Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – en mixed methods studie

—

Carina Aurelie Heimstad

Kristoffer Strand

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn *Mai 2018*
LRU-3903 Mastergradsoppgave i matematikkdidaktikk

Sammendrag

I denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk undersøker vi de kognitive utfordringene i oppgavene i to av de mest brukte lærebokseriene for ungdomsskolen i Norge. Norske matematikklærere benytter seg i stor grad av læreboka i undervisningen (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012), samt at en rekke studier hevder at det er læreboka og oppgavene i dem som i stor grad legger grunnlaget for hva elevene lærer (Fan, Miao & Zhu, 2013; Hiebert m.fl., 1997; Hiebert & Wearne, 1997; Pepin & Haggarty, 2007; Robitaille & Travers, 1992). På bakgrunn av dette ønsker vi å undersøke denne problemstillingen:

I hvilken grad får elevene kognitive utfordringer gjennom oppgavene som gis i de to mest brukte lærebøkene på ungdomskolen i Norge?

1) *Hvilken grad av kognitive nivåkrav krever oppgavene?*
2) *Hvilke typer svar krever oppgavene?*

For å svare på denne problemstillingen har vi gjennomført en *mixed methods* studie. Utvalget vårt består av lærebøkene Faktor 8-10 og Maximum 8-10. Analysen er delt inn i en horisontal del og en vertikal del. Den horisontale analysen har gitt oss oversikt over bakgrunnsinformasjonen og en generell oversikt over læreverkene vi har benyttet oss av. Denne analysen har blant annet gitt oss grunnlaget for å dele oppgavene inn i ulike tema. Den vertikale analysen gikk mer i dybden. Her benyttet vi oss av to ulike tilnærminger, en kvantitativ og en kvalitativ del. I den kvantitative analysen kodet vi oppgaver i forhold til vårt konseptuelle rammeverk. I tillegg gjennomførte vi en mindre kvalitativ analyse av et utvalg av lærebøkenes *grubleoppgaver*. Den kvantitative analysen av oppgavene har hovedtyngden i denne masteroppgaven, mens hensikten med den kvalitative tilleggsanalysen var å ytterligere belyse elementer som vårt konseptuelle rammeverk ikke fanget opp.

Funnene våre viser at oppgavene i begge lærebokseriene i stor grad er lavere kognitivt krevende. Særlig Faktor, men også Maximum gir elevene få muligheter til å møte på kognitivt utfordrende oppgaver. Oppgaver med lavere kognitive nivåkrav gir elevene minimal mulighet for å møte på kognitive utfordringer som igjen fører til svakere utvikling av matematisk kompetanse. Flesteparten av oppgavene vi har kategorisert krever kun at elevene gir et svar, i stedet for en forklaring eller en begrunnelse. I og med at en så stor andel av oppgavene kun krever et svar mener vi dette begrenser de kognitive utfordringene i oppgavene.

Forord

Med denne oppgaven avslutter vi vårt integrerte mastergradsprogram i lærerutdanning for 5.-10. trinn ved Universitetet i Tromsø – Norges arktiske universitet. Gjennom denne mastergradsoppgaven har vi fått en dypere innsikt i hvilke kognitive krav lærebøkene stiller elevene gjennom oppgaven. Undersøkelsen vi har gjort har gitt oss kunnskap og erfaringer rundt matematikkoppgaver som vil være gunstig for vår yrkesutøvelse.

Vi vil takke vår veileder Per Øystein Haavold ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT Norges arktiske universitet for at han har vist interesse og engasjement for vårt prosjekt. Vi vil også takke for hans gode råd og hjelp gjennom hele prosessen. I tillegg ønsker vi å takke våre medstudenter for gode faglige- og ikke faglige samtaler på masterkontoret.

Tromsø, mai 2018

Carina Aurelie Heimstad

Kristoffer Strand

Innholdsfortegnelse

1 Innledning ... 1
1.1 Personlig bakgrunn for valg av tema ... 1
1.2 Teoretisk bakgrunn for valg av tema ... 1
1.3 Formål og forskningsspørsmålet ... 3
2 Teori ... 5
2.1 Begrepsavklaringer ... 5
2.1.1 Algoritme ... 5
2.1.2 Lærebøker og læreverk ... 6
2.2 Kognitive utfordringer ... 6
2.3 Forskning på lærebøker ... 15
2.3.1 Hvorfor forske på lærebøker? ... 15
2.3.2 Tidligere forskning ... 17
2.4 Annen relevant forskning ... 19
2.5 Rammeverk ... 21
2.5.1 Horisontal analyse i vårt konseptuelle rammeverk ... 23
2.5.2 Vertikal analyse i vårt konseptuelle rammeverk ... 23
2.5.2.1 Task Analysis Guide ... 24
2.5.2.2 Type of Response ... 29
2.6 Oversikt over vårt konseptuelle rammeverk ... 29
3 Metode ... 31
3.1 Teoretisk perspektiv og valg av metode ... 31
3.1.1 Dokumentanalyse ... 31
3.1.2 Mixed methods ... 31
3.2 Utvalg ... 32
3.3 Kvantitativ analyse ... 35
3.3.1 Horisontal analysemetode ... 36

3.3.2 Vertical analysemetode 36
3.3.3 Forberedelse til kategoriseringen 37
3.3.4 Kodeprosedyre 39
3.3.4.1 Oppgaver som ikke var mulig å kategorisere 47
3.4 Kvalitativ tilleggsanalyse av grubleoppgavene 49
3.4.1 Gjennomføring 49
3.5 Kvalitet i studien 50
3.5.1 Validitet 50
3.5.2 Reliabilitet 52
3.6 Forskningsetikk 54
4 Funn 57
4.1 Funn fra den horisontale analyse 57
4.1.1 Lærebøkenes bakgrunnsinformasjon 57
4.1.2 Lærebøkenes generelle struktur 58
4.2 Funn fra den vertikale analysen 62
4.2.1 Eksempler på uventede kategorikombinasjoner 63
4.2.2 Alle lærebøkene samlet sett 65
4.2.3 Maximum og Faktor 66
4.2.4 Hver lærebok individuelt sett 67
4.2.4.1 Faktor 69
4.2.4.2 Maximum 70
4.2.4.2.1 Differensieringsmodellen 71
4.2.5 Samlebetegnelsene 72
4.2.5.1 Ordinære oppgaver 73
4.2.5.2 Øvingsoppgaver 75
4.2.5.3 Utfordringsoppgaver 77
4.2.5.4 Grubleoppgaver 79

4.2.5.5 Samlebetegnelser totalt ... 81
4.2.6 Ulike tema ... 83
4.3 Funn fra den kvalitative tilleggsanalysen ... 86
4.3.1 Oppgaver som er del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav ... 86
4.3.1.1 Grubleoppgaver kategorisert som lav-H i Maximum ... 86
4.3.1.2 Grubleoppgaver kategorisert som lav-P i Faktor ... 88
4.3.1.3 Grubleoppgaver kategorisert som lav-P i Maximum ... 89
4.3.2 Oppgaver med lavere kognitive nivåkrav ... 92
4.3.2.1 Grubleoppgaver kategorisert som lav-P i Faktor ... 92
4.3.2.2 Grubleoppgaver kategorisert som lav-P i Maximum ... 93
5 Diskusjon ... 95
5.1 Generelle funn ... 95
5.1.1 Hovedtrekk ... 95
5.1.2 Likheter og forskjeller mellom lærebøkene ... 97
5.2 Funn i samlebetegnelsene ... 99
5.2.1 Ordinære oppgaver og øvingsoppgaver ... 99
5.2.2 Utfordringsoppgaver og grubleoppgaver ... 100
5.2.3 Ulike tema ... 104
5.3 Hvordan øke muligheten for kognitive utfordringer i oppgaver? ... 105
6 Avslutning ... 109
6.1 Konklusjon ... 109
6.2 Veien videre og betydning for profesjon ... 110
7 Referanseliste ... 113
8 Vedlegg ... 119
Vedlegg A: Vår definisjon av Task Analysis Guide ... 119
Vedlegg B: Vår definisjon av Type of Response ... 121
Vedlegg C: Smith og Stein (1998) definisjon av Task Analysis Guide ... 122

Tabelliste

Tabell 2.1: Fullstendig rammeverk for analyse av lærebøker 29
Tabell 3.1: Oversikt over samlebetegnelsenes innhold 34
Tabell 3.2: Oversikt over fordelingen av Cohens k 53
Tabell 4.1: Bakgrunnsinformasjon for alle lærebøker 57
Tabell 4.2: Kapitteloversikt, antall oppgaver og antall deloppgaver i lærbokserien Maximum 59
Tabell 4.3: Kapitteloversikt, antall oppgaver og antall deloppgaver i Faktor 60
Tabell 4.4: Temainndeling med bakgrunn i den horisontale analysen 60
Tabell 4.5: Strukturell oversikt over fordeling av oppgaver og oppgavetetthet, både i tema og bøker. 61
Tabell 4.6: Total oversikt over oppgavers fordeling i kategoriene i Type of Response og Task Analysis Guide 65
Tabell 4.7: Prosentvis fordeling av kategorikombinasjonene av Task Analysis Guide og Type of Response i grubleoppgavene 79

Figurliste

Figur 2.1: Intertwined Strands of Proficiency. Figur hentet fra Kilpatrick m.fl. (2001, s. 117) 9
Figur 2.2: Dimensjon 1 i rammeverket TRU Math (Schoenfeld & Floden, 2014) 13
Figur 2.3: Dimensjon 2 i rammeverket TRU Math (Schoenfeld & Floden, 2014) 14
Figur 2.4: Lærebøker i sammenheng med IEA sin tredelte modell. Gjengitt etter Valverde et al. (2002, s. 13) 16
Figur 2.5: Oversikt over det teoretiske rammeverket brukt i studien til Charalambous m.fl (2010) 23
Figur 2.6: The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998)................................. 25
Figur 2.7: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien hukommelse................ 26
Figur 2.8: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien prosedyre uten sammenheng.. 27
Figur 2.9: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien prosedyre med sammenheng.. 27
Figur 2.10: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien matematikk 28
Figur 3.1: Utklipp av excel-dokumentet vi benyttet oss av under kategorisering................... 37
Figur 3.2: Oppgave 6.20b i Faktor 8 kan vi finne svaret på direkte i teoridelen før, dermed kategoriseres den til lav-H.. 41
Figur 3.3: Oppgave 4.1 i Faktor 8 er et eksempel på oppgaver der øving med verktøy gjør at vi kategoriserte den til lav-H 42
Figur 3.4: Oppgave 3.11 i Maximum 8 viser en oppgave som er kategorisert til lav-P. Oppgaven er lav-P fordi den kan løses direkte ved å benytte algoritmen som er presentert i eksempel 3. I tillegg har ikke oppgaven noen sammenheng eller utforsking av den underliggende matematiske sammenhengen uekte brøk – blandet tall. 42
Figur 3.5: For å løse oppgave 3.144 i Maximum 8, er elevene nødt til å kombiner flere ulike algoritmer for å komme frem til en løsning. I tillegg har oppgaven nær sammenheng til temaet desimaltall. Denne oppgaven er kategorisert til høy-P. 43
Figur 3.6: Oppgave 2.8 i Maximum 10 viser en oppgave som kan løses ved å bruke algoritmen i Pytagoras' læresetning, og samtidig utforsker forholdet mellom en rettvinklet trekant og sirkelens egenskaper. Denne oppgaven kategoriseres til høy-P............................. 43
Figur 3.7: Oppgave 1.152 i Maximum 8 har ingen algoritmisk løsningsmetode. Her må eleven prøve seg frem og utforske forholdet mellom prosent – heltall. Derfor kategoriseres denne som en høy-M.. 44

Figur 3.8: Oppgave 1.13 i Faktor 8 er et typisk eksempel på en oppgave som kun krever et numerisk svar. 44
Figur 3.9: Oppgave 1.24b i Faktor 8 viser en oppgave som kun krever svar på et konkret spørsmål 44
Figur 3.10: Oppgave 3.98 i Faktor 8 ber elevene om å forklare fremgangsmåten de bruker. . 45
Figur 3.11: Oppgave 4.52b i Maximum 8 blir elevene eksplisitt bedt om å forklare svaret sitt. 45
Figur 3.12: Oppgave 5.13c i Maximum 8 er kodet til forklaring fordi oppgaven implisitt ber eleven om å forklare fremgangsmåten sin........ 46
Figur 3.13: Oppgave 3 under Noe å lure på i kap. 3 i Faktor 8 er en oppgave som krever at eleven begrunner gyldigheten til svaret sitt........ 46
Figur 3.14: Oppgave 4.47b blir elevene eksplisitt bedt om å begrunne svaret sitt. 47
Figur 3.15: Oppgave 5.42 i Maximum 10 er et eksempel på en oppgave der eleven selv velger hvor kognitivt krevende den er........ 47
Figur 3.16: Oppgave 3.1 i Maximum 8 er et eksempel på en oppgave som krever at elevene snakker sammen om et tema og dermed selv bestemmer hvor kognitivt krevende samtalen kan bli........ 48
Figur 3.17: Oppgave 6 i Noe å lure på i kapittel 1 i Faktor 10 er et eksempel på en oppgave der eleven blir bedt om å finne ut mer, og dermed havner utenfor vårt rammeverk........ 48
Figur 3.18: Oppgave 1 i Noe å lure på i kapittel 2 i Faktor 10 er et eksempel på en hjernetrim-oppgave som falt utenfor vårt rammeverk 48
Figur 3.19: Oversikt over styrken på de ulike kappaverdiene........ 53
Figur 4.1: Et eksempel på en oppgave som vi har telt som seks oppgaver........ 59
Figur 4.2: Oppgave 2.107 A i Maximum 8 er en oppgave som er kategorisert til lav-H og forklaring........ 63
Figur 4.3: Oppgave 3.72b og c i Maximum 9 viser en oppgave som er kategorisert som lav-P og begrunnelse........ 63
Figur 4.4: Oppgave 3.37 i Faktor 9 er et eksempel på en oppgave der alle deloppgavene hører inn under kategorikombinasjonen lav-P og forklaring........ 64
Figur 4.5: Oppgave 1.2 i Maximum 8 er et eksempel på en oppgave der alle deloppgavene hører inn under kategorikombinasjonen lav-P og forklaring 65
Figur 4.6: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide for alle bøkene........ 66
Figur 4.7: Andel svar, forklaring og begrunnelse i Maximum og Faktor 67

Figur 4.8: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i Maximum og Faktor 67
Figur 4.9: Andel svar, forklaring og begrunnelse i hver enkelt bok 68
Figur 4.10: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i hver enkelt bok 69
Figur 4.11: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide i Faktor 70
Figur 4.12: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide i Maximum...70
Figur 4.13: Andel svar, forklaring og begrunnelse i Maximums differensieringsmodell........71
Figur 4.14:Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i Maximums differensieringsmodell...........72
Figur 4.15: Antall oppgaver i hver samlebetegnelse...73
Figur 4.16: Andel svar, forklaring og begrunnelse i ordinære oppgaver i Faktor og Maximum 74
Figur 4.17: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i ordinære oppgaver i Faktor og Maximum75
Figur 4.18: Andel svar, forklaring og begrunnelse i øvingsoppgavene 76
Figur 4.19: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i øvingsoppgavene 77
Figur 4.20: Fordeling av utfordringsoppgavene i kombinasjonene av Type of Response og Task Analysis Guide 78
Figur 4.21: Andel svar, forklaring og begrunnelse i utfordringsoppgavene 78
Figur 4.22: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i utfordringsoppgavene 79
Figur 4.23: Andel svar, forklaring og begrunnelse i grubleoppgaver 80
Figur 4.24: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i grubleoppgaver 81
Figur 4.25: Andel svar, forklaring og begrunnelse i samlebetegnelsene 82
Figur 4.26: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i samlebetegnelsene 83
Figur 4.27: Andel svar, forklaring og begrunnelse i de ulike temaene 84
Figur 4.28: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i de ulike temaene 84
Figur 4.29: Oppgave 2.46a i Maximum 8 er en oppgave som er kategorisert til lav-H fordi oppgavens fokus er å bli kjent med verktøy (i dette tilfellet passeren)..................................85
Figur 4.30: Oppgave 2.129 b og c i Maximum 8 er kategorisert som lav-H 86
Figur 4.31: Oppgave 2.131 a og c i Maximum 8 er kategorisert som lav-H............................87
Figur 4.32: Oppgave 7 a) i Faktor 9 er kategorisert som lav-P...88
Figur 4.33: Oppgave 5.107 a i Maximum 8 er kategorisert som lav-P 89
Figur 4.34: Oppgave 2.90 a, b og c i Maximum 9 er kategorisert som lav-P 90
Figur 4.35: Oppgave 2.104 a, b, c, d og e i Maximum 10 er kategorisert som lav-P 91
Figur 4.36: Oppgave 2 i Faktor 8 er kategorisert som lav-P 92

Figur 4.37: Oppgave 7 i Faktor 10 er kategorisert som lav-P 93
Figur 4.38: Oppgave 2.130 b i Maximum 8 er kategorisert som lav-P 93
Figur 4.39: Oppgave 1.150 i Maximum 9 er kategorisert som lav-P 94
Figur 4.40: Oppgave 2.102 i Maximum 10 er kategorisert som lav-P 94
Figur 5.1: Eksempel på bøkenes typiske mønster av å presentere en løsningsmetode med påfølgende oppgaver (Hjardar & Pedersen, 2015, s. 166-167) 106

1 Innledning

Denne masteroppgaven undersøker hvilke kognitive utfordringer elevene tilbys gjennom oppgavene de får fra de to mest brukte lærebøkene på ungdomsskolene i Norge. Mer spesifikt ønsker vi å se på hvilken grad av kognitive nivåkrav oppgavene krever og hvilke typer svar oppgavene krever. I dette kapitlet beskrives bakgrunn for valg av tema, forskningsspørsmålet og formålet med undersøkelsen.

1.1 Personlig bakgrunn for valg av tema

Gjennom erfaring fra vår egen skolebakgrunn, praksiser og arbeid som vikar på ulike skoler har det blitt tydelig for oss at lærebøker har en sentral plass i matematikkundervisningen. I praksisopphold vi har hatt i forbindelse med lærerutdanningen, har en stor del av våre praksislærere hatt meninger om hvilke kapitler og oppgaver fra læreboka de foretrekker at vi skal gjennomgå med elevene. Det store fokuset på lærebøker har gjort oss nysgjerrige på dem og spesielt oppgavene i dem. Hva er det egentlig elevene får lære av å jobbe med disse utvalgte oppgavene? I vårt første semester på 5.året på lærerutdanningen hadde vi to fag som omhandlet matematikkdidaktikk. Gjennom disse fagene lærte vi blant annet om matematisk forståelse og matematisk kompetanse og viktigheten med at elever får muligheten til å engasjere seg i matematikkoppgaver som bidrar til å utvikle nettopp det.

1.2 Teoretisk bakgrunn for valg av tema

En rekke studier indikerer at elever i stor grad jobber med rutineoppgaver som i hovedsak kun bidrar til instrumentell forståelse og prosedyrekunnskap (Hiebert & Grouws, 2007; Jonsson, Norqvist, Liljekvist & Lithner, 2014; Schoenfeld, 1992). Dermed får ikke elever muligheten til å utvikle matematisk kompetanse, som blant annet innebærer å ha konseptuell forståelse, god prosedyreflyt, evne til å argumentere og resonnere og se meningen med matematikkfaget (Kilpatrick, Swafford, Findell & National Research Council, 2001). Hiebert og Grouws (2007) konkluderer i sin gjennomgang av forskningslitteraturen med at «produktivt slit med viktig matematikk» gir elevene en mulighet til å bedre sin begrepsforståelse og dybdelæring. Oppgaver med kognitive utfordringer gjør at elevene får mulighet til å oppleve å «streve produktivt» med matematikk, slik at de kan utvikle en god forståelse av matematikk og utholdenhet når de løser utfordrende matematiske problemer.

I TIMSS internasjonale rapport fra 2011 oppgir 97% av norske elever at læreren bruker læreboka som basis for undervisningen (Mullis m.fl., 2012, s. 406). Dette kan indikere at det er læreboka som styrer hva elevene faktisk lærer. En rekke internasjonale studier viser også at det er læreboka som i stor grad legger grunnlaget for hva elevene lærer (Fan m.fl., 2013; Hiebert m.fl., 1997; Pepin & Haggarty, 2007; Robitaille & Travers, 1992). Hiebert og Wearne (1997) tar det enda lengre, og argumenterer for at det er oppgavene i lærebøkene som i størst grad definerer hva elevene lærer. Det samme gjør også National Council of Teachers of Mathematics (2000), som påpeker at matematikkoppgaver er helt sentral i elevers læring fordi det er oppgavene som formidler hva matematikk er og hva det innebærer å "gjøre matematikk". Det betyr at læreboka og dens oppgaver er et svært viktig verktøy for både læreren og elevene, og dermed også et viktig dokument å forske på.

Ut ifra formålet med matematikkfaget i Læreplanen er det tydelig for oss at det er et viktig aspekt at elevene skal lære seg å tenke selv, både i matematiske situasjoner, men også i mer hverdagslige situasjoner. Under *Føremål* i Læreplanverket for Kunnskapsløftet i matematikk sies det at god kompetanse i matematikk er en forutsetning for at elever skal utvikle seg til å bli aktive borgere som er med på å forstå og påvirke prosesser i samfunnet (Utdanningsdirektoratet). Problemløsning og modellering nevnes også eksplisitt som en viktig del av elevers matematiske kompetanse. Noe som er avgjørende for en problemløsningsoppgave er at elevene møter på kognitive utfordringer i oppgaven (Mayer, 1992). Dette indikerer at elever bør møte på kognitivt utfordringer i matematikkundervisningen for å oppfylle kravene i læreplanen. På grunn av at oppgavene i lærebøkene i stor grad legger grunnlaget for hva elevene lærer bør oppgavene gi elevene muligheten til å møte på kognitive utfordringer.

Det er en pågående fornying av læreplanen, og høsten 2020 skal den implementeres i skolen. Målet med fornyingen av Kunnskapsløftet er å «styrke utviklingen av elevenes dybdelæring og forståelse» (Utdanningsdirektoratet, 2017). For tiden jobbes det med å utvikle kjerneelementer i alle fag. Kjerneelementene er det viktigste elevene skal lære, og siste utkast til kjerneelementer i matematikk fellesfag viser til seks punkter: utforsking og problemløsing; modellering og anvendelser; resonnering og argumentasjon; representasjon og kommunikasjon; abstraksjon og generalisering; matematiske kunnskapsområder (Utdanningsdirektoratet, 2018b). Fagfornyelsen vektlegger dybdelæring, og at elevene gradvis skal få utviklet sin forståelse og se sammenhenger i fagene. Blant annet står det i kjerneelementene i matematikk at det skal legges mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene, samt at elevene i større grad må forklare valgt fremgangsmåte og kunne begrunne gyldigheten av sine svar (Utdanningsdirektoratet, 2018b).

Disse beskrivelsene reflekterer mange av trådene i modellen til Kilpatrick m.fl. (2001) over matematisk kompetanse. For å kunne utvikle elevers matematiske kompetanse må de matematiske oppgavene og aktivitetene elevene tilbys kreve mer enn at de skal huske bestemte regler eller algoritmer (Schoenfeld, 1992; Stein, Grover & Henningsen, 1996). På bakgrunn av dette ønsker vi å fokusere på kognitive utfordringer i lærebøkenes oppgaver.

1.3 Formål og forskningsspørsmålet

Formålet med denne masteroppgaven er å få et klarer bilde av de kognitive utfordringene elevene møter på gjennom oppgavene i norske lærebøker på ungdomsskolen. Ved å støtte oss til Mesa (2004) sitt spørsmål om «What *would* students learn if they had to solve all the exercises in the textbook?" (s. 256), ønsker vi å undersøke oppgavene i norske lærebøker på ungdomstrinnet med bakgrunn i dette forskningsspørsmålet:

I hvilken grad får elevene kognitive utfordringer gjennom oppgavene som gis i de to mest brukte lærebøkene på ungdomskolen i Norge?

1) *Hvilken grad av kognitive nivåkrav krever oppgavene?*
2) *Hvilke typer svar krever oppgavene?*

Dette ønsker vi å undersøke gjennom en *mixed methods* studie. Hovedtyngden av analysen vil være kvantitativ, hvor vi kategoriserer oppgavene fra de valgte lærebøkene etter et rammeverk. For å belyse enkelte av funnen ytterligere, gjennomfører vi en kvalitativ tilleggsanalyse.

2 Teori

I dette kapitlet skal vi redegjøre og beskrive relevante begreper for vår problemstilling og for denne undersøkelsen. Vi vil beskrive rammeverket som ligger til grunn for kategoriseringen av oppgavene fra lærebøkene Faktor og Maximum, samt at annen relevant teori og tidligere forskning på dette feltet vil bli presentert.

2.1 Begrepsavklaringer

Schoenfeld (2007) hevder at forskning er en prosess som går i sirkel og dette illustrerer han i en modell. Poenget med denne modellen er å vise at det gjøres ulike valg som påvirker hvordan forskning tar form. I forskningsprosessen tar man utgangspunkt i den virkelige verden, utvikler en begrepsanalytisk modell som illustrerer dette, og deretter representerer det i et system (Schoenfeld, 2007). Det vil si at forskeren prøver å sette ord og begreper på det som skal undersøkes for å formidle denne forståelsen til andre og for at forskningen skal kunne avgrenses.

Det betyr at det er viktig for oss å redegjøre for hvilken forståelse vi har av de ulike begrepene vi benytter oss av for at nyansene i denne undersøkelsen skal komme frem. Vi skal derfor redegjøre for begrepene algoritme, lærebok og læreverk. *Kognitive utfordringer* er også et svært viktig begrep i vår masteroppgave, men det velger vi å beskrive og definerer i et eget kapittel. Disse begrepene vil bli brukt videre i teksten og er viktige med tanke på vårt forskningsspørsmål.

2.1.1 Algoritme

Å definere *algoritme* er ifølge Gowers, Barrow-Green og Leader (2008) ikke lett på grunn av begrepets lange historie og stadige utvikling. Det var ikke før i det 20 århundre at en tilfredsstillende definisjon kom. Beslektede ord som betyr omtrent det samme som begrepet algoritme er *regel, prosedyre* og *metode* (Gowers m.fl., 2008).

Kilpatrick m.fl. (2001, s. 103) definerer en algoritme som: «An algorithm is a "precisely-defined sequence of rules telling how to produce specified output information from given input information in a finite number of steps"». Dette er i samsvar med Brousseau (1997) sin oppfattelse av at en algoritme er et verktøy som tillater en å løse et gitt sett med oppgaver. Kilpatrick m.fl. (2001) poengterer at algoritmer er nødvendige og viktige i skolen fordi de kan hjelpe elevene med å forstå den grunnleggende matematikken, som for eksempel plassverdisystemet. Algoritmer er viktige for å kunne regne avansert matematikk effektivt

(Jonsson m.fl., 2014; Kilpatrick m.fl., 2001), men kan imidlertid også være med på å redusere de kognitive nivåkravene til kompliserte matematikkoppgaver (Haavold, 2011).

I forskningslitteraturen veksles det mellom å bruke begrepene algoritme og prosedyre. I vår undersøkelse velger også vi å bruke disse begrepene om hverandre, ettersom hva som er naturlig. Vi støtter oss til definisjonene til Kilpatrick m.fl om at algoritme (og prosedyre) er en sekvensen med regler som forteller hvordan man kommer frem til en løsning ved et avgrenset antall steg. Som Lithner (2008) påpeker gjelder ikke definisjonen bare i tilfeller der matematiske beregninger benyttes, slik som i for eksempel divisjonsalgoritmen. En oppgave der du blir bedt om å lese av en graf eller en tabell innebære også bruk av en algoritme/prosedyre.

2.1.2 Lærebøker og læreverk

Begrepet *textbooks* har blitt brukt på ulike måter i forskningslitteratur. Johansson (2003) definerer *textbooks* både som et komplekst sett med materiale, som for eksempel dataprogrammer eller lærerens bok, eller som en fysisk bok som har som mål å føre eleven gjennom ulike tema gjennom et skoleår. Det er denne sistnevnte definisjonen av lærebok vi benytter oss av i vår studie. Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt og Houang (2002) gir en beskrivelse av at en *textbook* er en fysisk gjenstand som brukes for å formidle læreplanen for elevene. Dette samsvarer med vår bruk av begrepet lærebok fordi begge de bøkene vi har valgt å analysere er tilpasset den reviderte læreplan i matematikk etter 2013.

Et *læreverk* vil i vår forståelse være alle de samlede ressursene et forlag tilbyr under et gitt navn. Et eksempel her vil være alle de ressursene Gyldendal forlag tilbyr under navnet Maximum. Dette innebærer blant annet alle grunnbøker, alle oppgavebøker, nettressurser og så videre. Når vi fremover skriver Faktor eller Maximum, uten at annet er spesifisert, vil dette være en fellesbetegnelse for grunnbøkene Faktor 8, 9 og 10 og Maximum 8, 9 og 10.

2.2 Kognitive utfordringer

I det matematiske utdanningssystemet er fokuset på at elever skal forstå matematikken svært viktig (e.g. Hiebert & Carpenter, 1992; Pirie & Kieren, 1994). Skemp (1978) benytter seg av Stieg Mellin-Olsens todeling av begrepet *forståelse*. Han skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Ved å ha en instrumentell forståelse benytter du deg av matematiske regler og algoritmer uten å vite hvorfor de fungerer (Skemp, 1978). Eksempler fra matematikken på instrumentell forståelse er at elevene lærer regler som å «låne» i subtraksjon, «flytte over og bytte fortegn» i arbeid med likninger og «snu brøken og multipliser» i divisjon av brøk (Skemp, 1978). Å ha en relasjonell forståelse betyr derimot at du vet hva du skal gjøre og hvorfor. Det vil for eksempel si at eleven forstår at når du «låner» i subtraksjon, veksler du én tier til ti enere for at subtraksjonen skal kunne utføres. Og at å «flytter over og bytter fortegn» egentlig betyr at du for eksempel legger til eller trekker fra det samme på begge sider av likhetstegnet. En elev med relasjonell forståelse vil se de underliggende sammenhengene i matematikken og dermed være bedre rustet i møte med ulike typer oppgaver og matematiske sitasjoner der det ikke er mulig å bruke regler og innøvde algoritmer for å løse dem. En elev med instrumentell forståelse vil ikke ha problemer med å løse matematikkoppgaver hvor regler og innøvde algoritmer kan benyttes, derimot vil matematikkoppgaver som viker fra det kunne by på utfordringer. Skemp (1978) beskriver disse begrepene som to separate måter å forstå matematikk på, der den instrumentelle forståelsen er uønsket, mens den relasjonelle forståelsen er ønsket.

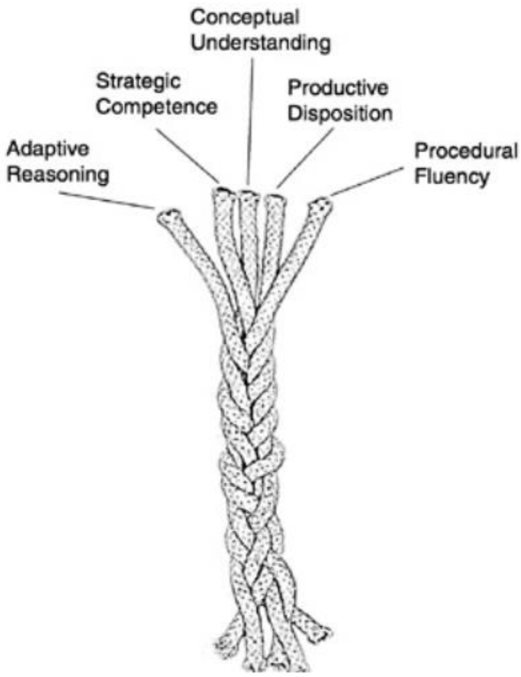
Hiebert og Levfre (1986) bygger videre på og utvikler tankene omkring matematisk forståelse, og knytter begrepene *conceptual knowlegde* og *procedural knowledge* til det. Konseptuell kunnskap innebærer å se sammenhenger i matematikken og evne å koble ny informasjon og kunnskap til allerede eksisterende kunnskap (Hiebert & Levfre, 1986). Konseptuelle kunnskap omhandler å vite hvordan en oppgave skal løses, og hvorfor. Dette minner om Skemp (1978) sin definisjon på relasjonell forståelse. Prosedyrekunnskap innebærer å ha kjennskap til symboler, regler og algoritmer som verktøy for å løse oppgaver. Til forskjell fra Skemp (1978) skiller imidlertid Hiebert og Levfre (1986) mellom tilegnelse av kunnskap gjennom *meaningful learning* eller *rote learning. Meaningful learning* produserer kunnskap som gjør at eleven forstår meninger og ser sammenhenger i matematikken. *Rote learning* produserer derimot kunnskap som er kontekstavhengig, og er derfor lite generaliserbar. Elever med sistnevnte typen kunnskap vil ifølge Hiebert og Levfre (1986) ikke være i stand til å se sammenhenger mellom matematiske konsepter og ideer. Konseptuell kunnskap må per definisjon derfor være *meaningful learning*, men prosedyrekunnskap kan være både *rote learning* og *meaningful learning* (Hiebert & Levfre, 1986). Hvis elever tilegner seg prosedyrekunnskap gjennom å forstå matematiske sammenhenger vil prosedyrekunnskapen være *meaningful*. Å utvikle en slik type prosedyrekunnskap sammen med konseptuell kunnskap vil gi elevene en utfyllende matematisk forståelse. Dersom prosedyrekunnskapen derimot er tilegnet gjennom *rote learning*, vil denne typen kunnskap i stor grad kunne relateres til Skemps (1978) definisjon av instrumentelle forståelse.

Historisk sett har konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap blitt sett på som separate. Lærere har enten valgt å fokusere på den ene eller den andre formen for kunnskap i undervisningen sin (Hiebert & Levfre, 1986). Til forskjell fra Skemp (1978), viser Hiebert og Levfre (1986) til et mer nyansert bilde, og mener som nevnt at en fullstendig matematisk forståelse må bestå av både konseptuell og prosedyrebasert kunnskap. De hevder at elevenes matematiske kompetanse ikke er fullkommen dersom disse to kunnskapene holdes separat. Dersom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap ikke relateres til hverandre kan elevene ha en god matematisk intuisjon, men elevene vil ikke være i stand til å løse matematiske problem (Hiebert & Levfre, 1986).

Kieran (2013) kritiserer skillet mellom prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap og sier at det er viktig å bevare begge formene for å ha god matematisk forståelse. Kieran (2013) skriver videre at Hiebert og Levfre har gjort et forsøk på å se de to sidene i sammenheng med hverandre. Imidlertid poengterer hun at selv om Hiebert og Levfre (1986) anerkjenner sammenhengen, mener hun de ikke er tydelig nok i deres linking mellom de to definisjonene. Kieran (2013) argumenterer for at Hiebert og Levfre (1986) sin definisjon av konseptuell kunnskap og definisjon av prosedyrekunnskap ligger så langt fra hverandre at de virker gjensidig ekskluderende, og at de derfor fortsetter å opprettholde det falske skillet mellom begrepene.

Moderne forskning har nå endret måten vi ser matematisk forståelse på (Schoenfeld, 2007). Før ble kunnskap i matematikk tradisjonelt sett på som å bestå av fakta, prosedyrer og begreper. I dag er et mer aktuelt perspektiv at matematisk forståelse og kunnskap er mer komplisert enn som så. «Den kognitive revolusjonene» (se, e.g. Gardner, 1987) endret synet på matematisk forståelse. Det ble mer fokus på og snakke om matematisk kompetanse, som i tillegg til å inneholde den matematiske kunnskapsbasen, nå også skulle inkludere evnen til å bruke problemløsning som strategi (Schoenfeld, 2007). Det finnes ulike modeller som konkretiserer kompetansebegrepet. En mye brukt og anerkjent modell er utviklet av Niss m.fl. (2002). Hans modell består av åtte kompetanser som er likt fordelt mellom to overkompetanser: *å kunne spørre og svare i, med og om matematikk* og *å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper*. Den førstnevnte gruppen består av *tankegangs-*, *problembehandlings-*, *modellerings-* og *resonneringskompetansen*. Den sistnevnte gruppen består av *representasjons-*, *symbol- og formalisme-*, *kommunikasjons-* og *hjelpemiddelkompetansen*. En annen mye brukt og anerkjent modell av kompetansebegrepet er utviklet av Kilpatrick m.fl. (2001). Kieran (2013) argumenterer for at Kilpatrick m.fl.

(2001) sin kompetansemodell ivaretar sammenhengen mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap gjennom sin modell av matematisk kompetanse. Hun hevder at de lykkes i å åpne opp og linke definisjonene til disse to begrepene. Modellen til Kilpatrick m.fl. over matematisk kompetanse er satt sammen av fem sammenflettede komponenter, og har mange likhetstrekk med Niss sin modell. Vi har valgt å se nærmere på og beskrive Kilpatrick m.fl. (2001) kompetansemodell:



Figur 2.1: Intertwined Strands of Proficiency. Figur hentet fra Kilpatrick m.fl. (2001, s. 117)

Conceptual understanding oversetter vi til konseptuell forståelse. Det omhandler at eleven vet mer enn isolerte fakta og metoder. Eleven har et sammenhengende nettverk av matematiske ideer og en velutviklet konseptuell forståelse medfører også evnen til å relatere nye ideer og begreper til det man kan fra før (Kilpatrick m.fl., 2001). En oppgave Kilpatrick m.fl. (2001) bruker som eksempel for å illustrere konseptuell forståelse er ved addisjon av brøk med ulik nevner. I de tilfeller der eleven tar i bruk ulike representasjoner som å tegne figurer, bruker konkretiseringsmateriell, lager regnefortelling, bruker tallinjen og finner felles nevner, for så å sammenligne de ulike løsningsmetodenes likheter og forskjeller, samt fordelene med dem, viser eleven evnen til å se sammenhenger og viser dermed en dypere matematisk forståelse.

Procedural fluency oversetter vi til prosedyreflyt. Denne tråden handler om å regne nøyaktig, effektivt, og fleksibelt. Det handler ikke utelukkende om å finne prosedyren som gir det rette svaret, men heller at eleven skal forstå hvilken prosedyre som er mest hensiktsmessig å benytte for å løse det aktuelle problemet (Kilpatrick m.fl., 2001). Et tilfelle Kilpatrick m.fl. (2001) bruker som eksempel er når en elev skal legge sammen 598+647. En elev med begrenset forståelse for addisjon, måtte brukt papir og blyant for å løse beregningen. En elev med dypere forståelse ville ha sett at 598 er 2 mindre enn 600, og dermed lagt sammen 600+647, for så å trekke ifra 2 fra summen.

Strategic competence oversetter vi til strategisk kompetanse. Denne tråden handler om at elevene skal kunne formulere matematiske problem, representere dem og løse dem. Den kan knyttes til problemløsning, og til det Kilpatrick m.fl. (2001) omtaler som «nonroutine problem». Det vil si et matematisk problem der eleven ikke ser en metode, algoritme eller strategi som åpenbar er best. Hva som oppfattes som er problem avhenger imidlertid av problemløserens kompetanse (Kilpatrick m.fl., 2001) Kilpatrick m.fl. (2001) viser et eksempel på en «nonroutine problem»-oppgave: «I en sykkelbutikk er det tilsammen 36 sykler og trehjulssykler. Totalt er det 80 hjul. Hvor mangler sykler og hvor mange trehjulssykler er det i butikken?» (vår oversettelse). Denne oppgaven kan løses på forskjellige måter, enten ved å prøve seg frem, resonnere seg frem eller ved å ta i bruk mer sofistikerte algebraiske løsningsmetoder. En elev med god strategisk kompetanse vil være i stand til å løse oppgaven ved å bruke ulike metoder og vurderer hvilken av metodene som vil være mest hensiktsmessig å benytte seg av (Kilpatrick m.fl., 2001).

Adaptive reasoning oversetter vi til adaptiv resonnering, og det handler om at elevene skal kunne tenke logisk omkring begreper og situasjoner, reflektere og argumentere rundt valgte strategier og gyldigheten av løsninger (Kilpatrick m.fl., 2001). Denne tråden tas i bruk i alle av de overnevnte eksempeloppgavene. En annen situasjon Kilpatrick m.fl. (2001) bruker for å vise hvordan elever kan tilegne seg adaptiv resonnering, er ved en aktivitet der andreklassinger legger til og fjerner klinkekuler fra en pose med mange klinkekuler. Elevene vil da erfare og etter hvert kunne begrunne at for eksempel 5 klinkekuler + (-6) klinkekuler = -1 klinkekule.

Den siste tråden er *productive disposition*, og vi har oversatt den til engasjement. Denne komponenten handler om at elevene skal føle at matematikk er fornuftig og verdifull, at matematikk er noe de kan lære seg og at matematikken ikke er tilfeldig, men sammensatt og logisk. Læreren har en stor rolle i å få elevene engasjert i matematikk. Det er lærerens rolle å bidra til at elevene får et positivt forhold til matematikken og troen på at de kan bli gode i matematikk (Kilpatrick m.fl., 2001).

Kompetansemodellen til Kilpatrick m.fl. (2001) viser at matematisk kompetanse innebærer mye mer enn å skulle gjengi fakta eller følge en bestemt algoritme. Et poeng med denne modellen, og også kompetansemodellen til Niss m.fl. (2002), er at trådene og kompetansene er avhengig av hverandre. Det vil si at man ikke kan ha en velutviklet matematisk kompetanse dersom en av trådene eller kompetansene er underutviklet. De siste tiårene har en rekke forskere påpekt at elevers matematiske kompetanse er for begrensende, og noe av skylden relateres til fokuset på prosedyrebasert læring i skolene (Hiebert & Carpenter, 1992; Jonsson m.fl., 2014).

Så hvordan er dette relatert til vårt forskningsspørsmål *«I hvilken grad får elevene kognitive utfordringer gjennom oppgavene som gis i de to mest brukte lærebøkene på ungdomskolen i Norge?»*? For veldig mange elever er det læreboka som styrer og legger til rette for hva de lærer (e.g. Fan m.fl., 2013; Hiebert m.fl., 1997; Pepin & Haggarty, 2007; Robitaille & Travers, 1992). Forskning viser at elever i stor grad lærer det de får muligheten til å lære (Floden, 2002; Hiebert & Grouws, 2007), og Hiebert og Wearne (1997) argumenterer for, som nevnt innledningsvis, at det er oppgavene elevene jobber med som i stor grad definerer hva de lærer. *Opportunity to learn* som oversatt til norsk betyr «mulighet til å lære» eller «læringsmuligheter», er ifølge Hiebert og Grouws (2007) den mest etablerte, men også den mest generelle sammenhengen mellom undervisning og læring. National Council of Teachers of Mathematics (2000) påpeker som sakt at matematikkoppgaver er helt sentral i elevers læring fordi det er oppgavene som formidler hva matematikk er og hva det innebærer å "gjøre matematikk". For å kunne utvikle elevers matematiske kompetanse må de matematiske oppgavene og aktivitetene elevene tilbys kreve mer enn at de skal huske bestemte regler eller algoritmer (Schoenfeld, 1992; Stein m.fl., 1996). Elevene må få engasjere seg i rike og verdifulle matematikkoppgaver. Stein m.fl. (1996) argumenterer for at det er slike oppgaver som utfordrer elevene til å reflektere over ulike løsningsstrategier og vurdere gyldigheten av metodene de benytter og eventuelle løsninger. Rike og verdifulle oppgaver beskrives som oppgaver som kan ha mer enn én fremgangsmetode, som kan representeres på ulike måter og som krever at elevene må forklare deres forståelse av oppgaven og begrunne prosedyrene de bruker (Stein m.fl., 1996). Beskrivelsen av rike og verdifulle oppgaver kan i stor grad relateres til definisjon av problemløsningsoppgaver. Mayer (1992) definerer problemløsning som en kognitiv prosess der problemløseren må ta i bruk kreative metoder for å løse oppgaven, siden det ikke er en gitt metode som åpenbart er den beste eller rette. Hva som er et problem er imidlertid veldig individuelt, noe som betyr at hva som er et problem for én elev nødvendigvis ikke er et problem for en annen elev. Et matematisk problem skal være kognitivt utfordrende og utfordre elevene på det intellektuelle plan. En oppgave som kun er krevende regneteknisk er ikke nødvendigvis et matematisk problem (Schoenfeld, 1985).

Stein, Smith, Henningsen og Silver (2000) definerer *cognitive demand*, som vi i denne teksten omtaler som både kognitive utfordringer og kognitive nivåkrav, etter hvilken type og nivå av tenkning matematikkoppgaver eller matematiske situasjoner krever av elevene. Matematikkoppgaver og matematiske situasjoner som krever at elevene skal huske en bestemt definisjon eller plotte inn tall i en gitt algoritme krever én type tenkning av elevene, mens oppgaver eller situasjoner der elevene må koble sammen ulike matematiske begreper og se sammenhenger i matematikken krever en helt annen tenkning av elevene (Stein m.fl., 2000). Hvilke kognitive utfordringer oppgavene gir elevene vil i stor grad påvirke og reflektere elevenes matematiske forståelse og evne til å tenke og løse problemer (Stein m.fl., 1996).

Rike oppgaver og problemløsningsoppgaver forårsaker *productive struggle*. *Productive struggle* definerer Hiebert og Grouws (2007) som innsatsen som må legges ned for å klare å løse en oppgave der fremgangsmetoden og løsningen ikke er åpenbar. Et rammeverk hvor notasjonene *productive struggle* brukes, og som er interessant med tanke på vårt fokus på matematikkoppgaver og kognitive utfordringer, er Schoenfeld, Floden og the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project (2014) sitt analytiske skjema TRU Math. Dette rammeverket består av fem dimensjoner som ifølge dem skal gi en fullstendig oversikt over hva som kreves for å skape et «kraftfullt matematikklasserom». For vår studie er det de to første dimensjonene som er interessante med tanke på defineringen av kognitive utfordringer.

Den første dimensjonen, *The Mathematics*, fokuserer på hvordan elevene opplever matematikken. Oppleves den som et sett av isolerte fakta, prosedyrer og begreper som skal memoreres og anvendes, eller opplever de matematikken som sammenhengende hvor det er tydelige og velbegrunnede koblinger mellom symboler, prosedyrer og begreper (Schoenfeld m.fl., 2014)?

The Mathematics	
1	Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities to engage in key practices such as reasoning and problem solving.
2	Activities are primarily skills-oriented, with cursory connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and minimal attention to key practices.
3	Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities to engage in key practices.

Figur 2.2: Dimensjon 1 i rammeverket TRU Math (Schoenfeld & Floden, 2014)

I denne dimensjonen er lærebøker og spesielt matematikkoppgavene som tilbys gjennom dem relevant å studere, da forskning som sagt viser at svært mange matematikklærere bruker dem som grunnlaget for undervisningen. Stein og Lane (1996) poengterer i sin studie viktigheten med å starte med en kognitivt utfordrende oppgave dersom målet er at elevene skal utviklet evnene til å tenke, resonnere og løse problemer. Dette viser at dersom en undervisning skal kunne oppnå skår 3, er det helt essensielt at de oppgavene som velges og brukes i undervisningen er kognitivt utfordrende. Imidlertid er det viktig å understeke at ikke all undervisning skal være utforskende og problemløsende, men at også ferdigheter, prosedyrer og algoritmer bør begrunnes, forklares og knyttes til andre matematiske ideer, begreper og fremgangsmåter.

Den andre dimensjonene, *Cognitive demand*, fokuserer på hvordan læreren hjelper elevene. Fungerer læreren som et stillas som støtter elevene i arbeidet med oppgavene, eller gir læreren så mange hint at de kognitive utfordringene i oppgaven forsvinner (Schoenfeld m.fl., 2014)? Umiddelbart virker kanskje ikke denne dimensjonen relevant for oss siden vi fokusere på lærebøker og oppgavene i dem. Likevel kan det være visse likhetstrekk mellom lærerens hjelp og hint, og hjelpen og hintene elevene får fra eksemplene i en lærebok. En oppgave som i utgangspunktet kunne vært kognitivt utfordrende kan bli en rutineoppgave ved at eksempelet i forkant eksplisitt presenterer en algoritme som kan benyttes til å løse oppgaven.

Cognitive Demand	
1	Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.
2	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.
3	The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices.

Figur 2.3: Dimensjon 2 i rammeverket TRU Math (Schoenfeld & Floden, 2014)

For å skåre høyt i denne dimensjonen må læreren, eller i vårt tilfelle læreboka, ikke gi for ledende hint, men heller støtter elevene slik at de får en mulighet til å oppleve produktive kognitive utfordringer (*productive struggle*), som igjen kan bidra til økt matematisk forståelse (Schoenfeld m.fl., 2014). Det er altså en forutsetning at matematikkoppgavene elevene jobber med engasjerer til *productive struggle* og gir elevene kognitive utfordringer. Imidlertid viser litteraturen at selv om matematikkoppgavene som brukes i undervisningen er kognitivt utfordrende, er det i de tilfeller hvor elevene opplever vanskeligheter med oppgaver at læreren har en tendens til å hjelpe så mye at de kognitive utfordringene fjernes (Henningsen & Stein, 1997).

Igjen betyr ikke dette at all matematikkundervisning skal være av utforskende og problemløsende karakter og kun inneholde kognitivt utfordrende matematikkoppgaver. Systematisk trening og gjentakelser er også nødvendig for klare å lagre kunnskap i langtidsminnet (Lucariello m.fl., 2016). Imidlertid er det nødvendig med jevnlige kognitive utfordringer for at elevene skal utvikle en helhetlig matematisk kompetanse (Jonsson m.fl., 2014; Stein m.fl., 2000). En utfordring er å finne passende kognitive utfordringer for den enkelte elev – ikke for vanskelige og ikke for enkle (Powell m.fl., 2009).

Med denne gjennomgangen har vi vist at for at elever skal utvikle matematisk kompetanse, er det en viktig faktor at elever får jobbe med kognitivt utfordrende oppgaver. Det er kognitivt utfordrende oppgaver, slik som rike og verdifulle oppgaver og problemløsningsoppgaver, som stimulerer elevenes evne til å blant annet resonnere og vurdere. Kognitivt utfordrende oppgaver vil også i stor grad utvikle alle trådene i Kilpatrick m.fl. (2001) sin kompetansemodell sammenlignet med oppgaver med lave kognitive krav. Den ene tråden spesielt i Kilpatrick m.fl. (2001) sin kompetansemodell, *strategisk kompetanse*, vil elevene kun utvikle ved å få jobbe og engasjere seg i kognitivt utfordrende oppgaver. Med tanke på at norske lærere i stor grad benytter seg av lærebøker og oppgavene i dem, vil det derfor være meget relevant å skulle se på det vi undersøker gjennom vårt forskningsspørsmål.

2.3 Forskning på lærebøker

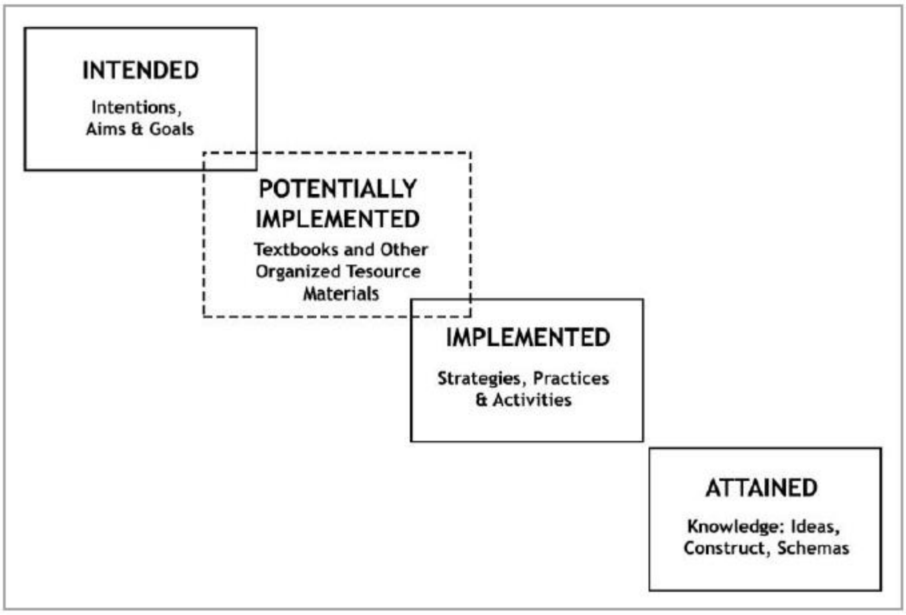
Her vil vi beskrive tidligere forskning på lærebøker og gjøre rede for hvorfor forskning på dem er viktig. I tillegg skal vi plassere vår forskning i denne mengden, og argumentere for hvorfor det vi gjør er viktig. Dette vil kunne sette vår undersøkelse i perspektiv.

2.3.1 Hvorfor forske på lærebøker?

Å gå på skole dominerer livet til de aller fleste barn i verden, men opplevelsene og erfaringene rundt skolegang varierer mellom ulike land og innad i landene. Likevel er deler av skolekonteksten universell, og en av disse universelle elementene er lærebøkene (Valverde m.fl., 2002). Lærebøker har eksistert i lang tid, men forskning på dem har ikke like lang historie. De tre siste tiårene har imidlertid forskning på lærebøker økt betydelig (Fan m.fl., 2013). Forskere på feltet er enige om at læreplanen i stor grad blir representert gjennom lærebøker, og at forskning på lærebøker derfor er svært viktig (Fan m.fl., 2013). Robitaille og Travers (1992) hevder at avhengigheten til lærebøker muligens er større i matematikkfaget enn i andre fag. Dette samsvarer godt med det Hiebert m.fl. (1997) hevdet i sin studie, om at det for veldig mange elever er nettopp læreboka som definerer og representerer matematikken.

Innledningsvis påpekte vi at TIMSS internasjonale rapport fra 2011 viser at 97% av norske elever oppgir at læreren bruker læreboka som basis for undervisningen (Mullis m.fl., 2012). Læreboka styrer i stor grad hvilken oppfattelse elevene får av matematikken og hvilke muligheter elevene har til å lære (Pepin & Haggarty, 2007). Hiebert m.fl. (1997) argumenterer for at det mest grunnleggende målet for læring i matematikk er at det skal skje i sammenheng med forståelse. De har et rammeverk bestående av fem sammenhengende dimensjoner som de mener påvirker elevenes matematiske forståelse: (1) the nature of classroom tasks, (2) the role of the teacher, (3) the social culture of the classroom, (4) mathematical tools as learning supports, and (5) equity and accessibility (Hiebert m.fl., 1997). Den første dimensjonen fra rammeverket deres handler altså eksplisitt om matematikkoppgavene som benyttes i undervisningen, og at dem i samhandling med en rekke andre faktorer er viktige med tanke på elevers matematiske forståelse. Henningsen og Stein (1997) påpeker i sin studie at det er svært viktig at elevene får jobbe og engasjere seg i gode og verdifulle matematikkoppgaver.

Valverde m.fl. (2002) har i sin studie prøvd å avgjøre hvordan lærebøker oversetter og tolker nasjonale retningslinjer og læreplaner i utviklingen av matematikkoppgaver. De argumenterer for at læreboka befinner seg mellom den tiltenkte læreplanen og den implementerte læreplanen. Dette presenterer Valverde m.fl. (2002) i modellen til The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Denne modellen viser forskjellen mellom læreplanen i de ulike stadiene og var opprinnelig tredelt. Valverde m.fl. (2002) utvidet imidlertid denne med en fjerde rubrikk, slik at den også inkluderer lærebøker.



Figur 2.4: Lærebøker i sammenheng med IEA sin tredelte modell. Gjengitt etter Valverde et al. (2002, s. 13)

Lærebøker er et pedagogisk verktøy og lærere benytter seg i stor grad av dem når de skal utforme undervisningsopplegg. Derfor argumenterer Valverde m.fl. (2002) at det er en sammenheng mellom lærebøkene og elevenes læringsmuligheter. Mesa (2004) påpeker også at lærebøker er en kilde til potensiell læring og argumenterer med og si at det elevene lærer av læreboka og nytteverdien av den læringa er mediert av skolens kontekst, som for eksempel lærere, medelever og oppgaver. Lærebøker har med andre ord stor innflytelse på hva som blir undervist i klasserommet, og derfor er forskning på lærebøker, og kanskje spesielt lærebøkenes oppgaver, svært viktig for å få innsikt i hva elevene har mulighet til å lære (Jones & Tarr, 2007).

2.3.2 Tidligere forskning

I vårt forskningsspørsmål har vi fokus på de kognitive utfordringene i oppgavene som tilbys i lærebøker. Det vil derfor være interessant og relevant for oss å presentere tidligere forskning på lærebøker.

Fan m.fl. (2013) har tatt for seg tilgjengelige studier som omhandler forskning på lærebøker i matematikk og kodet dem etter et rammeverk med fire kategorier. Artiklene er i hovedsak kategorisert etter hvilket fokus de har i deres lærebokanalyse. De fire kategoriene er 1.Role of textbook, 2.Textbook analysis and comparison, 3.Textbook use og 4.Other areas. Under kategori 2.Textbook analysis and comparison havnet den største andelen av artiklene, hele 63%. Denne kategorien er videre delt inn i fem aspekter: (1) mathematics content and topics; (2) cognition and pedagogy; (3) gender, ethnicity, equity, culture and value; (4) comparison of different textbooks; og (5) conceptualization and methodological matters. Flere av disse fem aspektene kan inngå i en og samme studie (Fan m.fl., 2013). Med hensyn til vårt forskningsspørsmål har vi valgt ut tidligere studier der punkt (1) mathematics content and topics, (2) Cognition and pedagogy og (4) comparison of different textbooks er representert.

Nicely (1985) utførte en studie i USA som undersøkte lærebøker for å finne ut hvilke muligheter elever på barne- og ungdomstrinnet fikk til å engasjere seg i og utvikle tankeferdigheter av høyere orden. I studien benyttet han seg av et analyseverktøy bestående av fire elementer, som i tillegg til klassifiseringsregler, hjalp han med å kategorisere lærebøkenes innhold, de kognitive nivåkravene i oppgavene og aktivitetene, stadium av mestring og hvilket type svar oppgavene krevde (Nicely, 1985). Studien konkluderte med at oppgavene i lærebøkene i seg selv ikke var nok for at elevene skulle få muligheten til å engasjere seg i og utvikle ferdigheter i høyere-orden tenking. Den samme konklusjonen kom Nicely, Fiber og Bobango (1986) fram til året etter i en studie med fokus på elevenes mulighet til å utvikle ferdigheter i høyere orden tenking i arbeid med desimaltall. Robert Nicley og hans kollegaers fokus på tenking av høyere orden kan relateres til det vi ønsker å fokusere på i vår studie, nemlig de kognitive utfordringene oppgavene i lærebøkene tilbyr elevene. Vi har som nevnt valgt å begrense oss til å se på de kognitive nivåkravene i oppgavene og hvilke typer svar oppgavene krever av elevene.

Lærebokanalyser som fokuserer på problem og problemløsning viser seg å være en av de mest populære temaene å forske på blant temaer som ikke er spesifikke matematikkemner som for eksempel addisjon, multiplikasjon, desimaltall og geometri (Fan m.fl., 2013). Mayer, Sims og Tajika (1995) undersøkte hvordan lærebøker i matematikk i Japan og USA fokuserer på og fremstiller problemløsning. De hadde en hypotese om at lærebøkene fra Japan i større grad fokuserte på konseptuell kunnskap og problemløsning, mens lærebøkene fra USA fokuserte på å lære bort isolerte fakta og prosedyrekunnskap. De undersøkte problemløsning i temaet addisjon og subtraksjon av hele tall. Studiens resultater indikerte blant annet at lærebøkene fra Japan i mye større grad (81%) brukte plassen til å forklare løsningsprosedyrene til de presenterte eksemplene sammenlignet med USA (36%) (Mayer m.fl., 1995). Resultatene fra studien samsvarer godt med klasseromsobservasjoner som viser at den japanske matematikkundervisningen har en tendens til å understreke og fokusere på problemløsning mer effektivt enn matematikkundervisningen i USA (Stevenson & Stigler, 1992).

Zhu og Fan (2006) gjennomførte en studie hvor de sammenlignet et utvalg av lærebøker på 7. og 8. trinn fra Kina og USA. De klassifiserte oppgaver etter hvilken type problem det var og de hadde blant annet disse kategoriene: *routine problems* kontra *non-routine problems*, *open-ended problems* kontra *close-ended problems*, *traditional problems* kontra *non-traditional problems* og *application problems* kontra *non-application problems*. Studiens resultater viste at problemene i lærebøkene fra Kina generelt sett var mer utfordrende enn problemene i lærebøkene fra USA. I USA gjennomførte Jones og Tarr (2007) en studie hvor de analyserte to lærebokserier, ett populært og ett alternativt, fra 6., 7., og 8. trinn i temaet sannsynlighet. De hadde et historisk perspektiv, og analyserte lærebøker som representerte fire matematiske epoker: *New Math*, *Back to Basics*, *Problem Solving* og *Standards*. De brukte *The Mathematical Tasks Framework*, som er et anerkjent og mye brukt rammeverk utviklet av Smith og Stein (1998). Jones og Tarr (2007) sine funn viste at mer enn 85% av oppgavene i de seks lærebøkene krevde lavere grad av kognitive krav. I en studie fra Tyrkia ble algebraoppgaver klassifisert etter samme rammeverk som Jones og Tarr benyttet seg av. Funnene til Ubuz, Erbaş, Çetinkaya og Özgeldi (2010) viste at 60% av algebraoppgavene krevde høy grad av kognitive krav.

Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) analyserte og sammenlignet innholdet og de matematiske oppgavene i lærebøker fra Kypros, Irland og Taiwan. De hadde både en horisontal og en vertikal analyse, og i den vertikale analysen brukte de blant annet rammeverket *The Mathematical Task Framework*. De fant en overvekt av oppgaver med lavere kognitive nivåkrav i lærebøkene fra Irland og Kypros, mens lærebøkene fra Taiwan hadde en overvekt av oppgaver med høyere kognitive nivåkrav. Charalambous m.fl. (2010)

brukte også *Type of Response* som en del av sitt rammeverk. Deres funn viste at alle oppgavene i lærebøkene fra Irland og Kypros kun krevde *svar*. Oppgavene i de to lærebøkene fra Taiwan krevde omtrent 71% og 36% *svar,* 29% og 56% *svar + matematisk setning*, samt at den siste også krevde *forklaring* i 8% av tilfellene. Utgangspunktet for vårt rammeverk er fra Charalambous m.fl. (2010), så en mer detaljert beskrivelse av deres rammeverk og studie vil bli presentert senere.

En rekke mastere har også benyttet seg av *The Mathematical Tasks Framework*. Johnsen og Storaas (2015) sammenlignet ett matematikklæreverk for ungdomstrinnet fra Norge og ett fra Finland. Deres funn viste at det norske læreverket Faktor (1, 2 og 3) sine oppgaver i gjennomsnitt ble kategorisert under lavere kognitive nivåkrav i 90,2% av tilfellene. Det finske læreverket Pi (7, 8, 9 og Statistikk) hadde i gjennomsnitt 80% av sine oppgaver under lavere kognitive nivåkrav. Bergheim (2017) undersøkte hvordan tre norske lærebøker på 8.trinn tilrettela for problemfylt aktivitet gjennom sine oppgaver. Totalt havnet 84% av oppgavene under lavere kognitive nivåkrav, mens 16% av oppgavene havnet under høyere kognitive nivåkrav. Bergheim (2017) konkluderte i sin undersøkelse med at 14,1 % av oppgavene i bøkene var problemfylte oppgaver i hans forstand.

Vår undersøkelse tar for seg hele lærebokserien til Maximum og Faktor. Disse to lærebokseriene er to av Norges mest brukte lærebøker på ungdomstrinnet per dags dato. Utvalget vil vi utdype nærmere i kapittel 3.2 Utvalg. På grunn av at lærebøker i matematikk benyttes i så stor grad, mener vi det er svært passende å ta for seg disse lærebøkene i en norsk kontekst i den skalaen vi gjør. Vi mener at vår undersøkelse gir et helhetlig og kontinuerlig bilde på kognitive utfordringer norske elever møter i lærebøkene på grunn av at vi tar for oss lærebøker på både 8., 9. og 10. trinn.

2.4 Annen relevant forskning

Det vil også være aktuelt å se på studier som omhandler oppgaver og kognitive utfordringer, men som har andre tilnærminger enn lærebokanalyse.

Jo Boaler (1998) skriver om sin 3 års etnografiske casestudie, der hun studerte og sammenlignet elevers opplevelse av matematikk og deres utvikling av matematisk forståelse i to ulike skoler. Den ene skolen kalte hun Amber Hill, og der var matematikkundervisningen tradisjonell og lærer- og lærebokstyrt. Elevene satt som oftest hver for seg, og fulgte undervisningen på tavla før de løste rutineoppgaver. Den andre skolen kalte hun Phoenix Park. Der fokuserte matematikkundervisningen på å utvikle elevenes egne tanker, resonneringsevne og evne til å formulere og løse problemer gjennom åpne og kognitivt utfordrende matematikkoppgaver. Matematikkoppgavene ble som oftest løst i elevgrupper. Datamaterialet samlet Boaler (1998) inn gjennom observasjoner, intervjuer og tester. Analysene hennes viser at elevene ved Phoenix Park opplever matematikkfaget som kreativt, og de trives med og liker faget. Elevene her prøver seg i større grad frem, gir ikke opp og er utholdende i arbeid med kognitivt utfordrende oppgaver. I tillegg viste tester at elevene ved Phoenix Park også presterte bedre i tester der rutinemessige prosedyrer kunne anvendes, selv om elevene ved Amber Hill i større grad hadde jobbet med disse. Elevene ved Amber Hill opplever matematikkfaget som kjedelig, og de opptrer passivt og er lite engasjert i undervisningen. Elevene uttrykker også at de ikke forstår det de arbeider med i matematikkundervisningen. I tillegg skåret elevene ved Amber Hill betraktelig dårligere enn elevene ved Phoenix Park på tester der oppgavene omhandlet problemer elevene kan møte på i dagliglivet (Boaler, 1998). Boaler (1998, s. 60) avslutter rapporten ved å trekke denne konklusjonen:

> *One important conclusion that I feel able to draw from this analysis is that traditional textbook approach that emphasizes computation, rules, and procedures, at the expense of depth of understanding, is disadvantageous to students, primarily because it encourages learning that is inflexible, school-bound, and of limited-use.*

Funnene til Boaler indikerer at elever som jobber med rutinemessige og oppgaver med lavere kognitive krav utvikler instrumentell forståelse og prosedyrekunnskap med *rote learning*. Elever som får engasjere seg i åpne og kognitivt utfordrende oppgaver utvikler derimot relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap.

I Sverige gjennomførte en forskergruppe, bestående av Bert Jonsson, Mathias Nordqvist, Yvonne Liljekvist og Johan Lithner, et randomisert kontrollgruppe-eksperiment med 16-17 år gamle elever (Jonsson m.fl., 2014). Elevene i den ene gruppa jobbet med tradisjonell matematikk, der de først fikk se formel og eksempel, før de deretter jobbet med oppgaver som lignet på eksemplet. Forskerne betegner dette som *algorithmic reasoning* (AR). Denne formen for undervisning hevder de er lik situasjonen på mange skoler. Elevene i den andre gruppa fikk først en oppgave uten formel og ble deretter bedt om å finne en formel/fremgangsmåte. Dette betegner forskerne som *creative mathematically founded reasoning* (CMR). Elevene jobbet individuelt på PC en uke og ble testet i de samme temaene uka etter. Studien viste at CMR-tilnærming var mer effektiv enn en AR-tilnærming med tanke på å utvikle matematisk kompetanse (Jonsson m.fl., 2014). I tillegg viste studien at CMR-tilnærmingen hadde stor innvirkning på resultatene til elever med lavere kognitive ferdigheter. Hovedresultatet fra studien, i likhet med det Boaler (1998) fant i sin studie, viser altså at kognitivt utfordrende oppgaver som gir elevene muligheten til å streve produktivt er viktig og nødvendig for at elever skal få utvikle relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap.

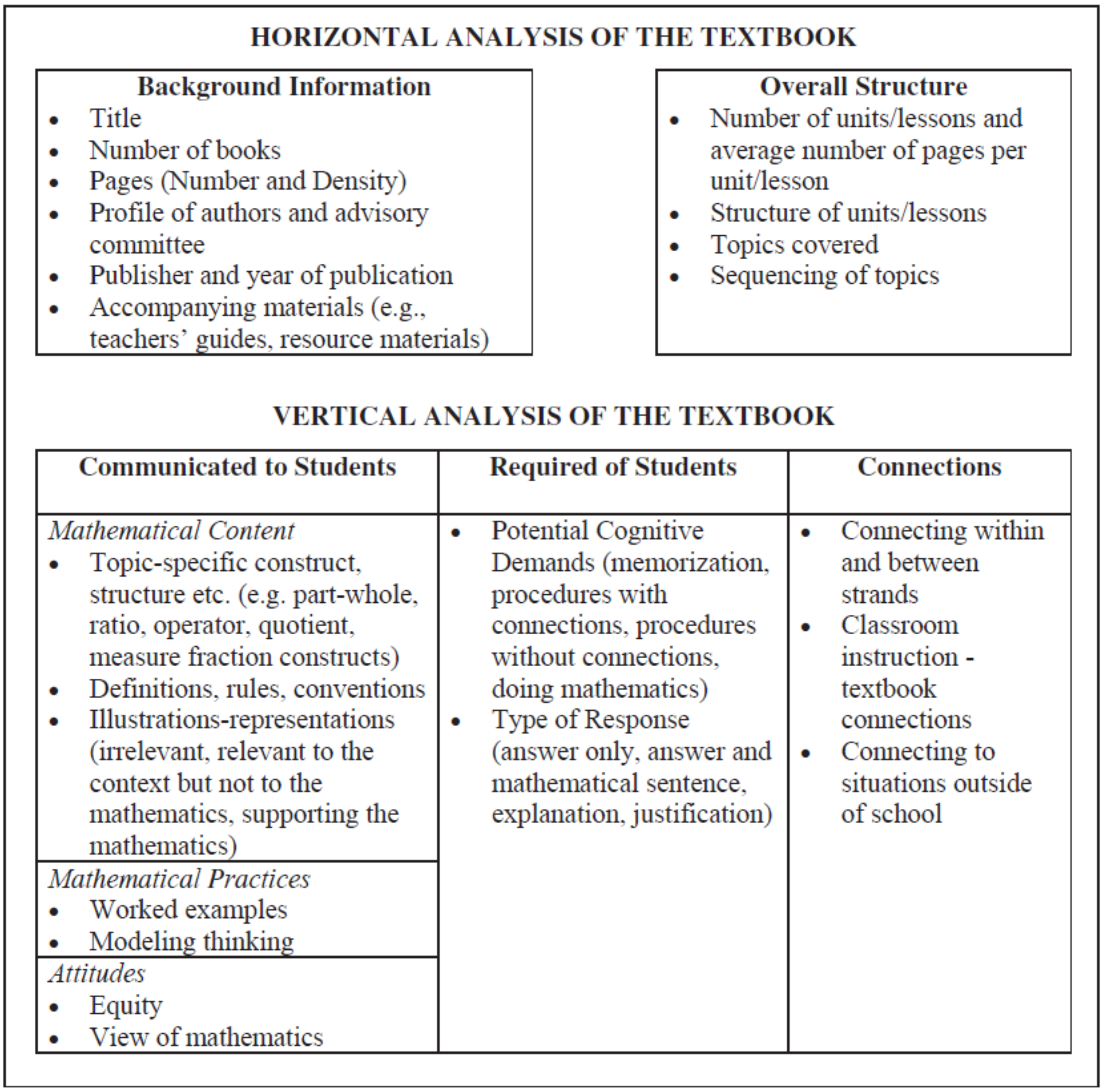
2.5 Rammeverk

Å bruke et rammeverk for å konseptualisere og veilede forskningen hevder Lester (2010, s. 69-70) vil være med på å styrke studiets funn og har minst fire viktige fordeler: et rammeverk danner grunnlag for å konseptualisere og designe forskningsstudiet; et rammeverk bidrar til å gi mening til innsamlet data; et godt rammeverk gir dypere forståelse enn sunn fornuft vil gi; et rammeverk vil bidra til dypere forståelse av hvorfor ting er som de er, slik at funnene ikke kun peker på «hva som fungerer». Det finnes ulike typer rammeverk. Vi har valgt ut passende og relevant teori med tanke på studiens forskningsspørsmål og setter det sammen til et passende rammeverk. Vi benytter oss da av det Lester (2010) kaller for et konseptuelt rammeverk. Utgangspunktet til rammeverket vårt er fra Charalambous m.fl. (2010). I likhet med deres analyse, vil vår bestå av en horisontal del og en vertikal del som til sammen skal bidra til å svare på vårt forskningsspørsmål. Begrunnelse for det konseptuelle rammeverket vil fremkomme i dette kapitlet.

Studien til Charalambous m.fl. (2010) er en komparativ analyse av hva oppgavene i matematikkbøker på 4. og 5. trinn fra Irland, Taiwan og Kypros krever av elevene. I artikkelen deres fremkommer det at de så et behov for å utvikle et rammeverk som beskrev både bakgrunnsinformasjonen og strukturelle egenskapene med lærebøker, samt en del som gikk mer i dybden å så på det matematiske innholdet i bøkene (Charalambous m.fl., 2010). Charalambous m.fl. (2010) argumenterer for at en analyse som er utelukkende horisontal eller vertikal vil kunne ha store mangler resultatmessig og påpeker at de ulike analysedelene vil styrke hverandre siden de fokusere på ulike aspekter. Dette fører til en mer helhetlig analyse av læreboka.

I den horisontale analysen presenteres læreboka som en helhet og den har Charalambous m.fl. (2010) valgt å dele inn i to kategorier: *bakgrunnsinformasjon* og *generell struktur*. Her gjengis lærebokas bakgrunnsinformasjon som for eksempel tittel, forfattere, sidetall, forlag, tilhørende tilleggsmateriale og utgivelsesår. Den generelle strukturen kan blant annet ta for seg kapittelinndeling, antall oppgaver og antall oppgaver per kapittel (Charalambous m.fl., 2010). Den horisontale delen har som formål å analysere læreboka i *bredden*.

I den vertikale delen er formålet å analysere læreboka i *dybden*, og i motsetning til den horisontale analysen vil den vertikale analysen frembringe detaljert informasjon om lærebokas matematiske innhold. Charalambous m.fl. (2010) har valgt å dele den vertikale analysen i tre kategorier: *formidlet til elevene*, *kreves av elevene* og *sammenhenger*. *Formidlet til elevene* er for eksempel læringsmål, teori, eksempler, definisjoner, illustrasjoner, regler og lærebokas holdninger. *Kreves av eleven* handler om hva oppgavene i læreboka krever av elevene. Her har Charalambous m.fl. (2010) valgt å benytte seg av Smith og Stein (1998) sin *Task Analysis Guide* som er en del av rammeverket *The Mathematical Tasks Framework. Task Analysis Guide* består totalt av fire kategorier: *memorization, procedures without connections*, *procedurer with connections* og *doing mathematics*. Heretter vil kategoriene bli kalt henholdsvis *hukommelse, prosedyre uten sammenheng, prosedyre med sammenheng* og *matematikk*. De to første kategoriene havner under det Smith og Stein (1998) kaller *lower-level demands* (lavere kognitiv nivåkrav), mens de to siste kategoriene havner under *higher-level demands* (høyere kognitiv nivåkrav). I tillegg til å kategorisere oppgavene etter potensielle kognitive nivåkrav, kategoriserte Charalambous m.fl. (2010) etter hvilket type svar (*Type of Response*) oppgavene krever. I utgangspunktet var det tre kategorier: *provide only an answer, explanation* og *justification.* Disse kategoriene vil heretter bli omtalt som henholdsvis: *svar, forklaring* og *begrunnelse*. Etter den første runden med analyse la Charalambous m.fl. (2010) til én kategori under *Type of Response*, nemlig oppgaver som krevde både *an answer and a mathematical sentence*, eller på norsk: *svar og matematisk uttrykk*. Denne kategorien ble lagt til ettersom det var oppgaver i de Taiwanske lærebøkene som havnet under en slik definisjon. Den tredje, og siste kategorien i den vertikale analysen kaller Charalambous m.fl. (2010) *sammenhenger*. I denne kategorien ser de hvordan læreboka lager forbindelser mellom det læreboka presenterer og matematikk elevene har lært tidligere og eventuelt til hverdagslige situasjoner utenfor klasserommet og i skolen. En oversikt over det to-dimensjonale rammeverket som Charalambous m.fl. (2010) brukte i sin studie vises i figuren nedenfor:



Figur 2.5: Oversikt over det teoretiske rammeverket brukt i studien til Charalambous m.fl (2010)

2.5.1 Horisontal analyse i vårt konseptuelle rammeverk

I vår horisontale analyse har vi i likhet med Charalambous m.fl. (2010) valgt å se på bakgrunnsinformasjonen og den generelle strukturen i de valgte lærebøkene. Bakgrunnen for vårt utvalg av lærebøker fremkommer i kapittel 3.2 Utvalg. Under bakgrunnsinformasjonen presenterer vi lærebøkenes tittel, sidetall, forfattere, utgiver og utgivelsesår, samt tilleggsmateriale. Under generell struktur redegjør vi for kapittelinndelingen i de ulike lærebøkene, antall oppgaver og antall oppgaver per kapittel. En mer detaljert beskrivelse av den horisontale analysen fremkommer i kapittel 3.3.1 Horisontal analysemetode.

2.5.2 Vertikal analyse i vårt konseptuelle rammeverk

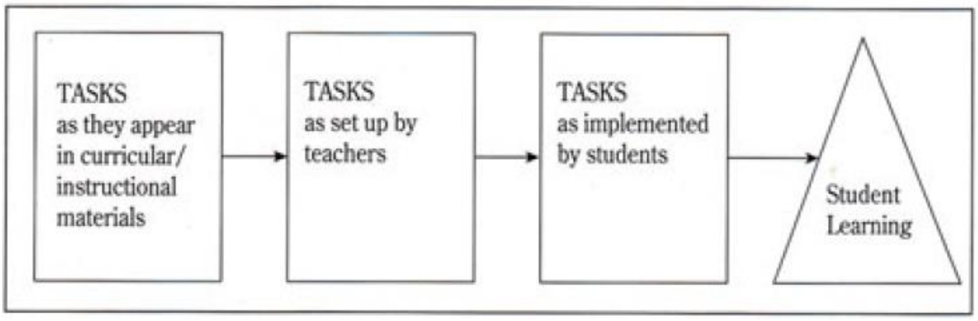
Den vertikale delen vil være hovedanalysen i vårt rammeverk. Det er derfor nødvendig å presentere relevant teori til denne analysen. Siden vi i vår studie er interessert i å se hvilke kognitive utfordringer oppgavene i lærebøkene tilbyr elevene har vi i den vertikale analysen kun valgt å fokusere på oppgavene og hva som kreves av elevene i arbeidet med disse. I likhet med Charalambous m.fl. (2010) har vi derfor valgt å benytte oss av Smith og Stein (1998) sin *Task Analysis Guide* for å kategorisere hvor kognitivt krevende oppgavene er. Grunnen til at vi valgte å benytte oss av dette rammeverket er fordi det fokuserer på oppgaver spesielt, også slik de presenteres i lærebøkene. Vi ønsket å ha et system som nivådelte oppgavene etter kognitive utfordringer, og det gjør nettopp dette rammeverket. Stein, Remillard og Smith (2007) skriver om de kognitive nivåkravene som: «(…) a taxonomy of mathematical tasks based on the kind and level of thinking required to solve them» (s. 348). I tillegg er dette et anerkjent rammeverk som er blitt mye brukt (e.g. Charalambous m.fl., 2010; Jones & Tarr, 2007; Smith & Stein, 1998; Stein m.fl., 2000; Özgeldi & Esen, 2010). Andre rammeverk som kunne vært relevant for oss, og som kan sammenlignes med *Task Analysis Guide*, er TIMSS sitt rammeverk over kognitive domener: *knowing*, *applying* og *resoning*, samt Lithner (2008) sitt rammeverk for *creative* og *imitativ resoning*. TIMSS sitt rammeverk med de tre kognitive domenene forstås som en horisontal fordeling av likestilte ferdigheter, og det er derfor ikke en taksonomi (Grønmo, Lindquist, Arora & Mullis, 2013). Vi valgte derfor bort dette rammeverket. Lithner (2008) sitt rammeverk fokuserer på det kreative og muligheten for resonnering i oppgavene. Selv om dette kan knyttes opp mot kognitive utfordringer, som vårt hovedfokus i denne oppgaven er, så vi mer relevans i å bruke Stein og Smith (1998) sitt rammeverk som har et tydeligere fokus på de kognitive aspektene ved oppgaver.

Vi har også valgt å benytte oss av Charalambous m.fl. (2010) sitt klassifiseringssystem *Type of Response*, som koder oppgavene etter hvilket type svar de krever. Schoenfeld m.fl. (2014, s. 33) skriver at det å kunne forklare eller begrunne sitt svar er en viktig del i all matematikk. Han skriver videre at det å måtte forklare eller argumentere for sine svar vil hjelpe elevene til å finne mening med matematikken. Dette vil igjen øke elevens matematiske forståelse fordi det å se meningen i matematikken fremmer en konseptuell forståelse. I tillegg, ifølge Stein m.fl. (1996) ligger det i kognitivt utfordrende oppgavers karakter at det forventes en vurdering, forklaring eller begrunnelse av selve løsningsmetoden eller svaret en kommer frem til. På grunn av dette har vi valgt å benytte oss av dette klassifiseringssystemet. Nedenfor fremkomme en mer detaljert beskrivelse av disse systemene.

2.5.2.1 Task Analysis Guide

Task Analysis Guide er som tidligere nevnt en del av rammeverket *The Mathematical Tasks Framework* (e.g. Henningsen & Stein, 1997; Smith & Stein, 1998; Stein m.fl., 1996). *The Mathematical Tasks Framework* ble utviklet i forbindelse med QUASAR-prosjektet og rammeverket representerer forholdet mellom elevers læring og fasene en matematisk oppgave går igjennom i undervisningen (Jones & Tarr, 2007). QUASAR står for Quantitive Understanding: Amlifying Student Achievement and Reasoning, og dette var et nasjonalt prosjekt for å forbedre matematikkundervisningen for elever i fattige, urbane strøk (Silver & Stein, 1996). På bakgrunn av Doyle (1988) sin idé om at studenters basis for læring starter med oppgavene som brukes i klasserommet, utviklet Mary Kay Stein og hennes kollegaer et rammeverk som skulle hjelpe lærere til å reflektere rundt prosessen en matematisk oppgave gjennomgår (Stein & Smith, 1998). Ifølge National Council of Teachers of Mathematics (1991) er en av de viktigste faktorene for at lærere skal utvikle seg, evnene til å reflektere omkring undervisning og læring, både med seg selv og med kollegaer. (e.g. Henningsen & Stein, 1997; Smith & Stein, 1998; Stein m.fl., 1996).

Ifølge *The Mathematical Tasks Framework*, går en matematisk oppgave gjennom tre faser før man kan si noe om hva eleven faktisk har lært. Den første fasen sier noe om hvordan matematiske oppgaver fremstår i læreplaner og i undervisningsmateriell, som for eksempel læreboka. Den andre fasen handler om hvordan læreren setter opp, introduserer og utnytter oppgavers potensiale i undervisningen, mens den tredje er selve implementeringsfasen hvor elevene arbeider med oppgavene. Spesielt den siste fasen påvirker i stor grad hva elevene lærer (Smith & Stein, 1998).



Figur 2.6: The Mathematical Tasks Framework (Stein & Smith, 1998)

I vår analyse undersøker vi oppgaver i matematikkbøker, og ikke hvordan disse blir introdusert eller brukt i undervisningen. Derfor er det kun den første fasen av dette rammeverket vi fokuserer på, altså *TASKS as they appear in curricular/instructional material*. *Task Analysis Guide* består som tidligere nevnt av fire kategorier: hukommelse, prosedyre uten sammenheng, prosedyre med sammenheng og matematikk. Disse kategoriene er en taksonomi, og reflekterer i hvilken grad en gitt oppgave er kognitivt krevende (Smith & Stein, 1998). Videre vil det følge en kort redegjørelse av disse kategoriene, mens en grundigere definisjon av hver kategori finnes i Vedlegg C: Smith og Stein (1998) definisjon av *Task Analysis Guide*.

Karakteristisk for oppgaver som hører inn under kategorien *hukommelse* er at oppgaven kan løses ved å reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler eller definisjoner. I tillegg kan ikke oppgaven løses ved å bruke en algoritme fordi den ikke finnes og oppgaven mangler sammenheng med underliggende matematiske ideer (Smith & Stein, 1998). Et eksempel på en slik oppgave er ifølge Stein og Smith (1998) denne:

Memorization

What are the decimal and percent equivalents for the fractions 1/2 and 1/4?

Expected student response:

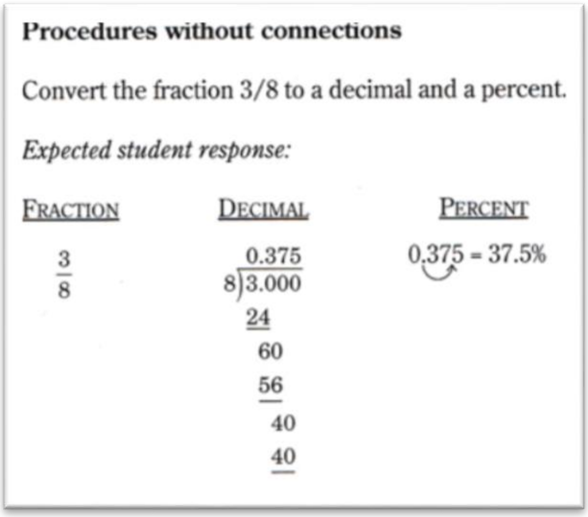
$$\frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

$$\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

Figur 2.7: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien hukommelse

Oppgaven over hører inn under hukommelse fordi den ikke kan løses på noen annen måte enn at eleven må huske svaret.

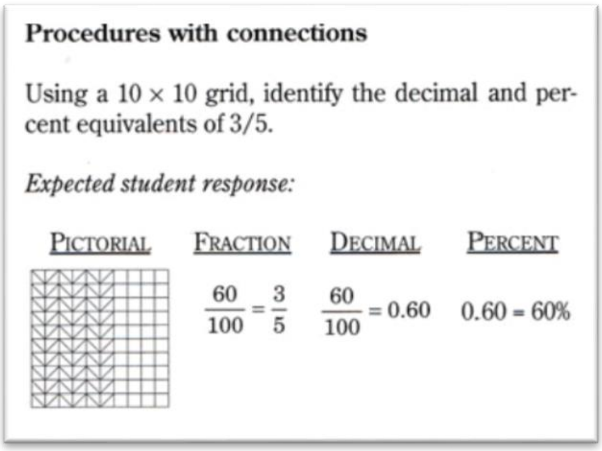
Kategorien *prosedyre uten sammenheng* viser til oppgaver som kan løses ved hjelp av å følge en algoritme som er eksplisitt bedt om eller som er tydelig basert på oppgavens plassering og kontekst (Smith & Stein, 1998). Smith og Stein (1998) skriver videre at oppgavene heller ikke har noen sammenheng med bakenforliggende matematiske ideer og løsningsmetodene som brukes har som mål å produsere riktig svar fremfor å utvikle matematisk forståelse. Et eksempel på en slik oppgave fra Stein og Smith (1998) er denne oppgaven:



Figur 2.8: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien prosedyre uten sammenheng

Her ser vi en oppgave der algoritmer kan brukes for å komme frem til riktig svar uten at eleven nødvendigvis forstår de bakenforliggende matematiske prosessene. Eleven kan bare flytte komma to plasser til høyre for å finne prosent når man har desimaltallet for eksempel.

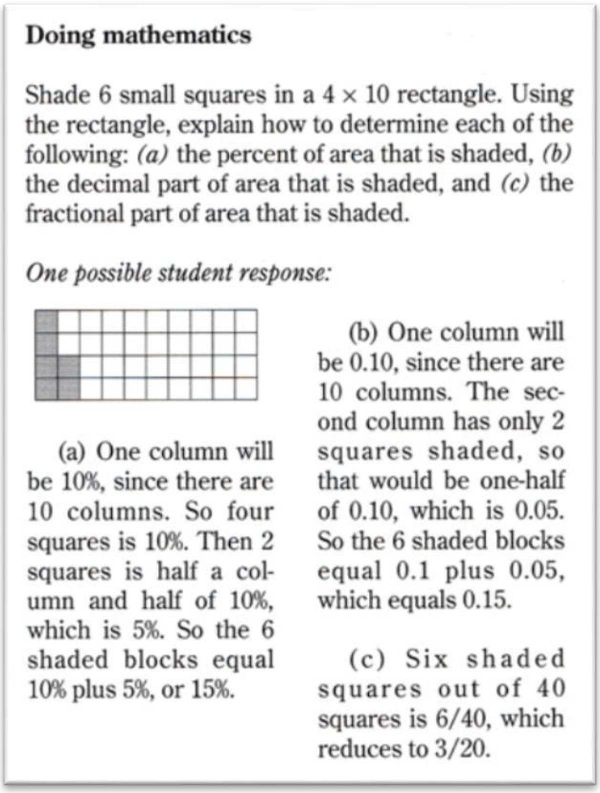
Kategorien *prosedyre med sammenheng* er den første kategorien som er av typen *higher-level demands.* Oppgaver som benytter seg av algoritmer som har som mål å utvikle en dypere matematisk forståelse og som har nær tilknytning til underliggende matematiske ideer hører til under denne kategorien (Smith & Stein, 1998). Slike oppgaver er ifølge Smith og Stein (1998) ofte fremstilt gjennom ulike representasjoner og krever en viss grad av kognitiv anstrengelse. Eksempel fra Stein og Smith (1998):



Figur 2.9: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien prosedyre med sammenheng

Oppgaven ovenfor hører inn under kategorien prosedyre med sammenheng fordi eleven gjennom å benytte seg av et 10x10 grid får muligheten til å forstå sammenhengen mellom desimaltall, brøk og prosent illustrativt.

Matematikk er den siste kategorien. Her kreves det at elevene har en kompleks og ikke-algoritmisk tenkning, samt at eleven utforsker ulike elementer innenfor matematikken (Smith & Stein, 1998). Oppgaver under denne kategorien krever at elevene utøver aktiv selvregulering og selvovervåking når de jobber og krever en analytisk tilnærming der ulike løsningsmetoder blir vurdert og benyttet i et forsøk på å løse oppgaven (Smith & Stein, 1998). Slike oppgaver blir ofte kalt for problemløsningsoppgaver. Her er et eksempel på en slik oppgave:



Doing mathematics

Shade 6 small squares in a 4 × 10 rectangle. Using the rectangle, explain how to determine each of the following: *(a)* the percent of area that is shaded, *(b)* the decimal part of area that is shaded, and *(c)* the fractional part of area that is shaded.

One possible student response:

(a) One column will be 10%, since there are 10 columns. So four squares is 10%. Then 2 squares is half a column and half of 10%, which is 5%. So the 6 shaded blocks equal 10% plus 5%, or 15%.

(b) One column will be 0.10, since there are 10 columns. The second column has only 2 squares shaded, so that would be one-half of 0.10, which is 0.05. So the 6 shaded blocks equal 0.1 plus 0.05, which equals 0.15.

(c) Six shaded squares out of 40 squares is 6/40, which reduces to 3/20.

Figur 2.10: Eksempel på en oppgave som hører inn under kategorien matematikk

For å løse oppgaven over er eleven nødt til å undersøke matematiske sammenhenger mellom en billedlig fremstilling og brøk, desimal og prosent. Denne oppgaven krever at elevene er i stand til å tolke at en brøk, en desimal eller prosent er en del av en helhet, og at denne helheten kan fremstilles ulikt. Oppgaven kan ikke løses ved å benytte en gitt algoritme direkte.

2.5.2.2 Type of Response

Klassifiseringssystemet *Type of Response* er utviklet av Charalambous m.fl. (2010) og består som tidligere nevnt av fire kategorier: *svar*, *svar og matematisk uttrykk*, *forklaring* og *begrunnelse*. Kategorien *svar* omfatter oppgaver som kun krever et numerisk svar eller et numerisk uttrykk. Kategorien *svar og matematisk uttrykk* viser til oppgaver som ifølge Charalambous m.fl. (2010) krever et svar, men som også eksplisitt krever at elevene kommer med et matematisk uttrykk. Oppgaver som kommer inn under kategorien *forklaring*, er oppgaver der det forventes at eleven gir en forklaring av svaret sitt eller fremgangsmåten eleven benyttet seg av. Den siste kategorien er *begrunnelse* og denne kategorien krever at elevene begrunner gyldigheten til tilnærmingen som ble brukt for å løse oppgaven, eller vurderer gyldigheten av svaret (Charalambous m.fl., 2010).

2.6 Oversikt over vårt konseptuelle rammeverk

Som sagt har vi benyttet oss av ulike elementer fra tidligere forskning og satt det sammen til et helhetlig konseptuelt rammeverk som vi mener belyser vår problemstilling på en passende måte. Figuren under viser en helhetlig oversikt over det konseptuelle rammeverket vi har benyttet oss av.

Tabell 2.1: Fullstendig rammeverk for analyse av lærebøker

Horisontal analyse		Vertikal analyse Kreves av elevene	
Bakgrunnsinformasjon	Generell struktur	*Task Analysis Guide*	*Type of Response*
- Tittel - Sidetall - Forfattere - Utgiver og utgivelsesår - Tilleggsmateriale	- Antall oppgaver - Kapittelinndeling - Antall oppgaver per kapittel - Antall deloppgaver	- Hukommelse - Prosedyre uten sammenheng - Prosedyre med sammenheng - Matematikk	- Svar - Forklaring - Begrunnelse

Vi har valgt å utelukke kategorien *svar og matematisk uttrykk* fra *Type of Response* i vår studie og en begrunnelse for dette vil forekomme i kapittel 3.3.3 Forberedelse til kategoriseringen. I Vedlegg A: Vår definisjon av *Task Analysis Guide* har vi oversatt og i noen grad tilpasset definisjonene for å passe vår undersøkelse bedre. Under kategorien

Hukommelse har vi lagt til et punkt som sier at «Oppgaver der elevene skal øve/bli kjent med matematiske verktøy (for eksempel passer, vinkelmåler, dynamiske geometriprogram)» blir kategorisert derunder. Dette punktet ble lagt til fordi vi under analyseprosessen oppdaget flere oppgaver fra lærebøkene som omhandlet oppgaver der elevene skulle bli kjent med og øve seg på å bruke ulike matematiske verktøy. De opprinnelige definisjonene av de fire kategoriene i *Task Analysis Guide* følte vi ikke dekket disse type oppgavene. Å øve seg på og bli kjent med matematisk verktøy er viktig i og for seg, men krever tenking på et lavt kognitivt nivå da dette ofte er reproduksjon av tidligere lærte ferdigheter for elever på ungdomskolen (Smith & Stein, 1998). Derfor konkluderte vi med at dette punktet hørte til under *Hukommelse*. Et eksempel på en slik oppgave vises i Figur 3.3.

3 Metode

Dette kapittelet vil omhandle metoden vi har valgt å benytte oss av. Vi vil redegjøre for og begrunne utvalget vårt, gi en detaljert og presis beskrivelse av den horisontale og vertikale analysen, vurdere kvaliteten av studien vår, samt hvilke etiske retningslinjer oppgaven må forholde seg til. I tillegg vil vi beskrive vår kvalitative tilleggsanalyse. På grunn av at oppgavens hodevekt er lagt på den kvantitative analysen av oppgavene vil tilleggsanalysen kun være illustrativt for lærebøkenes *grubleoppgaver* og dermed bli omtalt i mindre grad.

3.1 Teoretisk perspektiv og valg av metode

I denne delen vil vi gå gjennom de metodiske valgene vi har gjort. Vi vil først se på dokumentanalyse som analysemetode og deretter se på hvorfor vår undersøkelse har en *mixed methods* tilnærming.

3.1.1 Dokumentanalyse

Da vårt forskningsspørsmål handler om å utforske de kognitive utfordringene i de to mest brukte lærebøkene på ungdomstrinnet, vil det være nødvendig å se på oppgavene i lærebøkene fordi oppgavene er det elevene møter i undervisningen (Charalambous m.fl., 2010; Doyle, 1988; Hiebert & Wearne, 1997). Thagaard (2013) skriver at en studie av dokumenter som opprinnelig ikke var skrevet med formål om å bli forsket på kalles dokumentanalyse. Dette innebærer historiske bøker, andre bøker, internettartikler, blogger, lovdokumenter og liknende. Denne forståelsen av dokumentanalyse støttes av Christoffersen og Johannessen (2012). Lærebøker er utgitte verker, og er derfor åpen for allmennheten. Grønmo (2016) kaller en systematisk inndeling av dokumenter i kategorier for en *kvantitativ innholdsanalyse* og denne analysemetoden er passende for oss da matematikkoppgaver lar seg dele inn i vel etablerte kategorier som vi skal se på senere. Ifølge Grønmo (2016) er en analyse av to eller flere enheter en komparativ analyse. En komparativ analyse egner seg godt når man ønsker å se på likheter eller ulikheter mellom to separate enheter (Grønmo, 2016), noe vi gjør i vår studie. I vårt tilfelle er de ulike matematikkbøkene ulike enheter, og vi har brukt faste kategorier for å analysere kognitive utfordringer i disse enhetene. Når man koder etter eksisterende kategorier, gjør vi det Mayring (2015) kaller for en deduktiv innholdsanalyse.

3.1.2 Mixed methods

Ifølge Creswell (2014) gir en kombinasjon av kvalitativ og kvantitativ tilnærming et mer helhetlig bilde av det som utforskes enn ved bruk av kun den ene tilnærmingen. Dette skjer ved at de ulike metodiske tilnærmingene utnytter hverandres styrker og utfyller hverandres svakheter. Denne forskningsmetoden kalles for en *mixed methods*-tilnærming. Vår studie består i hovedsak av to ulike deler. Først og fremst har vi gjort en kvantitativ analyse av lærebøker og deretter en kvalitativ tilleggsanalyse som vi vil komme tilbake til senere. Dermed blir vår metodiske tilnærming *mixed method*. Nærmere bestemt en *Explanatory sequential mixed methods* (Creswell, 2014). Dette betyr at forskeren gjør en kvantitativ analyse, som senere er grunnlaget for en kvalitativ analyse. Målet med den kvalitative analysen er å belyse og forklare funnene ytterligere.

Vi har brukt ulike metodiske tilnærminger, basert på hvilken tilnærming som passer best for å svare på forskningsspørsmålet. Dette betyr at verdenssynet vårt er pragmatisk. Et pragmatisk verdenssyn er nært knyttet *mixed methods*, og hovedfokus for et slikt verdenssyn vil ikke være metoden i seg selv, men heller bruk av ulike tilnærminger for å svare på forskningsspørsmålet (Creswell, 2014; Creswell & Plano Clark, 2011). På grunn av at vårt forskningsspørsmål fokuserer på å de kognitive aspektene med tanke på elevers læring gjennom lærebøkenes oppgaver, vil vårt syn på elevers læring være relevant. Vi ser på elevers tilegnelse av kunnskap på en måte som reflekterer et konstruktivistisk læringssyn, altså at elevens læring baseres på deres egne erfaringer og forståelser av fenomener (Creswell & Plano Clark, 2011).

En *mixed methods* tilnærming kan være både *fixed* og/eller *emergent* (Creswell & Plano Clark, 2011). Det er en glidende overgang mellom *fixed* og *emergent* design. Designet er *fixed* hvis forskerne på forkant har en konkret plan for gjennomføring av en undersøkelse som består av både en kvantitativ og en kvalitativ metode. Designet er *emergent* hvis bruken av *mixed methods* fremkommer underveis i forskningen på grunn av feil eller nødvendighet. Vår studie har hovedvekten i et *emergent* design, i og med at vi så nødvendigheten i å utføre en kvalitativ tilleggsanalyse for å illustrere spesifikke funn ytterligere. Utvalget til den kvalitative tilleggsanalysen ble først klart etter at vi hadde utført den kvantitative analysen og sett på funnene.

3.2 Utvalg

Det finnes flere ulike lærebøker for ungdomstrinnet i den norske skolen. De vi vurderte var Cappelen Damms *Faktor,* Gyldendals *Maximum,* Elektronisk Undervisningsforlags *Grunntall* og Aschehougs *Nummer.* Grunnen til at vi vurderte disse bøkene er at alle verkene er tilpasset revidert læreplan 2013. Gjennom vår praksiserfaring i studiet og vikarjobb har vi erfart at lærebøkene Maximum og Faktor har vært mye brukt i skoler i Troms, derfor var vi interessert i å undersøke disse lærebøkene fremfor Nummer. På bakgrunn av dette sendte vi e-post til forlagene Cappelen Damm og Gyldendal med forespørsel om salgstall[1]. Forlagene kunne ikke oppgi salgstall, men begge forsikret oss om at deres lærebøker var et av de mest brukte i Norge. I tillegg skrev Cappelen Damm eksplisitt at Faktor og Maximum trolig er de to mest brukte i Norge. Cappelen Damm skrev videre at Grunntall var markedsledende i 2006, men deres inntrykk var at skolene skifter dette verket ut. Grunntalls grunnbøker er i tillegg ikke tilpasset revidert læreplan 2013, men det finnes, ifølge Grunntalls nettsider (Elektronisk Undervisningsforlag AS), tilleggsmateriale på nettsiden som dekker den nye læreplanen. På grunn av at vi hadde tatt et standpunkt om ikke å bruke tilleggsmateriale, utelukket vi Grunntall. Vi vet at Aschehougs *Nummer* også er tilpasset revidert læreplan 2013, men på bakgrunn av våre tidligere erfaringer og svaret fra Cappelen Damm utelukket vi Nummer. Dermed endte vi opp med å ta for oss Faktor 8 Grunnbok (Hjardar & Pedersen, 2014a), Faktor 9 Grunnbok (Hjardar & Pedersen, 2014b), Faktor 10 Grunnbok (Hjardar & Pedersen, 2015), Maximum 8 Grunnbok (Tofteberg, Tangen, Stedøy-Johansen & Alseth, 2013), Maximum 9 Grunnbok (Tofteberg, Tangen, Stedøy-Johansen & Alseth, 2014) og Maximum 10 Grunnbok (Tofteberg, Tangen, Stedøy-Johansen & Alseth, 2015a). I tillegg finnes det oppgavebøker til hver av grunnbøkene. Gyldendal skriver på sin nettside at Maximum 8 oppgavebok er:

> *«…et supplement til grunnboka og tilfører flere og mer varierte oppgaver. Hele oppgaveboka er merket med de samme fargekodene som brukes i grunnboka. Hvert kapittel er delt i to hoveddeler: Først finner man en del med fargemerkede oppgaver direkte tilknyttet delkapitlene og rekkefølgen i grunnboka. Disse kan brukes parallelt med grunnboka til for eksempel lekser. Den siste delen av hvert kapittel inneholder blandete oppgaver, og er tenkt brukt i kombinasjon med Bli bedre i grunnboka, eller til repetisjon.» (Gyldendal, 2018)*

Det fremkommer tilsvarende utsagn for oppgavebøkene i Maximum 9 og 10. Oppgavebøkene er dermed et supplement til grunnboka og inneholder oppgaver som blant annet kan brukes i kombinasjon med *Bli bedre*-oppgavene fra grunnboka. Dette gir oss god grunn til å tro at oppgavene i oppgavebøkene er relativt like de oppgavene som forekommer i grunnbøkene.

[1] E-post korrespondanse med Gyldendal og Cappelen Damm 21.09.17

Cappelen Damm (2018) sier at «Oppgaveboka inneholder oppgaver i tre vanskelighetsgrader til hvert kapittel i grunnboka, i tillegg til repetisjonsoppgaver.» (Cappelen Damm, 2018). Med bakgrunn i det Gyldendal og Cappelen Damm sier ovenfor og denne oppgavens omfang er oppgavebøkene ikke tatt med i analysen.

Maximum og Faktor har ulike måter å bygge opp bøkene på. Maximums oppgaveinndeling består av *Ordinære oppgaver*, *Bli bedre* og *Tren tanken*. Disse oppgavetypene deles igjen inn i ulik vanskelighetsgrad som Maximum kaller en differensieringsmodell: *Blå, Gul* og *Grønn.* Ordinære oppgaver er oppgaver som forekommer i hoveddelen av bøkene der ikke annen informasjon er oppgitt. Bli bedre-oppgaver er oppgaver som ifølge Maximum 10: lærerens bok «…skal brukes til repetisjon og overlæring» (Tofteberg, Tangen, Stedøy-Johansen & Alseth, 2015b, s. V) og Tren tanken-oppgaver «…inneholder varierte problemløsningsoppgaver der elevene i større grad må vise sammensatt kompetanse og kreativitet» (Tofteberg m.fl., 2015b, s. V).

Faktors oppgaveinndeling består av *Ordinære oppgaver, Prøv deg selv, Noe å lure på* og *Utfordrende oppgaver*. Også her er ordinære oppgaver de som forekommer i hoveddelen av bøkene der ikke annet er oppgitt. Prøv deg selv-oppgaver er ifølge Cappelen Damms nettside om Faktorserien en liten test og Noe å lure på-oppgaver er problemløsningsoppgaver (Cappelen Damm). På samme nettsted sier Cappelen Damm at vanskelig oppgaver er merket spesielt, og dette er blant annet de Utfordrende oppgavene som er merket med en stjerne.

Basert på oppgaveinndelingene i de ulike seriene har vi laget en oversikt over samlebetegnelser for oppgavetyper, slik at det er mulig for oss å sammenligne resultater bøkene imellom.

Tabell 3.1: Oversikt over samlebetegnelsenes innhold

Samlebetegnelse	**Faktor**	**Maximum**
Ordinære oppgaver	Ordinære oppgaver	Ordinære oppgaver
Øvingsoppgaver	Prøv deg selv	Bli bedre
Utfordringsoppgaver	Utfordrende oppgaver	Grønn vanskelighetsgrad
Grubleoppgaver	Noe å lure på	Tren tanken

Det å sammenligne lærebøkenes ordinære oppgaver, *øvingsoppgaver* og *grubleoppgaver* var naturlig på grunn av de sammenfallende definisjonene i lærebøkene. Siden Faktor har oppgaver de merker som Utfordrende oppgaver, mens Maximum har en tredeling gjennom sin differensieringsmodell, måtte vi gjøre noen valg som gjorde at en sammenligning av bøkene var mulig. Cappelen Damm omtaler Utfordrende oppgaver som spesielt vanskelige oppgaver og Gyldendal skriver i Maximum 10 lærerens bok at «oppgaver med grønn merking krever ofte et høyere refleksjonsnivå hos elevene.» (Tofteberg m.fl., 2015b). På bakgrunn av dette har vi valgt å se Faktors Utfordrende oppgaver i sammenheng med Maximums ordinære oppgaver merket med Grønn og øvingsoppgaver merket med Grønn. Dette mener vi at vi kan gjøre fordi beskrivelsene av Utfordrende oppgaver og de grønnmerkede ordinære oppgavene og øvingsoppgavene har tydelige likhetstrekk. Grunnen til at vi utelukker Maximums grubleoppgaver merket med Grønn er fordi de ulike læreverkenes definisjoner på grubleoppgaver samsvarer og derfor lar seg sammenligne direkte. Dessuten vil det ikke bli en rettferdig sammenligning dersom vi hadde inkludert de grønnmerkede grubleoppgavene i samlebetegnelsen *utfordringsoppgaver*, siden grubleoppgaver er definert som problemløsningsoppgaver. I presentasjonen av våre funn vil vi også utelukke oppgaver med grønt merke i ordinære oppgaver og øvingsoppgaver. Det vil si at de ordinære oppgavene fra Maximum består av vanlige ordinære oppgaver og ordinære oppgaver merket med Blå og Gul. Disse valgene var avgjørende for at våre funn var sammenlignbare.

Gjennom kodeprosessen så vi på hver deloppgave som én enkelt oppgave. Altså vil oppgaver som ikke har noen deloppgaver regnes som én oppgave. Oppgaver som for eksempel har deloppgave a) og b) vil tilsvare to oppgaver, oppgaver som har a), b) og c) vil tilsvare tre oppgaver, oppgaver som har a), b), c) og d) vil telle som fire oppgaver og så videre. I tilfeller der én oppgave har hatt flere spørsmål uten at det forekommer en oppdeling, har vi sett på oppgaven som én enkelt oppgave. I slike tilfeller har vi vurdert hvilke kategorier innenfor *Task Analysis Guide* og *Type of Response* hovedvekten av oppgaven havner inn under.

3.3 Kvantitativ analyse

Dette er hoveddelen av vår undersøkelse og videre følger en detaljert beskrivelse av den horisontale analysen, den vertikale analysen, forberedelsen til kategoriseringen og selve kodeprosedyren.

3.3.1 Horisontal analysemetode

Den horisontale analysen består som tidligere nevnt av to ulike deler, *generell struktur* og *bakgrunnsinformasjon*. Hensikten med å analysere bakgrunnsinformasjonen var å gi en bred beskrivelse av bøkenes kontekst, og denne analysen var strengt tatt ikke veldig dyptgående. Det som inngår i bakgrunnsinformasjon er tittel, sidetall, forfattere, utgiver, utgivelsesår og tilleggsmateriale. Vi presenterer tilleggsmateriale fordi vi ønsker å gi oss og leseren et bilde av at lærebøkene i seg selv ikke nødvendigvis er det eneste verktøyet disse forlagene tilbyr. I tillegg ønsker vi å beskrive læreverkene slik at vi selv og leseren får en mest mulig reell situasjonsbeskrivelse. På den måten har vi et godt utgangspunkt for å kunne generalisere.

Den andre delen av den horisontale analysen, generell struktur, hadde som hensikt å gi oss en oversikt over temaer, kapittelinndeling og antall oppgaver. Dette fordi vi vil belyse bøkenes strukturelle forskjeller, for eksempel med tanke på hvordan matematisk innhold blir delt inn i henhold til tema. Antall oppgaver gir oss muligheten til å regne ut ulike verdier, slik som f.eks. oppgavetetthet i sammenheng med antall sider. En oversikt over kapittelinndelingen, sammen med en oversikt over hovedområdene fra Læreplan i matematikk fellesfag (Utdanningsdirektoratet), var grunnlaget for vår utarbeiding av en temainndeling på åtte deler. Hovedområdene i Læreplan i matematikk fellesfag (Utdanningsdirektoratet) er: 1. Tall og algebra, 2. Geometri, 3. Måling, 4. Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk og 5. Funksjoner. Vår temainndeling er: 1. Tall og tallforståelse, 2. Økonomi, 3. Geometri, 4. Funksjoner, 5. Brøk og prosent, 6. Statistikk og sannsynlighet, 7. Algebra og likninger, 8. Måling. Denne temainndelingen var igjen grunnlaget til at våre resultater er sammenlignbare med hensyn på tema og en oversikt over denne inndelingen fremkommer i kapittel 4.1.2 Lærebøkenes generelle struktur.

3.3.2 Vertikal analysemetode

Den vertikale analysen er hovedvekten i den kvantitative delen. Den er avansert og vil derfor bli beskrevet i detalj i dette kapittelet. Videre i oppgaven vil vi kalle kategoriene *hukommelse*, *prosedyre uten sammenheng*, *prosedyre med sammenheng*, *matematikk* henholdsvis *lav-H*, *lav-P*, *høy-P*, *høy-M*. De første fire kategoriene reflekterer ikke nødvendigvis oppgavenes vanskelighetsgrad, men i hvilken grad oppgaven er kognitivt krevende.

For å kunne utføre konsekvent og effektiv kategorisering av oppgavene, så vi nødvendigheten med å utforme en kodeprosedyre som vi måtte følge når vi kategoriserte oppgavene fra de to lærebøkene. I følge Murphy (2002) vil en kategori best bli definert om tre tilnærminger benyttes: en definisjon av hver kategori, regler for kategoriseringen og et eksempel som viser en typisk oppgave innenfor den spesifikke kategorien. En tydelig definisjon av hver kategori gjorde at skillet mellom kategoriene kommer klart frem, og dette var selve grunnlaget for at vi på en presis og konsekvent måte kunne kode datamaterialet vårt. Vi bruker definisjonene som er utviklet av Smith og Stein (1998) og Charalambous m.fl. (2010), men vi har også gjort noen egne tilpasninger. Dette er tidligere vist i 2.5 Rammeverk.

Regler for kategoriseringen, sammen med definisjonene og eksemplene ble utformet til en detaljert kodeprosedyre. Denne bidro til at vi var i stand til å avgjøre oppgavenes kognitive nivåkrav og type svar på en konsekvent måte. Dette var spesielt viktig siden vi var flere personer som kodet. Kodeprosedyren styrker påliteligheten av kodingen og gjøre vår undersøkelse mer transparent (Cohen, Morrison & Manion, 2007). Denne kodeprosedyren fremkommer i kapittel 3.3.4 Kodeprosedyre.

3.3.3 Forberedelse til kategoriseringen

Under følger en beskrivelse av hva vi gjorde før vi begynte selve kategoriseringen av bøkene. Gjennom hele denne fasen ble rammeverket, definisjonene av kategoriene og kodeprosedyren vurdert, redigert og tilpasset vår studie fortløpende. Det første vi gjorde etter at vi hadde satt sammen rammeverket, definisjonene av kategoriene og kodeprosedyren var å utvikle et excel-dokument som vi kunne notere kategoriseringen i.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1																					
2			Faktor 10	Kap. 7: Økonomi				0,19	0,21	0,23	0,27		0	0,3	0,6	1					
3							0	Task analysis					Type of respons								
4		Oppgavenr.	Delkapittel	Tema	Oppgavetype	Vanske	Umulig	Lav-H	Lav-P	Høy-P	Høy-M		S	S+MU	F	B		Sum			
5	Sum:						8	1	58	23	6		82	0	3	3		TA+TR		Skala	Antall
6		7,1	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0 = UMULIG	8
7		7,2A	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,19 = Lav-H+S	1
8		B	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,49 = Lav-H+S+MS	0
9		C	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,79 = Lav-H+F	0
10		7,3A	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		1,19 = Lav-H+B	0
11		B	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,21 = Lav-P+S	58
12		C	Lønn og skatt	Lønn	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,51 = Lav-P+S+MS	0
13		7,4A	Lønn og skatt	Lønn	UO		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,81 = Lav-P+F	0
14		B	Lønn og skatt	Lønn	UO		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		1,21 = Lav-P+B	0
15		7,5	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,23 = Høy-P+S	22
16		7,6A	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,53 = Høy-P+S+MU	0
17		B	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,83 = Høy-P+F	1
18		7,7A	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		1,23 = Høy-P+B	0
19		B	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,27 = Høy-M+S	1
20		7,8A	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21		0,57 = Høy-M+S+M	0
21		B	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		0,87 = Høy-M+F	2
22		C	Lønn og skatt	Skatt	O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23		1,27 = Høy-M+B	3
23		7,9A	Lønn og skatt	Skatt	O		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		Sum	96
24		B	Lønn og skatt	Skatt	O		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
25		7,10A	Lønn og skatt	Skatt	UO		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23			
26		B	Lønn og skatt	Skatt	UO		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23			
27		7,11	Lån og kredittkort		O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21			
28		7,12A	Lån og kredittkort		O		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0,23			
29		B	Lån og kredittkort		O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21			
30		C	Lån og kredittkort		O		0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0,21			

Kap1 | Kap2 | Kap3 | Kap4 | Kap5 | Kap6 | Kap7 | Kap8 | Definisjoner

Figur 3.1: Utklipp av excel-dokumentet vi benyttet oss av under kategorisering

Kolonne B viser hvilken oppgave som er kodet, og kolonne C og D viser delkapittel og tema slik de fremkommer i bøkene. Kolonne E viser til hvilken oppgavetype oppgaven er. Med dette mener vi ordinære oppgaver, utfordringsoppgaver, øvingsoppgaver og grubleoppgaver etter hvordan bøkene selv klassifiserte dem. Kolonne F viser til Maximums system: vanskelighetsgraden. Den kunne være Blå, Gul eller Grønn, der Blå var lettest, Gul middels og Grønn vanskeligst. Kolonne G er med fordi vi etter hvert så det som nødvendig å skrive ned hvilke oppgaver vi ikke kunne kategorisere. Slike oppgaver var for eksempel oppgaver der elevene selv skulle lage oppgaver til sidemannen og løse dem. Vi kunne ikke kategorisere disse fordi oppgavene var så åpne at den kunne havne inn under hvilken som helst av kategoriene, alt etter som hvordan eleven laget oppgaven. Oppgavene måtte likevel være med i kategoriseringen fordi vi ønsket et helthetlig bilde av lærebøkene.

Kolonne H-K og M-P viser til de ulike kategoriene i henholdsvis *Task Analysis Guide* og *Type of Response*, og hver av disse kategoriene har hver sin tilhørende tallverdi. Disse tallverdiene var et verktøy som gjorde at vi kunne få en oversikt over hvor mange oppgaver som hørte inn under de ulike kombinasjonene av kategorier. Tallverdiene er valgt slik at ingen av summene blir like og denne summen fremkommer i kolonne R. Kolonne L og Q er hjelpekolonner til oss selv. De slår ut til 0 (rød) hvis vi ikke skriver inn en verdi i *Task Analysis Guide* eller *Type of Response*. Kolonne T og U viser ulike kombinasjoner av kategorier og antall slike kombinasjoner.

Det vi gjorde etter at vi hadde laget excel-dokumentet var å kategorisere ca. 200 oppgaver sammen. Oppgavene var både fra Faktor 8 (Hjardar & Pedersen, 2014a) og Maximum 8 (Tofteberg m.fl., 2013), og disse oppgavene var fra første kapittel i hver bok fordi vi ønsket å gå kronologisk gjennom bøkene. Dette kommer vi tilbake til senere. Vi gjorde dette steget fordi det var avgjørende at vi forsto rammeverket likt. Deretter gikk vi hver for oss og kategoriserte 100 oppgaver, 50 fra hver bok fra der vi sluttet å kategorisere sammen. Når det var gjort, sammenlignet vi kategoriseringene våre og beregnet *Cohens kappa (k)* i SPSS. Vi vil gå dypere inn på disse beregningene i kapittel 3.5.2 Reliabilitet. Denne analysen ga oss ikke tilfredsstillende verdier og vi gikk derfor gjennom alle oppgavene vi hadde kategorisert ulikt, diskuterte, spisset definisjonene av kategoriene og ble enige. Etter denne første sammenligningen kategoriserte vi 100 nye oppgaver hver for oss, igjen 50 fra hver bok. Vi sjekket *Cohens k* for den nye kategoriseringen og her fikk vi bedre verdi, men fortsatt ikke tilfredsstillende. Når vi ennå ikke var fornøyd med resultatene, satte vi oss sammen, snakket om rammeverket og presiserte kodeprosedyren vår ytterligere. Når vi nå hadde presisert og jobbet med kodeprosedyren og definisjonene så vi på alle oppgavene vi tidligere hadde kategorisert. Vi merket at vi i større grad var enige om kategoriseringen. For å undersøke om vi nå hadde en felles oppfatning, kategoriserte vi 70 nye oppgaver hver for oss og beregnet *Cohens k.* Denne gangen var verdien tilfredsstillende og dermed fordelte vi bøkene mellom oss.

Gjennom denne prosessen oppdaget vi vanskeligheter ved kategorien *svar + matematisk uttrykk*. Vi kategoriserte ingen av oppgavene til denne kategorien gjennom prosessen, men vi diskuterte om enkelte oppgaver kunne kategoriseres hit eller til *svar* eller *forklaring.* Charalambous m.fl. (2010) skriver at kategorien *svar + matematisk uttrykk* ble lagt til ettersom de oppdaget behovet for dette når de kategoriserte oppgaver i de taiwanske bøkene. Hverken de irske eller de kypriotiske bøkene hadde noen oppgaver som falt inn under denne kategorien (Charalambous m.fl., 2010). Dette fant vi oppsiktsvekkende og stilte spørsmålstegn ved hva kategorien inneholdt. Charalambous m.fl. (2010) kommer ikke med en presis og avgrenset definisjon på kategorien annet enn to eksempeloppgaver der eleven eksplisitt blir bedt om å formulere et matematisk uttrykk eller en matematisk setning. Dette gjorde at det ble utfordrende for oss å se hvilke oppgaver kategorien favnet. I tillegg forekommer det ikke noen argumentasjon som tilsier at det stilles ulik kognitive nivåkrav ved å formulere et matematisk uttrykk, sammenlignet med å kun finne svaret eller forklarer fremgangsmåten. På bakgrunn av dette valgte vi å utelukke kategorien *svar + matematisk uttrykk.* Vår oppfatning er at skillet mellom kognitive utfordringer blir ivaretatt ved kun å kategorisere *Type of Response* etter de tre kategoriene: *svar*, *forklaring* og *begrunnelse*.

3.3.4 Kodeprosedyre

Nedenfor følger vår kodeprosedyre som er inspirert av Palm, Boesen og Lithner (2011) og Bergqvist (2007). Først presenteres vår kodeprosedyre punktvis, etterfulgt av en detaljert forklaring av hvert punkt.

1. Analyse av oppgaven
    a. Vurdere mulige løsningsstrategier
    b. Vurdere mulige algoritmer
    c. Vurdere eventuelle bruk av verktøy
    d. Vurdere mulige svar
    e. Vurdere oppgavens sammenheng med underliggende tema.
    f. Vurdere oppgavens eventuelle ulike representasjonsformer

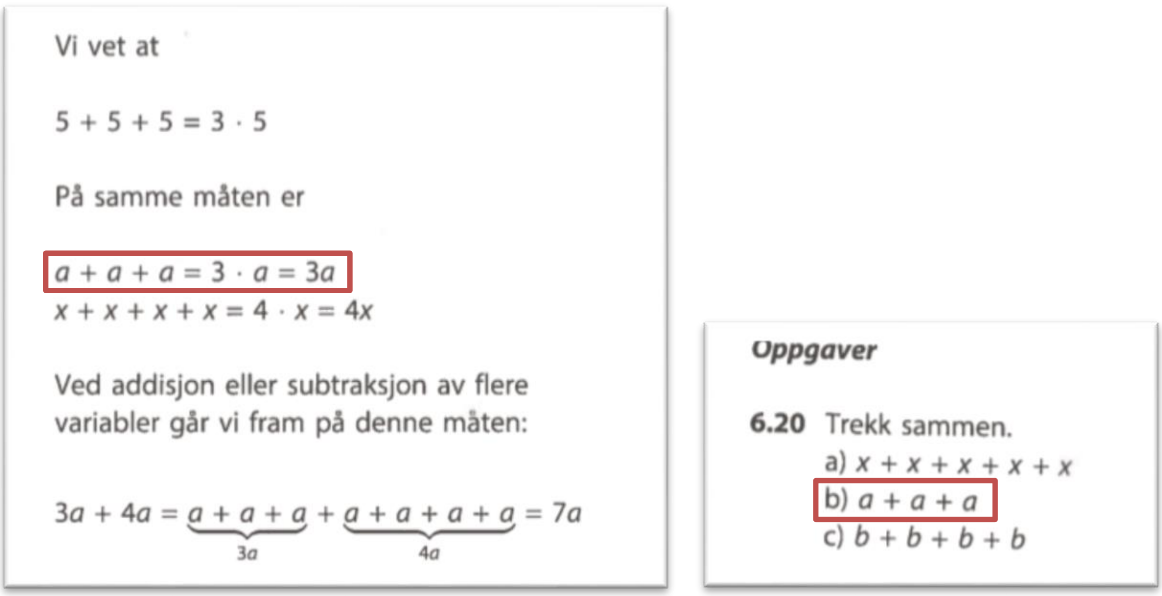
2. *Task Analysis Guide* - Analyse av lærebøker
    a. Ser etter lignende tidligere teori
    b. Ser etter lignende tidligere eksempler
    c. Ser etter lignende tidligere oppgaver
3. *Task Analysis Guide* – Argumentasjon og klassifisering av kognitive nivåkrav
    a. Hukommelse (*lav-H*)
    b. Prosedyre uten sammenheng (*lav-P*)
    c. Prosedyre med sammenheng (*høy-P*)
    d. Matematikk (*høy-M*)
4. *Type of Response* – Argumentasjon og klassifisering av *Type of Response*
    a. Svar
    b. Forklaring
    c. Begrunnelse

Generelt startet vi med å nøye lese teori og eksempler som ble presentert før oppgaven og satte oss inn i det gitte temaet. Dette gjorde vi for å få en oversikt over teori, løsningsforslag og algoritmer som presenteres for elevene i forkant av oppgavene. Det var viktig for oss å ha oversikt over denne teoriformidlingen fordi rammeverket *Task Analysis Guide* (Smith & Stein, 1998) sier noe om det kognitive nivåkravet til oppgavene i lærebøkene i forhold til tidligere viste eksempler, instruksjoner og oppgaver. Vi har gått kronologisk gjennom bøkene, og dermed hadde vi en oversikt over hva som tidligere har vært presentert for elevene, både i form av teoridel, eksempler og oppgaver. Når vi videre i teksten, der ikke annet er oppgitt, omtaler tidligere teori, eksempler og oppgaver (materiale) vil dette innebære henholdsvis all teori, eksempler og oppgaver som er presentert tidligere i den gitte læreboka.

1. **Analyse av oppgaven.** Her vurderte vi oppgavens mulige løsningsstrategier, om oppgaven kunne løses ved bruk av algoritmer og i så tilfelle hvilke, og hva som var de mulige svarene man kunne komme frem til i oppgaven. Dette steget var viktig fordi dette ga oss grunnlaget for kategoriseringen av både kognitive nivåkrav og type svar. Vi har også sett på om oppgavens fokus kun er rettet mot å produsere et riktig svar, som vil fremme elevens prosedyrekunnskap, eller om oppgaven legger opp til at eleven skal forstå eller utforske underliggende matematiske idéer eller konsepter, altså utvikle konseptuell kunnskap. Dette gjorde vi fordi det hjalp oss å skille mellom *lav-P* og *høy-P*. I tillegg så vi etter om oppgaven krevde bruk av matematiske verktøy, som f.eks. dynamisk geometriprogram, passer, vinkelmåler osv. for å skille ut *lav-H*. Ulike

representasjonsformer ble vurdert fordi oppgaver som havner inn under *høy-P* ofte har ulike representasjonsformer ifølge rammeverket.

2. ***Task Analysis Guide* – Analyse av læreboka.** Vi vurderte teoridelene, eksemplene og oppgavene som ble presentert før oppgaven. Mer spesifikt så vi etter løsningsstrategier, algoritmer og teori som enten eksplisitt eller implisitt kunne brukes for å løse oppgaven.
3. ***Task Analysis Guide* – Argumentasjon og klassifisering av kognitive nivåkrav.** Under dette steget klassifiserte vi oppgaven inn i en av de fire kategoriene under og argumenterte for dette med bakgrunn i det vi fant ut i steg 1 og 2. I tillegg følger det eksempler som illustrerer en typisk oppgave innenfor den spesifikke kategorien.
    a. **Hukommelse (*lav-H*).** Hvis vi fant at oppgaven kan besvares direkte ut ifra tidligere presentert materiale, kategoriserte vi oppgaven til *lav-H*. Oppgaver der formålet er at elevene skal bli kjent med matematiske verktøy eller trene på bruk av disse, kategoriseres til *lav-H*. Hvis oppgaven krever noe mer enn dette, gikk vi videre til å vurdere neste kategori.
    Eksempler:


Vi vet at

$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5$

På samme måten er

$\boxed{a + a + a = 3 \cdot a = 3a}$
$x + x + x + x = 4 \cdot x = 4x$

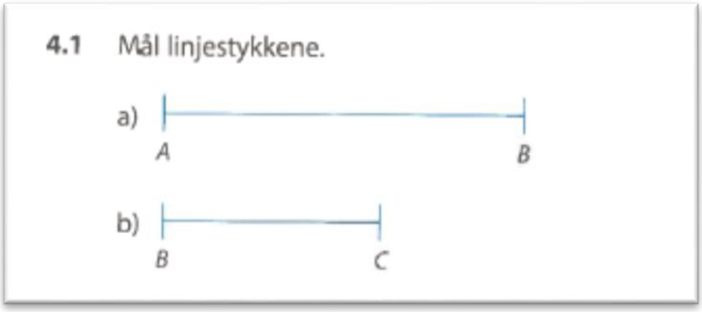
Ved addisjon eller subtraksjon av flere variabler går vi fram på denne måten:

$3a + 4a = \underbrace{a + a + a}_{3a} + \underbrace{a + a + a + a}_{4a} = 7a$

Oppgaver

6.20 Trekk sammen.
a) $x + x + x + x + x$
b) $\boxed{a + a + a}$
c) $b + b + b + b$

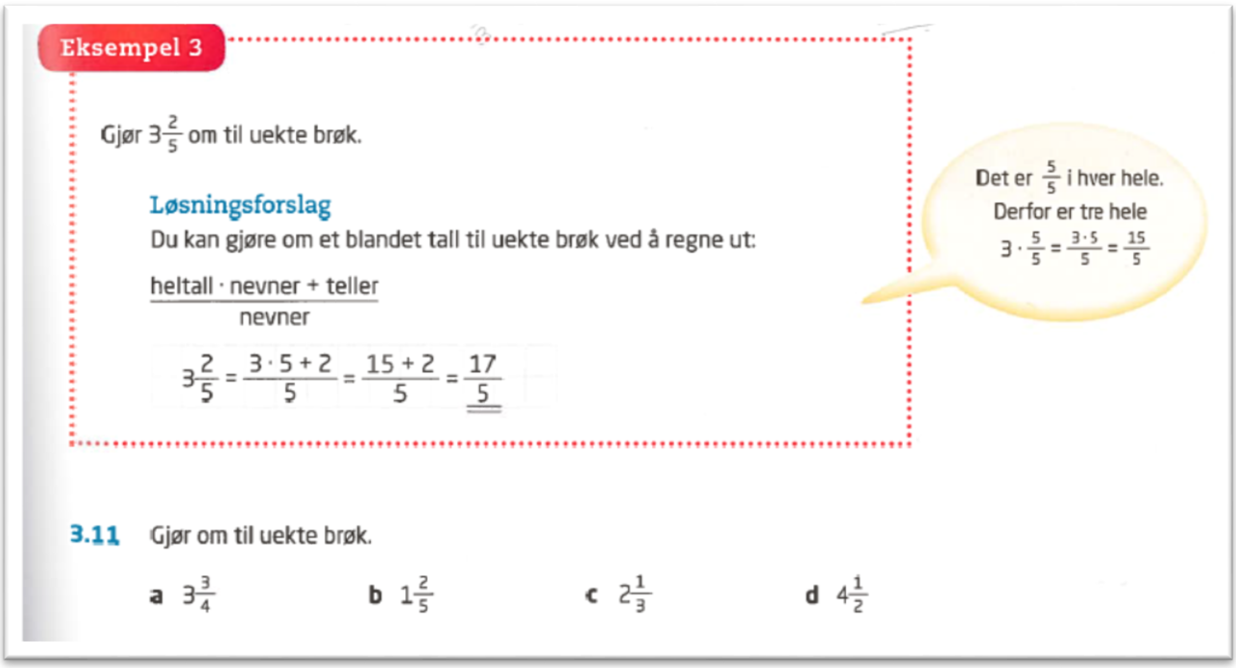
Figur 3.2: Oppgave 6.20b i Faktor 8 kan vi finne svaret på direkte i teoridelen før, dermed kategoriseres den til lav-H.



Figur 3.3: Oppgave 4.1 i Faktor 8 er et eksempel på oppgaver der øving med verktøy gjør at vi kategoriserte den til lav-H

b. **Prosedyre uten sammenheng (*lav-P*).** Tilfeller der oppgaven kunne løses ved å benytte en algoritme direkte fra tidligere presentert materiale og som kun hadde fokus på å produsere riktig svar, kategorisertes oppgaven til *lav-P*. Vi avgjorde om oppgavens fokus var å produsere riktig svar ved å se på om oppgaven hadde noen sammenheng til underliggende matematiske ideer og konsepter under punkt 1.

Eksempler:



Eksempel 3

Gjør $3\frac{2}{5}$ om til uekte brøk.

Løsningsforslag

Du kan gjøre om et blandet tall til uekte brøk ved å regne ut:

$$\frac{\text{heltall} \cdot \text{nevner} + \text{teller}}{\text{nevner}}$$

$$3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{15 + 2}{5} = \frac{17}{5}$$

Det er $\frac{5}{5}$ i hver hele. Derfor er tre hele $3 \cdot \frac{5}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} = \frac{15}{5}$

3.11 Gjør om til uekte brøk.

a $3\frac{3}{4}$ **b** $1\frac{2}{5}$ **c** $2\frac{1}{3}$ **d** $4\frac{1}{2}$

Figur 3.4: Oppgave 3.11 i Maximum 8 viser en oppgave som er kategorisert til lav-P. Oppgaven er lav-P fordi den kan løses direkte ved å benytte algoritmen som er presentert i eksempel 3. I tillegg har ikke oppgaven noen sammenheng eller utforsking av den underliggende matematiske sammenhengen uekte brøk – blandet tall.

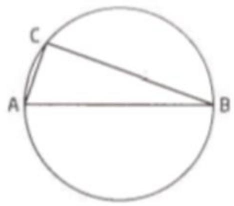
c. **Prosedyre med sammenheng (*høy-P*).** Tilfeller der oppgaven krever bruk av algoritmer, men som også bidrar til utvikling av dypere matematisk forståelse av konsepter eller matematiske ideer, kategoriserte vi oppgaven til *høy-P*. Dette inntraff når oppgaven krevde bruk av en kombinasjon av flere ulike algoritmer eller der algoritmen har en nær sammenheng med underliggende konsepter og matematiske ideer. Slike oppgaver bidrar til økt konseptuell forståelse.

   Eksempler:

3.144 Lise jobber fast 7,5 timer hver dag, og hun tjener 160 kr per time.
En dag får Lise beskjed om at hun må jobbe 2 timer overtid på kvelden.
Da får hun betalt 1,5 ganger så mye som den vanlige timelønnen.
Hvor mye tjener Lise denne dagen?

Figur 3.5: For å løse oppgave 3.144 i Maximum 8, er elevene nødt til å kombiner flere ulike algoritmer for å komme frem til en løsning. I tillegg har oppgaven nær sammenheng til temaet desimaltall. Denne oppgaven er kategorisert til høy-P.

2.8 Diameteren *AB* i en sirkel er 12 cm. Det finnes et punkt *C* på sirkelbuen slik at *AC* er 4 cm.
Hvor lang er *BC*?



Figur 3.6: Oppgave 2.8 i Maximum 10 viser en oppgave som kan løses ved å bruke algoritmen i Pytagoras' læresetning, og samtidig utforsker forholdet mellom en rettvinklet trekant og sirkelens egenskaper. Denne oppgaven kategoriseres til høy-P.

d. **Matematikk (*høy-M*).** Oppgaver som krever ikke-algoritmisk tenkning kategoriserte vi til *høy-M*. Med dette mener vi at løsningen ikke kan finnes ved bruk av en algoritme, enten fordi algoritmer ikke finnes, eller fordi nivået på algoritmen går ut over tidligere presentert materiale, og dermed er utilgjengelig for eleven. Dette er i hovedsak det som skiller oppgaver under *høy-M* fra *høy-P*. I tillegg krever slike oppgaver at eleven utforsker og forstår de underliggende matematiske konseptene.

   Eksempel:

1.152 Et tog skal fra by A til by E. Underveis stopper toget på stasjonene B, C og D. På stasjon B går 10 % av passasjerene av toget, og ingen kommer på. På stasjon C dobles passasjertallet, og på stasjon D øker passasjertallet med 25 %. Det går 270 passasjerer av toget i by E.

Hvor mange passasjerer gikk på toget i by A?

Figur 3.7: Oppgave 1.152 i Maximum 8 har ingen algoritmisk løsningsmetode. Her må eleven prøve seg frem og utforske forholdet mellom prosent – heltall. Derfor kategoriseres denne som en høy-M.

4. ***Type of Response* - Argumentasjon og klassifisering av *Type of Response.*** I dette steget kategoriserte vi oppgavene etter *Type of Response (Charalambous m.fl., 2010)* med bakgrunn i det vi fant ut om oppgavens svar i steg 1. Her viser vi også eksempler som er typisk for hver enkelt kategori.
    a. **Svar.** Om oppgaven kun krever et numerisk svar eller svar på et konkret spørsmål ble oppgaven kategorisert under *svar*.
    Eksempel:

1.13 Skriv tallene på vanlig måte.
a) $2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
b) $7 \cdot 1000 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 1$
c) $9 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1 \cdot 1$
d) $5 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1000 + 5 \cdot 10$

Figur 3.8: Oppgave 1.13 i Faktor 8 er et typisk eksempel på en oppgave som kun krever et numerisk svar.

1.24 Skriv tallene fra 1 til 60 i seks kolonner. Start slik:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	...			

a) Sett ring rundt alle primtallene.
Hvor finner du primtallene?
b) Finnes det partall som også er primtall?

Figur 3.9: Oppgave 1.24b i Faktor 8 viser en oppgave som kun krever svar på et konkret spørsmål

b. **Forklaring.** Oppgaver der elevene enten eksplisitt eller implisitt blir bedt om å forklare svaret sitt eller forklare fremgangsmåten de benyttet seg av ble kategorisert som *forklaring*.

3.98 Regn i hodet. Fortell en en annen i klassen hvordan du tenker. Bruker dere samme metode?

a 10 % av 500	**d** 5 % av 40	**g** 30 % av 60
b 50 % av 64	**e** 20 % av 25	**h** 80 % av 120
c 25 % av 1200	**f** 75 % av 80	**i** 90 % av 20

Figur 3.10: Oppgave 3.98 i Faktor 8 ber elevene om å forklare fremgangsmåten de bruker.

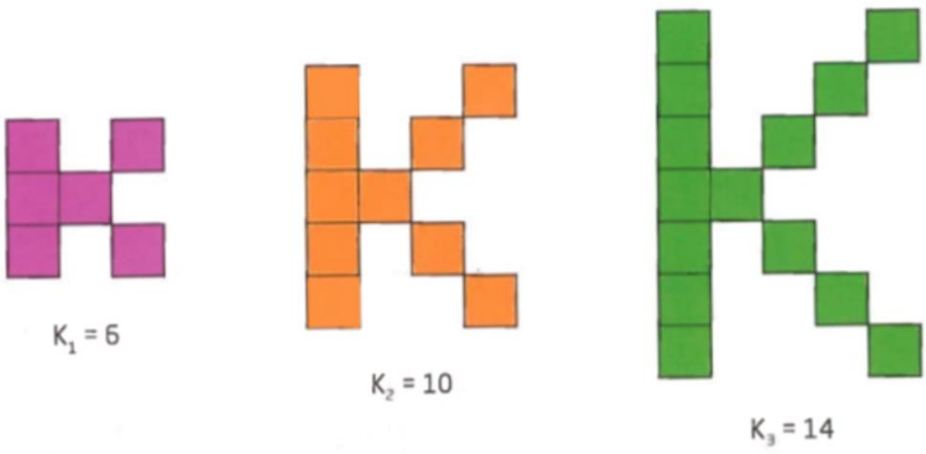
4.52 På to håndballag for jenter, født i 1997, fordeler alderen seg ulikt. På lag A er den eldste jenta født 5. april og den yngste jenta født 23. november. På lag B er den eldste jenta født 7. mars og den yngste jenta født 12. oktober.

a Finn variasjonsbredden for alder for hver av de to håndballagene. Skriv svaret i dager.

b Er det mulig at lag A har høyere gjennomsnittsalder enn lag B? Forklar svaret ditt. Bruk gjerne talleksempler.

Figur 3.11: Oppgave 4.52b i Maximum 8 blir elevene eksplisitt bedt om å forklare svaret sitt.

5.13 Bokstaven K kan lages med ruter, slik disse figurene viser.



a Finn K_6. Bruk ruteark og tegn figurene.

b Du får vite at $K_{15} = 62$. Finn K_{16}.

c Skriv med ord hvordan du kan finne figurtallene.

d Lag en direkteformel eller følgeformel for K_n.

e Sjekk formelen for K_7 og K_8.

f La n stå for et hvilket som helst figurnummer. Lag en direkteformel for K_n.

g Hvilken figur er den største du kan lage med 225 ruter? Blir det noen ruter til overs?

Figur 3.12: Oppgave 5.13c i Maximum 8 er kodet til forklaring fordi oppgaven implisitt ber eleven om å forklare fremgangsmåten sin.

c. **Begrunnelse.** Oppgaver som stiller krav til elevene om å begrunne hvorfor fremgangsmåten som ble benyttet egner seg godt, samt oppgaver som ber elevene vurdere gyldigheten til svaret ble kategorisert som *begrunnelse*.

3 Prisen på en mobiltelefon ble satt ned med 20 %. Uka etter ble prisen satt ned 20 % til. Slik fortsatte det i tre uker til.
«Flott,» tenkte Sara, «snart blir den gratis!»
Hadde Sara rett? Begrunn svaret.

Figur 3.13: Oppgave 3 under Noe å lure på i kap. 3 i Faktor 8 er en oppgave som krever at eleven begrunner gyldigheten til svaret sitt.

4.47 Arnhild har fem kaniner som hun veier. Resultatet noterer hun i en tabell:

Navn	Rase	Vekt (kg)
Siri	Hollender	2,6
Snorre	Lux	3,1
Baltus	Belgisk kjempe	7,6
Snehvit	Hvit land	3,9
Lisbeth	Sallander	3,4

a Finn gjennomsnitt og median for vekten til kaninene.

b Hvilken av de to tallverdiene i a er det beste sentralmålet? Begrunn svaret ditt.

c Forklar hvorfor det ikke gir mening å spørre etter typetall for vekten til kaninene.

d Arnhild får en kanin til. Da synker gjennomsnittsvekten for kaninene til 3,9 kg. Hvor mye veier den nye kaninen?

Figur 3.14: Oppgave 4.47b blir elevene eksplisitt bedt om å begrunne svaret sitt.

3.3.4.1 Oppgaver som ikke var mulig å kategorisere

Det var i alt 123 oppgaver som ikke var mulig for oss å kategorisere. Dette forekom av ulike faktorer, men det som gjorde de fleste oppgavene umulige for oss å kategorisere var at eleven selv ble bedt om å lage en oppgave eller på en annen måte bestemte forutsetningene for oppgaven. På grunn av dette bestemte eleven selv hvor kognitivt krevende oppgaven var.

5.42 Dere skal lage et brettspill som øver dere i sannsynlighetsbegrepet.

a Lag spørrekort til et brettspill om sannsynlighet. Skriv svarene på baksiden av spørrekortene.

b Design og lag spillebrettet og regler som kan passe til spillkortene. Spill spillet.

Figur 3.15: Oppgave 5.42 i Maximum 10 er et eksempel på en oppgave der eleven selv velger hvor kognitivt krevende den er

En annen type oppgave som var umulig å kategorisere var diskusjonsoppgaver. Dette var oppgaver der elevene ble bedt om å diskutere ulike emner med hverandre. Det kognitive nivåkravet og type svar disse oppgavene krevde, var umulig å si noe generelt om fordi elevene selv bestemte hvor dypt de gikk inn i temaet. Denne typen oppgaver er lik den forrige, men likevel verdt å nevne.

3.1 Snakk sammen to og to om når dere bruker brøk i praksis.

Figur 3.16: Oppgave 3.1 i Maximum 8 er et eksempel på en oppgave som krever at elevene snakker sammen om et tema og dermed selv bestemmer hvor kognitivt krevende samtalen kan bli

En tredje grunn til at oppgavene ikke lot seg kategorisere var at oppgavene ikke ble dekket av vårt rammeverk. Dette var ofte oppgaver som ikke hadde en klar matematisk karakter, slik som for eksempel hjernetrim-oppgaver og oppgaver der eleven blir bedt om å finne ut mer om et emne.

6 Tallet *sju* finner vi igjen i mange sammenhenger: sjuende far i huset, sjumilsstøvler, sju underverker, osv.

13 er et ulykkestall. Mange tror at det ikke bør sitte 13 til bords, og at fredag den 13. er en ulykkesdag.

Tallet *tre* finner vi i en del eventyr.

Finn ut mer om tall og mystikk.

Figur 3.17: Oppgave 6 i Noe å lure på i kapittel 1 i Faktor 10 er et eksempel på en oppgave der eleven blir bedt om å finne ut mer, og dermed havner utenfor vårt rammeverk

1 Vil det bli en knute på tråden hvis du trekker i begge endene samtidig?

Figur 3.18: Oppgave 1 i Noe å lure på i kapittel 2 i Faktor 10 er et eksempel på en hjernetrim-oppgave som falt utenfor vårt rammeverk

Vi har ikke telt med de umulige oppgavene i resultatene fordi vi kan anta at disse oppgavene fordeler seg jevnt i kategoriene.

3.4 Kvalitativ tilleggsanalyse av grubleoppgavene

Formålet med den kvalitative tilleggsanalysen er å belyse resultatene fra den kvantitative analysen ytterligere. Som utvalg har vi valgt å ta for oss noen av oppgavene som havner under samlebetegnelsen grubleoppgaver. Bakgrunnen til at vi valgte å se nærmere på grubleoppgavene er fordi forfatterne av lærebøkene selv betegner disse oppgavene som kognitivt utfordrende oppgaver. Dette er helt i tråd med det vi ønsker å finne ut med vår problemstilling, og ble derfor et naturlig utvalg å se nærmere på. Grubleoppgavene inkluderer Maximums Tren tanken-oppgaver og Faktors Noe å lure på-oppgaver. Funnene fra den kvantitative analysen har påvirket hvilke spesifikke grubleoppgaver vi valgte å se på.

3.4.1 Gjennomføring

Når resultatene fra den kvantitative analysen var klar, tok vi for oss statistikken over type svar og kognitive nivåkrav i grubleoppgavene. Hensikten var å se etter interessante eller tvilsomme funn som vi følte burde belyses ytterligere. Denne teknikken kaller Mayring (2015) for *Explicating procedures*. Der er analysens formål å gi ytterligere materiale om tvilsomme tekstkomponenter, med mål om å gi økende forståelse, og forklare og tolke den spesielle passasjen av tekst (Mayring, 2015). I vårt tilfelle er det de utvalgte grubleoppgavene som utforskes ytterligere gjennom en kvalitativ innholdsanalyse. I denne analysen ønsket vi å se på oppgavene uavhengig av det eksisterende rammeverket. Vi opprettet derfor kategoriene direkte under analysen av utvalget vårt, og hadde dermed en induktiv tilnærming (Mayring, 2015).

Resultatene fra grubleoppgavene, som presenteres i sin helhet i kapittel 4.2.5.4 Grubleoppgaver, viste at 25% av oppgavene fra Maximums grubleoppgaver hadde lave kognitive nivåkrav, mens 8% av grubleoppgavene fra Faktor hadde lave kognitive nivåkrav. Med tanke på at lærebokforfatterne selv skriver at disse oppgavene er problemløsningsoppgaver, og at de i større grad krever sammensatt kompetanse og kreativitet av elevene (Cappelen Damm; Tofteberg m.fl., 2015b), mener vi at oppgaver med lavere kognitive nivåkrav ikke burde forekomme her. Til sammen var det 34 oppgaver av totalt 227 oppgaver (97 oppgaver i Maximum og 130 oppgaver i Faktor) som ble kategorisert under lavere kognitive nivåkrav. 10 av disse var fra Faktor, mens 24 var fra Maximum. Faktors 10 oppgaver var kodet som *lav-P*, mens Maximum hadde 20 oppgaver under samme kategori. De resterende 4 av Maximum sine oppgaver var kodet som *lav-H*.

Videre samarbeidet vi om å finne tilbake til de utvalgte 34 oppgavene i lærebøkene. Vi noterte ned de respektive oppgavene sin struktur og forsøkte deretter å se etter likhetstrekk mellom dem slik at vi kunne opprette kategorier de kunne plasseres under.

3.5 Kvalitet i studien

Grønmo (2016) argumenterer for at det å vurdere kvaliteten i studier gjør at resultatene er til å stole på. Dette innebærer for eksempel å vurdere de metodiske valgene man har foretatt, ulike elementer som kan ha positiv eller negativ innvirkning på resultatene eller vurderinger knyttet til egne funns gyldighet. Kriteriene man vurderer kvaliteten etter kalles for *validitet* og *reliabilitet* (Grønmo, 2016), og vi vil i dette kapittelet vurdere disse i vår studie.

3.5.1 Validitet

Validitet er ifølge Silverman (2011) i hvilken grad en slutning eller konklusjon er gyldig. Thagaard (2013) skriver at «Vi kan presiserer begrepet validitet ved å stille spørsmål om de tolkninger vi kommer frem til, er gyldige i forhold til den virkeligheten vi har studert.» (s. 23). Altså kan validitet ses på som *gyldighet*. Cohen m.fl. (2007) påpeker at en studie ikke kan være helt fri for trusler mot validitet og reliabilitet, men at man ved å være bevisst på validitet og reliabilitet gjennom hele forskningen kan gjøre disse truslene så små som mulig.

Cohen m.fl. (2007) sier at *construct validity* er hvorvidt de begrepene og definisjonene vi bruker er tillitsvekkende. Altså er det et spørsmål om vi måler det vi sier at vi måler. De sier videre at det innenfor denne typen validitet eksisterer to steg. Det første steget er i hvilken grad begrepene som brukes har blitt definert og tydelig avgrenset (Cohen m.fl., 2007, s. 256). Med dette mener de at det bør forekomme en definisjon av begreper som brukes og en vurdering om hvorvidt begrepene vi bruker er i samsvar med hvordan de har blitt brukt i tidligere forskning. I vårt tilfelle har vi benyttet oss av et rammeverk og teoretiske begreper som vi tidligere har presentert i detalj. Både bestanddelene i rammeverket og de teoretiske begrepene har vi hentet ut fra tidligere forskning, samtidig som vi har gjort noen tilpasninger. I situasjoner hvor vi har vært i tvil når det kommer til kategoriseringen har vi hatt rammeverket og definisjonene å støtte oss på, og dermed gjort at avvik med basis i subjektivitet blir minst mulig. Det andre steget er hvorvidt de begrepene som brukes, brukes på en hensiktsmessig og treffende måte (Cohen m.fl., 2007, s. 256-257). Vår studie har som mål å se på kognitive utfordringer i lærebøker, og fokusområdet til rammeverket vi har benyttet oss av er det som kognitivt kreves av elevene i lærebøker. På grunn av at vi studerer de kognitive nivåkravene i lærebøker vil nødvendigvis ikke de begrepene vi benytter oss av, fange opp vanskelighetsgraden på oppgavene rent regneteknisk. Dette er en viktig distinksjon å være oppmerksom på når vi tolker og presenterer resultatene.

I tillegg består *Task Analysis Guide* som nevnt av fire faste kategorier. Hver kategori har definisjoner som beskriver oppgaver som tilhører den respektive kategorien. Under vår analyse av oppgavene oppdaget vi at det innenfor hver kategori vil være en viss spredning i de kognitive nivåkravene. Disse nyansene fremkommer ikke i de kvantitative resultatene. Med tanke på vår studie og problemstilling vil dette kunne være en av begrensningene til de begrepene, altså rammeverket, vi har benyttet oss av. Stein m.fl. (1996) skriver om at en kategori ikke nødvendigvis utelukker de andre:

> *These selections are not necessarily mutually exclusive; when the task appeared to call for more than one type of cognitive activity, coders were instructed to select the code that best described the majority of the task. (Stein m.fl., 1996, s. 466)*

På samme måte har vi også kategorisert oppgaver der elementer har falt inn under ulike kategorier, til den kategorien som er mest dekkende for oppgaven.

Content validity er ifølge Cohen m.fl. (2007) i hvilken grad instrumenter man benytter seg av i undersøkelsen er representativ for de større sammenhengene. Altså er utvalget i forskningen tilstrekkelig for det man ønsker å vise, og favner instrumentet vi bruker alle bestanddeler av det vi ønsker å se på, slik som kognitive utfordringer. Hvor treffende og dekkende er innholdet i studien i forhold til det helhetlige bildet? Gjennom vår studie har vi analysert alle oppgavene i grunnbøkene til Faktor og Maximum fordi de er to av de mest brukte lærebøkene på ungdomsskolen. I og med at vi har analysert samtlige oppgaver i grunnbøkene vil denne studien i stor grad være dekkende for kognitive nivåkrav i grunnbøkene.

Ifølge Cohen m.fl. (2007) er ekstern validitet et spørsmål om generaliserbarhet. Det betyr i hvilken grad funn og konklusjon kan generaliseres eller overføres til en annen sammenheng, tid eller situasjon. Vi har sett på grunnbøkene, men det vil ikke nødvendigvis bety at de samme konklusjonene vil gjelde for for eksempel oppgavebøkene, nettressurser eller lærerens bok i læreverkene Faktor og Maximum.

Med bakgrunn i at Maximums oppgavebøker er beskrevet som et supplement til grunnboka med mer varierte oppgaver, vil vi si at resultatene fra analysen av grunnboka er noe representativt for oppgavebøkene, men at det ikke lar seg direkte generalisere. Det samme gjelder for Faktor i og med at Cappelen Damm skriver at oppgavebøkene blant annet inneholder repetisjonsoppgaver. Vi kan ikke direkte generalisere, men resultatene er trolig til en viss grad representative.

Vi har undersøkt grunnbøkene i de to mest brukte lærebøkene i matematikk på ungdomstrinnet i Norge. Det finnes både negative og positive sider ved dette utvalget. En positiv side her vil være at vi gjennom å undersøke de mest brukte lærebøkene, kan si hvilke typer kognitive nivåkrav mesteparten av elever i den norske skolen møter på i matematikkfaget gjennom lærebøkene. Dette gjør at våre resultater til en viss grad er generaliserbare. En negativ side ved å benytte oss av kun de to mest brukte bøkene derimot, er at våre resultater ikke kan generaliseres på landsbasis fordi det er elever som bruker andre typer læreverk, som for eksempel Nummer.

I tillegg vet vi ikke hvordan lærebøkene i praksis blir brukt i skolene, og derfor kan vi kun si noe om bøkenes potensial. For eksempel skriver Gyldendal i Maximum 10: lærerens bok under differensieringsmodellen at elever skal jobbe sammen med lærer for å finne ut hvilke av de ulike fargekodene eleven bør prioritere i et gitt tema (Tofteberg m.fl., 2015b). Dette er en indikasjon på at tanken til forfatterne ikke er at alle elevene skal løse alle oppgavene, men heller velge det som passer en selv best. Dette har vi ikke tatt hensyn til under fremstilling av funn og diskusjonen, men støtter oss til det Mesa (2004) sier om å løse alle oppgavene i den rekkefølgen det er presentert.

3.5.2 Reliabilitet

Ifølge Grønmo (2016) finnes det et skille mellom to typer reliabilitet: *stabilitet* og *ekvivalens*. Stabilitet er i hvilken grad det er samsvar mellom data som er samlet inn ved å bruke det samme innsamlingssystemet, på ulike tidspunkter (Grønmo, 2016). Stabiliteten i vår studie er styrket ved at vi benytter oss av et fast rammeverk og at lærebøkene ikke endrer seg før en eventuell ny bok eller en ny utgave kommer på markedet. Ekvivalens er i hvilken grad det er samsvar mellom uavhengige datainnsamlinger som er gjort innad i et studie, da gjerne av ulike personer (Grønmo, 2016). Thagaard (2013) sier at reliabilitet i kvalitativ forskning er hvor troverdig forskningen som er gjort er. Videre forteller hun også at repliserbarhet, eller etterprøvbarhet, er viktig når det kommer til forskningen. Silverman (2011) sier at gjennom å dokumentere forskningsprosessen tydelig, gjøres forskningen gjennomsiktig ved at utenforstående kan vurdere prosessen. Han sier videre at dette styrker reliabiliteten. Vi har dokumentert utviklingen av rammeverket i sin helhet, prosessen ved å utforme et excel-dokument og kategoriseringsprosessen ved hjelp av notater gjort underveis, tydelige definisjoner og en helhetlig kodeprosedyre. Disse elementene mener vi, i henhold til Silverman (2011), styrker reliabiliteten i undersøkelsen i og med at slike veiledende dokumenter øker åpenheten i undersøkelsen, samt minker graden av egen tolkning og oppfatning av oppgavene og teoridelen. I tillegg til de dokumentene vi har hatt som bakgrunn for kategoriseringen, har vi også snakket sammen om oppgaver som vi var usikre på. Dette har gjort at subjektiviteten gjennom kategoriseringen har hatt så liten påvirkningskraft som mulig.

Ifølge Gibbs (2007) er kvantitativ reliabilitet hvorvidt ulike målinger er konsistent gjennom flere målinger utført av ulike forskere. Dette har vi tatt spesielt tak i gjennom å regne ut inter-rater reliabiliteten. Vi regnet ut og benyttet oss av *Cohens k* fordi denne koeffisienten sier noe om samstemtheten når det er to personer som kategoriserer variabler med flere kategorier (Charalambous m.fl., 2010; Laerd Statistics, 2013). *Cohens k* tar også i betraktning at resultatene kan inntreffe ved tilfeldigheter. Dette er altså en måte å sikre det Grønmo (2016) kaller for ekvivalens på. Vår metode for å finne inter-rater reliabiliteten samsvarer med kravene som stilles for å bruke *Cohens k* slik de forekommer i Laerd Statistics (2013). Ifølge Landis og Koch (1977) følger kappas verdier denne inndelingen:

Kappa Statistic	*Strength of Agreement*
<0.00	Poor
0.00–0.20	Slight
0.21–0.40	Fair
0.41–0.60	Moderate
0.61–0.80	Substantial
0.81–1.00	Almost Perfect

Figur 3.19: Oversikt over styrken på de ulike kappaverdiene

Vi har som sagt gjort tre ulike målinger av inter-rater reliabiliteten og nedenfor følger en tabell over våre utregninger av *Cohens k*.

Tabell 3.2: Oversikt over fordelingen av Cohens k

	Første måling	**Andre måling**	**Tredje måling**

	Maximum 8	Faktor 8	Maximum 8	Faktor 8	Maximum 8
k i *Task Analysis Guide*	0,399	-0,058	0,543	0,574	0,755
k i *Type of Response*	0,277	1,000	0,737	1,000	0,766

Ut ifra tabellen over er det spesielt tre observasjoner vi vil trekke frem. Den første er verdien vi fikk under den første målingen i Faktor 8. Her fikk vi en veldig lav *k* verdi på -0,058, som ifølge Landis og Koch (1977) er *poor agreement.* Dette skyldes at vi i begynnelsen hadde ulik forståelse av kategoriene *lav-H* og *lav-P*. Dette reflekteres også i *k* verdien fra første måling i Maximum 8. Grunnen til at det er så ulike verdier for *k* i Maximum 8 og Faktor 8 under første måling er at tilnærmet lik alle oppgavene i Faktor 8 ble kategorisert til *lav-H* hos den ene koderen, og *lav-P* hos den andre. Dette tok vi opp etter den første målingen og avklarte. Den andre observasjonen er at *k* verdiene gradvis blir høyere. Dette er et tegn på at denne prosessen hjalp oss med å forstå kategoriene likt og dermed øke reliabiliteten. Den tredje observasjonen er *k*-verdiene etter tredje måling i Maximum 8. Disse er verdier som ifølge Landis og Koch (1977) er *substantial*, og derfor valgte vi å kategorisere resten av oppgavene hver for oss med basis i dem.

3.6 Forskningsetikk

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har som formål å gi retningslinjer om forskningsetiske normer (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). De forskningsetiske retningslinjene er en konkretisering av normene og verdiene som ligger til grunn i forskningssamfunnet (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). Som forsker er en til enhver tid i forskningsprosessen forpliktet til å ivareta de etiske retningslinjene. De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene (2016, s. 5) skriver at: «Retningslinjene er rådgivende og veiledende, og de skal bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemmaer og fremme god vitenskapelig praksis». Retningslinjene er delt i seks deler og består av 46 punkter. Vi har gjennomført en dokumentanalyse av offentlige dokument, som i dette tilfellet er lærebøkene. I den forbindelse har vi ikke direkte kontakt med andre mennesker, noe som gjør at mange av de etiske dilemmaene uteblir. Likevel er det vår plikt å hele tiden følge de retningslinjene som gjelder.

Forfatterne av lærebøkene vil indirekte kunne påvirkes av vår undersøkelse, og kan derfor sees på som en tredjepart (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). De har ikke muligheten til å gi sitt samtykke til forskningen, noe som heller ikke kreves siden lærebøkene er offentlige dokumenter. Likevel er det svært viktig at vi respekterer deres arbeid, og presenterer våre funn på en nøyaktig og nøytral måte. Målet med forskning er å finne sannhet, men det er viktig at vi anerkjenner at våre funn og konklusjoner vil være foreløpige og begrenses av faktorer som utvalg, innsikt og tid (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). Vi er derfor pliktig til å publisere forskningsresultater slik at funnene som blir presentert ikke gir et fordreid bilde. Det er for eksempel uetisk å kun presentere de funnene som viser det ønskelige resultatet. Hele sannheten skal presenteres på en forståelig og redelig måte (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016).

For at forskningen skal kunne være etterprøvbar, er det avgjørende at vi begrunner vår problemstilling, og gir en presis beskrivelse av metoder og analyseverktøy som vi har benyttet oss av (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). En annen forutsetning for etterprøvbarhet og videre forskning er at vi viser god henvisningsskikk. Vi er forpliktet til å gi nøyaktige henvisninger til den litteraturen som brukes, slik at leserne enkelt kan gjenfinne informasjonen i kildene. Plagiat er også uakseptabelt, og sammen med forfalskning er det et av de mest alvorlige bruddene på de forskningsetiske normene (De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene, 2016). Å bruke andres arbeid og fremstille det som sitt eget bryter ifølge De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene (2016, s. 28) «… med vitenskapens sannhetsforpliktelse og med krav om originalitet, ydmykhet og kollegialitet».

4 Funn

I dette kapitlet vil vi presentere funnene fra den horisontale analysen, den vertikale analysen og den kvalitative tilleggsanalysen. Vi starter med å gjengi vår problemstilling:

I hvilken grad får elevene kognitive utfordringer gjennom oppgavene som gis i de to mest brukte lærebøkene på ungdomskolen i Norge?

1. *Hvilken grad av kognitive nivåkrav krever oppgavene?*
2. *Hvilke typer svar krever oppgavene?*

4.1 Funn fra den horisontale analyse

Vi vil først presentere funn i fra den horisontale analysen. Denne delen består av to kategorier: lærebøkenes bakgrunnsinformasjon og lærebøkenes generelle struktur.

4.1.1 Lærebøkenes bakgrunnsinformasjon

De to valgte lærebøkene er fra to ulike forlag. Lærebokserien Maximum er utgitt av Gyldendal, mens lærebokserien Faktor er utgitt av Cappelen Damm. Begge lærebokseriene er utgitt i henhold til den reviderte læreplan som gjaldt fra og med 01.08.2013. Begge lærebokseriene har tilhørende tilleggsmateriale. De trykte læremidlene til læreverket Maximum er Grunnbok 8-10, Oppgavebok 8-10, Lærerens bok 8-10 og Regelsamling 8-10. I tillegg har de digitale læremidler som Smart Tavle, Maximum Smart Vurdering 8-10, Ressursbank 8-10 lærer, Ressursbank 8-10 elev, samt at alle grunnbøker finnes som smartbøker. Læreverket Faktor består av Grunnbok 8-10, Oppgavebok 8-10, Alternativ oppgavebok, Lærerens bok 8-10, Eksamensforberedende hefte, Fordypningshefte og Regelhefte. Samt at de har digitale læremidler som Faktor Digital (tavlebok) med terminprøver, Temahefter og Faktorama. Tabellen nedenfor viser en oversikt over tittel på grunnbok, forfattere, sidetall, utgiver og utgiverår i de valgte lærebøkene for denne undersøkelsen.

Tabell 4.1: Bakgrunnsinformasjon for alle lærebøker

Tittel	Forfattere	Sidetall	Utgiver	Utgivelsesår
Maximum 8, Grunnbok	Grete Normann Tofteberg Janneke Tangen	343	Gyldendal	2013

	Ingvill Merete Stedøy-Johansen Bjørnar Alseth			
Maximum 9, Grunnbok	Grete Normann Tofteberg Janneke Tangen Ingvill Merete Stedøy-Johansen Bjørnar Alseth	289	Gyldendal	2014
Maximum 10, Grunnbok	Grete Normann Tofteberg Janneke Tangen Ingvill Merete Stedøy-Johansen Bjørnar Alseth	237	Gyldendal	2015
Faktor 8, Grunnbok	Espen Hjardar Jan-Erik Pedersen	285	Cappelen Damm	2014
Faktor 9, Grunnbok	Espen Hjardar Jan-Erik Pedersen	293	Cappelen Damm	2014
Faktor 10, Grunnbok	Espen Hjardar Jan-Erik Pedersen	346	Cappelen Damm	2015

Bakgrunnsinformasjonene avdekker ingen spesielt store forskjeller mellom lærebøkene. Lærebokserien Maximum har totalt 869 sider, mens lærebokserien Faktor har 924 sider.

4.1.2 Lærebøkenes generelle struktur

Under lærebøkenes generelle struktur viser vi kapittelinndelingen i de ulike lærebøkene, antall oppgaver antall oppgaver per kapittel og antall deloppgaver per kapittel. Som tidligere nevnt behandlet vi for eksempel én oppgave med deloppgavene a), b), c), d), e) og f) som seks oppgaver.

1.77 Hvilket tall mangler?

a ___ · 1 = 16 **c** 4 · ___ = 0 **e** ___ · 7 = (-42)

b (-4) · ___ = (-12) **d** (-8) · ___ = 24 **f** (-5) · 6 = ___

Figur 4.1: Et eksempel på en oppgave som vi har telt som seks oppgaver

Kolonnen som viser antall deloppgaver viser altså den korrekte oversikten over oppgaver vi har kategorisert fra hver lærebok. Når vi videre i teksten snakker om antall oppgaver, er det altså antall *deloppgaver* vi refererer til.

Tabell 4.2: Kapitteloversikt, antall oppgaver og antall deloppgaver i lærbokserien Maximum

Bok	Kapittel	Antall oppgaver	Antall deloppgaver
Maximum 8	1. Tall og tallregning	150	587
	2. Geometri	131	345
	3. Brøk, desimaltall og prosent	160	528
	4. Statistikk	85	241
	5. Algebra og likninger	107	476
		Totalt: 633	Totalt: 2177
Maximum 9	1. Tallregning	152	397
	2. Funksjoner	90	314
	3. Mål og enheter	164	515
	4. Geometri og beregninger	134	281
	5. Sannsynlighet og kombinatorikk	85	200
		Totalt: 625	Totalt: 1707
Maximum 10	1. Personlig økonomi	109	152
	2. Geometri og design	104	206
	3. Algebra og likninger	93	363
	4. Funksjoner	78	237
	5. Sannsynlighet	70	181
		Totalt: 454	Totalt: 1139

Som Tabell 4.2 viser, er det fem kapitler i Maximum 8, Maximum 9 og Maximum 10. I Maximum 8 har vi kodet 2177 oppgaver, i Maximum 9 kodet vi 1707 oppgaver og i Maximum 10 kodet vi 1139 oppgaver.

Tabell 4.3: Kapitteloversikt, antall oppgaver og antall deloppgaver i Faktor

Bok	Kapittel	Antall oppgaver	Antall deloppgaver
Faktor 8	1. Tall og tallforståelse	112	398
	2. Brøk	89	278
	3. Prosent	56	158
	4. Geometri	83	224
	5. Statistikk	45	98
	6. Tall og algebra	58	198
	7. Måling og enheter	88	252
		Totalt: 531	Totalt: 1606
Faktor 9	1. Tall og tallforståelse	84	290
	2. Algebra	75	228
	3. Geometri	83	174
	4. Statistikk og sannsynlighetsregning	79	154
	5. Måling og beregninger	55	107
	6. Funksjoner	34	88
	7. Økonomi	68	121
		Totalt: 478	Totalt: 1162
Faktor 10	1. Tall og algebra	77	297
	2. Geometri og beregninger	81	181
	3. Funksjoner	54	134
	4. Likninger og ulikheter	63	153
	5. Romgeometri og massetetthet	55	104
	6. Statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet	61	110
	7. Økonomi	60	96
		Totalt: 451	Totalt: 1075

Tabell 4.3 viser at alle lærebøkene fra Faktor er inndelt i syv kapitler. I Faktor 8 har vi kodet 1606 oppgaver, i Faktor 9 har vi kodet 1162 oppgaver, og i Faktor 10 kodet vi 1075 oppgaver.

Den horisontale analysen resulterte i en oppbygging bestående av 8 hovedtemaer. Disse temaene var nødvendig å ha for at vi i den vertikale analysen skulle kunne sammenligne funn på tvers av tema.

Tabell 4.4: Temainndeling med bakgrunn i den horisontale analysen

Kategori	Kapitler
1. Tall og tallforståelse	M8.1, M9.1, F8.1, F9.1

2. Økonomi	M10.1, F9.7, F10.7
3. Geometri	M8.2, M9.4, M10.2, F8.4, F9.3, F10.2, F10.5
4. Funksjoner	M9.2, M10.4, F9.6, F10.3
5. Brøk og prosent	M8.3, F8.2, F8.3
6. Statistikk og sannsynlighet	M8.4, M9.5, M10.5, F8.5, F9.4, F10.6
7. Algebra og likninger	M8.5, M10.3, F8.6, F9.2, F10.1, F10.4
8. Måling	M9.3, F8.7, F9.5

Merk: (M=Maximum, F=Faktor, x,y = boknr.,kap.nr.)

I for eksempel kategori *1. Tall og tallforståelse* finner vi kapittel 1 fra Maximum 8, kapittel 1 fra Maximum 9, kapittel 1 fra Faktor 8 og kapittel 1 fra Faktor 9. Her hadde vi en jevn fordeling mellom de to lærebokseriene. I Kategori *2. Økonomi* ser vi for eksempel at fordelingen er mer skjev. Her er kapittel 1 fra Maximum 10 og kapittel 7 fra både Faktor 9 og Faktor 10 representert.

En oversikt over antall oppgaver totalt i hver lærebokserie, i hver lærebok, og oppgavetettheten i de ulike lærebøkene finnes i Tabell 4.5:

Tabell 4.5: Strukturell oversikt over fordeling av oppgaver og oppgavetetthet, både i tema og bøker.

		M8	M9	M10	M	F8	F9	F10	F	Sum
Tall og tallforståelse	#	587	397	0	984	398	290	0	688	1672
	%	27 %	23 %		20 %	25 %	25 %		18 %	19 %*
Økonomi	#	0		152	152	0	121	96	217	369
	%			13 %	3 %		10 %	9 %	6 %	4 %*
Geometri	#	345	281	206	832	224	174	285	683	1515
	%	16 %	16 %	18 %	17 %	14 %	15 %	27 %	18 %	17 %*
Funksjoner	#	0	314	237	551	0	88	134	222	773
	%		18 %	21 %	11 %		8 %	12 %	6 %	9 %*
Brøk og prosent	#	528	0	0	528	436	0	0	436	964
	%	24 %			11 %	27 %			11 %	11 %*
Statistikk og sannsynlighet	#	241	200	181	622	98	154	110	362	984
	%	11 %	12 %	16 %	12 %	6 %	13 %	10 %	9 %	11 %*
Algebra og likninger	#	476	0	363	839	198	228	450	876	1715

	%	22 %		32 %	17 %	12 %	20 %	42 %	23 %	19 %*
Måling	#	0	515	0	515	252	107	0	359	874
	%		30 %		10 %	16 %	9 %		9 %	10 %*
Sum	#	2177	1707	1139	5023	1606	1162	1075	3843	8866
	%*	25 %	19 %	13 %	57 %	18 %	13 %	12 %	43 %	100 %
Antall sider		343	289	237	869	285	293	346	924	1331
Oppgavetetthet		6,35	5,91	4,81	5,78	5,64	3,97	3,11	4,16	6,66

Merk: # = antall oppgaver, % = prosentandel av bokens totale antall oppgaver, %* = prosent av det totale antall oppgaver

Det viktigste denne tabellen viser er at 57% av oppgavene vi har kategorisert var fra Maximum, mens 43% av oppgavene var fra Faktor. Totalt kodet vi 8866 oppgaver. Fordelingen av antall oppgaver mellom Maximum (5023) og Faktor (3843) er relativt skjev. Maximum skriver som tidligere nevnt at eleven, i samarbeid med læreren, i praksis skal velge oppgaver etter differensieringsmodellen innenfor de ulike emnene (Tofteberg m.fl., 2015b), slik at elevene kun løser oppgaver som er tilpasset deres nivå. Dermed vil ikke elevene gjøre alle oppgavene som blir presentert i læreboka. Dette er ikke mulig for oss å ta hensyn til og derfor vil resultatene bli fremstilt helhetlig uavhengig av steg i differensieringsmodellen. Dette medfører en skjevfordeling av antall oppgaver i resultatene, noe som vi må være bevisst på når vi leser resultatenes tallmessige fordeling.

4.2 Funn fra den vertikale analysen

Videre vil vi presentere funn vi har gjort i forbindelse med den vertikale analysen. Først vil vi presentere funnene for alle lærebøkene totalt sett. Deretter presenterer vi funnene for Faktor i forhold til Maximum, etterfulgt av hver enkelt lærebok. Vi vil også presentere en samlet oversikt over Faktor og Maximum og hvordan kategorikombinasjoner som oppsto der. Deretter presenterer vi funnene for de ulike samlebetegnelsene: øvingsoppgavene, utfordringsoppgavene, grubleoppgavene, samt de samlede resultatene fra hver av disse samlebetegnelsene. Til slutt vil vi presentere en fordeling innad i de ulike temaene som er presentert i Tabell 4.4.

Aller først starter vi med å redegjøre for uventede kategorikombinasjoner. Dette gjør vi fordi disse kombinasjonene er kombinasjoner vi ikke så for oss skulle oppstå, men som likevel gjorde det. Antallet oppgaver i disse kategorikombinasjonene er forholdsvis lave, og det vil bli presentert eksempler på hver av disse.

4.2.1 Eksempler på uventede kategorikombinasjoner

Kategorikombinasjonene *lav-H* og *begrunnelse* og *lav-H* og *forklaring* var kombinasjoner vi ikke forventet skulle forekomme. Kategorikombinasjonen *lav-H* og *begrunnelse* forekom ikke, men det gjorde *lav-H* og *forklaring*. Dette syntes vi var merkelig, fordi vi trodde at en oppgave som kun krever reproduksjon av tidligere presentert teori, ikke samtidig kan kreve at eleven skal forklare svaret sitt. Det var elleve oppgaver dette var gjeldende for, og vi har sett nøyere på disse. Et eksempel på en slik oppgave er gitt i figuren under.

2.107 Tegn figurer og forklar.

a Hva menes med et punkt, en linje, en stråle og et linjestykke?

b Tegn en figur der det er punkter, linjer, stråler og linjestykker. Sett på navn, og beskriv figuren med ord.

Figur 4.2: Oppgave 2.107 A i Maximum 8 er en oppgave som er kategorisert til lav-H og forklaring

Elevene har i tilfellet over tidligere blitt presentert for definisjonene på et punkt, en linje og et linjestykke som de kan kopiere ordrett og dermed blir oppgaven kategorisert til *lav-H*. Samtidig sier oppgaven at eleven skal tegne og forklare, og derfor må eleven gi en forklaring som svar. Dermed ser vi at det er mulig at oppgaver ble kategoriser til *lav-H* og *forklaring* i noen tilfeller. Det forekom tilsvarende situasjon i de andre ti oppgavene.

Kategorikombinasjonen *lav-P* og *begrunnelse* er også en kombinasjon som var uventet. Det var i alt 14 oppgaver som falt inn under denne kombinasjonen og de har vi sett nærmere på. Det som var karakteristisk for disse oppgavene var at alle var lite kognitivt krevende, men samtidig krevde at eleven skulle gi en begrunnelse av gyldigheten til et gitt svar. Et eksempel på en slik oppgave er vist på figuren under.

3.72 Diskuter med en annen i klassen hva det vil si at

a en stein har massetetthet 2,7 g/cm^3

b safta skal blandes ut med vann i forholdet 1 : 6

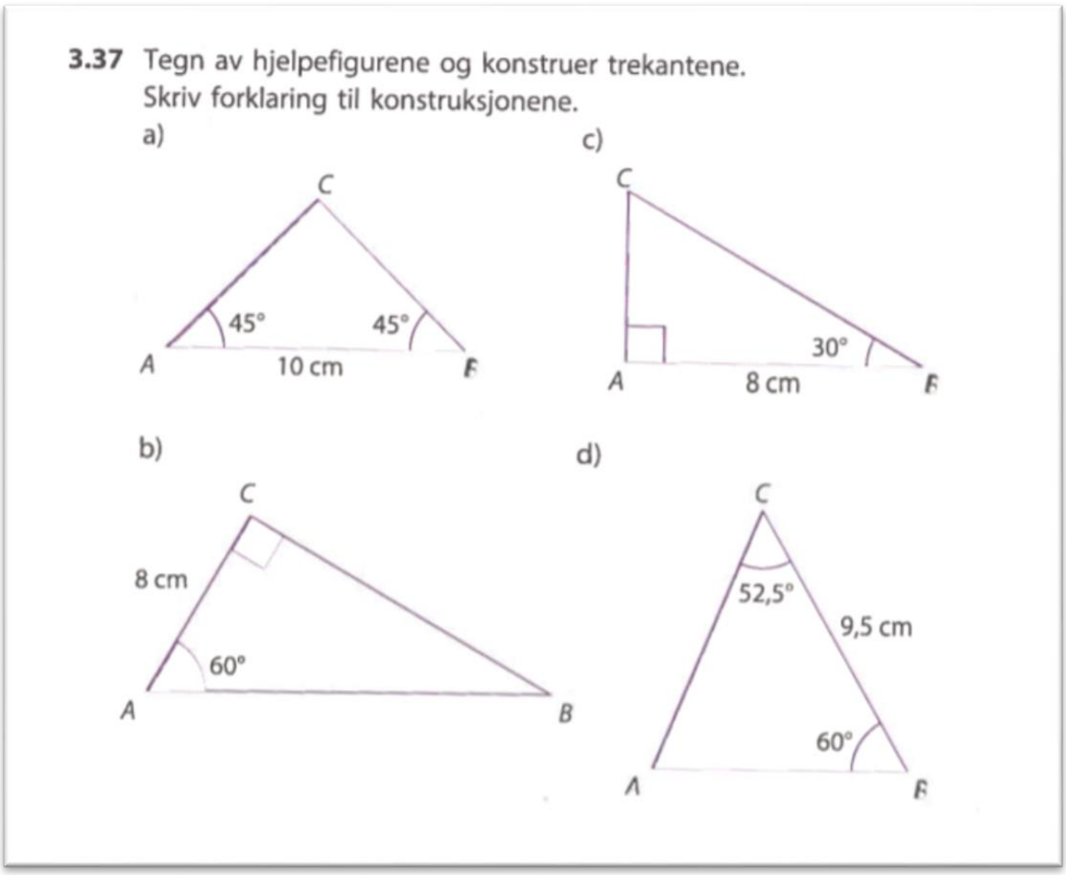
c forholdet mellom sukker og smør i en kakeoppskrift er 2 : 1

d valutakursen for euro er ca. 8 NOK

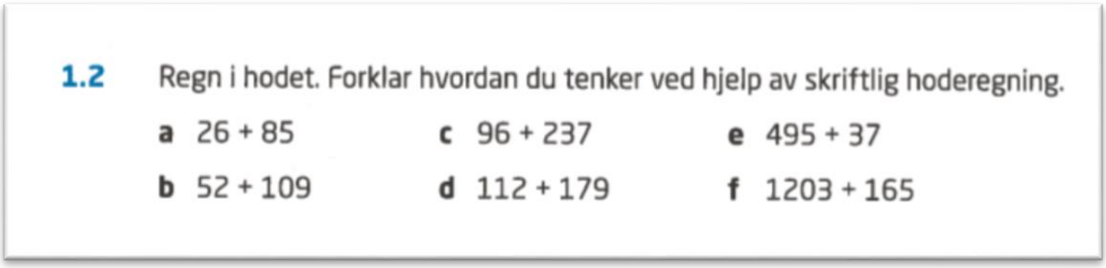
Figur 4.3: Oppgave 3.72b og c i Maximum 9 viser en oppgave som er kategorisert som lav-P og begrunnelse

Ut ifra figuren over ser vi at elevene skal snakke sammen om forhold. Her er svaret gitt og eleven skal begrunne det. Rett før oppgaven er det presentert ulike situasjoner med ord som svarer til ulike forhold, som for eksempel gutt-jenteforhold på 1:3. Oppgavene går i grunn ut på å følge samme algoritme, bare med andre tall og dermed blir disse oppgaven kategorisert som *lav-P*. Slike typer oppgaver er i seg selv viktige for å relatere matematikk til elevers virkelighet og for at elever skal bli bedre på å vurdere og begrunne gyldigheten til et svar.

En siste uventet kategorikombinasjon er *lav-P* og *forklaring*. Det var i alt 221 oppgaver som ble kategorisert med en slik kombinasjon. Felles for disse oppgavene var at oppgavene var av lettere kognitivt krevende karakter, og samtidig krevde at elevene ga en forklaring. Et av punktene i definisjonen av *lav-P* er at oppgaven ikke krever noen forklaring eller at oppgaven kun krever at man forklarer prosedyren som ble brukt og det er dette som er tilfellet i oppgavene innenfor denne kategorikombinasjonen. Vi har sett nærmere på disse oppgavene og har funnet ut at disse oppgavene i hovedsak er delt inn i to typer oppgaver. Et eksempel på hver av disse typene er vist i figurene under.



Figur 4.4: Oppgave 3.37 i Faktor 9 er et eksempel på en oppgave der alle deloppgavene hører inn under kategorikombinasjonen lav-P og forklaring


1.2 Regn i hodet. Forklar hvordan du tenker ved hjelp av skriftlig hoderegning.

a 26 + 85 c 96 + 237 e 495 + 37

b 52 + 109 d 112 + 179 f 1203 + 165

Figur 4.5: Oppgave 1.2 i Maximum 8 er et eksempel på en oppgave der alle deloppgavene hører inn under kategorikombinasjonen lav-P og forklaring

Figur 4.4 over viser en oppgave som er kategorisert som *forklaring* fordi eleven blir bedt om å skrive en konstruksjonsforklaring. Grunnen til at disse oppgavene ble kategorisert som *lav-P* er fordi alle de gjeldende konstruksjonene er gitt tidligere i kapittelet. Det er derfor liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan, og dermed krever oppgaven begrenset kognitiv aktivitet. Figur 4.5 viser et eksempel på en oppgave som er kategorisert til *forklaring* fordi eleven blir bedt om å skrive en forklaring til fremgangsmåten vedkommende brukte. Boka gir tre løsningsforslag til hoderegningsstrategier som kan forventes at elevene tar i bruk og dermed er prosedyren eksplisitt gitt i forkant av oppgaven. Dette er i samsvar med definisjonen av oppgaver som kan kategoriseres som *lav-P*.

4.2.2 Alle lærebøkene samlet sett

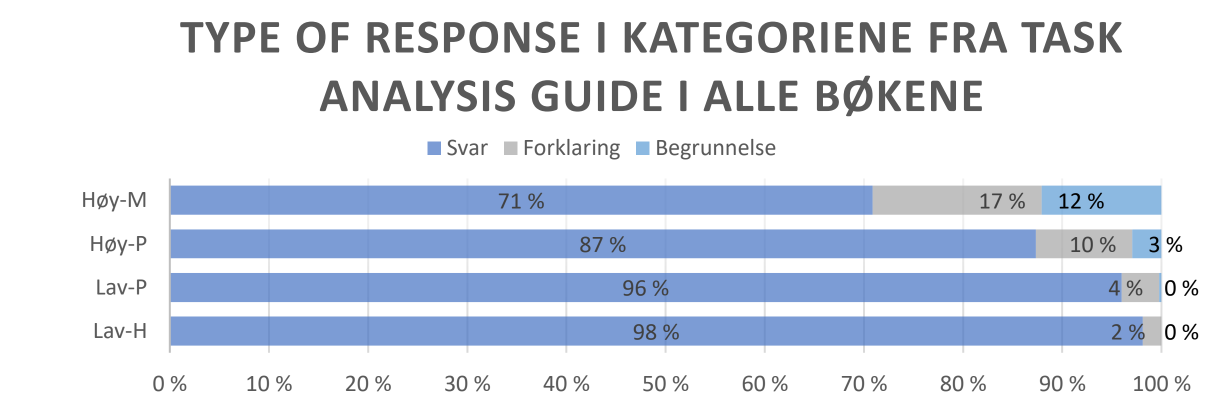
I den vertikale analysen havnet en oppgave i en av tolv ulike sammensetninger av kategorier. Nedenfor er det en oversikt over fordelingen av oppgaver på disse tolv sammensetningene, både i form av faktiske tall og prosent. Her er det spesielt en sammensetning av kategorier det er betydelig flere forekomster av sammenlignet med resten. Denne sammensetningen er *lav-P+svar* med hele 64,3 %. Andre tall som er verdt å merke seg her er at 93,2 % av oppgavene havner under kategorien *svar* og at 67 % er under kategorien *lav-P*. Det totale antall oppgaver er 8743 og dette er forskjellig fra antallet vi fant i den horisontale analysen (8866) fordi 123 av oppgavene var umulige for oss å kategorisere og har dermed ingen kategorier.

Tabell 4.6: Total oversikt over oppgavers fordeling i kategoriene i Type of Response og Task Analysis Guide

		Svar	Forklaring	Begrunnelse	Totalt
lav-H	Antall	575	11	0	586
	%	6,6 %	0,1 %	0,0 %	6,7 %
lav-P	Antall	5623	221	14	5858
	%	64,3 %	2,5 %	0,2 %	67,0 %
høy-P	Antall	1690	188	57	1935
	%	19,3 %	2,2 %	0,7 %	22,1 %

høy-M	Antall	258	62	44	364
	%	3,0 %	0,7 %	0,5 %	4,2 %
Totalt	Antall	8146	482	115	8743
	%	93,2 %	5,5 %	1,3 %	100,0 %

Figuren nedenfor viser en oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket *Type of Response* i kategoriene i *Task Analysis Guide* for alle bøkene sammenlagt i et stolpediagram. Vi ser en trend til at andelen *svar* minker med stigende grad av kognitive nivåkrav, og at andelen *forklaring* og *begrunnelse* øker. Dette er en trend vi hadde en hypotese om at ville forekomme. Her ser vi også i hvilken grad de uventede kategorikombinasjonene forekom til sammen.

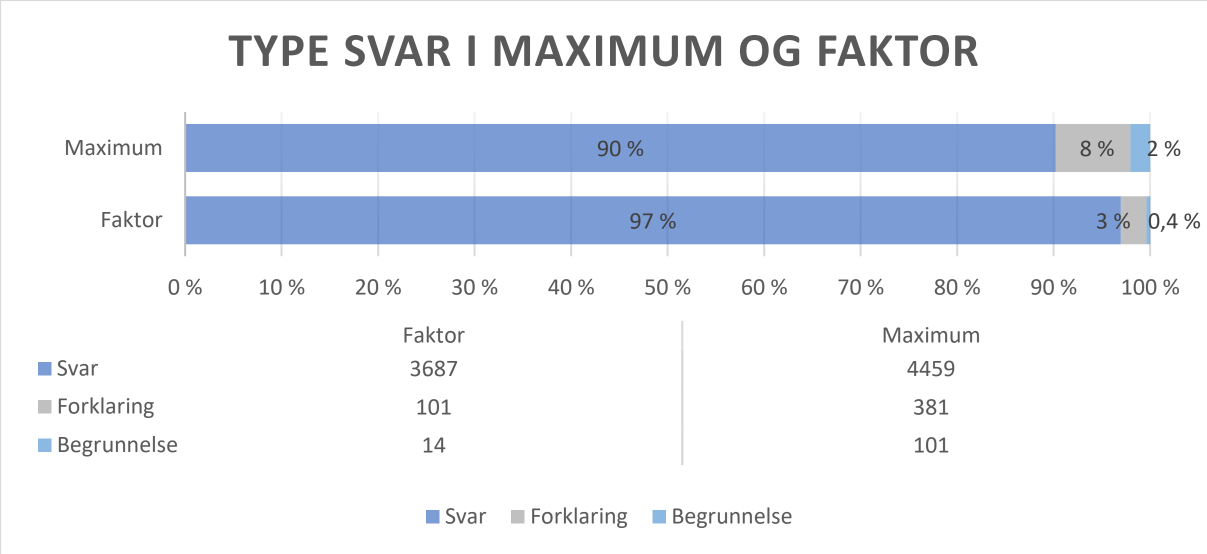


	Lav-H	Lav-P	Høy-P	Høy-M
Svar	575	5623	1690	258
Forklaring	11	221	188	62
Begrunnelse	0	14	57	44

Figur 4.6: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide for alle bøkene

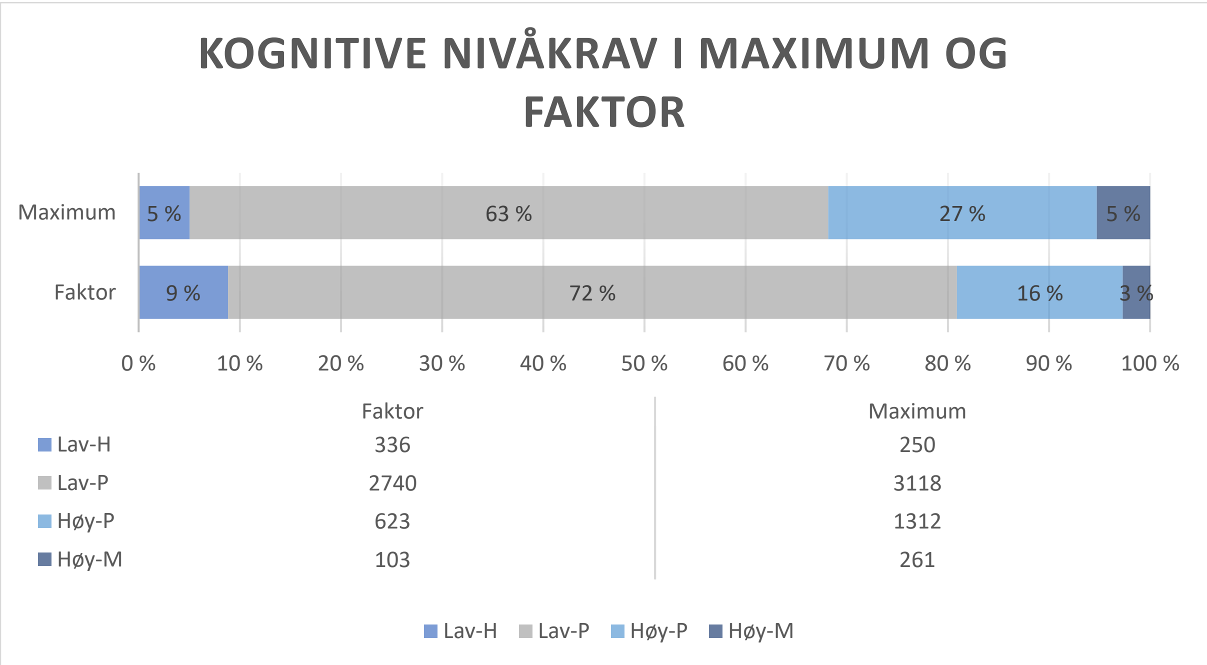
4.2.3 Maximum og Faktor

Ovenfor har vi sett på sammensetningen av kategorier i et rammeverk med utgangspunkt i kategoriene i et annet totalt i alle bøkene. Videre vil vi se på fordelingen av kategoriene i *Type of Response* og *Task Analysis Guide* i hver lærebokserie samlet. Figuren under viser fordelingen av *Type of Response.* I Maximum og Faktor er andelen *svar* henholdsvis 90% og 97%, andelen *forklaring* er 8% og 3% og andelen *begrunnelse* er 2% og 0,4%.



Figur 4.7: Andel svar, forklaring og begrunnelse i Maximum og Faktor

Den neste figuren er en oversikt over fordelingen av kognitive nivåkrav i Maximum og Faktor. Vi ser at Faktor har 81% av sine oppgaver under lavere kognitive nivåkrav og Maximum har 68%. Maximum har 32% høyere kognitive nivåkrav og Faktor har 19%.

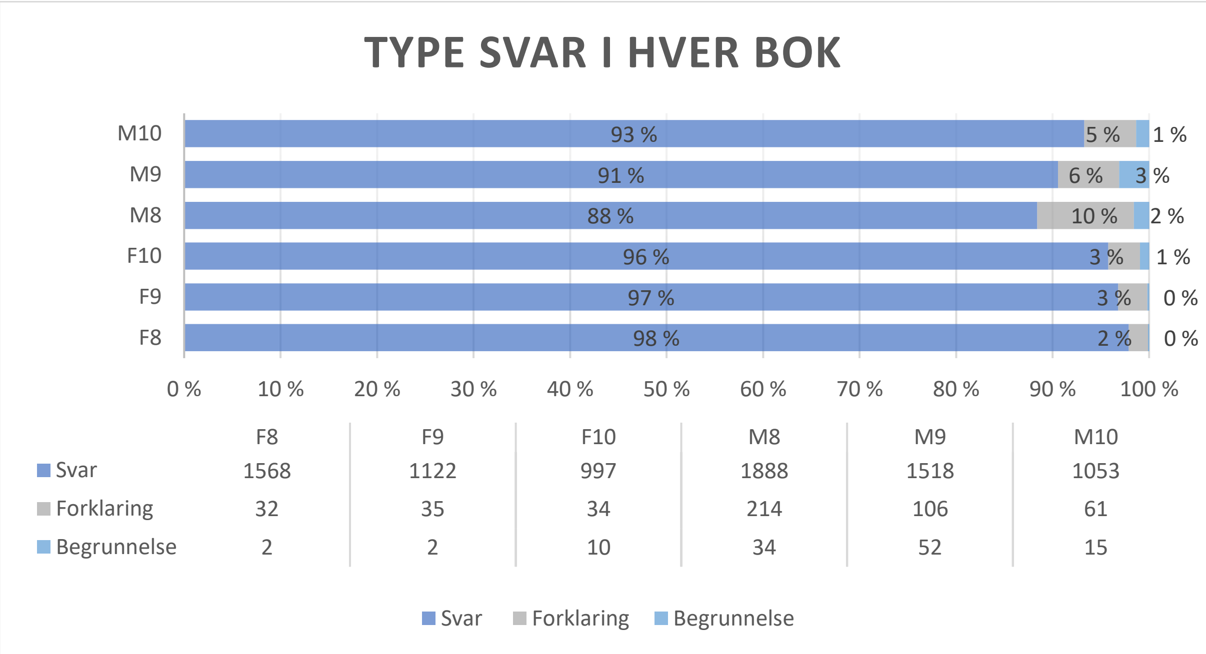


Figur 4.8: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i Maximum og Faktor

4.2.4 Hver lærebok individuelt sett

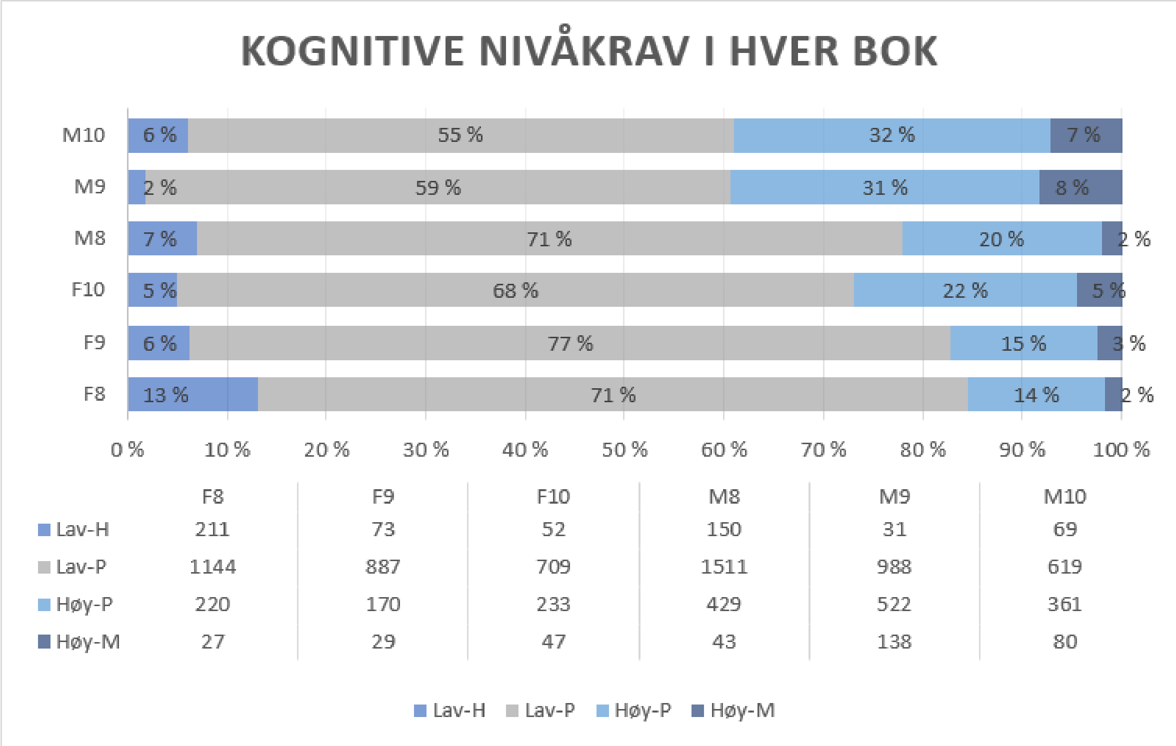
Nedenfor følger en oversikt over andel kategorier i hver enkelt bok separat. Figuren under viser fordelingen av *Type of Response* innad i hver enkelt bok. Her ser vi igjen at *svar* utgjør en stor andel i alle bøkene, og at *forklaring* og *begrunnelse* er nokså jevnt fordelt i Faktor.

Andelen *forklaring* og *begrunnelse* varierer noe mer i Maximum. Spesielt i Maximum 8 er det en relativt stor andel (12 %) *forklaring* og *begrunnelse* sammenlignet med de andre bøkene. Det kan se ut som at summen av prosentandelen *svar*, *forklaring* og *begrunnelse* er lik 99 % i Maximum 10, og dette er på grunn av avrundinger fra desimal til heltall gjort i Microsoft Excel. Videre i resultatene der summen er 99%, er det dette som er årsaken. Vi har ikke fremstilt resultatene generelt med noen desimaler fordi det i liten grad har vært hensiktsmessig.



Figur 4.9: Andel svar, forklaring og begrunnelse i hver enkelt bok

Den neste figuren gir en oversikt over andelen kognitive nivåkrav i hver bok. Først og fremst ser vi at det innenfor hver bok er en stor andel av *lav-P*. Den prosentvise fordelingen i *lav-P* strekker seg fra 55 % - 77 %. Andelen lave kognitive nivåkrav i Faktor 8, Faktor 9, Faktor 10, Maximum 8, Maximum 9 og Maximum 10 er henholdsvis 84%, 83%, 73%, 78%, 61% og 61%. Andelen høye kognitive nivåkrav i Faktor 8-10 og Maximum 8-10 er henholdsvis 16%, 17%, 27%, 22%, 39% og 39%. Ut ifra disse tallene ser vi at det er Maximum som har den høyeste andelen av høye kognitive nivåkrav, og da spesielt Maximum 9 og 10 med hele 39 % av alle oppgavene. Vi ser også at andelen av høye kognitive nivåkrav øker med boknummeret. Dette indikerer at jo eldre elevene blir, jo flere oppgaver med høye kognitive nivåkrav møter de. Noe som også er verdt å merke seg er at andelen av *høy-M* er relativt lav både i Maximum 8 og Faktor 8, og relativt stor i Maximum 9 og 10.

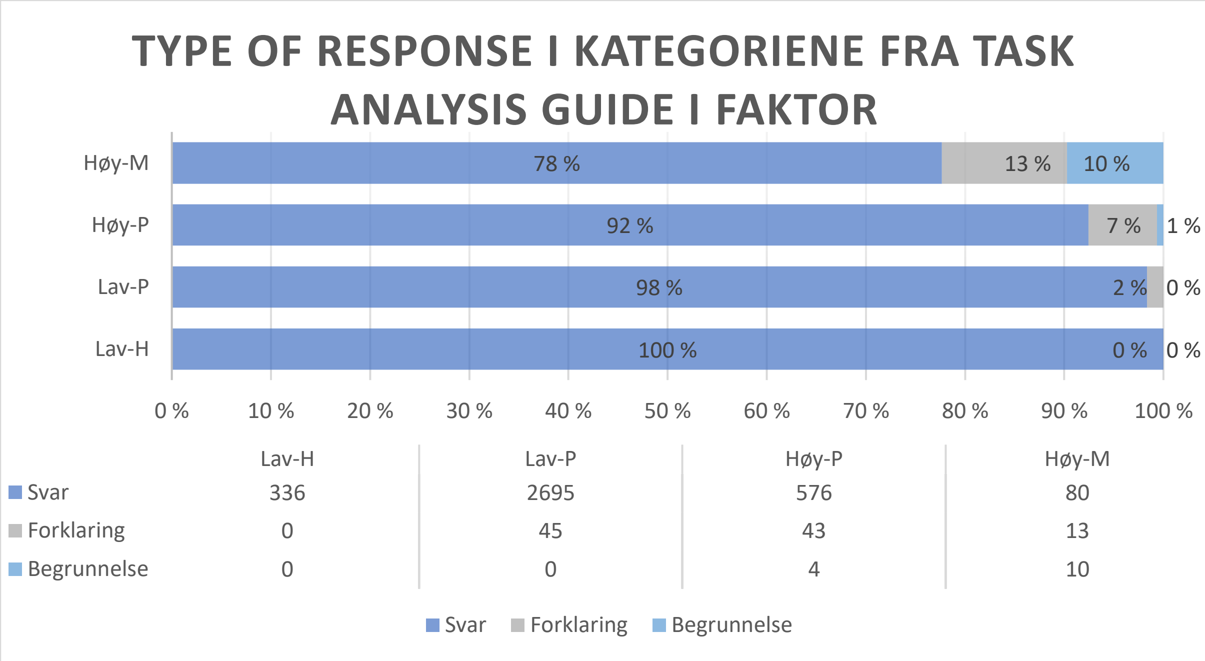


Figur 4.10: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i hver enkelt bok

Nå har vi sett på de ulike bøkene hver for seg, og skal videre gå gjennom fordelingen av kategoriene i *Type of Response* i kategoriene for kognitive nivåkrav i hver bokserie.

4.2.4.1 Faktor

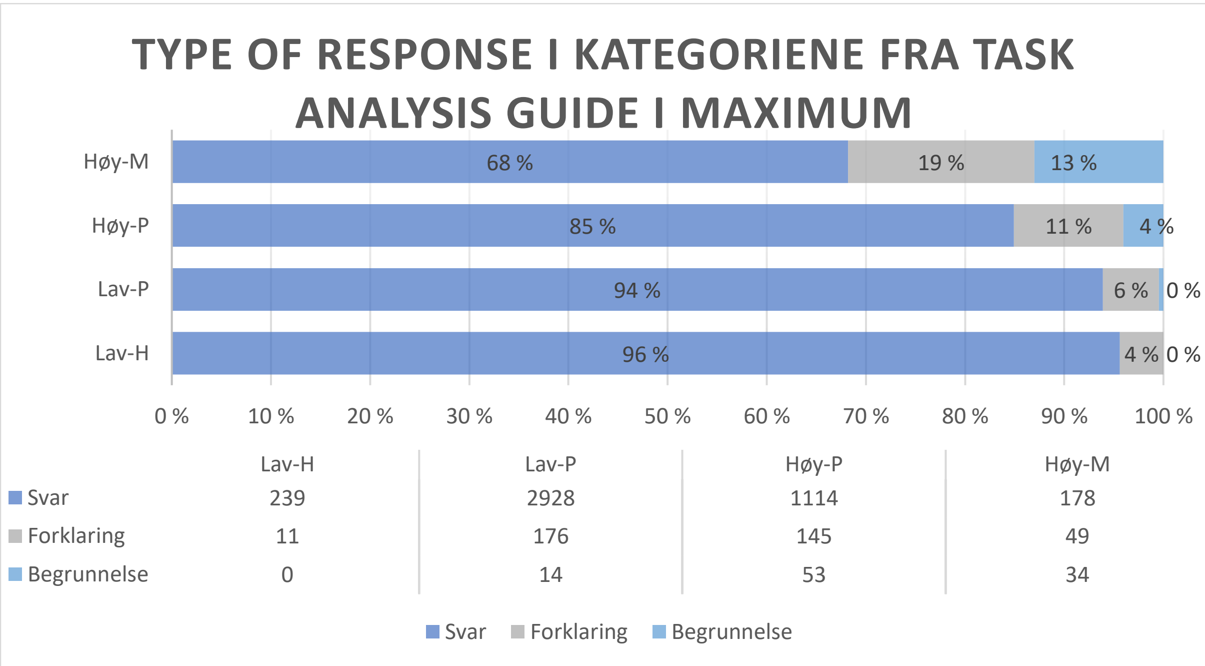
I Faktor forekommer det ingen andre typer svar enn *svar* i kategorien *lav-H*, noe man kanskje kan tenke seg til med tanke på at definisjonen av *lav-H* er at en skal reprodusere tidligere lærte fakta. Innenfor alle kategoriene for kognitive nivåkrav er den største andelen *svar*, men vi ser også her at andelen av *forklaring* og *begrunnelse* øker med oppgavens kognitive nivåkrav. Dette er en indikator på at hvilke type svar som forventes i en oppgave kan ha en innvirkning på oppgavens helhetlige kognitive nivåkrav.



Figur 4.11: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide i Faktor

4.2.4.2 Maximum

I Maximum-serien er det lavere andel av *svar* i alle kategoriene for kognitive nivåkrav enn det er i Faktor. Vi ser også at det er relativt stor andel av *forklaring* og *begrunnelse* i *høy-M* sammenlignet med resten av kategoriene fra *Task Analysis Guide*. Det er dobbelt så stor andel av *forklaring* og *begrunnelse* i *høy-P* i Maximum som i Faktor.

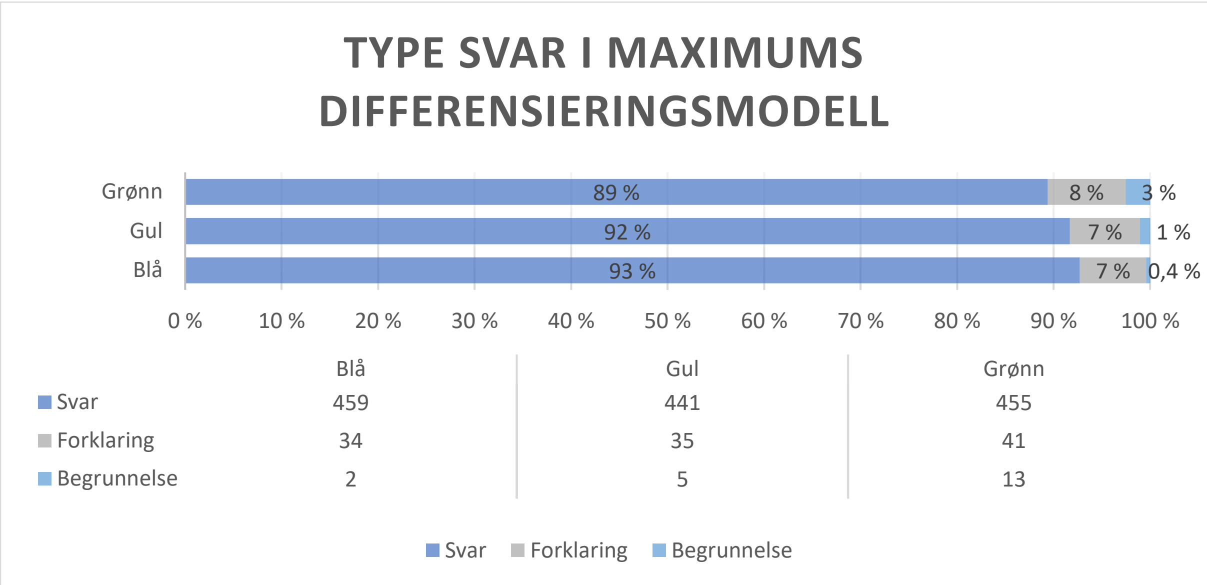


Figur 4.12: Oversikt over fordelingen av kategoriene i rammeverket Type of Response i kategoriene i Task Analysis Guide i Maximum

Forskjellig fra Faktor, har Maximum oppgaver som har en kombinasjon av kategoriene *lav-H* og *forklaring*. Disse har vi tidligere omtalt. Maximum har også en større andel av kategorikombinasjonen *lav-P* og *forklaring* og *lav-P* og *begrunnelse* enn Faktor.

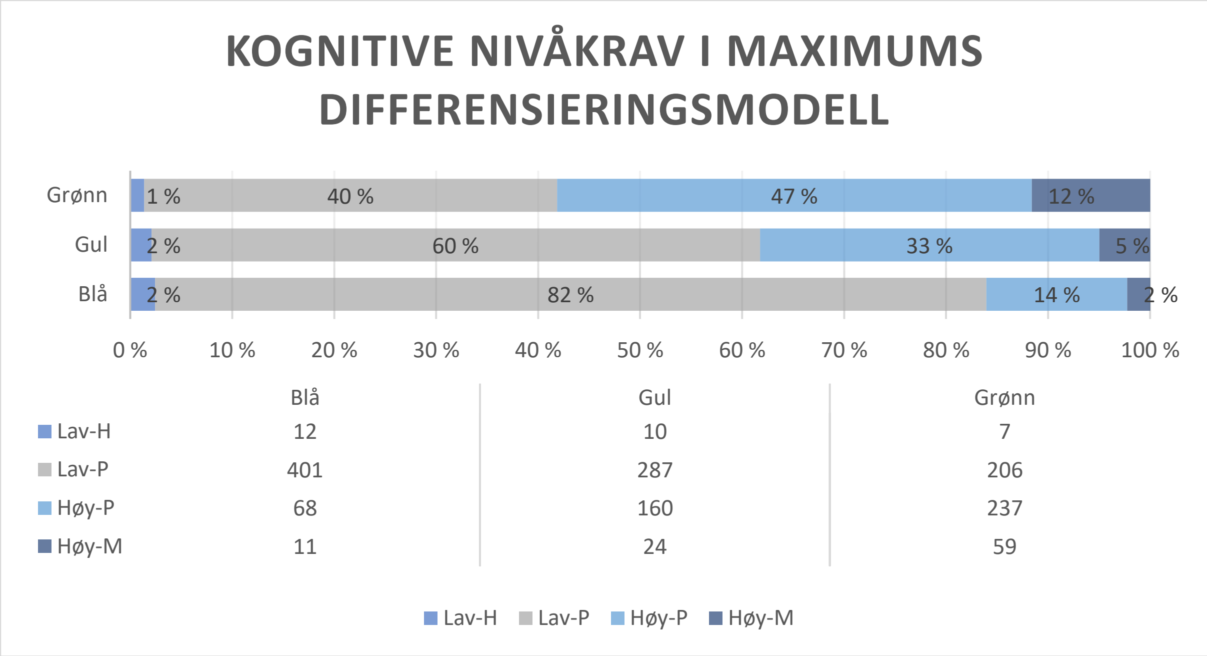
4.2.4.2.1 Differensieringsmodellen

Maximum har som tidligere nevnt en differensieringsmodell som er delt inn i Blå, Gul og Grønn. På diagrammet under ser vi hvordan *Type of Response* fordeler seg i de forskjellige vanskelighetsgradene. Her er det ikke store forskjeller, men mest merkbart er at det er en litt mindre andel av *svar* i Grønn sammenlignet med de andre.



Figur 4.13: Andel svar, forklaring og begrunnelse i Maximums differensieringsmodell

Et diagram som er mer interessant å se på er det som viser fordelingen av kognitive nivåkrav i differensieringsmodellen. Vi ser at Blå, Gul og Grønn omtrent har lik andel av *lav-H*. *Lav-P* synker med rundt 20 prosentpoeng for hvert steg vi går opp i vanskelighetsgraderingen. Andelen av høye kognitive krav i Blå, Gul og Grønn er henholdsvis 16%, 38%, 59%. Dette er i samsvar med at de ulike stegene i differensieringsmodellen har ulike nivåer (Tofteberg m.fl., 2015b).

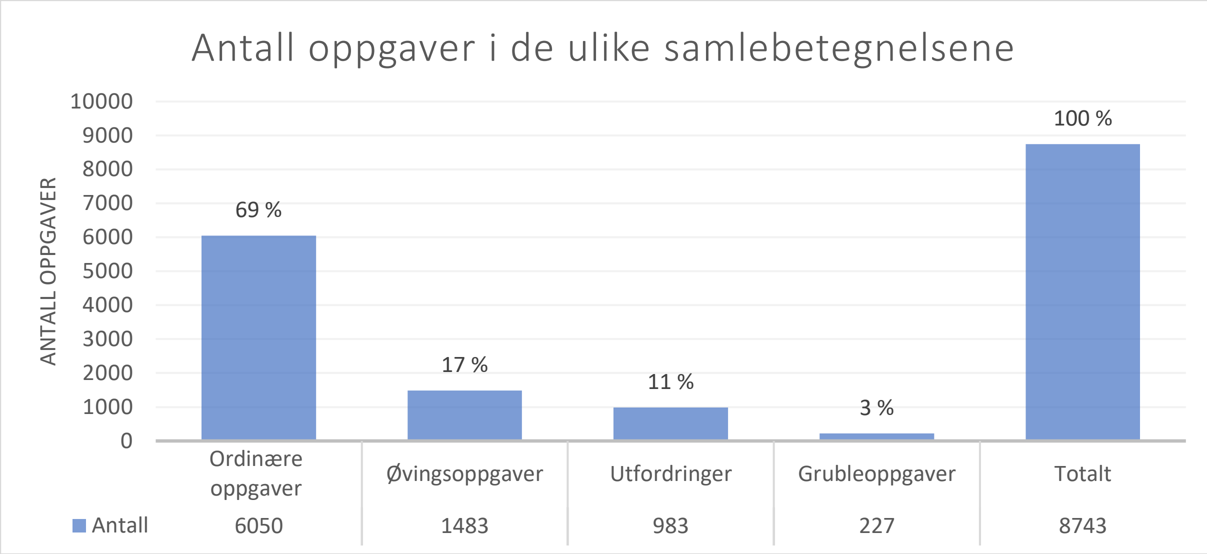


Figur 4.14:Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i Maximums differensieringsmodell

4.2.5 Samlebetegnelsene

I Tabell 3.1 har vi vist en oversikt over innholdet i samlebetegnelsene. Disse samlebetegnelsene laget vi, som nevnt før, for at det skulle være mulig å sammenligne lærebøkene seg imellom dypere. I dette kapittelet viser vi funnene vi har gjort av *Type of Response* og *Task Analysis Guide* i de ordinære oppgavene, øvingsoppgavene, de utfordrende oppgavene og i grubleoppgavene.

Før vi ser mer spesifikk på hver samlebetegnelse for seg vil vi si noe om antall oppgaver og fordelingen i samlebetegnelsene. Figuren nedenfor viser en oversikt over nettopp dette. De ordinære oppgavene består av 6050 oppgaver, øvingsoppgavene av 1483, utfordringene av 983 og grubleoppgavene 227. Den prosentvise fordelingen av ordinære oppgaver, øvingsoppgaver, utfordringene og grubleoppgavene er henholdsvis 69%, 17%, 11% og 3%.

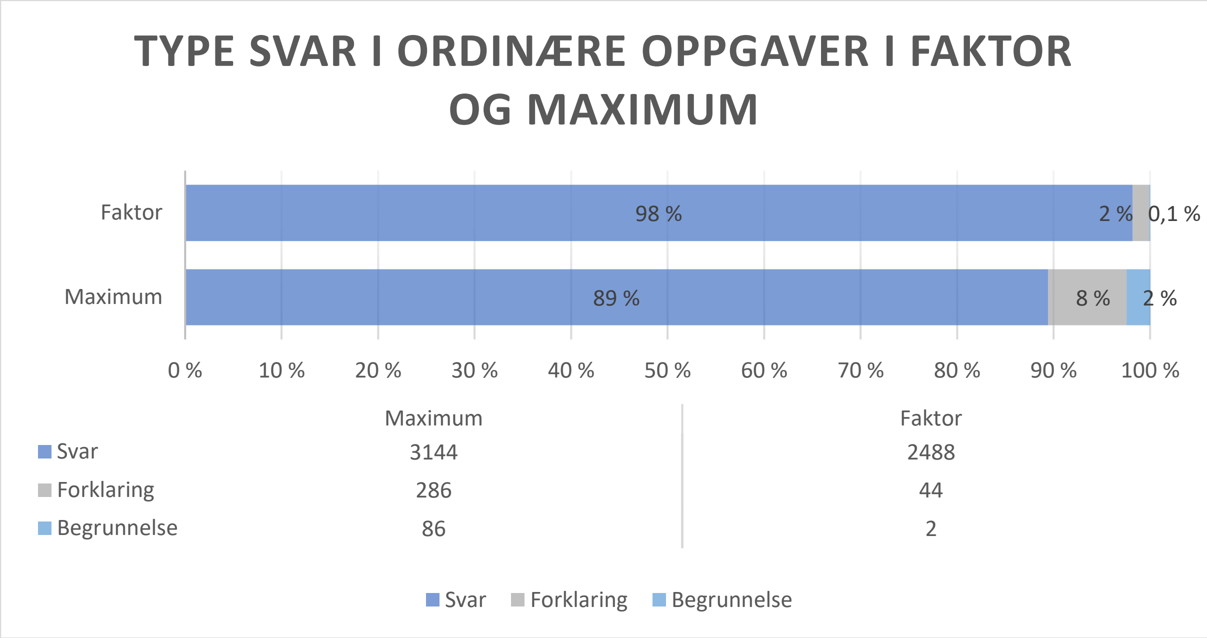


Figur 4.15: Antall oppgaver i hver samlebetegnelse

4.2.5.1 Ordinære oppgaver

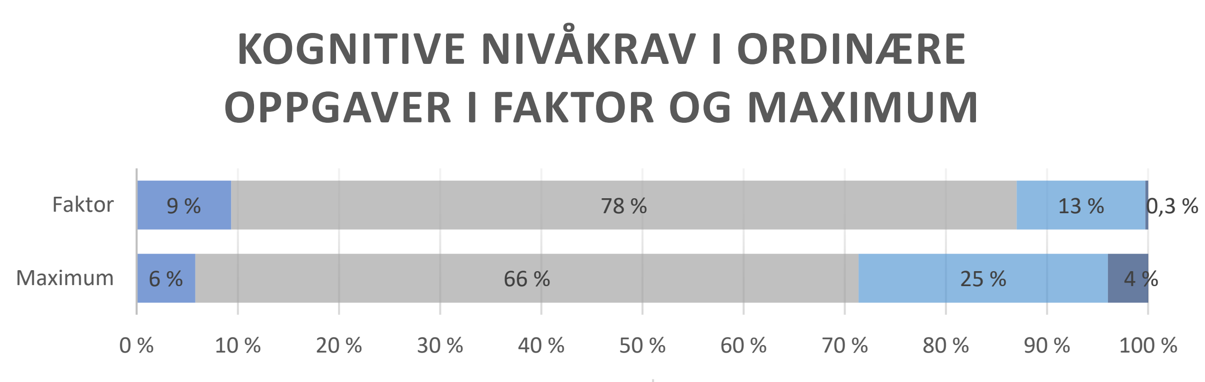
De ordinære oppgavene er de oppgavene det er flest av i lærebøker. 6050 oppgaver av totalt 8743 oppgaver er kodet som ordinære oppgaver. De ordinære oppgavene i Faktor inneholder flesteparten av oppgavene som vi har kodet fra den lærebokserien. De ordinære oppgavene består av alle oppgavene i Faktor-bøkene bortsett fra oppgaver merket som Utfordrende oppgaver, Prøv deg selv og Noe å lure på. Totalt er det 2534 oppgaver i Faktor som er merket som ordinære oppgaver. Også i Maximum er flesteparten av oppgavene ordinære oppgaver. Totalt er det 3516 ordinære oppgaver i Maximum. Alle oppgavene i Maximum er ordinære oppgaver bortsett fra oppgaver merket som Bli bedre, Tren tanken og nivådifferensieringen Grønn. Det vil si at oppgaver med nivådifferensiering Gul og Blå og som samtidig ikke er Bli bedre eller Tren tanken anser vi som ordinære oppgaver.

Figuren under viser en oversikt over hvilken type svar de ordinære oppgavene i lærebokserien Faktor og i lærebokserien Maximum krever. Av figuren ser vi at 98% av de ordinære oppgavene i Faktor og 90% i Maximum kun krever *svar*. 8% av de ordinære oppgavene i Maximum krever *forklaring*, mens 2% krever *begrunnelse*. I Faktor krever 2% av de ordinære oppgavene *forklaring*, mens omtrent 0,1% av oppgavene krever *begrunnelse*.



Figur 4.16: Andel svar, forklaring og begrunnelse i ordinære oppgaver i Faktor og Maximum

Figuren under viser de kognitive nivåkravene i de ordinære oppgavene i Faktor og Maximum. Av den ser vi at 87% av de ordinære oppgavene i Faktor kategoriseres som lave kognitive nivåkrav. I Maximum ser vi at 72% av de ordinære oppgavene kategoriseres som lave kognitive nivåkrav. I Faktor er omtrent 13,3% av de ordinære oppgavene kategorisert som høye kognitive nivåkrav, kontra Maximum som har 29% av de ordinære oppgavene der. Det vil si at Maximum har over dobbelt så høy andel ordinære oppgaver som er av høye kognitive nivåkrav.



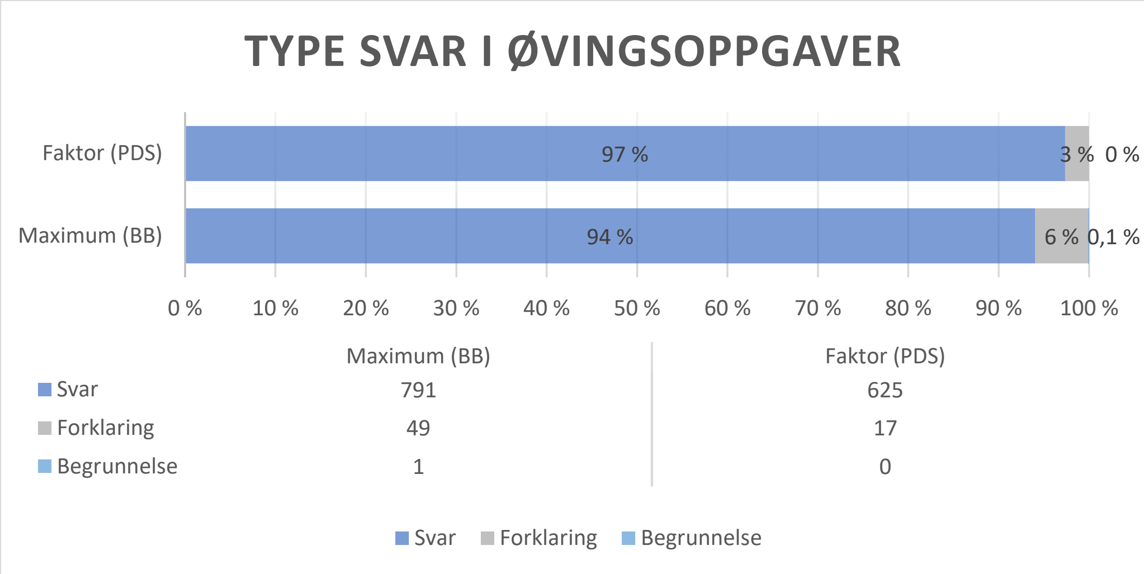
	Maximum	Faktor
Lav-H	204	237
Lav-P	2306	1968
Høy-P	866	322
Høy-M	140	7

Figur 4.17: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i ordinære oppgaver i Faktor og Maximum

4.2.5.2 Øvingsoppgaver

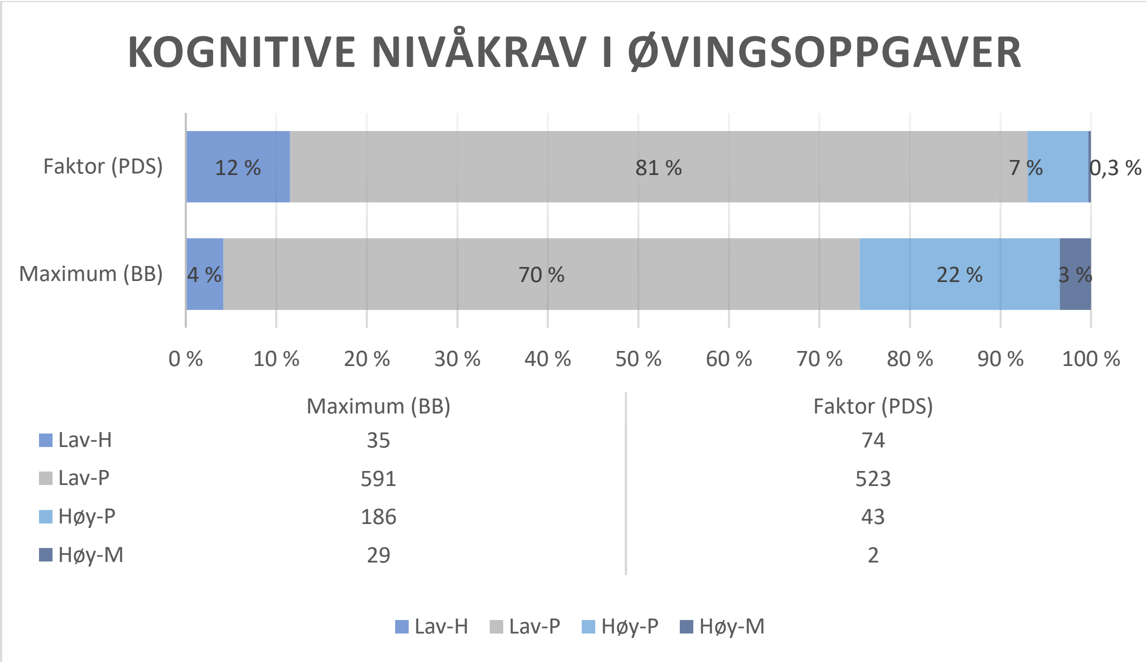
Øvingsoppgavene består av Maximums Bli bedre og Faktors Prøv deg selv. Som nevnt tidligere er meningen med disse oppgavene, ifølge lærebokforfatterne, at de skal brukes til overlæring, repetisjon og som en liten test av hva elevene kan (Cappelen Damm; Tofteberg m.fl., 2015b). I Maximum var 841 av oppgavene øvingsoppgaver, mens 642 av oppgavene var øvingsoppgaver i Faktor.

Figuren under viser oversikt over *Type of Response* i øvingsoppgavene. Her ser vi at resultatene samsvarer i stor grad med Figur 4.16. 97% av øvingsoppgavene i Faktor krever *svar*, mens 3% krever *forklaring*. I Maximum krever 94% av oppgavene *svar*, 6% krever *forklaring* mens ca. 0,1% av oppgavene krever *begrunnelse*.



Figur 4.18: Andel svar, forklaring og begrunnelse i øvingsoppgavene

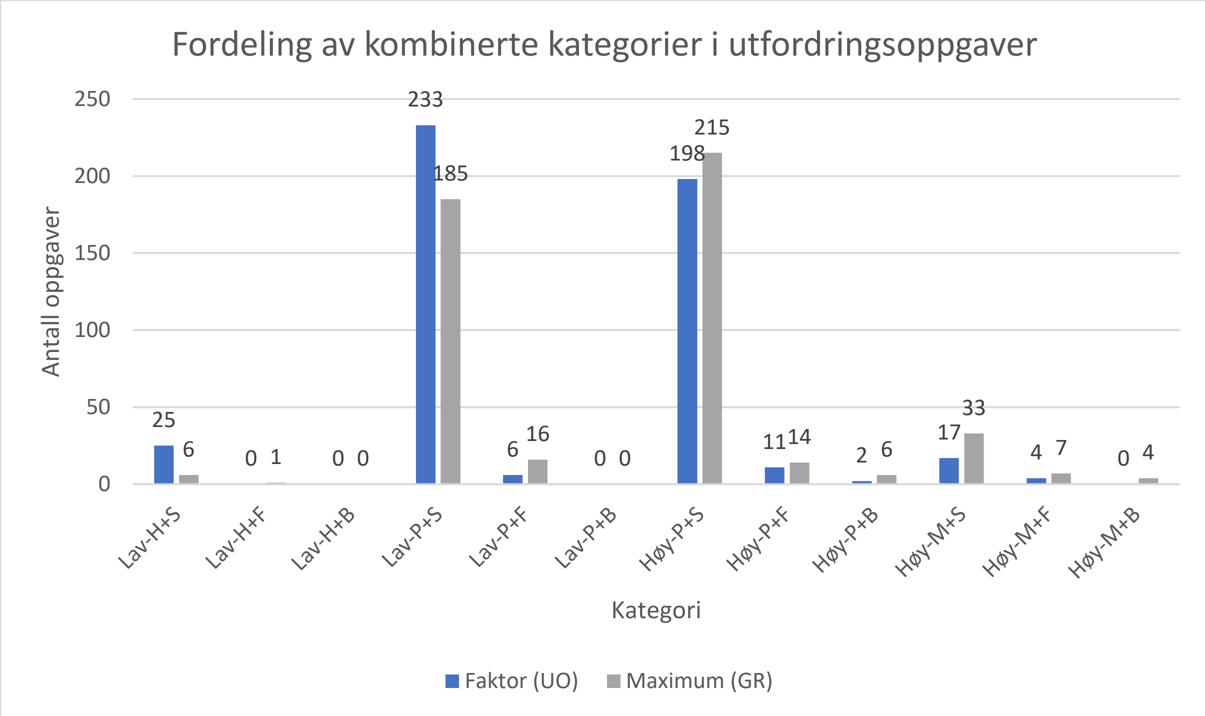
Figuren med en oversikt over de kognitive nivåkravene i øvingsoppgavene samsvarer også i noen grad med Figur 4.17. Resultatene fra øvingsoppgavene fra Faktor, Prøv deg selv, viser at andelen lave kognitive nivåkrav har gått noen prosentpoeng opp, mens andelen av høye kognitive nivåkrav har sunket. Øvingsoppgavene fra Maximum, Bli bedre, har i stor grad samme fordeling her, som i resultatene over kognitive nivåkrav i de ordinære oppgavene. Andelen *lav-P* har gått opp 4 prosentpoeng, mens andelen *lav-H* har gått ned 2 prosentpoeng. Øvingsoppgavenes formål er at elevene skal få øve på allerede kjent kunnskap gjennom å teste seg selv (Cappelen Damm; Tofteberg m.fl., 2015b). Det er derfor bemerkelsesverdig at Maximum fortsatt har like høy andel av høye kognitive nivåkrav her, som i de ordinære oppgavene. Ifølge Stein og Smith (1998) passer oppgaver med lave kognitive nivåkrav godt når elevene skal repetere.



Figur 4.19: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i øvingsoppgavene

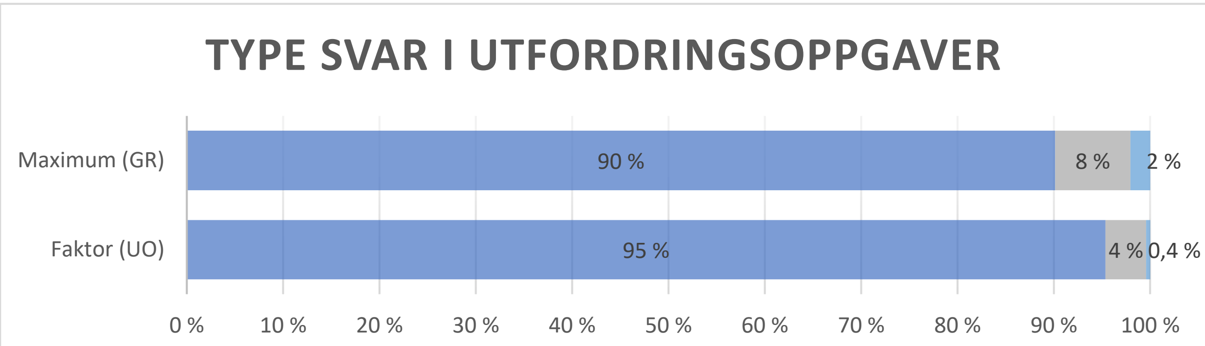
4.2.5.3 Utfordringsoppgaver

Utfordringsoppgavene er Faktor sine Utfordrende oppgaver og Maximum sine ordinære oppgaver og øvingsoppgaver merket med Grønn etter differensieringsmodellen. Vi har argumentert for hvorfor vi har valgt denne inndelingen i kapittel 3.2 Utvalg. Faktor har 496 oppgaver som de har merket som Utfordrende oppgaver, mens Maximum har 487 oppgaver. Derfor er det her hensiktsmessig å se på kategorikombinasjonene opp mot hverandre i et stående stolpediagram, sammenlignet med de andre samlebetegnelsene hvor antall oppgaver har vært såpass ulik. Tabellen under viser en oversikt over de utfordrende oppgavene og hvordan de fordeler seg når vi kombinerte *Type of Response* med de kognitive nivåkravene. Stolpediagrammet viser at Faktor sine utfordringsoppgaver skårer høyere enn Maximum sine utfordringsoppgaver på *lav-H+svar* og *lav-P+svar*. På *lav-P+forklaring* skårer Maximum hører enn Faktor. Maximum skårer høyere enn Faktor på alle kombinasjonene med høye kognitive nivåkrav og de ulike type svarene.



Figur 4.20: Fordeling av utfordringsoppgavene i kombinasjonene av Type of Response og Task Analysis Guide

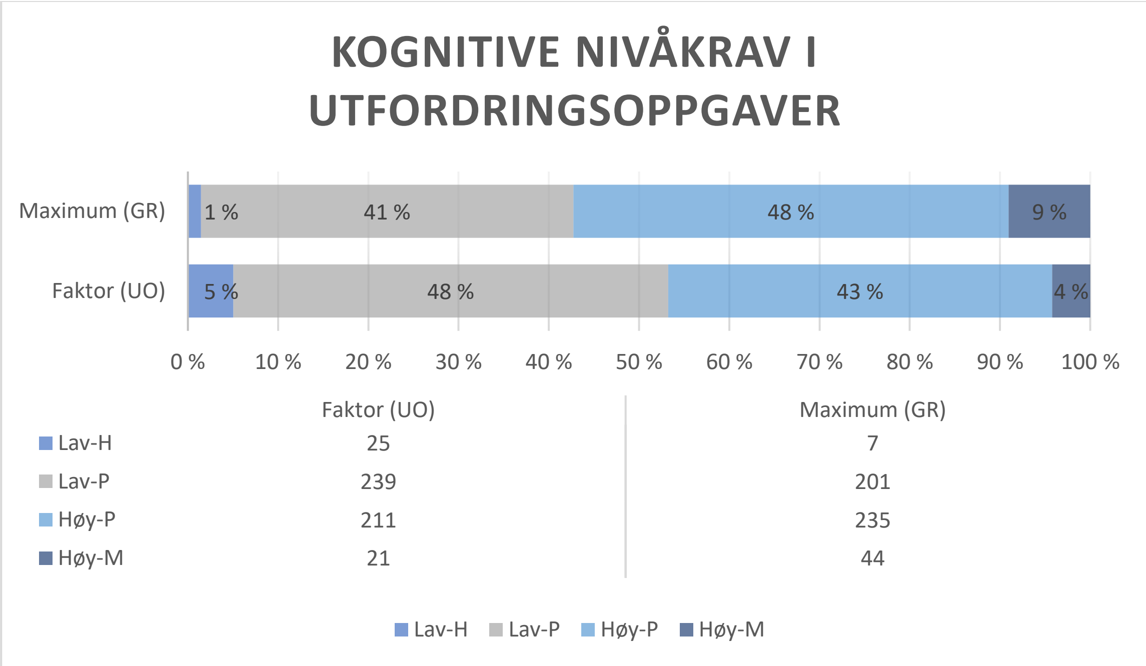
Videre ser vi av figuren under en oversikt over *Type of Response* i utfordringsoppgavene og denne det viser seg at Grønn har dobbelt så stor andel av *forklaring* som Utfordrende oppgaver. I tillegg har Grønn flere oppgaver som er kategorisert som *begrunnelse*.



	Faktor (UO)	Maximum (GR)
Svar	473	439
Forklaring	21	38
Begrunnelse	2	10

Figur 4.21: Andel svar, forklaring og begrunnelse i utfordringsoppgavene

Den neste figuren viser fordelingen av kognitive nivåkrav i utfordringsoppgavene og den viser det vi så på Figur 4.20, her oppgitt i prosent. Grønn har en mindre andel av lave kognitive nivåkrav enn Utfordrende oppgaver, og en høyere andel av høye kognitive nivåkrav enn Utfordrende oppgaver.



Figur 4.22: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i utfordringsoppgavene

4.2.5.4 Grubleoppgaver

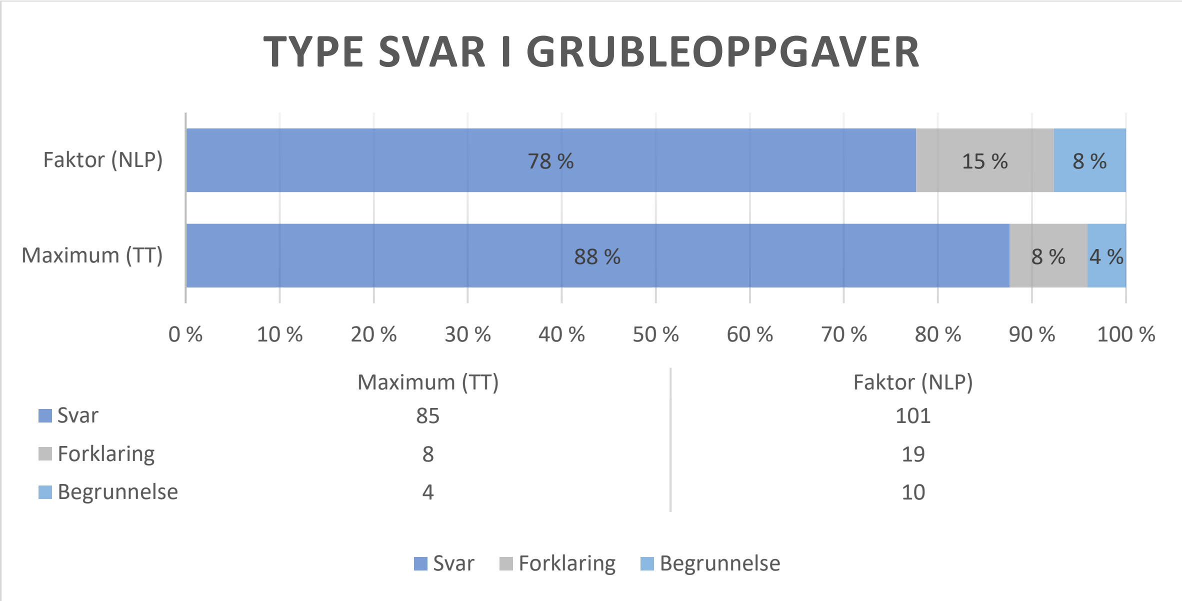
Samlebetegnelsen grubleoppgaver inneholder alle oppgavene som Maximum kaller for Tren tanken, og alle oppgavene som Faktor kaller for Noe å lure på. Disse oppgavene blir kalt for problemløsningsoppgaver av begge forlag og det er derfor grunn til å tro at oppgaver innenfor denne samlebetegnelsen burde være av en høyere kognitivt krevende karakter. Det er i alt 97 oppgaver i Tren tanken og 130 i Noe å lure på.

Tabell 4.7: Prosentvis fordeling av kategorikombinasjonene av Task Analysis Guide og Type of Response i grubleoppgavene

	S	**F**	**B**
lav-H	2 %	0 %	0 %
lav-P	13 %	0 %	0 %
høy-P	26 %	5 %	1 %
høy-M	41 %	7 %	5 %

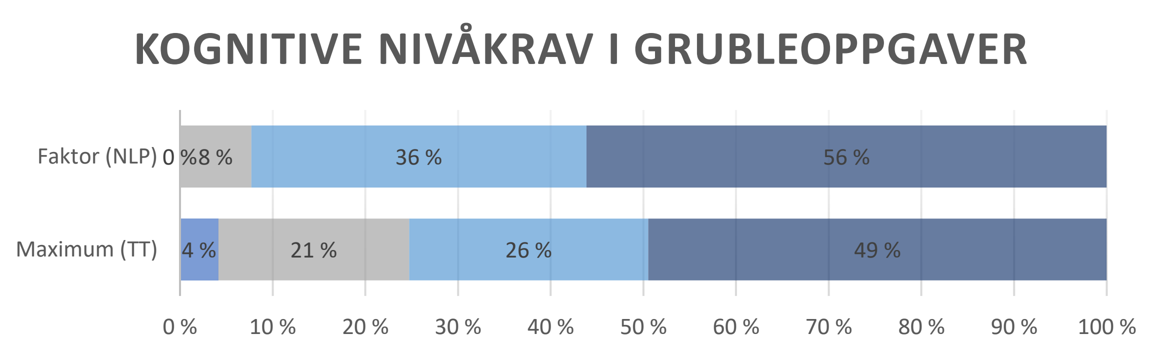
Tabellen over viser at 15% av grubleoppgavene er innenfor kategoriene for lave kognitive nivåkrav. Det er ingen av disse oppgavene som har blitt kategorisert til *forklaring* eller *begrunnelse*. 32% er kategorisert som *høy-P* og hele 53% er *høy-M*. Av grubleoppgavene er den største andelen kategorikombinasjon *høy-M* og *svar* med 41%. Tabellen viser en samvariasjon mellom forekomsten av *forklaring* og *begrunnelse* og økende grad av kognitivt nivåkrav.

De to neste figurene viser forskjellen i fordelingen av *Type of Response* og kognitive nivåkrav mellom Noe å lure på og Tren tanken. Den første figuren viser fordelingen av *Type of Response*, og den viser at det i større grad forekommer *svar* i Tren tanken enn i Noe å lure på. 8% av oppgavene i Noe å lure på er *begrunnelse*, mens 4% er *begrunnelse* i Tren tanken. Noe å lure på har større andel av *begrunnelse* både i prosentvis foredling og i faktiske tall. Andelen *forklaring* har omtrent lik forholdsvis fordeling som *begrunnelse* i begge seriene.



Figur 4.23: Andel svar, forklaring og begrunnelse i grubleoppgaver

Den neste figuren viser en oversikt over de kognitive nivåkravene i grubleoppgavene. Det først å merke seg er at alle fire *lav-H* oppgavene finner vi i Maximums Tren tanken. I tillegg er 8% av Noe å lure på og 21% av Tren tanken *lav-P*. Disse oppgavene vil vi komme tilbake til i kapittel 4.3 Funn fra den kvalitative tilleggsanalysen. 36% av Noe å lure på og 26% av Tren tanken er kategorisert som *høy-P* og 56% av Noe å lure på og 49% av Tren tanken er *høy-M*. Summert er 92% av Noe å lure på og 75% av Tren tanken under kategoriene for høyere kognitive nivåkrav.



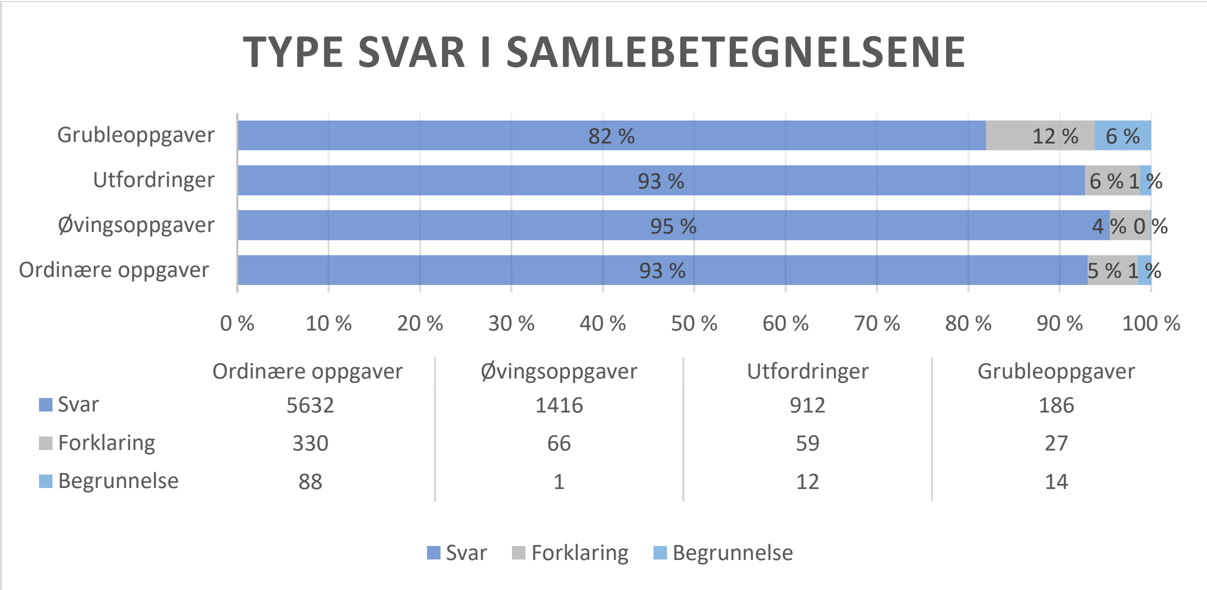
	Maximum (TT)	Faktor (NLP)
Lav-H	4	0
Lav-P	20	10
Høy-P	25	47
Høy-M	48	73

Figur 4.24: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i grubleoppgaver

4.2.5.5 Samlebetegnelser totalt

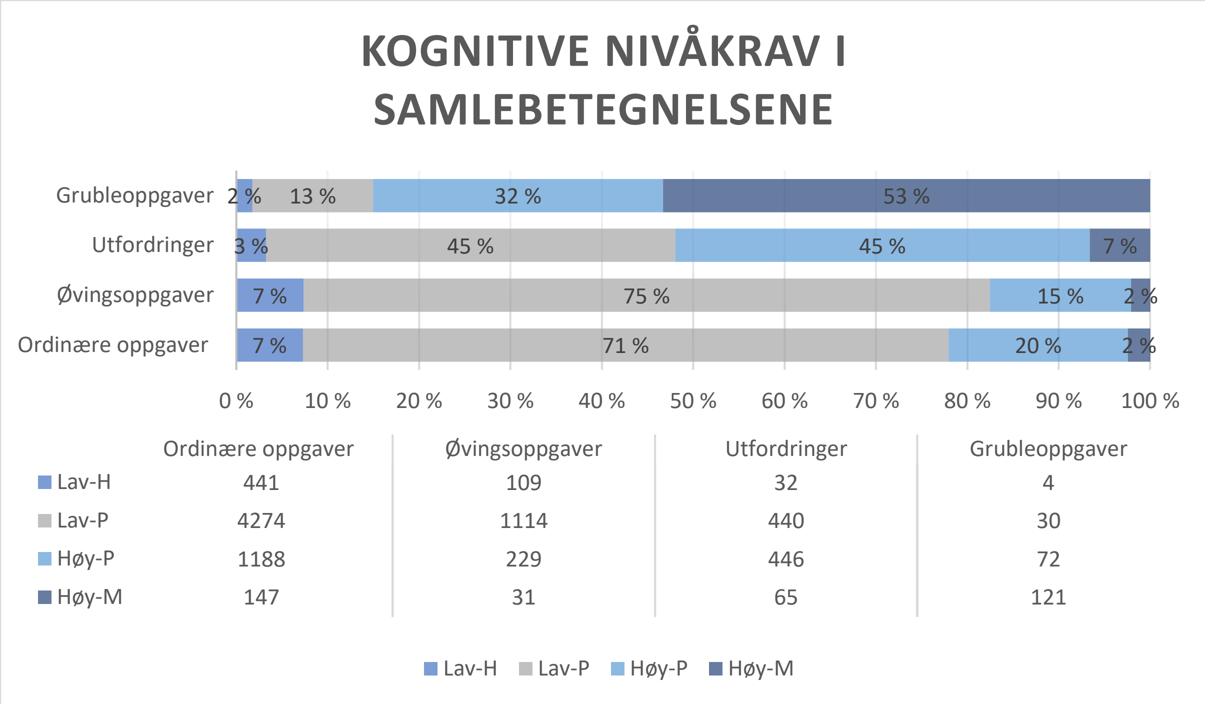
Vi har sett på hvordan de ulike kategoriene fra rammeverkene opptrer i alle samlebetegnelsene separat, og nå vil vi presentere disse samlet. Viktig å merke seg her er at de ulike samlebetegnelsene inneholder veldig sprikende grad av antall oppgaver og derfor vil ikke de faktiske antallene være et godt utgangspunkt som sammenligningsgrunnlag. Vi vil heller fokusere på andel, men tar likevel med det faktiske antall oppgaver som referansepunkter.

Figuren under viser fordelingen av *Type of Response* i samlebetegnelsene. Den største andelen er *svar* i alle samlebetegnelsene. *Svar* forekommer hyppigst i øvingsoppgavene med 95%. Grubleoppgavene er de oppgavene som inneholder mest *forklaring* og *begrunnelse* med henholdsvis 12% og 6%.



Figur 4.25: Andel svar, forklaring og begrunnelse i samlebetegnelsene

Den neste figuren viser en oversikt over fordelingen av kognitive nivåkrav i samlebetegnelsene. Andelen av lave kognitive nivåkrav i de ordinære oppgavene, øvingsoppgavene, utfordringene og grubleoppgavene er henholdsvis 78%, 82%, 48% og 15%. Andelen av høyere kognitive nivåkrav i de ordinære oppgavene, øvingsoppgavene, utfordringene og grubleoppgavene er henholdsvis 22%, 19%, 52% og 85%. 53% av grubleoppgavene er kategorisert til *høy-M* og 45% av utfordringsoppgsavene er kategorisert til *høy-P*. Den største delen av de lave kognitive nivåkravene i de ordinære oppgavene og øvingsoppgavene er *lav-P*.

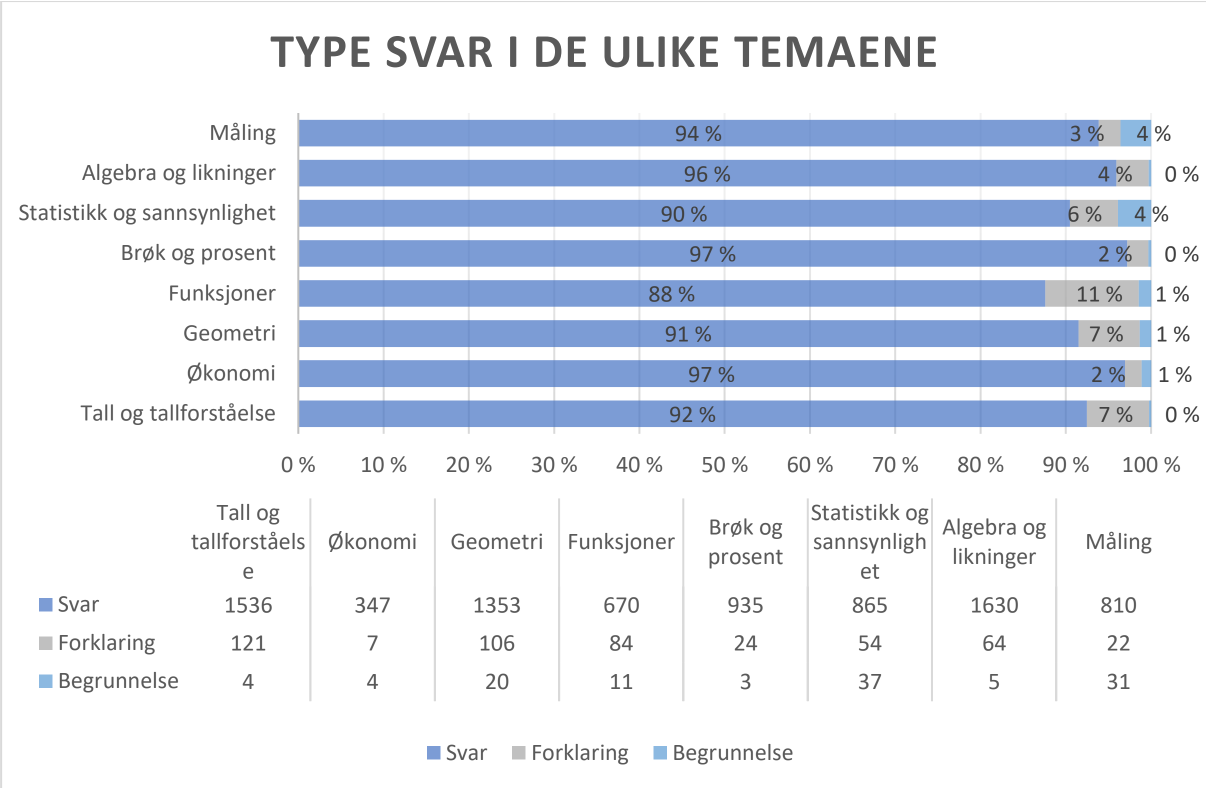


	Ordinære oppgaver	Øvingsoppgaver	Utfordringer	Grubleoppgaver
Lav-H	441	109	32	4
Lav-P	4274	1114	440	30
Høy-P	1188	229	446	72
Høy-M	147	31	65	121

Figur 4.26: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i samlebetegnelsene

4.2.6 Ulike tema

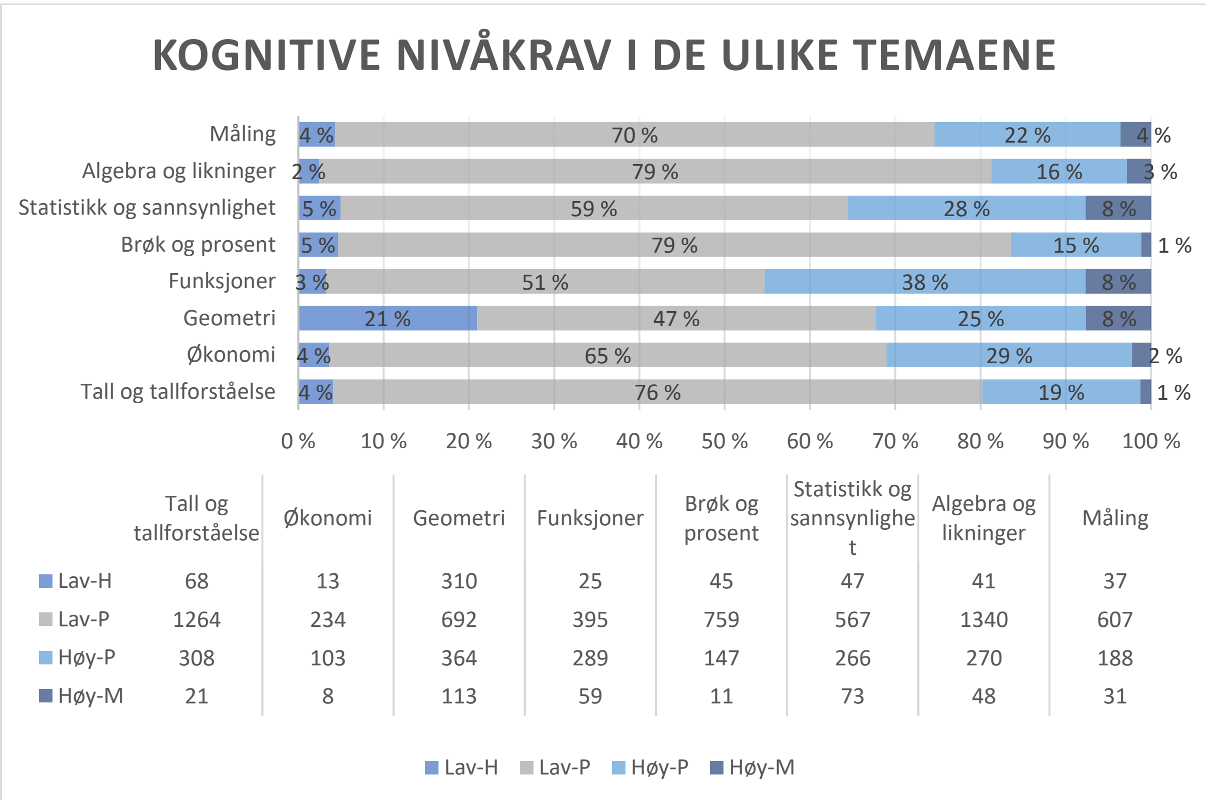
Basert på de ulike temaene vi har valgt å dele alle bøkene inn i, har vi satt sammen en oversikt over hvordan kategoriene i *Type of Response* og *Task Analysis Guide* fordeler seg. Diagrammet under viser hvordan *Type of Response* fordeler seg i de ulike temaene, og mest interessant her er at 12% av oppgavene innenfor temaet *funksjoner* krever *forklaring* eller *begrunnelse*. Det er gjennomgående høy andel av *svar* i alle temaene.



	Tall og tallforståelse	Økonomi	Geometri	Funksjoner	Brøk og prosent	Statistikk og sannsynlighet	Algebra og likninger	Måling
Svar	1536	347	1353	670	935	865	1630	810
Forklaring	121	7	106	84	24	54	64	22
Begrunnelse	4	4	20	11	3	37	5	31

Figur 4.27: Andel svar, forklaring og begrunnelse i de ulike temaene

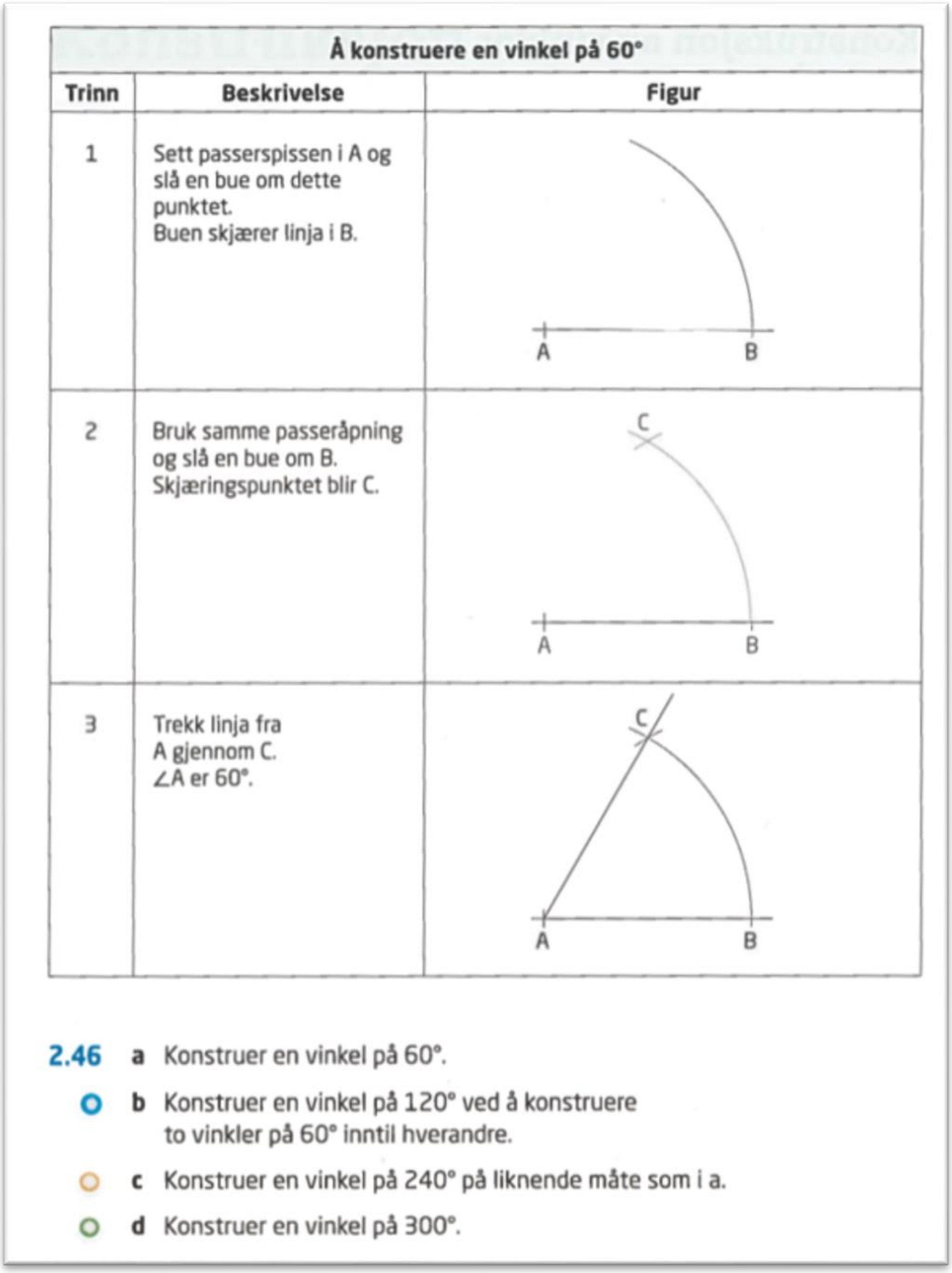
Videre følger en oversikt over kognitive nivåkrav i de ulike temaene.



	Tall og tallforståelse	Økonomi	Geometri	Funksjoner	Brøk og prosent	Statistikk og sannsynlighet	Algebra og likninger	Måling
Lav-H	68	13	310	25	45	47	41	37
Lav-P	1264	234	692	395	759	567	1340	607
Høy-P	308	103	364	289	147	266	270	188
Høy-M	21	8	113	59	11	73	48	31

Figur 4.28: Andel lav-H, lav-P, høy-P og høy-M i de ulike temaene

På figuren over kan vi se at det er 21% av oppgavene innenfor temaet *geometri* som har blitt kategorisert som *lav-H*. Dette er en meget stor andel i forhold til resten av kategoriene, og dette kommer av at mange av oppgavene i temaet *geometri* var oppgaver som krevde at elevene gjorde seg kjent med bruk av verktøy. Bruk av verktøy er da spesielt bruk av dynamiske geometriprogrammer og bruk av passer til å konstruere etter en tidligere presentert oppskrift. Et eksempel på en slik oppgave er vist i figuren under.



Å konstruere en vinkel på 60°

Trinn	Beskrivelse	Figur
1	Sett passerspissen i A og slå en bue om dette punktet. Buen skjærer linja i B.	A B
2	Bruk samme passeråpning og slå en bue om B. Skjæringspunktet blir C.	C A B
3	Trekk linja fra A gjennom C. ∠A er 60°.	C A B

2.46 **a** Konstruer en vinkel på 60°.

b Konstruer en vinkel på 120° ved å konstruere to vinkler på 60° inntil hverandre.

c Konstruer en vinkel på 240° på liknende måte som i a.

d Konstruer en vinkel på 300°.

Figur 4.29: Oppgave 2.46a i Maximum 8 er en oppgave som er kategorisert til lav-H fordi oppgavens fokus er å bli kjent med verktøy (i dette tilfellet passeren)

En annen ting som stikker seg ut i Figur 4.28 over er at 46% av oppgavene innenfor temaet *funksjoner* er kategorisert til høyere kognitive nivåkrav. Temaene *funksjoner*, *geometri* og *statistikk og sannsynlighet* har alle en like stor andel av *høy-M* på 8%. Dette er relativt høyt i forhold til de resterende temaene. Det temaet som er nærmest dette nivået er *måling* og her er andelen 4%, altså halvparten så stor. Temaer som har en lav andel av høyere kognitive nivåkrav er *brøk og prosent*, *tall og tallforståelse* og *algebra og likninger* med henholdsvis 16%, 20% og 19%.

4.3 Funn fra den kvalitative tilleggsanalysen

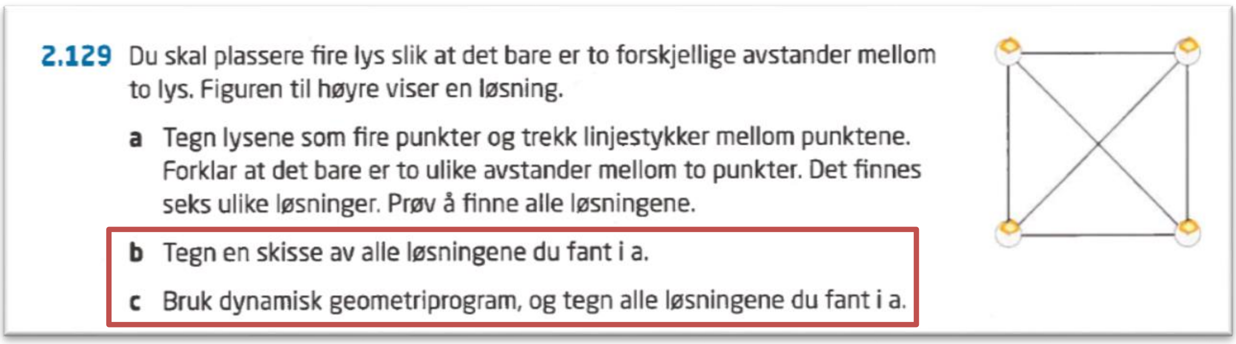
Funnene vi gjorde gjennom den kvantitative analysen av grubleoppgavene, viste at det forekom oppgaver med lavere kognitive nivåkrav. I dette kapitlet presenterer vi funnene av den induktive, kvalitative tilleggsanalysen vi gjorde av 34 grubleoppgaver, ved å vise eksempler på og beskrive enkelte av disse oppgavene. Gjennom denne analysen fant vi to kategorier som de respektive oppgavene kunne deles inn i: *oppgaver som er del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav* og *oppgaver med lavere kognitive nivåkrav*. Oppgavene vi har valgt å vise som eksempler er representative for de resterende oppgavene under samme kategori.

4.3.1 Oppgaver som er del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav

Det ene funnet vi gjorde når vi undersøkte de 34 utvalgte grubleoppgavene, var at 21 av oppgavene var del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav. Vi valgte derfor å kalle denne kategorien for *oppgaver som er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav*.

4.3.1.1 Grubleoppgaver kategorisert som *lav-H* i Maximum

Fire av Tren tanken-oppgavene i Maximum 8, fra kapittel 2 Geometri, var kategorisert som *lav-H*. Som bildet nedenfor viser er b og c deloppgaver av oppgaven 2.129.



2.129 Du skal plassere fire lys slik at det bare er to forskjellige avstander mellom to lys. Figuren til høyre viser en løsning.

a Tegn lysene som fire punkter og trekk linjestykker mellom punktene. Forklar at det bare er to ulike avstander mellom to punkter. Det finnes seks ulike løsninger. Prøv å finne alle løsningene.

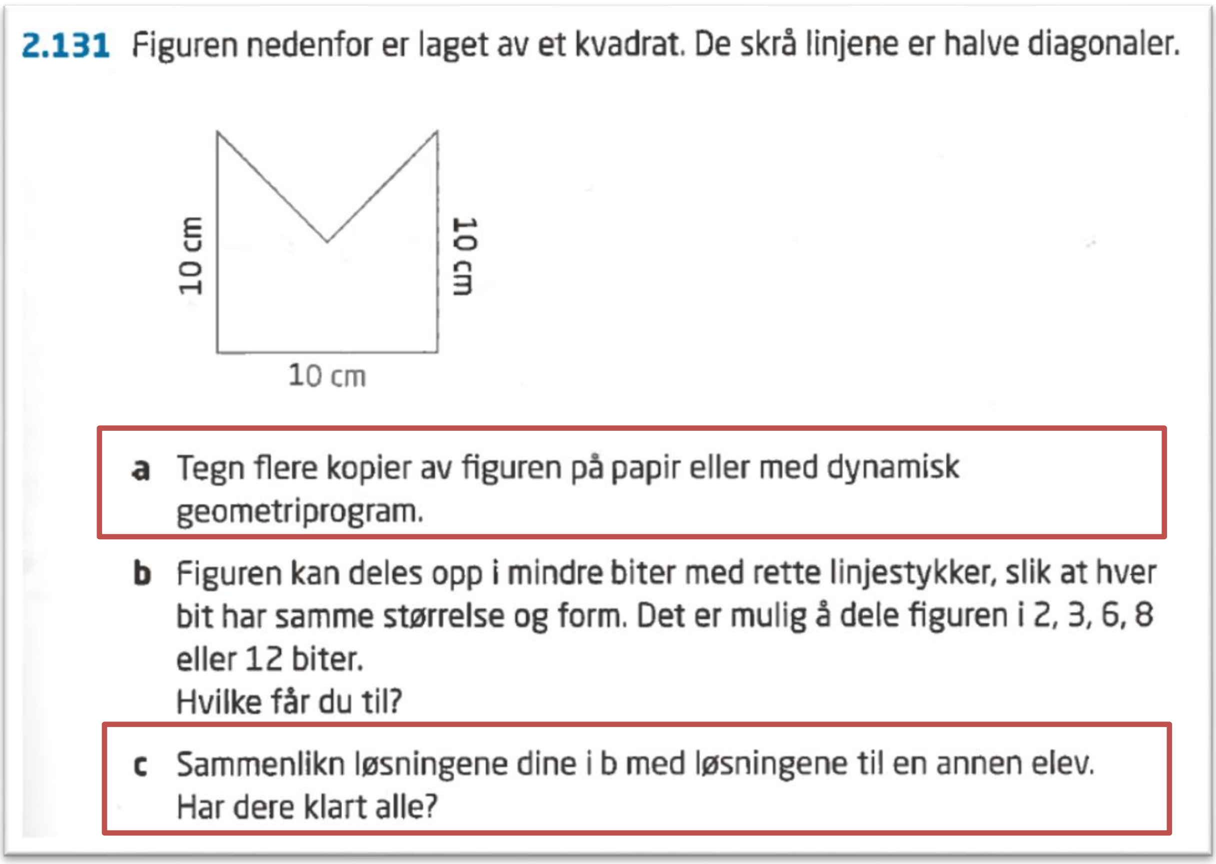
b Tegn en skisse av alle løsningene du fant i a.

c Bruk dynamisk geometriprogram, og tegn alle løsningene du fant i a.

Figur 4.30: Oppgave 2.129 b og c i Maximum 8 er kategorisert som lav-H

Både b og c er oppgaver som er knyttet opp mot a-oppgaven, som igjen er kategorisert som høy kognitivt nivåkrav. I b skal elevene skissere det de fant ut i a. Det foreligger ikke noen tvil om hva som skal gjøres og oppgaven har ikke noen sammenheng med underliggende matematiske konsepter og ideer. Dette samsvarer godt med definisjonen av kategorien *lav-H*, og derfor har oppgave 2.129 b blitt kodet deretter. I mange tilfeller vil kanskje b-oppgaven bli integrert i a, siden det å skissere ned de ulike løsningene vil hjelpe elevene til å finne dem. I oppgave 2.129 c skal elevene tegne alle løsningene de fant i a-oppgaven ved hjelp av et dynamisk geometriprogram. Ifølge vår definisjon, er oppgaver hvor elevene skal øve seg på å bruke slike programmer *lav-H*. Oppgave c kan ikke elevene løse uten at a-oppgaven eksisterer, og derfor er den oppgaven en del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

Bildet nedenfor viser oppgave 2.131, fra kapittel 2 Geometri, i Maximum 8. Her har vi kategorisert oppgave a og c som *lav-H*, mens b-oppgaven er kategorisert som høy kognitivt nivåkrav.


2.131 Figuren nedenfor er laget av et kvadrat. De skrå linjene er halve diagonaler.

a Tegn flere kopier av figuren på papir eller med dynamisk geometriprogram.

b Figuren kan deles opp i mindre biter med rette linjestykker, slik at hver bit har samme størrelse og form. Det er mulig å dele figuren i 2, 3, 6, 8 eller 12 biter.
Hvilke får du til?

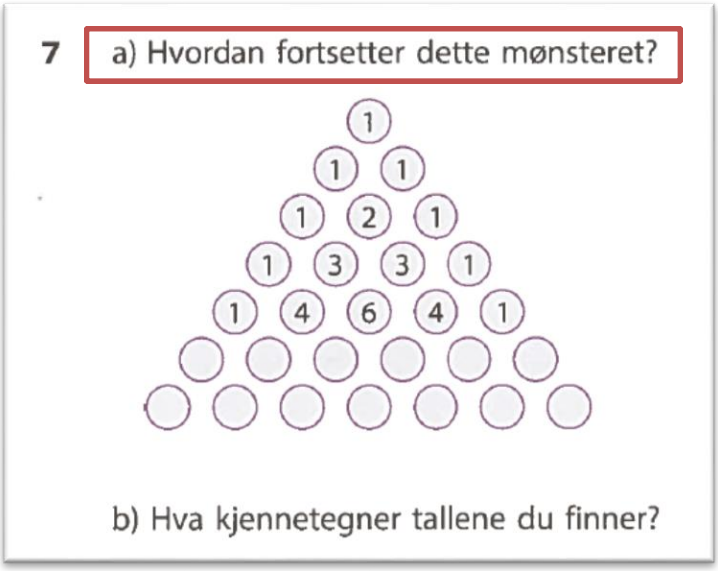
c Sammenlikn løsningene dine i b med løsningene til en annen elev. Har dere klart alle?

Figur 4.31: Oppgave 2.131 a og c i Maximum 8 er kategorisert som lav-H

I a-oppgaven skal elevene tegne opp figuren som vises i oppgaven flere ganger, enten på papir eller i et dynamisk geometriprogram. Det foreligger ingen tvil om hva som skal gjøres og oppgaven krever bare at elevene skal kopiere figuren de ser, med det formål at figurene skal brukes videre i b-oppgaven. Derfor har denne oppgaven blitt kategorisert som *lav-H*, og som en oppgave som er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav. I oppgave c skal elevene sammenligne sine løsninger med en annen elev. Heller ikke her er det noen tvil om hva elevene skal gjøre, det foreligger ikke noen prosedyre og oppgaven har ikke sammenheng med underliggende matematiske ideer eller konsepter. Oppgaven er derfor kategorisert som *lav-H*, og siden c-oppgaven ikke kan gjøres uten at både a og b-oppgaven gjøres, er det en oppgave som er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

4.3.1.2 Grubleoppgaver kategorisert som *lav-P* i Faktor

I Faktor-serien var det kun i Faktor 9 at det forekom oppgaver kategorisert som *lav-P*. Totalt var det tre oppgaver under den kategorien. Nedenfor viser vi en av disse oppgavene som eksempel. Bildet under viser oppgave 7 i Faktor 9, fra kapittel 1 Tall og tallforståelse. Denne oppgaven ble, i likhet med to andre oppgaver fra samme lærebok, kategorisert som *lav-P*.



Figur 4.32: Oppgave 7 a) i Faktor 9 er kategorisert som lav-P

I a-oppgaven skal elevene fortsette på det påbegynte mønstret. Mønstret er forholdvis enkel å oppdage, og det det foreligger derfor liten tvil om hva som skal gjøres. Oppgave a i seg selv, har heller innen sammenheng med andre konsepter eller matematiske ideer. Derfor ble a-oppgave kategorisert som *lav-P*. Den påfølgende b-oppgaven skal elevene forklare hva som kjennetegner tallene, noe som krever høyere kognitiv innsats. Denne oppgaven kan ikke gjøres uten at a-oppgaven er fullført, og derfor har oppgave a blitt kategorisert som en oppgave som er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

4.3.1.3 Grubleoppgaver kategorisert som *lav-P* i Maximum

I Maximum var det 14 oppgaver som er kategorisert som *lav-P*. To av disse er fra Maximum 8, tre ifra Maximum 9 og ni oppgaver fra Maximum 10. Vi velger å vise tre eksempler, et eksempel fra hver av Maximum-bøkene.

Bildet nedenfor viser oppgave 5.107, fra kapittel 5 Algebra og Likninger, fra Maximum 8. I denne oppgaven ble a-oppgaven kategorisert som *lav-P*, mens b-oppgaven kategoriserte vi som høyt kognitivt nivåkrav.

5.107 Velg fire tall fra $2 \cdot 2$ ruter i tabellen til høyre, for eksempel 7, 8, 12, 13. Gang sammen tallene, slik:

$8 \cdot 12 = 96$
$7 \cdot 13 = 91$

Finn differansen mellom svarene, slik:

$96 - 91 = 5$

a Prøv med mange forskjellige tall i $2 \cdot 2$ ruter på samme måten som over.

Hva oppdager du?

b Forklar mønsteret du oppdaget i a. Bruk gjerne bokstavregning for å forklare mønsteret. Kall det minste tallet i $2 \cdot 2$-rutemønsteret for *x*.

Sett opp algebraiske uttrykk for de tre andre tallene. Gjør beregningene fra a med bokstaver.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Figur 4.33: Oppgave 5.107 a i Maximum 8 er kategorisert som lav-P

Oppgaven viser fremgangsmåten eleven skal benytte seg av når de løser a-oppgaven. Derfor er det liten tvil om hva som skal gjøres, og prosedyren er eksplisitt gitt. B-oppgaven er kategorisert som høyt kognitivt nivåkrav. I oppgave b skal eleven forklare mønsteret de så i a, og derfor er arbeidet eleven gjør i a-oppgaven viktig for å klare å løse b-oppgaven. Derfor har vi kategorisert a-oppgaven som en oppgave som er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

I oppgave 2.90, fra kapittel 2 Funksjoner, i Maximum 9, er a, b og c kategorisert som *lav-P*. Oppgave d er kategorisert som høyt kognitivt nivåkrav. Bildet nedfor viser denne oppgaven, og det er altså kun disse tre oppgavene som er *lav-P* av grubleoppgavene i Maximum 9.

2.90 Du trenger et rett stearinlys, linjal og fyrstikker. Lag en tabell omtrent slik:

Tid	0						
Lengde på lyset							

a Mål lyset og fyll ut første kolonne i tabellen.

b Ta tiden, og mål lyset med jevne mellomrom. Fyll ut tabellen etter hvert.

c Fremstill lengden på lyset som funksjon av tiden det har brent, i et koordinatsystem. Tegn en sammenhengende graf som passer til punktene.

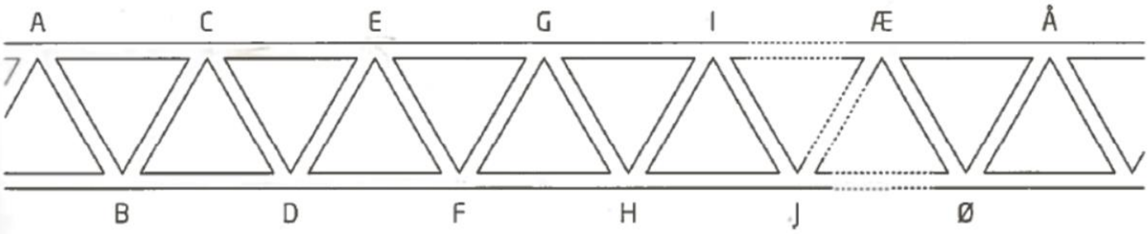
d Beskriv grafen du fikk frem i c. Sammenlikn resultatene dine med en annen i klassen sine. Diskuter likheter og forskjeller mellom grafene.

Figur 4.34: Oppgave 2.90 a, b og c i Maximum 9 er kategorisert som lav-P

I denne oppgaven er a- og b-oppgaven selvforklarende. Det foreligger liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan, og de to oppgavene handler i stor grad om å fylle ut tabellen. Oppgave c er nok for det fleste vanskeligere enn de to foregående oppgavene. Elevene har løst mange liknende oppgaver tidligere i kapitlet, og derfor mener vi oppgaven krever begrenset kognitiv aktivitet av elevene og er derfor også kategorisert som *lav-P*. Den siste oppgaven, d, har vi kategorisert som høyt kognitivt nivåkrav. For å kunne løse oppgave d avhenger det at oppgave a, b og c allerede er løst. Derfor mener vi at disse oppgavene er del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

Figuren nedenfor viser oppgave 2.104, fra kapittel 2 Geometri og design, i Maximum 10. Her er oppgavene fra a-e kategorisert som *lav-P*, mens oppgave f er kategorisert som høyere kognitivt krevende.

2.104 En maur starter i A og vandrer mellom to bokstaver gjennom tunellene som tegningen viser. Mauren må alltid bevege seg i retning fra venstre mot høyre, aldri motsatt. Ellers kan den velge hvilken vei den vil.



a På hvor mange måter kan mauren bevege seg fra A til B?

b På hvor mange måter kan mauren bevege seg fra A til C?

c På hvor mange måter kan mauren bevege seg fra A til D?

d På hvor mange måter kan mauren bevege seg fra A til E?

e Lag en hypotese over hvordan antall muligheter øker når avstanden øker. Test hypotesen ved å telle hvor mange måter mauren kan bevege seg fra A til F på.

f Finn ut, uten å telle, på hvor mange måter mauren kan bevege seg fra A til Å.

Figur 4.35: Oppgave 2.104 a, b, c, d og e i Maximum 10 er kategorisert som lav-P

Oppgavene a-d er forholdvis like oppgaver. Her skal elevene telle seg frem til måter mauren kan bevege seg fra A og til de påfølgende bokstavpunktene. Elevene må følge oppskriften gitt i oppgaveteksten. Vi har kategorisert alle disse til *lav-P*, fordi det foreligger liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan. I disse oppgavene er fokuset å finne det rette svaret, og de har ikke en sammenheng med underliggende matematiske konsepter eller ideer. I oppgave e skal eleven lage en hypotese basert på det mønstret de har kommet frem til gjennom å løse oppgave a-d, for så å teste hypotesen ved å telle fra A-F. Denne oppgaven har vi også kategorisert til *lav-P*, siden oppgavene i forkant i stor grad impliserer til en passende hypotese. Oppgavene fra a-e kan sees på som steg på veien til oppgave f. Det krever høy kognitiv innsats for å løse den oppgaven og elevene må i stor grad analyserer og utforsker oppgavens rammer for å finne en løsning. Vi har derfor kategorisert oppgavene a-e som del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav.

4.3.2 Oppgaver med lavere kognitive nivåkrav

Det andre funnet vi gjorde når vi analyserte de 34 utvalgte grubleoppgavene, var at 13 av oppgavene rett og slett kun krevde lav grad av kognitiv innsats. Alle de 13 grubleoppgavene var kategorisert som *lav-P*. Dette skyldtes at elevene tidligere i kapitlene hadde løst tilsvarende oppgaver eller på grunn av gitte løsningsforslag i eksempler i de respektive kapitlene. I Maximum var det fem slike grubleoppgaver, fordelt mellom Maximum 8, Maximum 9 og Maximum 10. I Faktor var det syv stykk, fordelt mellom Faktor 8 og Faktor 10. Nedenfor presenterer vi ett eksempel fra hver av de representerte lærebøkene.

4.3.2.1 Grubleoppgaver kategorisert som *lav-P* i Faktor

Oppgave 3, fra kapittel 2 Brøk, i Faktor 8 er kategorisert som *lav-P*. Elevene skal i denne oppgaven benytte seg av kalkulator. Umiddelbart kan man tenke seg at oppgaven burde vært kategorisert som *lav-H*. Men siden eleven må se etter et spesifikt mønster, noe som krever mer enn å bare gjengi og reprodusere slik det står definert under *lav-H*, har vi vurdert oppgaven til å være *lav-P*.


3 Bruk kalkulatoren og divider 1, 2, 3... osv. på 11.
Hva slags mønster finner du?

Figur 4.36: Oppgave 2 i Faktor 8 er kategorisert som lav-P

Siden oppgaven ikke etterspør noen forklaring eller videre begrunnelse for det eventuelle mønstret eleven finner, har ikke oppgaven noen kobling mot andre matematiske konsepter og ideer. Vi mener derfor oppgaven kun har fokus på å finne svarene, heller enn å utvikle den matematiske forståelsen. Det er også liten tvil om hva eleven skal gjøre og hvorfor. Vi har derfor kategorisert denne oppgaven som en oppgave med lave kognitive nivåkrav.

Oppgave 7, fra kapittel 1 Tall og algebra, i Faktor 10 er også kategorisert som *lav-P*. Denne oppgaven minner mye om oppgaven som er presentert over. Elevene skal dividere tall med 7, og finne ut hvordan svaret endrer seg. Også her handler det om at elevene skal finne et mønster.

7 Vi dividerer 1 og 2 med 7:

$\frac{1}{7} = 0{,}142857\ldots$ $\frac{2}{7} = 0{,}285714\ldots$

Divider flere tall med 7, og finn ut hvordan svaret endrer seg.

Figur 4.37: Oppgave 7 i Faktor 10 er kategorisert som lav-P

Oppgaven krever imidlertid ikke at elevene for eksempel skal forklare hvorfor det er slik. Fokuset er på å finne svarene og sammenligne dem. Dette krever liten grav av kognitiv innsats, og derfor har denne oppgaven blitt kategorisert som *lav-P*.

4.3.2.2 Grubleoppgaver kategorisert som *lav-P* i Maximum

Figuren under viser oppgave 2.130, fra kapittel 2 Geometri, i Maximum 8. I denne oppgaven er a-oppgaven kategorisert som høyt kognitivt nivåkrav, mens b-oppgaven er kategorisert som *lav-P*.

2.130 Avstanden fra Auds hus til kirka er dobbelt så lang som avstanden fra Auds hus til skolen.

a Tegn punktene K og S med avstand 9 cm. K er kirka, og S er skolen. Bruk passeren til å finne minst åtte punkter der Auds hus kan ligge.

b Hvilken geometrisk figur ser det ut som punktene i a danner?

Figur 4.38: Oppgave 2.130 b i Maximum 8 er kategorisert som lav-P

I denne oppgaven må elevene først løse en oppgave av høyt kognitivt nivåkrav. Deretter skal de i b-oppgaven, gjenkjenne den geometriske figuren som punktene i a danner. Tidligere i dette kapitlet har elevene jobbet med mange ulike geometriske figurer, og det krever derfor lav kognitiv innsats å gjenkjenne en figur.

Figuren under viser oppgave 1.150, fra kapittel 1 Tallregning, i Maximum 9.

1.150 En kirkeklokke bruker tre sekunder på å slå tre slag klokka tre.

Hvor mange sekunder bruker den samme kirkeklokka på å slå seks slag klokka seks?

Figur 4.39: Oppgave 1.150 i Maximum 9 er kategorisert som lav-P

Oppgaven består ikke av flere deler og er av flere grunner kategorisert som *lav-P*. Fokuset i oppgaven er å finne det rette svaret, heller enn å utvikle elevens matematiske forståelse. Det kreves begrenset bruk av kognitiv aktivitet å løse oppgaven, og den har heller ingen sammenheng med andre konsepter eller matematiske ideer som ligger til grunn for prosedyren som anvendes. Siden oppgaven er enkeltstående og ikke del av en oppgave med høye kognitive nivåkrav, ble den kategorisert som en oppgave med lave kognitive krav.

Bildet under viser oppgave 2.102, fra kapittel 2 Geometri og design, i Maximum 10. Denne oppgaven ble også kategorisert som *lav-P* og har en rekke likhetstrekk med oppgaven vist ovenfor.

2.102 En larve eter seg gjennom et fem binds leksikon som står i bokhylla. Den eter seg fra første side i bind 1 til siste side i bind 5. Hver av bøkene er 4 cm tykke.

Hvor mange centimeter eter larven seg gjennom?

Figur 4.40: Oppgave 2.102 i Maximum 10 er kategorisert som lav-P

Oppgaven i seg selv er enkelt forklart, og eleven kan løse den ved å for eksempel bruke multiplikasjonsalgoritmen eller ved å lage en enkel tegning og deretter stegtelle. Det kreves kun begrenset kognitiv aktivitet for å løse oppgaven, og det foreligger liten tvil om hva og hvordan oppgaven kan løses. Den har heller ingen sammenheng med matematiske konsepter og ideer som ligger til grunn for prosedyren. Oppgaven er enkeltstående og er altså ikke en del av en annen oppgave med høye kognitive nivåkrav. Oppgaven er derfor en oppgave med lave kognitive nivåkrav.

5 Diskusjon

I denne delen vil vi først diskutere hovedtrekk for bøkene totalt, deretter likheter og forskjeller mellom bokseriene, og til slutt funn i de ulike samlebetegnelsene. I tillegg diskuterer vi hvordan man kan øke muligheten for å møte på kognitive utfordringer i oppgaver.

5.1 Generelle funn

5.1.1 Hovedtrekk

En meget stor andel oppgaver havnet inn under kategorien *svar* i rammeverket *Type of Response*. Hele 93,2% av det totale antall oppgaver havnet her. Våre funn viste også forekomster av kategorien *forklaring* og *begrunnelse,* henholdsvis 5,5% og 1,3% totalt. En stor overvekt av oppgavene ble kategorisert som oppgaver med lavere kognitive nivåkrav, totalt 73,7%. De resterende 26,3% var oppgaver med høyere kognitive nivåkrav. Mer spesifikt var det totalt 6,7% av oppgavene som ble kategorisert som *lav-H*, 67% som ble kategorisert som *lav-P*, 22,1% som ble kategorisert som *høy-P* og 4,2% av oppgavene som ble kategorisert som *høy-M*. Funnene våre viste også en sammenheng mellom hvilke typer svar som kreves og hvor kognitivt krevende oppgavene er. Kategoriene *forklaring* og *begrunnelse* forekom oftere i oppgaver med høyere kognitive nivåkrav og dette er en trend vi kan se gjennom hele undersøkelsen.

En rekke tidligere studier viser at vestlige lærebøker i mange tilfeller har en overvekt av oppgaver med lavere kognitive nivåkrav, og dermed har et større fokus på isolerte fakta og prosedyrekunnskap (Charalambous m.fl., 2010; Jones & Tarr, 2007; Mayer m.fl., 1995; Zhu & Fan, 2006). Forskning på lærebøker fra østlige land viser at det er en overvekt av oppgaver med høyere kognitive nivåkrav (Charalambous m.fl., 2010; Mayer m.fl., 1995; Ubuz m.fl., 2010). Mayer m.fl. (1995) fant at Japans lærebøker i større grad hadde fokus på forklaringer, konseptuell kunnskap og problemløsning sammenlignet med USA, noe som kan relateres til oppgaver med høyere kognitive nivåkrav. I Zhu og Fan (2006) sin undersøkelse ble det konkludert med at oppgavenes problemer var langt mer utfordrende i Kinas lærebøker sammenlignet med lærebøker fra USA. Zhu og Fans (2006) kategorisering av oppgavenes problemer kan relateres til lavere og høyere kognitive nivåkrav. Dermed viser også deres funn skillet mellom vestlige og østlige lands lærebøker med tanke på kognitive nivåkrav.

Vår undersøkelse indikerer at norske lærebøker også har en overvekt av lavere kognitive nivåkrav, i likhet med andre vestlige lands lærebøker. Våre funn samsvarer i stor grad med tidligere forskning. Når det gjelder *Type of Response* viser våre funn, sammenlignet med studien til Charalambous m.fl. (2010), at de norske lærebøkene har en høyere forekomst av *forklaring* og *begrunnelse* enn Kypros og Irland, men ikke så høy prosentandel som i lærebøkene fra Taiwan. Imidlertid er det verdt å påpeke at ingen av lærebøkene Charalambous m.fl. (2010) kategoriserte krevde *begrunnelse*.

En fordel med oppgaver med høyere kognitive nivåkrav, er at slike oppgaver gir elevene muligheten til å utvikle logisk tankegang, vurdere ulike tilnærminger, argumentere for valg av løsningsmetoder og gyldigheten til svar og bruk av matematiske begreper (Schoenfeld, 1992, 2007; Stein m.fl., 1996). Slike kunnskaper og ferdigheter vil øke elevers adaptive resonnering. Sammenhengen mellom høyere grad av kognitive nivåkrav og type svar viser til at oppgaver som er mer kognitivt krevende oftere stiller krav til at eleven forklarer eller begrunner svaret sitt. Innenfor *høy-M* er 17% forklaring og 12% begrunnelse. Innenfor *høy-P* er samme fordeling henholdsvis 10% og 3%. *Lav-P* og *lav-H* har henholdsvis kun 4% og 2% forklaring og ingen begrunnelse. Ifølge Kilpatrick m.fl. (2001) gir oppgaver der eleven skal vurdere gyldigheten til svar et større utbytte når det kommer til å utvikle adaptiv resonnering. Oppgaver med kategorien *høy-M* vil styrke elevenes evne til å vurdere løsningsmetoder og teste dem ut blant annet fordi det som kjennetegner *høy-M* oppgaver er at de krever stor grad av selvregulering og utforskning av matematikk. Ut ifra dette kan vi se at *høy-M* og begrunnelse er den kategorikombinasjonen som er best egnet i utviklingen av adaptiv resonnering.

73,7% av oppgavene ble kategorisert til lavere kognitive nivåkrav. Definisjonene til kategoriene *lav-H* og *lav-P* har klare sammenhenger med Skemps (1978) instrumentelle forståelse og Hiebert og Levfres (1986) prosedyrekunnskap lært gjennom *rote learning*. Ifølge Skemp (1978) er den instrumentelle forståelsen uønsket fordi han mener at dette gir eleven et en kortvarig og begrenset matematisk forståelse. Hiebert og Levfre (1986) sier derimot at det å utvikle prosedyrekunnskap, sammen med konseptuell kunnskap, vil gi elevene en god og langvarig matematisk forståelse. På grunn av at en så stor andel av oppgavene er lavere kognitivt krevende bygger begge bøkene i stor grad opp om elevenes prosedyrekunnskap.

Schoenfeld (1992) og Stein m.fl. (1996) sier blant annet at for at elever skal kunne utvikle matematisk kompetanse må de møte på aktiviteter som krever mer enn å huske bestemte regler eller algoritmer. Dette har spesielt fellestrekk med Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd konseptuell kunnskap. Vår studie viser at 26,3% av det totale antall oppgaver er oppgaver som utvikler denne typen kompetanse. I tillegg bør elever møte rike oppgaver, i Stein m.fl. (1996) forstand, der gyldigheten av algoritmer og løsninger må vurderes for å utvikle en velutviklet matematisk kompetanse. Dette gjør elevene i liten grad gjennom oppgavene vi har analysert. Både oppgavenes kognitive nivåkrav og oppgavens krav til type svar spiller inn på elevenes mulighet til å utvikle konseptuelle kunnskap og er avgjørende for at elevers fullstendige matematiske kompetanse skal utvikles. Kilpatrick m.fl. (2001) argumenterer for at deres modell over matematisk kompetanse er en sammensatt modell der alle trådene bør utvikles samtidig for å oppnå en fullstendig form for matematisk kompetanse. I tilfeller der enkelte tråder uteblir, kan elevenes helhetlige matematiske kompetanse svekkes.

5.1.2 Likheter og forskjeller mellom lærebøkene

Vår horisontale analyse viser at Maximum totalt har 5023 oppgaver fordelt på 869 sider og Faktor har 3843 oppgaver fordelt på 924 sider. Dette gir Maximum en oppgavetetthet på 5,78 oppgaver per side, mens Faktor har 4,16 oppgaver per side. Dette kan indikere at Faktor bruker mer plass på eksempler, teori og illustrasjoner enn Maximum.

Gjennom den vertikale analysen så vi at det var like tendenser mellom lærebokseriene, men også noen forskjeller. 97% av oppgavene ble kategorisert som *svar* i Faktor og 90% i Maximum. 3 % av oppgavene i Faktor krevde *forklaring*, mens 0,4% krevde *begrunnelse*. I Maximum var tilsvarende fordeling 8% og 2%. Fordelingen av lavere kognitive nivåkrav i Faktor og Maximum var henholdsvis 81% og 68%. Det vil si at kun 19% av oppgavene i Faktor og 32% av oppgavene i Maximum var kategorisert som høyere kognitive nivåkrav. Mer presist var fordelingen innad i de fire kognitive nivåkravene slik i Faktor: 9% *lav-H*, 72% *lav-P*, 16% *høy-P* og 3% *høy-M*. I Maximum var fordelingen slik: 5% *lav-H*, 63% *lav-P*, 27% *høy-P* og 5% *høy-M*.

I vår undersøkelse har vi blant annet sett på hvilke kognitive krav oppgavene i lærebøkene stiller elevene. Oppgaver som krever lavere kognitive nivåkrav stimulerer til en annen type tenkning enn det oppgaver med høyere kognitive nivåkrav gjør (Stein m.fl., 2000). Som tallene over viser krevde 73,7% av oppgavene lavere kognitive nivåkrav, henholdsvis 81% i Faktor og 68% i Maximum. I Nicely (1985) og Nicely m.fl. (1986) sine studier ble det hevdet at lærebøkene i seg selv ikke er nok for å engasjere elevene i høyere-orden tenkning fordi oppgavene ofte ligger på et lavere kognitivt nivå. Oppgaver med høyere kognitive nivåkrav, kan vi tenke oss til vil engasjere elevene i høyere-orden tenkning. Våre funn indikerer dermed at lærebøkenes oppgaver i liten grad engasjerer elevene til en slik type tenkning, ettersom at oppgaver med høyere kognitive nivåkrav totalt kun forekom i 19% av tilfellene i Faktor og i 32% av tilfellene i Maximum.

Resultatene fra to norske masteroppgaver samsvare i stor grad med våre funn. Johnsen og Storaas (2015) fant ut at 90,2% av oppgavene i den eldre utgaven av læreverket Faktor hadde lavere kognitive nivåkrav. Sammenlignet med våre funn for den nyeste utgaven av Faktor, hvor 81% av oppgavene hadde lavere kognitive nivåkrav. Bergheim (2017) undersøkte tre norske lærebøker på 8.trinn, blant annet Faktor 8 og Maximum 8 som også vi har med i vårt utvalg. Han fant ut at 90% av oppgavene i Faktor 8 hadde lavere kognitive nivåkrav og 83% i Maximum 8. Våre respektive funn var 84% og 78%. De små forskjellene i prosentandelene kan forklares ved at utvalget vårt varierer noe i fra de respektive masteroppgavene sine utvalg. Rammeverkene vi har brukt er også noe ulikt, så selv om vi alle blant annet har benyttet oss av *Task Analysis Guide* kan våre definisjoner og oppfattelse av kategoriene ha innvirkning på resultatene.

På samme måte som at det er en sammenheng mellom oppgaver med lavere kognitive nivåkrav og instrumentell forståelse og prosedyrekunnskap, er det en sammenheng mellom oppgaver med høyere kognitive nivåkrav og relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap. Ut ifra definisjonene av kategoriene i *Task Analysis Guide* vil oppgaver med lavere kognitive nivåkrav gi uttrykk for at slike oppgaver har fokus på å finne det riktige svaret, uten å nødvendigvis gi eleven en forståelse av underliggende matematiske konsepter og sammenhenger. Våre definisjoner av oppgaver med høyere kognitive nivåkrav ha fokus på underliggende matematiske ideer og sammenhenger, noe som er grunnleggende i konseptuell kunnskap. En slik forståelse kaller Skemp (1978) for relasjonell, og det er likhetstrekk mellom denne typen forståelse og Hiebert og Levfre (1986) sin konseptuelle forståelse. Begge argumenterer for at en slik forståelse gir eleven en langvarig og mer fleksibel beherskelse av matematikk. Med bakgrunn i dette følger dermed et spørsmål om hvorfor kun 19% av oppgavene i Faktor og 32% av oppgavene i Maximum er høyere kognitivt krevende. Hiebert og Levfre (1986) gir uttrykk for at det er en sammenheng mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap. En kombinasjon av disse typene kunnskap vil kunne øke elevens fullstendige matematiske forståelse og ut ifra dette vil Maximum egne seg bedre på grunn av dens noe mer balanserte fordeling. Tidligere studier viser imidlertid at det er nødvendig med jevnlige kognitive utfordringer for at elevene skal utvikle en helhetlig matematisk kompetanse (Jonsson m.fl., 2014; Stein m.fl., 2000). Dette vil si at det er å fortrekke at om lag halvparten av oppgavene i lærebøkene har høyere kognitive nivåkrav. Dette indikerer at verken oppgavene i Faktor eller Maximum gir tilstrekkelige muligheter for elvene til å utvikle en helhetlig matematiske kompetanse.

5.2 Funn i samlebetegnelsene

5.2.1 Ordinære oppgaver og øvingsoppgaver

De ordinære oppgavene tilsvarte 70% av det totale antall analyserte oppgaver, og 76% av disse oppgavene hadde lavere kognitive nivåkrav. I Faktor var 87% av de ordinære oppgavene lavere kognitivt krevende og i Maximum var det 72%.

Øvingsoppgavene tilsvarer 17% av det totale antall oppgaver og her er 82% av oppgavene lavere kognitivt krevende. I Faktor var 93% av oppgavene lavere kognitivt krevende, og i Maximum er det 74%. En forklaring på en så høy andel oppgaver med lavere kognitive krav kan være at øvingsoppgavene er en repetisjon av allerede presentert teori og løste oppgaver. Som nevnt passer oppgaver med lavere kognitive nivåkrav godt når elevene skal repetere (Stein & Smith, 1998) og dette var i samsvar med våre forventninger til det kognitive nivået på øvingsoppgavene.

Med tanke på at lærebøkene i stor grad består av de ordinære oppgavene og øvingsoppgaver, som igjen har en stor overvekt av lavere kognitive nivåkrav, vil elevene bli godt trent i bruk av ulike prosedyrer. Det som kjennetegner oppgaver med lavere kognitive nivåkrav, ifølge vårt rammeverk, er blant annet at oppgavene ikke har noen tilknytning til underliggende matematiske ideer og at oppgavene ikke har som formål å utvikle matematisk forståelse. Det er derfor grunn til å tro at elevene vil være i stand til å se hvilke prosedyrer som skal brukes på ulike oppgaver og dermed utvikle god prosedyreflyt. Imidlertid viste studien til Boaler (1998) at elevene ved Phoenix Park, skolen hvor elevene jobbet med åpne og kognitivt utfordrende matematikkoppgaver, presterte bedre i tester der rutinemessige prosedyrer kunne anvendes, selv om elevene ved Amber Hill i større grad hadde jobbet med disse. Dette indikerer at oppgaver med høyere kognitive nivåkrav utvikler prosedyreflyten bedre, enn oppgaver med lavere kognitive nivåkrav gjør. Elevene vil i tillegg i svært liten grad få muligheten til å utvikle konseptuell forståelse, strategisk kompetanse og evnene til adaptiv resonnering gjennom de ordinære oppgavene og øvingsoppgavene. Våre funn viser at

Maximum i litt større grad legger opp til at elevene får utviklet en mer helhetlig matematisk kompetanse sammenlignet med Faktor.

National Council of Teachers of Mathematics (2000) argumenterer for at det er matematikkoppgavene som formidler hva «det å gjøre matematikk» er for elevene. Når en stor del av oppgavene i matematikkbøkene på ungdomstrinnet er oppgaver der elevene trener på bruk av algoritmer vil elevers oppfatning av det å gjøre matematikk bli preget av dette. Vi mener at elevenes engasjement for matematikk, som Kilpatrick m.fl. (2001) kaller for *productive disposition*, vil kunne ta skade av en overrepresentasjon av øving på uavhengige prosedyrer i og med at elevene risikerer å se matematikk som isolerte meningsløse fakta i henhold til den første dimensjonen i TRU Math rammeverket. Denne antakelsen kan også støttes opp av forskning. Boaler (1998) sin studie viste at elevene med Amber Hill, skolen som fokuserte på enkle rutineoppgaver og tradisjonell lærer- og lærebokstyrt undervisning, kjedet seg og var svært lite engasjert i undervisningen. I tillegg forsto ikke elevene det de arbeidet med i undervisningen og dermed virket matematikken meningsløs.

5.2.2 Utfordringsoppgaver og grubleoppgaver

Vi velger å diskutere utfordringsoppgavene og grubleoppgavene i samme kapittel. Begge disse samlebetegnelsene hadde relativt mange oppgaver med høyere kognitive nivåkrav sammenlignet med de andre samlebetegnelsene.

Blant utfordringsoppgavene var 52% av oppgavene høyere kognitivt krevende. Sammenlignet med både de ordinære oppgavene og øvingsoppgavene er dette en forbedring. Imidlertid mener vi det er bemerkelsesverdig at hele 48% av utfordringsoppgavene var av lavere kognitive nivåkrav, fordi oppgaver som eksplisitt er betegnet som utfordrende bør ha en betydelig overvekt av høyere kognitive nivåkrav. Maximum sier som sagt at oppgaver som er merket med Grønn er oppgaver som ofte krever høyere refleksjonsnivå og Faktor sier at Utfordrende oppgaver er oppgaver som krever mer. En forklaring på hvorfor det er en såpass høy andel av oppgaver med lavere kognitive nivåkrav, kan være at oppgavene kun er regneteknisk vanskeligere. Dette betyr ikke nødvendigvis at oppgaven er mer kognitivt utfordrende (Schoenfeld, 1985).

Utfordringsoppgavene utgjør 11% av det totale antall oppgaver. Dette er en forholdsvis liten del og som sagt er om lag kun halvparten av disse høyere kognitivt krevende. Hvis for eksempel alle disse oppgavene hadde vært høyere kognitivt krevende ville bøkene gitt elevene flere muligheter til å møte på kognitive utfordringer. En mer jevn fordeling mellom høyere og lavere kognitivt krevende oppgaver ville igjen bygget opp elevenes konseptuelle kunnskap og prosedyrekunnskap, og dermed øke elevens fullstendige matematiske forståelse (Jonsson m.fl., 2014). Dette forekommer likevel kun i utfordringsoppgavene.

Elevenes strategiske kompetanse blir styrket gjennom oppgaver med høyere kognitive nivåkrav fordi de må øve seg på ulike tilnærminger og vurdere sine svar (Kilpatrick m.fl., 2001). Vi fant ut at de kognitive nivåkravene økte etter vanskelighetsgrad i Maximums differensieringsmodell. Våre funn stemmer overens med det Maximum sier om at oppgaver som er merket Grønn oftere krever et høyere refleksjonsnivå. Disse grønne oppgavene er en del av samlebetegnelsen utfordringsoppgaver, og gir elevene i større grad muligheten til å utvikle sin strategiske kompetanse enn oppgaver merket med Blå og Gul.

Grubleoppgavene er omtalt som problemløsningsoppgaver i begge læreverk. Problemløsningsoppgaver skal være et matematisk problem der eleven må vise kreativitet for å løse oppgaver der fremgangsmåten ikke er åpenbar (Mayer, 1992). Problemløsningsoppgaver utvikler elevenes strategiske kompetanse i og med at eleven får øvelse på å formulere matematiske problemer, representere dem og løse dem. Slike oppgaver skaper *productive struggle* og kan føre til en dypere matematisk kompetanse. For det første er det kun 3% av det totale antall oppgaver som er grubleoppgaver i utvalget vårt. Dette synes vi var lite i og med at elever bør møte problemløsningsoppgaver regelmessig (Schoenfeld, 1992). Riktignok er ikke alle problemløsningsoppgaver et problem for hver elev, og noen elever vil kanskje finne oppgaver som ikke eksplisitt er betegnet som en problemløsningsoppgave som problematisk. Dette kan derimot ikke vår undersøkelse fange opp.

Våre funn viser at grubleoppgaver i stor grad krever at elevene kun gir et svar. Totalt 23 % og 12% for henholdsvis Faktor og Maximum krever *forklaring* eller *begrunnelse*. 92% av Faktors og 75% av Maximums grubleoppgaver er høyere kognitivt krevende. Vi kan se at Faktor har høyere andel av *forklaring* og *begrunnelse* enn Maximum, noe som kan være en forklaring på Faktors relativt store andel av oppgaver med høyere kognitive nivåkrav. Om lag halvparten av grubleoppgavene er *høy-M*. Kriteriene for *høy-M* har fellestrekk med begrepet *productive struggle*. *Productive struggle* betyr at elevene må legge ned høy innsats for å løse en oppgave, og et av punktene i definisjonen av *høy-M* sier at oppgavene krever høy grad av kognitiv innsats. Oppgaver som tilhører kategorien *høy-M* krever også kompleks og ikke-algoritmisk tenkning og i slike oppgaver finnes det ingen innøvd eller forutsigbar tilnærming.

Denne definisjonen har også klare og tydelige fellestrekk med Mayer (1992) sin definisjon av problemløsning. Ifølge Mayer er problemløsning en kognitiv prosess der problemløseren må ta i bruk kreative metoder for å løse oppgaven siden det ikke er en gitt metode som åpenbart er den beste eller den rette. Vi mener derfor at det bør forekomme en klar overrepresentasjon av *høy-M* i grubleoppgavene, noe det ikke gjør. Likevel ser vi positivt på at det forekommer en stor andel *høy-P* i tillegg til *høy-M* i grubleoppgavene fordi vi anser også oppgaver kategorisert som *høy-P* som kognitivt utfordrende oppgaver.

I den kvalitative tilleggsanalysen tok vi for oss 34 av oppgavene som forfatterne selv betegner som problemløsningsoppgaver. Grunnen til at nettopp disse oppgavene ble valgt ut var at disse oppgavene fikk kategoriene *lav-H* eller *lav-P* samtidig som de hørte til under grubleoppgaver. Funnene våre viser at 21 av disse oppgavene var *oppgaver som var del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav* og de resterende 13 oppgavene var *oppgaver som rett og slett bare var lavere kognitivt krevende*.

De 21 oppgavene vi kategoriserte som en oppgave som var del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav forekom trolig fordi vi gjorde et valg om å kategorisere hver enkelt deloppgave som én oppgave i seg selv. Dermed har deloppgaver, som er del av en større oppgave, i enkelte tilfeller blitt kategorisert som *lav-H* eller *lav-P*.

Det vi ser fra våre funn, er at oppgavene kategorisert som *lav-H* og *lav-P* er deloppgaver som skal fungere som forarbeid på veien til å løse de mer kognitivt utfordrende oppgavene. I enkelte tilfeller har også disse deloppgavene kategorisert som *lav-H* og *lav-P* vært oppgaver hvor elevene skal sammenligne sine løsninger med andre elevers løsninger, noe som kan tenkes at skal lede til matematiske diskusjoner. Dette er imidlertid ikke noe vi kan si med sikkerhet, siden designet på vår undersøkelse ikke kan fange dette opp.

Funnene vi har gjort viser at noen oppgaver består både av deloppgaver med lavere kognitive nivåkrav og høyere kognitive nivåkrav. Dette mener vi kan relateres til Pólya (1990) sin 4-stegsmodell for problemløsning. I steg 1 i Pólya (1990) sin modell er formålet at elevene skal forstå problemet og hva som kreves for å løse den. I steg 2 skal elevene lage en plan for hvordan de skal løse oppgaven. Steg 3 innebærer å utføre planen og i steg 4 skal eleven se tilbake på den endelige løsningen og evaluere og diskutere den. Oppgavene som vi har vist som eksempel i kapittel 4.3.1 Oppgaver som er del av en oppgave med høyere kognitive nivåkrav, har allerede utarbeidet disse stegene gjennom deloppgavene. Alle de fire stegene forekommer imidlertid ikke i alle de viste eksemplene, enkelte innehar kun noen av dem. De deloppgavene som fungerer som *hint* til eleven og som i de fleste tilfeller er kategorisert som *lav-H* eller *lav-P*, kan vi tenke oss til at skal hjelpe elevene med å forstå problemet, altså steg 1 i Pólya sin modell. Disse oppgavene kan vi også tenke oss til at er oppgaver som må løses for å klare å løse den mer kognitivt utfordrende oppgaven, altså gir disse oppgavene elevene en plan som er steg 2 i modellen. Ved å løse de lavere kognitivt krevende oppgavene, vil arbeidet med den kognitivt utfordrende oppgaven gå enklere, og elevene klarer på den måten å gjennomføre planen, altså steg 3 i Pólya sin modell. I enkelte av eksemplene vi har vist skal elevene til slutt evaluere løsningen og eventuelt sammenligne og diskutere det med medelever, noe som tilsvarer steg 4 i modellen.

13 av grubleoppgavene fra den kvalitative tilleggsanalysen er som nevnt bare rett og slett lavere kognitivt krevende. Spørsmålet vi da kan stille er hvorfor disse oppgavene i det hele tatt blir betegnet, ifølge forfatterne av lærebøkene selv, som problemløsningsoppgaver? TIMSS internasjonale rapport fra 2011 viser at 97% av elevene oppgir at læreren benytter seg av læreboka i undervisningen (Mullis m.fl., 2012). Dersom lærerne ikke har et kritisk blikk på oppgavene lærebøkene betegner som problemløsningsoppgaver, vil læreren kunne gå ut i fra at dette er oppgaver som støtter opp om meningsfulle koblinger mellom fremgangsmåter, begreper og kontekster, og gir muligheter til å engasjere seg i viktige arbeidsformer som resonnering og problemløsning (Schoenfeld m.fl., 2014). I 13 av tilfellene ser vi at oppgavene imidlertid ikke bidrar til dette, men at de heller er ufokuserte og ferdighetsrettet i henhold til TRU Math sitt rammeverk (Schoenfeld m.fl., 2014).

Som nevnt har Maximum en differensieringsmodell der de har merket oppgavene med Blå, Gul og Grønn, der Blå er enklest og Grønn er vanskeligst. Et funn vi gjorde i forhold til dette, var at fem av de seks grubleoppgavene fra Maximum som var kategorisert til at de rett og slett bare krever lavere kognitive nivåkrav var merket med Blå. Forskning viser at det er svært viktig at elever får engasjere seg i kognitivt utfordrende oppgaver, fordi det har stor innvirkning på deres utvikling av matematisk kompetanse (Jonsson m.fl., 2014; Stein m.fl., 2000). Resultatene fra Jonsson m.fl. (2014) sin studie viser også at CMR-tilnærming, det vil si oppgaver der løsningsforslag og prosedyre ikke presenteres i forkant, hadde positiv innvirkning på elever med lavere kognitive ferdigheter. CMR-tilnærmingen mener vi kan relateres til oppgaver som vi har kategorisert at har høyere kognitive nivåkrav, fordi disse oppgavene ikke dirkete kan løses ved å bruke en gitt prosedyre.

5.2.3 Ulike tema

Vår oppdeling av oppgavene i tema har gitt oss ulike funn, og her vil vi ta for oss de mest interessante funnene. Blant annet er fordelingen av *Type of Response* nokså lik mellom alle temaene, med unntak av at funksjoner krever mest forklaring eller begrunnelse. Denne andelen er på 11%. Brøk og prosent og økonomi krever kun 3% forklaring og begrunnelse, og algebra og likninger krever 4%. Denne fordelingen har en viss samvariasjon med fordelingen av kognitive nivåkrav, der fordelingen av høyere kognitive nivåkrav for funksjoner; brøk og prosent; økonomi; algebra og likninger henholdsvis er 46%, 16%, 31% og 19%. Funksjoner er det temaet med størst andel av høyere kognitivt krevende oppgaver og deretter kommer statistikk og sannsynlighet. Det kan tenkes at funksjoner er mer kognitivt krevende fordi det er et sammensatt tema, der mange av de andre temaene inngår. Kieran (2007) viser for eksempel til at kunnskap som kan tilegnes gjennom algebra har ulike kilder. I og med at funksjoner blant annet består av ulike representasjoner av algebra, bruken av algebraiske symboler og ofte har en kontekst, ser vi at funksjoner er et sammensatt tema.

Statistikk og sannsynlighet har 28% av *høy-P* og 8% *høy-M*. Dette temaet har høyest andel *høy-M* og tredje høyest andel *høy-P*. I rapporten «*vi kan lykkes i realfag*» (Bergem, Kaarstein & Nilsen, 2016) etter TIMSS 2015 vises det at norske elever på 9. trinn skårer bra på emneområdet statistikk og trenden går oppover fra 2007 til 2015. Her ser vi en sammenheng mellom skår på en internasjonal test og kognitive nivåkrav i lærebøkene. Denne sammenhengen er ikke nødvendigvis en kausalitet, særlig fordi mange av lærebøkene vi har analysert i denne undersøkelsen er redigert og utgitt i 2015, altså etter forrige TIMSS undersøkelse. I tillegg har TIMSS en emneoppdeling på fire: algebra, statistikk, tall og geometri, og denne inndelingen er forskjellig fra vår inndeling. Dette må derfor tas forbehold om, men vi vil likevel peke på denne sammenhengen.

Temaet algebra og likninger er det temaet der de kognitive nivåkravene er nest lavest i vår undersøkelse. Kun 19% av oppgavene er høyere kognitivt krevende. Også innenfor dette temaet kan vi se en sammenheng mellom kognitive nivåkrav og resultatene i TIMSS (Bergem m.fl., 2016). Norske elever skårer relativt, til både andre land og andre emner, dårlig på emneområdet algebra. Igjen påpeker vi denne sammenhengen med de forbehold som er nevnt over. Norske elevers prestasjoner på emneområdet algebra økte fra 2007 til 2011, men sank igjen fra 2011 til 2015.

5.3 Hvordan øke muligheten for kognitive utfordringer i oppgaver?

Funnene våre fra denne undersøkelsen viser en tydelig overvekt av lavere kognitivt krevende oppgaver. Her vil vi kort diskutere tiltak lærebøkene kan gjøre for å øke de kognitive kravene i oppgavene. I denne delen tar vi utgangspunkt i funnen fra de ordinære oppgavene, siden den samlebetegnelsen står for flesteparten av oppgavene vi har kategorisert i lærebøkene Faktor og Maximum.

Vi har sett at Maximum har høyere forekomst av *forklaring* og *begrunnelse* i sine ordinære oppgaver og lavere prosentandel som krever lavere kognitive nivåkrav i forhold til Faktor. Dette kan indikere at når oppgaver i større grad krever at elevene skal forklare svaret eller fremgangsmåten de brukte for å komme til svaret, begrunne hvorfor fremgangsmåten som ble benyttet egner seg godt eller begrunne gyldigheten av svaret, vil det kunne bidra til et høyere kognitivt nivåkrav i oppgavene. Schoenfeld m.fl. (2014) hevder at det å måtte forklare eller argumentere for sine svar vil hjelpe elevene til å finne mening med matematikken. Dette vil igjen øke elevens matematiske forståelse fordi det å se meningen i matematikken fremmer en konseptuell forståelse. I tillegg påpeker Stein m.fl. (1996) at det ligger i kognitivt utfordrende oppgavers karakter at det forventes en vurdering, forklaring eller begrunnelse av selve løsningsmetoden eller svaret en kommer frem til. Med bakgrunn i våre funn og funn fra tidligere studier vil et tiltak til å øke de kognitive utfordringene i oppgaver være å i større grad ha oppgaver som krever forklaring eller begrunnelse.

Gjennom kodeprosessen var vi blant annet nødt til å ta hensyn til eksemplene som lærebøkene presenterte i forkant av oppgavene. Det er imidlertid viktig å påpeke at vi ikke har registrert noen systematisk data på eksemplene og teorien fra lærebøkene. Likevel mener vi at vi fikk en god oversikt over lærebøkenes oppbygning. Vi så at lærebøkene i stor grad fulgte et bestemt mønster, hvor de presenterte en eller flere løsningsmetoder med påfølgende oppgaver av samme karakter. Nedenfor vises et eksempel på dette fra læreboka Faktor 10:

Regel

I en ulikhet kan vi flytte et ledd over på motsatt side av ulikhetstegnet hvis vi samtidig skifter fortegn på leddet.

Vi kan også multiplisere eller dividere alle leddene med det samme *positive* tallet eller bokstavuttrykket.

Eksempel 4.10

Løs ulikheten:

$2x + 3 < x + 5$

Løsning

$2x + 3 < x + 5$

$2x < x + 5 - 3$ *Vi flytter 3 over til høyre side og forandrer fortegnet.*

$2x - x < 2$ *Vi flytter x over til venstre side og forandrer fortegnet.*

$\underline{\underline{x < 2}}$

Oppgaver

4.37 Løs ulikhetene.

a) $x + 4 > 7$ c) $x - 4 < 13$

b) $x + 10 > 15$ d) $x - 9 < 21$

4.38 Løs ulikhetene.

a) $2x + 4 > x + 7$

b) $3x - 7 > 2x + 1$

c) $4x - 4 < 3x - 3$

d) $3x + 2x + 2 < 12 + 4x$

4.39 Løs ulikhetene.

a) $3x + 2 > x + 10$ c) $4x - 9 < x - 3$

b) $4x - 7 > 2x + 1$ d) $3x + 2x + 2 < 12 + x$

Figur 5.1: Eksempel på bøkenes typiske mønster av å presentere en løsningsmetode med påfølgende oppgaver (Hjardar & Pedersen, 2015, s. 166-167)

Dette mønstret var særlig gjeldende i Faktor, men opptrådte også i Maximum. Maximum varierte dette noe mer. De kunne starte et tema med en oppgave som satte tankevirksomheten i gang hos elevene, og disse oppgavene la ofte opp til at elevene måtte vurdere eller begrunne noe. Dette kan forklare hvorfor Faktor har en såpass høy prosentandel av oppgaver med lavere kognitive nivåkrav, mens Maximum har en noe mindre prosentandel. Dette kan relateres til dimensjon 2 i rammeverket TRU Math, hvor vi har argumentert med at eksemplene i lærebøkene også kan være for hjelpende og avklarende, slik at potensielt kognitivt utfordrende oppgaver ikke blir utfordrende. En studie gjennom ført av Jonsson m.fl. (2014) viser også at elevene lærer mer når de ikke får presentert en prosedyre eller et løsningsforslag i forkant av oppgaver.

6 Avslutning

I dette kapitlet vil vi besvare forskningsspørsmålet vårt og se på mulige veier for videre forskning og konsekvenser vår undersøkelse har for lærerprofesjonen.

6.1 Konklusjon

Så, *i hvilken grad får elevene kognitive utfordringer gjennom oppgavene som gis i de to mest brukte lærebøkene på ungdomskolen i Norge?*

1) *Hvilken grad av kognitive nivåkrav krever oppgavene?*
2) *Hvilke typer svar krever oppgavene?*

Til sammen var 73,7% av oppgavene vi kategoriserte lavere kognitivt krevende og dermed var 26,3% høyere kognitivt krevende. I Faktor var 81% av oppgavene lavere kognitivt krevende og i Maximum var det 68%. Maximum har dermed 13 prosentpoeng mindre oppgaver med lavere kognitive nivåkrav enn Faktor. 19% av Faktor og 32% av Maximum var høyere kognitivt krevende.

Særlig Faktor, men også Maximum gir elevene få muligheter til å møte på kognitivt utfordrende oppgaver. Dette kommer blant annet av at en veldig liten del av oppgavene ble kategorisert som *høy-M*. Det vil være mulig å anta at oppgaver under *høy-M* vil by på kognitive utfordringer for alle elevene som møter disse på det tidspunktet der de opptrer i lærebøkene. Oppgaver under *høy-P* vil mest sannsynlig også kunne by på kognitive utfordringer for mange, men her kan det kognitive nivået som kreves for å løse oppgaven være noe lavere. Oppgaver med lavere kognitive nivåkrav gir elevene minimal mulighet for å møte på kognitive utfordringer som igjen fører til svakere utvikling av matematisk kompetanse, slik Kilpatrick m.fl. (2001) definerer det. Med bakgrunn i dette vil vi si at norske lærebøker i stor grad har potensialet til å utvikle elevers prosedyreflyt, men i mindre grad gir elevene muligheter til å utvikle konseptuell kunnskap, strategisk kompetanse, adaptiv resonnering og engasjement. Oppgavene i de norske lærebøkene legger i stor grad vekt på at elevene må huske og anvende bestemte algoritmer, og dette er ikke tilstrekkelig for å utvikle elevenes helhetlige matematiske kompetanse (Schoenfeld, 1992; Stein m.fl., 2000)

Når det kommer til hvilke typer svar oppgavene krever var en kategori nesten enerådig. *Svar* gjorde opp 93,2% av alle oppgavene vi har kategorisert. Andelen forklaring og begrunnelse var henholdsvis 5,5% og 1,3%. Andelen av *Svar*, *Forklaring* og *Begrunnelse* i Faktor var henholdsvis 97%, 3% og 0,4% og i Maximum var fordelingen 90%, 8% og 2%. I og med at en så stor andel av oppgavene kun krever et svar begrenser dette hvor kognitivt utfordrende oppgavene kan være. Elever behøver i stor grad ikke å forklare fremgangsmåten, eller begrunne gyldigheten til svaret sitt. Å gjøre slike avveininger og å føre en argumentasjon for svaret sitt stiller høyere kognitive krav til elevene og kan dermed være til stor nytte når det kommer til å utvikle matematisk kompetanse (Schoenfeld m.fl., 2014).

Både innenfor *Type of Response* og *Task Analysis Guide* stiller Maximum høyere kognitive krav enn Faktor. Faktor har flere grubleoppgaver, som også kan omtales som problemløsningsoppgaver, og disse oppgavene stiller igjen generelt høyere kognitive krav til elevene enn det Maximums tilsvarende oppgaver gjør. Maximum er likevel bedre på å spre de mer kognitivt krevende oppgavene ut i de ordinære oppgavene, øvingsoppgavene og utfordringsoppgavene. Dette fører til at elevene mer jevnlig får muligheten til å møte på kognitive utfordringer i Maximum.

6.2 Veien videre og betydning for profesjon

Vårt forskningsspørsmål begrenser vårt utvalg i en viss grad. Som sagt ser vi på de to mest brukte læreverkene i Norge. En umiddelbar tanke for videre utforskning av kognitive utfordringer i norske læreverk er å gjøre en liknende undersøkelse av Aschehougs lærebokserie Nummer. Denne serien er også mye brukt i Norge og en analyse av denne vil kunne gi en bredere forståelse av kognitive utfordringer elevene i Norge møter. I tillegg vil en undersøkelse av oppgavebøkene i de ulike læreverkene også utfylle en slik oppfatning. En undersøkelse som inkluderer både grunnbøkene og oppgavebøkene til Maximum, Faktor og Nummer vil kunne gi et mer generaliserbart resultat med tanke på kognitive utfordringer læreverk tilbyr norske elever.

Gjennom vår undersøkelse har vi sett på oppgavene elevene møter slik de fremstår i lærebøkene. Dette er det første steget i Stein og Smith (1998) sitt rammeverk *The Mathematical Tasks Framework*. Dermed kan ikke vår undersøkelse si noe om hvordan lærere gjør nytte av oppgavene i undervisning, eller hvordan elevene selv implementerer oppgavene. Dette er et område som kan utforskes ytterligere for å oppnå et klarere bilde av elevers læring i den norske skole. Det arbeides for øyeblikket med en ny læreplan i alle fag og det er derfor trolig at det vil bli utviklet nye lærebøker som er tilpasset denne. Undersøkelser som vår vil kunne bidra til innsikt i dagens situasjon når det kommer til læreverk, og gjennom grundig evaluering kan slike undersøkelser bidra til å forbedre framtidige læreverks potensiale.

Vår undersøkelse har vist oss flere ting som har betydning for lærerprofesjonen. Først og fremst har den lært oss hvilke typer oppgaver som gir elevene kognitive utfordringer. I tillegg til dette har vi fått kunnskap om at kognitivt krevende oppgaver i kombinasjon med repetisjonsoppgaver vil føre til en dypere og bredere matematisk kompetanse hos elevene. Dette er personlig erfaring vi kommer til å ta med oss ut i arbeidslivet som lærere og forhåpentligvis derfor også bli til nytte for våre fremtidige elever. Denne undersøkelsen gir oss et godt innblikk i hvordan oppgaver elevene møter i skolen og det er spesielt to ting lærere burde være bevisst på. For det første er det viktig at lærere ikke er ukritiske til oppgaver som gis i lærebøker. Våre funn viser at en helt og holdent slavisk bruk av lærebøkene vil komme til kort når det gjelder å utvikle konseptuell kunnskap, adaptiv resonnering, strategisk kompetanse og engasjement, og dermed føre til en snever matematisk kompetanse enn det som er ønskelig. For det andre er det ikke alltid «merkelappene» lærebøkene setter på oppgavene sine er passende for oppgavens kognitive nivåkrav. Vi har sett at oppgaver som er markert som problemløsningsoppgaver enkelte ganger har lavere kognitive nivåkrav, og ikke stemmer overens med definisjonen av problemløsning. Med bakgrunn i disse elementene ser vi at læreren har en svært viktig rolle i matematikklasserommet når det kommer til å gi elevene muligheten til å møte på oppgaver med høyere kognitive nivåkrav.

7 Referanseliste

Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen, T. (2016), *Vi kan lykkes i realfag - Resultater og analyser fra TIMSS 2015*. Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra https://www.duo.uio.no/bitstream/handle/10852/55306/vi-kan-lykkes-i-realfag.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Bergheim, R. (2017). *Lærebøkers tilrettelegging for problemfylt aktivitet - en mixed methods studie.* (Mastergradsoppgave i matematikk - lektorutdanning i realfag), UiT: Norges arktiske universitet, Tromsø. Hentet fra https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/11313/thesis.pdf?sequence=1

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 348-370. Hentet fra http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S073231230700048X

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and understanding. *Journal for research in mathematics education, 29*(1), 41-62.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cappelen Damm. Om Faktor 8-10. Hentet 04.04.18 fra https://faktor.cappelendamm.no/lt/seksjon.html?tid=1995275

Cappelen Damm. (2018). Faktor 8 Oppgavebok. Hentet 12.02.18 fra https://www.cappelendammundervisning.no/_faktor-8-oppgavebok-espen-hjardar-jan-erik-pedersen-9788202441319

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*(2), 117-151. 10.1080/10986060903460070

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.

Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6. utg.). London: Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.

Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing and conducting mixed methods research* (2. utg.). Los Angeles: Sage.

De Nasjonale Forskningsetiske Komiteene. (2016). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Hentet 06.04 fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Doyle, W. (1988). Work in Mathematics Classes: The Context of Students' Thinking during Instruction. *Educational Psychologist, 23*(2), 167-180.

Elektronisk Undervisningsforlag AS. Velkommen til Grunntall 8-10. Hentet 28.02.18 fra http://grunntall.no/grunntall-8-10.html

Fan, L., Miao, Z. & Zhu, Y. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education, 43*(5), 633-646.

Floden, R. E. (2002). The measurement of opportunity to learn. I A. C. Porter & A. Gamoran (Red.), *Methodological advances in cross-national surveys of educational achievement.* Washington, DC: National Academy Press.

Gardner, H. (1987). *The mind's new science: A history of the cognitive revolution*. New York: Bacis Books.

Gibbs, G. (2007). *Analyzing Qualitative Data*. Hentet fra http://methods.sagepub.com/book/analyzing-qualitative-data doi:10.4135/9781849208574

Gowers, T., Barrow-Green, J. & Leader, I. (2008). *The Princeton Companion to Mathematics* T. Gowers (Red.).

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A. & Mullis, I. V. S. (2013). TIMSS 2015 Mathematics Framework. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks* (s. 11-27). Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforl.

Gyldendal. (2018). Maximum 8, Oppgavebok. Hentet 12.03.18 fra http://www.gyldendal.no/grs/Maximum/8/Maximum-8-Oppgavebok

Haavold, P. (2011). What characterises high achieving students' mathematical reasoning? I B. Sriraman & K. Lee (Red.), *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics* (1, s. 193-215): SensePublishers.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 524-549.

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillian.

Hiebert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Human, P., . . . Olivier, A. (1997). *Making Sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Potsmouth, NH: Heinemann.

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (1, s. 371-404). Greenwich, CT: Information Age.

Hiebert, J. & Levfre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. Hillsdale, N.J: Erlbaum.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1997). Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, *30*, 393-425.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014a). *Faktor 8. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014b). *Faktor 9. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2015). *Faktor 10. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum.* (Master), Luleå University Og Technology, Luleå, Sweden. Hentet fra https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:991466/FULLTEXT01.pdf

Johnsen, M. K. M. & Storaas, A. E. (2015), *En komparativ studie av matematikkoppgaver i et norsk og et finsk læreverk* (Mastergradsoppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn). Tromsø: UiT: Norges Arktiske Universitet. Hentet fra https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/8119/thesis.pdf?sequence=2

Jones, D. L. & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, *6*(2), 4-27.

Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y. & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *36*, 20-32.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through collage levels. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*.
Kieran, C. (2013). The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural skills: An example from Algebra. I K. R. Leatham (Red.), *Vital Directions for Mathematics Education Research* (s. 153-171).
Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & National Research Council. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
Laerd Statistics. (2013). Cohen's kappa using SPSS Statistics. Hentet 06.03.18 fra https://statistics.laerd.com/spss-tutorials/cohens-kappa-in-spss-statistics.php
Landis, J. R. & Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics, 33*(1), 159. 10.2307/2529310
Lester, F. K. (2010). On the Theoretical, Conceptual, and Philosophical Foundations for Research in Mathematics Education. I B. Sriraman & L. English (Red.), *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers* (s. 67-85). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_8
Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276. 10.1007/s10649-007-9104-2 Hentet fra https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2
Lucariello, J. M., Nastasi, B. K., Dwyer, C., Skiba, R., DeMarie, D. & Anderman, E. M. (2016). Top 20 Psychological Principles for PK–12 Education. *Theory Into Practice, 55*(2), 86-93.
Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition* (2. utg.). New York: Freeman.
Mayer, R. E., Sims, V. & Tajika, H. (1995). A Comparison of How Textbooks Teach Mathematical Problem Solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal, 32*(2), 443-460. 10.2307/1163438
Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods* (s. 365-380). Dordrecht: Springer Netherlands. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13
Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. *Educational Studies in Mathematics, 56*(2), 255-286. 10.1023/b:Educ.0000040409.63571.56 Hentet fra https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56
Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Boston: Chestnut Hill, TIMSS & PIRLS International Study Center.
Murphy, G. L. (2002). *The Big Book of Concepts*. Cambridge, Mass: MIT Press.
National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional Standars for Teaching Mathematics*. Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.
National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Nicely, R. F. J. (1985). Higher-order thinking skills in mathematics textbooks. *Educational Leadership, 42*(7), 26-30.
Nicely, R. F. J., Fiber, H. R. & Bobango, J. C. (1986). The cognitive content of elementary school mathematics textbooks. *Arithmetic Teacher, 34*(2), 60-61.
Niss, M., Jensen, T. H., Bai Andersen, T., Wahlin Andersen, R., Christoffersen, T., Damgaard, S., . . . Nissen, K. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriets forlag.

Palm, T., Boesen, J. & Lithner, J. (2011). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish Upper Secondary Level Assessments. *Mathematical Thinking and Learning, 13*(3), 221-246. 10.1080/10986065.2011.564994 Hentet fra https://doi.org/10.1080/10986065.2011.564994

Pepin, B. & Haggarty, L. (2007). Making connections and seeking understanding: Mathematical tasks in English, French and German textbooks. *Paper presentation at AERA, 7*.

Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and How Can We Represent It? I P. Cobb (Red.), *Learning Mathematics: Constructivist and Interactionist Theories of Mathematical Development* (s. 61-86). Dordrecht: Springer Netherlands. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-94-017-2057-1_3

Pólya, G. (1990). *How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method* (2. utg.Penguin mathematics). London: Penguin Books.

Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E. & Sukyhankar, N. (2009). Challenging tasks and mathematics learning. I *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom*: Springer US.

Robitaille, D. F. & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 687-709). New York: Macmillian.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. San Diego: Academic press Inc.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: MacMillan.

Schoenfeld, A. H. (2007). Method. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 69-107).

Schoenfeld, A. H., Floden, R. E. & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). *An introduction to the TRU Math Dimensions*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University.

Silver, E. A. & Stein, M. K. (1996). The Quasar Project: The "Revolution of the Possible" in Mathematics Instructional Reform in Urban Middle Schools. *Urban Education, 30*(4), 476-521.

Silverman, D. (2011). *Interpreting qualitative data: A guide to the principles of qualitative research* (4. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.

Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher, 26*(9), 9-15.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research To Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344-350.

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488. 10.2307/1163292 Hentet fra http://www.jstor.org/stable/1163292

Stein, M. K. & Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation 2*, 50-80.

Stein, M. K., Remillard, J. & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 319-369). Charlotte, N.C.: Information Age.

Stein, M. K., Smith, M., Henningsen, M. & Silver, E. (2000). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction. A Casebook for Professionale Development*. New York: Teacher College, Columbia University.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.

Stevenson, H. W. & Stigler, J. (1992). *The learning gap*. New York: Summit.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforl.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2013). *Maximum 8: matematikk for ungdomstrinnet. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2014). *Maximum 9: matematikk for ungdomstrinnet. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2015a). *Maximum 10: matematikk for ungdomstrinnet. Grunnbok* (1. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Tofteberg, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. & Alseth, B. (2015b). *Maximum 10: Matematikk For Ungdomstrinnet: Lærerens bok* (1. utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Ubuz, B., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Özgeldi, M. (2010). Exploring the quality of the mathematical tasks in the new Turkish elementary school mathematics curriculum guidebook: the case of algebra. *ZDM, 42*(5), 483-491. 10.1007/s11858-010-0258-5 Hentet fra https://doi.org/10.1007/s11858-010-0258-5

Utdanningsdirektoratet. Læreplan i matematikkfaget fellesfaget. Føremål. Hentet 05.10.17 fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal

Utdanningsdirektoratet. (2017, 29.08.17). Hva er fagfornyelsen? Hentet 30.04.18 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hva-er-fornyelse-av-fagene/

Utdanningsdirektoratet. (2018a). Læreplan i matematikk fellesfag. Hovudområde. Hentet 26.02.18 fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader

Utdanningsdirektoratet. (2018b, 05.03.18). Matematikk. Hentet 30.04.18 fra https://hoering.udir.no/Hoering/v2/197?notatId=358

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic.

Zhu, Y. & Fan, L. (2006). Focus on the Representation of Problem Types in Intended Curriculum: A Comparison of Selected Mathematics Textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education, 4*(4), 609-626. 10.1007/s10763-006-9036-9 Hentet fra https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9

Özgeldi, M. & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 2*(2), 2277-2281. Hentet fra http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810003629

8 Vedlegg

Vedlegg A: Vår definisjon av *Task Analysis Guide*

Lower-level demands (memorization) → *lav-H*=Hukommelse

- Oppgaver som går ut på å reprodusere tidligere lærte fakta, regler, formler eller definisjoner.
- Oppgaver der elevene skal øve/bli kjent med matematiske verktøy (for eksempel passer, vinkelmåler, dynamiske geometriprogram).
- Oppgaver som ikke kan løses ved hjelp av prosedyrer fordi prosedyrene ikke eksisterer. Det vil si at oppgaver der du kan gå rett fra oppgavetekst til et svar vil bli kategorisert som hukommelse.
- Oppgaver der det ikke foreligger noen tvil om hva som må gjøres. Slike oppgaver involverer eksakt reproduksjon av tidligere materiale, samt at det som skal reproduseres eksplisitt er angitt tidligere i læreboka.
- Oppgaver som ikke har noen sammenheng med konseptet eller den matematiske ideen som ligger til grunn for faktaene, reglene, formelen eller definisjonene som skal læres eller reproduseres.

Lower-levels demands (procedures without connections) → *lav-P*=Prosedyre uten sammenheng

- Oppgaver som er algoritmiske. Prosedyren er enten eksplisitt bedt om, eller er åpenbar fra tidligere oppgaver, eksempler eller på grunn av oppgavens plassering i læreboka.
- Oppgaver som krever begrenset kognitiv aktivitet for å løse dem. Det er liten tvil om hva som må gjøres og hvordan for å løse oppgavene.
- Oppgaver som ikke har noen sammenheng med konseptet eller den matematiske ideen som ligger til grunn for prosedyren.
- Oppgaver der fokuset er å finne det rette svaret i stedet for å utvikle matematisk forståelse.
- Oppgaver som ikke krever forklaring eller som kun krever at man forklarer prosedyren som ble brukt.

<u>Higher-level demands (procedures with connections) → *høy-P*=Prosedyre med sammenheng</u>

- Oppgaver der prosedyrer brukes for å utvikle en dypere forståelse av konsepter og matematiske ideer.
- Oppgaver som eksplisitt eller implisitt foreslår generelle prosedyrer som har nær sammenheng med underliggende konsepter og matematiske ideer.
- Oppgaver som ofte blir presentert ved hjelp av ulike representasjoner. For eksempel ved grafer, tabeller, symboler og gjennom tekst.
- Oppgaver som krever en viss grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan følges, kan de ikke brukes uten å tenke seg om.

<u>Higher-level demands (doing mathematics) → *høy-M*=Matematikk</u>

- Oppgaver som krever kompleks og ikke-algoritmisk tenkning – det finnes ingen innøvd eller forutsigbar tilnærming i oppgaven eller fra eksemplene.
- Oppgaver som krever at elevene utforsker og forstår matematiske konsept, prosesser og/eller matematiske forhold.
- Oppgaver krever selvregulering og aktsomhet rundt ens egne kognitive prosesser.
- Oppgaver som krever at elevene har tilgang til relevant kunnskap og erfaring, å evner og bruke dem på en hensiktsmessig måte.
- Oppgaver som krever at elevene analyserer og aktivt utforsker oppgavens rammer for å begrense mulige løsningsstrategier og løsninger.
- Oppgaver som krever høy kognitiv innsats og kan involvere noen grad av angst på grunn av oppgavens svært uforutsigbare natur.

Vedlegg B: Vår definisjon av *Type of Response*

Only an Answer = Svar

- Oppgaver som kun krever numerisk svar
- Oppgaver der elevene blir bedt om å svare på et konkret spørsmål

Explanation = Forklaring

- Oppgaver som krever at eleven forklarer svaret eller fremgangsmåten de brukte for å komme til svaret

Justification = Begrunnelse

- Oppgaver som krever at elevene begrunner hvorfor fremgangsmåten som ble benyttet egner seg godt
- Oppgaver som krever at elevene begrunner gyldigheten av svaret

Vedlegg C: Smith og Stein (1998) definisjon av *Task Analysis Guide*

Levels of Demands

Lower-level demands (memorization):

- Involve either reproducing previously learned facts, rules, formulas, or definitions or committing facts, rules, formulas or definitions to memory
- Cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure
- Are not ambiguous. Such tasks involve the exact reproduction of previously seen material, and what is to be reproduced is clearly and directly stated.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulas, or definitions being learned or reproduced

Lower-level demands (procedures without connections):

- Are algorithmic. Use of the procedure either is specifically called for or is evident from prior instruction, experience, or placement of the task.
- Require limited cognitive demand for successful completion. Little ambiguity exists about what needs to be done and how to do it.
- Have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used
- Are focused on producing correct answers instead of on developing mathematical understanding
- Require no explanations or explanations that focus solely on describing the procedure that was used

Higher-level demands (procedures with connections):

- Focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas
- Suggest explicitly or implicitly pathways to follow that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts
- Usually are represented in multiple ways, such as visual diagrams, manipulatives, symbols, and problem situations. Making connections among multiple representations helps develop meaning.
- Require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with conceptual ideas that underlie the procedures to complete the task successfully and that develop understanding.

Higher-level demands (doing mathematics):

- Require complex and nonalgorithmic thinking—a predictable, well-rehearsed approach or pathway is not explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example.
- Require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships
- Demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes
- Require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task
- Require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions
- Require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student because of the unpredictable nature of the solution process required

These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988) and Resnick on high-level-thinking skills (1987), the *Professional Standards for Teaching Mathematics* (NCTM 1991), and the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, and Henningsen 1996; Stein, Lane, and Silver 1996).