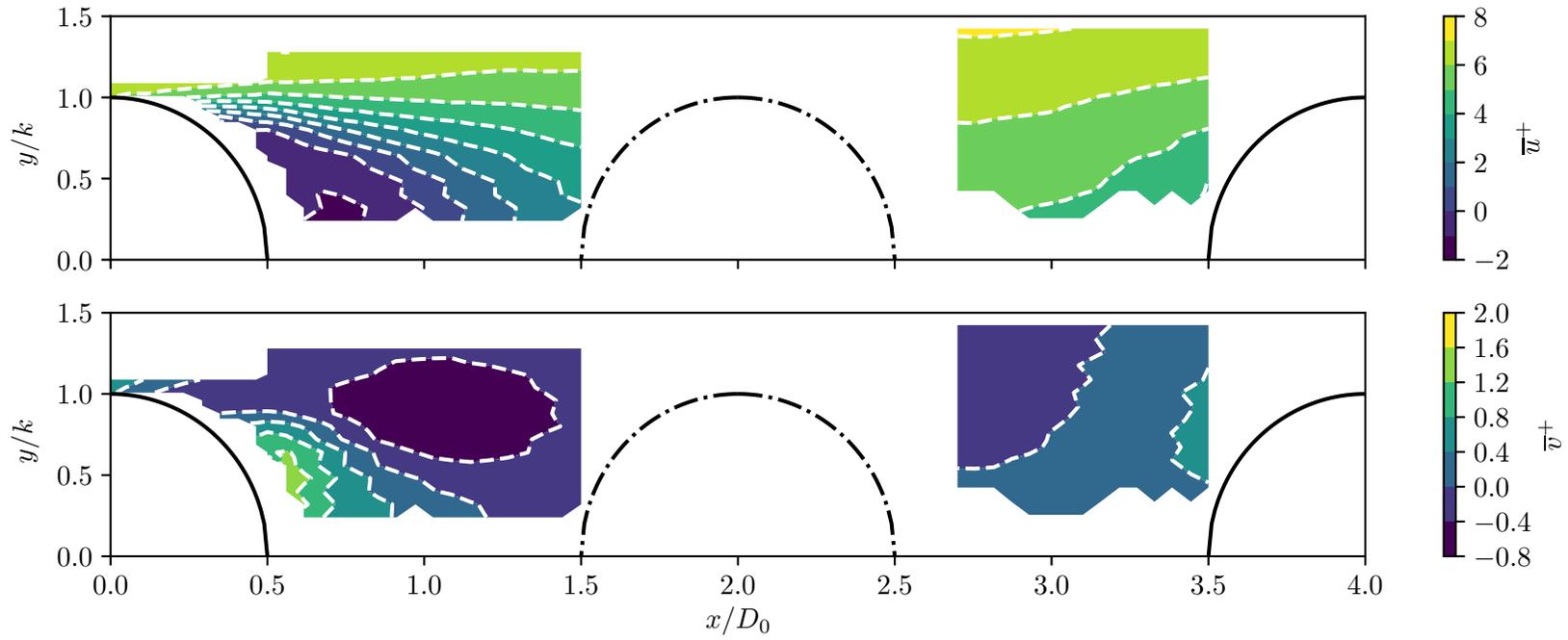


FIGURE 4.22. – Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  (en haut) et normale  $\bar{v}^+$  (en bas) dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$ . Les rugosités présentes dans ce plan sont représentées par des traits pleins — tandis que celles disposées en quinconce sont dénotées par des traits pointillés mixtes -·-·.

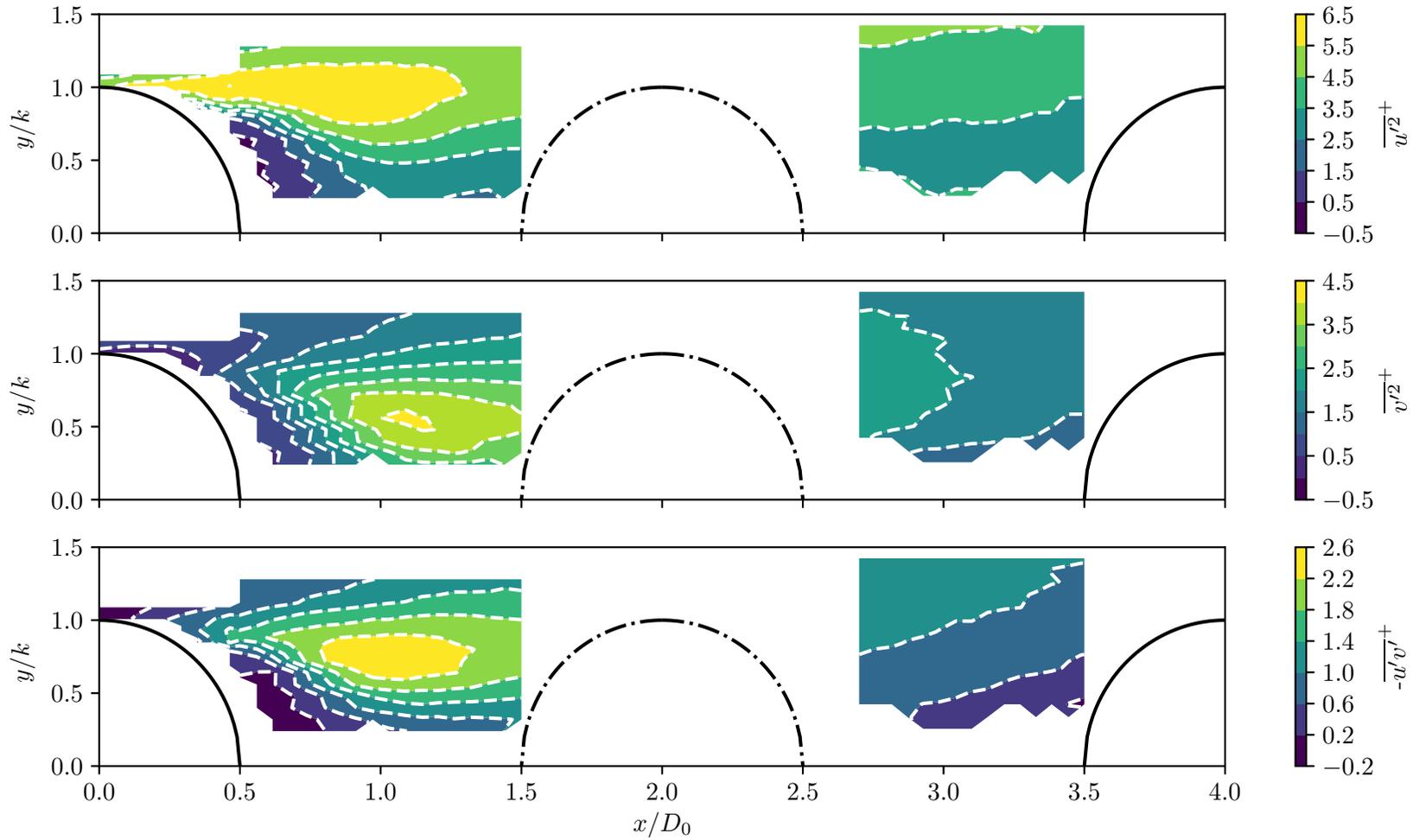


FIGURE 4.23. – Contours de l'intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}^+$  (en haut), normale  $\overline{v'^2}^+$  (au milieu) et des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  (en bas) dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$ . Les rugosités présentes dans ce plan sont représentées par des traits pleins — tandis que celles disposées en quinconce sont dénotées par des traits pointillés mixtes -·-·-.

### 4.4.3. Plans ( $xz$ )

Les mesures effectuées dans différents plans ( $xz$ ) sont présentées sur la figures 4.24, 4.25 et 4.26. Ces plans ont été mesurés à plusieurs altitudes  $y$  situées sous la hauteur de rugosité ( $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ ). Plusieurs remarques préliminaires peuvent être effectuées sur ces plans de mesure. Ils ont, comme le plan ( $xy$ ) décrit dans la section précédente, été obtenus en réalisant des mesures LDV ponctuelles espacées de 0.1 mm dans les directions axiale et transverse. On note également la présence de zones sans mesures, à proximité de l'élément rugueux disposés en quinconce et centré en  $x/D_0 = 2$ . Cette rugosité a en effet tendance à obstruer le passage des signaux lumineux renvoyés par les particules, qui ne sont pas captés par la tête de réception. On peut néanmoins observer que le plan mesuré à  $y/k = 0.52$  ne présente pas de zone sans mesures. Ce plan a été obtenu après avoir effectué la modification du vélocimètre, notamment de la disposition de la tête de réception, détaillée dans la section 4.2.4.

Ces plans ( $xz$ ) permettent de compléter les observations effectuées avec les mesures obtenues dans le plan ( $xy$ ) à  $z/D_0 = 0$ . On observe notamment sur la figure 4.24 une diminution progressive de l'étendue de la zone de recirculation en aval de l'hémisphère centré en  $x/D_0 = 0$  à mesure que l'altitude augmente. Pour chacune des altitudes, cette zone de recirculation est suivie d'une déflexion de l'écoulement, comme illustré sur la figure 4.25. Cette déflexion se manifeste également par une accélération de l'écoulement, qui est d'autant plus intense que  $y$  est grand. Ce phénomène est ensuite suivi par une diminution de la composante longitudinale de la vitesse de l'écoulement due à la présence de l'hémisphère centré en  $x/D_0 = 4$ . Cela se traduit également par une augmentation de la composante normale  $v$ , suggérant que l'écoulement contourne l'hémisphère par son sommet. Cette description n'est néanmoins pas complète car le vélocimètre mis en place ne permet pas de mesurer la composante  $w$  transverse de la vitesse et donc de mettre en avant un contournement « par les côtés » des éléments rugueux par l'écoulement.

En revanche, ces mesures permettent de mettre en lumière des phénomènes en lien avec certains termes apparaissant dans la formulation DERM, à savoir la force de pression appliquée par l'écoulement sur les éléments rugueux et les tensions dispersives induites par ces derniers. En effet, la décélération qui apparaît en amont des hémisphères suggère une augmentation de la pression. A l'opposé, la zone de recirculation en aval induit des pressions plus faibles. La différence de pression entre la face amont et la face aval des hémisphères donne naissance à une force de traînée, qui sera discutée plus en détails dans le chapitre 6. Ces plans ( $xz$ ) mettent également en avant de fortes variations des composantes de vitesse longitudinale et normale au sein d'un même plan, du fait de la présence des rugosités qui induisent un blocage de l'écoulement et forcent celui-ci à les contourner. Ces fortes dispersions sont à l'origine des tensions dispersives, qui seront également discutées dans le chapitre 6.

## 4.5. Incertitudes de mesures

Cette section présente une analyse des incertitudes pour les grandeurs mesurées par LDV, notamment les vitesses longitudinale  $u$  et normal  $v$  ainsi que les tensions croisées  $\overline{u'v'}$ . L'analyse effectuée ici suit les recommandations données par Moffat (1988), qui rappelle qu'il existe principalement deux types d'incertitudes :

- Les incertitudes aléatoires, qui sont liées aux fluctuations que l'on peut obtenir en mesurant plusieurs fois une même quantité dans les mêmes conditions. Ces incertitudes peuvent être déterminées de manière statistique et suivent généralement, lorsque le nombre de mesures est grand (supérieur à 30), une distribution gaussienne.
- Les incertitudes systématiques, qui se répètent à chaque mesure et qui sont quasiment constantes.

Dans le cas où un grand nombre de mesures sont effectuées pour un même point, l'incertitude peut être calculée par « la racine de la somme des carrés » (*Root-Sum-Squares* ou RSS). Ainsi, l'incertitude  $\Delta R$  d'une grandeur mesurée  $R$  dépendant de  $n$  variables indépendantes  $x_1, x_2, \dots, x_N$  s'écrit :

$$\Delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (4.8)$$

où  $\Delta x_i$  désigne l'incertitude sur la grandeur  $x_i$  et  $\partial R / \partial x_i$  représente la sensibilité de la grandeur  $R$  par rapport à  $x_i$ .

### 4.5.1. Vitesse de frottement

La vitesse de frottement  $u_\tau$  a été déterminée à partir du plateau des tensions croisées  $\overline{u'v'}$ , suivant la méthode détaillée dans le chapitre 3. Sept profils différents mesurés dans les mêmes conditions ont été utilisés afin de déterminer la valeur moyenne de la vitesse de frottement  $u_\tau$  et son écart-type  $\sigma$ , respectivement égaux à  $u_\tau = 1.70 \text{ m s}^{-1}$  et  $\sigma = 0.026 \text{ m s}^{-1}$ . Pour calculer l'incertitude sur  $u_\tau$ , on pourrait utiliser la distribution  $t$  de Student qui, pour un échantillon de  $n = 7$  mesures, donnerait :

$$\Delta u_\tau = \frac{2.365 \sigma}{\sqrt{n}} = 0.023 \text{ m s}^{-1} \quad (4.9)$$

soit un écart relatif de  $\pm 1.4 \%$ , ce qui semble relativement faible. Cette estimation néglige en effet les incertitudes sur les tensions croisées  $\overline{u'v'}$ . On choisit donc plutôt d'estimer  $\Delta u_\tau$  par propagation des incertitudes. Sachant que :

$$u_\tau = \sqrt{-\overline{u'v'}_{\text{plateau}}}, \quad (4.10)$$

l'incertitude sur  $u_\tau$  s'écrit :

$$\Delta u_\tau = \frac{1}{2\sqrt{-\overline{u'v'}_{\text{plateau}}}} \times \sigma \left( -\overline{u'v'} \right) = 0.067 \text{ m s}^{-1} \quad (4.11)$$

soit un écart relatif d'environ  $\pm 4 \%$ . Cet écart, du même ordre que celui typiquement obtenu sur paroi lisse à l'aide de la méthode de Clauser (chapitre 3), semble tout à fait acceptable.

### 4.5.2. Composantes de vitesse et contraintes de Reynolds

En utilisant la formule (4.8) de propagation des incertitudes, on peut montrer que les incertitudes sur  $\overline{u}^+$ ,  $\overline{v}^+$  et  $\overline{u'v'}^+$  s'écrivent respectivement :

$$\Delta \overline{u}^+ = \sqrt{\left( \frac{\overline{u}}{u_\tau^2} \Delta u_\tau \right)^2 + \left( \frac{1}{u_\tau} \Delta \overline{u} \right)^2} \quad (4.12)$$

$$\Delta \bar{v}^+ = \sqrt{\left(\frac{\bar{v}}{u_\tau^2} \Delta u_\tau\right)^2 + \left(\frac{1}{u_\tau} \Delta \bar{v}\right)^2} \quad (4.13)$$

$$\Delta \overline{u'v'}^+ = \sqrt{\left(\frac{-2\overline{u'v'}}{u_\tau^3} \Delta u_\tau\right)^2 + \left(\frac{1}{u_\tau^2} \Delta \overline{u'v'}\right)^2} \quad (4.14)$$

Les incertitudes maximales de  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  et  $\overline{u'v'}$  sont directement estimés à partir des intervalles de confiance à 95 % déterminés à l'aide de la technique de bootstrap tels que  $\Delta \bar{u} = 0.14 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\Delta \bar{v} = 0.001 \text{ m s}^{-1}$  et  $\Delta \overline{u'v'} = 0.27 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ . Ainsi, les incertitudes recherchées valent respectivement  $\Delta \bar{u}^+ = 0.24$ ;  $\Delta \bar{v}^+ = 0.05$  et  $\Delta \overline{u'v'}^+ = 0.12$ .

### 4.5.3. Positions

La détermination des coordonnées axiale, transverse et normale des positions auxquelles sont effectuées les mesures est particulièrement critique dans le cadre de cette étude. En effet, les mesures sont directement comparées, dans le chapitre suivant, aux résultats de simulations RANS, notamment dans le sillage des éléments rugueux dont l'étendue est faible (de l'ordre d'une hauteur de rugosité, soit ici environ 1 mm). Comme détaillé dans la section 4.2, ces coordonnées sont déterminées par rapport à la paroi rugueuse à l'aide d'une cale de repérage. En répétant un certain nombre de fois le processus d'affleurement du volume de mesure sur les arêtes de cette cale, on peut alors estimer l'incertitude touchant les coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  des positions de mesure à  $\pm 0.1 \text{ mm}$ .

## Bilan

Dans ce chapitre, nous avons mis en place un vélocimètre laser à franges permettant la mesure des composantes de vitesse longitudinale et normale d'une couche limite turbulente se développant au-dessus d'une paroi rugueuse. Cette paroi, déjà utilisée dans le cadre du projet PHYSICE, est constituée d'hémisphères de diamètre 2.5 mm arrangés en quinconce. Elle est disposée au sein d'une maquette conçue dans le cadre de cette étude. La présence des rugosités a induit des contraintes sur la disposition des optiques d'émission et de réception du vélocimètre afin de pouvoir effectuer des mesures entre celles-ci. Un système permettant un ensemencement dense et localisé a également été mis en place afin de maximiser les cadences d'acquisition.

Avant de réaliser des mesures sur paroi rugueuse, des mesures préliminaires sur paroi lisse sans gradient de pression ont été effectuées afin de s'assurer que l'écoulement dans la veine d'essai présente bien un comportement canonique. Un tracé de diagnostic confirme également que la CLT sur paroi rugueuse présente un même comportement. Une analyse plus approfondie d'un profil de CLT à une position donnée a permis de mettre en avant le décalage  $\Delta u^+$  induit par la paroi et de confirmer que l'écoulement est bien dans la régime rugueux établi. Une similitude des profils de vitesse déficitaire et des contraintes de Reynolds est observée dans la région externe, comme prédit par les hypothèses de Townsend. Enfin, une analyse de quadrants a permis de mettre en avant l'influence prépondérante des mouvements de type *sweeps* et *ejections* en proche paroi.

Des mesures ont ensuite été effectuées dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  et plusieurs plans  $(xz)$  à diverses altitudes. Malgré quelques zones d'ombre apparaissant du fait de la présence de rugosités situées en quinconce des plans d'intérêt, ces plans permettent une description tout à fait satisfaisante de la topologie de l'écoulement en proche paroi, notamment dans le sillage des éléments rugueux. La zone de recirculation en aval des hémisphères est notamment bien décrite à l'aide des mesures. Ces plans ont également permis d'appréhender les phénomènes à l'origine des efforts de pression et des contraintes dispersives agissant sur les éléments rugueux.

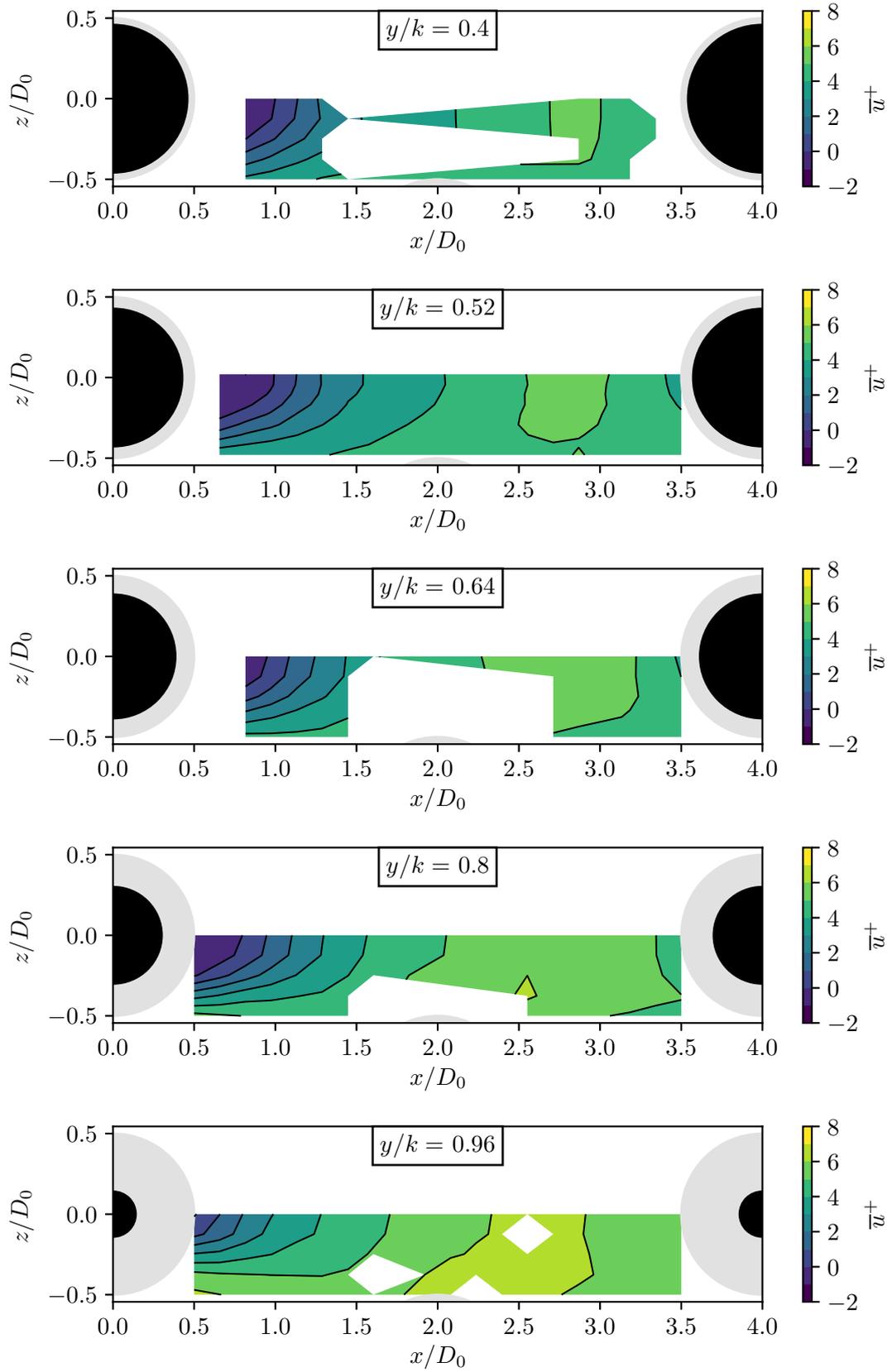


FIGURE 4.24. – Plans  $(xz)$  de la vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas). Les demi-cercles gris représentent la base de l'élément rugueux de diamètre  $D_0$  alors que les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre  $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée.

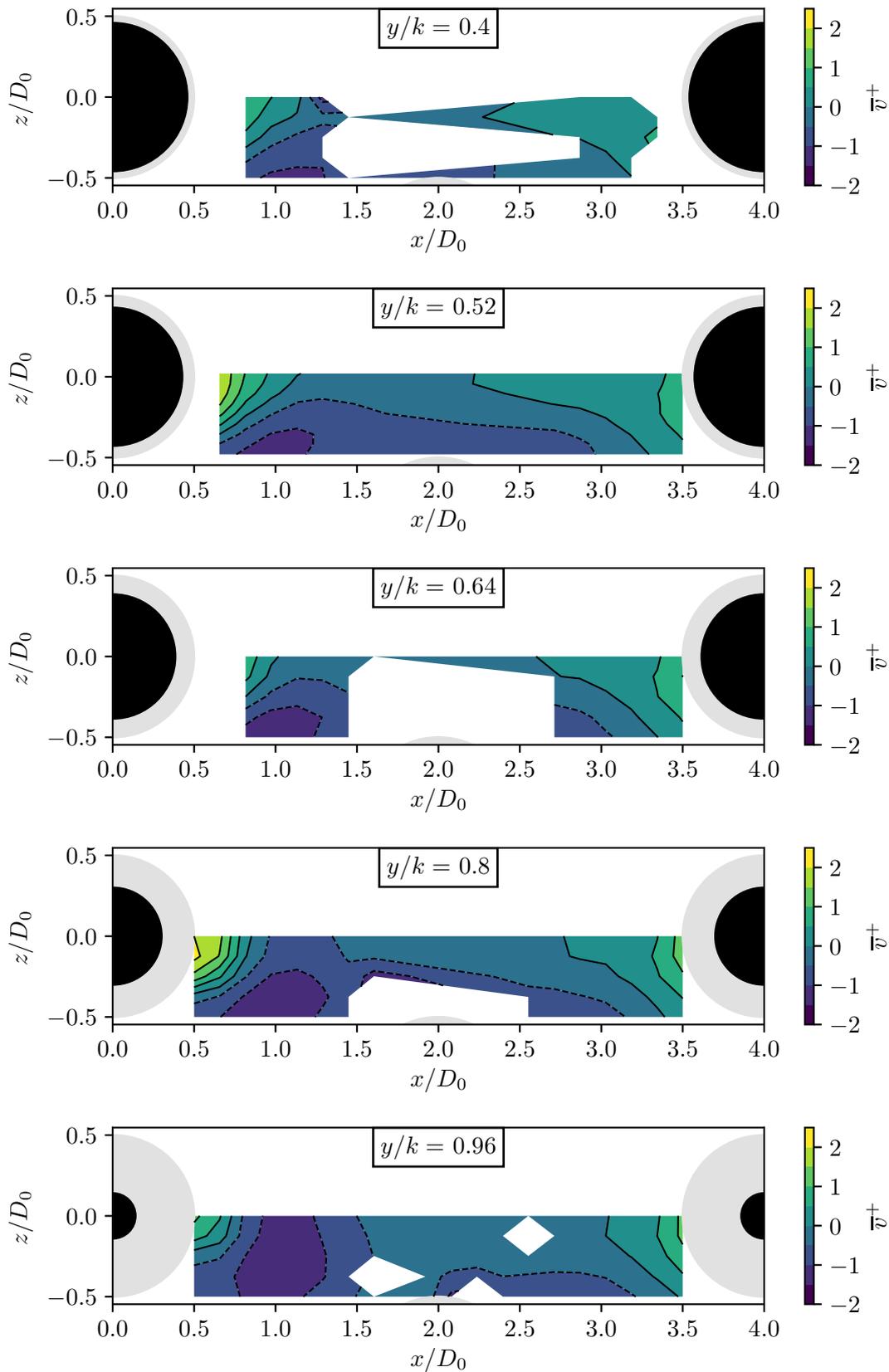


FIGURE 4.25. – Plans  $(xz)$  de la vitesse normale moyenne  $\bar{v}^+$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas).

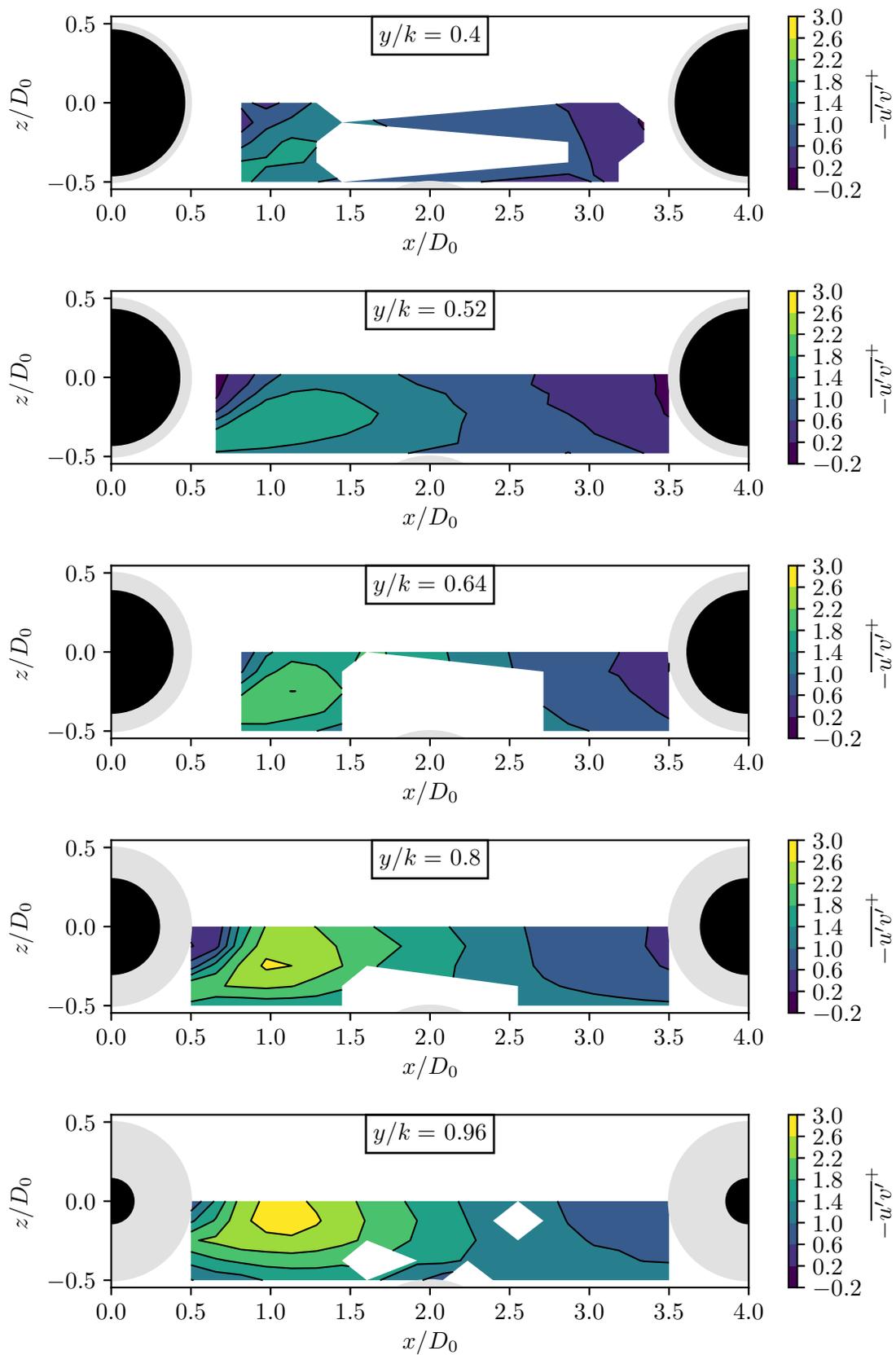


FIGURE 4.26. – Plans  $(xz)$  des tensions turbulentes  $-u'v'^+$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas).



# Construction d'une base de données numériques d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse

Dans le chapitre précédent, nous avons obtenu des données expérimentales permettant de caractériser l'écoulement au plus près des rugosités, notamment dans leurs sillages. Néanmoins ces mesures sont limitées à une unique configuration rugueuse et ne permettent pas une description complète de l'écoulement, qui est requise dans l'optique d'étudier les termes de la formulation DERM nécessitant une fermeture. Ainsi, dans ce chapitre, nous mettons en place une méthodologie permettant de constituer une base de données numérique d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse.

Dans un premier temps, on détaille les différents arguments nous ayant conduit à choisir la méthodologie suivie pour construire cette base de données. Elle consiste notamment à réaliser des simulations RANS d'écoulements turbulents sur des parois rugueuses résolues (maillées). Les résultats de ces calculs sont ensuite validés à l'aide de données expérimentales, notamment celles obtenues dans la région de décollement en aval des rugosités.

Ensuite, le chapitre se consacre à la mise en place des simulations RANS. On détaille en premier lieu les configurations rugueuses étudiées, choisies en fonction de la disponibilité des données expérimentales. On justifie également le choix de réaliser les simulations RANS pour une configuration de canal alors que les mesures ont été effectuées pour des écoulements de CLT.

Enfin, les résultats des simulations sont comparés aux données expérimentales sur lesquelles elles s'appuient. L'objectif est de valider les données numériques en s'assurant que les statistiques turbulentes sont bien prédites par les calculs, notamment dans le sillage des éléments rugueux.

Ce chapitre, ainsi que le suivant, a fait l'objet d'une publication, reproduite dans l'annexe D, dans la revue *Physics of Fluids*.

## Sommaire

<b>5.1. Discussion sur le choix de la méthodologie</b> . . . . .	<b>86</b>
<b>5.2. Description de la méthodologie</b> . . . . .	<b>87</b>
5.2.1. Description des configurations rugueuses étudiées . . . . .	87
5.2.2. Choix de l'étude d'écoulements de canal . . . . .	90
5.2.3. Description de la réalisation des simulations RANS . . . . .	91
5.2.4. Difficultés rencontrées et échec de certaines simulations . . . . .	94
<b>5.3. Étude de la représentativité des simulations RANS</b> . . . . .	<b>95</b>
5.3.1. Comparaison de profils des statistiques turbulentes . . . . .	95
5.3.2. Détermination des sillages de rugosité . . . . .	100
5.3.3. Justification a posteriori du choix du modèle de turbulence . . . . .	104
<b>Bilan</b> . . . . .	<b>106</b>

## 5.1. Discussion sur le choix de la méthodologie

Dans ce chapitre, on cherche à constituer une base de données d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse. Celle-ci doit permettre d'étudier les différents termes qui apparaissent dans la formulation DERM donnée par l'équation (2.28). Pour ce faire, ces données doivent répondre à plusieurs critères :

1. Elles doivent fournir une description complète de l'écoulement dans la sous-couche rugueuse, là où les effets dynamiques des rugosités sont concentrés et où les termes DERM introduits par la présence des rugosités sont principalement actifs.
2. Elles doivent être fiables, afin de s'assurer que les analyses effectuées et les modèles construits à partir de ces données ne soient pas erronés. Les zones de décollement en aval des éléments rugueux doivent notamment être précisément capturées.
3. Elles doivent couvrir une large variété de parois rugueuses, afin de pouvoir dessiner des tendances et s'assurer que les modèles développés par la suite soient valables pour une large gamme de géométries. Afin de simplifier l'étude, et pour des raisons pratiques, on se limite à des configurations rugueuses académiques, c'est-à-dire, comme détaillé dans la partie 1.2, à des arrangements d'éléments rugueux distribués de manière homogène sur une paroi plane.

Plusieurs stratégies permettant d'obtenir de telles données peuvent être considérées. Les avantages et les limites de chacune d'elles sont détaillés dans la suite.

La première stratégie consisterait à étudier expérimentalement l'écoulement de CLT apparaissant au-dessus de diverses parois rugueuses. L'avantage principal de cette approche est de pouvoir atteindre des nombres de Reynolds  $\delta^+$  conséquents, et donc obtenir des données en régime rugueux établi. Par exemple, [Squire \*et al.\* \(2016\)](#) ont atteint des valeurs de  $\delta^+$  jusqu'à 30 000 pour les écoulements de CLT en soufflerie. Néanmoins, cette approche présente plusieurs limites, éprouvées notamment lors de la campagne d'essais effectuée dans le cadre de cette thèse et présentée dans le chapitre 4. En effet, l'étude des termes DERM nécessite de mesurer l'écoulement dans un volume entourant les éléments rugueux ou, *a minima*, de mesurer plusieurs plans horizontaux de l'écoulement. De telles mesures, que l'on souhaite non intrusives de préférence, sont assez difficiles à obtenir pour deux raisons majeures.

La première difficulté réside dans la nécessité d'une résolution spatiale importante. En effet, on cherche avant tout à s'assurer que le rapport  $k/\delta$  est suffisamment faible pour observer une similitude de la région externe de la CLT. Or l'épaisseur de la CLT est généralement limitée à quelques centimètres du fait de la taille de l'installation expérimentale, ce qui induit de faibles valeurs pour la hauteur des rugosités. Comme détaillé dans la section 3.2.3 pour les rugosités hémisphériques de hauteur  $k = 1.25$  mm, la PIV telle qu'elle aurait pu être mis en place avec les moyens à disposition (chapitre 3), présente une résolution plus faible que la LDV finalement utilisée. Pourtant, la PIV apparaît être la technique la plus adaptée à l'obtention de plans de l'écoulement, face à la LDV qui est bien plus chronophage. Le second obstacle réside quant à lui dans la présence de zones d'ombre qui peuvent être induites par les éléments rugueux, observées par exemple dans la partie 4.4, et dans le faible taux d'ensemencement susceptible d'apparaître en proche paroi et dans le sillage des rugosités. Ces deux difficultés sont susceptibles d'induire l'obtention de données lacunaires dans la sous-couche rugueuse.

A notre connaissance, très peu d'études expérimentales fournissent une description complète de l'écoulement dans la région de sous-couche rugueuse. On notera tout de même les travaux de thèse de [George \(2005\)](#), qui a effectué des mesures LDV autour de plusieurs arrangements de rugosités cylindriques et qui a fourni une description détaillée du sillage de ces éléments rugueux.

La seconde stratégie consisterait à mettre en œuvre des calculs DNS d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse. Cette approche est particulièrement adaptée à l'étude de l'écoulement dans la sous-couche rugueuse, puisqu'elle permet d'accéder de manière précise à l'intégralité des quantités de l'écoulement dans le domaine de calcul. Néanmoins, comme détaillé dans la partie 2.4, les simulations DNS d'écoulements turbulents (la plupart du temps en configuration de canal plan) sur paroi rugueuse, académique ou quelconque, sont limitées à des nombres de Reynolds de

frottement et des grains de sable équivalents modérés, typiquement  $Re_\tau \leq 1000$  et  $k_s^+ \leq 250$ , limitant ainsi la gamme d'écoulements pouvant être étudiés. Par ailleurs, les coûts de maillage et de calcul importants limitent la possibilité d'étudier un grand nombre de configurations rugueuses. Il en est de même pour la mise en œuvre de calculs LES.

Une alternative à cette seconde approche réside en la réalisation de simulations RANS résolues, c'est-à-dire que la paroi rugueuse n'est pas simplement représentée par un modèle de paroi mais est effectivement maillée. Contrairement aux calculs DNS ou LES, les simulations RANS permettent d'atteindre des nombres de Reynolds de frottement élevés. Par ailleurs, ces simulations présentent un coût moindre et offrent donc la possibilité d'étudier un grand nombre de configurations rugueuses en un temps réduit. Néanmoins, les zones de décollement ne sont pas toujours bien capturées par les simulations RANS (Wilcox, 1994). D'importantes erreurs peuvent donc apparaître dans le sillage des rugosités, et donc dans l'intégralité de la sous-couche rugueuse, rendant ainsi impossible toute analyse précise des termes DERM.

Cette discussion met en lumière que ni une stratégie purement expérimentale, ni une stratégie purement numérique ne permettrait d'étudier en détail l'écoulement et les termes DERM dans la zone de sous-couche rugueuse, dans le régime rugueux établi et à haut nombre de Reynolds  $\delta^+$  ou  $Re_\tau$ . Dans le cadre de cette thèse, on propose une méthodologie qui repose sur ces deux stratégies : des simulations RANS d'écoulements turbulents sur parois rugueuses résolues sont réalisées et validées à l'aide de données expérimentales, notamment celles présentées dans le chapitre précédent, dans les régions de l'écoulement optiquement accessibles. Les termes DERM sont ensuite facilement extraits en appliquant une moyenne de volume par tranche horizontale aux résultats des calculs RANS. La possibilité d'effectuer des calculs DNS et LES est quant à elle écartée du fait du coût de calcul, qui limite leur intérêt pour la construction d'une base de données.

## 5.2. Description de la méthodologie

L'objectif de cette partie est de décrire la méthodologie suivie pour la construction de la base de données numériques d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse. Comme mentionné dans la partie précédente, celle-ci s'appuie sur la réalisation de simulations RANS d'écoulements turbulents sur des parois rugueuses résolues, validées à l'aide de données expérimentales. Les configurations rugueuses qui seront étudiées sont tout d'abord présentées dans la section 5.2.1. Ensuite, les sections 5.2.2 et 5.2.3 détaillent la mise en place des calculs RANS. Le choix de simuler un écoulement de canal plutôt qu'un écoulement de CLT est notamment justifié. Enfin, la section 5.2.4 présente quelques simulations qui n'ont pu être menées à leur terme.

### 5.2.1. Description des configurations rugueuses étudiées

Huit configurations rugueuses, dont les caractéristiques géométriques et aérodynamiques sont détaillées dans le tableau 5.1, sont étudiées dans le cadre de cette thèse. Comme mentionné dans la partie précédente, on se limite à des configurations rugueuses académiques. Celles-ci sont constituées d'éléments rugueux de géométrie et de hauteur  $k$  identiques, disposés en quinconce comme illustré sur la figure 5.1. Trois géométries de rugosités différentes, représentées sur la figure 5.2, sont considérées. Ces rugosités, disposant d'une forme hémisphérique (H), cylindrique (C) ou de cône tronqué (TC), présentent une symétrie de révolution autour de l'axe vertical et sont caractérisées par un diamètre à leur base noté  $D_0$ .

Les cas étudiés ont été principalement sélectionnés en fonction de la disponibilité de données dans la littérature pour des surfaces académiques permettant de valider les simulations RANS. Les contributions correspondantes sont listées dans la dernière colonne du tableau 5.1. On notera notamment que les données pour la configuration H0 proviennent de la campagne d'essais réalisée dans le cadre de cette thèse et dont les résultats ont été détaillés dans le chapitre précédent. On remarque également que pour chaque géométrie de rugosité, les données ont été obtenues pour

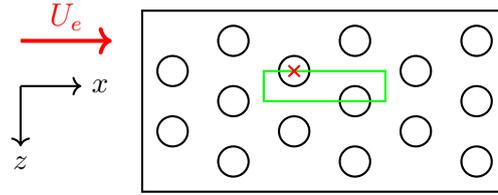


FIGURE 5.1. – Vue de haut d'une configuration de rugosités en quinconce, représentative des cas étudiés (tableau 5.1). Le domaine de calcul RANS est délimité par le rectangle vert. La croix rouge  $\times$  représente l'origine du référentiel considéré, située au centre de la base de l'élément rugueux.

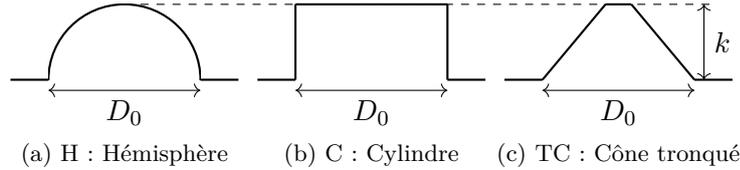


FIGURE 5.2. – Vue de côté des éléments rugueux considérés dans cette étude et répertoriés dans le tableau 5.1. Les cônes tronqués étudiés présentent un angle d'ouverture de  $80^\circ$ , soit un diamètre au sommet  $d(k) \approx 0.165D_0$ .

les mêmes conditions d'écoulement extérieur, mais que la hauteur  $k$  ou les espacements  $L_x$  et  $L_z$  ont été modifiés, afin d'étudier l'influence de ces paramètres sur l'écoulement. Enfin, on observe que les cas H1/TC1 d'une part et les cas H2/TC2 d'autre part, étudiés par Hosni *et al.* (1989, 1993), présentent des caractéristiques aérodynamiques similaires et notamment un même grain de sable équivalent  $k_s^+$ . Ces deux paires de cas doivent ainsi permettre d'étudier l'influence de la géométrie de l'élément rugueux sur l'écoulement dans la sous-couche rugueuse à  $k_s^+$  fixé.

Les contributions expérimentales, listées dans le tableau 5.1, procurent une description plus ou moins détaillée de l'écoulement au sein de la sous-couche rugueuse. Les études de Hosni *et al.* (1989, 1993) ne fournissent que les profils de vitesse axiale moyenne  $\bar{u}^+$ . L'étude de George (2005) fournit quant à elle les profils de vitesse axiale et de divers moments d'ordre deux, ainsi que plusieurs plans  $xy$  et  $xz$  de ces mêmes quantités. Une telle description, relativement rare dans la littérature, permettra une validation des simulations RANS au plus près des rugosités. Une telle validation est également permise par les données obtenues pour le cas H0 dans le cadre de cette thèse, ce qui renforce l'originalité de la campagne d'essais effectuée.

Au final, l'ensemble des données utilisées permet de balayer une large gamme de configurations en terme de géométrie, de nombre de Reynolds  $\delta^+$  (entre 3500 et 8000) et de grain de sable équivalent  $k_s^+$  (entre 35 et 300). Ces valeurs de  $k_s^+$  ont été déterminées à l'aide de la corrélation (1.58) de Nikuradse (1937) qui relie directement  $k_s^+$  au décalage vertical de la loi logarithmique  $\Delta u^+$ .

Paroi rugueuse	$D_0$ [mm]	$k$ [mm]	$L_x/D_0$ [-]	$L_z/D_0$ [-]	$k/\delta$ [%]	$u_\tau$ [m/s]	$U_e$ [m/s]	$k_s^+$ [-]	$\delta^+$ [-]	$Re_\infty$ ( $\times 10^5$ ) [-]	Référence
H0	2.5	1.25	2	2	3.91	1.7	30	240	3627	0.64	Chapitre 4
H1	1.27	0.635	2	2	1.41	2.81	58	300	8059	1.57	Hosni <i>et al.</i> (1989)
H2	1.27	0.635	4	4	1.69	2.59	58	75	6195	1.39	
C1	1.98	0.38	3.92	3.92	0.74	1.14	27.3	35	3538	0.85	
C2	1.98	0.76	3.92	3.92	1.29	1.29	27.4	85	4591	0.97	George (2005)
C3	1.98	1.52	3.92	3.92	2.16	1.42	27.2	240	6038	1.16	Hosni <i>et al.</i> (1993)
TC1	1.27	0.635	2	2	1.41	2.81	58	300	8059	1.57	
TC2	1.27	0.635	4	4	1.69	2.59	58	75	6195	1.39	

TABLE 5.1. – Inventaire des paramètres géométriques et aérodynamiques de l'ensemble des cas étudiés. Les abréviations H, C et TC dans la première colonne désignent les géométries des éléments rugueux illustrées sur la figure 5.2.  $D_0$  désigne le diamètre à la base des éléments rugueux et  $L_x$ ,  $L_z$ , précédemment définis sur la figure 1.3a, représentent les espacements longitudinaux et transversaux entre deux rangées identiques de rugosités.

Paroi rugueuse	$D_0$ [mm]	$k$ [mm]	$L_x/D_0$ [-]	$L_z/D_0$ [-]	$k/\delta$ ou $k/h$ [%]	$u_\tau$ [m/s]	$U_e$ [m/s]	$k_s^+$ [-]	$\delta^+$ ou $Re_\tau$ [-]	Référence
H3	1.27	0.635	2	2	1.49	0.6	12	68	1620	Hosni <i>et al.</i> (1989)
H4	1.27	0.635	4	4	1.81	0.55	12	24	1220	
As1	15.9	17.5	1.64	1.64	13	0.0586	0.61	225	500	Forooghi <i>et al.</i> (2017, 2018b)

TABLE 5.2. – Inventaire des paramètres géométriques et aérodynamiques des cas non convergés.

### 5.2.2. Choix de l'étude d'écoulements de canal

Les données présentées dans le tableau 5.1 proviennent d'études expérimentales effectuées dans le cas d'écoulements de couches limites turbulentes. Simuler de tels écoulements nécessiterait de prendre en compte le développement entier de la CLT dans la direction longitudinale  $x$ , potentiellement sur plusieurs mètres. Il faudrait alors considérer un très grand nombre de rugosités (résolues), ce qui induirait un coût de maillage et un temps de calcul considérable. Pour pallier ce problème, on choisit de simuler un écoulement de canal pleinement développé plutôt qu'un écoulement de CLT. L'écoulement de canal étant supposé établi, il n'évolue plus longitudinalement, comme détaillé dans la section 1.1.4. On peut alors limiter le domaine de calcul à une petite portion périodique de la surface rugueuse et, en appliquant les bonnes conditions de symétrie aux frontières du domaine, avoir accès à l'intégralité de l'écoulement de canal établi. Ainsi, en considérant un écoulement de canal turbulent plutôt qu'une CLT, on diminue drastiquement les coûts de maillage et de calcul.

Néanmoins ces deux types d'écoulement sont différents. Ils présentent notamment des régions externes distinctes, comme détaillé dans le partie 1.1, du fait de conditions limites différentes. Or on s'intéresse ici principalement à la zone de sous-couche rugueuse, dans laquelle les termes spécifiques DERM sont actifs. Cette différence de région externe n'est donc pas critique, à condition qu'elle n'influence pas le comportement de l'écoulement en proche paroi. Autrement dit, il est important de s'assurer que les régions internes de ces deux types d'écoulements sont identiques, pour des conditions d'écoulement équivalentes, afin de s'assurer que l'approche suivie est pertinente. Deux arguments principaux peuvent être donnés dans ce sens.

Le premier argument concerne plutôt la physique des écoulements de couche limite et de canal. En supposant que la demi-hauteur de canal  $h$  ou l'épaisseur de couche limite  $\delta$  est suffisamment grande devant l'épaisseur de la sous-couche rugueuse (qui est de l'ordre de la hauteur  $k$  des rugosités), on peut raisonnablement considérer que la région externe de l'écoulement n'influencera pas de manière importante les caractéristiques de l'écoulement dans la région interne. Comme rapporté dans le tableau 5.1, le rapport  $k/\delta$  est toujours inférieur à 4% pour les cas étudiés. Ainsi, si la vitesse de frottement  $u_\tau$ , la géométrie de la surface rugueuse et l'épaisseur caractéristique de l'écoulement  $\delta$  et  $h$  sont identiques pour les écoulements de CLT et de canal, alors on peut supposer que les régions internes de ces deux types d'écoulements seront également identiques. Il convient ici de préciser que cette hypothèse d'indépendance de la région interne à la topologie de la zone externe de l'écoulement est distincte de l'hypothèse de similitude proposée par [Townsend \(1976\)](#) sur paroi lisse puis par [Raupach et al. \(1991\)](#) sur paroi rugueuse, malgré un critère similaire de séparation des échelles. En effet, cette dernière soutient l'existence d'une similitude des régions logarithmiques et externes pour un type donné d'écoulement quelque soit la surface rugueuse, pour une vitesse de frottement  $u_\tau$  identique et une séparation des échelles suffisante. [Jiménez \(2004\)](#) affirme par exemple que le rapport  $k/\delta$  doit être inférieur à 2.5% pour observer cette similitude; [Flack et al. \(2007\)](#) ont quant à eux observé cette similitude pour des rapports  $k/\delta$  jusqu'à 5%. Ici, on suppose plutôt que les régions internes sont identiques pour différents types d'écoulement, à conditions d'écoulement équivalentes.

On peut tout de même s'attendre à ce que les structures de grande échelle présentes dans la région externe d'une CLT et dans celle d'un canal soient différentes, ce qui serait susceptible d'induire de légers changements dans la structure de la turbulence. Sur paroi lisse, [Monty et al. \(2009\)](#) ont constaté que ces changements n'étaient manifestes que sur les spectres d'énergie, et n'influaient pas les statistiques turbulentes. En effet, ils ont observé un recouvrement dans la région interne des profils de vitesse longitudinale moyenne (figure 5.3a) et d'intensité turbulente longitudinale (figure 5.3b) pour des écoulements de conduite, canal et CLT sans gradient de pression obtenus pour un même nombre de Reynolds de frottement ( $\delta^+ = Re_\tau \approx 3000$ ). Néanmoins, nous n'avons trouvé aucune étude équivalente dans la littérature traitant cette problématique pour des écoulements turbulents sur parois rugueuses. On peut toutefois considérer que celle de [Monty et al. \(2009\)](#) vient appuyer la première hypothèse.

Le second argument concerne quant à lui la modélisation RANS de la turbulence. Tout d'abord,

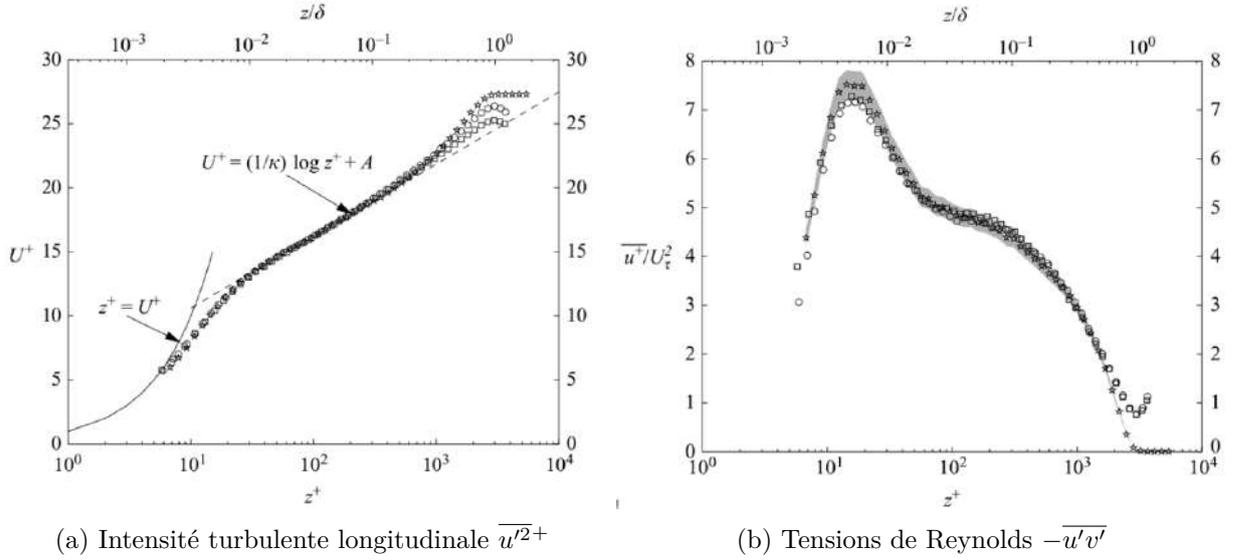


FIGURE 5.3. – Tracé par Monty *et al.* (2009) des profils (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  et (b) d'intensité turbulente longitudinale  $\overline{u'^2}$  pour des écoulements de canal ( $\square$ ), conduite ( $\circ$ ) et CLT ( $\star$ ) sans gradient de pression obtenus pour un même nombre de Reynolds de frottement ( $\delta^+ = Re_\tau \approx 3000$ ). La zone grisée sur la figure (b) illustre un écart de  $\pm 4\%$  par rapport aux données de CLT.

les modèles de turbulence RANS sont indépendants du type d'écoulement considéré et fournissent, comme montré par Launder et Spalding (1974) pour le modèle  $\mathcal{K}-\mathcal{E}$ , des résultats probants pour chacun d'eux (jet, conduite, canal, couche limite...). Par ailleurs, les équations de transport des scalaires turbulents sont locales et ne dépendent, dans le cas d'un écoulement cisailé, que du gradient de vitesse moyen. Ainsi, si on suppose que les effets de l'épaississement de la CLT sont localement négligeables et que le gradient de pression pilotant l'écoulement de canal a une influence faible sur la région sillage des éléments rugueux, alors on peut affirmer que la simulation RANS d'un écoulement de CLT ou de canal fournira les mêmes résultats dans la région interne, à condition que la vitesse de frottement et les échelles d'épaisseur soient identiques et que le rapport  $k/\delta$  soit faible.

### 5.2.3. Description de la réalisation des simulations RANS

Les simulations RANS sont réalisées avec la plateforme multi-physique CEDRE (version 7.1.0.7) développée à l'ONERA et décrite dans la partie 3.5. Seul le solveur Navier-Stokes CHARME est utilisé ici. Cette section vise à décrire ces simulations, notamment le domaine de calcul choisi, la construction du maillage et le choix des paramètres numériques et des conditions limites.

#### Définition du domaine de calcul et construction du maillage

Comme détaillé dans la section précédente, les simulations RANS sont effectuées dans le cadre d'un écoulement de canal turbulent pleinement développé. De fait, le domaine de calcul, représentés sur les figures 5.1 et 5.4, restreint à un motif périodique, dans la direction longitudinale et symétrique, dans la direction transversale, de la surface rugueuse. Ce motif est de taille  $2L_x$  suivant  $x$  et  $L_z/2$  suivant  $z$ . Pour chaque configuration, la demi-hauteur du canal est prise égale à l'épaisseur de la CLT à la station de mesure, de sorte à assurer l'égalité des rapports  $k/\delta$  et  $k/h$  entre les écoulements de CLT et de canal.

Pour chacune des configurations rugueuses, le maillage est réalisé à l'aide du mailleur Gmsh. Tous les maillages sont structurés et constitués d'hexaèdres raffinés normalement à la paroi rugueuse (donc dans les trois directions de l'espace). L'objectif de ce raffinement, illustré sur les figures 5.5 et 5.6, est de permettre une résolution satisfaisante de la structure de l'écoulement en

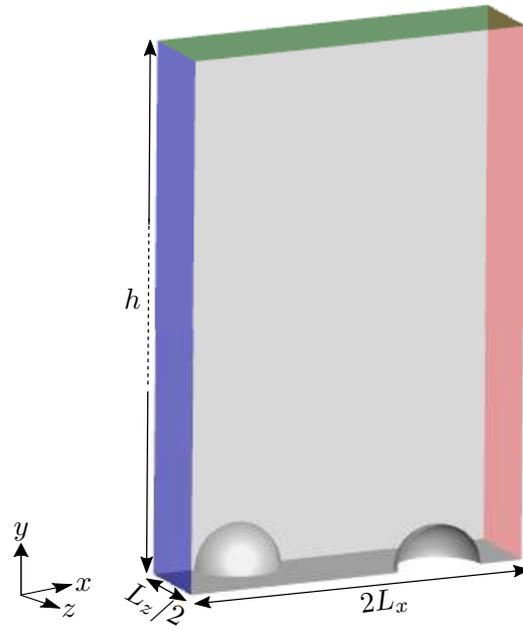


FIGURE 5.4. – Représentation du domaine de calcul RANS.

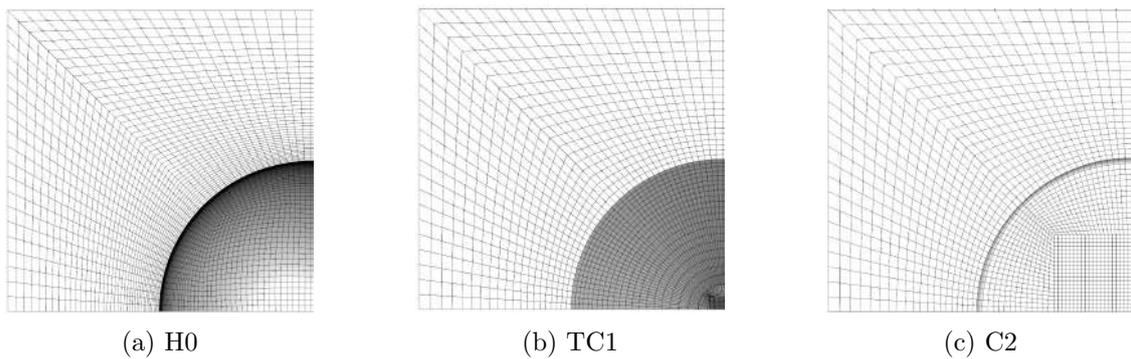


FIGURE 5.5. – Vue de haut du maillage autour d'un quart de chaque géométrie de rugosité.

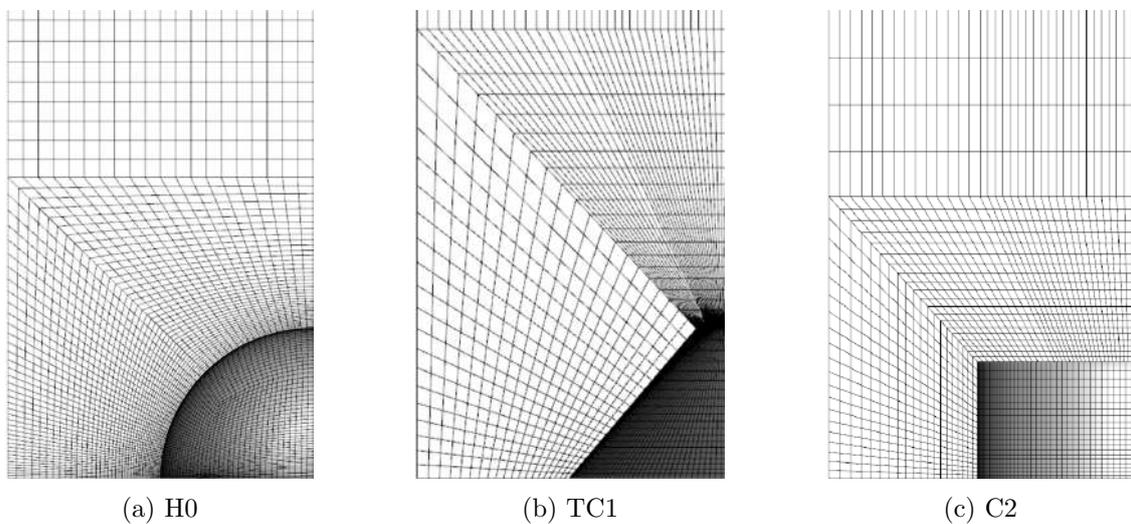


FIGURE 5.6. – Vue de face du maillage autour d'un quart de chaque géométrie de rugosité.

Paroi rugueuse	Nombre de cellules	$\delta x^+$	$\delta z^+$	$\delta y^+_{\min}$ (partie rugueuse)	$\delta y^+_{\max}$ (partie lisse)	$f_x$ [m s <sup>-2</sup> ]
H0	448000	13.4	13.4	1.11	2.22	90
H1	448000	11.9	11.9	0.99	1.97	176
H2	757760	10.4	10.4	2.33	4.66	179.4
C1	608000	7.18	7.18	0.85	4.09	28
C2	608000	8.35	8.35	1.98	4.76	34.6
C3	1588800	5.81	5.81	1.03	3.08	29
TC1	325920	11.3	11.3	3.42	10.26	176
TC2	320000	41.4	20.7	1.48	6.23	179.4

TABLE 5.3. – Caractéristiques des paramètres des maillages pour chacun des cas étudiés.  $\delta x^+$ ,  $\delta y^+$  et  $\delta z^+$  désignent les tailles adimensionnées des hexaèdres dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

proche paroi, notamment le décollement et la recirculation apparaissant respectivement en amont et en aval de chaque élément rugueux. Chaque maillage présente des caractéristiques distinctes, répertoriées dans le tableau 5.3, suivant la géométrie de la rugosité. On s’assure néanmoins que la taille minimale des mailles dans la direction normale à la paroi, notée par abus de langage  $\delta y^+$  mais pouvant être dans les trois directions de l’espace, est toujours de l’ordre de 1. Cette condition est requise afin de pouvoir résoudre l’intégralité de l’écoulement en utilisant un modèle de turbulence « bas Reynolds » (Patel *et al.*, 1985).

### Paramètres numériques et conditions limites

**Intégration temporelle et spatiale.** L’intégration en temps est réalisée en utilisant un schéma implicite associée à une technique de pas de temps local adaptatif, afin d’augmenter la robustesse des calculs et d’accélérer leur convergence. Le système implicite est ici résolu par une méthode GMRES. La convergence de chaque simulation est contrôlée à partir de l’historique des flux de masse à travers les frontières amont et aval du domaine de calcul. Elle est généralement atteinte après quelques centaines d’itérations.

Comme détaillé dans la partie 3.5, la résolution en espace dans CEDRE est réalisée suivant une approche de type MUSCL. Une interpolation d’ordre 2 associée au schéma de flux numérique Roe Bas-Mach est choisie pour les flux eulériens. Le préconditionnement Bas-Mach peut en effet être utilisé ici car le nombre de Mach de l’écoulement est toujours inférieur à 0.2. Une fois la solution convergée, on effectue une reprise du calcul avec un schéma HLLC (Toro, 1997) afin de s’assurer que le préconditionnement n’influence pas la nature de la solution obtenue.

**Modèle de turbulence.** Alors que le modèle de turbulence  $\mathcal{K}\text{-}\omega$  SST est généralement reconnu pour ses qualités de résolution des écoulements fortement décollés (Menter, 1994; Menter *et al.*, 2003), on choisit plutôt d’utiliser le modèle de turbulence  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$  associé à la correction bas Reynolds de Dutoya et Michard (1981) (Hrenya *et al.*, 1995). Ce choix est justifié *a posteriori* dans la section 5.3.3. Les rugosités étant résolues, aucun modèle de paroi n’est utilisé pour les simulations.

**Relations géométriques et conditions limites.** Une relation de périodicité en translation est imposée entre les frontières amont et aval du domaine de calcul, afin d’assurer que l’écoulement de canal est bien établi dans la direction longitudinale. Ensuite, pour que l’écoulement soit pleinement développé, une condition de symétrie est appliquée sur la frontière haute du domaine. Cette même condition est également appliquée aux frontières gauche et droite de celui-ci afin d’assurer que l’écoulement soit bien globalement unidimensionnel. Enfin, une condition de non-glissement est imposée sur la paroi rugueuse. La température de paroi est fixée constante et égale à celle du fluide, à savoir  $T = 300$  K. L’intérêt de cette condition limite est d’éviter l’apparition de tout transfert thermique à la paroi et ainsi limiter l’étude aux effets aérodynamiques induits par la

paroi rugueuse. Aucune condition limite de type vitesse ou débit n'est utilisée afin d'engendrer un écoulement dans le domaine de calcul. Cet écoulement est en fait piloté par un terme de source, décrit dans le paragraphe suivant.

**Application d'un terme source.** Un terme source permettant de piloter l'écoulement est ajouté aux équations de Navier-Stokes. Ce terme source, qui prend la forme d'un champ de force uniforme et unidimensionnel, permet de compenser les pertes de charge qui apparaissent dans le canal. En effet, sa composante longitudinale, qui est la seule non nulle, vérifie l'égalité suivante :

$$\tau_w S = \rho f_x V \quad (5.1)$$

où  $\tau_w$  désigne la somme des contraintes visqueuses à la paroi et des contraintes dues à la traînée (visqueuse et de pression) agissant sur les rugosités,  $S$  est la surface de la paroi rugueuse et  $V$  le volume du domaine de mesure. Sachant par définition que  $\tau_w = \rho u_\tau^2$ , le terme source  $f_x$  est fixé de manière à obtenir la vitesse de frottement  $u_\tau$  souhaitée, c'est-à-dire celle obtenue expérimentalement pour l'écoulement de CLT et répertoriée dans le tableau 5.1. Les valeurs du terme source  $f_x$  correspondant sont présentés dans le tableau 5.3. C'est donc ce terme source qui permet l'égalité des nombres de Reynolds  $\delta^+$  et  $Re_\tau$  entre les écoulements de CLT et de canal.

#### 5.2.4. Difficultés rencontrées et échec de certaines simulations

Dans la section 5.2.1, on a détaillé le principe de sélection des configurations rugueuses étudiées, qui était principalement basé sur la disponibilité de données expérimentales (obtenues dans le cadre cette thèse ou présentes dans la littérature). Un autre critère, non mentionné auparavant, est néanmoins requis : il est nécessaire que le nombre de Reynolds  $\delta^+$  ou  $Re_\tau$  soit suffisamment élevé afin de figurer dans le domaine de validité des modèles de turbulence. Ces derniers sont en effet construits pour des nombres de Reynolds très grands pour le traitement des CLT. Ainsi, certaines simulations, basées sur les résultats expérimentaux ou de calculs DNS présentés dans le tableau 5.2, ont « échoué » car elles présentaient des nombres de Reynolds trop faibles pour le modèle de turbulence. Cette observation est par exemple illustrée sur la figure 5.7, qui présente une comparaison entre les données DNS de [Forooghi \*et al.\* \(2018b\)](#) obtenues pour un écoulement de canal et les résultats de la simulation RANS effectuée pour la configuration rugueuse As1, dont la géométrie est présentée dans le coin inférieur droit de la figure. On note que le calcul RANS surestime le profil de vitesse moyen  $\langle \bar{u} \rangle^{f^+}$ . Cela n'est pas dû à une sous-estimation de la vitesse de frottement  $u_\tau$ , qui est imposée par le terme source  $f_x$ , mais à une surestimation de la vitesse  $\bar{u}$  sur toute la demi-hauteur du canal.

Afin de contourner ce problème, plusieurs stratégies ont été envisagées. La première repose sur les résultats de [Nikuradse \(1937\)](#), reportés dans la partie 1.3.1. Il a notamment observé que le coefficient de perte de charge  $\lambda$  était indépendant du nombre de Reynolds dans le régime rugueux établi en écoulement de conduite, à condition que le rapport  $r/k$  soit constant, où  $r$  désigne le rayon de la conduite. Il a ainsi été envisagé d'augmenter le débit dans l'écoulement de canal afin que le nombre de Reynolds soit suffisamment grand pour que les modèles de turbulence soient fonctionnels. Néanmoins, l'augmentation du débit passerait, dans le cadre des simulations RANS, par une augmentation du terme source  $f_x$ , susceptible de modifier la structure de l'écoulement dans la région interne. Par ailleurs, ce raisonnement ne serait valide que pour le régime rugueux établi, ce qui l'empêcherait d'être appliqué au cas H3 par exemple.

La deuxième stratégie envisagée consiste à diminuer le rapport  $k/h$  en augmentant la demi-hauteur du canal, de manière à augmenter le nombre de Reynolds  $Re_\tau$  sans modifier le terme source et donc la vitesse de frottement  $u_\tau$ . Néanmoins, l'influence de la demi-hauteur de l'écoulement sur la structure de l'écoulement en proche paroi n'est pas évidente *a priori*.

Devant la difficulté de contourner cette contrainte en terme de nombre de Reynolds, nous avons choisi de nous concentrer sur les résultats des simulations RANS présentées dans le tableau 5.1. Néanmoins, la discussion menée dans cette section permet de mettre en avant au moins deux difficultés majeures liées à la résolution d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse résolue par

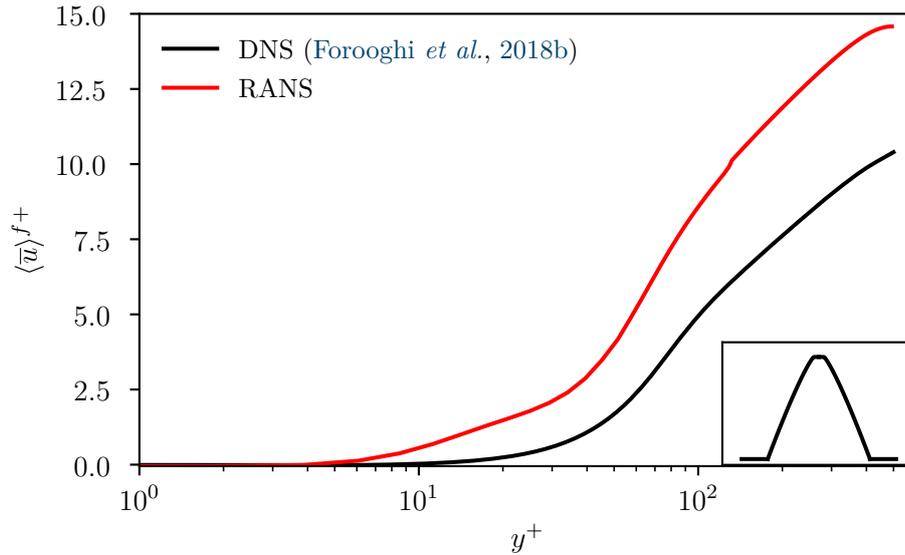


FIGURE 5.7. – Tracé du profil de vitesse longitudinale moyen intrinsèque  $\langle \bar{u} \rangle^{f+}$  pour le cas As1 étudié par Forooghi *et al.* (2018b). La géométrie des rugosités est représentée en bas à droite de la figure.

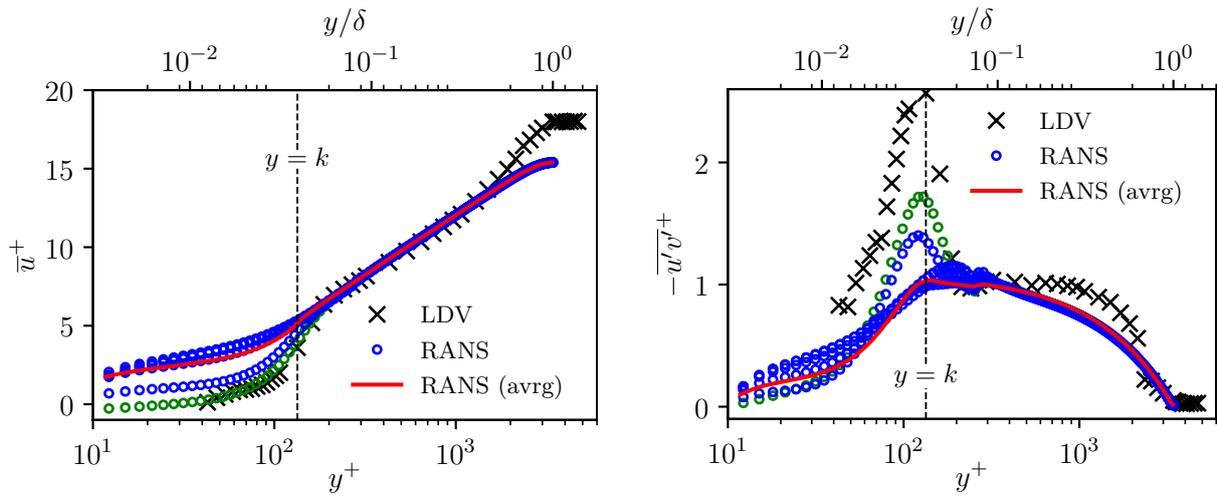
simulation RANS. Premièrement, la présence d'éléments rugueux induit l'apparition de zones décollées en aval des ceux-ci, qui surviennent à très bas nombre de Reynolds. L'utilisation de modèles de turbulence construits pour des nombres de Reynolds très grands peut s'avérer être problématique dans ces régions. Deuxièmement, ces décollements apparaissent au sein d'un champ de vitesse amont fortement cisailé sur toute la hauteur de l'élément rugueux. Ces deux difficultés renforcent une fois encore l'importance de la comparaison des résultats numériques avec des données expérimentales. Celles-ci sont détaillées dans la suite du chapitre.

### 5.3. Étude de la représentativité des simulations RANS

L'objectif de cette partie est de vérifier et valider la capacité des simulations RANS à représenter fidèlement la structure d'un écoulement turbulent sur une paroi rugueuse, notamment au plus près des rugosités. Une attention particulière est ainsi donnée à la façon dont sont capturés les sillages des rugosités. Pour ce faire, les résultats numériques issus des simulations RANS sont directement comparés aux données expérimentales disponibles pour chacun des cas étudiés. Dans cet objectif, cette partie est divisée en trois sections. La première présente une comparaison des profils des statistiques turbulentes et la seconde une comparaison des contours de vitesse sous forme de plans obtenus dans les sillages des rugosités. L'effort de comparaison sera notamment concentré sur les cas pour lesquels on dispose des données expérimentales les plus exhaustives, à savoir les cas H0, C1, C2 et C3. Enfin, la dernière section justifie *a posteriori* le choix du modèle de turbulence  $\mathcal{K}$ - $\mathcal{E}$  pour les simulations RANS.

#### 5.3.1. Comparaison de profils des statistiques turbulentes

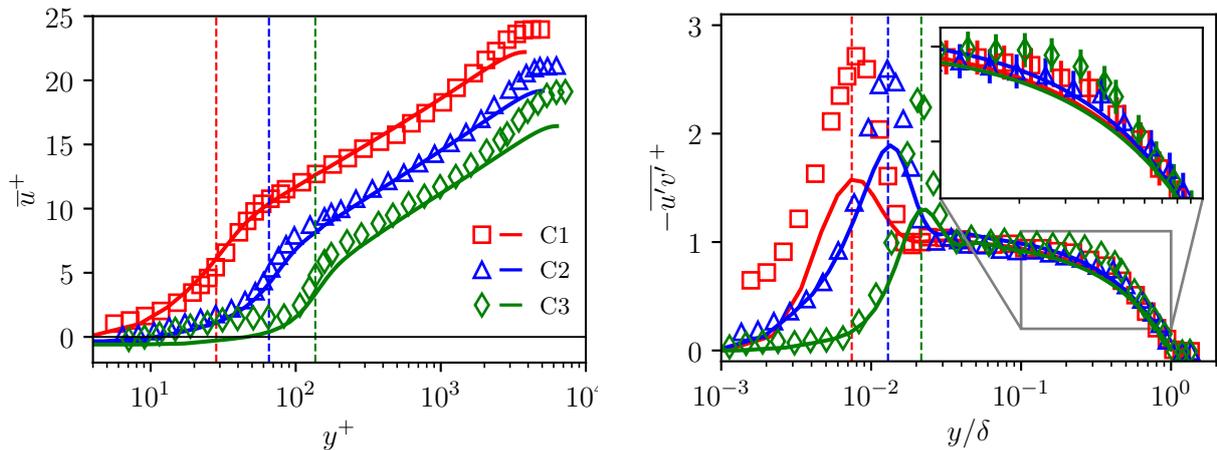
Cette section détaille la comparaison de différents profils de statistiques turbulentes obtenus expérimentalement et numériquement. Dans la suite, l'intégralité des profils est représentée sans prendre en compte le décalage de paroi  $\varepsilon$  induit par la présence des rugosités. En effet, celles-ci étant distribuées sur une surface plane, la détermination du plan  $y = 0$  est aisée alors que le calcul de  $\varepsilon$ , détaillé par ailleurs, est plus difficile. On notera donc que les profils de vitesse axiale moyenne tracés ne présentent pas la pente classique  $1/\kappa$  dans la région logarithmique.



(a) Profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$

(b) Profil des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$

FIGURE 5.8. – Comparaison des profils numériques et expérimentaux (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  et (b) des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  pour le cas H0. Les ronds bleus  $\circ$  montrent des profils extraits à différentes positions du domaine de canal alors que les ronds verts  $\circ$  représentent les profils numériques extraits à la position où les profils expérimentaux  $\times$  ont été mesurés ( $x/D_0 = 1, z/D_0 = 0$ ). Les lignes rouges  $—$  représentent les profils moyennés spatialement.



(a) Profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$

(b) Profil des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$

FIGURE 5.9. – Comparaison des profils numériques et expérimentaux (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  et (b) des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  pour les cas de rugosités cylindriques C1, C2 et C3. Pour chaque cas, les symboles représentent les données expérimentales de George (2005) et les lignes continues les résultats des simulations RANS extraites à la position de mesure ( $x/D_0 = 1.39, z/D_0 = 0$ ). La position du sommet des rugosités est dénotée par les lignes en tiret.

On s'intéresse tout d'abord à la configuration de rugosités hémisphériques H0. La figure 5.8 présente une comparaison entre les profils (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  et (b) des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  obtenus expérimentalement d'une part et extraits des simulations RANS d'autre part. Un seul profil expérimental, obtenu dans le sillage d'une rugosité à  $x/D_0 = 1$  et  $z/D_0 = 0$ , est tracé sur la figure 5.8. En revanche, plusieurs profils, représentés par des ronds, ont été extraits au sein du domaine de calcul RANS. Ces profils permettent d'illustrer à la fois les variations de vitesse au sein de la sous-couche rugueuse ainsi que l'effet de la moyenne par tranche sur les profils. Les profils représentés par les ronds verts correspondent aux profils RANS extraits à la position de mesure.

La figure 5.8a illustre le bon accord obtenu pour les profils de vitesse longitudinale moyenne obtenus expérimentalement et numériquement. En effet, on constate que le calcul RANS parvient à reproduire le bon niveau de  $\Delta u^+$  dans la région logarithmique et donc le bon niveau de frottement induit par la présence des rugosités. Par ailleurs, les profils expérimentaux et numériques sont en bon accord dans la région de sous-couche rugueuse : ils présentent un écart maximal pour  $\bar{u}^+$  de 0.5, inférieur à l'intervalle de confiance à 95 % des mesures LDV calculé dans le chapitre 4 et non représenté ici par soucis de lisibilité. Ces observations fournissent une première confirmation qu'un calcul RANS d'écoulement de canal permet de retrouver les champs de vitesse dans la sous-couche rugueuse et la zone logarithmique d'un écoulement de CLT sur paroi rugueuse, à condition que les deux types d'écoulement présentent les mêmes caractéristiques, à savoir la même épaisseur caractéristique ( $\delta = h$ ) et le même nombre de Reynolds de frottement ( $\delta^+ = Re_\tau$ ). On observe néanmoins quelques différences dans la région externe, les écoulements de canal et de CLT présentant des régions de sillage distinctes. Ce résultat, déjà mis en avant par Monty *et al.* (2009) sur paroi lisse (figure 5.3) pour des écoulements présentant le même nombre de Reynolds de frottement et discuté dans la section 5.2.2, était non seulement attendu et n'est pas non plus critique pour l'étude des termes spécifiques DERM qui sont actifs dans la région interne.

La comparaison des profils de tensions de Reynolds, illustrée sur la figure 5.8b, présente des différences plus prononcées que pour les profils de vitesse  $\bar{u}^+$ . On note tout d'abord que la simulation RANS parvient à capter le pic de contrainte situé à proximité du sommet des éléments rugueux, mais qu'elle le prédit avec une amplitude sous-estimée d'environ 30 %. Cet écart, significativement supérieur à l'intervalle de confiance à 95 % des mesures LDV, montre les calculs RANS sous-estiment fortement les fluctuations de vitesse dans la sous-couche rugueuse. En outre, on constate un comportement distinct du profil de  $-\overline{u'v'}^+$  dans les régions logarithmique et externe ( $y^+ \gtrsim 600$  ou  $y/\delta \gtrsim 0.3$ ) des écoulements de canal et de CLT. Cette différence, déjà observée sur paroi lisse également, est due à la décroissance linéaire des tensions de Reynolds, proportionnelles au gradient de pression constant comme montré par l'équation (1.40), au sein d'un écoulement de canal alors que ces tensions présentent un plateau pour un écoulement de CLT.

Une analyse similaire peut être effectuée pour les cas de rugosités cylindriques étudiées expérimentalement par George (2005). La figure 5.9 illustre la comparaison des profils (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  et (b) des tensions de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  obtenus expérimentalement et numériquement. Ces profils ont été obtenus à  $x/D_0 = 1.39$  et  $z/D_0 = 0$ . Comme pour le cas H0, un bon accord entre les profils de vitesse longitudinale moyenne expérimentaux et numériques est constaté sur la figure 5.8a. Les simulations RANS parviennent en effet à prédire le bon décalage vertical  $\Delta u^+$  pour les trois cas. L'incertitude de mesure sur  $\bar{u}^+$ , estimé par George (2005) à  $\pm 0.3$ , n'est pas représenté sur la figure par soucis de lisibilité. Néanmoins on note que l'écart entre les profils expérimentaux et numériques est toujours inférieur à cette valeur pour les configurations C1 et C2 dans la région interne, de la paroi au sommet de la zone logarithmique. Ce n'est pas le cas pour la configuration C3, pour laquelle d'importantes différences sont constatées sous le sommet des cylindres où des vitesses négatives, non observées expérimentalement, sont obtenues dans les résultats de la simulation. Ces différences sont la conséquence d'une mauvaise prévision du sillage des éléments rugueux. Ce point sera discuté en détails dans la section 5.3.2.

Concernant les profils de contraintes de Reynolds représentés sur la figure 5.9b, les mêmes conclusions que pour le cas H0 peuvent être dressées. Les pics de contraintes apparaissant au

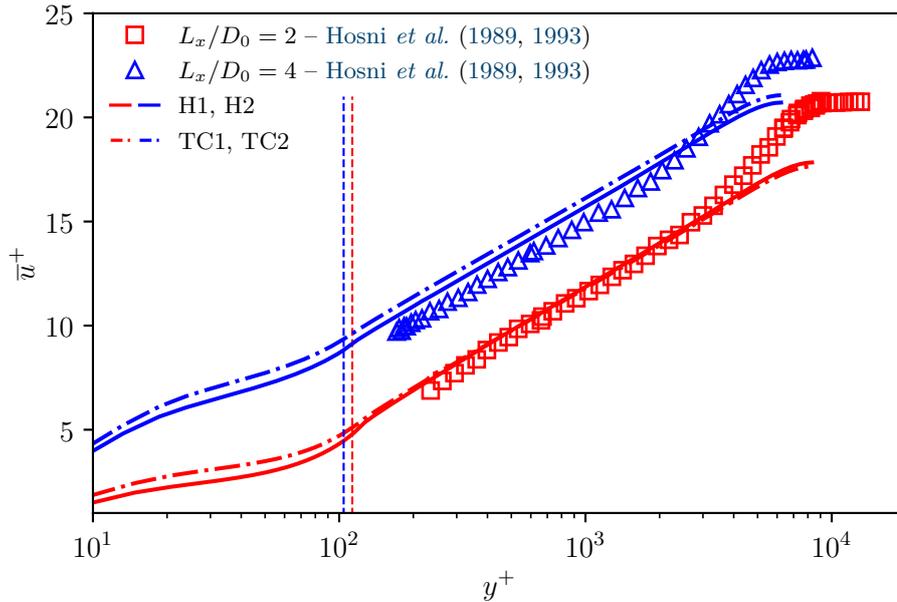


FIGURE 5.10. – Comparaison des profils numériques et expérimentaux de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  pour les cas H1, H2, TC1 et TC2. Pour chaque cas, les symboles représentent les données expérimentales des études de Hosni *et al.* (1989, 1993). Les lignes continues — montrent les profils moyennés spatialement pour les cas de rugosités hémisphériques H alors que les lignes discontinues - - - - représentent les mêmes profils pour les cas de cônes tronqués TC.

sommet de chaque élément rugueux sont prédits par les simulations à la bonne position, mais avec une amplitude sous-estimée de 30 à 40 % selon les configurations par rapport aux mesures LDV. De même, le niveau des contraintes est sous-estimé dans la région externe mais les tendances des profils restent consistantes.

Une même concordance pour les configurations d'hémisphères et de cônes tronqués étudiées par Hosni *et al.* (1989, 1993) est notée sur la figure 5.10 pour la vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$ . Les profils expérimentaux ont été obtenus par fil chaud par Hosni *et al.* (1989, 1993) en dehors de la sous-couche rugueuse. Aucune conclusion quant à l'accord des résultats RANS avec les mesures ne peut ainsi être dressée dans cette zone. Néanmoins, la comparaison des profils expérimentaux aux profils DANS extraits des simulations montre que ces dernières parviennent à reproduire le bon niveau de frottement pour chacun des cas de géométrie rugueuse.

Les figures 5.11 et 5.12 présentent une comparaison pour les configurations H0, C1, C2 et C3 des profils des intensités turbulentes  $\overline{u_i^2}$ . Pour les cas de rugosités cylindriques, ces profils sont adimensionnés par l'énergie cinétique turbulente  $\mathcal{K}$ , qui n'a pu être mesurée pour le cas H0 étant donné que le vélocimètre mis en place (décrit dans le chapitre 4) était uniquement bi-composantes. Un tel adimensionnement permet de comparer les niveaux de  $\overline{u_i^2}/\mathcal{K}$  obtenus sur paroi rugueuse avec ceux attendus sur paroi lisse, dans la région logarithmique. Ces niveaux sont représentés sur la figure 5.12 par les lignes pointillées noires ( $\overline{u^2}/\mathcal{K} \approx 1$ ,  $\overline{v^2}/\mathcal{K} \approx 0.4$ ,  $\overline{w^2}/\mathcal{K} \approx 0.6$ ). Il est intéressant de noter la bonne concordance des niveaux d'intensités turbulentes adimensionnées sur parois lisse et rugueuse dans la région logarithmique. En revanche, les figures 5.11 et 5.12 montrent d'importants écarts entre les profils expérimentaux et numériques. Ces écarts ne sont *a priori* pas dus à la différence entre les types d'écoulement mesuré et simulé sachant que Monty *et al.* (2009) ont observés un recouvrement des profils d'intensité turbulente longitudinale pour deux écoulements de CLT et de canal présentant le même nombre de Reynolds de frottement. Ces

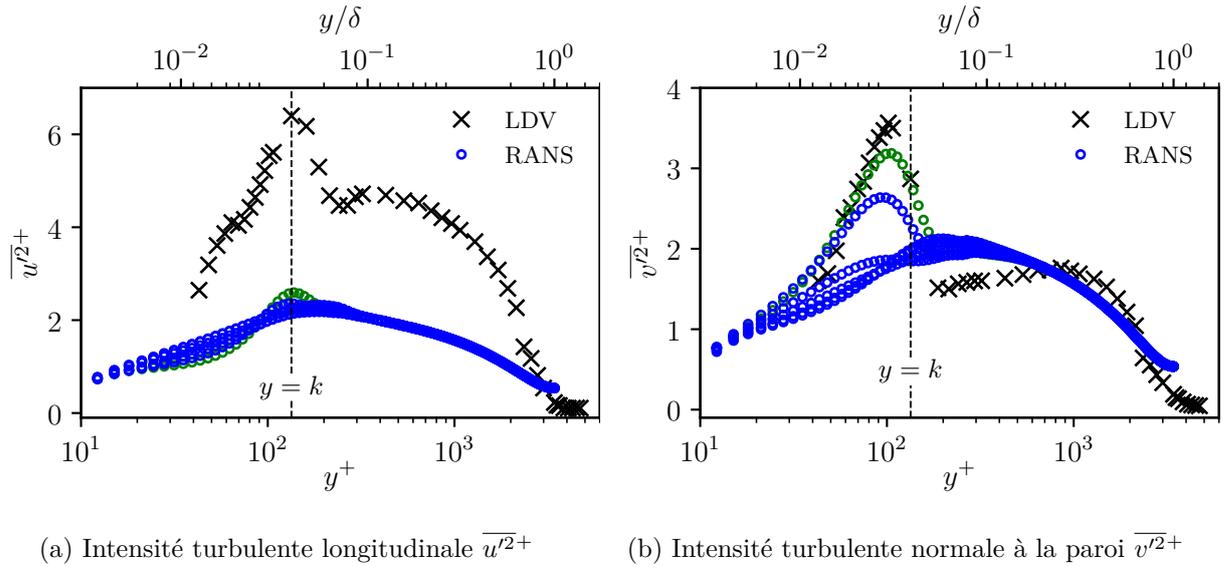


FIGURE 5.11. – Tracé des profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale  $\overline{u'^2}^+$  et (b) normale à la paroi  $\overline{v'^2}^+$  pour le cas H0. Les légendes sont identiques à la figure 5.8. Les profils ont été mesurés ou extraits du domaine de calcul aux mêmes positions que pour la figure 5.8.

écarts sont en réalité expliqués par l'hypothèse de viscosité turbulente isotrope sur laquelle repose l'hypothèse de Boussinesq, donnée par la relation (2.2), et donc le modèle de turbulence  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$  utilisé pour les simulations RANS. En effet, en dehors de la sous-couche rugueuse, où les effets des rugosités disparaissent et les variations spatiales du champ moyen sont nulles, le modèle de turbulence prédit des niveaux d'intensité turbulente identiques dans les trois directions de l'espace ( $\overline{u'^2}/\mathcal{K} = \overline{v'^2}/\mathcal{K} = \overline{w'^2}/\mathcal{K} = 2/3$  comme observé sur la figure 5.12), ce qui n'est pas représentatif de la réalité. Ce résultat, attendu lors du choix du modèle de turbulence, aurait pu être contourné en optant pour un modèle permettant de prendre en compte l'anisotropie de la turbulence, tels que les modèles RSM. Néanmoins, ce problème n'est pas critique pour la présente étude, puisque les termes DERM que l'on cherche à étudier et modéliser, à savoir la force de traînée, les tensions dispersives et de Reynolds, ne font pas intervenir les intensités turbulentes dans leurs expressions respectives. L'objectif était plutôt d'obtenir une représentation satisfaisante des champs de vitesse et de la tension croisée  $-\overline{u'v'}$ , ce que permet le modèle  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ .

En conclusion, les simulations RANS réalisées permettent une représentation de la structure de l'écoulement sur paroi rugueuse conforme à celle mesurée pour un écoulement de CLT. Quelques différences apparaissent néanmoins entre les résultats numériques et les données expérimentales. Premièrement, les simulations RANS ont tendance à sous-estimer les fluctuations de vitesse dans la sous-couche rugueuse et à mal estimer l'étendue de la zone de recirculation en aval des rugosités, notamment pour la configuration rugueuse C3. Néanmoins, même si les résultats numériques obtenus sont certainement perfectibles, ils permettent une description satisfaisante de l'écoulement, de laquelle on pourra déduire des tendances pour les termes DERM, conformes à la réalité de l'écoulement mesuré. Deuxièmement, des différences sur les profils de vitesse et de contraintes de Reynolds ont été constatées dans la région externe de l'écoulement. Celles-ci, dues à la différence entre le type d'écoulement mesuré et d'écoulement simulé, n'influenceront pas l'analyse des termes DERM puisque ces derniers sont principalement actifs dans la sous-couche rugueuse, du fait de la séparation des échelles entre région interne et externe.

Ainsi, les simulations RANS permettent une prévision satisfaisante des profils de vitesse et, dans une moindre mesure, des profils de tensions de Reynolds dans la région interne d'un écoulement turbulent sur paroi rugueuse. Afin d'étoffer cette analyse, une étude plus approfondie de

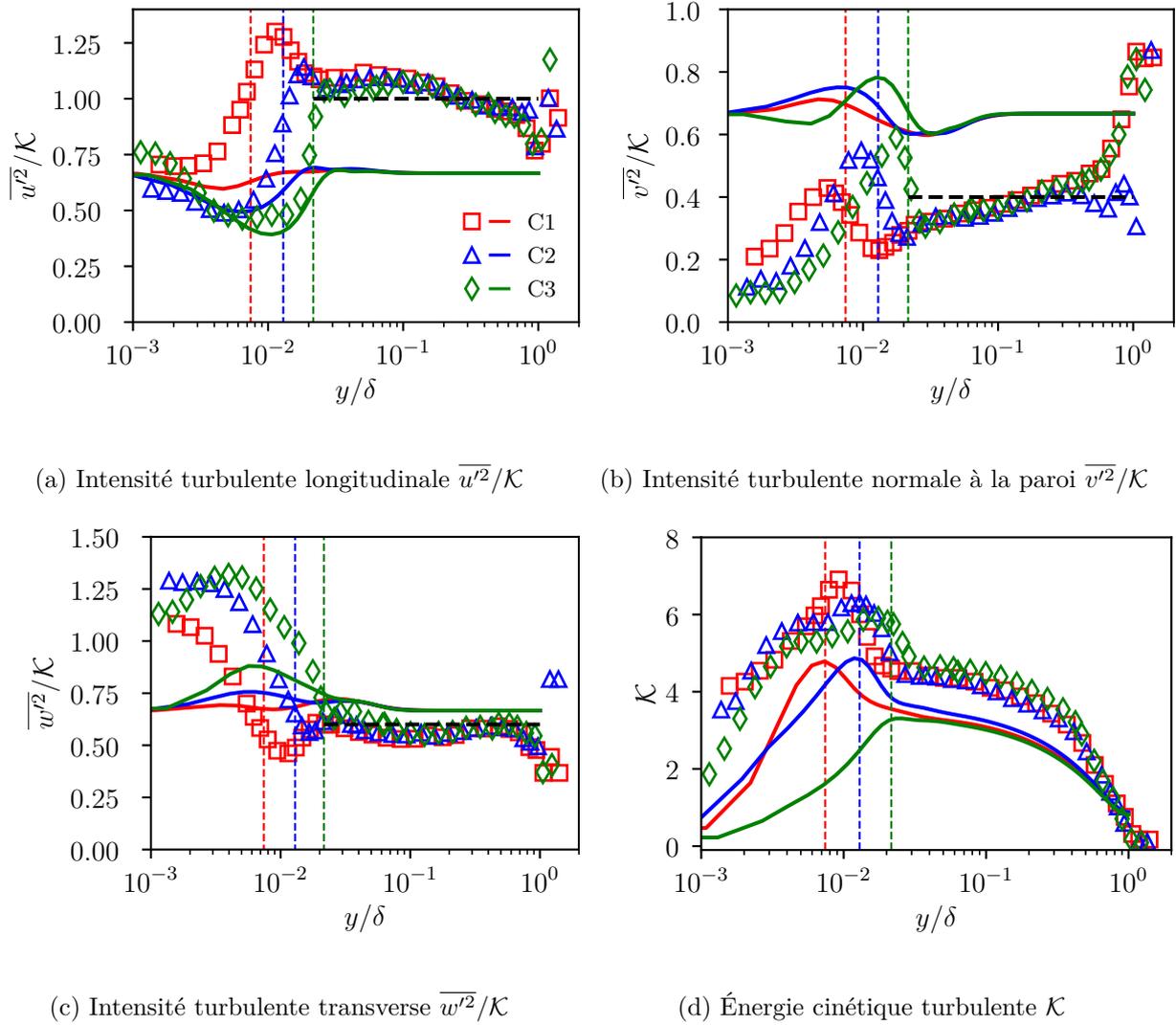


FIGURE 5.12. – Tracé des profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale  $\overline{u'^2}/\mathcal{K}$ , (b) normale  $\overline{v'^2}/\mathcal{K}$  et (c) transverse  $\overline{w'^2}/\mathcal{K}$  pour les cas de rugosités cylindriques. La figure (d) montre le profil d'énergie cinétique turbulente  $\mathcal{K}$ . Les profils ont été mesurés ou extraits à la position de mesure donnée par  $x/D_0 = 1.39$  et  $z/D_0 = 0$ . Les légendes sont identiques à la figure 5.9.

la détermination des sillages de rugosité est effectuée dans la section suivante.

### 5.3.2. Détermination des sillages de rugosité

Cette section a pour objectif d'étudier la résolution des sillages de rugosité par les simulations RANS. Pour ce faire, les champs de vitesse et de tensions de Reynolds obtenus expérimentalement et par les simulations sont comparés dans différents plans de l'écoulement pour les configurations rugueuses pour lesquelles on dispose de données expérimentales, à savoir H0, C1, C2 et C3. Tous les plans ne sont pas détaillés dans cette section par soucis de concision, mais ils sont tous présentés dans l'annexe C.

La figure 5.13 illustre la comparaison des champs (a) de vitesse longitudinale moyenne  $\overline{u}^+$ , (b) de vitesse normale moyenne  $\overline{v}^+$  et (c) des contraintes de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  dans le sillage d'une rugosité hémisphérique de la configuration H0. Les champs mesurés par LDV, obtenus dans le cadre de cette thèse et déjà présentés dans le chapitre 4, sont représentés

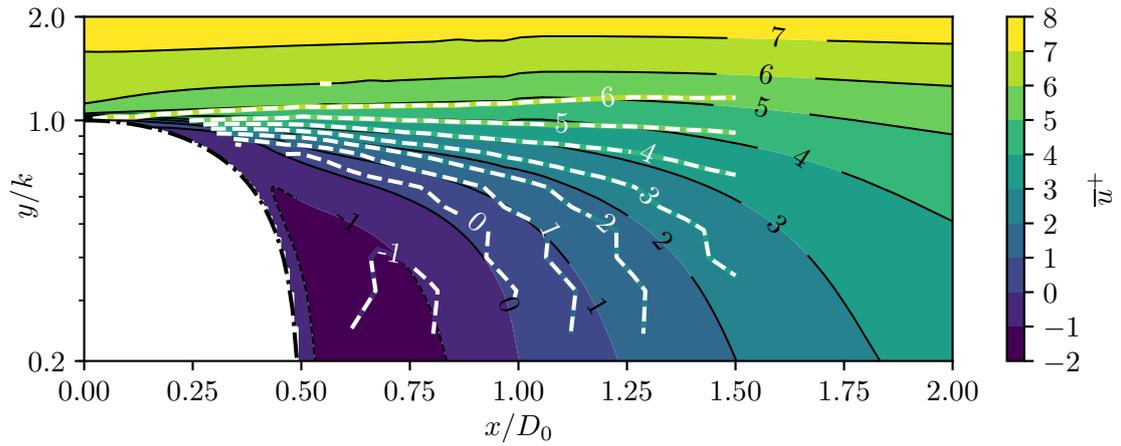
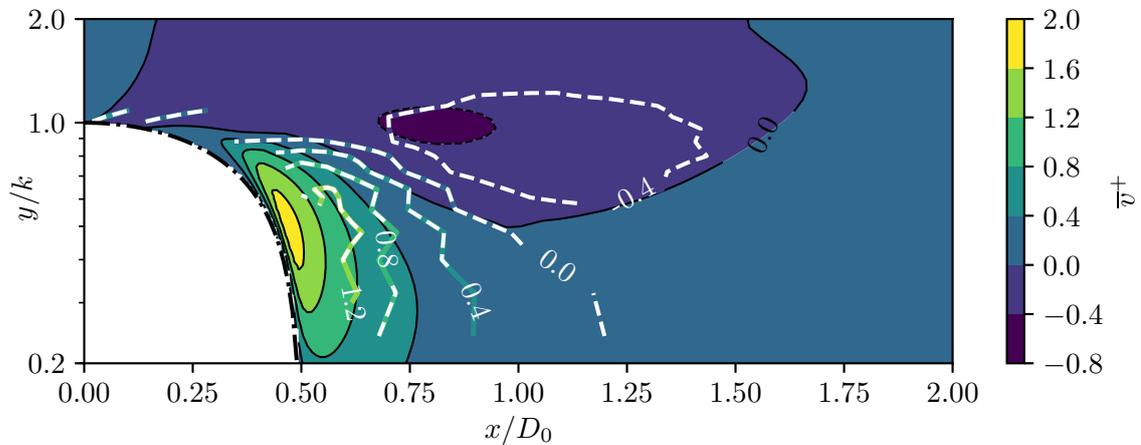
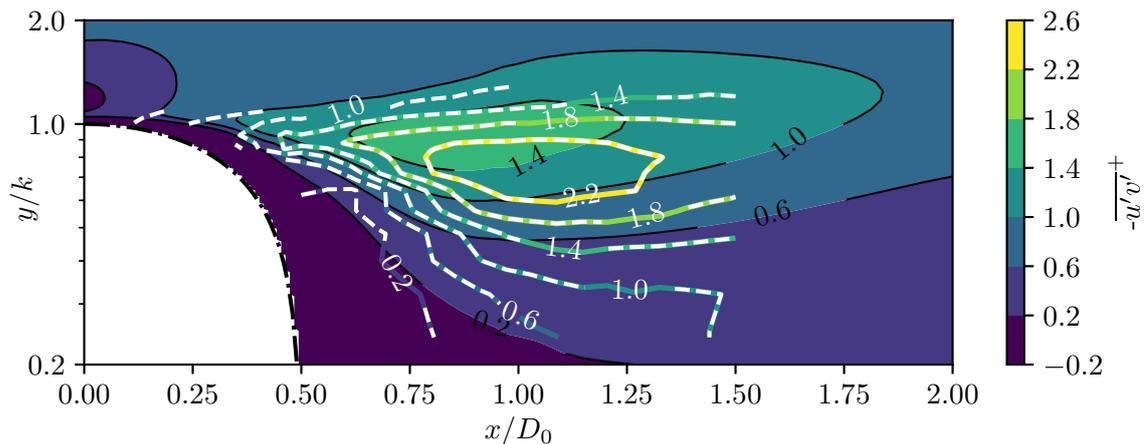
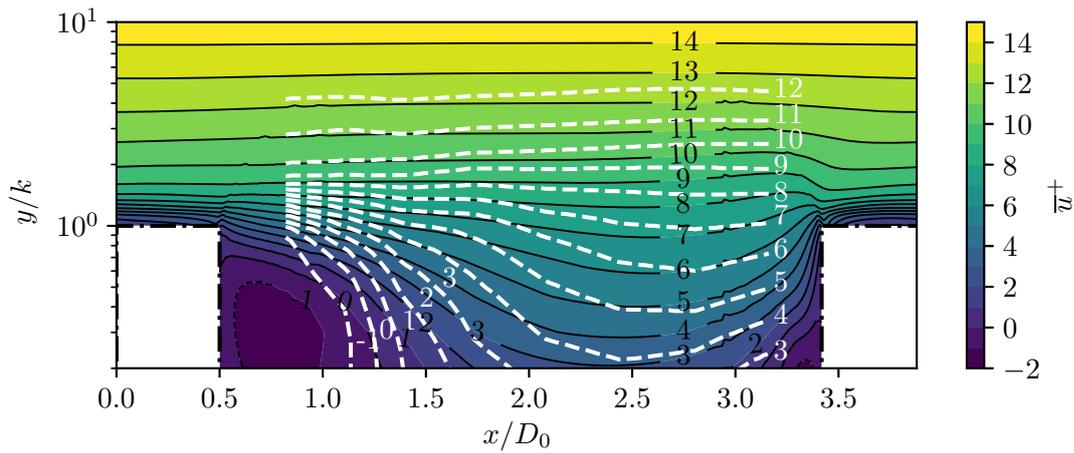
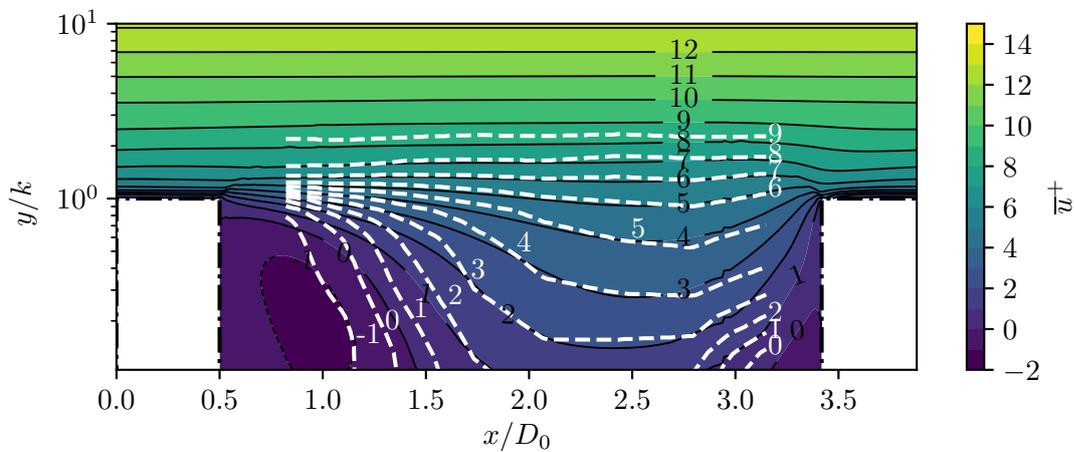

 (a) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0.

 (b) Contours de la vitesse normale  $\bar{v}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0.

 (c) Contours des contraintes de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0.

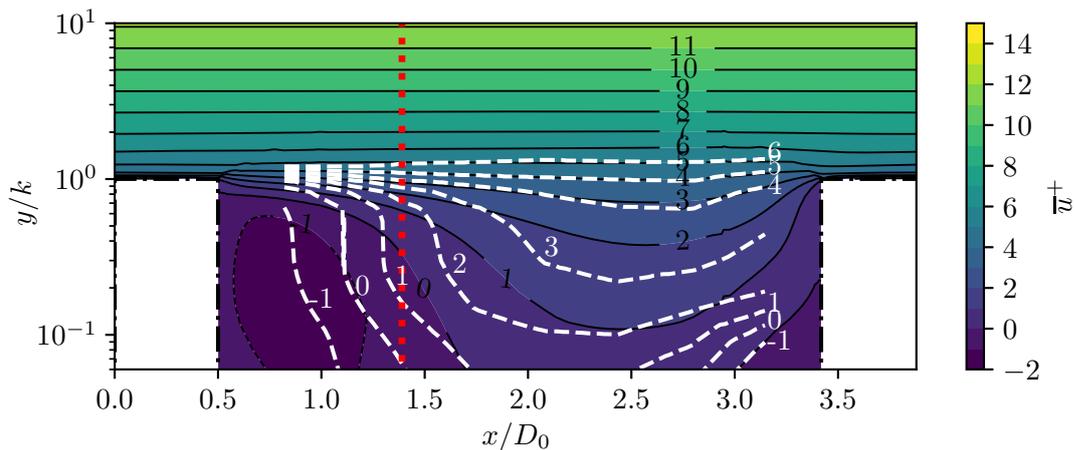
FIGURE 5.13. – Contours (a) de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$ , (b) de la vitesse normale  $\bar{v}^+$  et (c) des contraintes de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0. Ces contours sont représentés dans le sillage d'une rugosité hémisphérique représentée par la ligne  $-\cdots-$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV effectuées dans la cadre de la thèse.



(a) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C1.



(b) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C2.



(c) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C3.

FIGURE 5.14. – Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes  $---$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de [George \(2005\)](#). La ligne pointillée rouge sur la figure (c) illustre la position de mesure du profil de vitesse longitudinale tracé sur la figure 5.9a.

Paroi rugueuse	Rattachement de l'écoulement ( $x/D_0$ )			Décollement de l'écoulement ( $x/D_0$ )		
	LDV	RANS	Écart	LDV	RANS	Écart
H0	0.99	0.97	2 %	N/A		
C1	1.24	1.28	3.2 %	2.27	3.22	41.9 %
C2	1.34	1.44	7.5 %	3.05	3.17	3.9 %
C3	1.41	1.69	19.9 %	2.86	3.02	5.6 %

TABLE 5.4. – Positions longitudinales du décollement et du rattachement de l'écoulement autour des rugosités hémisphériques H0 et cylindriques C1, C2 et C3. Pour les résultats numériques, ces positions sont déterminées à l'altitude minimale à laquelle on dispose de données expérimentales.

par les lignes pointillées blanches et sont superposés aux contours pleins directement extraits des simulations RANS. Pour rappel, aucune donnée n'a pu être mesurée pour des altitudes  $y/k \leq 0.25$  à cause des réflexions des faisceaux laser en proche paroi.

La figure 5.13a montre le bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques pour le champ de vitesse moyenne longitudinale. La zone de recirculation en aval de l'hémisphère, matérialisée par le contour de vitesse nulle, est capturée avec une forme et une étendue qui sont proches, qualitativement, de celle mesurée par LDV. La simulation RANS semble en revanche sous-estimer le champ de vitesse au-dessus du sommet de la rugosité et en aval de la recirculation, l'écart entre les contours expérimentaux et numériques étant de l'ordre de  $\delta\bar{u}^+ \approx 1$ . Cet écart maximal étant du même ordre de grandeur que l'intervalle de confiance des mesures LDV, on peut raisonnablement considérer que les résultats numériques sont conformes aux mesures.

Un même accord global est observé sur les figures 5.13b et 5.13c pour les champs de  $\bar{v}^+$  et  $-\overline{u'v'}^+$ . Comme précédemment, les résultats numériques ont tendance à sous-estimer l'amplitude des champs turbulents. Cette observation est notamment visible pour le champ de contraintes de Reynolds, comme constaté auparavant sur la figure 5.8b.

Une analyse qualitative similaire peut être réalisée avec les résultats expérimentaux de [George \(2005\)](#) pour les cas de rugosités cylindriques. En effet, [George \(2005\)](#) fournit pour chacune des configurations différents champs turbulents de l'écoulement dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  et dans plusieurs plans  $(xz)$  à diverses altitudes  $y$ . Par soucis de concision, seul le champ de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  est étudié dans cette section. Les plans sont représentés sur la figure 5.14 pour les configurations C1, C2 et C3. Comme sur la figure 5.13, les lignes pointillées blanches illustrent les mesures LDV de [George \(2005\)](#) et les contours pleins représentent les champs extraits des simulations RANS.

La zone de recirculation en aval des rugosités est capturée de manière conforme aux résultats expérimentaux pour les configurations C1 et C2. Dans la région de déflexion de l'écoulement qui apparaît en aval de la recirculation, on constate que les simulations RANS ont tendance à sous-estimer le niveau de vitesse longitudinal, un écart maximal  $\delta\bar{u}^+ \approx 1$  étant observé entre les contours expérimentaux et numériques. Cet écart est également noté au-dessus du sommet des rugosités. Comme les profils de vitesse expérimentaux et numériques présentés sur la figure 5.9 sont en bon accord, on peut raisonnablement penser que cet écart disparaît pour des altitudes plus élevées que celles représentées sur les plans. Cette tendance est d'ailleurs observée sur la figure 5.14a pour la configuration C1.

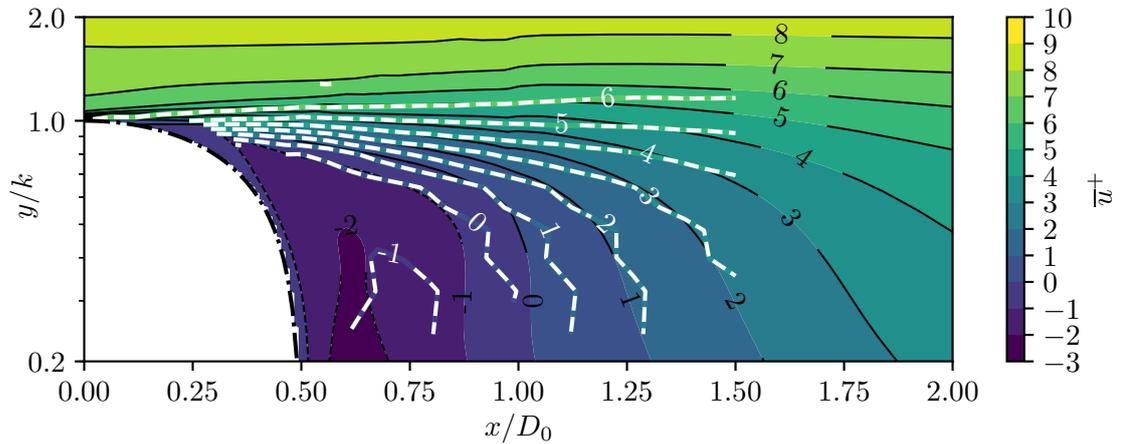
Pour rappel, [George \(2005\)](#) a estimé l'incertitude de mesures de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  à  $\pm 0.3$ . En s'appuyant sur ce résultat et sur l'écart maximal noté entre les contours expérimentaux et numériques, on peut considérer que les simulations RANS permettent une représentation tout à fait satisfaisante de la structure de l'écoulement dans le sillage des rugosités pour les configurations C1 et C2. Des résultats similaires ont été observés pour les champs de  $\bar{v}^+$  et  $-\overline{u'v'}^+$  et sont présentés dans l'annexe C. Le cas de la configuration C3 est traité par ailleurs.

L'analyse effectuée jusqu'ici dans cette section est essentiellement qualitative. En effet, les données expérimentales disponibles ne permettent pas une comparaison précise des champs turbulents. Elles permettent néanmoins d'obtenir une estimation des positions de rattachement de l'écoulement en aval d'une rugosité et du décollement qui apparaît en amont de l'élément rugueux suivant. Ces positions sont répertoriées dans le tableau 5.4. Dans la plupart des cas, les positions de décollement et de rattachement de l'écoulement autour des éléments rugueux prévues par les simulations RANS sont en bon accord avec celles mesurées par LDV, un écart maximum de 7.5 % étant observé. Néanmoins, deux cas plus problématiques apparaissent : la détermination de la position de décollement pour la configuration C1 et de rattachement pour la configuration C3. Concernant le cas C1, on note que George (2005) précise que la position de décollement n'a pas été déterminée par LDV, mais à l'aide de visus de l'écoulement. Cette technique pouvant présenter des incertitudes importantes, on ne peut *a priori* pas conclure sur le manque de représentativité ou non de la simulation. En revanche, pour le cas C3, les résultats numériques sont plus discutables. En effet, comme illustré sur la figure 5.14c, la zone de recirculation en aval des rugosités cylindriques est prédite avec une forme différente et une étendue plus importante que celle déterminée expérimentalement. Cette observation explique d'ailleurs la différence constatée sur la figure 5.9a entre les profils de vitesse longitudinale obtenus à la position axiale  $x/D_0 = 1.39$ , représentée sur la figure 5.14c par la ligne pointillée rouge.

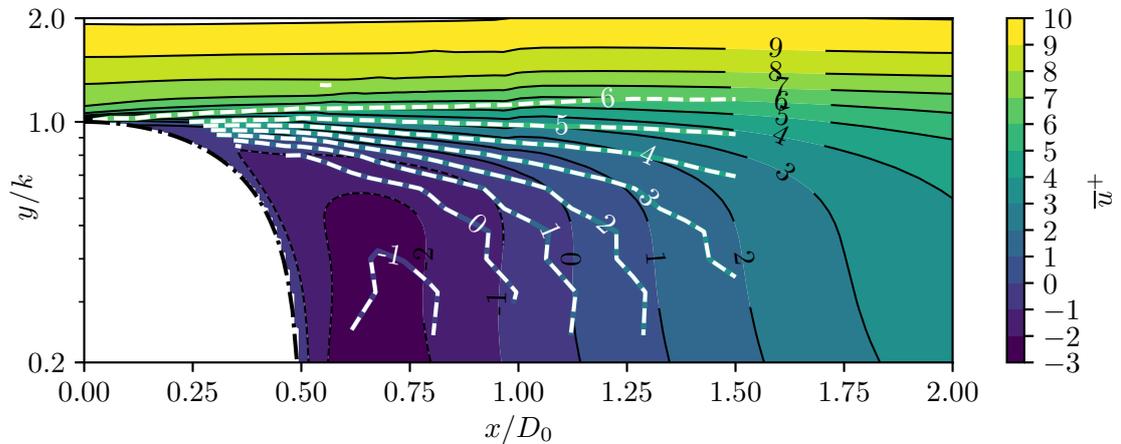
Les résultats de cette section ont mis en avant la capacité des simulations RANS à prévoir de manière conforme aux données expérimentales la structure de l'écoulement dans le sillage des rugosités pour plusieurs parois rugueuses académiques. Cette observation n'est en revanche pas valable pour la configuration C3, pour laquelle des différences, susceptibles d'altérer l'analyse qui pourra être effectuée des termes DERM, sont constatées. Cette configuration rugueuse n'est ainsi plus considérée par la suite, et permet de renforcer l'idée qu'un soin particulier doit être accordé à l'analyse de la représentativité physique des résultats de simulations RANS d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse avant toute utilisation pour l'analyse des termes DERM.

### 5.3.3. Justification a posteriori du choix du modèle de turbulence

Comme mentionné dans la partie 5.2, l'ensemble des simulations RANS effectuées dans le cadre de cette étude a été réalisé en utilisant un modèle de turbulence de type  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ . Le choix du modèle utilisé, qui n'avait néanmoins pas été justifié, a principalement été dicté par l'accord des résultats numériques obtenus dans la sous-couche rugueuse avec les données expérimentales. En plus du modèle  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ , deux autres modèles de turbulence ont ainsi été testés : le modèle de Spalart et Allmaras (1992) et le modèle  $\mathcal{K}\text{-}\omega$  SST de Menter (1994). La figure 5.15 présente les contours de vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  obtenus avec ces deux modèles dans le sillage d'une rugosité hémisphérique de la configuration H0. Les résultats de cette figure peuvent être directement comparés avec ceux de la figure 5.13a, obtenus avec le modèle  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ . On constate qu'aucun des deux modèles ne parvient à reproduire de manière satisfaisante la zone de recirculation qui apparaît en aval de l'élément rugueux, contrairement au modèles  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ . Ce résultat n'est pas évident *a priori*, sachant notamment que le modèle  $\mathcal{K}\text{-}\omega$  SST est généralement reconnu pour la prédiction des écoulements fortement décollés (Menter *et al.*, 2003).



(a) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  obtenus à l'aide du modèle de Spalart et Allmaras (1992). Ces contours sont représentés dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0.



(b) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  obtenus à l'aide du modèle du modèle  $\mathcal{K}-\omega$  SST (Menter, 1994). Ces contours sont représentés dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0.

FIGURE 5.15. – Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{u}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS obtenus à l'aide (a) du modèle de Spalart et Allmaras (1992) et (b) du modèle  $\mathcal{K}-\omega$  SST (Menter, 1994). Les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV effectuées dans le cadre de la thèse.

## Bilan

Dans ce chapitre, nous avons mis en place une stratégie permettant de construire une base de données numériques d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse. Cette méthodologie repose sur la réalisation de simulations RANS d'écoulements de canal turbulents pleinement développés sur des surfaces rugueuses académiques résolues (maillées). Ces simulations ont été effectuées avec le solveur CHARME de CEDRE et un modèle de turbulence  $\mathcal{K}\text{-}\mathcal{E}$ . Celles-ci sont ensuite comparées à des données expérimentales, obtenues dans le cadre de thèse ou issues de la littérature, d'écoulements de CLT. Cette comparaison vise à s'assurer que les résultats des calculs sont bien représentatifs de la structure de l'écoulement turbulent, notamment dans la région interne où les effets des rugosités sont confinés. Le choix de simuler un écoulement de canal alors que les données expérimentales sont disponibles pour des écoulements de CLT revêt un intérêt pratique en terme de coût de calcul notamment. Ce choix a été justifié physiquement dans ce chapitre ; on s'assure en particulier que les deux types d'écoulement se produisent à conditions équivalentes, c'est-à-dire tel que  $\delta = h$  et  $\delta^+ = Re_\tau$ . Au total, huit configurations distinctes de rugosités, présentant des géométries, des hauteurs et des espacements différents, ont été étudiées. Les écoulements considérés balayent une large gamme de nombre de Reynolds de frottement (entre 3500 et 8000) et de grain de sable équivalent  $k_s^+$  (entre 35 et 300).

La validation des résultats des simulations RANS a été effectuée en deux temps. Les profils de vitesse longitudinale moyenne et des contraintes de Reynolds obtenus expérimentalement et numériquement ont tout d'abord été comparés à une position de mesure donnée. Cette comparaison a permis de mettre en avant la concordance et les éventuelles divergences entre les mesures et les simulations sur toute la hauteur de l'écoulement. Quelques différences sont notées dans la région externe, liées à la différence de type d'écoulement entre les mesures et les simulations. Néanmoins, celles-ci ne sont pas critiques car les effets des rugosités, que l'on cherche à capturer dans cette étude, sont confinés au sein de la région interne. Dans cette région, les profils de  $\bar{u}^+$  présentent d'ailleurs un accord très satisfaisant, avec des écarts de l'ordre de l'intervalle de confiance des mesures. Ce n'est en revanche pas le cas pour la configuration C3, qui est de fait écartée par la suite. Les fluctuations de vitesse ont tendance à être sous-estimées par les simulations. Néanmoins, les profils de contraintes de Reynolds présentent des tendances conformes aux mesures, ce qui n'altérera pas les analyses faites dans le chapitre suivant.

Dans un second temps, différents champs de l'écoulement sont comparés dans le sillage des rugosités sous forme de plans. Cette comparaison est limitée aux configurations pour lesquelles de telles données expérimentales étaient disponibles, à savoir H0, C1, C2 et C3. Les zones de recirculation et de décollement qui apparaissent respectivement en aval et en amont des rugosités sont capturées de manière réaliste pour les trois premières configurations. En effet, les positions de rattachement et de séparation sont prédites avec un écart maximum de 7.5 % par rapport aux données expérimentales. Par ailleurs, un écart maximal de  $\delta\bar{u}^+ \approx 1$ , qui a tendance à disparaître lorsque l'altitude augmente, est observé entre les contours de vitesse moyenne axiale obtenus expérimentalement et numériquement. Étant donné les incertitudes de mesure, on considère que les résultats numériques sont bien représentatifs de l'écoulement mesuré. Les résultats concernant la configuration C3 sont en revanche plus discutables. Ce cas permet néanmoins de souligner l'importance qu'il est nécessaire d'accorder à la validation des simulations RANS, notamment dans les régions décollées.

En conclusion, on dispose désormais d'une base de données numériques d'écoulements turbulents sur diverses parois rugueuses. Ces données sont, dans le chapitre 6, post-traitées afin d'étudier le comportement des termes DERM que l'on cherche à modéliser, à savoir la force de traînée des rugosités ainsi que les contraintes turbulentes et dispersives.

# Étude des termes DERM

Dans le chapitre précédent, nous avons mis en place une méthodologie qui a permis de construire une base de données numérique d'écoulements turbulents sur parois rugueuses. Ces données ont été validées à l'aide des mesures réalisées dans le chapitre 4 et d'autres provenant de la littérature (Hosni *et al.*, 1989, 1993; George, 2005). Ces résultats numériques sont maintenant post-traités et étudiés afin d'analyser les termes apparaissant dans la formulation DERM détaillée dans la partie 2.3. Dans un premier temps, ce chapitre présente une analyse détaillée des termes de traînée agissant sur les rugosités, de tensions turbulentes et tensions dispersives. L'influence de paramètres, tels que la géométrie des rugosités, l'espacement entre celles-ci ou encore le régime d'écoulement, est mise en avant. La seconde partie du chapitre décrit l'influence de ces termes sur l'effort total.

Comme mentionné précédemment, ce chapitre, ainsi que le précédent, a fait l'objet d'une publication, reproduite dans l'annexe D, dans la revue *Physics of Fluids*.

## Sommaire

<b>6.1. Introduction et rappels</b> . . . . .	<b>108</b>
<b>6.2. Étude des termes DERM</b> . . . . .	<b>108</b>
6.2.1. Force de traînée . . . . .	108
6.2.2. Viscosité turbulente et contraintes de Reynolds . . . . .	113
6.2.3. Contraintes dispersives . . . . .	114
<b>6.3. Contribution des termes DERM aux contraintes totale et pariétale</b> .	<b>120</b>
6.3.1. Contrainte totale – flux de quantité de mouvement . . . . .	120
6.3.2. Coefficient de frottement . . . . .	122
<b>Bilan</b> . . . . .	<b>124</b>

## 6.1. Introduction et rappels

Comme détaillé dans la section 2.3, il existe principalement deux formulations des équations DANS (*Double-Averaged Navier-Stokes*) utilisées dans le cadre de l'approche DERM. Pour rappel, ces équations DANS sont obtenues par l'application d'une moyenne de volume (Whitaker, 1986) aux équations RANS du mouvement. Ces formulations, proposées par Aupoix (2016) et Hanson et Kinzel (2016), sont identiques dans le cas d'un écoulement incompressible, ce qui correspond au cadre de la présente étude, à condition de ne pas utiliser, comme détaillé dans la section 2.3, l'approximation (2.33) suggérée par Hanson (2017). On limite ici l'étude au cas d'un écoulement de canal turbulent pleinement développé. Dans ce cas, l'équation DANS de conservation de quantité de mouvement (2.28) se réduit, dans la direction longitudinale, à :

$$\beta \frac{d\langle \bar{u} \rangle^f}{dt} = 0 = -\frac{\partial \beta \langle \bar{p} \rangle^f}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \underbrace{\mu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y}}_{\tau_V(y)} - \underbrace{\beta \rho \langle \bar{u}'v' \rangle^f}_{-\tau_R(y)} - \underbrace{\beta \rho \langle \tilde{u} \tilde{v} \rangle^f}_{-\tau_D(y)} \right] + F_D(y) \quad (6.1)$$

où  $\tau_V$  désigne la contrainte visqueuse moyenne par tranche,  $\tau_R$  et  $\tau_D$  les contraintes turbulentes et dispersives croisées moyennes par tranche et  $F_D$  la force de traînée moyenne par unité de volume. Il convient de souligner que ce terme ne correspond pas à la force globale exercée par l'écoulement sur un élément rugueux.  $F_D(y)$  représente en réalité la valeur moyenne de la force de traînée dans la tranche de l'écoulement située à l'altitude  $y$ . Cette force s'écrit comme la somme de deux termes, un représentant la force de traînée visqueuse  $F_{D,v}$ , l'autre la force de traînée de pression  $F_{D,p}$ , suivant la relation suivante :

$$F_D(y) \equiv \underbrace{\frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} n_j dA}_{F_{D,v}} + \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_{fs}} (-\bar{p}) n_x dA}_{F_{D,p}} \quad (6.2)$$

Contrairement à Hanson (2017), on choisit de traiter le terme de tensions dispersives, afin de mener une analyse la plus générale possible. Ainsi, l'objectif de ce chapitre est d'analyser, à partir des données issues des simulations RANS, le comportement et les contributions des différents termes apparaissant dans l'équation (6.1), à savoir les tensions de Reynolds, les tensions dispersives et la force de traînée. Pour ce faire, une moyenne de volume est appliquée aux résultats numériques et permet d'accéder directement aux termes recherchés.

## 6.2. Étude des termes DERM

### 6.2.1. Force de traînée

La force de traînée (6.2) est généralement modélisée, dans le cadre de l'approche par éléments discrets rugueux, par un coefficient de traînée local  $C_d$  défini par la relation suivante :

$$F_D(y) = \frac{1}{2} \rho \frac{d(y)}{L_x L_z} \left( \langle \bar{u} \rangle^f \right)^2 C_d(y), \quad (6.3)$$

où  $d(y)$  désigne le diamètre de l'élément rugueux à l'altitude  $y$  et  $\langle \bar{u} \rangle^f$  représente la composante longitudinale de la vitesse moyenne intrinsèque.

La force de traînée  $F_D(y)$  à une altitude donnée est obtenue, suivant la relation (6.2), en intégrant, à cette altitude, les efforts de viscosité et de pression appliqués sur un élément rugueux. Il suffit ensuite de répéter cette opération pour un grand nombre de positions  $y$  pour obtenir la distribution de  $F_D$ , de laquelle on peut alors déduire le profil du coefficient de traînée  $C_d$  à l'aide de la relation (6.3). La figure 6.1 présente les distributions de  $C_d$  et  $F_D$  le long d'un hémisphère de la configuration H0. Les contributions visqueuses  $C_{d,v}$  (---) et de pression  $C_{d,p}$  (---)

sont également représentées. Comme attendu pour un écoulement de canal turbulent en régime pleinement rugueux, la traînée de pression constitue la principale contribution à la traînée totale le long de l'élément rugueux. En effet, elle représente plus de 90 % de la traînée totale jusqu'à  $y/k \approx 0.1$  et 80 % jusqu'à  $y/k \approx 0.7$ . La contribution visqueuse devient majoritaire uniquement pour  $y/k \geq 0.9$ . Pour ces altitudes, on constate une augmentation de la contrainte visqueuse, liée à l'augmentation du gradient normal de vitesse longitudinale causée par le contournement de l'élément rugueux (observé par exemple sur la figure 4.22). On observe également une diminution des effets de la séparation de l'écoulement à proximité du sommet des hémisphères.

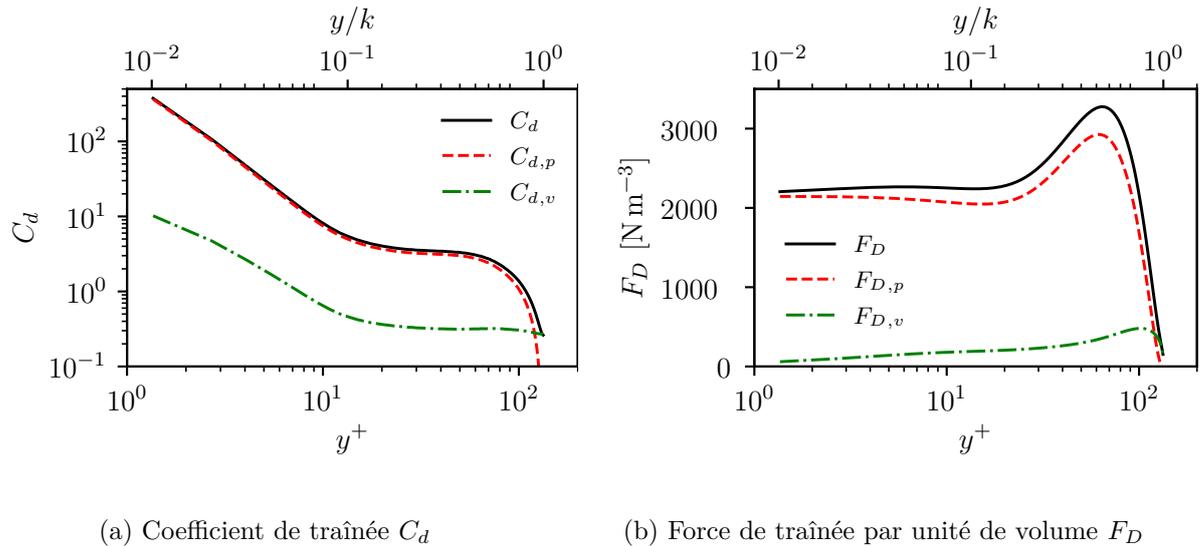


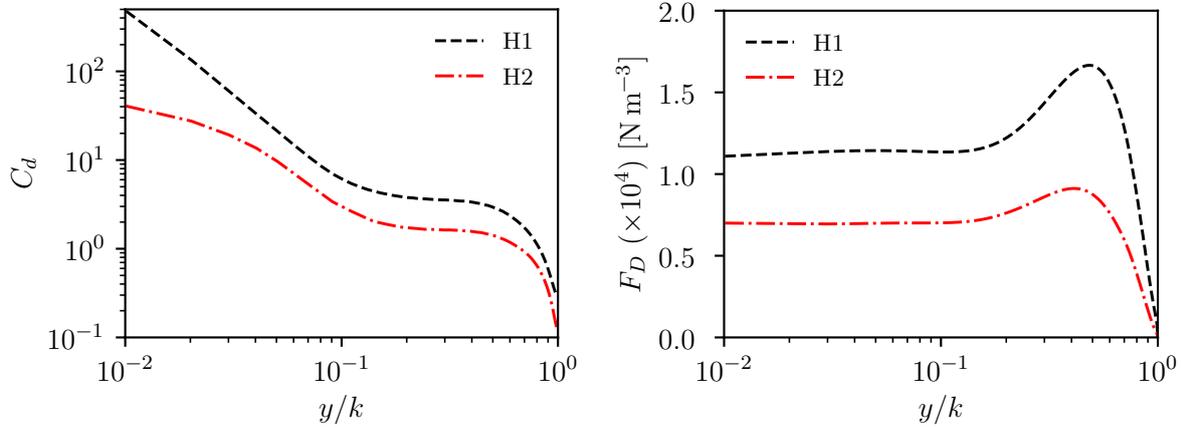
FIGURE 6.1. – Tracé des profils (a) du coefficient de traînée  $C_d$  et (b) de la force de traînée par unité de volume  $F_D$  le long d'un hémisphère de la configuration H0. La ligne  $---$  représente la contribution de la pression tandis que la ligne  $-.-.-$  celle de la viscosité.

La distribution de la force de traînée  $F_D$  représentée sur la figure 6.1b est caractérisée par la présence d'un plateau pour  $0 \leq y/k \leq 0.2$ . Ce plateau est suivi d'un pic centré en  $y/k \approx 0.7$  puis d'une diminution importante de la force de traînée à proximité du sommet de la rugosité, pour  $y/k \geq 0.8$ . La présence du plateau résulte d'une différence de pression statique entre les parties aval et amont de l'élément rugueux quasiment constante. Le pic est quant à lui centré autour de l'altitude du point d'arrêt. Cette position est d'ailleurs en accord avec les résultats de [Wu et al. \(2020\)](#), qui ont réalisé des simulations DNS d'écoulements de canal turbulent autour de configurations rugueuses similaires et ont estimé la position du point d'arrêt à  $y/k \approx 0.65$  pour  $Re_\tau \leq 600$ . La diminution rapide de la force à proximité du sommet de l'hémisphère résulte de la réduction du diamètre effectif de l'élément rugueux, qui provoque une diminution de la traînée de pression.

L'étude effectuée pour l'hémisphère H0 a permis de mettre en avant les différents phénomènes régissant la distribution de traînée le long d'un élément rugueux pour une géométrie de rugosité et une configuration rugueuse donnée. Il convient désormais d'analyser l'influence de ces deux paramètres sur le comportement de la force de traînée. Les configurations rugueuses H1, H2, TC1 et TC2 sont particulièrement adaptées à la réalisation d'une telle étude. Elles permettent en effet d'isoler l'effet de la densité rugueuse et l'effet de la géométrie des rugosités. L'analyse de l'effet de la densité peut être effectuée en comparant H1 avec H2 d'une part, et TC1 avec TC2 d'autre part ; ces deux paires de configurations rugueuses étant constituées des mêmes éléments rugueux, disposés avec des espacements longitudinal  $L_x$  et transverse  $L_z$  différents. L'étude de l'influence de la géométrie de rugosité peut quant à elle être réalisée en confrontant H1 avec TC1 d'une part, et H2 avec TC2 d'autre part ; ces deux paires de configurations rugueuses disposant des mêmes

espacements longitudinal  $L_x$  et transverse  $L_z$ , mais de géométries de rugosité différentes, et ce pour un même  $k_s^+$  (donc un même  $\Delta u^+$ ).

### Influence de la densité des éléments rugueux



(a) Coefficient de traînée  $C_d$  pour les configurations H1 et H2 (b) Force de traînée  $F_D$  par unité de volume pour les configurations H1 et H2

FIGURE 6.2. – Tracé des profils (a) du coefficient de traînée  $C_d$  et (b) de la force de traînée par unité de volume  $F_D$  pour les configurations H1 et H2. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la densité de rugosités pour une même géométrie et une même vitesse extérieure  $U_e$ .

La figure 6.2 illustre l'influence de la densité de rugosité sur les profils du coefficient et de la force de traînée, en comparant les configurations H1 et H2. Les espacements longitudinal  $L_x$  et transverse  $L_z$  de la configuration H2 étant deux fois plus grands que ceux de la configuration H1, la densité rugueuse de H2 est quatre fois plus faible que celle de H1. Cette réduction de la densité rugueuse se traduit par une réduction significative de la force et du coefficient de traînée à toutes les altitudes. En analysant les distributions de pression, représentées sur la figure 6.3, autour des hémisphères, on observe que l'augmentation de l'espacement entre les rugosités a une influence limitée sur l'amplitude de la pression sur la face au vent des hémisphères mais modifie la zone de recirculation qui apparaît en aval des éléments rugueux. Les séparations sont plus intenses, ce qui peut paraître contre-intuitif au premier abord, et la pression appliquée sur la partie aval des éléments a tendance à diminuer. La différence de pression entre les faces amont et aval est par conséquent plus forte. Ainsi, les efforts de traînée appliqués sur chaque hémisphère augmentent lorsque la densité diminue. Cette observation n'est cependant pas contradictoire avec la diminution de  $F_D$  observée avec la densité, car cette force  $F_D$  est définie par unité de volume comme l'atteste le rapport  $1/V$  dans la relation (6.2). L'augmentation des efforts de pression appliqués sur un hémisphère est en fait contrebalancée par le principe d'homogénéisation de l'écoulement de l'approche DERM. Ce principe se traduit par l'intégration des efforts sur un volume  $V$ , qui est 4 fois plus grand pour la configuration H2 que pour H1, ce qui explique les tendances observées. Les mêmes conclusions peuvent également être dressées en comparant les configurations TC1 et TC2 (figure 6.4).

### Influence de la géométrie des éléments rugueux

La figure 6.5 illustre l'influence de la géométrie des éléments rugueux sur la distribution du coefficient et de la force de traînée par unité de volume, en comparant les configurations H1 et TC1. On observe de fortes disparités dans les distributions de  $C_d$  et de  $F_D$ , notamment au

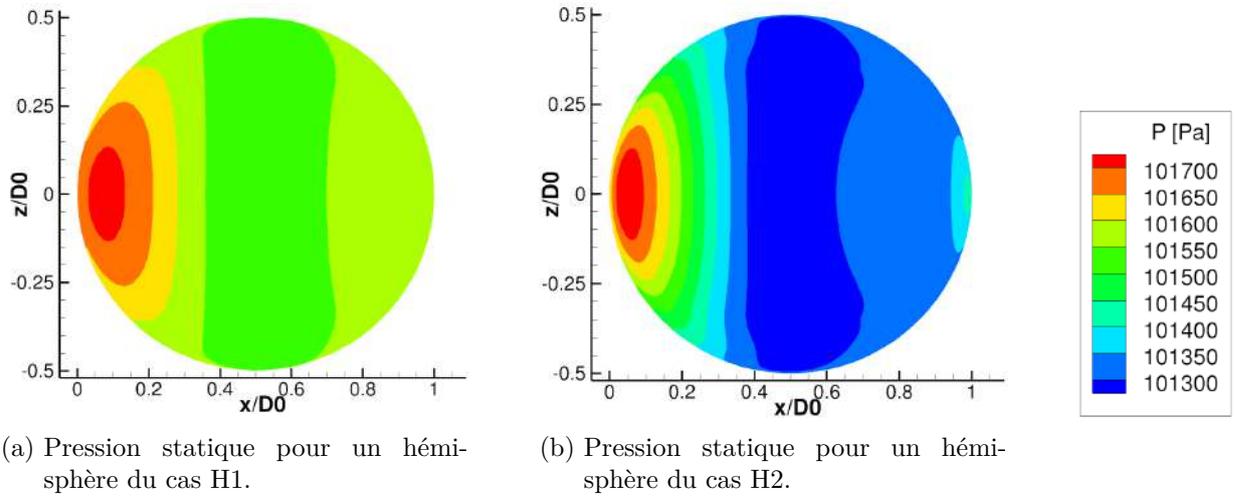


FIGURE 6.3. – Tracés des contours de pression statique sur un hémisphère des configurations (a) H1 et (b) H2. Chaque hémisphère est représenté vu de haut dans le plan  $(xz)$ . L'échelle de pression, illustrée à droite de la figure, est identique pour les deux cas.

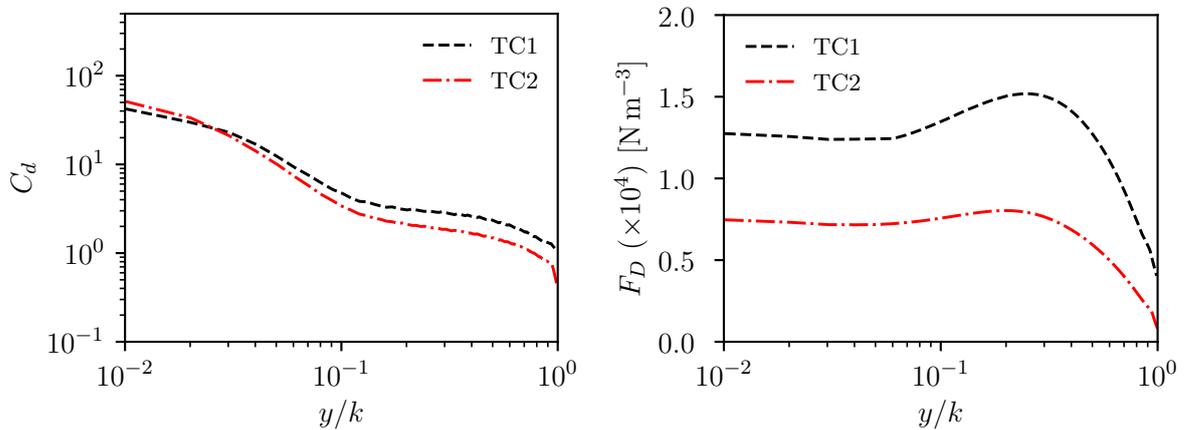
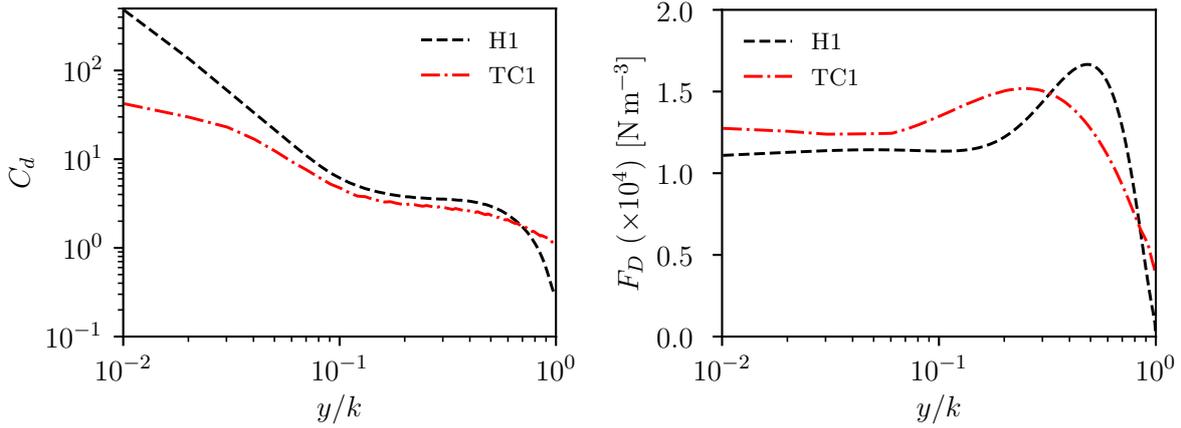


FIGURE 6.4. – Tracé des profils (a) du coefficient de traînée  $C_d$  et (b) de la force de traînée par unité de volume  $F_D$  pour les configurations TC1 et TC2. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la densité de rugosités pour une même géométrie et une même vitesse extérieure  $U_e$ .



(a) Coefficient de traînée  $C_d$  pour les configurations H1 et TC1 (b) Force de traînée  $F_D$  par unité de volume  $F_D$  pour les configurations H1 et TC1

FIGURE 6.5. – Tracé des profils (a) du coefficient de traînée  $C_d$  et (b) de la force de traînée par unité de volume  $F_D$  pour les configurations H1 et TC1. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la géométrie des éléments rugueux pour une même densité et une même vitesse extérieure  $U_e$ .

niveau de la base et du sommet des éléments rugueux. Or, comme rapporté dans le tableau 5.1, ces configurations produisent le même niveau de contrainte pariétale  $\tau_w$  à conditions aérodynamiques identiques. Pour rappel, cette contrainte s'écrit comme la somme des efforts visqueux appliqués sur la surface plane située entre les rugosités et des efforts de traînée des éléments rugueux, à savoir :

$$\tau_w = \left( \mu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} \right)_{y=0} + \int_0^h F_D dy. \quad (6.4)$$

En analysant les deux termes de cette relation, on observe que la contribution de la force de traînée des rugosités est plus importante pour la configuration H1 que pour TC1. Cette dernière génère donc des niveaux de frottement à la paroi (lisse) supérieurs, du fait d'un gradient normal de vitesse axiale plus grand à la paroi.

### Validité du modèle standard

Les observations effectuées dans cette section suggèrent qu'un modèle précis pour le coefficient de traînée  $C_d$  doit être non local.  $C_d$  ne dépend en effet pas uniquement du diamètre local de l'élément rugueux dans la tranche de l'écoulement considéré, mais est également régi par l'arrangement et la densité des rugosités. Le modèle de traînée utilisé dans le cadre de la formulation DERM standard ne semble pas totalement satisfaire à ces conditions. Pour rappel, ce modèle est fonction du nombre de Reynolds  $Re_d$ , basé sur le diamètre local de l'élément rugueux  $d(y)$  et défini comme :

$$Re_d = \frac{\rho u(y) d(y)}{\mu}. \quad (6.5)$$

Le coefficient de traînée est alors donné par :

$$\begin{aligned} Re_d \leq 60000 & \quad C_d = \left( \frac{Re_d}{1000} \right)^{-0.125} \\ Re_d \geq 60000 & \quad C_d = 0.6 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Afin d'évaluer la validité de ce modèle, le profil de  $C_d$  obtenu avec ce modèle est comparé sur la figure 6.6 avec celui issu des simulations RANS, pour la configuration H1. On constate une

sous-estimation significative (de l'ordre d'un à deux ordres de grandeur) de la distribution de  $C_d$  par le modèle standard. La même observation pouvant être effectuée pour l'intégralité des cas étudiés dans ces travaux, cela suggère que le modèle standard n'est pas adapté à la formulation DERM étudiée et nécessite donc des améliorations. Les données numériques dans le cadre de cette thèse doivent permettre de développer ou de valider de nouveaux modèles.

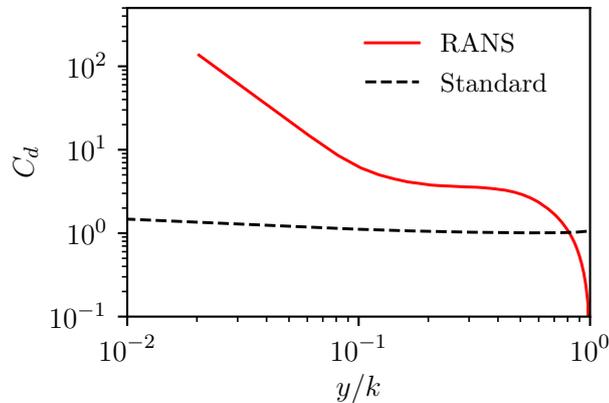


FIGURE 6.6. – Comparaison des profils de coefficient de traînée  $C_d$  obtenus pour la configuration H1 à l'aide des simulations RANS et du modèle standard.

### 6.2.2. Viscosité turbulente et contraintes de Reynolds

Dans cette section, le comportement des contraintes de Reynolds est analysé dans le cadre de la méthode par éléments discrets rugueux. Plus précisément, l'objectif est de fournir des pistes de modélisation pour la fermeture de ce terme, faisant intervenir une viscosité turbulente  $\nu_t$ . Pour ce faire, les profils des contraintes turbulentes cisillées et de la viscosité turbulente sont extraits des simulations RANS en appliquant une moyenne par tranche aux résultats numériques. Les distributions des grandeurs  $\tau_R(y) = -\beta\rho\langle u'v' \rangle^f$  et  $\langle \nu_t \rangle^f$  sont ainsi obtenues.

Le modèle DERM standard (Taylor *et al.*, 1985) repose sur une fermeture des contraintes turbulentes suivant l'hypothèse de Boussinesq et sur l'utilisation d'un modèle à longueur de mélange  $l_m$ . Pour des écoulements de CLT, cette longueur de mélange est généralement supposée proportionnelle à la distance à la paroi  $y$ , telle que  $l_m = \kappa y$ . Cette modélisation fournit de manière générale des résultats satisfaisants sur parois lisse et rugueuse (Van Driest, 1956). Dans le cas d'écoulements de conduite ou de canal, la relation de fermeture polynomiale (2.7) de Nikuradse (1937) est plus généralement utilisée (Antoniali et Silveira-Neto, 2018). Pour rappel, celle-ci s'écrit :

$$l_m(y) = h \left[ 0.14 - 0.08 \left( 1 - \frac{y}{h} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{y}{h} \right)^4 \right]. \quad (6.7)$$

Elle est habituellement associée à la fonction d'amortissement de Van Driest (1956) afin de reproduire l'amortissement de la turbulence en proche paroi. Malgré les résultats satisfaisants obtenus avec ces fermetures (en association avec le modèle standard de traînée) rapportés dans la littérature, il n'est pas évident au premier abord d'affirmer que ces fermetures puissent être directement utilisées dans le cadre DERM.

Avant d'analyser ce point, il convient de rappeler les équations reliant les contraintes turbulentes, la viscosité turbulente et la longueur de mélange dans le cadre des relations DANS. Le tenseur des contraintes de Reynolds est modélisé en suivant l'approximation de Boussinesq. Ce tenseur, pour des écoulements incompressibles de CLT et de canal turbulent, est réduit à sa seule

composante non nulle  $-\beta\rho\langle u'v' \rangle^f$ , qui s'écrit alors :

$$\tau_R(y) = -\beta\rho\langle u'v' \rangle^f = \beta\rho\langle \nu_t \rangle^f \frac{\partial\beta\langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} + \rho \left\langle \tilde{\nu}_t \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right\rangle. \quad (6.8)$$

En utilisant l'hypothèse de longueur de mélange, la viscosité turbulente moyenne par tranche  $\langle \nu_t \rangle^f$  s'exprime :

$$\langle \nu_t \rangle^f = \left( \langle l_m \rangle^f \right)^2 \frac{\partial\beta\langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} \quad (6.9)$$

La distribution de la longueur de mélange moyenne par tranche  $\langle l_m \rangle^f$  peut ainsi être extraite des simulations RANS en suivant la relation (6.9). La figure 6.7 présente ainsi les distributions de longueur de mélange pour trois cas représentatifs des configurations étudiées, à savoir H1, TC1 et C2. Le modèle (6.7) de Nikuradse (1937) est également représenté sur cette figure en pointillés. Il convient de souligner que ce modèle est tracé en fonction de  $(y - \varepsilon)^+$  afin de prendre en compte le décalage de paroi  $\varepsilon$  induit par la présence de rugosités, nécessaire pour reproduire le comportement de l'écoulement dans la région logarithmique.

Ce décalage de paroi est déterminé analytiquement à partir de la distribution de la force de traînée le long des éléments rugueux. En effet, suivant Thom (1971) et Jackson (1981),  $\varepsilon$  correspond à la hauteur à laquelle la force de traînée moyenne s'applique sur les rugosités et s'exprime comme suit :

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{\int_0^h F_D(y) \frac{y}{k} dy}{\int_0^h F_D(y) dy}. \quad (6.10)$$

$\varepsilon$  peut ainsi être aisément calculé à partir des profils de  $F_D$  extraits des simulations RANS. Le tableau 6.1 liste les valeurs du rapport  $\varepsilon/k$  obtenus pour les configurations étudiées dans ces travaux.

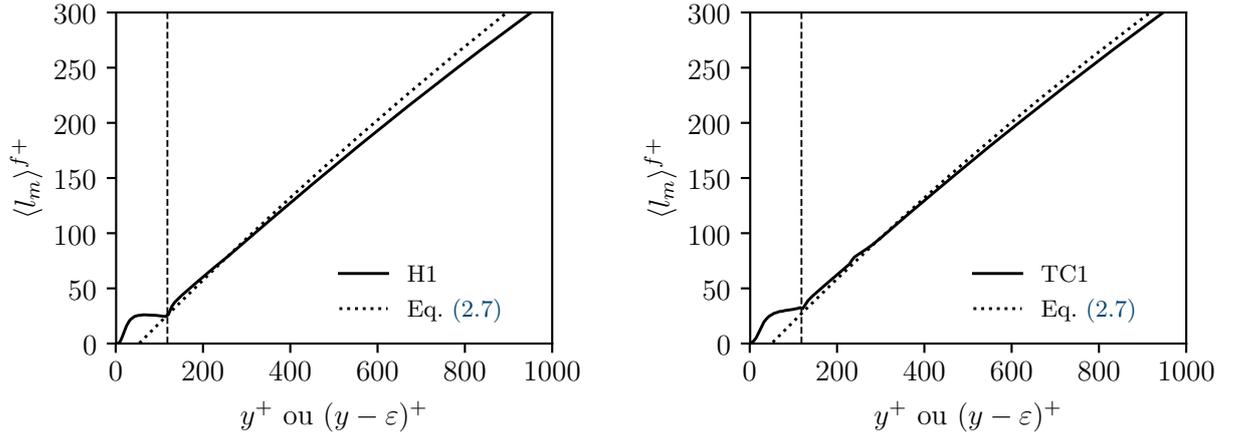
Configuration	H0	H1	H2	TC1	TC2	C1	C2
$\varepsilon/k$ [-]	0.44	0.45	0.42	0.42	0.39	0.56	0.51

TABLE 6.1. – Valeurs du rapport  $\varepsilon/k$  calculées à partir de la relation (6.10).

On constate que les profils de  $\langle l_m \rangle^{f+}$  sont en bon accord avec le modèle de Nikuradse (1937) dans la région interne de l'écoulement, au-dessus du sommet des rugosités. Cette observation appuie l'utilisation d'un tel modèle dans un cadre DERM pour les configurations de rugosités et d'écoulement étudiés. En revanche, on remarque que les profils extraits des simulations RANS présentent un comportement très distinct du modèle polynomial (6.7) sous le sommet des éléments rugueux. Il apparaît assez nettement que la fonction d'amortissement de Van Driest (1956) ne permet pas de reproduire l'effet de la présence des rugosités sur le comportement de  $\langle l_m \rangle^{f+}$ . Un nouveau modèle de correction à la paroi est nécessaire afin de modéliser de manière satisfaisante la sous-couche rugueuse. Afin d'étendre le modèle de Nikuradse (1937) sous le sommet des rugosités, Chedevergne et Forooghi (2020) propose un modèle constitué d'un plateau de valeur  $\langle l_m(k^+ - \varepsilon^+) \rangle^f$  pondéré par une fonction tangente hyperbolique qui tend vers 0 avec  $y^+$ . Ce modèle, validé sur les cas étudiés par Forooghi *et al.* (2018b), sera mis en œuvre pour les cas étudiés dans ces travaux dans le chapitre 7.

### 6.2.3. Contraintes dispersives

Le terme de contraintes dispersives  $\tau_D(y) = -\beta\rho\langle \tilde{u}\tilde{v} \rangle^f$  qui apparaît dans l'équation (6.1) représente le flux de quantité de mouvement, dans une tranche horizontale de l'écoulement, induit par les variations spatiales de la vitesse (longitudinale et normale) dans l'écoulement moyen (au sens de la moyenne de Reynolds). Ces variations sont causées par la présence d'éléments rugueux, qui induisent un blocage et une décélération de l'écoulement dans leurs sillages. Ainsi, ces tensions


 (a) Longueur de mélange  $\langle l_m \rangle^{f+}$  pour la configuration H1

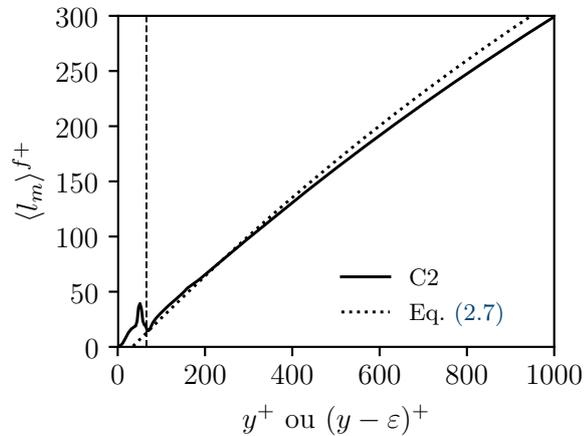
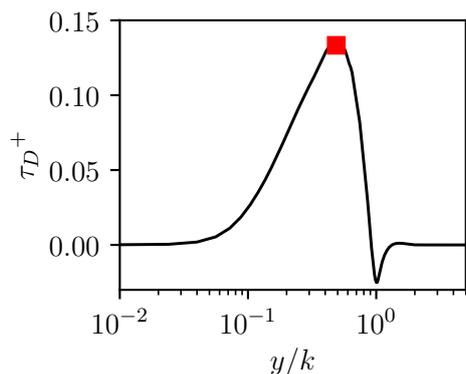
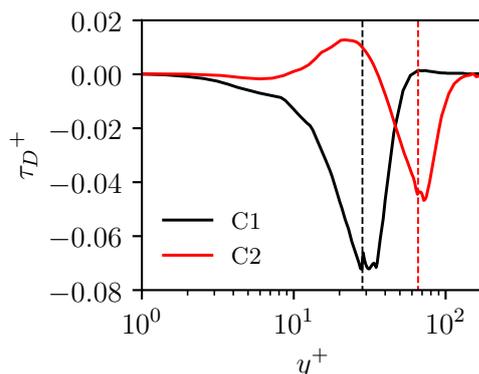
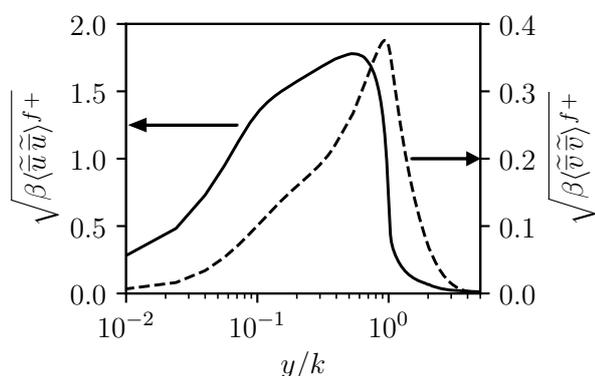
 (b) Longueur de mélange  $\langle l_m \rangle^{f+}$  pour la configuration TC1

 (c) Longueur de mélange  $\langle l_m \rangle^{f+}$  pour la configuration C1

 FIGURE 6.7. – Tracé des profils de longueur de mélange intrinsèque  $\langle l_m \rangle^{f+}$  pour les configurations (a) H1, (b) TC1 et (c) C2. La ligne pointillée verticale --- représente le sommet des éléments rugueux.

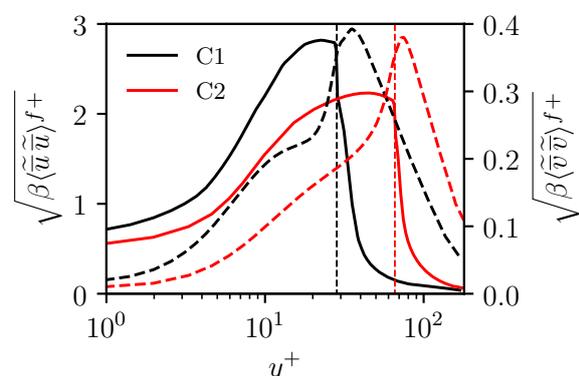
dispersives sont uniquement actives dans la sous-couche rugueuse, c'est-à-dire typiquement pour  $y/k \leq 3 - 5$ . Comme observé par exemple sur la figure 5.8a pour la configuration H0, aucune dispersion du profil de vitesse moyen avec  $y$  n'est observée pour des altitudes plus élevées, où  $\tau_D$  devient négligeable.

Ces contraintes, aussi nommée *form-induced stress*, ont été étudiées dans divers contextes, comme rapporté par Manes *et al.* (2008) et Jelly et Busse (2019), par exemple pour des écoulements apparaissant sur des canopées, des écoulements atmosphériques, de rivière ou « de laboratoire », c'est-à-dire des écoulements de parois turbulents sur des surfaces rugueuses. Cependant, ces études s'appuient soit sur des données expérimentales, qui fournissent de fait une description limitée du comportement des contraintes dispersives ; soit sur des résultats de calculs DNS ou LES, qui sont généralement réalisés à des nombres de Reynolds de frottement  $Re_\tau$  modérés. En se basant ici sur les résultats de simulations RANS, les travaux présentés permettent de compléter les données de la littérature et d'analyser le comportement de ces contraintes à haut  $Re_\tau$ .

Afin de parvenir à cet objectif, les tensions dispersives ont été extraites des résultats numériques en suivant la procédure suivante. Pour chaque tranche horizontale de l'écoulement située à une altitude  $y$ , les vitesses moyennes par tranche  $\langle \bar{u} \rangle^f$  et  $\langle \bar{v} \rangle^f$  sont calculées pour ensuite déterminer les variations spatiales de ces deux composantes, à savoir  $\tilde{u} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle^f$  et  $\tilde{v} = \bar{v} - \langle \bar{v} \rangle^f$ . Ces


 (a) Contrainte dispersive  $\tau_D^+$  pour la configuration H0

 (a) Contrainte dispersive  $\tau_D^+$  pour les configurations C1/C2


(b) Intensités des dispersions de vitesses longitudinale et normale pour la configuration H0



(b) Intensités des dispersions de vitesses longitudinale et normale pour les configurations C1/C2

 FIGURE 6.8. – Tracé des profils (a) de la contrainte dispersive adimensionnée  $\tau_D^+$  et (b) des intensités des dispersions de vitesses longitudinale  $\sqrt{\beta \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle} f^+$  (—) et normale  $\sqrt{\beta \langle \tilde{v} \tilde{v} \rangle} f^+$  (---) pour la configuration H0.

 FIGURE 6.9. – Tracé des profils (a) de la contrainte dispersive adimensionnée  $\tau_D^+$  et (b) des intensités des dispersions de vitesses longitudinale  $\sqrt{\beta \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle} f^+$  (—) et normale  $\sqrt{\beta \langle \tilde{v} \tilde{v} \rangle} f^+$  (---) pour les configurations C1 (lignes noires) et C2 (lignes rouges).

variations spatiales sont ensuite multipliées entre elles point par point, avant d'appliquer une moyenne par tranche au résultat de ce produit afin d'obtenir la distribution de  $\tau_D$ .

La figure 6.8a présente la distribution des contraintes dispersives, adimensionnées en variable de paroi, pour la configuration H0. Comme attendu, ces contraintes sont bien confinées dans la région de sous-couche rugueuse. Elles disparaissent en effet pour une altitude  $y/k$  de l'ordre de 2 pour cette configuration rugueuse. Comme observé sur la figure 6.8b, cette position correspond à l'altitude à laquelle l'intensité des dispersions longitudinales  $\beta \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle^f$  devient négligeable. On constate par ailleurs que l'amplitude maximale de  $\tau_D^+$  (de l'ordre de 0.13) est un ordre de grandeur plus faible que celle des tensions de Reynolds (de l'ordre de 1 pour  $\tau_R^+$ ). Cette observation sera détaillée dans la partie 6.3. Enfin, on peut observer que la distribution des contraintes dispersives est principalement positive, avec un maximum situé vers la mi-hauteur de l'hémisphère, sauf à proximité du sommet des rugosités où le profil de  $\tau_D^+$  est négatif. Ces deux comportements sont analysés par la suite.

Afin de comprendre l'origine des valeurs positives de  $\tau_D^+$ , les contours des dispersions spatiales des composantes longitudinale  $\tilde{u}^+$  et normale  $\tilde{v}^+$  sont illustrés sur les figures 6.10a et 6.10b pour la configuration H0. Le produit  $\tilde{u}\tilde{v}^+$  de ces deux grandeurs est représenté sur la figure 6.10. Ces contours sont tracés dans le plan  $(xz)$  à l'altitude  $y/k = 0.5$ , c'est-à-dire où la contrainte dispersive  $\tau_D^+$  est maximale (carré rouge sur la figure 6.8a). La figure 6.10a met particulièrement en avant l'effet de blocage induit par les rugosités sur l'écoulement. On observe notamment que  $\tilde{u}^+$  est négatif dans le sillage des hémisphères alors qu'à la même altitude,  $\tilde{v}^+$  est essentiellement positif. Par ailleurs, on constate que les dispersions longitudinales prennent des valeurs (en valeur absolue) importantes sur l'intégralité du domaine alors que les dispersions verticales sont principalement confinées dans la région de sillage des rugosités. Ainsi, une fois ces grandeurs moyennées par tranche, on peut s'attendre à ce que la principale contribution à  $\tau_D^+$  provienne de cette région de sillage ; ce que l'on peut déjà appréhender qualitativement sur la figure 6.10c.

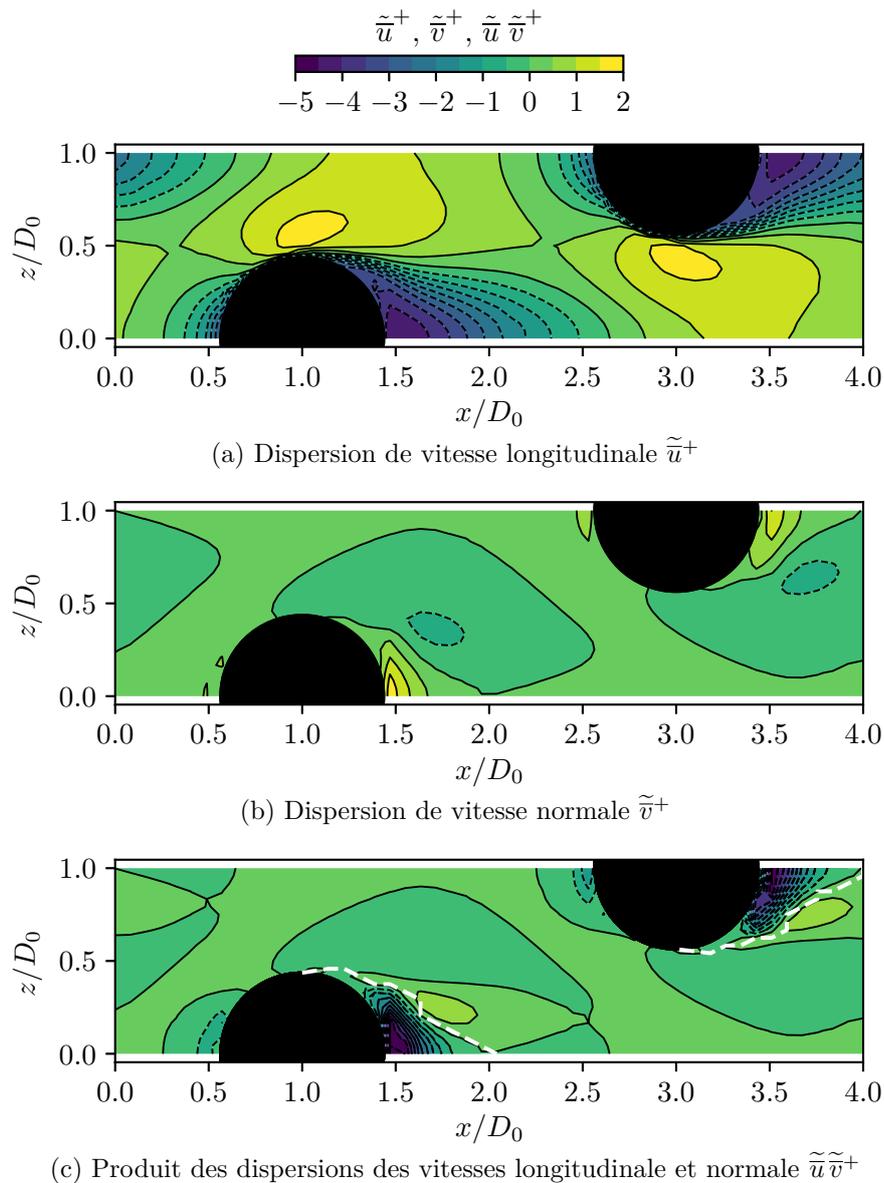


FIGURE 6.10. – Contours (a) de la dispersion de vitesse longitudinale  $\tilde{u}^+$ , (b) de la dispersion de vitesse longitudinale  $\tilde{v}^+$  et (c) de leur produit  $\tilde{u}\tilde{v}^+$  pour la configuration H0, dans le plan horizontal  $y/k = 0.5$  où le tenseur des contraintes dispersives  $\tau_D$  est maximal.

Une analyse de quadrants est réalisée afin de confirmer ce dernier point. Celle-ci est inspirée

Quadrant	Dispersion de vitesse		Contribution à $\tau_D^+$
Q1	$\tilde{u}^+ > 0$	& $\tilde{v}^+ > 0$	- 10.5 %
Q2	$\tilde{u}^+ < 0$	& $\tilde{v}^+ > 0$	+ 106.5 %
Q3	$\tilde{u}^+ < 0$	& $\tilde{v}^+ < 0$	- 22.8 %
Q4	$\tilde{u}^+ > 0$	& $\tilde{v}^+ < 0$	+ 26.8 %

TABLE 6.2. – Contributions à  $\tau_D^+$  suivant les signes des dispersions spatiales de vitesse à l'altitude  $y/k = 0.5$  pour la configuration H0. La contribution Q2 comprend les régions de sillage des rugosités, qui sont responsables de 95 % de la production de  $\tau_D^+$ .

de celle introduite par Wallace *et al.* (1972) et utilisée dans le chapitre 4 afin de déterminer les contributions des différents mouvements de fluide aux contraintes de Reynolds en étudiant le signe des fluctuations de vitesse  $u'$  et  $v'$ . De manière similaire, les dispersions spatiales de vitesse  $\tilde{u}^+$  et  $\tilde{v}^+$  sont analysées afin de mieux comprendre le processus de transfert de quantité de mouvement et d'évaluer les différentes contributions aux tensions dispersives. Cette approche a déjà été utilisée par Pokrajac *et al.* (2007) afin d'étudier ces contraintes au sein d'un écoulement de canal ouvert se développant sur une paroi rugueuse, mais n'a encore jamais été mise en œuvre dans la région de sous-couche rugueuse. Le tableau 6.2 liste les contributions à  $\tau_D^+$  de chaque quadrant à l'altitude  $y/k = 0.5$ . On constate que la principale contribution provient du quadrant Q2 caractérisé par  $\tilde{u}^+ < 0$  et  $\tilde{v}^+ > 0$ . Ces « mouvements de fluide dispersifs » Q2 apparaissent principalement en aval des rugosités, mais aussi légèrement en amont de celles-ci (figure 6.10). Les sillages des rugosités, délimités par les pointillés blancs sur la figure 6.10c, sont responsables de 95 % de la production totale des contraintes dispersives, ce qui confirme le rôle dominant que jouent ces régions. La seconde contribution majeure provient du quadrant Q4, qui est relié au blocage induit par la présence des éléments rugueux. Ce blocage tend en effet à accélérer et à provoquer une déflexion de l'écoulement entre ces éléments. Cette contribution est en revanche quatre fois plus faible que celle du quadrant Q2.

Cette analyse met en avant des éléments importants qu'il est nécessaire de prendre en compte afin de modéliser ce terme de contraintes dispersives  $\tau_D^+$ . Étant donné que celles-ci sont principalement reliées aux régions de sillages des éléments rugueux, un modèle similaire à celui utilisé pour la force de traînée (équation 6.3) pourrait être considéré, c'est-à-dire un modèle linéairement dépendant de  $(\langle \bar{u} \rangle^{f+})^2$ . Deux arguments viennent appuyer cette idée. Premièrement, la vitesse longitudinale intrinsèque  $\langle \bar{u} \rangle^{f+}$  est particulièrement influencée par la présence des régions de recirculation en aval des éléments rugueux, où d'importantes dispersions de la vitesse axiale sont observées (en valeur absolue). Deuxièmement, les variations de  $\tilde{u}^+$  et  $\tilde{v}^+$  sont du même ordre de grandeur que  $\langle \bar{u} \rangle^{f+}$ , ce qui renforce l'idée que  $\tau_D^+ = -\beta\rho\langle \tilde{u}\tilde{v} \rangle^{f+}$  peut être représenté de manière satisfaisante par un modèle linéaire avec  $(\langle \bar{u} \rangle^{f+})^2$ . Moltchanov et Shavit (2013) ont d'ailleurs proposé un modèle pour les tensions dispersives longitudinales  $\beta\rho\langle \tilde{u}\tilde{u} \rangle^f$  reposant sur  $(\langle \bar{u} \rangle^{f+})^2$  dans le contexte de canopées académiques. Ce modèle a été ensuite étendu par Jelly et Busse (2019) pour des rugosités irrégulières et a permis d'obtenir des estimations de  $\beta\rho\langle \tilde{u}\tilde{u} \rangle^f$  avec une erreur inférieure à 20 %.

L'effet du régime d'écoulement sur les tensions dispersives est maintenant analysé sur la figure 6.9, sur laquelle les profils des tensions dispersives pour les configurations C1 et C2 sont comparés. Comme rapporté dans le tableau 5.1, le cas C1 correspond à un écoulement dans le régime rugueux de transition tandis que le cas C2 peut être considéré comme « entrant » dans le régime rugueux établi ( $k_s^+ > 70$ ). Ce changement de régime d'écoulement est ici obtenu en augmentant la hauteur  $k$  des cylindres, les espacements entre ces derniers et l'écoulement extérieur étant laissés identiques. On observe que pour la configuration rugueuse C1, la distribution de  $\tau_D^+$  est principalement négative. Lorsque  $k_s^+$  augmente, une région de contraintes dispersives positives apparaît vers la partie inférieure de l'élément rugueux et l'amplitude du pic négatif au

niveau du sommet du cylindre est réduite. Comme observé sur la figure 6.9b, ce pic est corrélé avec celui des dispersions normales à la paroi  $\sqrt{\beta\langle\tilde{v}\tilde{v}\rangle}f^+$  qui apparaît près du sommet des rugosités. En effet, dans cette région, l'écoulement est dévié vers le haut puis vers le bas afin de contourner les éléments rugueux, ce qui induit de fortes valeurs de  $\sqrt{\beta\langle\tilde{v}\tilde{v}\rangle}f^+$ . La contribution de ces mouvements de fluide verticaux à  $\tau_D^+$  compense ainsi la production de contraintes dispersives positives, mise en avant auparavant dans le sillage des éléments rugueux. Cet effet apparaît ici particulièrement important dans le régime rugueux de transition, pour lequel on peut raisonnablement s'attendre à une séparation de l'écoulement en aval des rugosités moins intense que dans le régime rugueux établi. Néanmoins, aucune conclusion évidente ne peut *a priori* être dressée, à partir des données disponibles, pour le bas régime rugueux. En effet, on peut observer sur la figure 6.11 que l'influence de la région de sillage reste prépondérante dans la distribution de  $\tau_D^+$  pour le cas H2, qui présente pourtant un grain de sable équivalent  $k_s^+ = 75$  proche de celui de la configuration C2 ( $k_s^+ = 85$ ). Les configurations C2 et H2 ayant des espacements entre rugosités  $L_x$  et  $L_z$  similaires, on peut suspecter ici un effet de la géométrie des éléments rugueux. Il serait intéressant d'étudier cette dépendance dans le cadre d'une prochaine étude, en analysant par exemple une configuration d'hémisphères en régime rugueux de transition et une configuration de cylindres en régime pleinement rugueux établi.

La figure 6.12 illustre enfin l'effet de la géométrie des éléments rugueux sur la distribution de  $\tau_D^+$ . Pour ce faire, les configurations H1 et TC1 sont comparées. Comme mentionné auparavant, celles-ci produisent le même niveau de contraintes pariétales  $\tau_w$  aux mêmes conditions aérodynamiques mais avec des géométries de rugosité différentes. Cette différence de géométrie se traduit notamment par des distributions distinctes du coefficient de blocage  $\beta$ , représentées sur la partie supérieure de la figure 6.12. On peut constater que configuration TC1 présente un coefficient de blocage supérieur à celui de H1 ; la configuration TC1 étant ainsi moins dense que H1 puisque le volume accessible à l'écoulement à une altitude donnée est plus élevé. On peut ainsi observer que les contraintes dispersives augmentent avec le coefficient de blocage. Une telle tendance a déjà été reportée par Manes *et al.* (2008) pour des canopées de rugosités, et est également observée en comparant les cas TC2 et H2. En revanche, cette tendance d'évolution de  $\tau_D^+$  avec le coefficient de blocage n'est valide qu'à  $k_s^+$  fixé. On peut en effet observer la tendance inverse sur la figure 6.11 qui compare les configurations H1 et H2. Dans ce cas, l'augmentation du coefficient de blocage se traduit par une diminution de la hauteur  $k_s^+$ . Il semble donc ici que l'effet de la diminution de  $k_s^+$  prédomine sur l'effet du changement de densité rugueuse.

En résumé, la discussion réalisée dans cette section a permis de mettre en avant, à partir des configurations rugueuses étudiées, plusieurs caractéristiques régissant la distribution des contraintes dispersives :

- Les tensions dispersives sont le résultat des variations spatiales de vitesse induites par la présence d'éléments rugueux sur la paroi ;
- Ces tensions sont confinées dans le voisinage des rugosités et leur amplitude maximale est un ordre de grandeur plus faible que celui des contraintes de Reynolds ;
- Elles sont généralement négatives vers le sommet des éléments rugueux. Ce phénomène est corrélé avec la présence d'un pic dans la distribution de  $\sqrt{\beta\langle\tilde{v}\tilde{v}\rangle}f^+$ , lié aux mouvements verticaux de l'écoulement contraint de contourner les rugosités ;
- Ces contraintes sont généralement positives sous le sommet des rugosités. Ce phénomène est principalement lié à la présence d'une zone de recirculation en aval des éléments rugueux, qui induit de fortes dispersions de vitesse longitudinale  $\tilde{u}^+$  ;
- Une diminution de  $k_s^+$  a tendance à diminuer l'amplitude de  $\tau_D^+$  et accentuer l'influence des mouvements verticaux de fluide sur la production de contraintes dans le sillage des éléments rugueux. Cette tendance est valable à géométrie et densité de rugosité fixées ;
- Une augmentation de la densité à  $k_s^+$  fixé a tendance à augmenter l'amplitude de  $\tau_D^+$ .

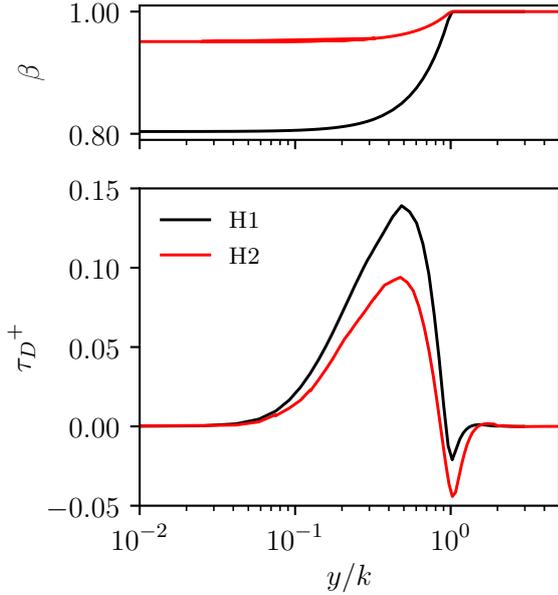


FIGURE 6.11. – Influence de la densité des rugosités sur le profil du coefficient de blocage  $\beta$  (en haut) et de la contrainte dispersive  $\tau_D^+$  (en bas) pour les configurations H1 et H2.

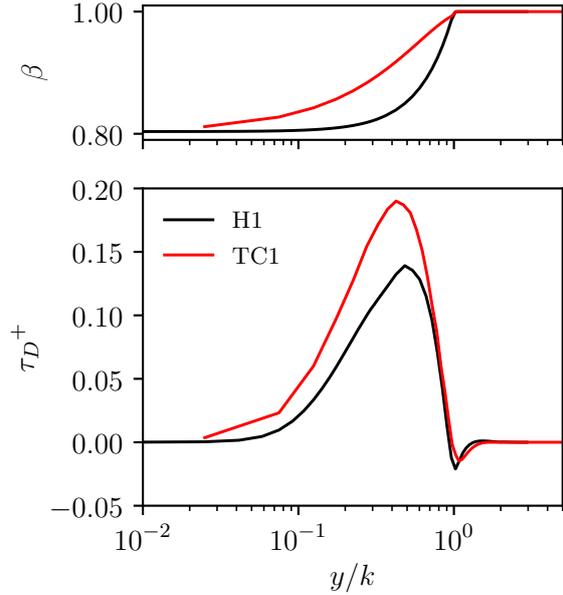


FIGURE 6.12. – Influence de la géométrie des rugosités sur le profil du coefficient de blocage  $\beta$  (en haut) et de la contrainte dispersive  $\tau_D^+$  (en bas) pour les configurations H1 et TC1.

### 6.3. Contribution des termes DERM aux contraintes totale et pariétale

La partie précédente a permis d'analyser les trois termes apparaissant dans la formulation DERM, à savoir la force de traînée des rugosités ainsi que les contraintes turbulentes et dispersives. Ces trois termes participent aux contraintes totale et pariétale d'un écoulement turbulent sur paroi rugueuse. Cette partie a ainsi pour objectif de quantifier les contributions de ces différents termes et de discuter l'importance des contraintes dispersives qui n'ont jusqu'à présent pas été considérées dans le cadre de l'approche DERM.

#### 6.3.1. Contrainte totale – flux de quantité de mouvement

La contrainte totale moyenne DANS  $\tau(y)$  peut s'exprimer, dans le cas d'un écoulement de canal pleinement développé, en intégrant l'équation (6.1) de  $y$  à  $h$ . En considérant que les contraintes turbulentes et dispersives sont nulles en  $y = h$ , la contrainte totale s'exprime :

$$\tau(y) = \underbrace{\mu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y}}_{\tau_V(y)} - \underbrace{\beta \rho \langle \bar{u}' v' \rangle^f}_{-\tau_R(y)} - \underbrace{\beta \rho \langle \tilde{u} \tilde{v} \rangle^f}_{-\tau_D(y)} + \underbrace{\int_y^h F_D dy}_{\tau_{drag}(y)} \quad (6.11)$$

où  $\tau_{drag}$  désigne la contrainte induite par la traînée appliquée sur les éléments rugueux.

La distribution de la contrainte totale est représentée sur la figure 6.13 pour différentes configurations rugueuses représentatives des cas étudiés. Cette contrainte est adimensionnée par la contrainte pariétale  $\tau_w = \tau(y=0) = \rho u_\tau^2$ . Les contributions des différents termes présents dans la relation (6.11) sont également représentées. La figure 6.13a illustre, pour la configuration H1, que la principale contribution à la contrainte totale provient, de la paroi jusqu'à  $y^+ \approx 50$ , de la force de traînée. Pour des altitudes plus élevées, les tensions turbulentes deviennent prédomi-

nantes et constituant, au-dessus du sommet des rugosités, la seule source active de contrainte. On peut par ailleurs constater que les amplitudes maximales des contraintes visqueuses et dispersives, apparaissant à des altitudes distinctes, sont du même ordre de grandeur (environ  $0.15\tau_w$ ). Néanmoins, cette observation est uniquement un cas particulier puisque ces contraintes dépendent fortement de la configuration rugueuse. On peut par exemple observer sur la figure 6.13b pour la configuration H2 que l'amplitude maximale de  $\tau_D$  est quatre fois plus faible que celle de  $\tau_V$ . En effet, cette configuration étant moins dense que H1, les effets visqueux deviennent prépondérants en proche paroi.

La figure 6.13 permet de revenir sur la comparaison des contraintes dispersives et turbulentes, déjà esquissée dans la section 6.2.3. Pour l'ensemble des configurations étudiées dans ces travaux, l'amplitude maximale de  $\tau_D$  est au maximum de l'ordre 20 % de celle de  $\tau_R$ . Cette valeur est conforme aux observations rapportées dans la littérature, par exemple par [Forooghi et al. \(2018c\)](#) pour des configurations d'éléments rugueux distribués sur une surface plane ou encore par [Jelly et Busse \(2019\)](#) et [Kuwata et Kawaguchi \(2019\)](#) pour des configurations aléatoires.

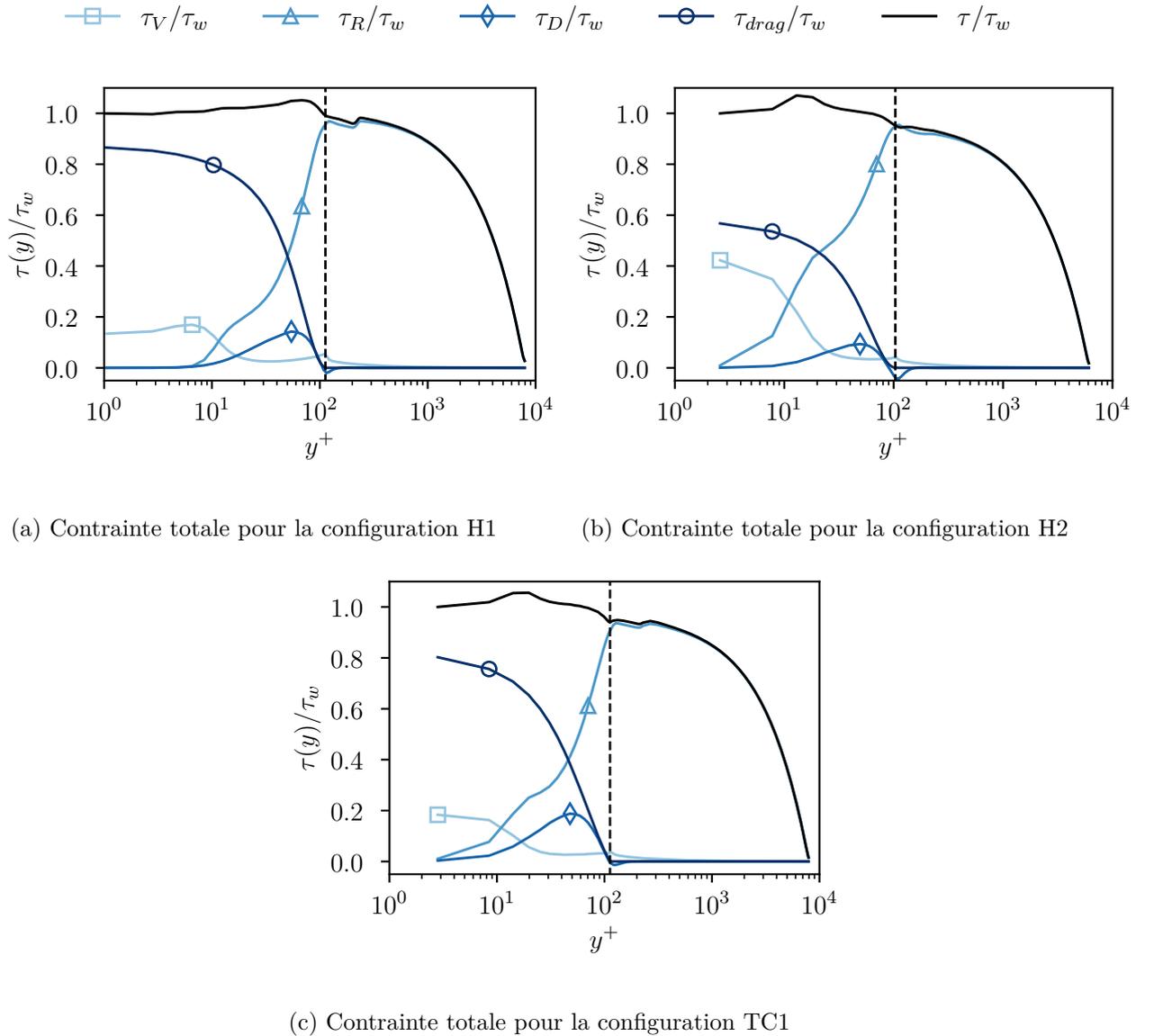


FIGURE 6.13. – Tracé des profils de contrainte totale adimensionnée  $\tau/\tau_w$  pour les configurations (a) H1, (b) H2 et (c) TC1. La ligne pointillée verticale --- représente le sommet des éléments rugueux.

### 6.3.2. Coefficient de frottement

La section précédente a permis de mettre en avant l'influence des différentes sources de contraintes sur la contrainte totale  $\tau$ , qui est une grandeur locale. Cependant, on cherche généralement à évaluer des grandeurs globales, telles que le coefficient de frottement  $C_f$ . Cette partie a ainsi pour objectif d'évaluer les différentes contributions à ce coefficient de frottement.

Comme mentionné dans la section 6.2.1, la contrainte pariétale  $\tau_w$  peut être décomposée en deux contributions dans le contexte de parois rugueuses académiques, constituées d'un arrangement d'éléments rugueux disposés sur une surface plane. La première, d'origine visqueuse, agit sur cette surface plane tandis que la deuxième provient de la force de traînée appliquée aux rugosités. Cette dernière contient les efforts moyens de viscosité et de pression appliqués aux rugosités. Ainsi, pour un écoulement de canal turbulent sur une telle surface, le coefficient de frottement s'exprime :

$$C_f = \frac{2}{U_b^2} \left[ \left( \nu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{1}{\rho} \int_0^h F_D dy \right] \quad (6.12)$$

où  $U_b$ , la vitesse débitante du canal, s'écrit :

$$U_b \equiv \frac{1}{h} \int_0^h \beta \langle \bar{u} \rangle^f dy. \quad (6.13)$$

L'expression (6.12) indique que le coefficient de frottement peut être vu comme une grandeur directement liée aux forces appliquées sur la paroi. Cependant, comme le rappelle [Renard et Deck \(2016\)](#), on peut raisonnablement s'attendre à ce que le frottement pariétal dépende de la région interne de l'écoulement. Cette observation ne transparaît pas explicitement dans la relation 6.12, les contributions des contraintes turbulentes et dispersives étant notamment absentes. Deux approches ont été proposées dans la littérature afin de décomposer  $C_f$  suivant ces différentes contributions. La première repose sur les travaux de [Fukagata et al. \(2002\)](#) et est communément appelée décomposition FIK. Celle-ci est obtenue en appliquant une intégration triple à l'équation de conservation de quantité de mouvement longitudinale. Cette approche, d'abord limitée aux écoulements sur paroi lisse, a été étendue aux parois rugueuses par [Kuwata et Kawaguchi \(2018\)](#) pour des écoulements de canal et par [Nikora et al. \(2019\)](#) pour des écoulements de canal ouverts. Cependant, les termes obtenus suite à cette décomposition FIK sont assez difficiles à interpréter physiquement ([Renard et Deck, 2016](#)). La seconde approche, proposée par [Renard et Deck \(2016\)](#), consiste à réaliser un bilan d'énergie cinétique longitudinale dans un référentiel absolu, c'est-à-dire « se déplaçant » à la vitesse  $-U_b$ . La décomposition ainsi obtenue paraît être plus facilement interprétable en termes de phénomènes physiques. En revanche, celle-ci est limitée au cas d'une surface lisse mais peut être aisément étendue aux parois rugueuses.

Pour ce faire, en suivant la méthodologie de [Renard et Deck \(2016\)](#) et en considérant l'équation (6.1), on effectue un bilan de l'énergie cinétique turbulente longitudinale moyenne  $\mathcal{K}_x = (\beta \langle \bar{u} \rangle^f - U_b)^2 / 2$ . En multipliant ensuite l'équation (6.1) par  $(\beta \langle \bar{u} \rangle^f - U_b)$  et en intégrant de 0 à  $h$ , on montre que le coefficient de frottement s'écrit :

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h \nu \left( \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,1}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h -\beta \langle \bar{u}'v' \rangle^f \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} dy}_{C_{f,2}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h -\beta \langle \tilde{u} \tilde{v} \rangle^f \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} dy}_{C_{f,3}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h F_D \beta \langle \bar{u} \rangle^f dy}_{C_{f,4}}. \quad (6.14)$$

[Renard et Deck \(2016\)](#) interprètent ainsi  $C_f$  comme la puissance moyenne fournie par la surface (ici rugueuse) à l'écoulement dans le référentiel absolu. Ils interprètent également  $C_{f,1}$  et  $C_{f,2}$

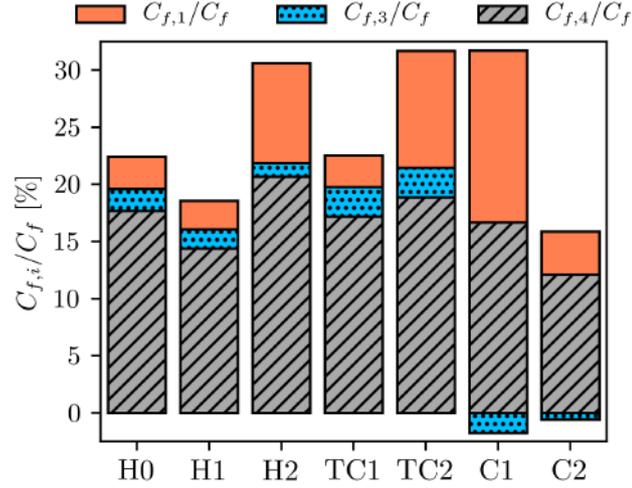


FIGURE 6.14. – Contribution relative des différents termes apparaissant dans la décomposition (6.14) au coefficient de frottement  $C_f$  pour chacune des configurations étudiées.

respectivement comme la dissipation visqueuse moyenne au sein de l'écoulement et comme une forme de dissipation associée à la production d'énergie cinétique turbulente. Les termes  $C_{f,3}$  et  $C_{f,4}$  sont nouveaux par rapport à la formulation de Renard et Deck (2016) sur paroi lisse. Ils peuvent respectivement être vus comme le transfert d'énergie aux champs de dispersions de vitesse et comme la dissipation induite par le travail des forces agissant sur les rugosités.

En utilisant la décomposition (6.14), les différentes contributions au coefficient de frottement  $C_f$  peuvent être déterminées pour chacune des configurations étudiées. Les résultats de cette décomposition sont présentés sur la figure 6.14. La contribution  $C_{f,2}$  liée à la production d'énergie cinétique turbulente est omise par soucis de lisibilité, mais est directement donnée par le pourcentage restant pour chaque configuration rugueuse. On peut d'ailleurs constater que  $C_{f,2}$  constitue la majeure contribution au coefficient de frottement,  $C_{f,2}/C_f$  étant compris entre 70 % et 85 % suivant les cas. Cette observation est en accord avec les résultats de Renard et Deck (2016) rapportés pour des écoulements de CLT sur paroi lisse à haut nombre de Reynolds. La seconde contribution à  $C_f$  provient du terme  $C_{f,4}$ , ce qui signifie qu'une partie non négligeable de l'énergie (entre 15 % et 20 %) est dissipée par le travail de la force de traînée. La dissipation visqueuse peut également présenter une importante contribution au frottement, d'autant plus que  $k_s^+$  est faible. On observe enfin que les contraintes dispersives ont un impact très limité (de l'ordre de 3 % maximum) sur le coefficient de frottement, pour les configurations étudiées. Au regard de cette observation, il est raisonnable de considérer que les contraintes dispersives peuvent être négligées sans altérer significativement la détermination de  $C_f$ , pour des nombres de Reynolds importants. *A contrario*, les contributions turbulentes et de traînée doivent être précisément capturées.

## Bilan

Dans ce chapitre, les termes de force de traînée par unité de volume  $F_D$ , de contraintes turbulentes  $\tau_R = -\beta\rho\langle\overline{u'v'}\rangle^f$  et dispersives  $\tau_D = -\beta\rho\langle\tilde{u}\tilde{v}\rangle^f$  ont été extraits des simulations RANS par l'application d'une moyenne de volume aux résultats numériques. Les tendances d'évolution de ces termes en fonction de divers paramètres géométriques et aérodynamiques ont été mises en avant, ainsi que leurs contributions aux contraintes totale et pariétale.

Tout d'abord, on a montré que le terme de force de traînée provient majoritairement de la traînée de pression en régime rugueux établi, alors que la traînée visqueuse est quasiment négligeable sur la majeure partie des éléments rugueux. Le coefficient de traînée  $C_d$  est dépendant à la fois de la géométrie de l'élément rugueux et de la densité. Ces deux paramètres jouent sur l'écoulement autour des rugosités, notamment les régions de sillage à leur aval, et/ou sur le volume d'intégration  $V$  de la force. Les profils de  $C_d$  extraits des simulations RANS ont ensuite été confrontés aux résultats du modèle standard. Cette comparaison a montré que ce modèle sous-estime la valeur de  $C_d$  d'un à deux ordres de grandeur, suggérant qu'un nouveau modèle doit être mis en place pour la formulation DERM étudiée dans le cadre de ces travaux.

Dans un second temps, la validité du modèle polynomial de longueur de mélange de [Nikuradse \(1937\)](#) a été démontrée dans le cadre des écoulements doublement moyennés. Une correction est en revanche requise sous la hauteur  $k$  des rugosités afin de représenter fidèlement l'effet induit par leur présence. La fonction d'amortissement de [Van Driest \(1956\)](#) n'est quant à elle pas valide.

Dans un troisième temps, le comportement des contraintes dispersives a été analysé. Celles-ci résultent des variations spatiales des composantes longitudinale et normale de la vitesse RANS induites par la présence des rugosités, et sont par conséquent confinées dans leur voisinage. Sous le sommet des rugosités, elles sont principalement générées par la présence de la zone de recirculation en aval des rugosités. Cette observation suggère une forte dépendance de ces contraintes avec la géométrie des rugosités et appuie l'idée d'une modélisation basée sur celle de la force de traînée. A proximité de leur sommet, elles sont produites par des mouvements de fluide verticaux contraints de contourner les éléments rugueux. Par ailleurs, l'influence de la densité et du régime d'écoulement sur la distribution de ces contraintes a été illustrée.

Enfin, les contributions de ces trois termes sur la contrainte totale ont été analysées. Dans le cas d'un écoulement de canal turbulent, la contribution principale à cette contrainte provient de la force de traînée sous le sommet des rugosités et des contraintes turbulentes au-dessus de leur sommet. La contribution des contraintes dispersives est significativement plus faible, mais est, pour certaines configurations, du même ordre de grandeur que celle des contraintes visqueuses. L'étude des contributions au coefficient de frottement suggère que ces contraintes jouent un rôle globalement mineur.

# Mise en œuvre de calculs DERM

Le chapitre précédent a permis de mettre en lumière le comportement des termes DERM ainsi que leur contribution à la contrainte de cisaillement locale et au coefficient de frottement. Dans ce chapitre, des simulations par éléments discrets rugueux sont mis en place pour les configurations étudiées dans le cadre de cette thèse. Dans un premier temps, le code de calcul de canal utilisé est présenté et les modèles DERM considérés sont détaillés. Ensuite, les résultats des simulations sont présentés et analysés.

## Sommaire

---

<b>7.1. Présentation succincte du code de calcul</b>	<b>126</b>
7.1.1. Modèle standard	126
7.1.2. Modèle ONERA	126
7.1.3. Résolution et paramètres d'entrée	127
7.1.4. Travaux précédents et objectifs	128
<b>7.2. Validation du modèle ONERA</b>	<b>128</b>
<b>Bilan</b>	<b>132</b>

---

## 7.1. Présentation succincte du code de calcul

Le code de calcul mis en œuvre permet la résolution de l'équation longitudinale de conservation de quantité de mouvement pour un écoulement de canal turbulent pleinement développé. Ce code permet ainsi d'étudier et de comparer différents modèles DERM. On s'intéressera notamment au modèle standard, présenté dans la partie 2.3, et au modèle dit « ONERA », qui repose sur la formulation proposée par [Aupoix \(2016\)](#). Cette section a donc pour objectif de présenter brièvement ces deux modèles et la méthode de résolution suivie.

### 7.1.1. Modèle standard

On rappelle que les tensions turbulentes  $-\overline{u'v'}$  s'exprime, en fonction de la viscosité turbulente  $\nu_t$ , comme suit :

$$-\overline{u'v'} = \nu_t^+ \frac{\partial u^+}{\partial y^+}. \quad (7.1)$$

On peut alors montrer que l'équation de conservation de quantité de mouvement s'écrit, sous forme adimensionnée, dans le cadre de l'approche DERM standard et d'un écoulement de canal stationnaire incompressible :

$$0 = \frac{\partial}{\partial y^+} \left[ \beta \left( 1 + \nu_t^+ \right) \frac{\partial u^+}{\partial y^+} \right] - \frac{1}{2} C_d u^{2+} \frac{d^+}{L_x^+ L_z^+} - \frac{1}{h^+}. \quad (7.2)$$

Le terme  $1/h^+$  correspond au terme de gradient de pression adimensionné et  $d^+$  désigne le diamètre local adimensionné de l'élément rugueux.

La viscosité turbulente  $\nu_t$  suit le modèle de longueur de mélange polynomial de [Nikuradse \(1937\)](#), s'exprimant ainsi :

$$\nu_t^+ = \left( l_m^+ F_{VD} \right)^2 \frac{\partial u^+}{\partial y^+}, \quad (7.3)$$

avec :

$$l_m^+(y^+) = h^+ \left[ 0.14 - 0.08 \left( 1 - \frac{y^+}{h^+} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{y^+}{h^+} \right)^4 \right] \quad (7.4)$$

et  $F_{VD}$  la fonction d'amortissement de [Van Driest \(1956\)](#) :

$$F_{VD}(y^+) = 1 - e^{-y^+/26}. \quad (7.5)$$

Enfin, le coefficient de traînée  $C_d$  suit le modèle (2.13).

### 7.1.2. Modèle ONERA

Le modèle ONERA repose sur la formulation DERM de [Aupoix \(2016\)](#). Par soucis de clarté, les opérateurs de moyenne d'ensemble et de volume sont omis par la suite, sauf pour le terme de contraintes dispersives. L'équation de quantité de mouvement sous forme adimensionnée s'écrit alors :

$$0 = \frac{\partial}{\partial y^+} \left[ \beta \left( 1 + \nu_t^+ \right) \frac{\partial u^+}{\partial y^+} + \frac{\partial \beta}{\partial y^+} \left( 1 + \nu_t^+ \right) u^+ - \beta \langle \tilde{u}\tilde{v} \rangle^{f+} \right] - \frac{1}{2} C_d u^{2+} \frac{d^+}{L_x^+ L_z^+} - \frac{1}{h^+} \quad (7.6)$$

Le modèle ONERA fait intervenir le modèle de longueur de mélange  $l_m$  proposé par [Chedevigne et Forooghi \(2020\)](#). Comme mentionné dans le chapitre 6, ce modèle est constitué d'un plateau pondéré par une fonction hyperbolique sous la hauteur de rugosité et du modèle de

Nikuradse (1937) au-dessus. Il s'exprime ainsi :

$$l_m^+ = \begin{cases} h^+ \left[ 0.14 - 0.08 \left( 1 - \frac{k^+ - \varepsilon^+}{h^+} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{k^+ - \varepsilon^+}{h^+} \right)^4 \right] \times \tanh \left( 4 \frac{y^+}{k^+} \right) & \text{si } y^+ \leq k^+ \\ h^+ \left[ 0.14 - 0.08 \left( 1 - \frac{y^+ - \varepsilon^+}{h^+} \right)^2 - 0.06 \left( 1 - \frac{y^+ - \varepsilon^+}{h^+} \right)^4 \right] & \text{si } y^+ > k^+ \end{cases} \quad (7.7)$$

où  $\varepsilon^+$ , le décalage vertical induit par la présence des rugosités, est déterminé en utilisant la corrélation suivante :

$$\varepsilon^+ = h^+ (0.45 + 0.04/ES) , \quad (7.8)$$

validée pour de nombreuses surfaces rugueuses (Chedevergne et Forooghi, 2020).

La longueur de mélange étant déjà amortie en proche paroi par la fonction tangente hyperbolique, l'expression de  $\nu_t$  ne fait pas intervenir d'autre fonction d'amortissement et s'écrit donc :

$$\nu_t^+ = l_m^{+2} \frac{\partial \beta u^+}{\partial y^+} \quad (7.9)$$

Enfin, le modèle de traînée s'appuie sur un nouvel ajustement des résultats de Žukauskas (1972), proposé par Chedevergne et Forooghi (2020). Il s'écrit :

$$C_d = \frac{3\xi}{\beta^4} , \quad (7.10)$$

avec :

$$\begin{cases} \log(\xi) = (0.58f - 0.86) \log \text{Re} + 1.82 - 1.1f & \text{si } \text{Re} \leq 116883 \\ \xi = 0.2 & \text{si } \text{Re} > 116883 \end{cases} \quad (7.11)$$

et  $f$  une fonction de pondération définie par :

$$f = \begin{cases} 0 & \text{si } \text{Re} \leq 60 \\ 1 - \frac{60}{\text{Re}} & \text{si } 60 \leq \text{Re} \leq 200 \\ 1 - \frac{1}{\left(\frac{\text{Re}}{10}\right)^{0.4} + \left(\frac{\text{Re}}{10000}\right)^{2.78}} & \text{si } 200 \leq \text{Re} \leq 116883 \end{cases} . \quad (7.12)$$

où  $\text{Re} = \beta \text{Re}_d$ .

### 7.1.3. Résolution et paramètres d'entrée

Les équations à résoudre (7.2) et (7.6) s'écrivent toutes deux sous une même forme, donnée par :

$$0 = \frac{\partial}{\partial y^+} \left[ C \frac{\partial u^+}{\partial y^+} + B u^+ \right] - A u^+ - \frac{1}{h^+} . \quad (7.13)$$

Cette relation est résolue de manière itérative en utilisant l'algorithme de Thomas pour les matrices tridiagonales sur un maillage à raffinement logarithmique.

Pour ce faire, le code de calcul nécessite des paramètres d'entrée uniquement géométriques : d'une part, la hauteur du canal  $h^+$  et d'autre part, la hauteur de rugosité  $k^+$ , le diamètre de base  $D_0^+$  et les espacements  $L_x^+$  et  $L_z^+$  qui permettent, pour une géométrie de rugosité donnée et connue, de déterminer la distribution du coefficient de blocage  $\beta$ .

### 7.1.4. Travaux précédents et objectifs

Chedevergne et Forooghi (2020) ont mis en œuvre ce code de calcul pour les configurations rugueuses étudiées par Forooghi *et al.* (2018b). Cette étude a notamment permis de valider les relations de fermeture de longueur de mélange et de traînée du modèle ONERA sur ces configurations, mais uniquement pour de faibles nombres de Reynolds de frottement ( $Re_\tau \approx 500$ ). L'objectif est donc ici d'étudier la validité de ces modèles sur de nouvelles configurations, à  $Re_\tau$  plus élevé ( $3500 \leq Re_\tau \leq 8000$ ). Pour ce faire, le code de calcul a été adapté pour les géométries de rugosité dans le cadre de ces travaux. Les résultats obtenus sont présentés dans la suite du chapitre. Il convient de mentionner que les contraintes dispersives sont négligées dans un premier temps.

## 7.2. Validation du modèle ONERA

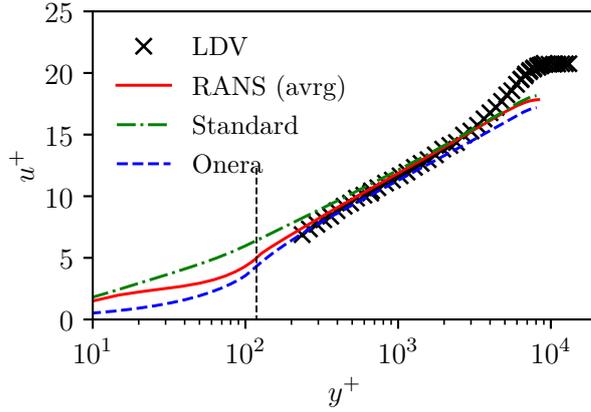
Cette section vise à évaluer la validité du modèle DERM ONERA. Pour ce faire, les profils de vitesse moyen, de longueur de mélange et de coefficient de traînée sont comparés aux résultats expérimentaux et des simulations RANS pour l'ensemble des configurations étudiées dans ces travaux. Néanmoins, par soucis de concision, seuls les résultats pour H1, H2, TC1 et C2 sont présentés par la suite.

La figure 7.1 présente les profils de vitesse moyen  $u^+$  pour les configurations mentionnées ci-dessus. Les résultats du modèle ONERA (---) sont confrontés aux profils expérimentaux et à ceux issus des simulations RANS (moyennés spatialement). On observe un très bon accord de ces trois profils dans la région logarithmique. Une différence est tout de même observée pour la configuration H2, où la simulation RANS a tendance à sous-estimer le décalage de la loi logarithmique  $\Delta u^+$  alors que le modèle ONERA a tendance à le sur-estimer. Le tableau 7.1 montre néanmoins que le modèle DERM ONERA permet une détermination satisfaisante de  $\Delta u^+$ , avec une erreur maximale de l'ordre de 10 % par rapport aux valeurs expérimentales. Ce modèle permet donc de capter de manière tout à fait acceptable le niveau de frottement global engendré par une paroi rugueuse, pour des nombres de Reynolds de frottement  $Re_\tau$  modérés à élevés. De tels résultats sont d'ailleurs obtenus avec une précision équivalente aux simulations RANS et aux calculs DNS, et ce pour des coûts de calcul significativement plus faibles. Un calcul DERM ne nécessite qu'une centaine d'itérations et ne dure qu'une vingtaine de secondes sur une machine classique, alors qu'une simulation RANS requiert en général quelques heures avant de converger sur 140 à 280 processeurs.

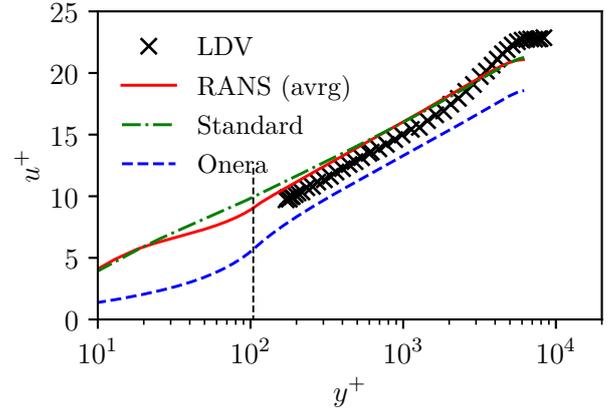
Les simulations RANS étant représentatives de l'écoulement dans le voisinage des rugosités (chapitre 5), les profils issus de ces calculs sont utilisés comme référence afin d'évaluer la résolution de la sous-couche rugueuse par le modèle DERM ONERA. On observe que la description de cette sous-couche rugueuse est relativement fidèle aux résultats des simulations RANS. Quelques différences surviennent néanmoins sous la hauteur de rugosité. Une analyse des modèles de longueur de mélange et de traînée est maintenant menée afin d'analyser l'origine de celles-ci.

La figure 7.2 illustre les profils de longueur de mélange  $l_m^+$  obtenus avec le modèle ONERA et extraits des simulations RANS. Comme attendu et déjà observé dans la section 6.2.2, le profil de  $l_m^+$  du modèle ONERA est en bon accord avec celui extrait des calculs RANS au-dessus du sommet des rugosités. Pour  $y \geq k$ , le modèle est en effet identique au modèle de Nikuradse (1937) décalé d'une altitude  $\varepsilon^+$ . Sous le sommet des rugosités, on constate que l'amortissement sous forme de fonction tangente hyperbolique permet une représentation satisfaisante de la présence des rugosités. Cette comparaison permet ainsi de valider le modèle développé par Chedevergne et Forooghi (2020) à des nombres de Reynolds de frottement  $Re_\tau$  élevés.

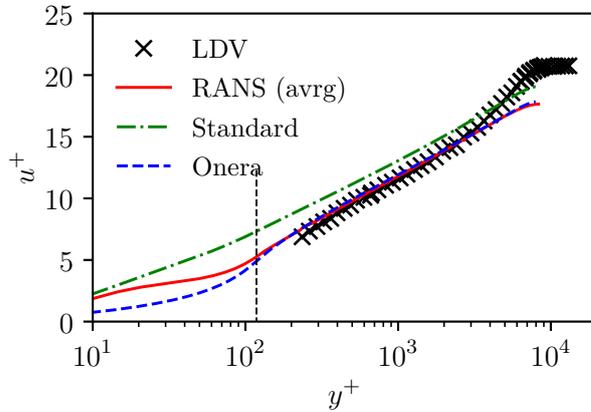
Les profils de coefficient de traînée  $C_d$  obtenus avec le modèle ONERA et les calculs RANS sont tracés, pour les mêmes configurations, sur la figure 7.3. Malgré des différences non négligeables dans le voisinage de la base des éléments rugueux, on note que le modèle ONERA suit les mêmes



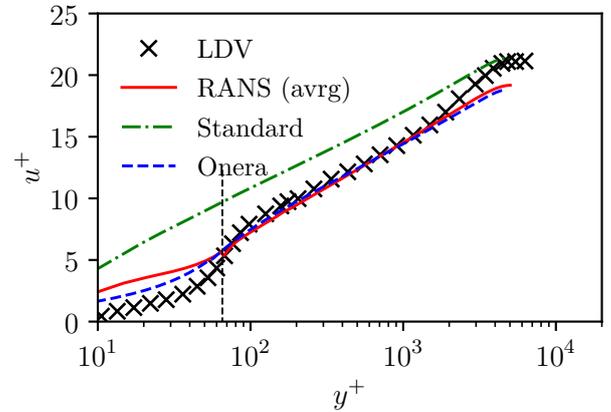
(a) Profil de vitesse moyen pour la configuration H1



(b) Profil de vitesse moyen pour la configuration H2



(c) Profil de vitesse moyen pour la configuration TC1

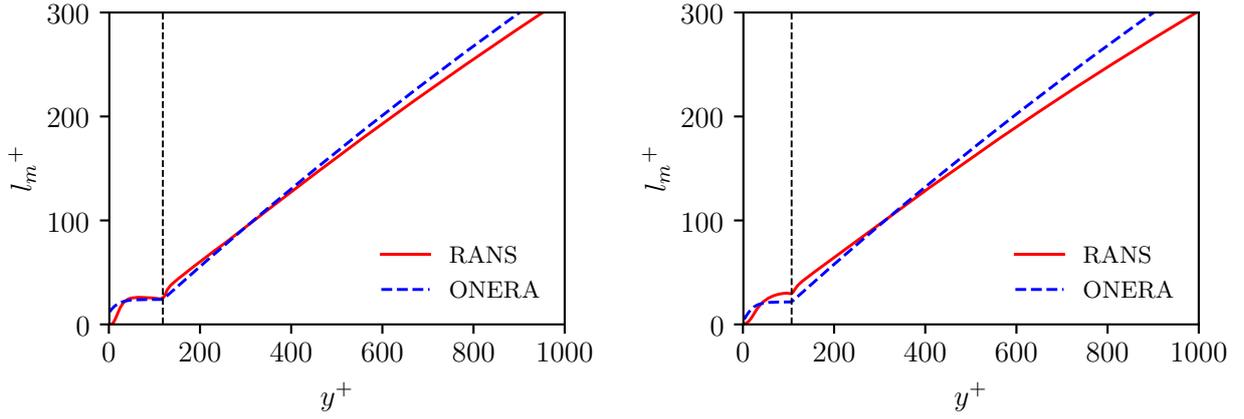


(d) Profil de vitesse moyen pour la configuration C2

FIGURE 7.1. – Tracé des profils de vitesse moyen pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) ainsi que les modèle standard (-.-) et DERM ONERA (- - -) sont comparés aux profils expérimentaux (×). Les lignes pointillées verticales - - - représentent le sommet des éléments rugueux.

	H0	H1	H2	TC1	TC2	C1	C2	C3
LDV	10.4	10.2	7.8	10.2	7.8	4.6	8.1	10.7
Standard	10.4	9.7	5.9	8.8	4.7	1.0	4.8	8.8
ONERA	11.0	10.6	8.6	9.8	8.0	4.6	7.4	10.6
Écart LDV/Standard	0	4.9 %	24.4 %	13.7 %	39.7 %	78.3 %	40.7 %	17.8 %
Écart LDV/ONERA	5.8 %	3.9 %	10.3 %	3.9 %	2.6 %	0 %	8.6 %	0.9 %

TABLE 7.1. – Comparaison des valeurs de  $\Delta u^+$  obtenues expérimentalement et avec les différents modèles DERM.


 (a) Longueur de mélange  $l_m^+$  pour la configuration H1

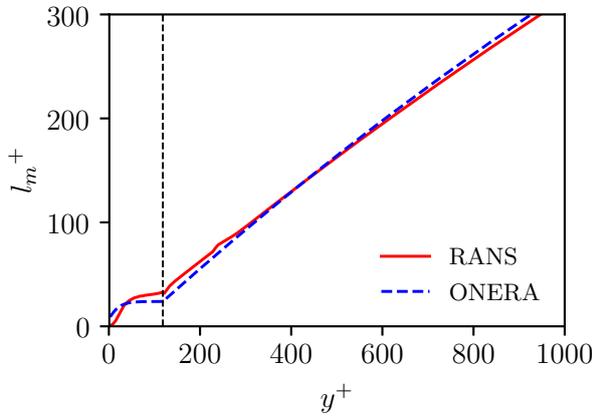
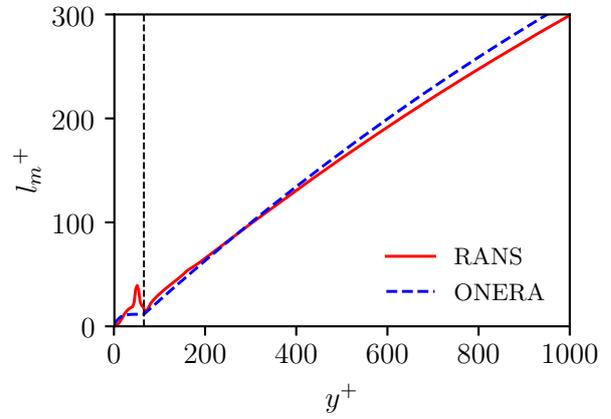
 (b) Longueur de mélange  $l_m^+$  pour la configuration H2

 (c) Longueur de mélange  $l_m^+$  pour la configuration TC1

 (d) Longueur de mélange  $l_m^+$  la configuration C2

FIGURE 7.2. – Tracé des profils de longueur de mélange  $l_m^+$  pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) sont comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle DERM ONERA (---). Les lignes pointillées verticales --- représentent le sommet des éléments rugueux.

tendances d'évolution que les profils RANS. Contrairement au modèle standard (figure 6.6), ce modèle permet également une estimation du coefficient de traînée  $C_d$  du même ordre de grandeur que celui issu des calculs RANS, notamment pour  $y/k \geq 0.1$ , c'est-à-dire sur la majeure partie des éléments rugueux.

On peut ainsi suspecter qu'une partie des différences observées sur la figure 7.1 provient du modèle de traînée qui présente quelques disparités avec les résultats RANS. On peut aussi supposer que l'ajout d'un modèle de contraintes dispersives, principalement actives sous la hauteur de rugosité, permettrait d'améliorer encore les résultats obtenus. Néanmoins, ces derniers restent très satisfaisants pour  $y \geq k$ , et attestent d'une nette amélioration par rapport au modèle standard sur l'intégralité du canal, comme illustré sur la figure 7.1. Contrairement au modèle ONERA, le modèle standard ne parvient pas à capturer l'effet de la présence des rugosités dans la sous-couche rugueuse. Ce modèle a par ailleurs tendance à sous-estimer le décalage  $\Delta u^+$  de manière importante, entre 5 et 78 % suivant les cas (tableau 7.1). On peut directement imputer cette mauvaise résolution des effets rugueux au mauvais amortissement de la longueur de mélange sous le sommet des rugosités, et au modèle standard de traînée sous-estimant fortement le coefficient de traînée  $C_d$ .

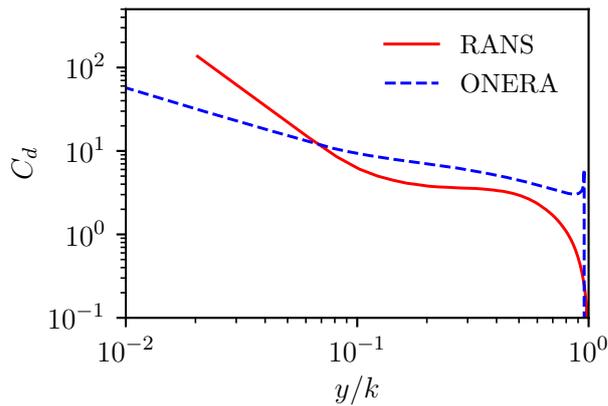
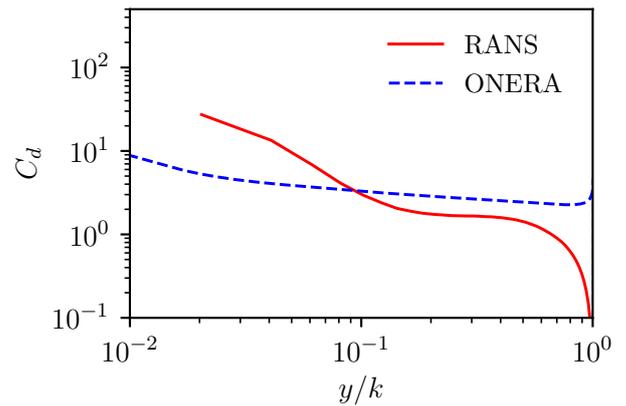
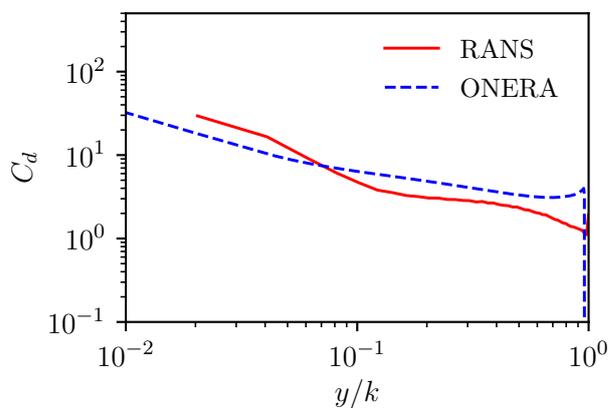
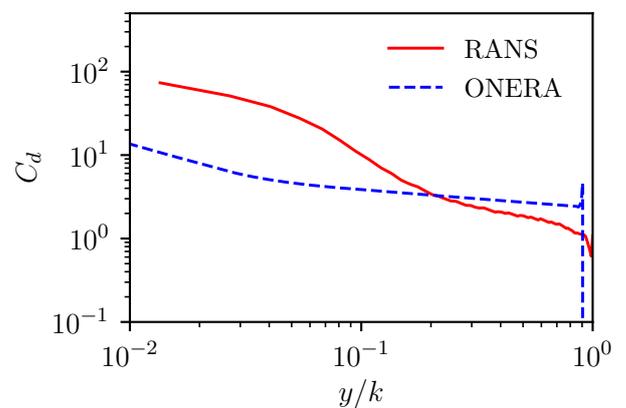
(a) Profil de  $C_d$  pour la configuration H1(b) Profil de  $C_d$  pour la configuration H2(c) Profil de  $C_d$  pour la configuration TC1(d) Profil de  $C_d$  pour la configuration C2

FIGURE 7.3. – Tracé des profils de coefficient de traînée  $C_d$  pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) sont comparés à ceux obtenus avec le modèle DERM ONERA (---).

## Bilan

Dans ce chapitre, nous avons mis en place des simulations par éléments discrets rugueux pour les configurations rugueuses étudiées dans le cadre de cette thèse. Deux modèles DERM sont comparés : le modèle standard et le modèle ONERA. Ce dernier s'appuie sur la formulation DERM de [Aupoix \(2016\)](#) et repose sur les modèles de fermeture de longueur de mélange et de traînée proposés par [Chedevergne et Forooghi \(2020\)](#). Ce modèle a été validé pour des nombres de Reynolds  $Re_\tau$  faibles à modérés ( $Re_\tau \leq 500$ ) et néglige les contraintes dispersives. Les simulations mises en œuvre dans ce chapitre ont montré que ce modèle permet une résolution fidèle de l'écoulement de canal, avec une estimation du décalage de la loi logarithmique  $\Delta u^+$  avec une erreur inférieure à 10 % suivant les cas, pour des  $Re_\tau$  plus élevés ( $3000 \leq Re_\tau \leq 8000$ ). Ce modèle permet donc de retrouver avec une précision convenable le niveau de frottement global, sans prendre en compte les contraintes dispersives, ce qui est cohérent avec les conclusions du chapitre 6. Par ailleurs, ce modèle permet une résolution satisfaisante de la sous-couche rugueuse, contrairement au modèle standard. Le modèle de longueur de mélange reproduit de manière conforme l'amortissement induit par la présence des rugosités sous leur sommet. Le modèle de traînée permet une estimation avec le bon ordre de grandeur du coefficient de traînée  $C_d$  sur la majeure partie de l'élément rugueux. Le modèle ONERA permet donc une représentation tout à fait satisfaisante de l'écoulement DANS (doublement moyenné). On peut en revanche supposer qu'une amélioration du modèle de traînée et que l'ajout des contraintes dispersives dans le modèle peuvent améliorer les résultats obtenus sous le sommet des éléments rugueux.

# Conclusion

## Rappels du contexte et des objectifs de l'étude

Cette étude s'inscrit dans le contexte de la modélisation des écoulements turbulents se développant sur parois rugueuses. Par rapport au cas idéal d'une paroi lisse, ces dernières induisent une augmentation des flux de quantité de mouvement et de chaleur à la paroi, qu'il est important de prendre en compte. Dans ces travaux, nous nous sommes limités aux effets aérodynamiques causés par les rugosités. L'approche de modélisation choisie ici est la méthode par éléments discrets rugueux (DERM), qui est obtenue par l'application d'une moyenne d'ensemble et de volume aux équations de Navier-Stokes. Cette opération engendre l'apparition de trois nouveaux termes dans l'équation de quantité de mouvement : la force de traînée moyenne appliquée aux éléments rugueux ainsi que les tenseurs des contraintes turbulentes et dispersives. Ces termes nécessitent la construction et/ou la validation d'un modèle de fermeture.

L'objectif des travaux présentés dans ce manuscrit a donc été de mettre en place une base de données d'écoulements turbulents sur parois rugueuses, permettant une description fine des effets aérodynamiques induits par les rugosités et une analyse des termes spécifiques DERM en vue de leur fermeture.

## Bilan de l'étude et discussion

Dans un premier temps, nous avons mis en place un dispositif de vélocimétrie laser à franges permettant de mesurer les composantes de vitesse longitudinale et normale à la paroi d'une couche limite turbulente (CLT) se développant au-dessus d'une paroi rugueuse. Les mesures obtenues ont permis de s'assurer du bon développement de la CLT et de décrire le comportement de l'écoulement à différentes stations longitudinales. Elles ont également permis de sonder la région de sillage des rugosités, caractérisée par un décollement en aval de celles-ci suivi d'une déflexion de l'écoulement. Ces données, obtenues dans le voisinage des rugosités, sont rares dans la littérature. En revanche, seule une paroi rugueuse a été étudiée et les données obtenues ne permettent pas une description complète de l'écoulement, requise pour l'étude des termes spécifiques DERM, à cause des zones d'ombre induites par la présence des éléments rugueux.

Ainsi, dans un deuxième temps, une méthodologie permettant de construire une base de données numérique d'écoulements turbulents sur parois rugueuses a été proposée et mise en œuvre. Cette méthodologie repose sur la réalisation de simulations RANS d'écoulements de canal turbulents pleinement développés sur des surfaces rugueuses académiques résolues. Les résultats de ces simulations sont ensuite confrontés à des données expérimentales d'écoulements de CLT, obtenues dans le cadre de cette thèse ou issues de la littérature (Hosni *et al.*, 1989, 1993; George, 2005), afin de les valider. Huit configurations rugueuses, présentant des paramètres géométriques et aérodynamiques distincts, ont ainsi été étudiées. Malgré les difficultés liées à la réalisation de simulations RANS sur parois rugueuses (apparition de régions décollées à bas nombre de Reynolds au sein d'un écoulement cisailé), la comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales a montré un accord très satisfaisant des profils de vitesse longitudinale dans la région interne de l'écoulement. Des différences sont observées dans la région externe, liées à la différence entre le type d'écoulement mesuré (CLT) et simulé (canal). Celles-ci ne sont en revanche pas critiques, les termes spécifiques DERM étant actifs dans la sous-couche rugueuse. Les simulations RANS permettent également une résolution satisfaisante du sillage des rugosités, un écart maximal de  $\delta \bar{u}^+ \approx 1$  étant observé dans la zone de recirculation. En revanche, les résultats numériques concernant une configuration rugueuse (C3) étant plus discutables, cette dernière est écartée dans le reste des travaux. Ce cas a néanmoins permis de souligner l'importance de la

validation des simulations RANS par l'expérience.

En s'appuyant sur les résultats des simulations RANS effectuées, nous avons, dans un troisième temps, analysé le comportement des termes spécifiques DERM et leurs contributions à l'effort total dans un écoulement de canal turbulent. Pour ce faire, une moyenne de volume a directement été appliquée aux résultats RANS. Nous avons tout d'abord montré que le terme de force de traînée est principalement induit par les efforts de traînée sur les éléments rugueux en régime rugueux établi. Le coefficient de traînée est très dépendant des paramètres géométriques de la surface rugueuse, notamment de la géométrie des rugosités et de leur densité, qui influencent fortement l'écoulement autour des éléments rugueux. Ensuite, la validité d'une modélisation des tensions de Reynolds par un modèle de longueur de mélange a été analysée. Nous avons montré que le modèle de longueur de mélange de [Nikuradse \(1937\)](#) est bien valide dans le cadre d'écoulements doublement moyennés, à condition d'adapter l'amortissement en proche paroi de celle-ci à la présence des rugosités. Le comportement du terme des contraintes dispersives a par la suite été étudié. Nous avons constaté que ce terme est principalement confiné dans le voisinage des rugosités, et est principalement généré, sous le sommet des rugosités, par la présence de la zone décollée en aval de celles-ci. Ces tensions sont donc fortement dépendantes de la géométrie des éléments rugueux et un modèle basé sur celui de la force de traînée paraît adapté pour leur fermeture. Enfin, les contributions des trois termes spécifiques DERM ont été quantifiées. Nous avons observé que la force de traînée et les tensions turbulentes sont prépondérantes respectivement sous et au-dessus du sommet de rugosités. Les contraintes dispersives peuvent, quant à elles, être négligées au premier ordre.

Enfin, dans un dernier temps, nous avons mis en œuvre des simulations par éléments discrets rugueux pour les configurations rugueuses étudiées dans le cadre de cette thèse. Deux modèles DERM ont été considérés : le modèle standard de [Taylor \*et al.\* \(1985\)](#) et le modèle dit ONERA, reposant sur la formulation de [Aupoix \(2016\)](#) et de nouveaux modèles de longueur de mélange et de traînée développés par [Chedevergne et Forooghi \(2020\)](#). La comparaison des résultats DERM avec les données RANS a permis de valider (à nombre de Reynolds de frottement élevé) et de mettre en avant les améliorations du modèle ONERA par rapport au modèle standard. Le modèle ONERA permet notamment une description satisfaisante de la sous-couche rugueuse, avec une prise en compte adaptée de l'amortissement de la longueur de mélange en proche paroi et une estimation du coefficient de traînée approximative mais avec le bon ordre de grandeur. Nous avons également conclu qu'une amélioration de ce modèle de traînée et l'ajout des contraintes dispersives dans ce modèle permettraient d'améliorer les résultats obtenus sous le sommet des éléments rugueux.

## Perspectives

Les travaux présentés dans ce manuscrit nous amènent à établir plusieurs perspectives pour des travaux futurs.

Tout d'abord, au cours de cette étude, nous avons construit une base de données d'écoulements de canal turbulents sur parois rugueuses à l'aide de simulations RANS. Nous avons montré que ces simulations permettent une description représentative de l'écoulement, y compris dans la région de sillage des éléments rugueux. Ces simulations constituent donc une bonne approximation, mais ne fournissent néanmoins pas de résultats exacts pouvant servir de référence « absolue » pour la construction ou la validation de modèles. Une comparaison de simulations RANS avec des calculs DNS permettrait de renforcer la confiance que l'on peut leur accorder. Néanmoins, cela paraît difficile car la modélisation RANS est adaptée pour des nombres de Reynolds de frottement élevés alors que l'approche DNS est encore limitée à des nombres de Reynolds modérés, typiquement  $Re_\tau \leq 1000$ . Nous avons d'ailleurs éprouvé cette difficulté pour les configurations de cylindres émoussés de [Forooghi \*et al.\* \(2018b\)](#) à  $Re_\tau \approx 500$ , comme détaillé dans la section 5.2.4. Une alternative à cette solution serait de réaliser des calculs LES d'écoulements turbulents sur parois

rugueuses. Cette idée constitue la première perspective à ces travaux de thèse.

Ensuite, nous sommes parvenus, à partir des configurations étudiées, à esquisser des tendances d'évolution pour les trois termes spécifiques DERM en fonction de divers paramètres géométriques et aérodynamiques. Néanmoins, nous avons étudié uniquement huit configurations distinctes, ce qui constitue un panel de surfaces relativement faible. Il paraît donc intéressant d'étudier un plus grand nombre de configurations. Nous pouvons en premier lieu penser à suivre une approche « systématique », c'est-à-dire en faisant varier un grand nombre de fois un paramètre donné, les autres étant fixés, afin d'isoler son influence et d'étudier cette influence à partir d'un grand nombre d'échantillons. Cette approche nécessiterait en revanche un grand nombre d'expériences et/ou de simulations, ce qui peut s'avérer à la fois long et coûteux. Afin de pallier ce problème, nous proposons plutôt de suivre un plan d'expériences plus élaboré, par exemple construit par hypercube latin et raffiné par krigeage (Jourdan, 2005). Un tel plan permet de varier simultanément de plusieurs paramètres et de diminuer ainsi le nombre d'expériences ou de calculs à réaliser.

Enfin, les travaux présentés dans ce manuscrit se limitent aux effets aérodynamiques induits par la présence de rugosités. Or ces rugosités causent également une augmentation du flux de chaleur à la paroi, et leur présence induit de nouveaux termes dans l'équation DANS de l'énergie qu'il convient de fermer. Dans la continuité de ces travaux, il paraît donc intéressant de réaliser une étude expérimentale et numérique des effets thermiques de ces rugosités afin de fermer les termes DERM apparaissant dans l'équation de l'énergie. Une stratégie reposant sur la réalisation de simulations RANS peut tout d'abord être envisagée, et être ensuite complétée par des calculs DNS et/ou LES. Pour le volet expérimental, des mesures fil froid et/ou par thermographie infrarouge peuvent être considérées sur paroi chauffée. De tels travaux permettraient ainsi de disposer d'une modélisation aérothermique complète d'écoulements turbulents sur surfaces rugueuses par l'approche par éléments discrets rugueux, qui requiert des paramètres d'entrée uniquement géométriques.



# Annexes



## Définition des opérateurs de moyenne

### A.1. Moyenne de Reynolds

Considérons une grandeur  $\phi(\vec{x}, t)$  caractéristique d'un écoulement turbulent. Cette grandeur fluctue rapidement en temps et en espace et peut donc être considérée comme une variable aléatoire. On peut définir sa moyenne d'ensemble, ou de Reynolds, par :

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) \equiv \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^N \phi^{(i)}(\vec{x}, t) \quad (\text{A.1})$$

où  $N$  désigne le nombre de réalisations de l'écoulement soumises aux mêmes conditions initiales et limites.

Cet opérateur vérifie certaines propriétés appelées axiomes de Reynolds. Si  $\theta$  désigne une seconde grandeur turbulente et  $\alpha$  une constante, alors :

1.  $\overline{\phi + \theta} = \bar{\phi} + \bar{\theta}$  (linéarité)
2.  $\overline{\alpha\phi} = \alpha\bar{\phi}$
3.  $\overline{\phi\theta} = \bar{\phi}\bar{\theta}$  (projectivité)
4.  $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}}$ ,  $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial \phi}{\partial x_i}}$  et  $\int \phi dx_i dt = \int \bar{\phi} dx_i dt$  (commutativité avec les opérateurs de dérivation et d'intégration)

On définit également la moyenne temporelle pondérée par la masse volumique, dite **moyenne de Favre** et notée  $\hat{\phi}$  :

$$\bar{\rho\hat{\phi}} = \overline{\rho\phi} \quad (\text{A.2})$$

Ainsi, toute quantité  $\phi$  peut être décomposée en sa valeur moyenne temporelle et sa fluctuation associée :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' = \hat{\phi} + \phi'' \quad (\text{A.3})$$

On peut alors montrer les propriétés suivantes, avec  $a$  et  $b$  des grandeurs quelconques et  $\rho$  la masse volumique du fluide :

$$\overline{ab} = \bar{a}\bar{b} + \overline{a'b'} \quad (\text{A.4})$$

$$\overline{\rho ab} = \bar{\rho}\hat{a}\hat{b} + \overline{\rho a''b''} \quad (\text{A.5})$$

### A.2. Moyenne de volume

On définit la moyenne spatiale de la quantité  $\phi$ , notée  $\langle \phi \rangle$ , comme suit :

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \phi dv \quad (\text{A.6})$$

où  $V$  désigne à la fois le volume sur lequel la moyenne est effectuée et la valeur de ce volume.

A partir de cette définition, on peut démontrer un certain nombre de propriétés (Aupoix, 2016;

Hanson, 2017) :

$$\left\langle \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \phi n_i dA \quad (\text{A.7})$$

$$\left\langle \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle \phi_i \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \phi_i n_i dA \quad (\text{A.8})$$

où  $A_{fs}$  désigne l'interface fluide – surface et  $\vec{n}_{fs}$  le vecteur unitaire normal à cette surface.

On définit également la **moyenne spatiale intrinsèque** de la quantité  $\phi$ , notée  $\langle \phi \rangle^f$  :

$$\langle \phi \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi dv \quad (\text{A.9})$$

où  $V_f$  désigne la partie du volume  $V$  ouverte à l'écoulement. Il suit :

$$\langle \phi \rangle = \beta \langle \phi \rangle^f \text{ et } \left\langle \langle \phi \rangle^f \right\rangle^f = \langle \phi \rangle^f \quad (\text{A.10})$$

où  $\beta = V_f/V$  est appelé coefficient de blocage. Bien qu'il soit représentatif de l'effet de blocage de l'écoulement par les rugosités, il s'agit plutôt d'un coefficient d'ouverture, défini comme le rapport du volume accessible au fluide et du volume de contrôle.

On définit enfin la **moyenne spatiale pondérée par la masse volumique** notée  $[\phi]$  :

$$\langle \rho \rangle [\phi] = \langle \rho \phi \rangle \quad (\text{A.11})$$

Ainsi, toute quantité  $\phi$  peut être décomposée en sa valeur moyenne spatiale et sa fluctuation associée :

$$\phi = \langle \phi \rangle + \phi' = \langle \phi \rangle^f + \tilde{\phi} = [\phi] + \phi^* \quad (\text{A.12})$$

avec  $\langle \tilde{\phi} \rangle = \langle \tilde{\phi} \rangle^f = 0$  et  $\langle \rho \phi^* \rangle = 0$ .

On montre que :

$$\langle ab \rangle = \beta \langle a \rangle^f \langle b \rangle^f + \langle \tilde{a} \tilde{b} \rangle \quad (\text{A.13})$$

$$\langle \rho ab \rangle = \beta \langle \rho \rangle^f [a] [b] + \beta \langle \rho a^* b^* \rangle^f \quad (\text{A.14})$$

**Remarque.** Ces définitions n'ont de sens que si on peut faire une hypothèse de séparation des échelles, i.e.

$$\frac{l_f}{r_0} \ll \frac{r_0}{L} \ll 1 \quad (\text{A.15})$$

avec  $l_f$  la taille caractéristique du volume  $V_f$  accessible à l'écoulement,  $r_0$  la taille caractéristique du volume  $V$  sur lequel est prise la moyenne et  $L$  l'échelle caractéristique des variations de  $\langle \phi \rangle^f$ .

## Modèles éléments discrets

### B.1. Modèle de Aupoix (2016)

On considère le cas d'un écoulement incompressible. On cherche à appliquer la moyenne de volume de Whitaker (1986), dont les propriétés sont détaillées dans l'annexe A, aux équations RANS du mouvement.

#### B.1.1. Équation de continuité

L'équation RANS de continuité est rappelée ci-après :

$$\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{B.1})$$

En appliquant la moyenne de volume à cette équation, en utilisant la propriété (A.8), on obtient :

$$\left\langle \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \langle \overline{u_j} \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \overline{u_j} n_j dA = 0 \quad (\text{B.2})$$

La vitesse  $\overline{u_j}$  étant nulle à la paroi, on a  $\frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \overline{u_j} n_j dA = 0$ . On obtient alors :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_j} \rangle^f \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$

#### B.1.2. Équation de quantité de mouvement

L'équation RANS de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (\text{B.4})$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement devient, après prise de moyenne volumique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \langle \overline{u_j} \rangle^f \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \overline{p} \rangle^f \right) + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle^f \right) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j dA - \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \overline{p} n_i dA \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f \right) \quad (\text{B.5}) \end{aligned}$$

Dans le détail :

$$\begin{aligned} - \left\langle \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \overline{u_i} \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) \\ - \left\langle \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \overline{u_i u_j} \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \overline{u_i u_j} n_j dA \end{aligned}$$

En notant que  $\overline{u_i u_j} = 0$  à la paroi,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \overline{u_i u_j} \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \langle \overline{u_j} \rangle^f + \langle \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \rangle \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \langle \overline{u_j} \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \rangle^f \right) \end{aligned}$$

$$- \left\langle \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \overline{p} \rangle^f \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \overline{p} n_i \, dA$$

$$- \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left\langle \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right\rangle \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} n_j \, dA$$

En notant que  $\overline{u_i} = 0$  à la paroi,

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} n_j \, dA$$

$$- \left\langle \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle^f \right)$$

en notant que  $\overline{u'_i u'_j} = 0$  à la paroi.

### B.1.3. Fermeture pour les tensions de Reynolds

Ce modèle nécessite une fermeture pour le terme de tensions de Reynolds moyenné en volume. Pour ce faire, on utilise l'hypothèse de Boussinesq, reliant les tensions de Reynolds au gradient de vitesse et à l'énergie cinétique turbulente :

$$- \overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{B.6})$$

La prise de moyenne volumique de cette relation donne, d'après [Aupoix \(2016\)](#) :

$$- \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle = \beta \langle \nu_t \rangle^f \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \overline{u_j} \rangle^f \right) \right) + \left\langle \widetilde{\nu}_t \left( \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} \right) \right\rangle - \frac{2}{3} \beta \langle k \rangle^f \delta_{ij} \quad (\text{B.7})$$

avec, en considérant un modèle de longueur de mélange :

$$\langle \nu_t \rangle \sim \beta l^2 \sqrt{2 \langle S_{ij} \rangle^f \langle S_{ij} \rangle^f} \quad (\text{B.8})$$

[Glikson \(1996\)](#) considère plutôt :

$$- \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle = \langle \nu_t \rangle^f \left( \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \overline{u_i} \rangle^f \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \beta \langle \overline{u_j} \rangle^f \right) \right) - \frac{2}{3} \beta \langle k \rangle^f \delta_{ij} \quad (\text{B.9})$$

avec, toujours en considérant un modèle de longueur de mélange :

$$\langle \nu_t \rangle \sim l^2 \sqrt{2 \beta \langle S_{ij} \rangle^f \langle S_{ij} \rangle^f} \quad (\text{B.10})$$

où  $S_{ij}$  désigne :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (\text{B.11})$$

## B.2. Modèle de Hanson

On se place dans le cas d'un écoulement compressible, conformément à la démarche présentée par Hanson (2017). On rappelle les équations locales de continuité et de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}) = 0 \quad (\text{B.13})$$

où  $\tau_{ij} = -2\mu S_{ij} + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$  désigne le tenseur des contraintes visqueuses.

On applique alors une moyenne de Favre à ces deux relations, ce qui donne respectivement :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \hat{u}_i) = 0 \quad (\text{B.14})$$

et :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \hat{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\rho} \hat{u}_i \hat{u}_j + \overline{\rho u_i'' u_j''} + \delta_{ij} - 2\hat{\mu} \hat{S}_{ij} + \frac{2}{3} \hat{\mu} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - 2\overline{\mu'' S_{ij}''} + \frac{2}{3} \overline{\mu'' \frac{\partial u_k''}{\partial x_k}} \delta_{ij} \right) = 0 \quad (\text{B.15})$$

Les deux derniers termes présents dans la divergence dans l'équation de conservation de quantité de mouvement moyennée temporellement peuvent être négligés, en supposant une variation temporelle de la viscosité nulle.

On considère maintenant un contrôle de volume  $V$  fixe et on applique une moyenne de volume à ces équations dans ce volume. On obtient respectivement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \langle \bar{\rho} \rangle^f) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_i]) = 0 \quad (\text{B.16})$$

et :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_i]) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f [\hat{u}_i] [\hat{u}_j] + \beta \langle \overline{\rho u_i'' u_j''} \rangle^f + \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f \delta_{ij} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -[\hat{\nu}] \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f \left( \left[ \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \right] + \left[ \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) + \frac{2}{3} [\hat{\nu}] \beta \langle \bar{\rho} \rangle^f \left[ \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{\rho} \hat{u}_i^* \hat{u}_j^* \rangle^f - \langle \bar{\tau}_{ij}^* \rangle) + \frac{\beta}{V_f} \int_{A_{fs}} \left( \hat{p} \delta_{ij} + \frac{2}{3} \hat{\mu} \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - 2\hat{\mu} \hat{S}_{ij} \right) n_j dA = 0 \quad (\text{B.17}) \end{aligned}$$

avec :

$$\langle \hat{\tau}_{ij}^* \rangle = -2\hat{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle u_i^* \rangle^f) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \langle u_j^* \rangle^f) \right) + \frac{2}{3} \hat{\mu} \frac{\partial}{\partial x_k} (\beta \langle u_k^* \rangle^f) \delta_{ij} \quad (\text{B.18})$$

On peut, comme Hanson (2017), supposer  $[\hat{\nu}] = \hat{\nu}$ . Par ailleurs, on a supposé  $\hat{\mu} \sim \bar{\mu} = \bar{\rho} \hat{\nu}$ .

On cherche maintenant à se limiter au cas d'un écoulement incompressible. Dans ce cas, on peut montrer que, pour une grandeur  $\phi$  et la masse volumique  $\rho$  :

$$[\phi] = \langle \phi \rangle^f \text{ d'où } \phi^* = \tilde{\phi} \quad (\text{B.19})$$

$$\hat{\phi} = \bar{\phi} \text{ d'où } \phi'' = \phi' \quad (\text{B.20})$$

$$\langle \rho \rangle^f = \rho \text{ et } \langle \rho \rangle = \beta \rho \quad (\text{B.21})$$

En appliquant ces relations aux équations de continuité et de conservation de quantité de mouvement (B.16) et (B.17), on retrouve les équations obtenues par Aupoix (2016) décrites dans la section B.1.

Néanmoins, en écoulement compressible, une difficulté dans les équations moyennées obtenues réside dans la détermination des termes de la forme  $\left[ \frac{\partial \cdot}{\partial x_i} \right]$ . Hanson (2017) suggère l'approximation suivante :

$$\left[ \frac{\partial \cdot}{\partial x_i} \right] \sim \frac{\partial [\cdot]}{\partial x_i} \quad (\text{B.22})$$

Étant donné que cette approximation est considérée pour l'implémentation du modèle éléments discrets dans le solveur CFD par Hanson (2017), il convient de la prendre également en compte pour le passage des équations en écoulement incompressible. Dans ce cas, l'équation de continuité reste identique à celle trouvée par Aupoix (2016), mais l'équation de conservation de quantité de mouvement est modifiée. En effet, au lieu d'écrire

$$\left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle^f = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle u_i \rangle^f)$$

on écrit :

$$\left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = \frac{\partial [u_i]}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle u_i \rangle^f}{\partial x_j}$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\beta \langle \bar{u}_i \rangle^f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \langle \bar{u}_j \rangle^f) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{p} \rangle^f \delta_{ij}) \\ &+ \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \beta \left( \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle^f}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \bar{u}_j \rangle^f}{\partial x_i} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle^f) \\ &- \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \bar{p} \delta_{ij} n_j dA + \nu \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j dA - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j} \rangle^f) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

La différence par rapport au modèle d'Aupoix apparaît dans le deuxième terme de droite de l'équation (B.23), où le coefficient de blocage  $\beta$  est dérivé uniquement dans la divergence et n'est plus dérivé dans le gradient de vitesse.

L'équation de conservation de quantité de mouvement nécessite une fermeture pour le terme de tensions de Reynolds. Comme Aupoix, Hanson (2017) considère l'approximation de Boussinesq, exprimée par :

$$-\beta \langle \overline{\rho u'_i u'_j} \rangle^f \sim 2\hat{\nu}_t \left( \beta \langle \bar{p} \rangle^f \left[ \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \right] + \beta \langle \bar{p} \rangle^f \left[ \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) - \frac{2}{3} \hat{\nu}_t \beta \langle \bar{p} \rangle^f \left[ \frac{\partial \hat{u}_k}{\partial x_k} \right] \delta_{ij} - \frac{2}{3} \beta \langle \bar{p} \rangle^f [k] \delta_{ij} \quad (\text{B.24})$$

où les fluctuations spatiales de la viscosité turbulente sont négligées.

## Représentativité des simulations RANS

Cette annexe vise à compléter les comparaisons effectuées dans le chapitre 5, entre les données expérimentales et les résultats des simulations RANS, validant la représentativité de ces dernières. Les figures C.1, C.2 et C.3 montrent, pour la configuration H0, la comparaison des champs de  $\bar{u}^+$ ,  $\bar{v}^+$  et  $-\overline{u'v'}^+$  obtenus expérimentalement et numériquement dans les différents plans ( $xz$ ) mesurés. Ensuite, les figures C.4 et C.5 présentent, pour les configurations C1, C2 et C3, la comparaison des champs  $\bar{v}^+$  et  $-\overline{u'v'}^+$  obtenus expérimentalement et numériquement dans le plan médian ( $xy$ ).

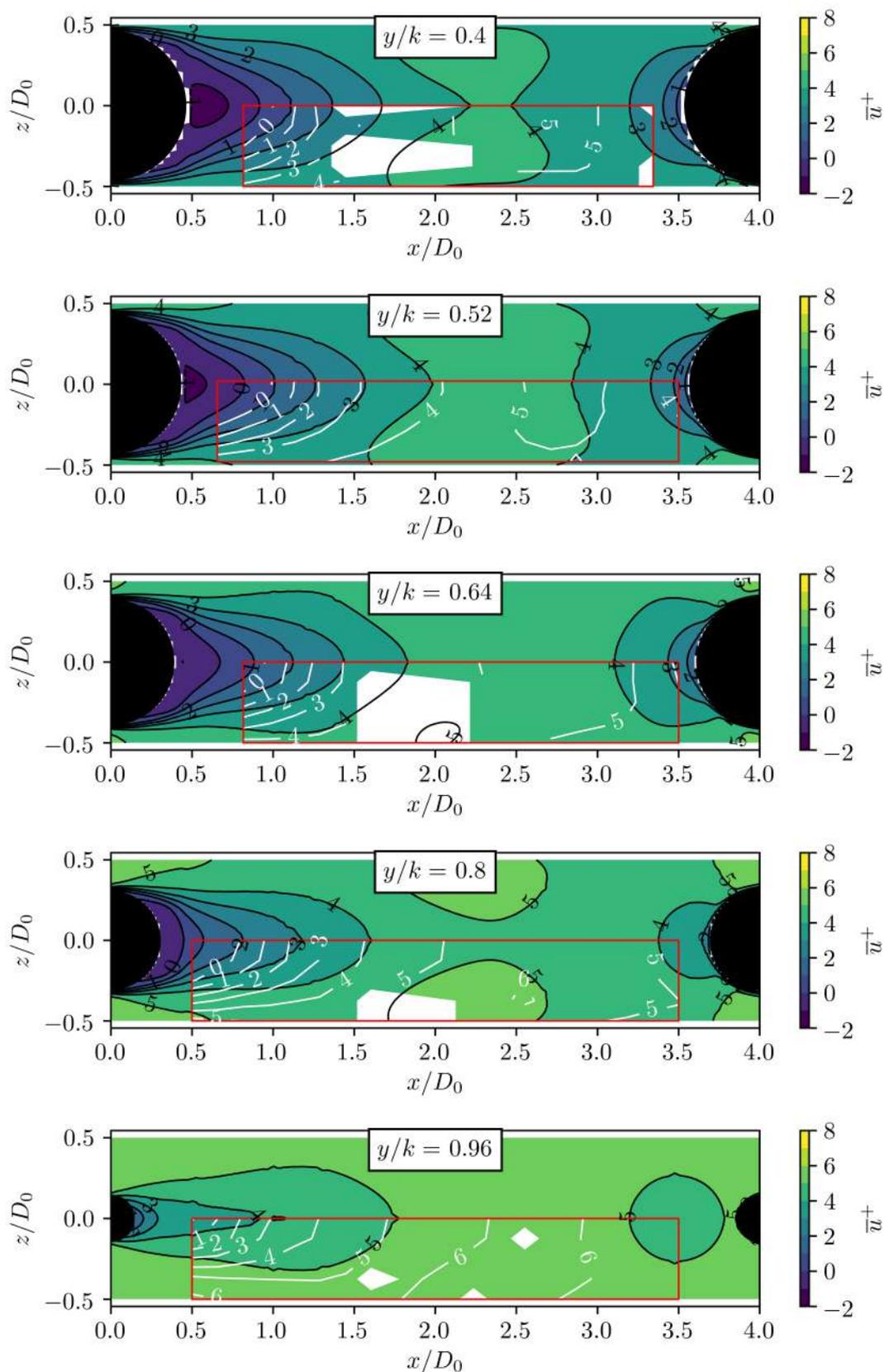


FIGURE C.1. – Plans  $(xz)$  de la vitesse longitudinale moyenne  $\bar{u}^+$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. A l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre  $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée.

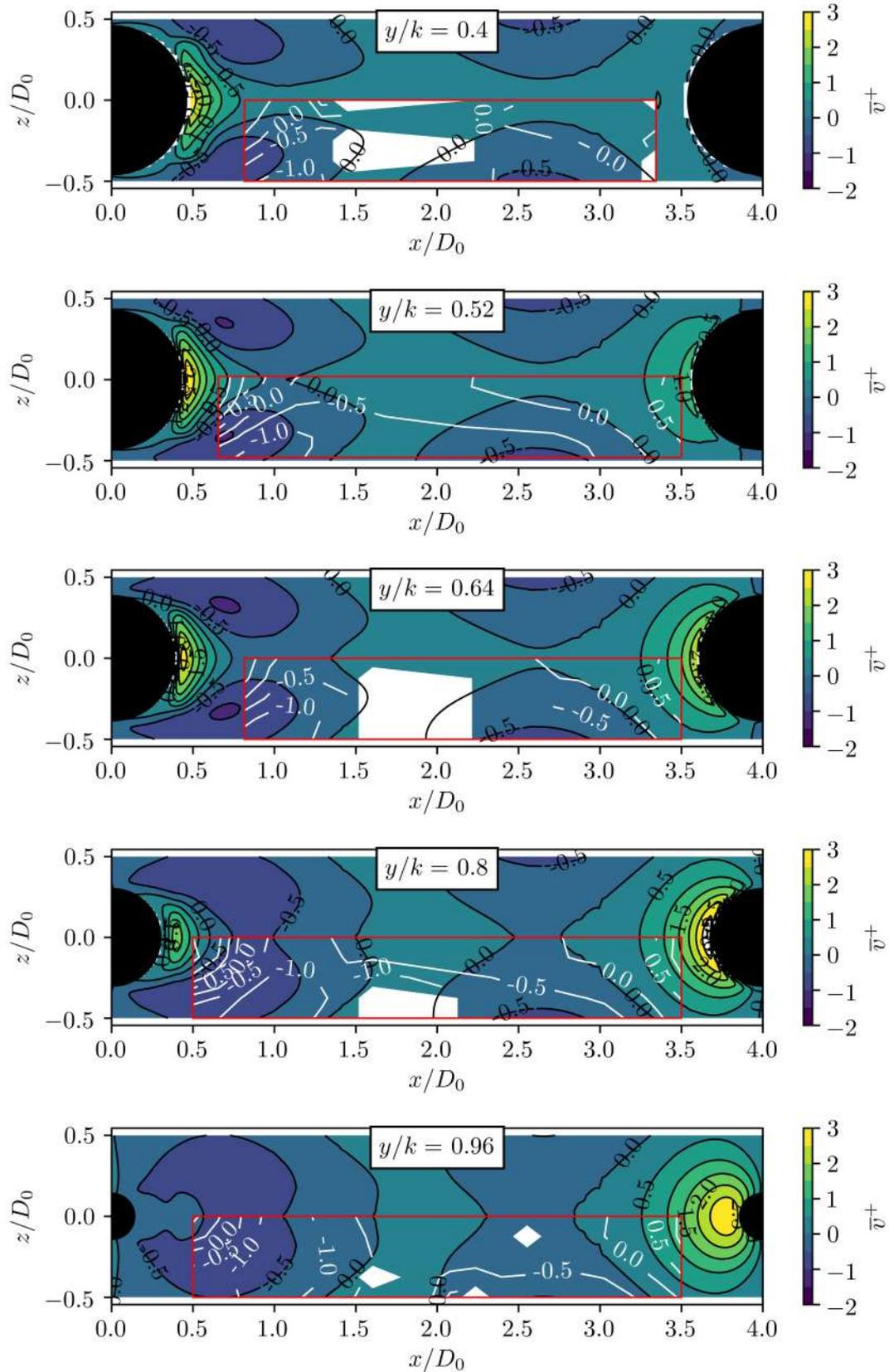


FIGURE C.2. – Plans  $(xz)$  de la vitesse normale à la paroi  $\bar{v}^+$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. A l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre  $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée.

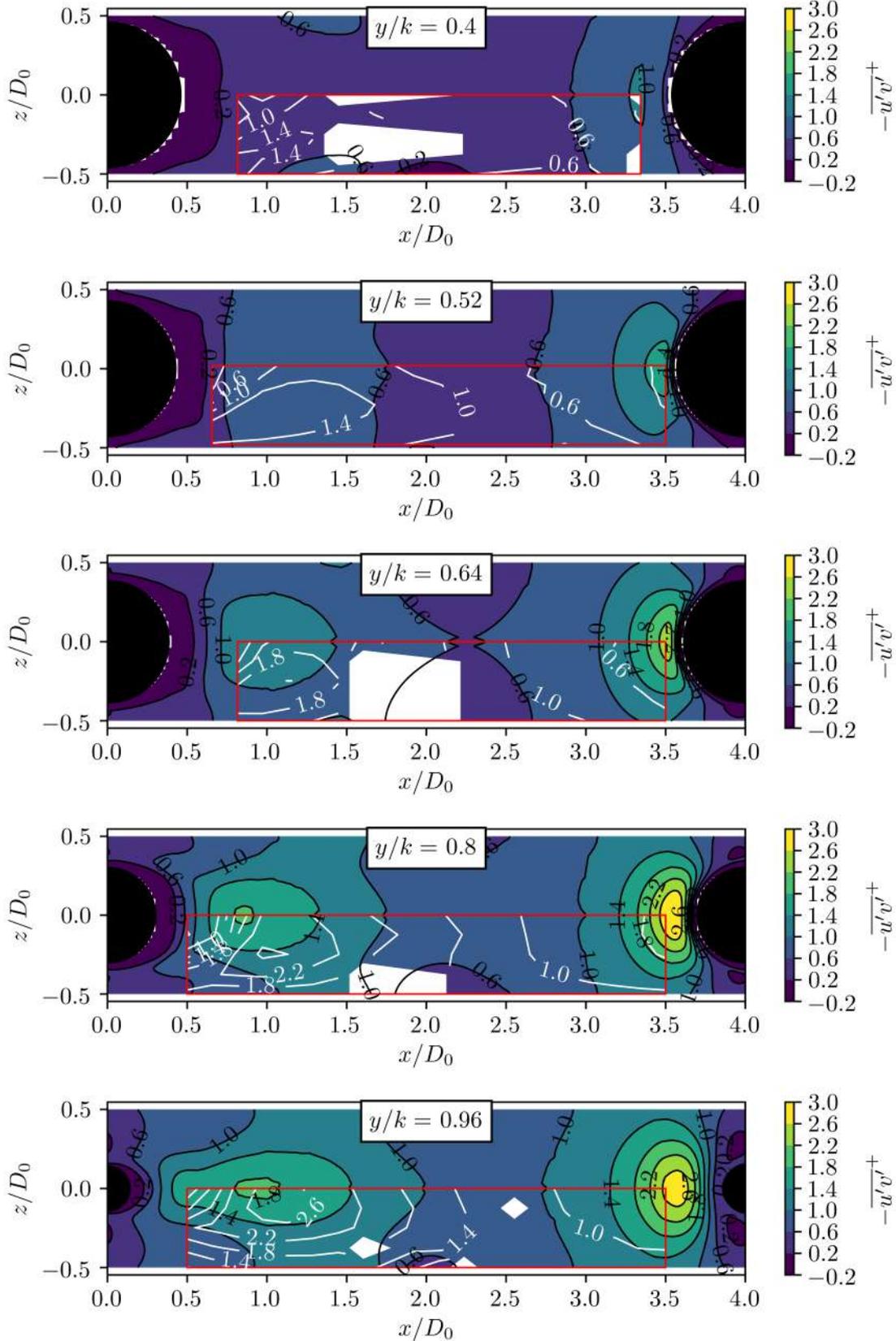
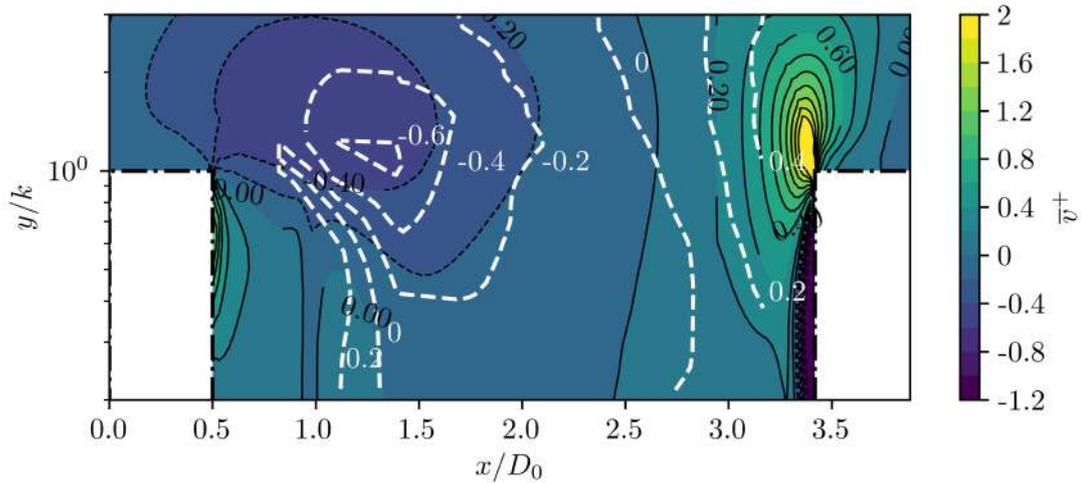
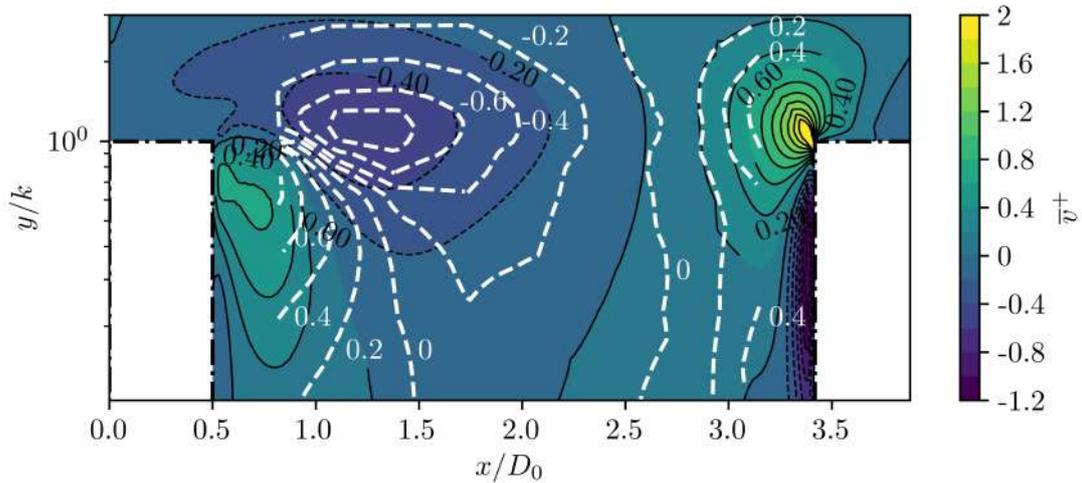


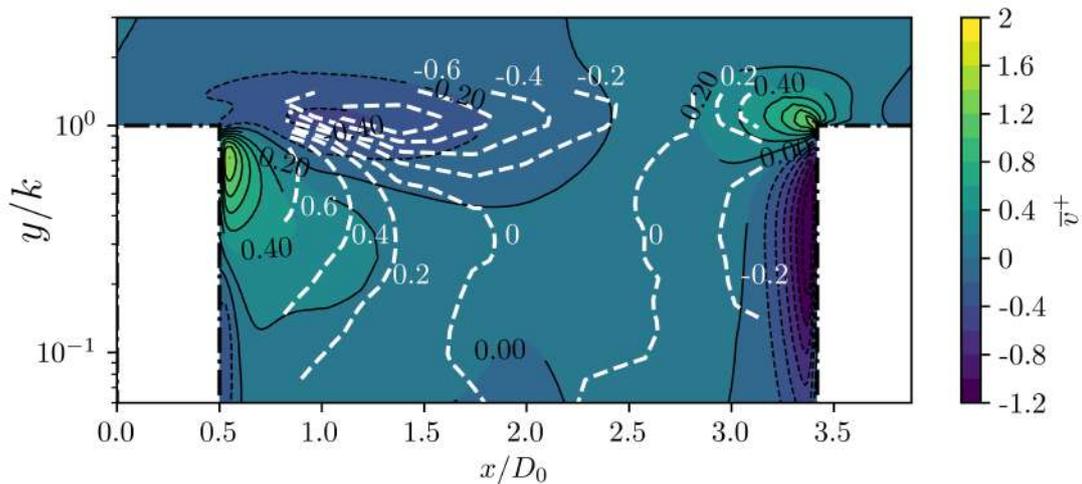
FIGURE C.3. – Plans ( $xz$ ) de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  aux altitudes  $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$  mm, soit  $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$  (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. À l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre  $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée.



(a) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{v}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C1.



(b) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{v}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C2.



(c) Contours de la vitesse longitudinale  $\bar{v}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C3.

FIGURE C.4. – Contours de la vitesse normale à la paroi  $\bar{v}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes  $---$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de George (2005).

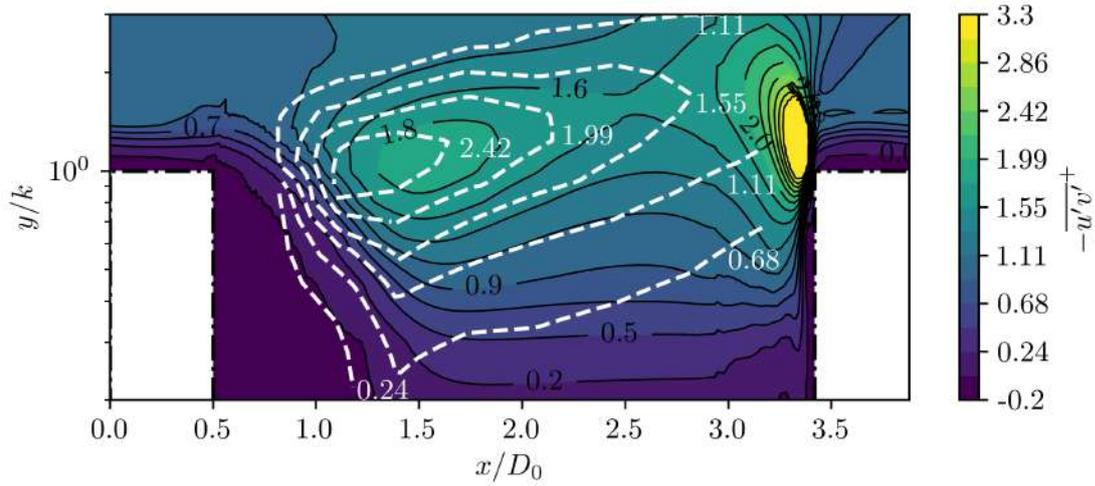
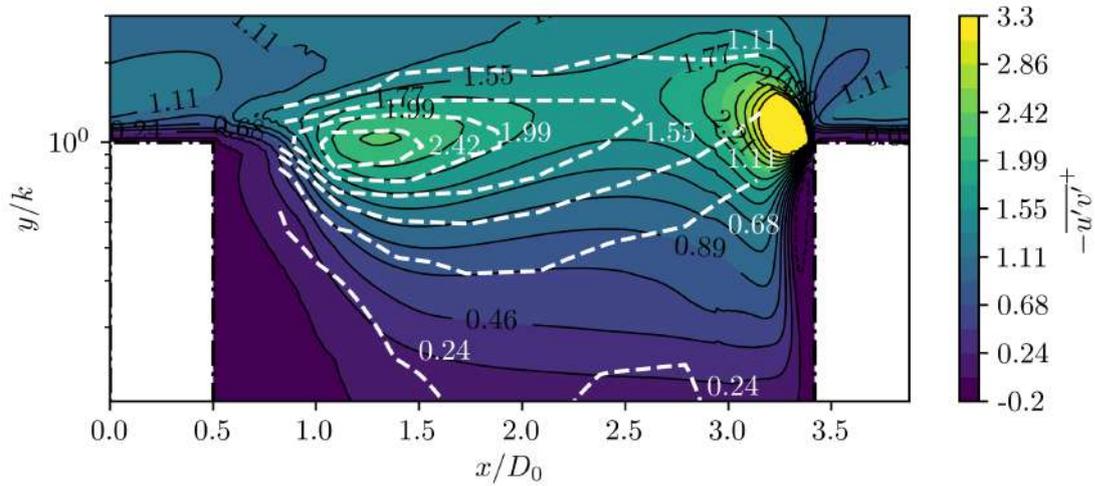
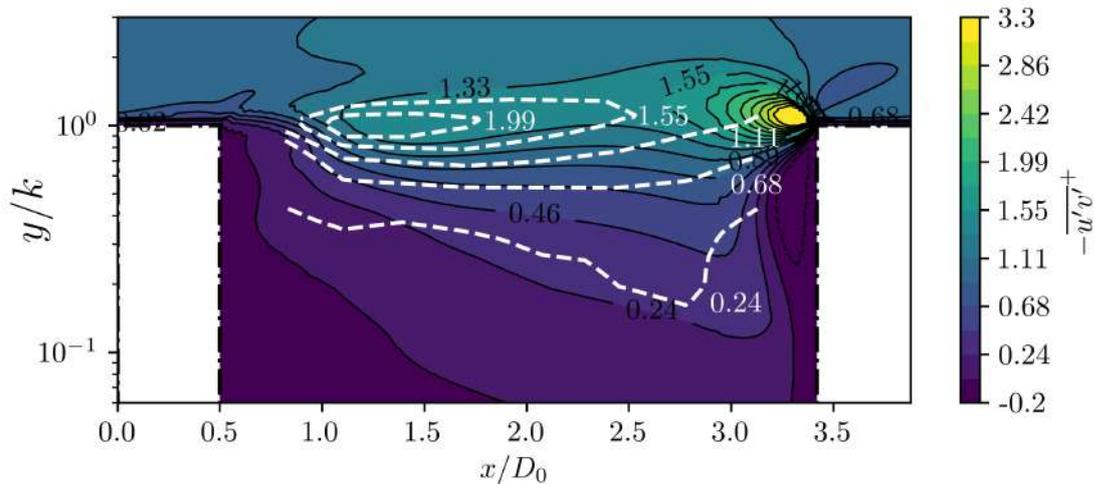
(a) Contours de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C1.(b) Contours de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C2.(c) Contours de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour le cas C3.

FIGURE C.5. – Contours de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  dans le plan  $(xy)$  à  $z/D_0 = 0$  pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes  $-\cdot-\cdot-$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de [George \(2005\)](#).

## Article publié dans *Physics of Fluids*

Cette annexe reproduit un article publié au cours de la thèse dans le journal *Physics of Fluids*. Il a été promu comme *editor's pick* par les éditeurs du journal. Cette publication reprend, en partie, les résultats des chapitres 5 et 6.

# Analysis of the different sources of stress acting in fully rough turbulent flows over geometrical roughness elements

Cite as: Phys. Fluids **32**, 075107 (2020); <https://doi.org/10.1063/5.0010771>

Submitted: 14 April 2020 . Accepted: 19 June 2020 . Published Online: 08 July 2020

D. Toussaint , F. Chedeveigne , and O. Léon 

## COLLECTIONS

 This paper was selected as an Editor's Pick



View Online



Export Citation



CrossMark

## ARTICLES YOU MAY BE INTERESTED IN

[Characterization of three-dimensional vortical structures in the wake past a circular cylinder in the transitional regime](#)

Phys. Fluids **32**, 074104 (2020); <https://doi.org/10.1063/5.0011311>

[Eddy-wave duality in a rotating flow](#)

Phys. Fluids **32**, 076604 (2020); <https://doi.org/10.1063/5.0006206>

[Effect of Reynolds number on turbulent channel flow over a superhydrophobic surface](#)

Phys. Fluids **32**, 075105 (2020); <https://doi.org/10.1063/5.0012584>



**NEW!**

Sign up for topic alerts  
New articles delivered to your inbox



# Analysis of the different sources of stress acting in fully rough turbulent flows over geometrical roughness elements

Cite as: Phys. Fluids 32, 075107 (2020); doi: 10.1063/5.0010771

Submitted: 14 April 2020 • Accepted: 19 June 2020 •

Published Online: 8 July 2020



View Online



Export Citation



CrossMark

D. Toussaint,<sup>a)</sup>  F. Chedeveigne,  and O. Léon 

## AFFILIATIONS

ONERA/DMPE, Université de Toulouse, 31055 Toulouse, France

<sup>a)</sup> Author to whom correspondence should be addressed: [damien.toussaint@onera.fr](mailto:damien.toussaint@onera.fr)

## ABSTRACT

The discrete element roughness method is considered in this article for the prediction of turbulent flows over rough walls. This approach is derived by ensemble- and volume-averaging the Navier–Stokes equations, providing double-averaged Navier–Stokes equations, and yielding three unknown terms in the momentum equation: the Reynolds stress and dispersive stress tensors and the average drag force acting on the roughness elements. This work aims at analyzing these different terms, quantifying their respective contributions to the near-wall momentum budget, and providing guidance for their modeling. For this purpose, relevant data of turbulent flows are required. Roughness-resolved Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations of transitionally and fully rough channel flows over academic roughness configurations are performed at high friction Reynolds numbers ranging from 3500 to 8000. Comparisons with existing and new velocity measurements performed in rough-wall turbulent boundary layers provide support to the simulation results, a particular emphasis being given on the validity of the numerical results in the wake of the roughness elements. These numerical results highlight the influence of roughness elements geometry and density on the roughness drag coefficient and the dispersive stress. It is particularly suggested that the standard roughness drag closure model should be revisited for double-averaged flows. Furthermore, the dispersive stress is shown to mainly originate from the wake of the roughness elements, an observation that could be leveraged for its modeling. However, since this stress contributes only marginally to the global stress and to the skin friction coefficient, such a modeling may not be critical at first order.

Published under license by AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/5.0010771>

## I. INTRODUCTION

Flows over rough walls can be found in various environmental and engineering situations, a few examples being atmospheric flows over plant or urban canopies, rough-bed river flows, and turbulent boundary layers (TBLs) over coarse or damaged aerodynamic surfaces. Focusing on aeronautical applications, unwanted rough surfaces are likely to decrease the overall efficiency of a system, skin friction, and heat transfer coefficients being generally increased compared to ideal smooth-wall situations. A careful account of the aerodynamic effects induced by surface roughness is therefore important in a design process, and several prediction strategies may be considered.

The most accurate approach consists in explicitly representing the surface morphology and performing Direct Numerical

Simulations (DNSs). The meshing and calculation costs are however crippling for engineering purpose, limiting DNS to friction Reynolds numbers  $Re_\tau \equiv hu_\tau/\nu$  of about  $1.0 \times 10^3$  in the most recent works dealing with fully developed turbulent channel flows over rough surfaces.<sup>1–3</sup> Here,  $h$  refers to the channel half height,  $u_\tau$  to the mean friction velocity, and  $\nu$  to the fluid kinematic viscosity.

A more practical approach is found in the equivalent sand grain method that aims at assigning to any rough surface a single parameter  $k_s$  corresponding to the equivalent size of the sand grain used in the experiments of Nikuradse<sup>4</sup> that induces a similar skin friction alteration in the fully rough regime. While this is presently the only engineering approach for roughness effects prediction,<sup>5</sup> it suffers from limitations discussed in detail by Taylor, Coleman, and Hodge<sup>6</sup> and Flack,<sup>7</sup> for example. Three points may be particularly emphasized. First, the equivalent sand grain height is relevant only

in the fully rough regime: two surfaces with identical values of  $k_s$  in this regime may induce different aerodynamic effects in a transitionally rough regime. Second, the determination of  $k_s$  is usually not straightforward as it relies either on dedicated experiments or on the evaluation of existing empirical correlations that are functions of roughness statistics or geometry. By design, these correlations cannot be accurate for every roughness configuration, and significant discrepancies may be obtained for a given rough surface. Third, the way this concept of equivalent sand height is used in Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS) turbulence models<sup>8</sup> is physically incorrect since it prescribes non-zero values of eddy-viscosity  $\mu_t$  at the wall to emulate roughness effects. With this approach, the pressure forces acting on roughness elements and mainly contributing to the observed drag increase in the fully rough regime are not represented: their effects are only mimicked relying on an artificial increase in turbulence and momentum transfer at the wall. Increases in heat transfers are modeled in a similar manner, usually leading to overestimated effects.<sup>9</sup>

An alternative to these two strategies is found in the Discrete Element Roughness Method (DERM) detailed in Sec. II. This approach, particularly suited to handle distributed geometrical roughness elements, aims at distilling more physics compared to the equivalent sand grain method without requiring an exact representation of surface details as with DNS. This is achieved by performing ensemble- and volume-averaging operations on the Navier–Stokes equations in the roughness-sublayer,<sup>9,10</sup> thus explicitly accounting for average blockage and pressure effects induced by roughness elements. This double-averaging operation particularly yields three unknown terms in the momentum equation: the Reynolds stress tensor, the average drag force acting on the roughness elements, and the dispersive stress tensor induced by the surface morphology. As in any RANS turbulence model, these terms must be correctly tailored to ensure a satisfactory prediction of the average flow effort on the wall. The first two terms were already considered by Taylor, Coleman, and Hodge<sup>5</sup> in the framework of what we may call the standard DERM and closure relations were proposed. The results obtained by these authors were shown to be satisfactorily comparable with the few experimental data available in the literature. Their formulation, however, did not include the dispersive stress tensor, raising the question of the importance of this term in the overall modeling effort and motivating the present work.

To investigate the relevance of these different terms and the validity of the closure relations available, accurate data of turbulent flows in a fully rough regime and around a large variety of roughness elements are required. Yet, to simplify the analysis and for practical reasons, we will restrict this work to a small subset of possible roughness shapes by considering only geometrical roughness elements uniformly distributed over an otherwise flat surface. Despite this first simplification, the preceding requirements still bring a set of important experimental and numerical constraints that we now detail and that need to be accounted for to define an appropriate methodology.

First, experimental investigations allow us to easily reach significant friction Reynolds numbers and thus fully rough regimes. For example, Squire *et al.*<sup>11</sup> reached values of  $\delta^+ \equiv \delta u_\tau/\nu$  of about  $3.0 \times 10^4$  in a large wind tunnel. Here,  $\delta$  refers to the boundary layer thickness. However, an estimation of the different terms involved in

the DERM formulation requires measurement of velocity fields in the entire volume surrounding the roughness elements or at least in several horizontal planes. Such measurements are difficult to perform, even with laser techniques such as Laser Doppler Velocimetry (LDV) and Particle Image Velocimetry (PIV). Indeed, one usually wants to ensure that  $\delta/k$  is large enough to observe wall-similarity, inducing roughness elements of reduced height  $k$  and potential technical constraints associated with the spatial resolution of the measurement techniques. For instance, Jiménez<sup>12</sup> suggested that  $\delta/k > 8.0 \times 10^1$ . A second constraint may be found in the fact that, given a fixed optical setup, shadow zones where optical measurements cannot be performed may be induced by the roughness elements and seeding issues may appear in the near-wall and roughness wake regions. To the knowledge of the authors, only a few experimental studies have given such a focus on velocity fields around distributed roughness elements. Of particular interest, George<sup>13</sup> performed LDV measurements around several arrangements of circular cylinders in a fully rough TBL, providing a detailed description of the wake of such roughness elements.

Second, DNS gives access to every flow quantity in the computational domain in an accurate manner, making this approach particularly suited for the present investigation of the turbulence structure in-between roughness elements. However, as mentioned previously, DNSs of turbulent flows over rough surfaces are still limited to moderate friction Reynolds numbers and values of  $k_s^+ \equiv k_s u_\tau/\nu$  typically lower than  $2.0 \times 10^2$ . For instance, Forooghi, Stripf, and Frohnafel<sup>3</sup> and Forooghi *et al.*<sup>14</sup> performed simulations of a turbulent channel flow over “artificial” and realistic rough surfaces at  $Re_\tau = 500$  and  $75 < k_s^+ < 210$ . Thakkar, Busse, and Sandham<sup>2</sup> showed DNS results with  $Re_\tau$  ranging from  $1.8 \times 10^2$  to  $7.2 \times 10^2$  for Nikuradse-type sand grain roughness yielding values of  $k_s^+ < 100$ . While DNS thus provides an extremely valuable tool to investigate the turbulence induced by surface roughness in the transitionally rough regime and part of the fully rough regime, it still cannot be used in a systematic and parametric manner, the numerical cost being prohibitive. A more approximate yet instructive way to study roughness effects on turbulent flows at large Reynolds numbers may then be found in roughness-resolved RANS simulations. Such an approach offers the possibility to investigate a large number of roughness configurations at a low computational cost. However, separated flows are not always well captured with RANS simulations, potentially yielding large errors on the velocity fields in the wake of the roughness elements and thus in the entire roughness-sublayer.

Given the previous discussion, it is apparent that neither purely experimental nor fully numerical results can be considered to investigate the relevance and the trends of the terms appearing in the DERM formulation for turbulent flows over roughness elements in the fully rough regime and at large friction Reynolds numbers. It is then proposed in this work to rely on a combination of both: RANS simulations are considered instead of DNS for meshing and computation cost reasons and experimental means are used to validate these simulations in regions of the flows that are accessible to an optical measurement setup. The DERM terms can then easily be extracted by volume-averaging the results obtained from the RANS simulations, providing a way to analyze the roughness drag and the turbulent and dispersive stresses induced by geometrical roughness elements.

The present article is organized as follows: The derivation of the DERM approach and details on the developed methodology are first introduced in Sec. II. Comparisons between RANS and experimental results are then detailed in Sec. III, providing confidence in the numerical results obtained. Based on these results, an analysis of the different terms requiring modeling in the DERM formulation is given in Sec. IV. Finally, the main findings and perspectives of this work are summarized in Sec. V.

## II. METHODOLOGY

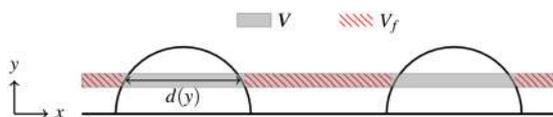
### A. Theoretical background

The discrete element roughness method finds its roots in the work of Schlichting<sup>15</sup> who noticed that roughness elements in a turbulent flow induce a blockage effect, ultimately promoting momentum and heat transfer at the wall. He further suggested that aerodynamic roughness effects could be modeled relying on a drag term in the momentum equation of motion. Building on this idea, the DERM intends to take into account the presence of roughness elements without explicitly resolving the flow around them. The present work follows the DERM formalism derived by Aupoix<sup>9</sup> who applied the volume-averaging method introduced by Whitaker<sup>16</sup> for porous media to the RANS equations in thin slices parallel to the reference surface, as illustrated in Fig. 1, yielding what may be called Double-Averaged Navier–Stokes (DANS) equations. With the two associated operators being commutative, this order of operations is of interest to take advantage of the existing RANS models. In the present work, the energy equation and compressible effects are not considered since we mainly focus on the aerodynamic effects induced by surface roughness in incompressible flows. The DANS continuity and momentum equations can then be written as

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{u}_j \rangle^f) = 0, \tag{1a}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\beta \langle \bar{u}_i \rangle^f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{u}_i \rangle^f \langle \bar{u}_j \rangle^f) \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \langle \bar{p} \rangle^f) + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} (\beta \langle \bar{u}_i \rangle^f) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \bar{u}_i \bar{u}_j \rangle^f) \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j dA - \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \bar{p} n_i dA \right] - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f), \end{aligned} \tag{1b}$$

where  $u_i$  refers to the velocity component in the  $i$ th direction,  $p$  refers to the pressure, and  $\mu$  refers to the fluid dynamic viscosity. With the present notation, primes represent r.m.s. amplitudes, overbars



**FIG. 1.** Schematic representing the control volume  $V$  used in the discrete element roughness method. The volume open to the flow is noted as  $V_f$ . The thickness of the control volume is exaggerated for the sake of clarity only.

denote ensemble averages, tildes represent spatial fluctuations, and  $\langle \cdot \rangle^f$  denotes an intrinsic averaged value. Furthermore,  $A_{fs}$  refers to the fluid/solid interface,  $n_j$  is the unit normal to the interface in the  $j$ th direction pointing from the surface to the fluid,  $V$  denotes the control volume, and  $\beta \equiv V_f/V$  is the blockage coefficient defined as the fraction of the control volume open to the flow. Some properties of the volume-averaging operator leading to these two equations are detailed in Appendix A.

Compared to the usual RANS momentum equation, the DANS momentum equation contains two new terms gathered in the last line of Eq. (1b). The first one is the roughness drag per unit volume defined as the sum of two integrals giving the viscous and the pressure forces acting on the roughness elements at an altitude  $y$ , respectively. The second term corresponds to the divergence of what is called the dispersive stress,<sup>9,17</sup> noted as  $-\beta \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f$ . This represents the momentum transfer due to spatial variations of the ensemble-averaged velocity between roughness elements and is a measure of the flow inhomogeneity induced by a rough surface.

This formulation of the DERM is of interest compared to the previous standard model as it extends the DERM approach to Navier–Stokes solvers. The standard model proposed by Taylor, Coleman, and Hodge<sup>6</sup> for turbulent boundary layer flows can still be recovered using boundary layer hypotheses, but two main differences arise: first, the location of the blockage coefficient  $\beta$  in the viscous stress term differs, and second, the dispersive stress formally appears. Interestingly, Hanson<sup>10</sup> recently implemented the DERM approach into a Navier–Stokes solver to capture ice-induced roughness effects on wings, with a particular emphasis on heat transfer predictions.<sup>18</sup> The model used by this author discards the dispersive stress and relies on the standard model closure for the roughness drag term. Given the relative success of the results obtained, it appears unclear if this approximation is justified because of negligible dispersive stress or if the drag term used was adequately designed to compensate for this simplification as suggested by Aupoix.<sup>9</sup>

### B. Description of the methodology

As detailed in Sec. I, we relied on a combination of numerical and experimental results to analyze the terms appearing in the DANS equations given by Eq. (1). More explicitly, RANS simulations detailed in Sec. II B 2 were performed over resolved, regularly distributed geometric roughness elements of  $k$ -type<sup>19</sup> described in Sec. II B 1 and for flow conditions experimentally investigated in previous works found in the literature. To complete the existing literature, a measurement campaign described in Sec. II B 3 was designed to particularly characterize the wake of hemispherical roughness elements in the fully rough regime. These experimental results are then used in Sec. III to assess the validity of the RANS simulations that are prone to provide inaccurate results in separated regions and in Sec. IV to provide further analysis of the DERM terms.

#### 1. Roughness configurations

Eight configurations with different geometrical and aerodynamic properties were considered in this work and are summarized in Table I. They were selected based on the availability of experimental results in the literature, the associated references being given in

**TABLE I.** Summary of geometric and aerodynamic parameters associated with all the simulated cases. The abbreviations H, C, and TC in the first column refer to the geometries of roughness elements considered and illustrated in Fig. 2.

Roughness sample	$D_0$ (mm)	$k$ (mm)	$L_x/D_0$	$L_z/D_0$	$k/\delta$ (%)	$u_\tau$ (m/s)	$U_e$ (m/s)	$k_s^+$	$\delta^+$	$Re_\infty (\times 10^5)$	References
H0	2.5	1.25	2	1	3.9	1.7	30	260	3627	0.64	Present
H1	1.27	0.635	2	1	1.41	2.81	58	300	8059	1.57	21
H2	1.27	0.635	4	2	1.7	2.59	58	75	6195	1.39	
C1	1.98	0.38	3.92	1.96	0.74	1.14	27.3	35	3538	0.85	13
C2	1.98	0.76	3.92	1.96	1.29	1.29	27.4	85	4591	0.97	
C3	1.98	1.52	3.92	1.96	2.16	1.42	27.2	240	6038	1.16	
TC1	1.27	0.635	2	1	1.41	2.81	58	300	8059	1.57	22
TC2	1.27	0.635	4	2	1.7	2.59	58	75	6195	1.39	

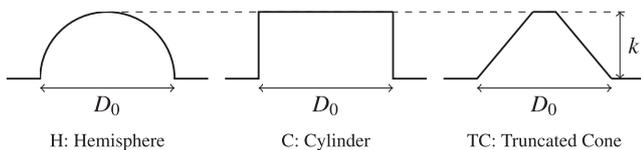
the last column of this table. As depicted in Fig. 2, three roughness geometries were investigated: hemispherical (H), circular cylindrical (C), and truncated conical (TC) shapes. All these roughness elements are thus characterized by a rotational symmetry around the vertical axis, the diameter of their circular base being noted as  $D_0$ . Each configuration is composed of identical roughness elements of height  $k$  uniformly distributed in a staggered arrangement, as illustrated in Fig. 3, where  $L_x$  and  $L_z$  are the streamwise and spanwise spacing parameters controlling the density of roughness elements. Because of the different values of mean friction velocity  $u_\tau$  obtained for each configuration, the simulations yielded friction Reynolds numbers  $\delta^+$  ranging from  $3.5 \times 10^3$  to about  $8.0 \times 10^3$  and inner-normalized equivalent sand grain heights  $k_s^+$  between 35 and 300. The values of  $k_s^+$  were calculated using the correlation of Nikuradse<sup>20</sup> that directly relates  $k_s^+$  to the downward velocity shift  $\Delta U^+$  described

in Sec. III A. Values of  $\Delta U^+$  were evaluated by comparing the inner-normalized velocity profiles with the reference smooth-wall law in the logarithmic region of the flow. The values of  $u_\tau$  used are given in Table I and were estimated in the experimental studies using the square root of the Reynolds stress in the constant shear stress region of the TBL.

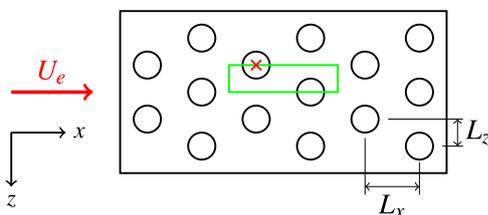
### 2. RANS calculations

The experimental works listed in Table I provide reference data on the effects of such roughness configurations in fully rough TBLs. RANS simulations were however performed considering periodic rough channel flows with mean friction velocities  $u_\tau$  similar to the ones estimated in the TBL cases. This choice is of practical interest since performing RANS simulations of TBL flows over such rough surfaces would require to account for a large number of resolved roughness elements in the longitudinal direction, significantly increasing the computational cost. Two main arguments may be provided to support this approach.

First, our main objective is to focus on the terms of the DERM that are mainly active in the roughness sublayer. Assuming a sufficient scale-separation between the height of the roughness sublayer that is on the order of  $k$  and the half-height of the channel  $h$  or the TBL thickness  $\delta$ , it can be reasonably expected that the flow outer region (that is different for these two types of flows) will not significantly influence the near-wall statistics provided that friction velocities and roughness geometries are similar. As shown in Table I, we ensured that the ratio  $k/\delta$  was always lower than 4%. We emphasize here that this assumption regarding the relative independence of the near-wall roughness-induced turbulence statistics on the characteristics of the flow outer region is not identical to the wall-similarity hypothesis suggested by Raupach, Antonia, and Rajagopalan<sup>23</sup> or Townsend<sup>24</sup> despite similar constraints on scale separation. Indeed, the wall-similarity hypothesis assumes similarity of the turbulence statistics in the logarithmic and outer regions of a given type of wall-bounded flow independent of the roughness morphology provided equal values of  $u_\tau$  and sufficient inner-outer scale separation (Jiménez<sup>12</sup> suggested that  $k/\delta$  should be less than 2.5%, while Flack, Schultz, and Connelly<sup>25</sup> showed wall-similarity for values up to 5% for uniform three-dimensional roughness). Here, we assume similar roughness wakes for two types of wall-bounded flows.



**FIG. 2.** Side view of the roughness elements simulated in this work and listed in Table I. The truncated cone configuration is characterized by an aperture of  $80^\circ$  yielding a diameter  $d(k) \approx 0.165D_0$  at its crest.

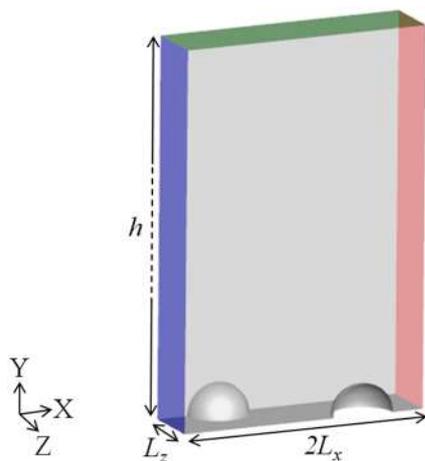


**FIG. 3.** View from above of a staggered configuration of roughness elements with circular cross sections representative of configuration H0 in Table I. The computational domain is highlighted by a green rectangle. The origin of the reference frame is indicated using a red cross located at the center of the base of a hemispherical roughness element.

It is expected nonetheless that the dynamics of the large-scale structures evolving in the outer region of the boundary layer should differ between TBL and channel flows, inducing slight turbulence structural changes in the form of different near-wall small-scale interaction and modulation effects. While no equivalent was found by the authors regarding rough surfaces, we note that the results discussed by Monty *et al.*<sup>26</sup> show good agreement between near-wall velocity statistics measured in zero-pressure-gradient smooth-wall TBL and channel flows at matched values of  $\delta^+$  and  $Re_\tau$  around 3000, structural differences being only manifest in the energy spectra.

Second, we can also argue that RANS turbulence models are not dependent on the type of flow considered. Transport equations of turbulent scalars are local, and in the context of shear flows, they only depend on the mean velocity gradient. As a consequence, assuming negligible boundary layer growth effects in TBLs and minor pressure gradient effects on the roughness wakes in channel flows, performing RANS calculations of TBL or channel flows over rough surfaces should provide similar velocity statistics in the roughness sublayer region, provided again similar inner velocity and length scales and small values of  $k/\delta$ .

From these considerations, the computational domain was restricted to a streamwise-periodic and spanwise-symmetric pattern of the rough surface with dimensions of  $2L_x \times L_z$ , as illustrated in Figs. 3 and 4. A vertical symmetry was further considered on the upper boundary, ensuring the simulation of a fully developed channel flow. The streamwise, wall-normal, and spanwise coordinates are noted as  $x$ ,  $y$ , and  $z$ , respectively. For each configuration, the channel half-height  $h$  was set equal to the boundary layer thickness  $\delta$  of the reference experimental case, ensuring equality of the ratios  $k/\delta$  and  $k/h$ . Consistent with the previous discussion, we further imposed for each configuration that the channel friction Reynolds number  $Re_\tau$  equated the experimental value  $\delta^+$  of the TBL flow, leading to identical friction velocities in both numerical and experimental cases.



**FIG. 4.** Representation of the computational domain for the staggered configuration of hemispheres H0 in Table I (not at scale).  $h$  denotes the channel half-height.

All the simulations were performed using a hexahedral grid stretched in the three spatial directions to provide a refined mesh in the vicinity of the roughness elements able to satisfactorily capture the structure of the flow in these regions. The number of cells used depended on the roughness configuration studied, but it was ensured that the minimum mesh size  $\Delta y^+$  in the wall-normal direction was maintained around 1.00 for each configuration.

The simulations were performed using the solver CHARME from the multi-solver platform CEDRE<sup>27</sup> developed at ONERA. A second order Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws-type scheme was used for spatial discretization, and a GMRES implicit scheme was employed for time integration with local time steps to speed up convergence. The convergence was monitored using the history of the mass flow rate across the upstream and downstream boundaries and was usually reached after several hundred iterations. The  $k$ - $\epsilon$  turbulence model<sup>28,29</sup> was used. Finally, a source term was added to the Navier–Stokes equations to balance the streamwise pressure drop of the channel flow. This source term takes the form of a unidimensional uniform force field, and its streamwise component noted as  $f_x$  is such that

$$\tau_w S = \rho f_x V, \quad (2)$$

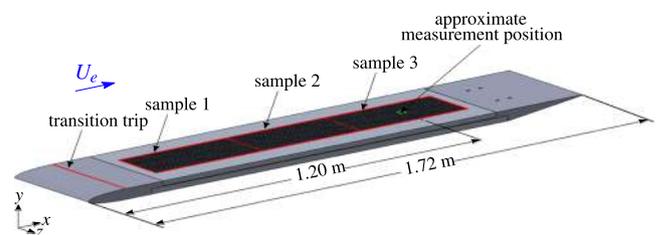
where  $\tau_w$  is the sum of the viscous shear stress at the wall and the total (viscous and pressure) drag acting on the roughness elements in the control volume,  $\rho$  is the fluid density,  $S$  is the area of the rough surface, and  $V$  is the volume of the computational domain. Noting that  $\tau_w = \rho u_\tau^2$ , the source term is directly determined by the friction velocity.

### 3. Experimental details

Among the references listed in Table I, only the experimental work of George<sup>13</sup> performed on circular cylindrical roughness elements gives extensive details on the structure of the flow in the roughness sublayer. To provide further experimental data for validation of our RANS simulations, a measurement campaign was set up to particularly analyze configuration H0.

This experiment was conducted in a subsonic open-return wind-tunnel at ONERA that has a 1.8 m-long test section with cross-sectional dimensions of  $0.3 \times 0.4 \text{ m}^2$  (height  $\times$  width). This wind-tunnel operates under atmospheric conditions and draws air into the working section through a settling chamber and a converging nozzle with an aspect ratio of 16, providing a turbulence rate lower than 0.5% at a velocity of  $30 \text{ m s}^{-1}$  on the test-section centerline.

A 1.72 m-long flat plate, shown in Fig. 5, composed of an elliptical leading edge, a sample holder, and a sharp trailing edge was

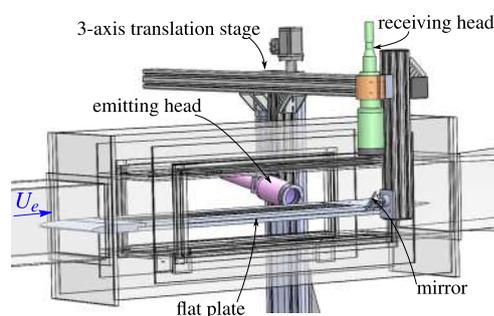


**FIG. 5.** General layout of the flat plate housing three rough surface samples made of hemispheres distributed in a staggered arrangement (configuration H0 in Table I).

positioned inside the working section. The boundary layer developing on its upper side was tripped using a 1 mm diameter wire placed 14 cm downstream of the leading edge. The sample holder was machined to house three  $0.36 \times 0.2 \text{ m}^2$  ( $L \times W$ ) rough surface samples centered spanwise. Velocity measurements were performed over smooth and rough wall conditions at a nominal external velocity  $U_e = 30 \text{ m s}^{-1}$  above the center of the third sample, that is, about 1.06 m downstream the laminar/turbulent trip. For both conditions, the growth of the boundary layers developing over the flat plate and the roof of the test section induced a slight pressure gradient leading to an average freestream velocity gradient of about  $0.4 \text{ m s}^{-1}/\text{m}$  within the working section. The corresponding acceleration parameter  $K \equiv (v/U_e^2) dU_e/dx$  was lower than  $0.5 \times 10^{-7}$  such that, following recommendations provided by De Graaff and Eaton,<sup>30</sup> the effects of the pressure gradient on the TBL were considered as negligible. The velocity statistics obtained on a smooth-wall configuration were observed to compare favorably with the existing experimental literature on zero-pressure-gradient TBL, providing confidence in the quality of the present experimental setup.

The rough surface studied consisted of a staggered configuration of 2.5 mm diameter hemispheres. This configuration is similar to the one used in works conducted at the Mississippi State University.<sup>21,22</sup> The diameter of the hemispheres was chosen to provide an equivalent sand height in a wall-unit  $k_s^+$  of about  $3.0 \times 10^2$  with the present configuration and flow conditions.

Velocity measurements were performed using a two-component Laser Doppler Velocimetry (LDV) system set up to allow measurements of streamwise and wall-normal velocity components. This system shown in Fig. 6 relied on two continuous solid-state lasers providing 500 mW beams at wavelengths of 514.5 nm (green, Spectra Physics) and 488 nm (blue, Coherent Genesis MX SLM). The measurement volume was defined by the intersecting laser beams as a prolate spheroid with a small axis of about  $7.5 \times 10^1 \mu\text{m}$  and a long axis of about  $6.0 \times 10^{-1} \text{ mm}$ . Flow seeding was performed using an aerosol generator (Topas ATM 210H atomiser) providing droplets of mineral oil [Di-Ethyl-Hexyl-Sebacate (DEHS)] with a mean diameter of about  $0.3 \mu\text{m}$  according to the manufacturer. A local and dense seeding of the flow at the measurement location on the flat plate was achieved by suitably placing the atomizer output just downstream the settling chamber entrance. No anomalous



**FIG. 6.** Schematic of the experimental setup showing a 2C LDV system in forward-scattering configuration mounted on a 3-axis translation stage over the wind-tunnel test section.

disturbance was observed to be introduced in the velocity statistics using this seeding method. The emitting and the receiving heads were mounted in a forward-scattering configuration on a three-axis translation stage, as illustrated in Fig. 6. The emitting head was further tilted with an angle of about  $10^\circ$  with respect to the horizon to facilitate velocity measurements between roughness elements. Acquisitions were performed in coincidence mode with at least  $5.0 \times 10^4$  samples per point. Finally, post-processing was performed using the ONERA software Assa.<sup>31</sup>

Confidence intervals for mean velocity magnitudes and covariances were determined using a bootstrap algorithm detailed by Benedict and Gould<sup>32</sup> and implemented in Assa. The bootstrap procedure briefly consists in randomly drawing (with replacement) a large number of samples from the original set of data. A 95% confidence interval for each statistical parameter is then directly estimated. Assuming nearly Gaussian distributions, a standard deviation  $\sigma$  can be estimated from such confidence intervals that are then written as  $\pm 1.96\sigma$ . Based on this procedure, the maximum measurement uncertainties for the mean streamwise velocity and the Reynolds shear stress are estimated to be  $\sigma(U^+) = 0.3$  and  $\sigma(-\overline{u'v'^+}) = 0.12$ , where  $-\overline{u'v'^+}$  is defined in Sec. III A.

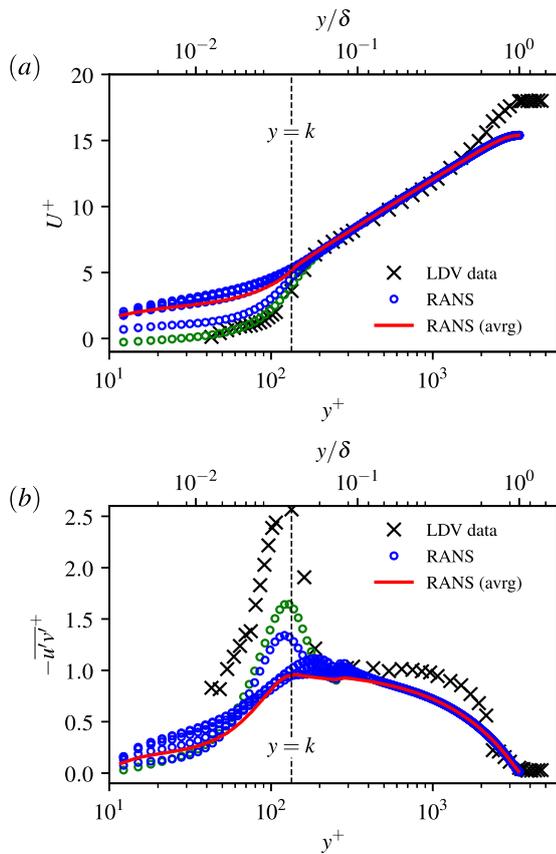
### III. VALIDATION

Before examining in detail the DERM terms associated with the roughness elements presented in Sec. II B 1, the relevance of the roughness-resolved RANS simulations is assessed. This is achieved by comparing velocity statistics yielded by RANS simulations with the experimental data cited in Table I. Note that these experimental data were extracted from various sources that do not provide similar levels of description. Particularly, only streamwise velocity profiles were available for configurations H1, H2, TC1, and TC2, while streamwise and normal velocity fields were available for configurations H0, C1, C2, and C3. For conciseness, only these last cases are then fully discussed here as they provide a richer analysis, but satisfactory agreement was also obtained with the four other configurations.

#### A. Turbulence statistics

The velocity statistics extracted from the RANS simulation performed on configuration H0 are compared in Fig. 7 with the experimental data measured by LDV in the present work. Only one experimental profile measured behind a roughness element at  $x = D_0$  and  $z = 0$  is shown, while several profiles were extracted from the numerical results to highlight variations in the roughness-sublayer. In addition, as mentioned previously, a slice-averaged profile can be easily evaluated from RANS results and is overlaid in this figure. Figure 7(a) presents inner-normalized streamwise velocity profiles, while Fig. 7(b) shows the corresponding inner-normalized Reynolds shear stress profiles. The location of the origin of the reference frame used is shown in Fig. 3 with  $y = 0$  corresponding to the base of the roughness elements.

As observed in Fig. 7(a), a satisfactory agreement is obtained on the streamwise velocity profiles between numerical and experimental data over the entire extent of the logarithmic region. In the context of TBL over rough surfaces, this logarithmic region is usually



**FIG. 7.** Comparison between numerical results and experimental data for configuration H0. (a) displays the inner-normalized streamwise mean velocity profiles, and (b) shows the inner-normalized Reynolds shear stress profiles. The blue empty dots show profiles extracted at several locations within the computational domain, while the green empty dots describe the profile extracted at the location where the experimental profile was measured ( $x/D_0 = 1$ ,  $z/D_0 = 0$ ). The solid red line represents the volume-averaged RANS results.

written as

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y - \epsilon)^+ + A - \Delta U^+, \quad (3)$$

where  $\kappa \approx 0.4$  and  $A \approx 5.5$  are the von Kármán constant and the intercept parameter, respectively, and whose values may vary depending on the type of smooth wall-bounded flow considered.<sup>33</sup> Compared to a smooth-wall case,  $\Delta U^+$  represents a shift in the logarithmic law that is induced by roughness momentum absorption and is termed the roughness function.<sup>12</sup> Finally,  $\epsilon$  is a parameter representing a wall origin correction that accounts for the overall vertical displacement of the flow in the presence of roughness<sup>19</sup> and may be linked to the altitude at which the average drag force acts on the roughness elements.<sup>34,35</sup> This parameter is usually difficult to evaluate for complex rough surfaces and may introduce uncertainties when comparing numerical and experimental results. In the present case, with the roughness elements being distributed over an otherwise flat surface,

this difficulty is bypassed by directly comparing the profiles represented as a function of  $y$ , without correction by  $\epsilon$ . This convention is adopted for all the following profiles.

It can be concluded from Fig. 7(a) that the RANS simulation performed with matched parameters (equivalent friction velocities and a channel half height  $h$  equal to the TBL thickness  $\delta$ , thus, such that  $Re_\tau = \delta^+$ ) predicts a downward velocity shift  $\Delta U^+$  and thus a roughness-induced aerodynamic effect in good accordance with experimental results. Furthermore, it can be observed that the experimental velocity profile compares favorably in the roughness sublayer ( $y < 3k$ ) with the numerical one extracted at the same location, differences in  $U^+$  being lower than  $5.0 \times 10^{-1}$  that is within the estimated 95% confidence interval. These observations thus provide a first support to the validity of the present approach in numerically reproducing the mean velocity fields in both the logarithmic layer and the roughness sublayer of a TBL over such a rough surface.

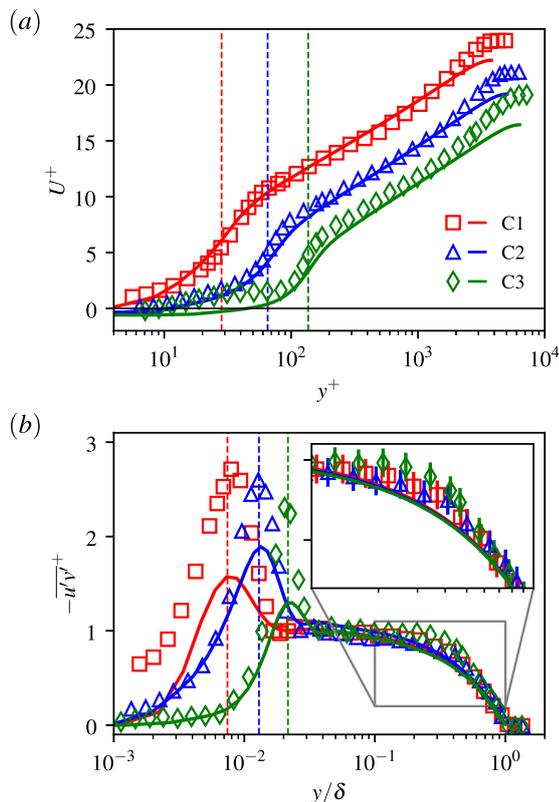
Some discrepancies however appear in the outer region of the flow, with different values of  $U_e^+$  reached in experimental and numerical results. Here,  $U_e$  refers equally to the mean axial velocity outside of the TBL or at the center of the channel. This difference may be expected since TBLs and channel flows have different wake regions at matched friction Reynolds numbers, as observed in the experimental work of Monty *et al.*<sup>26,36</sup> dealing with smooth-wall conditions.

The Reynolds stress profiles depicted in Fig. 7(b) show more pronounced differences. Comparing experimental and numerical profiles obtained at a similar location, a large peak is predicted by RANS simulations at an altitude  $y = k$  in agreement with the measurements, but with an amplitude lower by about 30%. Based on the estimated LDV uncertainties given in Sec. II B 3, this discrepancy is more likely the result of some limitations of RANS simulations rather than experimental ones, thus suggesting that the RANS results underestimate the velocity fluctuations in the roughness sublayer. These numerical Reynolds stress profiles also highlight a behavior in the logarithmic layer and the outer region (for  $y^+ \gtrsim 600$  or  $y/\delta \gtrsim 0.3$ ) that deviates from the one measured in TBL flows. Indeed, for a fully developed channel flow, the double-averaged streamwise momentum equation reduces to

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle^f}{\partial x} = - \frac{\partial \langle \bar{u}'v' \rangle^f}{\partial y} \quad (4)$$

in the outer region since both viscous and dispersive stress gradients become negligible,  $\beta = 1$ , and the roughness drag force is zero above the roughness crests. With the pressure gradient being constant (also equal to the source term  $\rho f_x$ ), a linear decrease in Reynolds stress is observed in the channel-flow outer region that is in contrast with the plateau appearing in TBLs as measured by LDV.

A similar analysis was performed on the three configurations of cylindrical roughness elements studied by George.<sup>13</sup> Figure 8 shows a comparison between experimental data and RANS results for configurations C1, C2, and C3 at the location defined by  $x/D_0 = 1.39$  and  $z/D_0 = 0$ . As illustrated in Fig. 8(a), a satisfactory agreement is obtained on the streamwise mean velocity profiles, indicating a reasonable prediction of the velocity shift  $\Delta U^+$ . The experimental uncertainty on  $U^+$  was estimated by George<sup>13</sup> to be around  $\pm 0.3$  and is not depicted for the sake of clarity since error bars would have



**FIG. 8.** Comparison between RANS results and experimental data reported by George<sup>13</sup> for the three cylindrical roughness configurations. (a) presents a comparison of the inner-normalized streamwise velocity  $U^+(y^+)$ , while (b) shows the inner-normalized Reynolds shear stress profiles. The legend of both plots is shown in (a). For each case, the open symbols refer to experimental data measured at a given location ( $x/D_0 = 1.39$ ,  $z/D_0 = 0$ ), while the continuous lines represent the corresponding RANS results.

nearly the same size as the markers used. It can thus be observed that the RANS velocity profiles lie within these experimental uncertainties for the two smallest cylindrical configurations C1 and C2 in a region extending from the wall to the top of the logarithmic layer. Concerning configuration C3, larger differences are observed, especially in the roughness sublayer where negative velocities are predicted by the RANS simulation at this location. This is a consequence of a prediction error on the extent of the roughness recirculation region, a point that is discussed in more detail in Sec. III B.

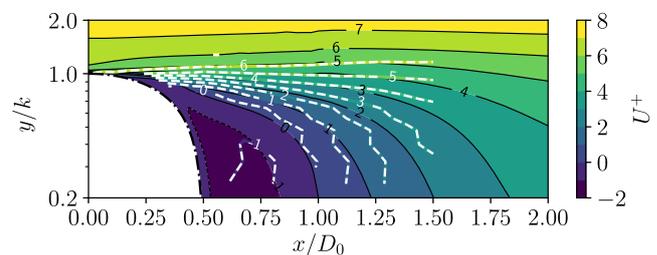
A comparison of the normalized Reynolds shear stress profiles for these three configurations is given in Fig. 8(b). Similar to the hemispherical configuration, a satisfactory agreement on the shape of the profiles is obtained when comparing experimental and numerical results. Compared to experimental results, the peak amplitude at  $y = k$  yielded by RANS simulations is however again underestimated by about 30%–40% in the three cases. Furthermore, RANS profiles also display underestimated values of Reynolds stress levels in the outer region of the boundary layer around  $y/\delta = 0.3$ . These observations are consistent with the ones reported on configuration H0.

We conclude that the RANS simulations performed following the approach detailed in Sec. II B 2 provide results that compare favorably with measurements obtained in TBLs over rough surfaces. Some differences nonetheless exist on both mean velocity and Reynolds stress profiles. First, RANS simulations are likely yielding underestimated velocity fluctuations in the roughness sublayer, and the extent of the roughness elements' recirculation region may not be perfectly captured. Yet, given the decent predictions of the profiles shapes in the roughness sublayer, we suggest that such RANS results, even if perfectible, still provide an interesting approximate description of the velocity statistics around the roughness elements and that correct trends could be expected for the present roughness configurations when analyzing the associated DERM terms. Second, discrepancies were observed on the mean velocity and Reynolds shear stress profiles in the outer region of the simulated flow, resulting from the different types of flow considered in the simulations. It is nonetheless expected that such differences do not significantly bias the analyses conducted in Sec. IV as the present work mainly focuses on the terms of the DERM that are active in the roughness sublayer, a large scale separation existing between the two regions, as discussed in Sec. II B 2.

## B. Roughness wakes

To support the previous conclusions regarding the relevance of the RANS simulations in providing satisfactory velocity statistics in the roughness sublayer, a more global analysis of the roughness elements wakes is now conducted. First, the numerical results are compared with experimental data within the roughness wake region in order to assess the ability of the RANS simulations to predict the flow detachment downstream the roughness elements. Then, a detailed description of the flow topology in the vicinity of the roughness elements is performed based on the RANS simulation results.

Figure 9 shows the inner-normalized mean axial velocity distribution in the  $(xy)$  plane behind a roughness element and at the transverse location  $z/D_0 = 0$  for configuration H0. LDV measurements obtained in the present work are represented using white dashed contour lines superposed on filled contours of  $U^+$  extracted from the RANS simulation. Note that the LDV measurements were performed at altitudes  $y/k \geq 0.25$  because of laser light reflections



**FIG. 9.** Contours of  $U^+$  in the  $(xy)$  plane at  $z/D_0 = 0$  for case H0 in the wake of a hemispherical roughness element displayed using a dashed-dotted line. The non-circular shape of the roughness is due to the vertical logarithmic scale. The filled contours were extracted from the RANS simulation, while the white dashed lines show the contours obtained from the present LDV measurements.

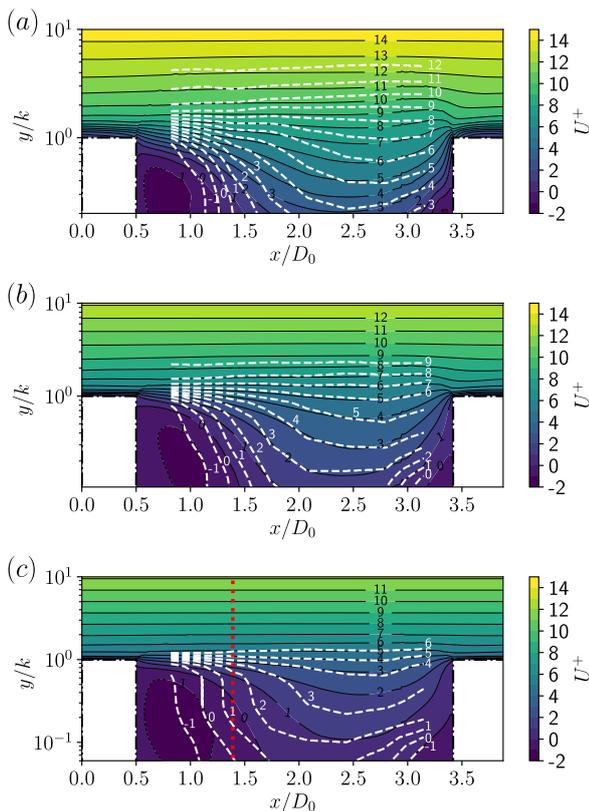
at the wall preventing acquisitions at lower stations. A satisfactory agreement is observed between experimental and numerical results. The recirculation zone delimited by a null axial velocity is correctly captured by the RANS simulation. Slight discrepancies can nonetheless be observed right above the roughness element crest and downstream of the recirculation area where RANS results appear to underestimate the mean axial velocity by  $\delta U^+ \approx 1$  at most in the region of interest.

Relying on the experimental work of George,<sup>13</sup> a similar analysis was performed on the three configurations of cylindrical roughness elements. Contours of inner-normalized mean axial velocity yielded by RANS simulations and LDV measurements obtained in the  $(xy)$  plane at  $z/D_0 = 0$  are shown in Fig. 10 for the three cases C1, C2, and C3. The recirculation zones downstream of the roughness element in the cases C1 and C2 [Figs. 10(a) and 10(b), respectively] compare rather favorably with the experimental results. In the flow deflection region, downstream the recirculation region, some discrepancies can be observed when comparing numerical and experimental contour levels. A maximum difference of  $\delta U^+ \approx 1$  is obtained, the RANS simulation globally underestimating the

experimental results. This difference propagates above the crest of the roughness elements and is significantly reduced around  $y/k \approx 2$  for configuration C1. Since the experimental and the numerical velocity profiles shown in Fig. 8(a) are in close agreement, it can be reasonably expected that such a trend would have also been obtained for configuration C2 if more measurements were available above the roughness elements. It is reminded that the measurement uncertainties on  $U^+$  were estimated by George<sup>13</sup> to be about  $\pm 0.3$ . Based on this result and on the maximum differences in  $U^+$  observed, we consider that the present results are satisfactory, reproducing the mean flow topology on these two cases. The fields of  $V^+$  and  $-\overline{u'v'}$  are not shown here for conciseness, but similar conclusions were obtained, providing further validation of the present simulations.

While these flow velocity fields do not allow a precise comparison of velocity profiles, they nonetheless provide estimates of flow reattachment positions downstream of the roughness element and separation positions upstream of the subsequent one. These positions are listed in Table II for configurations H0, C1, C2, and C3. In most of the cases, the RANS simulations predicted separation and reattachment positions to be in good agreement with the experimental ones, with an error lower than 7.5%. Two cases, however, stand out: separation in case C1 and reattachment in case C3. Regarding the first case, we emphasize that George<sup>13</sup> relied on flow visualization pictures, a technique that may yield significant uncertainties, and not on LDV results to provide such estimates. For the second case, the RANS simulation is likely questionable, predicting a more elongated recirculation zone downstream the roughness element compared to measurements, as illustrated in Fig. 10(c). This extended recirculation region explains the discrepancies in velocity profiles previously observed in Fig. 8(a) at the axial location  $x/D_0 = 1.39$  that is highlighted in Fig. 10(c) using a red dashed line.

The results of this section support that predictions of near-wall turbulent flow statistics over several academic rough surfaces are in overall satisfactory agreement with experimental data obtained in equivalent rough-wall TBLs, except for configuration C3. For that particular configuration, the discrepancies observed in the roughness wake region will likely significantly bias an analysis of the associated DERM terms. As a consequence, this configuration will not be discussed further in Sec. IV. This result emphasizes that particular care should be taken when using RANS simulations in such an analysis of roughness-induced near-wall velocity fields.

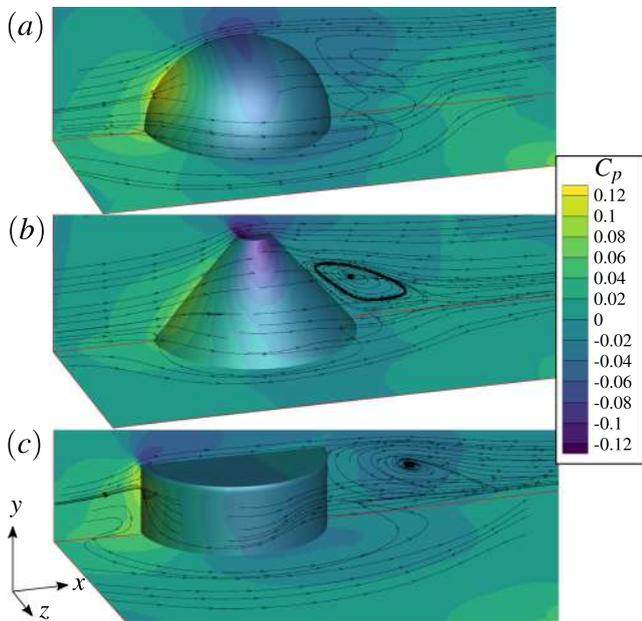


**FIG. 10.** Contours of  $U^+$  in the  $(xy)$  plane at  $z/D_0 = 0$  for cases (a) C1, (b) C2, and (c) C3 in the wake of a cylindrical roughness element displayed using a dashed-dotted line. The filled contours are extracted from the RANS simulation, while the white dashed lines show the contours obtained from the LDV measurements by George.<sup>13</sup> The vertical red dotted line in (c) highlights the measurement position of the streamwise velocity profile shown in Fig. 8.

**TABLE II.** Axial positions of flow separation and reattachment around roughness elements. For the RANS simulations, these positions are determined at the minimum altitude for which experimental data are available.

Case	Reattachment location ( $x/D_0$ )			Separation location ( $x/D_0$ )		
	Exp.	RANS	Error (%)	Exp.	RANS	Error (%)
H0	0.99	0.97	2	Not available		
C1	1.24	1.28	3.2	2.27	3.22	41.9
C2	1.34	1.44	7.5	3.05	3.17	3.9
C3	1.41	1.69	19.9	2.86	3.02	5.6

Based on the numerical results, the behavior of the flow in the vicinity of the roughness elements is now discussed. Compared to a smooth-wall configuration, the presence of the roughness elements induces a local solid blockage on the near-wall flow. This is exemplified in Fig. 11 for three different roughness geometries using streamlines and contours of pressure coefficient  $C_p$  on the surface of the roughness elements in the median plane ( $z = 0$ ) and at the wall ( $y = 0$ ). The pressure coefficient is defined by  $C_p = (p - p_e)/q_e$ , where  $p$  represents the local static pressure and  $p_e$  and  $q_e$  denote the mean static and dynamic pressures in the channel mid-plane, respectively. Schematically, because of the 3D nature of the rough surfaces, the flow bypasses the roughness elements in two different ways with streamlines components mainly contained in the two orthogonal planes ( $xz$ ) or ( $xy$ ). Near the roughness elements base, the fluid is mainly deviated on the sides by rotation around the  $y$  axis. Oppositely, near the roughness elements' crest, the streamline deviations mainly occur in the ( $xy$ ) plane. The vertical extent of the transition between these two behaviors is geometry-dependent and appears to generally occur above the high pressure region on the upstream facing part of the roughness elements. While this transition is rather localized around  $y/k \approx 7.5 \times 10^{-1}$  for the cylindrical roughness case, it is significantly more spread in the vertical direction for the conical roughness case. The hemispherical roughness case appears to lie in-between. This can be understood by observing that approximately in the lower half part of the roughness element, the vertical component of the fluid/roughness interface unit vector  $n_y$  is close to 0 as in the cylindrical case, while in the upper half part,  $n_y$  varies from intermediate values, as in the conical case, up to 1 at the element crest. As highlighted in Sec. IV A 3, it is believed that,



**FIG. 11.** Mean flow streamlines in the vicinity of the roughness elements for the configurations (a) H0, (b) TC1, and (c) C2. Contours of the pressure coefficient  $C_p$  are depicted on the surface of the roughness elements, in the median plane ( $z = 0$ ), and at the wall ( $y = 0$ ).

together with the extent of the separation downstream of the roughness elements, these two schematic behaviors directly influence the profile of dispersive stress since correlation is reported between this stress and deviations of vertical velocity here particularly observed at the roughness crest. These behaviors also influence the amplitude of the pressure drag force acting on the roughness elements. As illustrated in Fig. 11, high local pressure coefficients  $C_p$  are observed on the upstream facing part of the roughness elements due to the fluid being slowed down when bypassing these elements. In contrast, flow separation downstream of the roughness elements induces an almost homogeneous distribution of quasi-null  $C_p$  values. This difference of  $C_p$  distribution between the upstream and downstream parts gives rise to a pressure drag force acting on the roughness elements that is more quantitatively discussed in Sec. IV A 1. Here, it is observed that the separated regions induce similar  $C_p$  values on the rear-facing parts of the roughness elements. This suggests that the differences in the drag coefficient between these rough cases are mainly the result of differences in  $C_p$  values reported on the upstream facing parts.

#### IV. RESULTS AND DISCUSSION

The conclusions drawn in Sec. III gave confidence in the RANS simulations results obtained within the roughness sublayer, except for configuration C3. These numerical results are now further processed to particularly analyze three terms appearing in the DANS momentum equation (1): the average roughness drag, the turbulent stress (more precisely, the turbulent viscosity associated with this stress), and the dispersive stress. We restrict this study to rough-wall fully developed turbulent channel flows for which Eq. (1) for the streamwise velocity component reduces to

$$\beta \frac{d\langle \bar{u} \rangle^f}{dt} = 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \beta \langle \bar{p} \rangle^f}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} - \beta \langle \bar{u}'v' \rangle^f - \beta \langle \bar{u} \bar{v} \rangle^f \right] + \frac{1}{\rho} F_D(y), \quad (5)$$

where  $F_D(y)$  is the slice-averaged roughness drag per unit volume. This roughness drag can be decomposed into a viscous drag and a pressure drag, referred to as  $F_{D,v}(y)$  and  $F_{D,p}(y)$ , respectively, such that

$$F_D(y) \equiv \underbrace{\frac{\mu}{V} \int_{A_{fs}} \frac{\partial u}{\partial x_j} n_j dA}_{F_{D,v}} + \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_{fs}} (-\bar{p}) n_x dA}_{F_{D,p}}. \quad (6)$$

The three terms of interest are evaluated by slice-averaging the RANS simulations results to provide intrinsic averaged variables. An analysis of these terms is performed in Sec. IV A. Their respective contributions to the global stress and to the skin friction coefficient are then detailed in Secs. IV B 1 and IV B 2, respectively.

#### A. Analysis of the DERM terms

##### 1. Roughness drag

The roughness drag expressed in Eq. (6) is usually modeled in the DERM approach relying on a drag coefficient  $C_d(y)$  such that

$$F_D(y) = \frac{1}{2} \rho \frac{d(y)}{L_x L_z} \left( \langle \bar{u} \rangle^f \right)^2 C_d(y), \quad (7)$$

where  $d(y)$  refers to the roughness local diameter and  $\langle \bar{u} \rangle^f$  is the local intrinsic averaged streamwise velocity. This roughness drag term needs to be properly modeled as it plays a central role in the skin friction increase induced by roughness elements.

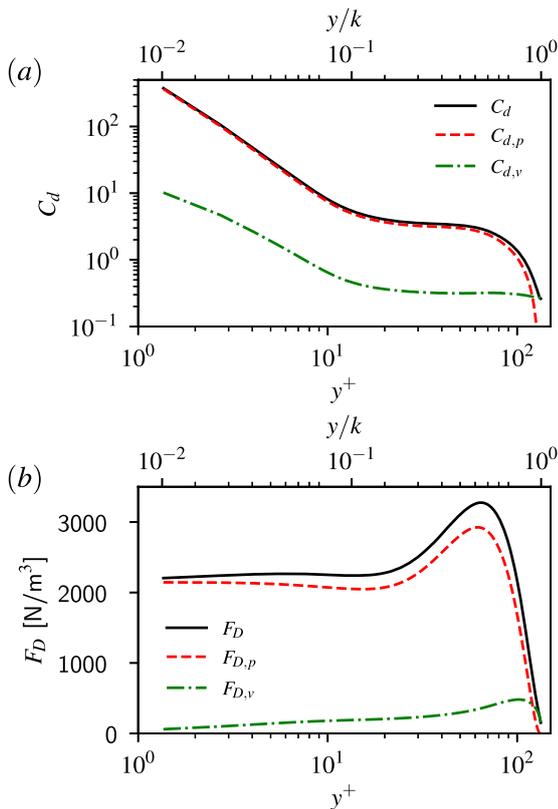
Integrating the viscous and pressure stresses over the roughness elements surface yields a distribution of roughness drag  $F_D(y)$  from which one deduces  $C_d(y)$  based on Eqs. (6) and (7). These two distributions evaluated for configuration H0 are represented in Fig. 12 where the contributions of viscous and pressure terms are also given. As expected for the present case of a fully rough turbulent channel flow, the pressure drag is the main contributor over the major part of the roughness element: it represents more than 90% of the total drag up to  $y/k = 0.1$  and more than 80% up to  $y/k = 0.7$ . The viscous drag only becomes predominant over the last 11% of the roughness height since wall shear stress increases and flow separation effects are reduced toward the roughness crest.

The roughness drag distribution depicted in Fig. 12(b) is characterized by a plateau in the range  $0 < y/k < 0.2$ , a peak value at  $y/k \approx 0.7$ , and a large decrease near the roughness element crest for  $y/k > 0.8$ . The plateau results from an almost constant difference of static pressure between the forward and the rear facing parts of the element, the separated flow yielding an almost homogeneous

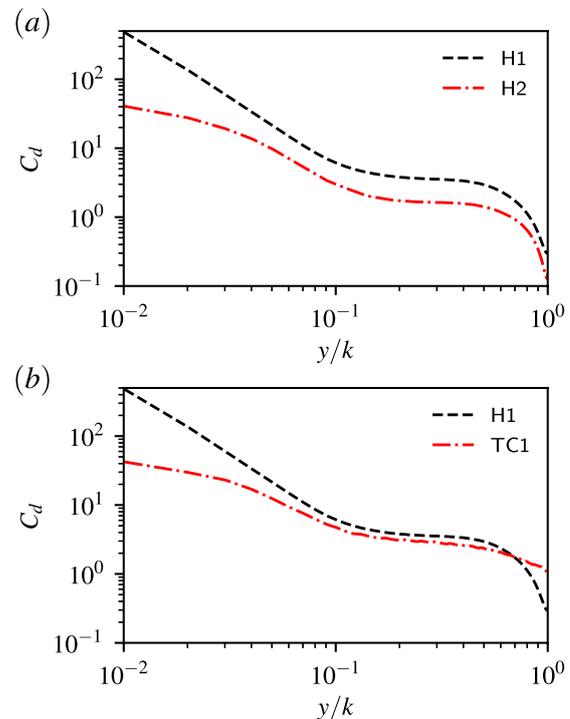
low pressure distribution over the latter. The peak value is obtained around the altitude of the stagnation point, with a location in agreement with the DNS results of Wu, Christensen, and Pantano<sup>37</sup> who reported  $y/k \approx 0.65$  for comparable configurations at  $Re_\tau \leq 600$ . Finally, the drag decrease near the element crest results from the decreasing element diameter, yielding a vanishing pressure drag but a non-zero viscous drag.

The effect of roughness density on this average roughness drag coefficient can be observed in Fig. 13(a) that compares the results obtained with configurations H1 and H2. The streamwise and spanwise spacings of roughness elements in configuration H2 are twice the ones of configuration H1, leading to a roughness density reduced by a factor 4 and a significant relative reduction of  $C_d$  at all altitudes. This reduction appears to be a non-trivial function of  $y/k$ , and a detailed analysis revealed that the larger spacings between roughness elements of configuration H2 modified the separation zone behind the roughness elements: less intense separations are observed, leading to higher pressure values behind a roughness element and thus lower pressure differences between its forward and rear facing parts. With both configurations having solidities  $\lambda$  lower than 0.15 ( $\lambda_{H1} = 0.098$  and  $\lambda_{H2} = 0.025$ , where  $\lambda$  is the ratio of the frontal area to the base surface area of a roughness element), they can be considered as being sparse.<sup>12</sup> This observation of a decreasing global pressure drag with a decreasing density is then consistent with the work of Schlichting reported by Jimenez,<sup>12</sup> for instance.

The geometry of the roughness elements along  $y$  also appears to influence the average roughness drag coefficient. This can be



**FIG. 12.** Distribution of the roughness drag (a) coefficient  $C_d$  and (b) force per unit volume  $F_D$  along a hemisphere of configuration H0. For both plots, the red dashed line denotes the pressure contribution to the drag, while the green dashed line shows the viscous contribution.



**FIG. 13.** Effect of (a) roughness density and (b) roughness geometry on the distribution of roughness drag coefficient  $C_d$ .

observed in Fig. 13(b) that displays the profiles of  $C_d$  for the configurations H1 and TC1. Clear differences are observed at the base and at the crest of the roughness elements, with configuration H1 providing an overall larger roughness drag coefficient than the configuration TC1. Interestingly, it was observed that these two configurations however provide similar total friction stresses  $\tau_w$  at identical aerodynamic conditions, with  $\tau_w$  being the sum of the viscous drag acting on the flat plate between the roughness elements and the roughness drag such that

$$\tau_w = \left( \mu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} \right)_{y=0} + \int_0^h F_D dy. \quad (8)$$

This implies that, compared to configuration H1, the truncated cones generated larger friction levels on the flat plate, induced by overall larger mean axial flow velocity gradients at the wall.

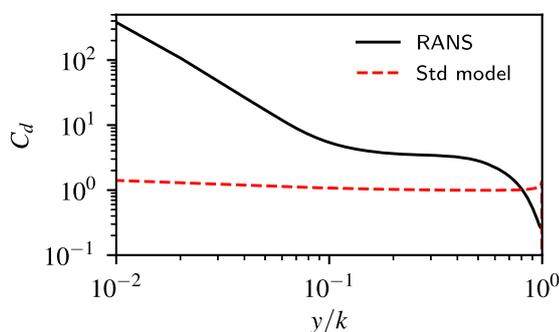
These observations suggest that an accurate model for  $C_d$  should thus be non-local since it does not depend only on the local diameter of the roughness elements in the slice considered at an altitude  $y$  and since it also depends on the arrangement and density of roughness elements. This conclusion appears to be in contrast with the drag coefficient closure developed for the standard DERM model that was previously developed for boundary layer flows.<sup>6,9</sup> For this model, an expression for the drag coefficient  $C_d$  was derived based on the work of Žukauskas<sup>38</sup> and it was tuned by Taylor, Coleman, and Hodge<sup>6</sup> to account for a revision of the results obtained by Schlichting.<sup>15</sup> The drag coefficient was expressed as a function of the Reynolds number based on the local roughness diameter  $d$  and the streamwise velocity  $\langle \bar{u} \rangle^f$ ,

$$Re_d \equiv \frac{d \langle \bar{u} \rangle^f}{\nu}, \quad (9)$$

such that

$$C_d = \begin{cases} \left( \frac{Re_d}{1000} \right)^{-0.125} & \text{if } Re_d \leq 6.0 \times 10^4 \\ 0.6 & \text{if } Re_d > 6.0 \times 10^4. \end{cases} \quad (10)$$

This model was validated by Taylor, Coleman, and Hodge<sup>6</sup> for  $Re_d$  up to  $2.5 \times 10^4$  and was used on various roughness configurations in the literature.<sup>39,40</sup> Figure 14 provides a comparison of two drag coefficient profiles, one extracted from the RANS simulation



**FIG. 14.** Comparison of the roughness drag coefficient extracted from the RANS simulation with the standard DERM closure for the H0 hemisphere configuration.

conducted on configuration H0 and the other given by Eq. (10) for the same roughness geometry. Clearly, the drag coefficient profile obtained using the standard closure relation largely underestimates the one extracted from the RANS computation by one to two orders of magnitudes along the  $y$  axis. Similar results were obtained for the other rough surfaces investigated, suggesting that with the present DERM formulation, this drag coefficient model is not adequate and needs to be improved. Developing a new model is out of the scope of the present work, but the present RANS results are expected to initiate a database allowing to reach such an objective.

## 2. Turbulent viscosity and Reynolds stress

The present numerical database is now used to examine the behavior of the Reynolds stress in a DERM context. More precisely, the objective is to provide guidance for closure relations of eddy-viscosity-type. For that purpose, shear stress and eddy-viscosity profiles were extracted from the RANS simulation results and were slice-averaged to obtain distributions of  $-\beta \langle \bar{u}'v' \rangle^f$  and  $\langle v_t \rangle^f$  in the inner region.

The standard DERM model<sup>6</sup> relies on an eddy-viscosity hypothesis and a mixing length to model the Reynolds stress. For turbulent boundary layer flows, the mixing length  $l_m$  is commonly assumed to be proportional to the wall distance  $y$  such that  $l_m = \kappa y$ , generally yielding satisfactory results for rough and smooth wall configurations.<sup>41</sup> For turbulent smooth pipe or channel flows, the polynomial expression proposed by Nikuradse<sup>20</sup> is often used<sup>42</sup> and is written as

$$l_m = h \left[ 0.14 - 0.08 \left( \frac{y}{h} \right)^2 - 0.06 \left( \frac{y}{h} \right)^4 \right]. \quad (11)$$

This relation is also generally weighted by the van Driest damping function<sup>41</sup> to reproduce near-wall trends in smooth-wall-bounded flows. Despite encouraging results reported in the literature when using such mixing length models, it appeared unclear to us how satisfactorily this relation could be applied to rough-wall channel flows in a DERM context.

Before investigating this point, the resulting expressions associated with eddy-viscosity and mixing length assumptions for DANS equations are briefly reminded following the work of Aupoix.<sup>9</sup> The volume-averaged Reynolds stress tensor  $-\beta \langle \bar{u}_i \bar{u}_j \rangle^f$  appearing in Eq. (1b) is modeled using a Boussinesq approximation and is reduced to only one non-zero component  $-\beta \langle \bar{u}'v' \rangle^f$  for the turbulent boundary layer or channel flows, yielding

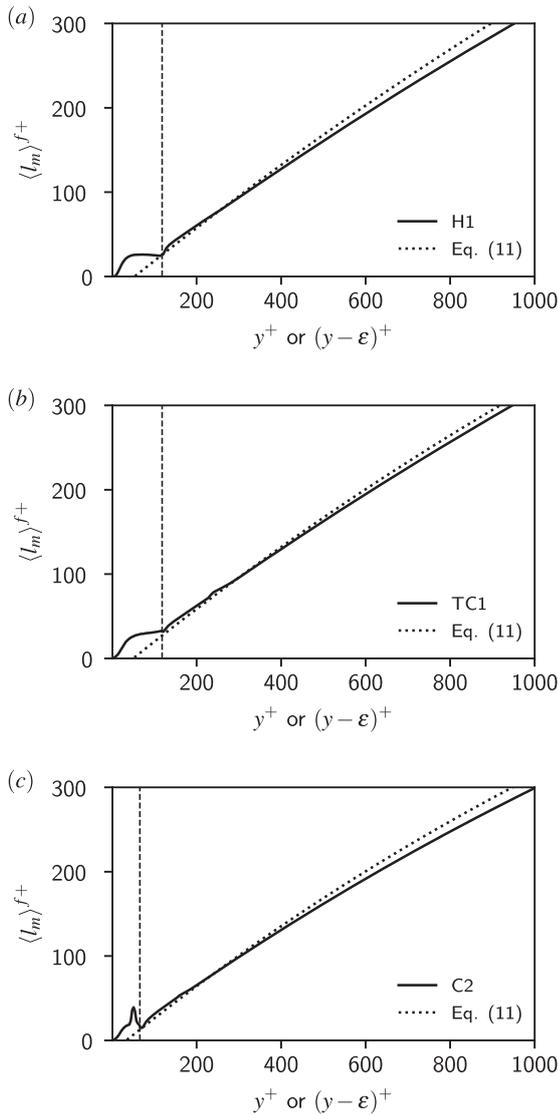
$$-\beta \langle \bar{u}'v' \rangle^f = \beta \langle v_t \rangle^f \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y} + \langle \tilde{v}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \rangle. \quad (12)$$

A mixing length hypothesis may be assumed, written as

$$\langle v_t \rangle^f = \left( \langle l_m \rangle^f \right)^2 \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y}. \quad (13)$$

This relation was used to evaluate the distribution of  $\langle l_m \rangle^f$  from the RANS simulation results.

Figure 15 illustrates the distributions of the mixing length extracted from three representative RANS computations (cases H1, TC1, and C2). The polynomial model proposed by Nikuradse<sup>20</sup> and given by Eq. (11) is also displayed using dotted lines. It is, however, plotted as a function of  $(y - \epsilon)^+$  to account for the rough



**FIG. 15.** Distributions of mixing length in the inner-region for one configuration representative of each of the three roughness geometries (a) H, (b) TC, and (c) C. The polynomial algebraic model of Nikuradse given by Eq. (11) is plotted with respect to  $(y - \epsilon)^+$  for comparison.

wall correction of origin  $\epsilon$  whose values were determined following the methodology detailed in Appendix B. This rough-wall correction of the mixing-length model is necessary to satisfactorily reproduce the trends in the logarithmic region of the flow, as previously emphasized in Sec. III A.

The computed distributions of  $\langle l_m \rangle^{f+}$  satisfactorily follow the polynomial model of mixing length in the inner-flow region, above the roughness crests, providing confidence in the use of this approximation in a DERM context for such rough-wall and flow conditions. However, Fig. 15 also clearly highlights that the computed mixing lengths significantly depart from the polynomial law below

the roughness crests, suggesting that some significant modeling improvements could be expected in this region. A damping function such as the van Driest one cannot be expected to account for the observed discrepancies, and other rough-surface near-wall corrections are required if one wants to better model the roughness-sublayer. We suggest here, for example, that a simple plateau value  $\langle l_m \rangle^f(\epsilon^+)$  weighted by a hyperbolic tangent function reaching zero as  $y^+ \rightarrow 0$  could be tested at first to extend the polynomial model given by Eq. (11) below the roughness crests. Future works investigating the application of DERM models will address the relevance of such corrections.

### 3. Dispersive stress

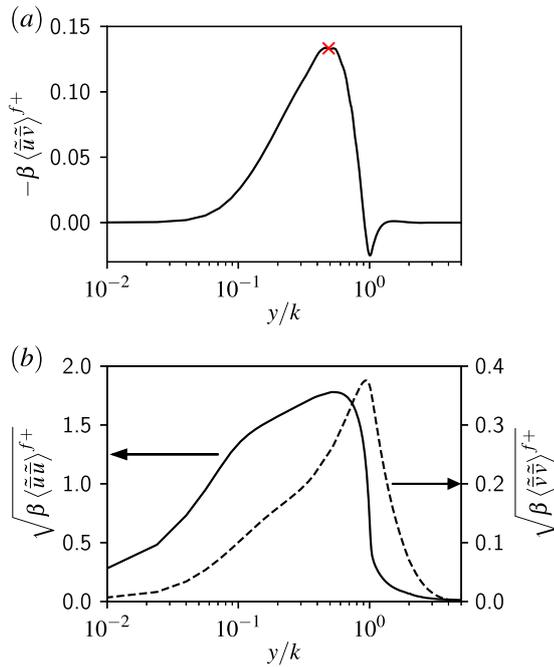
The dispersive stress component  $\tau_D \equiv -\beta \langle \tilde{u} \tilde{v} \rangle^f$  appearing in Eq. (5) represents the momentum transfer due to (horizontal) spatial variations in the ensemble-averaged flow. These variations are mainly induced by the presence of roughness elements and flow deceleration in their wakes. Therefore, the dispersive stress is active only in the roughness sublayer, which is typically observed for  $y/k \leq 3-5$ .<sup>23</sup> As illustrated in Fig. 7(a) for instance, no dependence on the wall topology is then found in the mean velocity profiles at higher altitudes, where the dispersive stress becomes negligible.

This stress, also referred to as the form-induced stress, was previously analyzed in the context of canopy flows, atmospheric flows, hydraulics (rough-bed river flows for instance), or turbulent rough-wall-bounded flows, as detailed in the relatively comprehensive reviews given by Manes *et al.*<sup>43</sup> and Jelly and Busse.<sup>44</sup> The reported studies were, however, based either on measurements that usually provide limited insight into the dispersive stress distribution or on DNS or LES results that are limited to moderate values of  $Re_\tau$ . The present work thus intends to complete the existing literature and provide details on this stress at high friction Reynolds numbers.

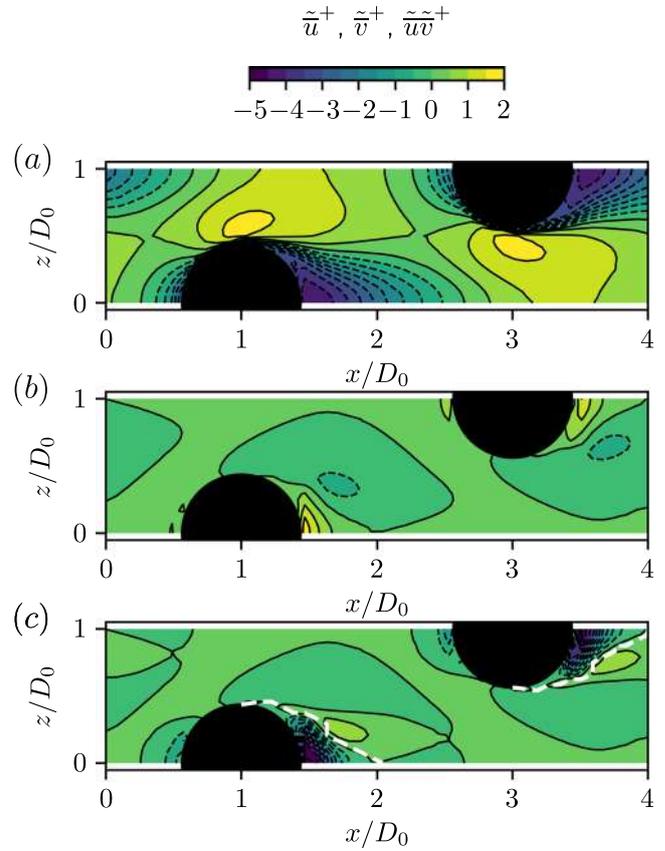
In order to investigate its characteristics in the present configurations of roughness elements, the dispersive stress distribution was computed from the RANS results in the following manner: For each horizontal slice at an altitude  $y$ , the volume-averaged velocities  $\langle \bar{u} \rangle^f$  and  $\langle \bar{v} \rangle^f$  were evaluated to compute the velocity spatial variations  $\tilde{u} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle^f$  and  $\tilde{v} = \bar{v} - \langle \bar{v} \rangle^f$ . The velocity spatial variations were then multiplied and slice-averaged to obtain the distribution of total dispersive stress  $\tau_D$  along  $y$ .

Figure 16(a) shows the distribution of inner-normalized dispersive stress for the fully rough configuration H0. As expected, the stress is confined to the vicinity of the roughness elements, with a maximum amplitude about one order of magnitude smaller than the Reynolds stress, and vanishes for this case at  $y/k \approx 2$ . The streamwise and wall-normal dispersion intensities are shown to become negligible for  $y/k > 2-3$  in Fig. 16(b). It is also noticed that  $\tau_D$  is mostly positive except near the roughness crest where negative values are observed. As further discussed later, such negative values implying an upward momentum transfer are induced by high wall-normal dispersion intensities near the roughness crest.

To better understand the origin of large positive values in  $\tau_D$ , contours of spatial dispersions of both streamwise and wall-normal velocity components ( $\bar{u}$  and  $\bar{v}$ ) are displayed in Figs. 17(a) and 17(b),



**FIG. 16.** Distribution of (a) inner-normalized dispersive stress  $\tau_D^+$  and (b) inner-normalized streamwise (black continuous line) and wall-normal (black dashed line) velocity dispersion intensities for configuration H0. The red cross denotes the location where the contours shown in Fig. 17 were extracted.



**FIG. 17.** Inner-normalized (a) streamwise  $\tilde{u}^+$  and (b) wall-normal  $\tilde{v}^+$  velocity dispersions and (c) their product  $\tilde{u}\tilde{v}^+$  for configuration H0 in the (xz) plane at  $y/k = 0.5$  where the average dispersive stress  $\tau_D$  is maximum.

respectively, and contours of local dispersive stress  $\tilde{u}\tilde{v}$  are shown in Fig. 17(c). These contours are plotted in the (xz) plane at  $y/k = 0.5$  where the total dispersive stress  $\tau_D$  is maximum in Fig. 16(a). Figure 17(a) particularly highlights the blockage effect of the roughness elements on the flow. Negative values of  $\tilde{u}^+$  are observed in the wake region of the roughness elements, while at this altitude, only positive values of  $\tilde{v}^+$  are found. In addition, while significant streamwise velocity dispersions  $\tilde{u}^+$  appear in the whole domain, the spatial dispersions of the wall-normal velocity component  $\tilde{v}^+$  are mainly confined within the wake regions. Once averaged, the main contributions to the total dispersive stress  $\tau_D$  are therefore expected to originate from these regions.

A quadrant analysis was performed to further investigate this point. This analysis was inspired by the quadrant decomposition introduced by Wallace, Eckelmann, and Brodkey<sup>45</sup> for assessing the contributions of local fluid motions such as sweeps or ejections to the Reynolds shear stress by studying the sign of turbulent fluctuations. Similarly, the spatial dispersions  $\tilde{u}^+$  and  $\tilde{v}^+$  were here analyzed to provide a better understanding of the momentum transfer process and to assess their contributions to  $\tau_D$ . Such an analysis was previously used by Pokrajac *et al.*<sup>46</sup> to study this dispersive stress in the context of open channel flow over rough surfaces but has never been performed on velocity statistics in the roughness-sublayer as in the present work to the knowledge of the authors. Table III lists the contributions to  $\tau_D$  of each quadrant at  $y/k = 0.5$  according to the sign of streamwise and wall-normal velocity dispersions. The main contribution to  $\tau_D$  arises from Q2 events for which  $\tilde{u}^+ < 0$  and  $\tilde{v}^+ > 0$ .

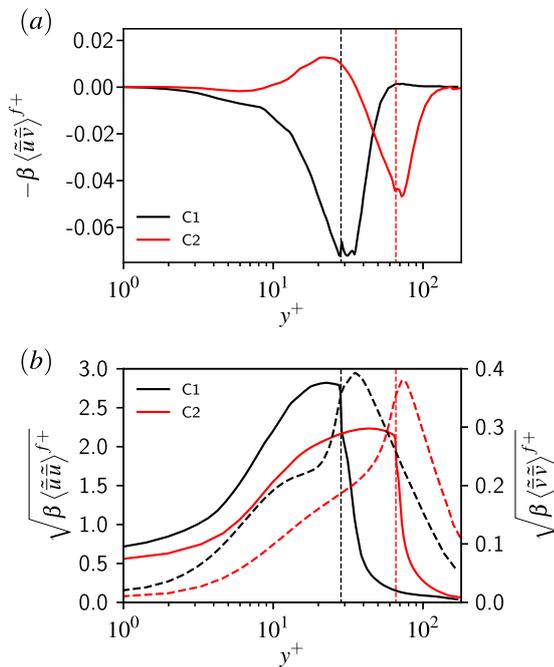
These “dispersive fluid motions” appear slightly upstream and mainly downstream the roughness elements. The roughness wakes, approximately delimited by the white dashed line in Fig. 17(c), produce about 95% of the total dispersive stress confirming the dominant role of these regions. The second main contributing events are found in quadrant Q4 and appear to be related to a blockage effect that tends to accelerate and deflect the flow in-between the roughness elements. This contribution is however 4 times smaller than the one estimated in quadrant Q2.

**TABLE III.** Contributions to  $\tau_D$  according to the signs of the spatial velocity dispersions at  $y/k = 0.5$  for H0 configuration. The Q2 contribution includes the roughness wake region that accounts for 95% of the dispersive stress production.

Quadrant	Velocity dispersions	Contribution to $\tau_D$ (%)
Q1	$\tilde{u}^+ > 0$ and $\tilde{v}^+ > 0$	-10.5
Q2	$\tilde{u}^+ < 0$ and $\tilde{v}^+ > 0$	+106.5
Q3	$\tilde{u}^+ < 0$ and $\tilde{v}^+ < 0$	-22.8
Q4	$\tilde{u}^+ > 0$ and $\tilde{v}^+ < 0$	+26.8

This analysis thus highlights important features of the dispersive stress term  $\tau_D$  that need to be accounted for in a modeling perspective. Since this stress appears to be mainly related to roughness elements wake regions, a model similar to the one used for the drag force [see Eq. (6)] might be considered, thus assuming a linear relationship with  $(\langle \bar{u} \rangle^f)^2$ . Two arguments may support this idea. First,  $\langle \bar{u} \rangle^f$  is significantly influenced by the presence of recirculation regions behind roughness elements where large variations of mean axial velocity are usually observed. Second, the variations of both  $\bar{u}$  and  $\bar{v}$  were observed to be of the same order of magnitude as  $\langle \bar{u} \rangle^f$ , suggesting that  $\tau_D \equiv -\beta \langle \bar{u} \bar{v} \rangle^f$  may be correctly scaled by  $(\langle \bar{u} \rangle^f)^2$ . Such a scaling was already used to model streamwise dispersive stresses  $\langle \bar{u} \bar{u} \rangle$  by Moltchanov and Shavit<sup>47</sup> in the context of idealized vegetation canopies and was extended by Jelly and Busse<sup>44</sup> for irregular rough surfaces. Providing adequate tuning of the model, this approach yielded satisfactory predictions of  $\langle \bar{u} \bar{u} \rangle$  with an error lower than 20%.

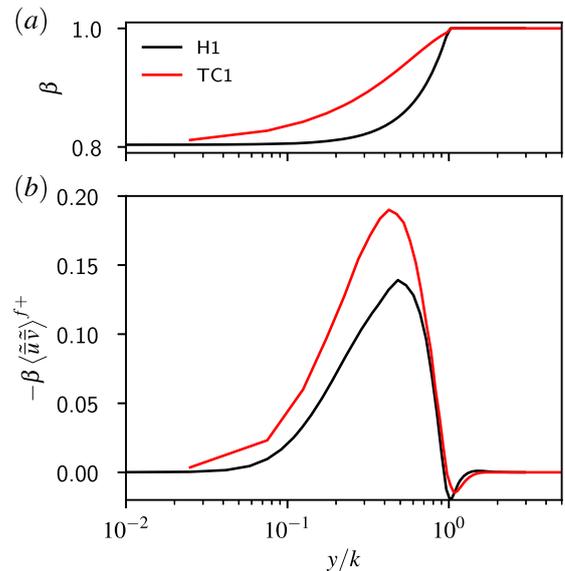
The effect of the flow regime on the dispersive stress distribution is examined in Fig. 18 by considering the two cylindrical configurations C1 and C2. As observed in Table I, configuration C1 is in a transitionally rough regime, while configuration C2 can be considered as entering the fully rough regime with  $k_s^+ > 70$ . This difference of regime was obtained by increasing the roughness element height  $k$ . It is observed that for configuration C1, the distribution of  $\tau_D$  is mainly negative. With an increased value of  $k_s^+$  in configuration C2, a positive region appears at the bottom part of the roughness



**FIG. 18.** Effect of roughness height on the distribution of (a) dispersive stress and (b) dispersion intensities along roughness elements for cases C1 (black lines) and C2 (red lines). In both plots, the vertical lines indicate the roughness crest altitude. In (b), the continuous denotes the streamwise velocity dispersions, while the dashed lines denote the wall-normal velocity dispersions.

element and the negative peak at the roughness crest is reduced. As aforementioned for configuration H0 and confirmed in Fig. 18(b) for these cylindrical cases, the negative peaks in  $\tau_D$  are correlated with peaks in wall-normal dispersions that appear at the top of the roughness elements. Near the roughness elements crest, the fluid is successively deflected upwards and downwards, generating high positive values of  $\sqrt{\beta \langle \bar{v} \bar{v} \rangle^f}$ . The contribution of such vertical fluid motions to  $\tau_D$  counterbalances the generation of positive dispersive stresses in the roughness elements' wake region emphasized previously. This effect here appears to be particularly significant in the transitionally rough regime, that is, when flow separation behind the roughness elements may be expected to be less intense than in the fully rough regime. The effect of further increasing  $k_s^+$  can be observed in Fig. 19(b) that displays the profiles of  $\tau_D$  for the cases H1 and TC1, thus for different geometries but for cases where  $k_s^+ \approx 300$ . A slight negative peak is still observed above the roughness elements crest, but it is largely dominated by a positive peak induced by the roughness elements' wakes.

Figure 19 finally highlights the effect of the roughness geometry on  $\tau_D$ . As aforementioned, configurations H1 and TC1 induce identical wall stress  $\tau_w$  at similar aerodynamic conditions but with different roughness geometries. In particular, their blockage factors  $\beta$  have different profiles. As shown in Fig. 19(a), the truncated-conical configuration TC1 has a larger blockage factor compared to case H1, indicating a slightly sparser configuration since the volume open to the flow at a given altitude is greater. Interestingly, this leads to larger values of dispersive stress  $\tau_D$  in Fig. 19(b). A similar behavior was observed by comparing the configurations H2 and TC2. This observation echoes with the conclusions drawn by Manes *et al.*<sup>43</sup> who also noticed that the magnitude of the dispersive stress could increase with sparser roughness elements.



**FIG. 19.** Effect of roughness element geometry on the distribution of (a) the blockage coefficient  $\beta$  and (b) the inner-normalized dispersive stress along roughness elements for configurations H1 and TC1.

These observations emphasize that, similar to the conclusions reported in Sec. IV A 1 on modeling perspectives for the roughness drag term, an accurate model for the dispersive stress term  $\tau_D$  should ideally be non-local. This appears reasonable since flow separation behind roughness elements, identified as the driving flow region, is a 3D phenomenon.

**B. Contributions to total and wall stresses**

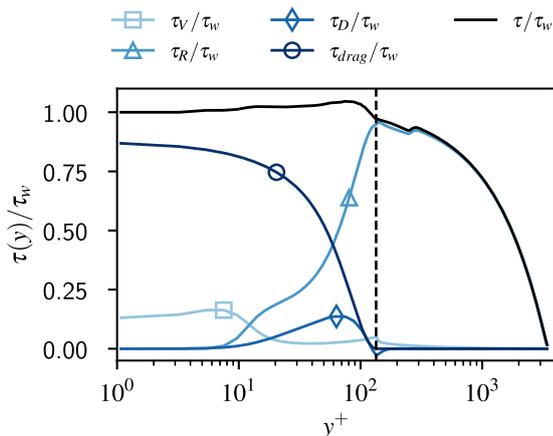
**1. Momentum transfer**

The three DERM terms analyzed in Sec. IV A contribute to the total stress in a rough-wall-bounded flow. The present section intends to clarify the significance of each contribution.

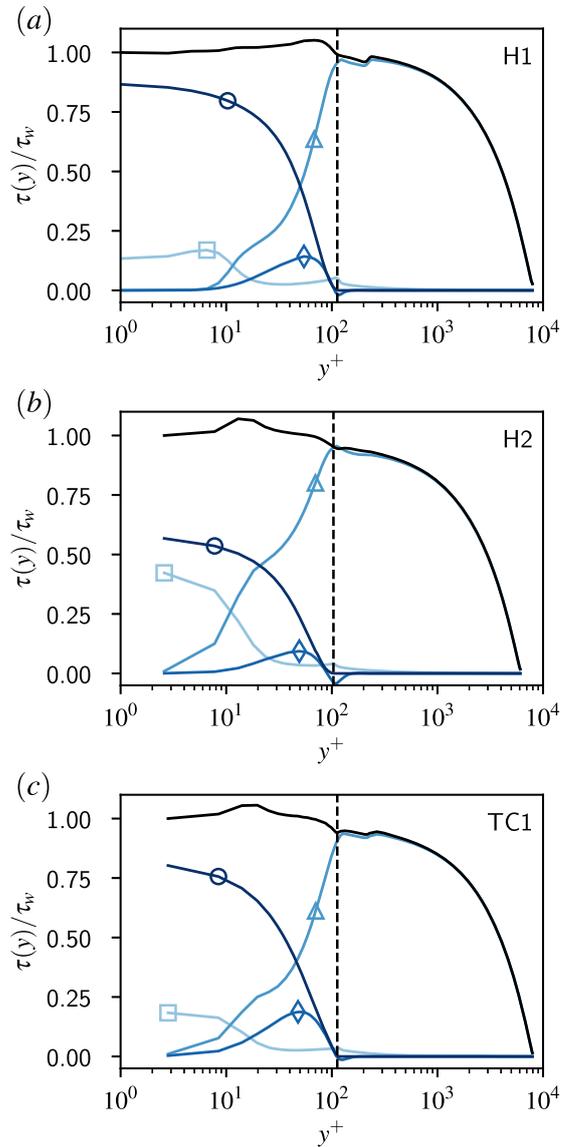
An expression for the mean, slice-averaged total stress  $\tau(y)$  in a fully developed turbulent channel flow over roughness is obtained by integrating the momentum Eq. (5) from  $y$  to  $h$ , assuming that turbulent and dispersive stresses are zero at  $y = h$ , yielding

$$\tau(y) = \underbrace{\mu \frac{\partial \beta \langle \bar{u} \rangle^f}{\partial y}}_{\tau_V} - \underbrace{\beta \rho \langle \bar{u}' v' \rangle^f}_{-\tau_R} - \underbrace{\beta \rho \langle \bar{u} \bar{v} \rangle^f}_{-\tau_D} + \underbrace{\int_y^h F_D dy}_{\tau_{drag}} \quad (14)$$

The profile of inner-normalized total stress for the H0 configuration is shown in Fig. 20 along with the profiles of the different terms contributing to  $\tau$  in Eq. (14) and normalized by the wall shear stress  $\tau(y = 0) = \tau_w = \rho u_\tau^2$ . As expected following the discussion in Sec. IV A 1, the main contribution to the total stress at the base of the roughness elements and up to  $y^+ \approx 60$  comes from the roughness drag ( $\tau_{drag}$ ). For higher altitudes, the turbulent stress  $\tau_R$  becomes predominant and remains the only active source of stress above the roughness crests. Interestingly, one can observe that dispersive  $\tau_D$  and viscous  $\tau_V$  stresses have amplitudes that are of the same order of magnitude (around  $0.15\tau_w$ ). However, this observation is not expected to hold for every roughness configuration since these two terms highly depend on the rough surface topology, as highlighted in Sec. IV A. This is illustrated in Fig. 21 for case H2



**FIG. 20.** Wall-normal distribution of the terms [denoted in Eq. (14)] contributing to the total stress for case H0.



**FIG. 21.** Wall-normal profiles of the terms contributing to the total stress for the cases (a) H1, (b) H2, and (c) TC1. Symbols are denoted in Fig. 20.

where the maximum amplitude of dispersive stress is a quarter of the maximum viscous stress. For that particular case, viscous effects become preponderant in the near-wall region compared to the two cases H0 and H1 because of the sparser arrangement of roughness elements on the otherwise smooth surface.

Focusing on the comparison between dispersive and turbulent stresses, the ratio of respective maximum values is observed to be lower than 20% for all the rough cases that were investigated. Similar values were, for instance, reported by Forooghi *et al.*<sup>48</sup> for randomly distributed roughness elements with identical or different heights and also by Jelly and Busse<sup>44</sup> or Kuwata and Kawaguchi<sup>49</sup> for irregular roughness. From this point of view, the dispersive

stresses may then be regarded as negligible. However, to moderate this claim and as pointed out by Manes *et al.*,<sup>43</sup> the significance of the dispersive stresses may rather be assessed by analyzing their wall-normal gradients that appear in the momentum equation (5). These authors noted that the ratio of gradients of dispersive and Reynolds stresses could be much larger than one for cases where the ratio of respective peak values was lower than one. They suggested that the dispersive stresses could thus contribute more to the force applied to the fluid in the vicinity of the rough surface. Jelly and Busse<sup>44</sup> observed that both gradients could be of similar orders of magnitude in the near-wall region and that the ratios of maximum gradients (lower than one in their study) tended to increase with the friction Reynolds number  $Re_\tau$ . In the present study, ratios of maximum gradients of dispersive and turbulent stresses were observed to reach 40% for the case TC1 within the roughness sublayer, supporting the idea that dispersive stresses may significantly influence the momentum transfer in some parts of this region of the flow even if their contributions to the total stress are limited.

### 2. Skin friction coefficient

The previous discussions highlighted the role of the dispersive stress in local quantities, such as the total stress in the roughness sublayer. However, the final quantities sought are usually more global parameters, such as the friction coefficient  $C_f$ . This section thus intends to evaluate the contribution of the different stresses to  $C_f$ .

As mentioned in Sec. IV A 1, the total stress acting on a rough wall can be separated into two contributions in the present context of distributed roughness elements: a viscous stress acting on the flat plate and a term originating from the total roughness element drag. This second term contains averaged viscous stresses and pressure differences acting on the roughness elements. The total skin friction coefficient for a turbulent channel flow then is written as

$$C_f = \frac{2}{U_b^2} \left[ \left( v \frac{\partial \beta \langle u \rangle^f}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{1}{\rho} \int_0^h F_D dy \right], \quad (15)$$

where  $U_b$  is the channel flow bulk velocity.

This expression highlights that the skin friction coefficient can be viewed as a quantity directly linked to the forces acting on the wall. However, it does not inform on the contributions to  $C_f$  associated with the different flow phenomena previously discussed, such as turbulent fluctuations and dispersive stresses. At least two approaches were proposed in the literature to decompose  $C_f$  in terms of different flow-related sources. The first one is based on the work of Fukagata, Iwamoto, and Kasagi<sup>50</sup> on smooth-wall-bounded flows, who proposed what is commonly referred to as the FIK decomposition. This decomposition of  $C_f$  is obtained by performing a triple integration of the mean streamwise momentum equation for a channel flow. This approach was recently extended by Kuwata and Kawaguchi<sup>51</sup> to rough-wall turbulent channel flows and by Nikora *et al.*<sup>52</sup> to turbulent rough-bed open-channel flows. The second approach was proposed by Renard and Deck<sup>53</sup> and is obtained by considering a turbulent kinetic energy budget in an absolute reference frame, yielding a decomposition that is significantly different from the FIK decomposition and that may

be regarded as easier to interpret in terms of physical phenomena. This decomposition was, however, restricted to smooth-wall-bounded flows, and we propose to extend it to rough-wall turbulent channel flows.

Considering Eq. (5) and following the work of Renard and Deck,<sup>53</sup> we evaluate the budget of mean streamwise kinetic energy that is written as  $K_B = (\beta \langle \bar{u} \rangle^f - U_b)^2 / 2$  for the present rough-wall-bounded turbulent channel flow. Multiplying Eq. (5) by  $(\beta \langle \bar{u} \rangle^f - U_b)$ , integrating from 0 to  $h$  and collecting terms, one obtains a decomposition of  $C_f$  that is written as

$$C_f = \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h v \left( \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial y} \right)^2 dy}_{C_{f,1}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h -\langle \bar{u}'v' \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,2}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h -\langle \bar{u} \tilde{v} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial y} dy}_{C_{f,3}} + \underbrace{\frac{2}{U_b^3} \int_0^h F_x \langle \bar{u} \rangle dy}_{C_{f,4}}. \quad (16)$$

The volume-averaging operator rather than the intrinsic-averaging operator was used to simplify the expression. Furthermore, the bulk velocity  $U_b$  is defined as

$$U_b \equiv \frac{1}{h} \int_0^h \beta \langle u \rangle^f dy = \frac{1}{h} \int_0^h \langle u \rangle dy. \quad (17)$$

With this decomposition, quoting Renard and Deck,<sup>53</sup>  $C_f$  is seen as the mean power supplied by the (rough) wall to the fluid in an absolute reference frame. Furthermore,  $C_{f,1}$  is identified as a mean direct dissipation of viscous origin in the entire boundary layer and  $C_{f,2}$  is related to a form of dissipation associated with turbulent kinetic energy production. The two new terms that appear compared to the smooth-wall decomposition of Renard and Deck<sup>53</sup> are  $C_{f,3}$  and  $C_{f,4}$ .  $C_{f,3}$  can be interpreted also as an energy transfer to the dispersive velocity fields, while  $C_{f,4}$  can be identified as the dissipation induced by the work of the forces acting on the roughness elements.

Using this decomposition, the different contributions to  $C_f$  obtained for the present rough cases are summarized in Fig. 22.

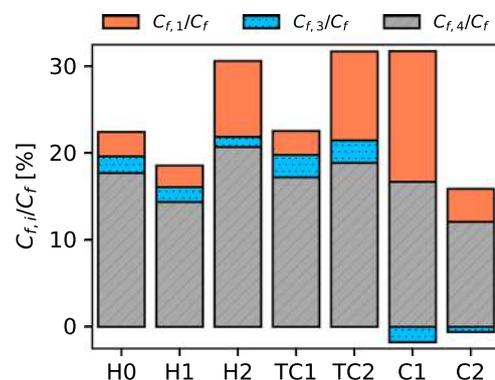


FIG. 22. Relative contributions of the different terms in Eq. (16) to the skin friction coefficient  $C_f$  for all the simulated cases.

The term  $C_{f,2}$  associated with the production of turbulent kinetic energy is not directly represented in this figure but is given by the remaining percentage for each case. It contributes the most to the skin friction coefficient, with percentages ranging from 70% to 85% depending on the cases. This appears consistent with the results reported by Renard and Deck<sup>33</sup> on smooth-wall TBLs at high Reynolds numbers for which turbulent energy production was identified as the principal source of excess friction. The second important term for all cases here considered is  $C_{f,4}$ , indicating that a large fraction (between 15% and 20% depending on the cases) of the mean power supplied to the fluid is dissipated by the work of the roughness elements drag. The viscous dissipation can also significantly contribute to the skin friction coefficient, especially at low  $k_r^+$ . Finally, one can clearly observe that direct transfer to dispersive field only has a very limited impact on the overall friction coefficient, generally lower than 3% for all the cases here considered. Based on these results, it can thus be advocated that neglecting the dispersive stress in the DERM approach should have a limited impact on predictions of  $C_f$  for high Reynolds number flows. However, roughness-induced turbulence and drag need to be correctly captured.

## V. CONCLUSION

RANS simulations of rough-wall fully developed channel flows were performed over eight resolved, academic roughness configurations at high friction Reynolds numbers ( $3.5 \times 10^3 \leq \text{Re}_\tau \leq 8.0 \times 10^3$ ). Based on the estimated values of  $k_r^+$ , this study spanned transitionally and fully rough regimes. RANS simulations were preferred over DNS in order to lower the computational cost and reach high friction Reynolds numbers. The main objectives were to study the additional terms appearing in the DANS momentum equation, quantify their contribution to the momentum budget and the skin friction coefficient, and finally provide guidance for their modeling. A validation of the RANS computations was performed by comparing the numerical results with experimental data of fully rough TBLs extracted from the literature. To complete the existing experimental database, an LDV measurement campaign was also carried out to provide further experimental data, mainly focusing on the wake of hemispherical roughness elements in a TBL. Roughness elements having hemispherical, cylindrical, and truncated conical shapes were then considered, allowing us to analyze the effects of roughness geometry, density, and flow regime on the DERM terms.

Comparison of the numerical results with experimental data highlighted satisfactory agreement on the turbulence statistics in the inner-flow region and a satisfactory capture of the roughness wake region, except for one cylindrical case. Maximum errors in roughness elements wake regions were observed on mean axial velocities to be  $\delta U^+ \approx 1$ . Since the roughness-induced DERM terms are mainly active in the roughness sublayer, these observations supported the relevance of the present RANS computations for investigating these terms.

The DERM terms were then extracted by volume-averaging the RANS results. First, as expected for fully rough turbulent flows, the pressure drag was identified as the main contributor to the roughness drag, while the viscous contribution was observed to be

almost negligible over the major part of the roughness elements. The roughness drag coefficient proved to be dependent on the roughness geometry and density, both influencing flow separation downstream the roughness elements. Comparison of the drag coefficient extracted from the simulations with the standard closure model used in previous DERM formulations showed underestimated values by one to two orders of magnitude by the standard model, suggesting that model improvements could be achieved.

Second, a comparison of simulation results with a polynomial mixing length model derived by Nikuradse for channel flows highlighted that a mixing length behavior remains valid for double-averaged flows in the inner-flow region, provided a rough-wall correction of origin. However, the van Driest damping function commonly used for smooth-wall turbulent flows is no longer valid below the roughness crests, and model improvements could here also be expected.

Third, the dispersive stress was observed to be confined in the vicinity of the roughness elements and to have a magnitude significantly smaller than the Reynolds stress. The dispersive stress was found to be mainly driven by the roughness wake regions. This suggests a strong dependence of the dispersive stress on the roughness geometry and that modeling opportunities may be offered by imitating a roughness drag model. Varying the rough-wall flow regime also highlighted the influence of upward/downward fluid motions appearing near the roughness crests and inducing large negative dispersive stresses in the transitionally rough regime, in contrast with the distribution observed in the fully rough regime.

Finally, the contributions of the DERM terms to the global stress in turbulent rough-wall-bounded channel flows were studied. The main contribution below the roughness crest arises from the elements' drag, while the turbulent stress largely dominates above the roughness elements' crest. The contribution of the dispersive stress is significantly smaller but can be of the same order of magnitude as the viscous stress. It was further suggested that the dispersive stress could nonetheless play a role in momentum transfer in the roughness sublayer. Yet, this stress term was shown to provide minor contributions to the skin friction coefficient (around 3%).

This study highlighted the need of better modeling roughness drag and mixing length in the roughness-sublayer for such high-Reynolds-number rough-wall boundary layer flows. Future works will thus build on the present detailed numerical results to investigate new closure relations for DERM models.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to acknowledge Francis Micheli for his essential help in the setup of the LDV system. The authors are also grateful to the MEGeP doctoral school and the Institut National Polytechnique of Toulouse for their financial support.

## APPENDIX A: DEFINITION OF THE AVERAGING OPERATORS AND SOME PROPERTIES

This appendix introduces some properties of the volume-averaging operator used to derive the DANS equations used in the DERM.

The volume-averaging operation considered in this work was introduced by Whitaker<sup>16</sup> for porous media. For any scalar quantity  $\phi$ , its volume average  $\langle \phi \rangle$  and its intrinsic average  $\langle \phi \rangle^f$  are defined as

$$\langle \phi \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_{V_f} \phi \, dv \quad \text{and} \quad \langle \phi \rangle^f \equiv \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \phi \, dv, \quad (\text{A1})$$

where  $V$  is the volume over which the average is achieved and  $V_f$  is the part of  $V$  available to flow. From these definitions, consequently,

$$\langle \phi \rangle = \beta \langle \phi \rangle^f \quad \text{and} \quad \langle \langle \phi \rangle^f \rangle = \langle \phi \rangle^f, \quad (\text{A2})$$

where the blockage coefficient  $\beta \equiv V_f/V$  refers to the fraction of volume open to the flow. Applying the volume average to the gradient of any vector  $\phi_i$  leads to the following properties:<sup>9,10</sup>

$$\left\langle \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \langle \phi_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \phi_i n_j \, dA, \quad (\text{A3})$$

where  $A_{fs}$  is the fluid/solid interface and  $n_i$  is the normal unit vector.

If  $\tilde{\phi}$  denotes the spatial fluctuation of the quantity  $\phi$  such that  $\phi = \langle \phi \rangle^f + \tilde{\phi}$  with  $\langle \tilde{\phi} \rangle^f = 0$ , it is shown that for any scalar quantities  $a$  and  $b$ ,

$$\langle ab \rangle = \beta \langle a \rangle^f \langle b \rangle^f + \langle \tilde{a} \tilde{b} \rangle. \quad (\text{A4})$$

## APPENDIX B: CALCULATION OF THE WALL VIRTUAL ORIGIN

The wall correction parameter or wall virtual origin  $\varepsilon$  accounts for the vertical displacement of the flow due to the presence of roughness elements. Following the study of Thom<sup>34</sup> and Jackson,<sup>35</sup>  $\varepsilon$  corresponds to the height of momentum absorption by the surface, that is, the height at which the mean roughness drag acts, and is therefore defined as

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{\int_0^\delta F_D(y) \frac{y}{k} \, dy}{\int_0^\delta F_D(y) \, dy}. \quad (\text{B1})$$

$\varepsilon$  can therefore be easily determined using the present RANS simulation results. Table IV lists the ratios  $\varepsilon/k$  estimated for the present rough cases of study.

Note that this approach requires the knowledge of the drag force profile along the roughness elements. Such distributions are usually difficult to evaluate experimentally. Alternatively, it was proposed by Perry and Li<sup>54</sup> to rely on a fit of the mean streamwise velocity profile to the classical TBL logarithmic law right above the roughness crest to estimate  $\varepsilon$ . The value of  $\varepsilon$  then determined maximizes the extent of the logarithmic region. The equivalence between this estimation method and the one relying on Eq. (B1) is not clearly demonstrated in the literature.

TABLE IV. Estimated values of wall virtual origin based on Eq. (B1).

Case	H0	H1	H2	TC1	TC2	C1	C2	C3
$\varepsilon/k$	0.44	0.45	0.42	0.42	0.39	0.56	0.51	0.63

## DATA AVAILABILITY

The data that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

## REFERENCES

- A. Busse, M. Lützner, and N. D. Sandham, "Direct numerical simulation of turbulent flow over a rough surface based on a surface scan," *Comput. Fluids* **116**, 129–147 (2015).
- M. Thakkar, A. Busse, and N. D. Sandham, "Direct numerical simulation of turbulent channel flow over a surrogate for Nikuradse-type roughness," *J. Fluid Mech.* **837**, R1 (2018).
- P. Forooghi, M. Stripf, and B. Frohnappfel, "A systematic study of turbulent heat transfer over rough walls," *Int. J. Heat Mass Transfer* **127**, 1157–1168 (2018).
- J. Nikuradse, *Laws of Flow in Rough Pipes* (National Advisory Committee for Aeronautics, 1950).
- B. Aupoix, "Improved heat transfer predictions on rough surfaces," *Int. J. Heat Fluid Flow* **56**, 160–171 (2015).
- R. P. Taylor, H. W. Coleman, and B. K. Hodge, "Prediction of turbulent rough-wall skin friction using a discrete element approach," *J. Fluids Eng.* **107**, 251–257 (1985).
- K. A. Flack, "Moving beyond Moody," *J. Fluid Mech.* **842**, 1–4 (2018).
- B. Aupoix, "A general strategy to extend turbulence models to rough surfaces: Application to Smith's k-L model," *J. Fluids Eng.* **129**, 1245–1254 (2007).
- B. Aupoix, "Revisiting the discrete element method for predictions of flows over rough surfaces," *J. Fluids Eng.* **138**, 31205 (2016).
- D. R. Hanson, "Computational investigation of convective heat transfer on ice-roughened aerodynamic surfaces," Ph.D. thesis, The Pennsylvania State University, 2017.
- D. T. Squire, C. Morrill-Winter, N. Hutchins, M. P. Schultz, J. C. Klewicki, and I. Marusic, "Comparison of turbulent boundary layers over smooth and rough surfaces up to high Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.* **795**, 210–240 (2016).
- J. Jiménez, "Turbulent flows over rough walls," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36**, 173–196 (2004).
- J. George, "Structure of 2-D and 3-D turbulent boundary layers with sparsely distributed roughness elements," Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute, 2005.
- P. Forooghi, A. Stroh, F. Magagnato, S. Jakirlić, and B. Frohnappfel, "Toward a universal roughness correlation," *J. Fluids Eng.* **139**, 121201 (2017).
- H. Schlichting, "Experimental investigation of the problem of surface roughness," Technical Report No. TM-823, National Advisory Committee for Aeronautics, 1937.
- S. Whitaker, "Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's law," *Transp. Porous Media* **1**, 3–25 (1986).
- M. R. Raupach and R. H. Shaw, "Averaging procedures for flow within vegetation canopies," *Boundary-Layer Meteorol.* **22**, 79–90 (1982).
- D. R. Hanson, M. P. Kinzel, and S. T. McClain, "Validation of the discrete element roughness method for predicting heat transfer on rough surfaces," *Int. J. Heat Mass Transfer* **136**, 1217–1232 (2019).
- A. Perry, W. Schofield, and P. Joubert, "Rough wall turbulent boundary layers," *J. Fluid Mech.* **37**, 383 (1969).
- J. Nikuradse, "Laws of flows in rough pipes," Technical Memorandum 1292, NACA, Washington, 1937.
- M. H. Hosni, H. W. Coleman, and R. P. Taylor, "Measurement and calculation of surface roughness effects on turbulent flow and heat transfer," Technical Report No. TFD-89-1, Mississippi State University, 1989.
- M. H. Hosni, H. W. Coleman, J. W. Garner, and R. P. Taylor, "Roughness element shape effects on heat transfer and skin friction in rough-wall turbulent boundary layers," *Int. J. Heat Mass Transfer* **36**, 147–153 (1993).
- M. R. Raupach, R. A. Antonia, and S. Rajagopalan, "Rough-wall turbulent boundary layers," *Appl. Mech. Rev.* **44**, 1–25 (1991).
- A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, 2nd ed. (Cambridge University Press, 1976).

- <sup>25</sup>K. A. Flack, M. P. Schultz, and J. S. Connelly, "Examination of a critical roughness height for outer layer similarity," *Phys. Fluids* **19**, 095104 (2007).
- <sup>26</sup>J. P. Monty, N. Hutchins, H. C. H. Ng, I. Marusic, and M. S. Chong, "A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows," *J. Fluid Mech.* **632**, 431–442 (2009).
- <sup>27</sup>A. Refloch, B. Courbet, A. Murrone, P. Villedieu, C. Laurent, P. Gilbank, J. Troyes, L. Tessé, G. Chaineray, J. Dargaud, E. Quémerais, and F. Vuillot, CEDRE software, Aerospace Lab Issue 2, 2011.
- <sup>28</sup>D. Dutoya and P. Michard, "A program for calculating boundary layers along compressor and turbine blades," in *Numerical Methods in Heat Transfer* (John Wiley & Sons, 1981), pp. 413–429.
- <sup>29</sup>C. M. Hrenya, E. J. Bolio, D. Chakrabarti, and J. L. Sinclair, "Comparison of low Reynolds number  $k$ - $\epsilon$  turbulence models in predicting fully developed pipe flow," *Chem. Eng. Sci.* **50**, 1923–1941 (1995).
- <sup>30</sup>D. B. De Graaff and J. K. Eaton, "Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer," *J. Fluid Mech.* **422**, 319–346 (2000).
- <sup>31</sup>F. Micheli, M. Lavieille, and P. Millan, "ASSA, un outil de référence pour le traitement du signal en vélocimétrie laser," in 10ème Congrès Francophone de Techniques Laser (CFTL), 2006.
- <sup>32</sup>L. H. Benedict and R. D. Gould, "Towards better uncertainty estimates for turbulence statistics," *Exp. Fluids* **22**, 129–136 (1996).
- <sup>33</sup>H. Nagib and K. Chauhan, "Variations of von Kármán coefficient in canonical flows," *Phys. Fluids* **20**, 101518 (2008).
- <sup>34</sup>A. S. Thom, "Momentum absorption by vegetation," *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **97**, 414–428 (1971).
- <sup>35</sup>P. S. Jackson, "On the displacement height in the logarithmic velocity profile," *J. Fluid Mech.* **111**, 15–25 (1981).
- <sup>36</sup>J. P. Monty, J. A. Stewart, R. C. Williams, and M. S. Chong, "Large-scale features in turbulent pipe and channel flows," *J. Fluid Mech.* **589**, 147–156 (2007).
- <sup>37</sup>S. Wu, K. T. Christensen, and C. Pantano, "A study of wall shear stress in turbulent channel flow with hemispherical roughness," *J. Fluid Mech.* **885**, A16 (2020).
- <sup>38</sup>A. Žukauskas, *Heat Transfer from Tubes in Crossflow* (Elsevier, 1972), pp. 93–160.
- <sup>39</sup>S. T. McClain, B. K. Hodge, and J. P. Bons, "Predicting skin friction and heat transfer for turbulent flow over real gas-turbine surface roughness using the discrete-element method," in *ASME Turbo Expo 2003, Collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference* (American Society of Mechanical Engineers, 2003), pp. 31–42.
- <sup>40</sup>J. Bons, S. McClain, Z. Wang, X. Chi, and T. Shih, "A comparison of approximate versus exact geometrical representations of roughness for CFD calculations of  $c_f$  and st," *J. Turbomach.* **130**, 021024 (2008).
- <sup>41</sup>E. R. Van Driest, "On turbulent flow near a wall," *J. Aeronaut. Sci.* **23**, 1007–1011 (1956).
- <sup>42</sup>L. Antonialli and A. Silveira-Neto, "Theoretical study of fully developed turbulent flow in a channel, using Prandtl's mixing length model," *J. Appl. Math. Phys.* **6**, 677–692 (2018).
- <sup>43</sup>C. Manes, D. Pokrajac, O. Coceal, and I. McEwan, "On the significance of form-induced stress in rough wall turbulent boundary layers," *Acta Geophys.* **56**, 845 (2008).
- <sup>44</sup>T. O. Jelly and A. Busse, "Reynolds number dependence of Reynolds and dispersive stresses in turbulent channel flow past irregular near-Gaussian roughness," *Int. J. Heat Fluid Flow* **80**, 108485 (2019).
- <sup>45</sup>J. M. Wallace, H. Eckelmann, and R. S. Brodkey, "The wall region in turbulent shear flow," *J. Fluid Mech.* **54**, 39–48 (1972).
- <sup>46</sup>D. Pokrajac, L. J. Campbell, V. Nikora, C. Manes, and I. McEwan, "Quadrant analysis of persistent spatial velocity perturbations over square-bar roughness," *Exp. Fluids* **42**, 413–423 (2007).
- <sup>47</sup>S. Moltchanov and U. Shavit, "A phenomenological closure model of the normal dispersive stresses," *Water Resour. Res.* **49**, 8222–8233, <https://doi.org/10.1002/2013WR014488> (2013).
- <sup>48</sup>P. Foroughi, A. Stroh, P. Schlatter, and B. Frohnäpfel, "Direct numerical simulation of flow over dissimilar, randomly distributed roughness elements: A systematic study on the effect of surface morphology on turbulence," *Phys. Rev. Fluids* **3**, 044605 (2018).
- <sup>49</sup>Y. Kuwata and Y. Kawaguchi, "Direct numerical simulation of turbulence over resolved and modeled rough walls with irregularly distributed roughness," *Int. J. Heat Fluid Flow* **77**, 1–18 (2019).
- <sup>50</sup>K. Fukagata, K. Iwamoto, and N. Kasagi, "Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows," *Phys. Fluids* **14**, L73–L76 (2002).
- <sup>51</sup>Y. Kuwata and Y. Kawaguchi, "Statistical discussions on skin frictional drag of turbulence over randomly distributed semi-spheres," *Int. J. Adv. Eng. Sci. Appl. Math.* **10**, 263–272 (2018).
- <sup>52</sup>V. I. Nikora, T. Stoesser, S. M. Cameron, M. Stewart, K. Papadopoulos, P. Ouro, R. McSherry, A. Zampiron, I. Marusic, R. A. Falconer *et al.*, "Friction factor decomposition for rough-wall flows: Theoretical background and application to open-channel flows," *J. Fluid Mech.* **872**, 626–664 (2019).
- <sup>53</sup>N. Renard and S. Deck, "A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer," *J. Fluid Mech.* **790**, 339–367 (2016).
- <sup>54</sup>A. E. Perry and J. D. Li, "Experimental support for the attached-eddy hypothesis in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers," *J. Fluid Mech.* **218**, 405–438 (1990).

# Table (exhaustive) des matières

<b>Introduction</b>	<b>v</b>
<b>I. État de l'art, matériel et méthodes</b>	<b>1</b>
<b>1. Écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>3</b>
1.1. Rappels sur les écoulements turbulents sur paroi lisse . . . . .	4
1.1.1. Rappels sur la turbulence . . . . .	4
1.1.2. Équations RANS du mouvement . . . . .	4
Moyenne de Reynolds . . . . .	4
Équations RANS . . . . .	5
1.1.3. Écoulements de couche limite turbulente sur paroi plane . . . . .	6
Hypothèses générales . . . . .	6
Équations de couche limite turbulente . . . . .	6
Structure d'une couche limite turbulente . . . . .	7
Représentation du profil de vitesse. . . . .	9
1.1.4. Écoulements de canal plan . . . . .	10
1.2. Caractérisation géométrique d'une surface rugueuse . . . . .	11
1.2.1. Rugosités académiques . . . . .	12
1.2.2. Surface aléatoire . . . . .	13
1.3. Effets dynamiques des rugosités . . . . .	14
1.3.1. Travaux fondateurs de Nikuradse et régimes d'écoulement . . . . .	14
1.3.2. Profil de vitesse moyen . . . . .	15
Régions et lois de vitesse . . . . .	15
Décalage de la position à la paroi . . . . .	16
Détermination du décalage $\Delta u^+$ . . . . .	17
1.3.3. Effets des rugosités sur la structure de la turbulence . . . . .	17
Similitude de la région externe . . . . .	18
Écoulement dans la sous-couche rugueuse . . . . .	19
Bilan . . . . .	20
<b>2. Modélisation des écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>21</b>
2.1. Rappels sur la modélisation de la turbulence . . . . .	22
2.1.1. Direct Numerical Simulation . . . . .	22
2.1.2. Large Eddy Simulation . . . . .	22
2.1.3. RANS . . . . .	22
Modèles algébriques . . . . .	23
Modèles à une ou plusieurs équation(s) de transport . . . . .	23
2.2. Approche par grain de sable équivalent . . . . .	24
2.2.1. Principe général . . . . .	24
2.2.2. Détermination du grain de sable équivalent . . . . .	24
2.2.3. Modification du modèle de turbulence . . . . .	24
2.2.4. Bilan . . . . .	25
2.3. Méthode par éléments discrets rugueux . . . . .	26
2.3.1. Introduction, principe général . . . . .	26
2.3.2. Modèle standard . . . . .	26
2.3.3. Prise de moyenne de volume . . . . .	29
Moyenne d'ensemble et de Favre . . . . .	29
Moyenne de volume de de Whitaker . . . . .	29
Formulation de Aupoix . . . . .	30

Formulation de Hanson . . . . .	31
Problème de fermeture . . . . .	32
2.4. Calculs DNS et LES . . . . .	34
Bilan . . . . .	38
<b>3. Matériels et méthodes</b>	<b>39</b>
3.1. Présentation de la soufflerie S118-2 . . . . .	40
3.2. Rappels sur la vélocimétrie laser Doppler (LDV) . . . . .	41
3.2.1. Introduction . . . . .	41
3.2.2. Principe général, vélocimétrie à franges . . . . .	42
3.2.3. Justification de l'utilisation de la LDV . . . . .	43
3.3. Présentation du logiciel Assa . . . . .	44
3.4. Détermination du frottement pariétal et du décalage de paroi . . . . .	44
3.4.1. Utilisation de la loi logarithmique . . . . .	45
Méthode de Clauser . . . . .	46
Méthode de Perry & Li . . . . .	46
3.4.2. Utilisation d'un profil de vitesse composite . . . . .	47
3.4.3. Utilisation du plateau des tensions croisées $-\overline{u'v'}$ . . . . .	47
3.5. Présentation de la chaîne de calculs CEDRE . . . . .	48
3.5.1. Présentation générale . . . . .	48
Bilan . . . . .	50
<b>II. Démarche, travaux réalisés</b>	<b>51</b>
<b>4. Étude expérimentale d'un écoulement de couche limite turbulente sur paroi rugueuse</b>	<b>53</b>
4.1. Présentation de la maquette d'essai et des échantillons . . . . .	55
4.1.1. Maquette d'essai . . . . .	55
4.1.2. Échantillons . . . . .	55
4.2. Mise en place du dispositif LDV . . . . .	56
4.2.1. Émission et réception . . . . .	56
4.2.2. Étalonnage et volume de mesure . . . . .	58
4.2.3. Ensemencement . . . . .	58
4.2.4. Essais préliminaires, difficultés et améliorations . . . . .	59
4.2.5. Vérifications et réglages quotidiens . . . . .	61
4.3. Mesures préliminaires . . . . .	62
4.3.1. Plaque lisse . . . . .	62
4.3.2. Caractérisation de la turbulence et du gradient de pression . . . . .	63
4.3.3. Tracé de diagnostique . . . . .	65
4.3.4. Développement de la CLT et bidimensionnalité . . . . .	67
4.4. Mesures sur paroi rugueuse . . . . .	67
4.4.1. Écoulement moyen à une position donnée . . . . .	69
4.4.2. Plan (xy) . . . . .	73
4.4.3. Plans (xz) . . . . .	77
4.5. Incertitudes de mesures . . . . .	78
4.5.1. Vitesse de frottement . . . . .	78
4.5.2. Composantes de vitesse et contraintes de Reynolds . . . . .	78
4.5.3. Positions . . . . .	79
Bilan . . . . .	80
<b>5. Construction d'une base de données numériques d'écoulements turbulents sur paroi rugueuse</b>	<b>85</b>
5.1. Discussion sur le choix de la méthodologie . . . . .	86

5.2.	Description de la méthodologie . . . . .	87
5.2.1.	Description des configurations rugueuses étudiées . . . . .	87
5.2.2.	Choix de l'étude d'écoulements de canal . . . . .	90
5.2.3.	Description de la réalisation des simulations RANS . . . . .	91
	Définition du domaine de calcul et construction du maillage . . . . .	91
	Paramètres numériques et conditions limites . . . . .	93
5.2.4.	Difficultés rencontrées et échec de certaines simulations . . . . .	94
5.3.	Étude de la représentativité des simulations RANS . . . . .	95
5.3.1.	Comparaison de profils des statistiques turbulentes . . . . .	95
5.3.2.	Détermination des sillages de rugosité . . . . .	100
5.3.3.	Justification a posteriori du choix du modèle de turbulence . . . . .	104
	Bilan . . . . .	106
<b>6.</b>	<b>Étude des termes DERM</b>	<b>107</b>
6.1.	Introduction et rappels . . . . .	108
6.2.	Étude des termes DERM . . . . .	108
6.2.1.	Force de traînée . . . . .	108
	Influence de la densité des éléments rugueux . . . . .	110
	Influence de la géométrie des éléments rugueux . . . . .	110
	Validité du modèle standard . . . . .	112
6.2.2.	Viscosité turbulente et contraintes de Reynolds . . . . .	113
6.2.3.	Contraintes dispersives . . . . .	114
6.3.	Contribution des termes DERM aux contraintes totale et pariétale . . . . .	120
6.3.1.	Contrainte totale – flux de quantité de mouvement . . . . .	120
6.3.2.	Coefficient de frottement . . . . .	122
	Bilan . . . . .	124
<b>7.</b>	<b>Mise en œuvre de calculs DERM</b>	<b>125</b>
7.1.	Présentation succincte du code de calcul . . . . .	126
7.1.1.	Modèle standard . . . . .	126
7.1.2.	Modèle ONERA . . . . .	126
7.1.3.	Résolution et paramètres d'entrée . . . . .	127
7.1.4.	Travaux précédents et objectifs . . . . .	128
7.2.	Validation du modèle ONERA . . . . .	128
	Bilan . . . . .	132
	<b>Conclusion</b>	<b>133</b>
	<b>Annexes</b>	<b>136</b>
<b>A.</b>	<b>Définition des opérateurs de moyenne</b>	<b>139</b>
A.1.	Moyenne de Reynolds . . . . .	139
A.2.	Moyenne de volume . . . . .	139
<b>B.</b>	<b>Modèles éléments discrets</b>	<b>141</b>
B.1.	Modèle de Aupoix (2016) . . . . .	141
B.1.1.	Équation de continuité . . . . .	141
B.1.2.	Équation de quantité de mouvement . . . . .	141
B.1.3.	Fermeture pour les tensions de Reynolds . . . . .	142
B.2.	Modèle de Hanson . . . . .	143
<b>C.</b>	<b>Représentativité des simulations RANS</b>	<b>145</b>

<b>D. Article publié dans Physics of Fluids</b>	<b>151</b>
<b>Table (exhaustive) des matières</b>	<b>173</b>
<b>Table des figures</b>	<b>177</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>183</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>187</b>

# Table des figures

1.	Accumulation de givre sur le bord d'attaque d'une aile (ONERA). . . . .	v
1.1.	Représentation schématique d'un canal plan. . . . .	10
1.2.	Représentation simplifiée de rugosités de type $d$ (en haut) et $k$ (en bas). L'écoulement va de la gauche vers la droite. Figure extraite de l'étude de Jiménez (2004). . . . .	12
1.3.	Géométrie d'une surface rugueuse académique. . . . .	12
1.4.	Évolution de la perte de charge $\Lambda$ en fonction du nombre de Reynolds, d'après Nikuradse (1937). Six états de surface différents, caractérisés par le rapport du rayon de la conduite et de la taille $r/k_s$ . . . . .	15
1.5.	Décalage de la loi logarithmique $\Delta u^+$ sur un profil de vitesse longitudinale moyenne. . . . .	18
1.6.	Évolution du décalage de la loi logarithmique $\Delta u^+$ en fonction du grain de sable équivalent $k_s^+$ . . . . .	18
2.1.	Volume de contrôle pour le modèle standard . . . . .	26
2.2.	Représentation de la surface <i>melt down</i> pour une surface rugueuse composée de cônes . . . . .	28
3.1.	Vue d'ensemble de la soufflerie S118-2 (l'écoulement va de la gauche vers la droite). . . . .	40
3.2.	Photographie de la veine d'essai . . . . .	41
3.3.	Système de pâles permettant d'ajuster la vitesse d'écoulement dans la veine d'essai, en ouverture (gauche) et fermeture (droite) maximales (Morilhat, 2018) . . . . .	41
3.4.	Détermination de la contrainte pariétale $\tau_w$ en écoulement de canal à partir du profil des contraintes de Reynolds. . . . .	46
4.1.	Vue schématique de la maquette d'étude . . . . .	55
4.2.	Échantillon constitué d'hémisphères de diamètre $D_0 = 2.5$ mm disposés en quinconce. . . . .	56
4.3.	Bord de fuite collé à un mât de la maquette. . . . .	56
4.4.	Système de vélocimétrie laser 2D à franges . . . . .	57
4.5.	Systèmes d'ensemencement local et global. . . . .	59
4.6.	Comparaison des profils de (a) vitesse longitudinale moyenne et (b) tensions de Reynolds obtenus pour une CLT se développant sur paroi lisse. Ces profils sont obtenus avec les deux systèmes d'ensemencement présentés sur la figure 4.5 et des conditions d'écoulement identiques. . . . .	60
4.7.	« Câblage » de la tête d'émission. . . . .	60
4.8.	Système de vélocimétrie laser 2D à franges modifié. . . . .	61
4.9.	Convergence des deux paires de faisceaux. . . . .	61
4.10.	Cale de repérage de la position de la paroi. . . . .	61
4.11.	Tracé du profil de vitesse axiale moyen, adimensionné en variable de paroi, d'une CLT obtenu sur paroi lisse à une station donnée ( $X = 180$ mm). Les croix $\times$ désignent les mesures LDV, la ligne — correspond au profil composite de Chauhan <i>et al.</i> (2009) ajusté aux mesures LDV par la méthode des moindres carrés et les courbes --- représentent les lois de vitesse dans la sous-couche visqueuse et la zone logarithmique. . . . .	63
4.12.	Tracé des profils de (a) l'intensité turbulente longitudinale et (b) des tensions de Reynolds. Sur la figure (a), la courbe — représente le modèle MUP de Marusic <i>et al.</i> (1997) et Marusic et Kunkel (2003). Les droites --- représentent (a) la pente de la zone logarithmique de $\overline{u'^2}^+$ (Townsend, 1976) et (b) le plateau des tensions croisées $-\overline{u'v'}$ . . . . .	64
4.13.	Évolution longitudinale du taux de turbulence extérieur à la couche limite, au-dessus du troisième insert ( $X = 0$ correspond à l'origine de celui-ci). . . . .	64

4.14. Évolution longitudinale de (a) la vitesse longitudinale $U_e$ et du (b) coefficient d'accélération $K$ extérieurs à la couche limite. La pente de la ligne discontinue rouge correspond au gradient de vitesse moyen. . . . .	65
4.15. Tracés de diagnostic $\sqrt{u'^2}/\bar{u} = g_2(\bar{u}/U_e)$ et des régressions linéaires données par (4.5) dans la zone de sillage de couches limites turbulentes sur paroi lisse (×) et paroi rugueuse. Les coefficients $a$ et $b$ des régressions sont répertoriés dans le tableau 4.5. . . . .	67
4.16. Tracés des profils (a) de la vitesse longitudinale moyenne et (b) de l'intensité turbulente longitudinale, adimensionnées par des variables externes, à différentes positions longitudinales et $z/D_0 = 0$ . Les coordonnées $X$ désignent les abscisses prises par rapport au début du troisième insert. . . . .	68
4.17. Tracés des profils (a) de la vitesse longitudinale moyenne et (b) de l'intensité turbulente longitudinale, adimensionnées par des variables externes, à différentes positions transverses et $x/D_0 = 1$ . . . . .	68
4.18. Définition du repère aérodynamique. La croix rouge × correspond à l'origine du repère ( $x = 0$ mm, $X = 183.8$ mm), et la croix bleue × représente la position de mesure des profils décrits dans la section 4.4.1 ( $x/D_0 = 1$ , $z/D_0 = 0$ ). . . . .	69
4.19. Profils de vitesse sous forme (a) adimensionnée $\bar{u}^+$ et (b) déficitaire $(U_e - \bar{u})^+$ mesurés par LDV en aval d'une rugosité hémisphérique, à $x/D_0 = 1$ et $z/D_0 = 0$ . La profil obtenu sur paroi lisse est également représenté pour comparaison. Sur la figure (a), la ligne verticale correspond à la position effective du sommet des rugosités et la ligne pointillée --- inclinée représente la pente $1/\kappa$ dans la zone logarithmique. . . . .	70
4.20. Profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale $\overline{u'^2}^+$ , (b) normale $\overline{v'^2}^+$ et (c) des tensions turbulentes $-\overline{u'v'}^+$ à $x/D_0 = 1$ et $z/D_0 = 0$ (×). Sur la colonne de gauche, ces grandeurs sont tracées en fonction de $(y - \varepsilon)/\delta$ et sur la colonne de droite, en fonction de $(y - \varepsilon)^+$ . Sur les figures de gauche, le profil obtenu sur paroi lisse est également représenté (×). Sur les figures de droite, les lignes pointillées verticales dénotent la position effective du sommet des rugosités ( $k - \varepsilon$ ). Sur la figure (a), la seconde ligne pointillée --- représente la pente de la zone logarithmique de $\overline{u'^2}^+$ et sur la figure (c) le plateau des contraintes de Reynolds. . . . .	71
4.21. Profils des contributions des quadrants (a) Q2, (b) Q4 aux contraintes de Reynolds $-\overline{u'v'}$ . La figure (c) présente le rapport des contributions de ce deux quadrants. Ces contributions ont été calculées pour $H = 0$ (×) et $H = 2$ (×). Les lignes pointillées verticales représentent la position effective du sommet des rugosités ( $k - \varepsilon$ ). . . . .	73
4.22. Contours de la vitesse longitudinale $\bar{u}^+$ (en haut) et normale $\bar{v}^+$ (en bas) dans le plan ( $xy$ ) à $z/D_0 = 0$ . Les rugosités présentes dans ce plan sont représentées par des traits pleins — tandis que celles disposées en quinconce sont dénotées par des traits pointillés mixtes -·-·-. . . . .	75
4.23. Contours de l'intensité turbulente longitudinale $\overline{u'^2}^+$ (en haut), normale $\overline{v'^2}^+$ (au milieu) et des tensions de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ (en bas) dans le plan ( $xy$ ) à $z/D_0 = 0$ . Les rugosités présentes dans ce plan sont représentées par des traits pleins — tandis que celles disposées en quinconce sont dénotées par des traits pointillés mixtes -·-·-. . . . .	76
4.24. Plans ( $xz$ ) de la vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas). Les demi-cercles gris représentent la base de l'élément rugueux de diamètre $D_0$ alors que les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée. . . . .	81
4.25. Plans ( $xz$ ) de la vitesse normale moyenne $\bar{v}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas). . . . .	82
4.26. Plans ( $xz$ ) des tensions turbulentes $-\overline{u'v'}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas). . . . .	83

5.1. Vue de haut d'une configuration de rugosités en quinconce, représentative des cas étudiés (tableau 5.1). Le domaine de calcul RANS est délimité par le rectangle vert. La croix rouge $\times$ représente l'origine du référentiel considéré, située au centre de la base de l'élément rugueux. . . . .	88
5.2. Vue de côté des éléments rugueux considérés dans cette étude et répertoriés dans le tableau 5.1. Les cônes tronqués étudiés présentent un angle d'ouverture de $80^\circ$ , soit un diamètre au sommet $d(k) \approx 0.165D_0$ . . . . .	88
5.3. Tracé par Monty <i>et al.</i> (2009) des profils (a) de vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ et (b) d'intensité turbulente longitudinale $\overline{u'^2}^+$ pour des écoulements de canal ( $\square$ ), conduite ( $\circ$ ) et CLT ( $\star$ ) sans gradient de pression obtenus pour un même nombre de Reynolds de frottement ( $\delta^+ = Re_\tau \approx 3000$ ). La zone grisée sur la figure (b) illustre un écart de $\pm 4\%$ par rapport aux données de CLT. . . . .	91
5.4. Représentation du domaine de calcul RANS. . . . .	92
5.5. Vue de haut du maillage autour d'un quart de chaque géométrie de rugosité. . . . .	92
5.6. Vue de face du maillage autour d'un quart de chaque géométrie de rugosité. . . . .	92
5.7. Tracé du profil de vitesse longitudinale moyen intrinsèque $\langle \bar{u} \rangle^{f+}$ pour le cas As1 étudié par Forooghi <i>et al.</i> (2018b). La géométrie des rugosités est représentée en bas à droite de la figure. . . . .	95
5.8. Comparaison des profils numériques et expérimentaux (a) de vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ et (b) des tensions de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ pour le cas H0. Les ronds bleus $\circ$ montrent des profils extraits à différentes positions du domaine de canal alors que les ronds verts $\circ$ représentent les profils numériques extraits à la position où les profils expérimentaux $\times$ ont été mesurés ( $x/D_0 = 1, z/D_0 = 0$ ). Les lignes rouges $—$ représentent les profils moyennés spatialement. . . . .	96
5.9. Comparaison des profils numériques et expérimentaux (a) de vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ et (b) des tensions de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ pour les cas de rugosités cylindriques C1, C2 et C3. Pour chaque cas, les symboles représentent les données expérimentales de George (2005) et les lignes continues les résultats des simulations RANS extraites à la position de mesure ( $x/D_0 = 1.39, z/D_0 = 0$ ). La position du sommet des rugosités est dénotée par les lignes en tiret. . . . .	96
5.10. Comparaison des profils numériques et expérimentaux de vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ pour les cas H1, H2, TC1 et TC2. Pour chaque cas, les symboles représentent les données expérimentales des études de Hosni <i>et al.</i> (1989, 1993). Les lignes continues $—$ montrent les profils moyennés spatialement pour les cas de rugosités hémisphériques H alors que les lignes discontinues $- \cdot - \cdot -$ représentent les mêmes profils pour les cas de cônes tronqués TC. . . . .	98
5.11. Tracé des profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale $\overline{u'^2}^+$ et (b) normale à la paroi $\overline{v'^2}^+$ pour le cas H0. Les légendes sont identiques à la figure 5.8. Les profils ont été mesuré ou extraits du domaine de calcul aux mêmes positions que pour la figure 5.8. . . . .	99
5.12. Tracé des profils de l'intensité turbulente (a) longitudinale $\overline{u'^2}/\mathcal{K}$ , (b) normale $\overline{v'^2}/\mathcal{K}$ et (c) transverse $\overline{w'^2}/\mathcal{K}$ pour les cas de rugosités cylindriques. La figure (d) montre le profil d'énergie cinétique turbulente $\mathcal{K}$ . Les profils ont été mesuré ou extrait à la position de mesure donnée par $x/D_0 = 1.39$ et $z/D_0 = 0$ . Les légendes sont identiques à la figure 5.9. . . . .	100
5.13. Contours (a) de la vitesse longitudinale $\bar{u}^+$ , (b) de la vitesse normale $\bar{v}^+$ et (c) des contraintes de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ dans le plan $(xy)$ à $z/D_0 = 0$ pour le cas H0. Ces contours sont représentés dans le sillage d'une rugosité hémisphérique représentée par la ligne $- \cdot - \cdot -$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV effectuées dans la cadre de la thèse. . . . .	101

5.14. Contours de la vitesse longitudinale $\bar{u}^+$ dans le plan $(xy)$ à $z/D_0 = 0$ pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes $-\cdot-\cdot-$ . Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de George (2005). La ligne pointillée rouge sur la figure (c) illustre la position de mesure du profil de vitesse longitudinale tracé sur la figure 5.9a. . . . .	102
5.15. Contours de la vitesse longitudinale $\bar{u}^+$ dans le plan $(xy)$ à $z/D_0 = 0$ pour le cas H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS obtenus à l'aide (a) du modèle de Spalart et Allmaras (1992) et (b) du modèle $\mathcal{K}-\omega$ SST (Menter, 1994). Les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV effectuées dans le cadre de la thèse. . . . .	105
6.1. Tracé des profils (a) du coefficient de traînée $C_d$ et (b) de la force de traînée par unité de volume $F_D$ le long d'un hémisphère de la configuration H0. La ligne $---$ représente la contribution de la pression tandis que la ligne $-\cdot-\cdot-$ celle de la viscosité.	109
6.2. Tracé des profils (a) du coefficient de traînée $C_d$ et (b) de la force de traînée par unité de volume $F_D$ pour les configurations H1 et H2. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la densité de rugosités pour une même géométrie et une même vitesse extérieure $U_e$ . . . . .	110
6.3. Tracés des contours de pression statique sur un hémisphère des configurations (a) H1 et (b) H2. Chaque hémisphère est représenté vu de haut dans le plan $(xz)$ . L'échelle de pression, illustrée à droite de la figure, est identique pour les deux cas.	111
6.4. Tracé des profils (a) du coefficient de traînée $C_d$ et (b) de la force de traînée par unité de volume $F_D$ pour les configurations TC1 et TC2. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la densité de rugosités pour une même géométrie et une même vitesse extérieure $U_e$ . . . . .	111
6.5. Tracé des profils (a) du coefficient de traînée $C_d$ et (b) de la force de traînée par unité de volume $F_D$ pour les configurations H1 et TC1. Cette figure permet d'illustrer l'effet de la géométrie des éléments rugueux pour une même densité et une même vitesse extérieure $U_e$ . . . . .	112
6.6. Comparaison des profils de coefficient de traînée $C_d$ obtenus pour la configuration H1 à l'aide des simulations RANS et du modèle standard. . . . .	113
6.7. Tracé des profils de longueur de mélange intrinsèque $\langle l_m \rangle^{f+}$ pour les configurations (a) H1, (b) TC1 et (c) C2. La ligne pointillée verticale $---$ représente le sommet des éléments rugueux. . . . .	115
6.8. Tracé des profils (a) de la contrainte dispersive adimensionnée $\tau_D^+$ et (b) des intensités des dispersions de vitesses longitudinale $\sqrt{\beta \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle^{f+}}$ ( $---$ ) et normale $\sqrt{\beta \langle \tilde{v} \tilde{v} \rangle^{f+}}$ ( $---$ ) pour la configuration H0. . . . .	116
6.9. Tracé des profils (a) de la contrainte dispersive adimensionnée $\tau_D^+$ et (b) des intensités des dispersions de vitesses longitudinale $\sqrt{\beta \langle \tilde{u} \tilde{u} \rangle^{f+}}$ ( $---$ ) et normale $\sqrt{\beta \langle \tilde{v} \tilde{v} \rangle^{f+}}$ ( $---$ ) pour les configurations C1 (lignes noires) et C2 (lignes rouges). . . . .	116
6.10. Contours (a) de la dispersion de vitesse longitudinale $\tilde{u}^+$ , (b) de la dispersion de vitesse longitudinale $\tilde{v}^+$ et (c) de leur produit $\tilde{u} \tilde{v}^+$ pour la configuration H0, dans le plan horizontal $y/k = 0.5$ où le tenseur des contraintes dispersives $\tau_D$ est maximal.	117
6.11. Influence de la densité des rugosités sur le profil du coefficient de blocage $\beta$ (en haut) et de la contrainte dispersive $\tau_D^+$ (en bas) pour les configurations H1 et H2.	120
6.12. Influence de la géométrie des rugosités sur le profil du coefficient de blocage $\beta$ (en haut) et de la contrainte dispersive $\tau_D^+$ (en bas) pour les configurations H1 et TC1.	120

6.13.	Tracé des profils de contrainte totale adimensionnée $\tau/\tau_w$ pour les configurations (a) H1, (b) H2 et (c) TC1. La ligne pointillée verticale --- représente le sommet des éléments rugueux. . . . .	121
6.14.	Contribution relative des différents termes apparaissant dans la décomposition (6.14) au coefficient de frottement $C_f$ pour chacune des configurations étudiées. . . . .	123
7.1.	Tracé des profils de vitesse moyen pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) ainsi que les modèle standard (-·-·-) et DERM ONERA (- - -) sont comparés aux profils expérimentaux (×). Les lignes pointillées verticales --- représentent le sommet des éléments rugueux. . . . .	129
7.2.	Tracé des profils de longueur de mélange $l_m^+$ pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) sont comparés à ceux obtenus à l'aide du modèle DERM ONERA (- - -). Les lignes pointillées verticales --- représentent le sommet des éléments rugueux. . . . .	130
7.3.	Tracé des profils de coefficient de traînée $C_d$ pour quatre configurations représentatives des cas étudiés, à savoir (a) H1, (b) H2, (c) TC1 et (d) C2. Les profils obtenus par les simulations RANS (—) sont comparés à ceux obtenus avec le modèle DERM ONERA (- - -). . . . .	131
C.1.	Plans ( $xz$ ) de la vitesse longitudinale moyenne $\bar{u}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. A l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée. . . . .	146
C.2.	Plans ( $xz$ ) de la vitesse normale à la paroi $\bar{v}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. A l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée. . . . .	147
C.3.	Plans ( $xz$ ) de la contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ aux altitudes $y \in [0.5; 0.65; 0.8; 1.0; 1.2]$ mm, soit $y/k \in [0.4; 0.52; 0.64; 0.8; 0.96]$ (de haut en bas), pour la configuration H0. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS. Les mesures LDV sont représentées par les lignes blanches situées dans les cadres rouges. A l'intérieur de ces cadres, les zones blanches correspondent aux régions où aucune mesure n'a pu être effectuée. Enfin, les demi-cercles noirs correspondent aux coupes, de diamètre $d(y)$ , des hémisphères à l'altitude considérée. . . . .	148
C.4.	Contours de la vitesse normale à la paroi $\bar{v}^+$ dans le plan ( $xy$ ) à $z/D_0 = 0$ pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes -·-·-. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de George (2005). . . . .	149
C.5.	Contours de la contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ dans le plan ( $xy$ ) à $z/D_0 = 0$ pour les cas (a) C1, (b) C2 et (c) C3. Ces contours sont représentés dans le sillage et en aval de rugosités cylindriques représentées par les lignes -·-·-. Les contours en arrière plan correspondent aux résultats des simulations RANS tandis que les lignes pointillées blanches représentent les mesures LDV de George (2005). . . . .	150



# Nomenclature

## Lettres grecques

$\beta$	Coefficient de blocage 26
$\delta_1$	Épaisseur de couche limite, en m 46
$\Delta u^+$	Décalage de la loi logarithmique vi
$\delta^+$	Nombre de Reynolds de frottement (couche limite) 8
$\delta$	Épaisseur de couche limite, en m 6
$\mathcal{E}$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente $\mathcal{K}$ 23
$\varepsilon$	Décalage de paroi en présence de rugosité, en m 16
$\eta$	Position normale à la paroi normalisée par l'épaisseur de CLT 8
$\kappa$	Constante de von Kármán 7
$\mu_t$	Viscosité dynamique turbulente, en Pa s 11
$\mu$	Viscosité dynamique, en Pa s 7
$\nu_t$	Viscosité cinématique turbulente, en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ 23
$\nu$	Viscosité cinématique, en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ 4
$\omega$	Taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente $\mathcal{K}$ 23
$\Pi$	Paramètre de sillage 9
$\rho$	Masse volumique, en $\text{kg m}^{-3}$ 5
$\tau_D$	Contraintes dispersives, en $\text{N m}^{-2}$ 108
$\tau_{drag}$	Contraintes dues à la traînée exercée sur les éléments rugueux, en $\text{N m}^{-2}$ 120
$\tau_R$	Contraintes de Reynolds (moyennes par tranche), en $\text{N m}^{-2}$ 108
$\tau_V$	Contraintes visqueuses (moyennes par tranche), en $\text{N m}^{-2}$ 108
$\tau_w$	Contrainte de frottement pariétale, en $\text{N m}^{-2}$ 7
$\tau$	Contrainte de cisaillement, en $\text{N m}^{-2}$ 7
$\theta$	Épaisseur de quantité de mouvement, en m 62

## Lettres latines

$A_{fs}$	Interface fluide/solide, en $\text{m}^2$ 30
$A_f$	Surface frontale d'un élément rugueux, en $\text{m}^2$ 12
$A_m$	Surface mouillée (« au vent ») d'un élément rugueux, en $\text{m}^2$ 12
$A_s$	Surface moyenne occupée par un élément rugueux, en $\text{m}^2$ 12
$B$	Ordonnée à l'origine de la loi logarithmique, parfois notée $C$ 7
$C_d$	Coefficient de traînée local 26
$C_f$	Coefficient de frottement pariétal 16
$D_{0,eff}$	Diamètre effectif à la base l'élément rugueux, en m 27
$D_0$	Diamètre à la base l'élément rugueux, en m 27
$D$	Tenseur des contraintes dispersives, en Pa 32
$ES$	Pente effective d'une surface rugueuse longitudinalement à l'écoulement 14
$F_{D,p}$	Force de traînée de pression locale, en $\text{N m}^{-3}$ 108
$F_{D,v}$	Force de traînée visqueuse locale, en $\text{N m}^{-3}$ 108
$F_D$	Force de traînée locale, en $\text{N m}^{-3}$ 16
$F_{VD}$	Fonction d'amortissement de Van Driest (1956) 23
$H$	Facteur de forme 62
$K$	Coefficient d'accélération 64
$L_x$	Distance moyenne entre éléments rugueux dans la direction de l'écoulement, en m 12
$L_z$	Distance moyenne entre éléments rugueux dans la direction transverse à l'écoulement, en m 12

$Re_d$	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse locale et le diamètre local de l'élément rugueux 27
$Re_\infty$	Nombre de Reynolds à l'infini (couche limite) 62
$Re_\tau$	Nombre de Reynolds de frottement (écoulement de canal) 34
$Re_\theta$	Nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement 18
$R$	Tenseur des contraintes de Reynolds, en Pa 5
$S$	Tenseur des taux de déformation, en $s^{-1}$ 31
$T$	Température, en K 62
$U_b$	Vitesse débitante du canal, en $m s^{-1}$ 122
$U_e$	Vitesse longitudinale moyenne à la frontière de la couche limite ou à la demi-hauteur du canal, en $m s^{-1}$ 6
$V_f$	Partie du volume de contrôle ouvert à l'écoulement 26
$V$	Volume de contrôle 26
$d(y)$	Diamètre local de l'élément rugueux, en m 26
$f_x$	Terme source, en $m s^{-2}$ 93
$h$	Demi-hauteur de canal, en m 10
$\mathcal{K}$	Énergie cinétique turbulente, en $m^2 s^{-2}$ 17
$k_{\text{eff}}$	Hauteur de rugosité efficace, en m 27
$k_s$	Hauteur de grain de sable équivalent, en m vi
$k$	Hauteur de rugosité, en m 11
$l_m$	Longueur de mélange de Prandtl, en m 23
$n$	Vecteur unitaire normal à la paroi, orienté vers l'extérieur 30
$p$	Pression de l'écoulement, en Pa 5
$\sigma$	Écart-type 78
$u_\tau$	Vitesse de frottement, en $m s^{-1}$ 7
$u$	Vitesse longitudinale locale, en $m s^{-1}$ 6
$v$	Vitesse normale locale, en $m s^{-1}$ 6
$w$	Vitesse transverse locale, en $m s^{-1}$ 77
$x$	Coordonnée longitudinale à la paroi, en m vii
$y_0$	Position de la paroi, en m 46
$y_{\text{md}}$	Hauteur de la surface <i>melt down</i> , en m 27
$y$	Coordonnée normale à la paroi, en m vii
$z$	Coordonnée transverse à la paroi, en m vii

### Acronymes et sigles

C	Cylindre 87
H	Hémisphère 87
TC	Cône tronqué 87
AGS	Approche par grain de sable équivalent vi
ASSA	Analyse Statistique de Signaux à échantillonnage Aléatoire 39
CEDRE	Calcul des Écoulements Diphasiques Réactifs pour l'Énergétique 39
CFD	Computational Fluid Dynamics vi
CLT	Couche limite turbulente vii
DANS	Double-Averaged Navier-Stokes 28
DEHS	Di-Ethyl-Hexyl-Sebacate 58
DERM	Discrete Element Roughness Method vi
DMPE	Département Multi-Physique pour l'Énergétique 40
DNS	Direct Numerical Simulation vi
ECOT	Écoulement de canal ouvert turbulent 36
ECT	Écoulement de canal turbulent 36
FIK	Fukagata - Iwamoto - Kasagi 122
GMRES	Generalisation de la Methode de Minimisation du Residu 48

HLLC	Harten, Lax and van Leer with Contact	48
LDV	Laser Doppler Velocimetry	vii
LES	Large Eddy Simulation	vi
MUP	Marusic, Uddin et Perry	62
MUSCL	Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws	48
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales	i
PIV	Particle Image Velocimetry	42
PM	Photomultiplicateurs	57
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes	vi
RMS	Root-Mean-Square	13
SST	Shear Stress Transport	93
VM	Volume de mesure	58

**Exposants**

+	Variable de paroi	7
---	-------------------	---

**Indices**

$e$	Grandeur extérieure à la couche limite	6
-----	--	---



# Bibliographie

- ALFREDSSON, P. H., SEGALINI, A. et ÖRLÜ, R., 2011  
A new scaling for the streamwise turbulence intensity in wall-bounded turbulent flows and what it tells us about the “outer” peak. *Physics of Fluids*, Volume 23 Numéro 4 pages 041702.
- ALFREDSSON, P. H. et ÖRLÜ, R., 2010  
The diagnostic plot — a litmus test for wall bounded turbulence data. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Volume 29 Numéro 6 pages 403 – 406.
- ALFREDSSON, P. H., ÖRLÜ, R. et SEGALINI, A., 2012  
A new formulation for the streamwise turbulence intensity distribution in wall-bounded turbulent flows. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, Volume 36 pages 167 – 175.
- ANTONIALLI, L. et SILVEIRA-NETO, A., 2018  
Theoretical Study of Fully Developed Turbulent Flow in a Channel, Using Prandtl’s Mixing Length Model. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Volume 6 pages 677–692.
- AUPOIX, B., 1995  
Modelling of boundary layer flows over rough surfaces Issu de : *Advances in Turbulence V* (éditeur : BENZI, R.), pages 16–20, Dordrecht, 1995. Springer Netherlands.
- AUPOIX, B., 2015a  
Improved heat transfer predictions on rough surfaces. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 56 pages 160 – 171.
- AUPOIX, B., 2015b  
Projet PHYSICE. D1.2 - Synthèse bibliographique : Physique et modélisation des effets de rugosité en écoulement turbulent, Version revue et augmentée. Rapport technique, ONERA/DMAE.
- AUPOIX, B., 2016  
Revisiting the discrete element method for predictions of flows over rough surfaces. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 138 Numéro 3 pages 31205.
- BENEDICT, L. H. et GOULD, R. D., 1996  
Towards better uncertainty estimates for turbulence statistics. *Experiments in Fluids*, Volume 22 pages 129–136.
- BONS, J. P., 2002  
St and  $C_f$  Augmentation for Real Turbine Roughness With Elevated Freestream Turbulence . *Journal of Turbomachinery*, Volume 124 Numéro 4 pages 632–644.
- BONS, J., MCCLAIN, S., WANG, Z., CHI, X. et SHIH, T., 2008  
A comparison of approximate versus exact geometrical representations of roughness for CFD calculations of  $C_f$  and St. *Journal of Turbomachinery*, Volume 130 Numéro 2 pages 021024.
- BOUTIER, A., 2012  
*Vélocimétrie laser pour la mécanique des fluides*. Lavoisier.
- BRADSHAW, P., 2000  
A note on “critical roughness height” and “transitional roughness”. *Physics of Fluids*, Volume 12 Numéro 6 pages 1611–1614.
- BUSSE, A., LÜTZNER, M. et SANDHAM, N. D., 2015  
Direct numerical simulation of turbulent flow over a rough surface based on a surface scan. *Computers & Fluids*, Volume 116 pages 129 – 147.

- BUSSE, A. et SANDHAM, N. D., 2012  
Parametric forcing approach to rough-wall turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 712 pages 169–202.
- CARDILLO, J., CHEN, Y., ARAYA, G., NEWMAN, J., JANSEN, K. et CASTILLO, L., 2013  
Dns of a turbulent boundary layer with surface roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 729 pages 603–637.
- CASTRO, I. P., SEGALINI, A. et ALFREDSSON, P. H., 2013  
Outer-layer turbulence intensities in smooth- and rough-wall boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 727 pages 119–131.
- CASTRO, I. P. *et al.*, 2017  
Measurements and computations of flow in an urban street system. *Boundary-Layer Meteorology*, Volume 162 Numéro 2 pages 207–230.
- CHAUHAN, K. A., MONKEWITZ, P. A. et NAGIB, H. M., 2009  
Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers. *Fluid Dynamics Research*, Volume 41 Numéro 2 pages 021404.
- CHEDEVERGNE, F. et FOROOGHI, P., 2020  
On the importance of the drag coefficient modelling in the double averaged navier-stokes equations for prediction of the roughness effects. *Journal of Turbulence*, pages 1–20.
- CHENG, H. et CASTRO, I. P., 2002  
Near wall flow over urban-like roughness. *Boundary-Layer Meteorology*, Volume 104 Numéro 2 pages 229–259.
- CLAUSER, F. H., 1956  
The turbulent boundary layer\*\*the research presented in this article was supported by the office of scientific research, a.r.d.c.; u. s. air force, under contract af 18(600)671. the author was assisted by his colleagues drs. s. corrsin, g. corcos, and d. johnson. volume 4 de *Advances in Applied Mechanics*, pages 1 – 51. Elsevier.
- COLEMAN, H. W., HODGE, B. K. et TAYLOR, R. P., 1983  
Generalized Roughness Effects on Turbulent Boundary Layer Heat Transfer – A Discrete Element Predictive Approach for Turbulent Flow over Rough Surfaces. Rapport technique Air Force Armament Laboratory AFALT-TR-83-90, Mississippi State University.
- COLES, D., 1956  
The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 1 Numéro 2 pages 191–226.
- COURBET, B., BENOIT, C., COUAILLIER, V., HAIDER, F., PAPE, M. L. et PÉRON, S., 2011  
Space discretization methods. *Aerospace Lab*, Volume Issue 2.
- COUSTEIX, J., 1989  
*Turbulence et couche limite*. Cepadues-Éditions.
- CUNDALL, P. A. et STRACK, O. D. L., 1979  
A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, Volume 29 Numéro 1 pages 47–65.
- DARCY, H., 1857  
*Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux*. Numéro vol. 1 dans *Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux*. Impr. Impériale.

- DE GRAAFF, D. B. et EATON, J. K., 2000  
Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 422 pages 319–346.
- DE MARCHIS, M., MILICI, B. et NAPOLI, E., 2015  
Numerical observations of turbulence structure modification in channel flow over 2d and 3d rough walls. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 56 pages 108 – 123.
- DE MARCHIS, M. et NAPOLI, E., 2012  
Effects of irregular two-dimensional and three-dimensional surface roughness in turbulent channel flows. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 36 pages 7 – 17.
- DIRLING, R. B., 1973  
*A method for computing roughwall heat transfer rates on reentry nosetips.*
- DUTOYA, D. et MICHARD, P., 1981  
*A program for calculating boundary layers along compressor and turbine blades*, pages 413–429. John Wiley & Sons.
- DVORAK, F. A., 1969  
Calculation of turbulent boundary layers on rough surfaces in pressure gradient. *AIAA Journal*, Volume 7 Numéro 9 pages 1752–1759.
- FLACK, K. A., 2018  
Moving beyond Moody. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 842 pages 1–4.
- FLACK, K. A. et SCHULTZ, M. P., 2010  
Review of Hydraulic Roughness Scales in the Fully Rough Regime. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 132 Numéro 4.
- FLACK, K. A. et SCHULTZ, M. P., 2014  
Roughness effects on wall-bounded turbulent flows. *Physics of Fluids*, Volume 26 Numéro 10 pages 101305.
- FLACK, K. A., SCHULTZ, M. P. et CONNELLY, J. S., 2007  
Examination of a critical roughness height for outer layer similarity. *Physics of Fluids*, Volume 19 Numéro 9 pages 095104.
- FLACK, K. A., SCHULTZ, M. P. et SHAPIRO, T. A., 2005  
Experimental support for townsend’s reynolds number similarity hypothesis on rough walls. *Physics of Fluids*, Volume 17 Numéro 3 pages 035102.
- FOROOGHI, P., FROHNAPFEL, B., MAGAGNATO, F. et BUSSE, A., 2018a  
A modified parametric forcing approach for modelling of roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 71 pages 200 – 209.
- FOROOGHI, P., STRIPF, M. et FROHNAPFEL, B., 2018b  
A systematic study of turbulent heat transfer over rough walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 127 pages 1157 – 1168.
- FOROOGHI, P., STROH, A., MAGAGNATO, F., JAKIRLIĆ, S. et FROHNAPFEL, B., 2017  
Toward a Universal Roughness Correlation. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 139 Numéro 12.
- FOROOGHI, P., STROH, A., SCHLATTER, P. et FROHNAPFEL, B., 2018c  
Direct numerical simulation of flow over dissimilar, randomly distributed roughness elements : A systematic study on the effect of surface morphology on turbulence. *Phys. Rev. Fluids*, Volume 3 pages 044605.

- FUKAGATA, K., IWAMOTO, K. et KASAGI, N., 2002  
Contribution of reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, Volume 14 Numéro 11 pages L73–L76.
- GEORGE, J., 2005  
*Structure of 2-D and 3-D Turbulent Boundary Layers with Sparsely Distributed Roughness Elements*. Thèse de doctorat, Virginia Polytechnic Institute.
- GLIKSON, F., 1996  
*Couche limite sur paroi rugueuse*. Thèse de doctorat, ISAE SupAero.
- HANCOCK, P. E. et BRADSHAW, P., 1983  
The Effect of Free-Stream Turbulence on Turbulent Boundary Layers. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 105 Numéro 3 pages 284–289.
- HANSON, D. R., 2017  
*Computational investigation of convective heat transfer on ice-roughened aerodynamic surfaces*. Thèse de doctorat, The Pennsylvania State University.
- HANSON, D. R. et KINZEL, M. P., 2016  
*Application of the Discrete Element Method to Ice Accretion Geometries*.
- HANSON, D. R., KINZEL, M. P. et T., M. S., 2019  
Validation of the discrete element roughness method for predicting heat transfer on rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 136 pages 1217 – 1232.
- HOSNI, M. H., COLEMAN, H. W., GARNER, J. W. et TAYLOR, R. P., 1993  
Roughness element shape effects on heat transfer and skin friction in rough-wall turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 36 Numéro 1 pages 147 – 153.
- HOSNI, M. H., COLEMAN, H. W. et TAYLOR, R. P., 1989  
Measurement and calculation of surface roughness effects on turbulent flow and heat transfer. Rapport technique TFD-89-1, Mississippi State University.
- HRENYA, C. M., BOLIO, E. J., CHAKRABARTI, D. et SINCLAIR, J. L., 1995  
Comparison of low reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence models in predicting fully developed pipe flow. *Chemical Engineering Science*, Volume 50 Numéro 12 pages 1923 – 1941.
- JACKSON, P. S., 1981  
On the displacement height in the logarithmic velocity profile. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 111 pages 15–25.
- JELLY, T. O. et BUSSE, A., 2018  
Reynolds and dispersive shear stress contributions above highly skewed roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 852 pages 710–724.
- JELLY, T. O. et BUSSE, A., 2019  
Reynolds number dependence of reynolds and dispersive stresses in turbulent channel flow past irregular near-gaussian roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 80 pages 108485.
- JIMÉNEZ, J., 2004  
Turbulent flows over rough walls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Volume 36 Numéro 1 pages 173–196.
- JOURDAN, A., 2005  
Planification d'expériences numériques. *Revue Modulad*, Volume 63 Numéro 33.

- KROGSTAD, P. A., ANTONIA, R. A. et BROWNE, L. W. B., 1992  
Comparison between rough- and smooth-wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 245 pages 599–617.
- KRUG, D., PHILIP, J. et MARUSIC, I., 2017  
Revisiting the law of the wake in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 811 pages 421–435.
- KUWATA, Y. et KAWAGUCHI, Y., 2018  
Statistical discussions on skin frictional drag of turbulence over randomly distributed semi-spheres. *International Journal of Advances in Engineering Sciences and Applied Mathematics*, Volume 10 Numéro 4 pages 263–272.
- KUWATA, Y. et KAWAGUCHI, Y., 2019  
Direct numerical simulation of turbulence over resolved and modeled rough walls with irregularly distributed roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 77 pages 1 – 18.
- LAUNDER, B. et SPALDING, D., 1974  
The numerical computation of turbulent flow computer methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 3 pages 269–289.
- LAVIEILLE, M., 2008  
*Développement d'une méthode de mesure acoustique en écoulement rapide et chaud par Vélocimétrie Laser Doppler*. Thèse de doctorat, ENSAE.
- LEONARDI, S. et CASTRO, I. P., 2010  
Channel flow over large cube roughness : a direct numerical simulation study. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 651 pages 519–539.
- LEONARDI, S., ORLANDI, P., DJENIDI, L. et ANTONIA, R., 2004  
Structure of turbulent channel flow with square bars on one wall. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Volume 25 Numéro 3 pages 384 – 392.
- LÉON, O., REULET, P., RADENAC, E. et CHEDEVERGNE, F., 2018  
Projet PHYSICE 2 - Rapport de synthèse final des travaux du lot 1 - Étude de l'effet des rugosités. Rapport technique ONERA RT 5/25926 DMPE, ONERA.
- MANES, C., POKRAJAC, D., COCEAL, O. et MCEWAN, I., 2008  
On the significance of form-induced stress in rough wall turbulent boundary layers. *Acta Geophysica*, Volume 56 Numéro 3 pages 845.
- MARUSIC, I., MONTY, J. P., HULTMARK, M. et SMITS, A. J., 2013  
On the logarithmic region in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 716.
- MARUSIC, I., UDDIN, A. K. M. et PERRY, A. E., 1997  
Similarity law for the streamwise turbulence intensity in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, Volume 9 Numéro 12 pages 3718–3726.
- MARUSIC, I. et KUNKEL, G. J., 2003  
Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Physics of Fluids*, Volume 15 Numéro 8 pages 2461–2464.
- MAZZUOLI, M. et UHLMANN, M., 2017  
Direct numerical simulation of open-channel flow over a fully rough wall at moderate relative submergence. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 824 pages 722–765.

- MCCLAIN, S. T., COLLINS, S. P., HODGE, B. K. et BONS, J. P., 2006  
The importance of the mean elevation in predicting skin friction for flow over closely packed surface roughness. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 128 Numéro 3 pages 579–586.
- MCCLAIN, S. T., HODGE, B. K. et BONS, J. P., 2003  
Predicting skin friction and heat transfer for turbulent flow over real gas-turbine surface roughness using the discrete-element method. Issu de : *ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference*, pages 31–42. American Society of Mechanical Engineers.
- MENTER, F. R., 1994  
Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, Volume 32 Numéro 8 pages 1598–1605.
- MENTER, F. R., KUNTZ, M. et LANGTRY, R. B., 2003  
Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Heat and Mass Transfer*, Volume 4.
- MICHELI, F., LAVIEILLE, M. et MILLAN, P., 2006  
ASSA, un outil de référence pour le traitement du signal en vélocimétrie laser. *10ème Congrès Francophone de Techniques Laser (CFTL)*.
- MOFFAT, R. J., 1988  
Describing the uncertainties in experimental results. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Volume 1 Numéro 1 pages 3 – 17.
- MOLTCHANOV, S. et SHAVIT, U., 2013  
A phenomenological closure model of the normal dispersive stresses. *Water Resources Research*, Volume 49 Numéro 12 pages 8222–8233.
- MONTY, J. P., HUTCHINS, N., NG, H. C. H., MARUSIC, I. et CHONG, M. S., 2009  
A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 632 pages 431–442.
- MORILHAT, S., 2018  
*Modélisation des fluctuations de la pression pariétale d'une couche limite turbulente pour des applications en vibro-acoustique*. Thèse de doctorat, ISAE Supaero.
- MUSKER, A., 1979  
Explicit Expression for the Smooth Wall Velocity Distribution in a Turbulent Boundary Layer. *AIAA Journal*, Volume 17 Numéro 6 pages 655–657.
- MÖSSNER, M. et RADESPIEL, R., 2015  
Modelling of turbulent flow over porous media using a volume averaging approach and a reynolds stress model. *Computers Fluids*, Volume 108 pages 25 – 42.
- NAGIB, H. et CHAUHAN, K., 2008a  
Variations of von kármán coefficient in canonical flows. *Physics of Fluids*, Volume 20 Numéro 10 pages 101518.
- NAGIB, H. et CHAUHAN, K., 2008b  
Variations of von Kármán coefficient in canonical flows. *Physics of Fluids*, Volume 20 Numéro 10 pages 101518.
- NIKORA, V., BALLIO, F., COLEMAN, S. et POKRAJAC, D., 2013  
Spatially averaged flows over mobile rough beds : Definitions, averaging theorems, and conservation equations. *Journal of Hydraulic Engineering*, Volume 139 Numéro 8 pages 803–811.

- NIKORA, V., MCEWAN, I., MCLEAN, S., COLEMAN, S., POKRAJAC, D. et WALTERS, R., 2007  
Double-averaging concept for rough-bed open-channel and overland flows : Theoretical background. *Journal of Hydraulic Engineering*, Volume 133 Numéro 8 pages 873–883.
- NIKORA, V. *et al.*, 2019  
Friction factor decomposition for rough-wall flows : theoretical background and application to open-channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 872 pages 626–664.
- NIKURADSE, J., 1937  
Laws of flows in rough pipes. Technical Memorandum 1292, NACA, Washington.
- ONERA  
Soufflerie givrante : pose de la première pierre. <https://www.onera.fr/fr/actualites/soufflerie-givrante-pose-de-la-premiere-pierre>.
- ONERA, 2018  
*Manuel théorique de la chaîne CEDRE*. ONERA.
- ORLANDI, P., SASSUN, D. et LEONARDI, S., 2016  
Dns of conjugate heat transfer in presence of rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 100 pages 250 – 266.
- PATEL, V. C., 1998  
Perspective : Flow at High Reynolds Number and Over Rough Surfaces—Achilles Heel of CFD. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 120 Numéro 3 pages 434–444.
- PATEL, V. C., RODI, W. et SCHEUERER, G., 1985  
Turbulence models for near-wall and low reynolds number flows - a review. *AIAA Journal*, Volume 23 Numéro 9 pages 1308–1319.
- PERRY, A. E. et LI, J. D., 1990  
Experimental support for the attached-eddy hypothesis in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 218 pages 405–438.
- PERRY, A., SCHOFIELD, W. et JOUBERT, P., 1969  
Rough wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 37 pages 383.
- PESKIN, C. S., 1972  
Flow patterns around heart valves : A numerical method. *Journal of Computational Physics*, Volume 10 Numéro 2 pages 252 – 271.
- POKRAJAC, D., CAMPBELL, L. J., NIKORA, V., MANES, C. et MCEWAN, I., 2007  
Quadrant analysis of persistent spatial velocity perturbations over square-bar roughness. *Experiments in Fluids*, Volume 42 Numéro 3 pages 413–423.
- POPE, S. B., 2000  
*Turbulent Flows*. Cambridge University Press.
- PRANDTL, L., 1925  
Über die ausgebildete Turbulenz. *ZAMM*, Volume 5 pages 136–139.
- RAUPACH, M. R., ANTONIA, R. A. et RAJAGOPALAN, S., 1991  
Rough-wall turbulent boundary layers. *Applied Mechanics Reviews*, Volume 44 Numéro 1 pages 1–25.
- RAUPACH, M. R. et SHAW, R. H., 1982  
Averaging procedures for flow within vegetation canopies. *Boundary-Layer Meteorology*, Volume 22 Numéro 1 pages 79–90.

- REFLOCH, A. *et al.*, 2011  
CEDRE software. *Aerospace Lab*, Volume Issue 2.
- RENARD, N. et DECK, S., 2016  
A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 790 pages 339–367.
- REULET, P., DONJAT, D., MICHELI, F. et AUPOIX, B., 2015  
Projet PHYSICE. D1.1 - Expérience de plaque plane rugueuse chauffée. Rapport technique, ONERA/DMAE.
- RODRÍGUEZ-LÓPEZ, E., BRUCE, P. J. K. et BUXTON, O. R. H., 2015  
A robust post-processing method to determine skin friction in turbulent boundary layers from the velocity profile. *Experiments in Fluids*, Volume 56 Numéro 4 pages 68.
- SANMIGUEL VILA, C., VINUESA, R., DISCETTI, S., IANIRO, A., SCHLATTER, P. et ÖRLÜ, R., 2017  
On the identification of well-behaved turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 822 pages 109–138.
- SCHLICHTING, H., 1937  
Experimental investigation of the problem of surface roughness. *National Advisory Committee for Aeronautics*, Numéro TM-823.
- SCHULTZ, M. P., 2002  
The Relationship Between Frictional Resistance and Roughness for Surfaces Smoothed by Sanding . *Journal of Fluids Engineering*, Volume 124 Numéro 2 pages 492–499.
- SCHULTZ, M. P. et FLACK, K. A., 2005  
Outer layer similarity in fully rough turbulent boundary layers. *Experiments in Fluids*, Volume 38 Numéro 3 pages 328–340.
- SEGALINI, A., ÖRLÜ, R. et ALFREDSSON, P. H., 2013  
Uncertainty analysis of the von Kármán constant. *Experiments in Fluids*, Volume 54 Numéro 2 pages 1460.
- SPALART, P. et ALLMARAS, S., 1992  
*A one-equation turbulence model for aerodynamic flows.*
- SQUIRE, D. T., MORRILL-WINTER, C., HUTCHINS, N., SCHULTZ, M. P., KLEWICKI, J. C. et MARUSIC, I., 2016  
Comparison of turbulent boundary layers over smooth and rough surfaces up to high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 795 pages 210–240.
- TAYLOR, R. P., COLEMAN, H. W. et HODGE, B. K., 1985  
Prediction of turbulent rough-wall skin friction using a discrete element approach. *Journal of Fluids Engineering*, Volume 107 Numéro 2 pages 251–257.
- THAKKAR, M., BUSSE, A. et SANDHAM, N. D., 2018  
Direct numerical simulation of turbulent channel flow over a surrogate for Nikuradse-type roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 837 pages R1.
- THOM, A. S., 1971  
Momentum absorption by vegetation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Volume 97 Numéro 414 pages 414–428.
- TORO, E. F., 1997  
*Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics : a practical introduction.* Springer Science & Business Media.

- TOWNSEND, A. A., 1976  
*The Structure of Turbulent Shear Flow*. Crambridge University Press, 2<sup>nde</sup> édition.
- TROPEA, C., YARIN, A. et FOSS, J., 2007  
*Handbook of Experimental Fluid Mechanics*. Springer.
- VAN DRIEST, E. R., 1956  
On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, Volume 23 Numéro 11 pages 1007–1011.
- WAIGH, D. R. et KIND, R. J., 1998  
Improved aerodynamic characterization of regular three-dimensional roughness. *AIAA Journal*, Volume 36 Numéro 6 pages 1117–1119.
- WALKER, J., 2014  
The Application of wall similarity techniques to determine wall shear velocity in smooth and rough wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluids Engineerings*, Volume 136 Numéro 5.
- WALLACE, J. M., ECKELMANN, H. et BRODKEY, R. S., 1972  
The wall region in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 54 Numéro 1 pages 39–48.
- WEI, T., SCHMIDT, R. et MCMURTRY, P., 2005  
Comment on the Clauser chart method for determining the friction velocity. *Experiments in Fluids*, Volume 38 Numéro 5 pages 695–699.
- WHITAKER, S., 1986  
Flow in porous media I : A theoretical derivation of Darcy’s law. *Transport in Porous Media*, Volume 1 Numéro 1 pages 3–25.
- WILCOX, D., 1994  
*Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Incorporated.
- WILSON, N. R. et SHAW, R. H., 1977  
A higher order closure model for canopy flow. *Journal of Applied Meteorology*, Volume 16 Numéro 11 pages 1197–1205.
- WU, S., CHRISTENSEN, K. T. et PANTANO, C., 2020  
A study of wall shear stress in turbulent channel flow with hemispherical roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 885 pages A16.
- ŽUKAUSKAS, A., 1972  
Heat transfer from tubes in crossflow. *Advances in Heat Transfer*, pages 93 – 160. Elsevier.