

Title	Some Open Questions About Fusion (有限群の研究)
Author(s)	吉田, 知行
Citation	数理解析研究所講究録 (1975), 233: 40-42
Issue Date	1975-04
URL	http://hdl.handle.net/2433/105468
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

Some open questions about fusion

Chicago Univ. G. Glauberman.

北大・理 吉田 知行
(訳)

G : finite group, $S \in \text{Syl}_p G$ とする. G のいくつかの p -local subgroup H_i が, $H_i \supseteq S$, H_i : p -constrained, $O_p(H_i) = 1$ を満たすとき, H_i の間にはどのような関係があるだろうか? 例えば, $p \geq 5$ で H_i が p -solvable なら, それらの H_i は $N_G ZJ(S)$ に含まれる.

$p = 2$ で G は 3'-group, $|G| = \text{even}$, $S \in \text{Syl}_2 G$ とする. このとき, Thompson の結果によつて, S は strongly closed abelian subgroup A を持つ.

- 1) Thompson の結果を使わずに, これを証明できるか?
- 2) どのような A が S において characteristic なものがあるだろうか?

この問題は結局次に還元される.

S を与え, A をその条件を満たすある候補とする. H を S を Sylow 2-subgroup として含む, 2-constrained

3'-group としたとき $A \triangleleft H$ が言えるか？

さらに H を solvable group に制限したときはどうか。

H が 3'-group ではない場合はもちろん成立しない。例えば $H = S_4$ とすれば $1 \neq A \text{ char } \mathcal{S}$ について $A \not\triangleleft H$ 。また $H = GL(2, 2)$ とすれば \mathcal{S} は 1 以外に strongly closed abelian subgroup を持たない。

$p = \text{odd}$ とする。 $G = Qd(p) = p^2 \rtimes \mathcal{S} \leq L(2, p)$ とおく。
($p=2$ について $Qd(2) \cong S_4$)。このとき $|\mathcal{S}| = p^3$ 。この G に対し、 \mathcal{S} のどの nontrivial characteristic subgroup も G にたいして normal にならない。

すなわち、 H が p -constrained group で $O_p(H) = 1$ 、 $\mathcal{S} \in \text{Syl}_p H$ とする。もし H が $Qd(p)$ を involve しなければ、 $ZJ(\mathcal{S}) \triangleleft H$ 。しかし、一般に H が $Qd(p)$ を involve すれば、 $ZJ(\mathcal{S}) \not\triangleleft H$ である。 H が $Qd(p)$ を involve し、 $ZJ(\mathcal{S}) \not\triangleleft H$ と仮定。

Thompson の question.

1) $x \in \mathcal{S} - O_p(H)$ で、その chief factor V/V ($V \in O_p(H)$) に対し $[V, x, x] \subseteq V$ となるものが存在するか？

2) $H/O_p(H) \cong \mathcal{S} \leq L(2, p^n)$ の場合はどうか。

最後に Finite Simple Group (Higman-Powell) の p.48-50

に γ の 2 少し付 H を加える。

Q.16.2 (a) Sylow 2-group を極大 subgroup とした場合 G に γ の 2 は B. Baumann, unpublished があつた。

(b) generalized quaternion group を direct factor に持つ Sylow 2-group を含む G に γ の 2 は, J. Alg. 28, B3-173.

Q.16.5. p25 に γ の 2 は Thompson, Quadratic pair に γ の 2 報告された。

Q.16.8. Transfer results は $H^1(G, \mathbb{Z}_p) \cong H^1(N_G K(S), \mathbb{Z}_p)$ (p25) を与える。

G が simple ならば $H^2(G, \mathbb{Z}_p) \cong \Omega, O_p M(G)$ である。

PSL, PSU を除いて $|M(G)| \leq 48$ を証明せよ。

p25 に γ の 2 $O_p M(G)$ が cyclic であることを証明せよ。

(吉田, 記)