Title	微分方程式系におけるカオス変調による間欠性(基研長期研究会「カオスとその周辺」,研究会報告)
Author(s)	山田, 知司; 藤坂, 博一
Citation	物性研究 (1989), 51(6): 789-791
Issue Date	1989-03-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/93574
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

微分方程式系におけるカオス変調による間欠性

九州工大工　山田知司、鹿児島大理　藤坂博一

カオスへの転移の機構として"Intermittency"（間欠性）が重要な役割をしていることは良く知られている。いわゆる"Pomeau-Manneville Intermittency"は周期状態からカオス状態への転移に伴って出現する。この間欠状態は、周期状態を反映した長い"laminer"状態と、それらの状態の間に入り込んだ短い"burst"状態との繰り返しからなっている。この間欠状態への転移に於ては、最大リヤプノフ数が負から正に変わる。一方、我々は間欠状態が、カオス－カオス転移に於ても出現しうることを見つけた。この間欠状態への転移の場合、第二最大リヤプノフ数がその符号を変える。これらの間欠性は、いずれにせよ、適切な力学変数を選ぶことによって観測される。

ここでは、カオス－カオス転移に伴う間欠性を考察する。写像を用いた議論は既に報告しているので、ここでは、微分方程式系を考察する。典型的なカオス－カオス転移を示す系として、次の二つの系が考えられる：

（１）Ｍｏｄｕｌａｔｉｏｎ　Ｔｙｐｅ

$$dr/dt = F(r,x;t), \quad F(0,x;t)=0 \qquad (1)$$

$$dx/dt = G(x,t) \quad : \text{chaotic}$$

（２）Ｃｏｕｐｌｅｄ　Ｃｈａｏｓ　Ｔｙｐｅ

$$dx_1/dt = F(x_1;t)+(D/2)(x_2-x_1)$$

$$dx_2/dt = F(x_2;t)+(D/2)(x_1-x_2) \qquad (2)$$

$$dx/dt = F(x;t) \quad : \text{chaotic}$$

以下では，（２）の Coupled Chaos Type について述べる．（２）において次の変数変換を行う：

$$x_0=(x_1+x_2)/2, \quad v=(x_1-x_2)/2 \qquad (3)$$

すると，（２）は次のようになる：

$$dx_0/dt= F(x_0;t)+ O(v^2)$$
$$dv/dt = \{G(t)-D\} \cdot v+ O(v^3) \qquad (4)$$
$$G(t)= (\partial F/\partial x)_{x0}$$

（４）において，v(t)について線形の範囲で形式的に解くと，

$$v(t)= \exp_+[\int_0^t \{G(s)-D\}ds] \cdot v(0)$$
$$= R(t) \cdot \exp(-Dt) \cdot v(0) \qquad (5)$$
$$R(t)=\exp[\int_0^t G(s)ds]$$

行列$(1/t)\log R(t)$,$(t\to\infty)$,の固有値が非結合系のカオス状態のリヤプノフ数スペクトラムになっている。従って、$t \gg 1$ の場合には カオス状態の最大リヤプノフ数を λ_L と置くと

$$R(t)\sim\exp(\lambda_L-D)t$$

となる。従って、v(t)の絶対値を $r(t)=|v(t)|$ とすると、$D>\lambda_L$ に対しては、$t\to\infty$とすると、$r(t)\to 0$ となる。即ち、このときは、$x_1=x_2$ (synchronized state) が実現していることになる。一方、$D<\lambda_L$ に対しては、大きなtにおいて、$r(t)\neq 0$ の状態が出現する。このカオス－カオスの転移は、結合係数Dを変えていくと $D=\lambda_L$ で生ずる。（５）より、大きなtに対しては

$$(dr/dt)/r \cong \Delta \equiv \lambda_L - D \qquad (6)$$

としてよいが、Δ>0 に対しては、非線形項が重要になる。また、時間尺度～1 程度の揺らぎ f(t) を考慮して、(6)は次ぎのようになる：

$$(dr/dt)/r = \Delta - \beta r^p + f(t) \qquad (7)$$

$$\langle f(t) \rangle = 0, \quad \langle f(t) f(t') \rangle = 2\gamma\,\delta(t-t')$$

(7)は、Multiplicative Noise Model の方程式になっている。

我々は、具体的なモデルとして、Coupled Brusselator Modelを採用して simulationを実行した。このモデルでは、実際に、結合係数Dのある値で間欠的状態が、力学変数rに現れる。また、Multiplicative Noise Modelから予想されることであるが、転移点の近傍で力学変数rの分布 P(r)は次のようなべき則を持つことが確かめられる：

$$P(r) \sim r^{-1+a} \qquad (8)$$

カオス－カオス転移点近傍では、その他、種々のスケーリング則の成立することも示唆されているので、これらについても微分方程式系において確かめる必要がある。

参考文献

(1) T. Yamada and H. Fujisaka, Progr. Theor. Phys. 76 (1986),582.

(2) A. Schenzle and H. Brand, Phys. Rev. A25 (1982),1731.

(3) T. Yamane,T. Yamada and H.Fujisaka, Progr. Theor. Phys. 80 (1988),588