

Title	海洋内部波の非線形相互作用による乱流スケールへのエネルギーカスケードアップ過程の数値実験(波の非線形現象の数理とその応用)
Author(s)	丹羽, 淑博; 日比谷, 紀之
Citation	数理解析研究所講究録 (1996), 949: 254-263
Issue Date	1996-05
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2433/60284">http://hdl.handle.net/2433/60284</a>
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

## 海洋内部波の非線形相互作用による乱流スケールへの エネルギーカスケードアップ過程の数値実験

東大・海洋研 丹羽 淑博 (Yoshihiro Niwa)  
東大・海洋研 日比谷紀之 (Toshiyuki Hibiya)

### 1 イントロダクション

海洋大循環の数値モデルにおける結果がサブグリッドスケールの乱流混合パラメータの大きさに鋭敏に依存すること[杉ノ原 1988]から、サブグリッドスケールの現象が海洋大循環のような時空間スケールの大きな現象に大きな影響を及ぼすことが知られている。したがって今後高精度の海洋大循環モデルを構築するためにはサブグリッドスケールの乱流混合のよりの確なパラメタリゼーションが必要不可欠である。本研究はこのパラメタリゼーションを行うための基礎研究である。

海洋中の乱流混合は主に海洋内部波の碎波により行われている。図1は海洋で観測した水平流速の鉛直シア  $[(\partial u/\partial z)^2 + (\partial v/\partial z)^2]$  の鉛直波数スペクトルの概略図である。この図で鉛直波数が0.1cpm以下でスペクトルが平坦になっている領域は海洋内部波のスペクトルを表し、様々な海洋観測から場所や時間によらずその形状やレベルがほぼ一定な普遍平衡スペクトルを形成していることが分かっている。この海洋内部波の普遍平衡スペクトルはギャレット & ムンク (GM) スペクトルよばれている [Garrett & Munk 1972]。一方、図1で1cpm以上の領域は3次元乱流スペクトルを表している。GMスペクトルと乱流スペクトルの間には鉛直波長が10mでのスペクトルの折れ曲がり特徴づけられるロールオフ領域という領域がある。内部波の碎波は主にこのロールオフ領域で発生していると考えられている。つまり、このスペクトルにおいて内部波エネルギーの消散およびそれにとまなう混合はロールオフ領域および乱流域の高波数領域で行われている。この高波数領域へのエネルギーの供給は、大気擾乱、潮流と海底地形との相互作用などによりラージスケールの内部波が励起され、そしてその内部波エネルギーが内部波間の非線形相互作用を通じて内部波スペクトル空間をカスケードアップすることにより行われていると考えられている。

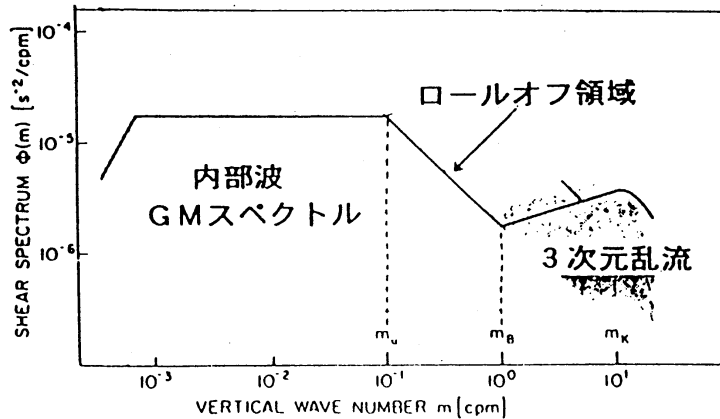


図1：海洋における鉛直シアースペクトルの観測結果の概略図。

したがって、この内部波の励起から消散スケールまでのカスケードアップ過程を明らかにすることにより、内部波の励起源の情報から乱流混合のパラメタリゼーションが出来るものと期待される。

そこで本研究はプリミティブ方程式を数値積分して海洋内部波スペクトル内のエネルギーカスケードアップ過程を調べる。現実の海洋内部波場は図1のようにスケールが非常に広い範囲に渡っているのに対し、従来の数値実験は内部波場の限られたスケールのみしか対象にしていなかった[Shen and Holloway 1986; Ramsden and Holloway 1992; Lin et al. 1995]。そこで、本研究は鉛直2次元平面でグリッド数を可能な限り大きく取ることにより、内部波の励起から消散スケールまでを同時に再現する。

乱流混合のパラメタリゼーションのためにはエネルギーカスケードアップ過程のみならず、海洋内部波場へのエネルギー供給過程についても調べる必要がある。そこで、この数値実験とは別に筆者らが現在行っている、海洋上を伝播する大気擾乱から内部波場へのエネルギー供給過程の数値実験についても最後に紹介する。

## 2 数値実験

基礎方程式系は、水平の一方方向 (y方向) に現象が一様 ( $\partial/\partial y = 0$ ) な鉛直2次元平面におけるブジネスク近似をした、コリオリ力を含む回転成層流体のナビエストークス方程式である ( (1) ~ (3) 式 )。

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} = J(\psi, \xi) + \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \psi}{\partial x} + fV + A_H \frac{\partial^2 \nabla^2 \psi}{\partial x^2} + A_V \frac{\partial^2 \nabla^2 \psi}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = J(\psi, V) - f \frac{\partial \psi}{\partial z} + A_H \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + A_V \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = J(\psi, \rho) - \frac{N^2}{g} \frac{\partial \psi}{\partial x} + K_H \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + K_V \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \quad (3)$$

この式で (x,y) は水平方向、鉛直上向き方向の座標、 $J(A,B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial B}{\partial x}$  である。 $\psi$  は流線関数で (x,y) 方向の流速は  $u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$   $w = \frac{\partial \psi}{\partial x}$  となる、Vはy方向の流速、 $\rho$  は基本密度成層からの変動を表す。Nは基本密度成層の浮力周波数、fはコリオリパラメーター、 $A_H$ 、 $A_V$ は水平および鉛直方向の渦粘性係数、 $K_H$ 、 $K_V$ は水平および鉛直方向の渦拡散係数である。この計算では基本場の密度成層は一定に成層しているものとし、その浮力周波数を  $N = 5.2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  とする。コリオリパラメータは緯度30度での値  $f = 7.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  とする。すなわち、このモデル内で再現される内部波の周期の範囲は  $2\pi/N = 20 \text{ min}$ . から  $2\pi/f = 24 \text{ hour}$  [慣性周期] となる。水平・鉛直の粘性係数はそれぞれ  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$  とし、拡散係数は粘性係数と等しくした。

計算は幅10.24km、深さ1.28kmの鉛直2次元平面内で行う。境界条件は両側面を周期性境界条件、上下面を固定壁とする。このモデル海洋において基礎方程式系を水平

グリッド10m、鉛直グリッド1.25m[1024×1024グリッド]で差分化し、タイムステップ $\Delta t = 1.5 \text{ sec.}$  で数値積分を行う。

GMスペクトル内のエネルギーカスケードアップを調べるために、初期状態はGMスペクトルから内部波の波数成分の振幅を決定し、それらをランダムな位相で重ね合わせて与えた。その際、 $\psi, \rho, V$ の波数成分の間には線形内部波の関係を仮定する。この初期条件から出発して数値積分を7慣性周期(168hours)行い、内部波場の時間発展を調べる(実験1)。

### 3 実験結果・考察

図2は、数値計算の結果得られた、初期状態から1慣性周期ずつ7慣性周期までの水平流速の鉛直シアースペクトルで、ここでは $N^2$ で規格化したFroudeスペクトルにしてある。横軸は鉛直波数(単位はcycle/m)の対数目盛である。この図を見ると、5慣性周期以後Froudeスペクトルはほぼ定常になり準平衡的なスペクトルが形成されたことが分かる。

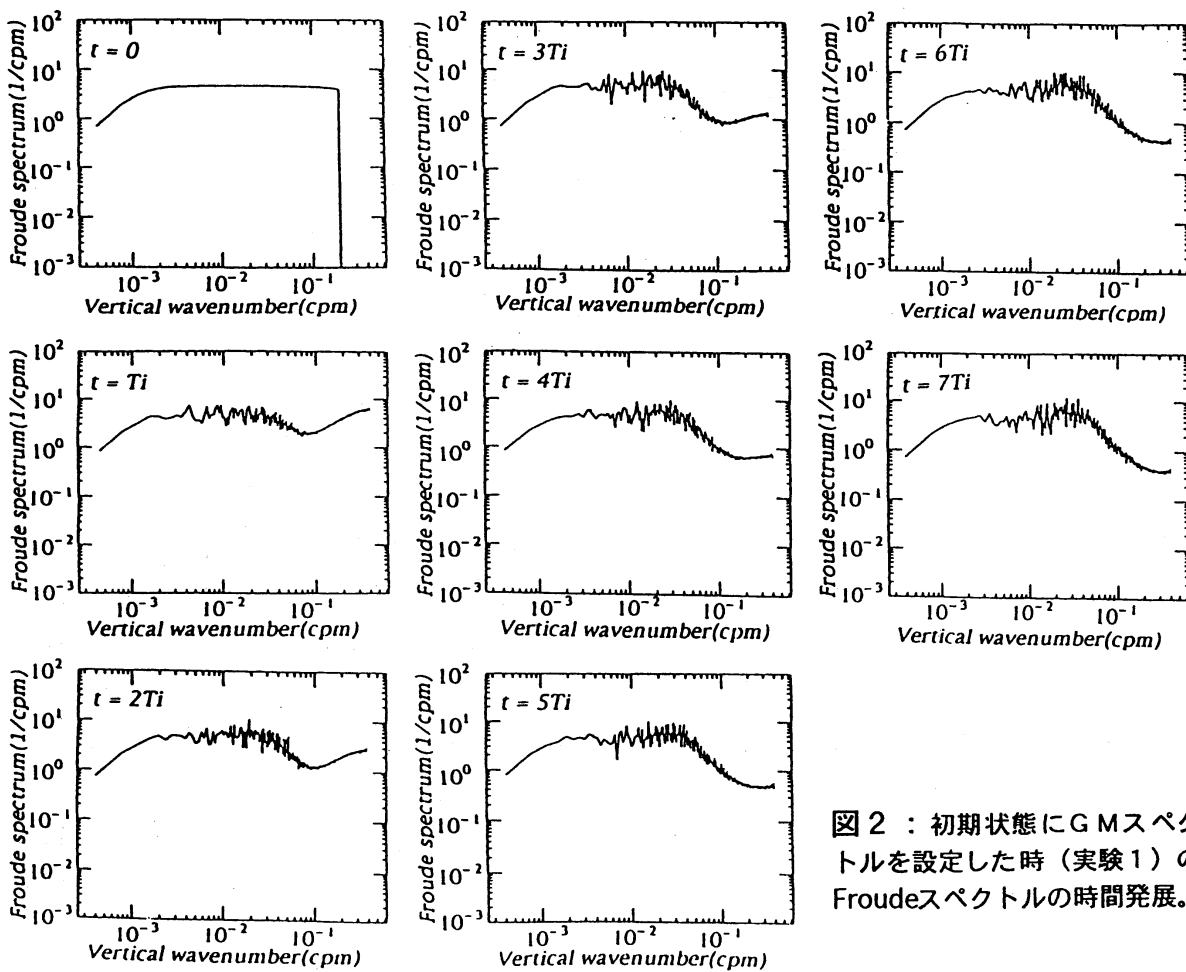


図2：初期状態にGMスペクトルを設定した時(実験1)のFroudeスペクトルの時間発展。

この平衡スペクトルは現実の海洋観測の結果得られたものと酷似しており、低波数から中間波数域においてほぼ平坦なGMスペクトルの特徴を示し、高波数域でスペクトルが鋭角に折れ曲がるロールオフ領域が再現されている。ただしスペクトルの折れ曲がる鉛直波長は約25mで海洋で観測されるものに比べて低波数側にシフトしている。さらにこの平衡スペクトルと初期状態のスペクトルを比較すると折れ曲がり波数の手前で平坦なスペクトルが盛り上がり、この鉛直波数帯にエネルギーがカスケードアップしたことが分かる。

このカスケードアップ過程をさらに詳しく見るために、図3に鉛直波数と水平波数の2次元鉛直シアースペクトルを初期状態から1慣性周期ずつ7慣性周期まで示す。

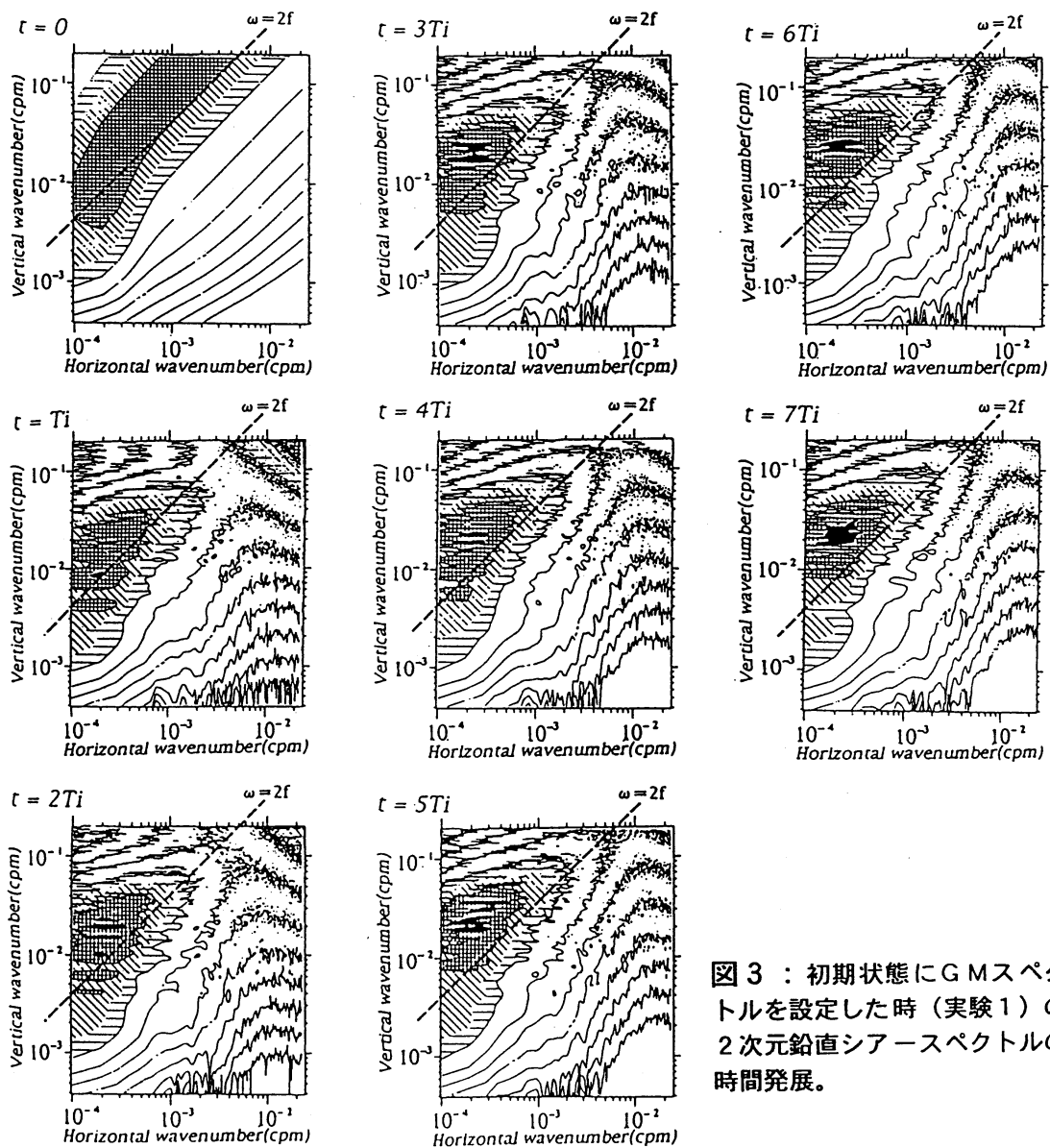


図3：初期状態にGMスペクトルを設定した時（実験1）の2次元鉛直シアースペクトルの時間発展。

横軸が水平波数、縦軸が鉛直波数の対数目盛で、このスペクトルを水平波数について積分したものが図2のFroudeスペクトルに対応する。このスペクトルでレベルの高い領域には陰影が施してあり、陰影が濃いほどシアレベルが高くなっている。また、スペクトル上の点線は内部波の分散関係より周波数 ( $\omega$ ) が  $2f$  となる所で、この点線より左側の領域が  $\omega < 2f$  となる領域に対応する (以後この低周波数領域を近慣性領域と記す)。この2次元スペクトルの時間発展を見ると、図2の折れ曲がり波数手前のFroudeスペクトルの盛り上がりに対応して、鉛直波長25m~100mの近慣性領域に陰影の最も強いシアレベルの高い領域が現れており、この領域にエネルギーがカスケードアップしてきた様子が分かる。

この数値実験の結果は、過去の理論的な研究結果とも一致している。図4は McComas (1977) が弱非線形相互作用の仮定の下でGMスペクトル内のエネルギーフラックスを理論的に推定したものである。但し、横軸が鉛直波数、縦軸が周波数である。これによると Parametric Subharmonic Instability (PSI) によって低鉛直波数で  $\omega > 2f$  の領域から高鉛直波数・近慣性領域へとエネルギーカスケードが行われる。PSIは内部波の三波共鳴機構の一つで低鉛直波数・周波数  $\omega$  の内部波から高鉛直波数・周波数  $\omega/2$  の内部波を励起する。図3に見られるエネルギーカスケードもこのPSIによって引き起こされていると考えられる。

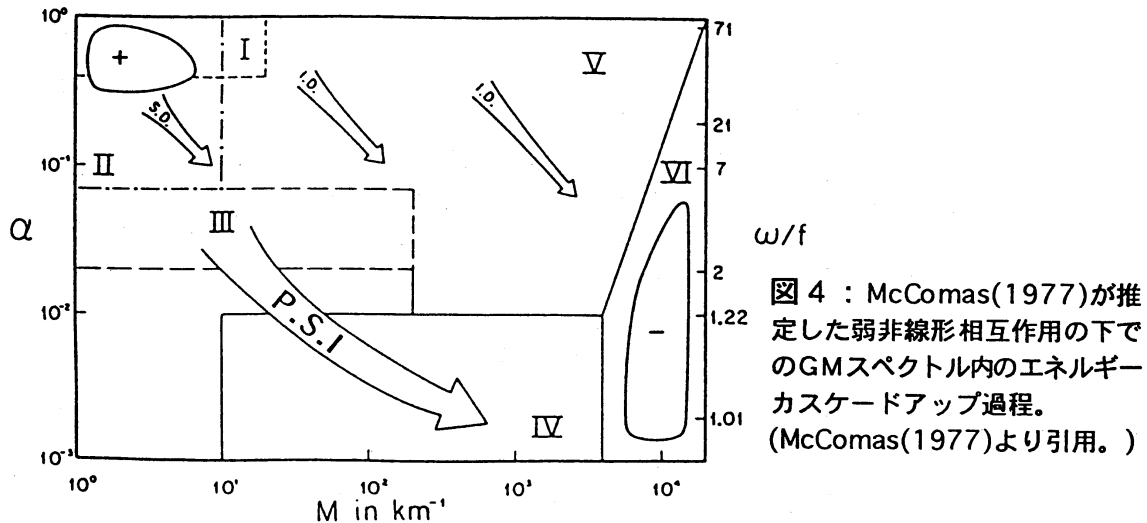


図4 : McComas(1977)が推定した弱非線形相互作用の下でのGMスペクトル内のエネルギーカスケードアップ過程。(McComas(1977)より引用。)

以上をまとめると、内部波エネルギーが鉛直波長25m~100mの近慣性領域にカスケードアップし、その結果シアレベルがGMスペクトル以上に増加した。そして、その際Froudeスペクトルは海洋観測に比べて低波数側の25mで折れ曲がった。海洋観測によると折れ曲がり波数と乱流混合の間には強い相関があることが分かっており [Polzin et. al. 1995]、折れ曲がり波数が何によってコントロールされているのかを明らかにすることは乱流混合のパラメタリゼーションの観点から重要である。

そこで高鉛直波数の近慣性領域のシアレベルと折れ曲がり波数との関係を調べるために、初期状態で鉛直波長25m~100mの近慣性領域のシアレベルを0にして実

験1と同様に数値計算を行う（実験2）。

図5はその結果得られた2次元鉛直シアースペクトルの時間発展である。これを見ると初期にシアールレベルを0にした高鉛直波数の近慣性領域にエネルギーがカスケードアップし、最終的にGMスペクトルのレベルで定常になったことが分かる。ただし、この領域を除けば実験2と実験1の平衡状態の2次元スペクトルはよく似ている。

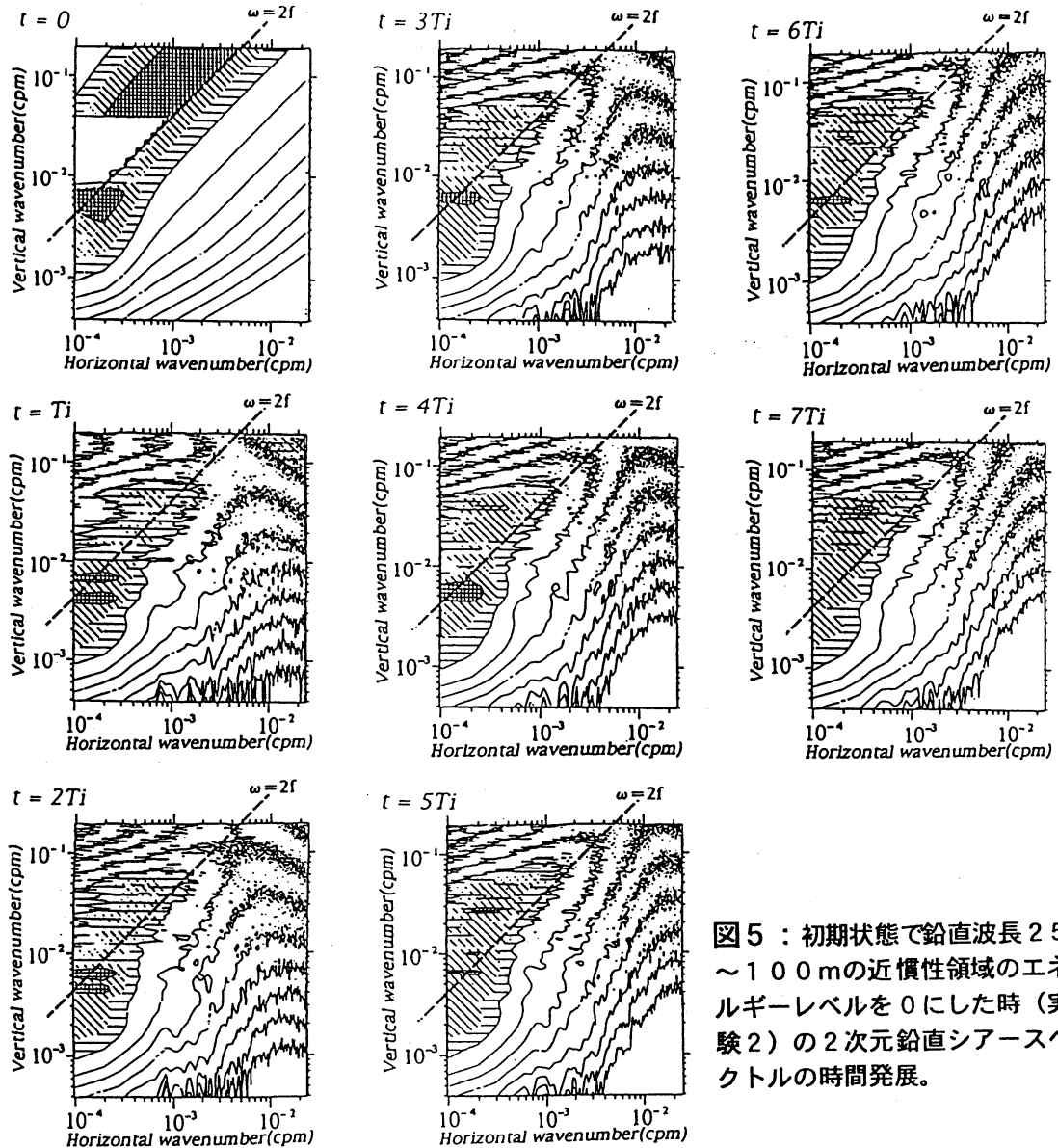


図5：初期状態で鉛直波長25～100mの近慣性領域のエネルギーレベルを0にした時（実験2）の2次元鉛直シアースペクトルの時間発展。

この時の7慣性周期後のFroudeスペクトル（図6）は実験1と同様ロールオフ領域を形成したが、折れ曲がり波長は約17mとなり実験1に比べ高波数側にシフトした。

よって実験1と2の結果、高鉛直波数・近慣性領域のシアールレベルがFroudeスペクトルの折れ曲がり波数の位置をコントロールし、ひいては乱流混合の大きさと強い関係を持つ可能性が示された。

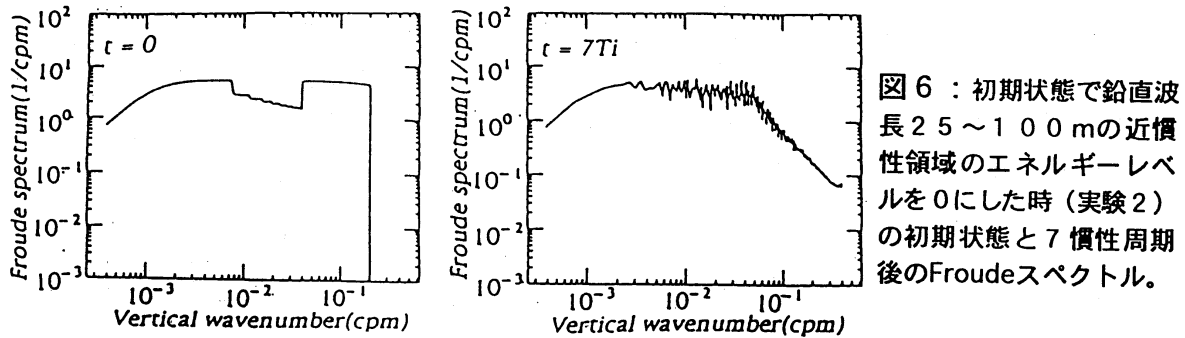


図6：初期状態で鉛直波長25～100mの近慣性領域のエネルギーレベルを0にした時(実験2)の初期状態と7慣性周期後のFroudeスペクトル。

それでは、具体的にどのような力学が折れ曲がり波数の位置をコントロールしているのでしょうか。これについては今までに2つの仮説が提出されている。一つは折れ曲がり波数のスケールで内部波がシア不安定で碎波することでスペクトルレベルが低下してロールオフ領域が形成されるという説[Munk 1981]、もう一つはロールオフ領域に属するスモールスケールの内部波が強非線形相互作用である限界層吸収を受けて消散することでロールオフ領域が形成されるという説[Holloway 1980, Gregg et al. 1993]である。そこでまずシア不安定の仮説を検証するため、図2.6のFroudeスペクトルを鉛直波数について積分し各鉛直波数におけるFroude数を計算した(図7)。

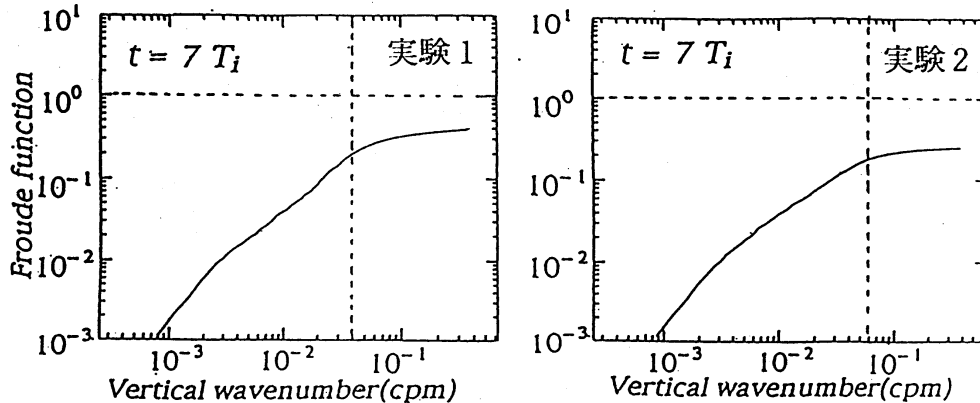


図7：7慣性周後の各鉛直波数におけるFroude数。左—実験1、右—実験2。

図7で縦の点線が折れ曲がり波数の位置、横の点線がシア不安定が起きるためのFroude数の臨界値を示している。これを見ると折れ曲がり波数でFroude数は臨界値以下であることが分かる。この結果は折れ曲がり波数で内部波は安定に存在し、ロールオフ領域の形成に関するシア不安定の仮説が間違っていることを示している。

次に限界層吸収の説を検討してみる。図8は水平流速場 $u(x,z)$ の時間発展であるが、これを見ると時間が進むにつれ流速場には所々に濃い横縞模様で表される強いシア構造が発達してくるのが分かる。図7で示したようにこのシア流は安定に存在できるので、ロールオフ領域に属するスモールスケールの内部波はその伝播過程でこのシア流の限界層で限界層吸収を受け消散すると考えられる。しかし、このことを立



証するのは今後の課題である。このシア一流は鉛直スケールと水平スケールの比が小さい高鉛直波長・近慣性領域へのエネルギーカスケードアップにともなって形成され、実験1, 2の結果より乱流混合に重要な役割をしていると考えられる。

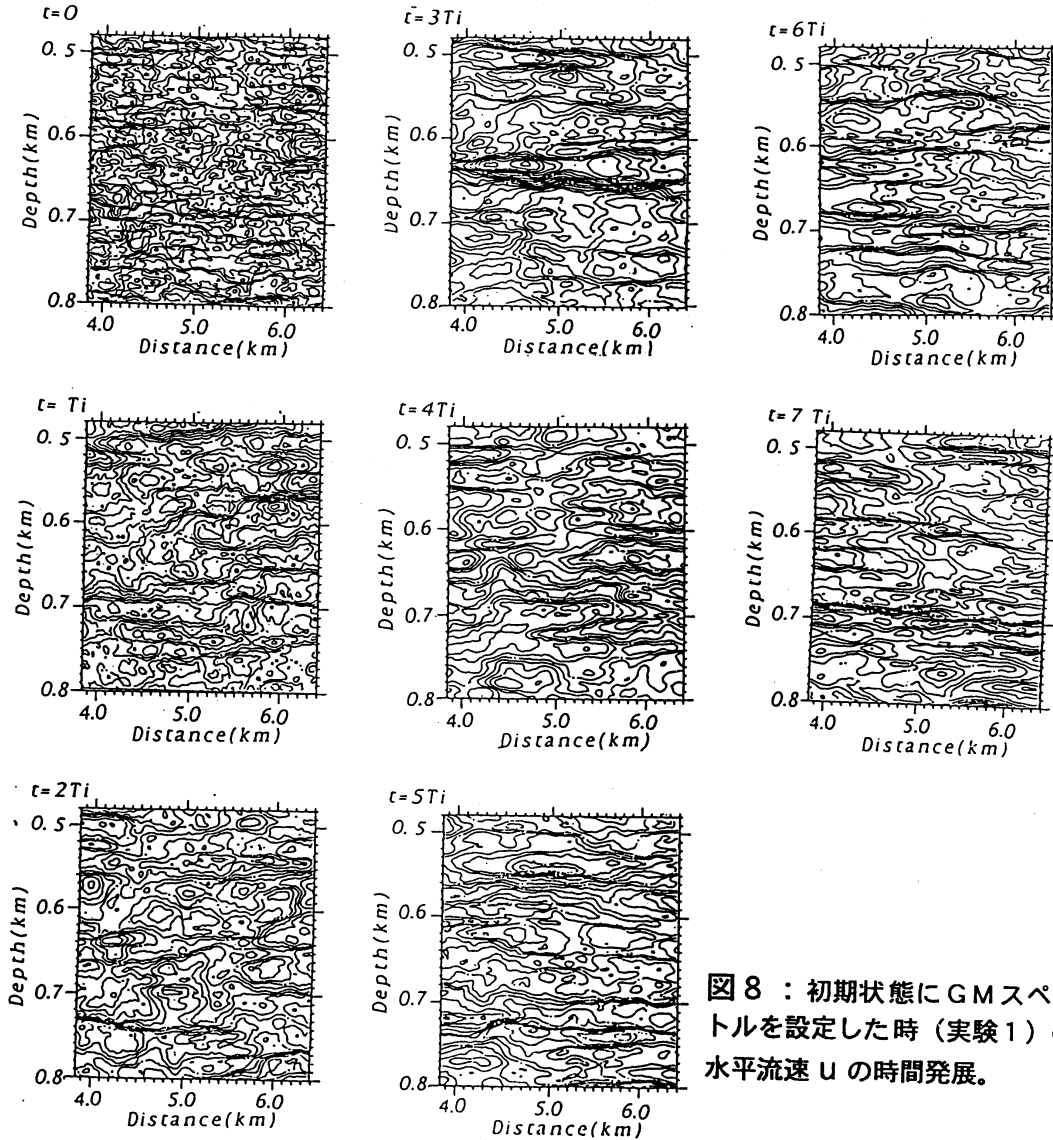


図8：初期状態にGMスペクトルを設定した時（実験1）の水平流速  $u$  の時間発展。

#### 4 大気擾乱から内部波場へのエネルギー供給過程の数値実験

図8の鉛直スケールの小さなシア一流は図4に示されるようにPSIによるエネルギーカスケードアップにより維持されていると考えられるが、現実の海洋内部波場においてPSIによりエネルギーが引き去られる側の低鉛直波数・ $\omega \geq 2f$ の領域のエネルギーレベルはGMスペクトルの存在が示すように常に一定に保たれている。このことは海洋内部波場には常に外部からエネルギーの供給があることを示唆している。

現在筆者らは、海洋内部波場の主要なエネルギー供給源の一つである海洋上を伝播する大気擾乱による内部波の励起過程の数値実験を行っているので、その途中結果を

簡単に紹介する。大気擾乱としては直径480 kmの台風を考え、この台風を東西10000km、南北5000km、深さ4000mのモデル海洋上を西岸から東岸に7.5cm/sで移動させる。基礎方程式は静水圧近似をした三次元ナビエーストックス方程式である。

図9はその結果得られた15日後のモデル最底層における水平流速場のベクトル図である。移動する台風によって励起される内部波は図9のようなリー波を形成する。北方向への内部波の伝播が南方向の伝播に較べて制限されているは南北にコリオリパラメーターが異なるベータ効果によるものである。

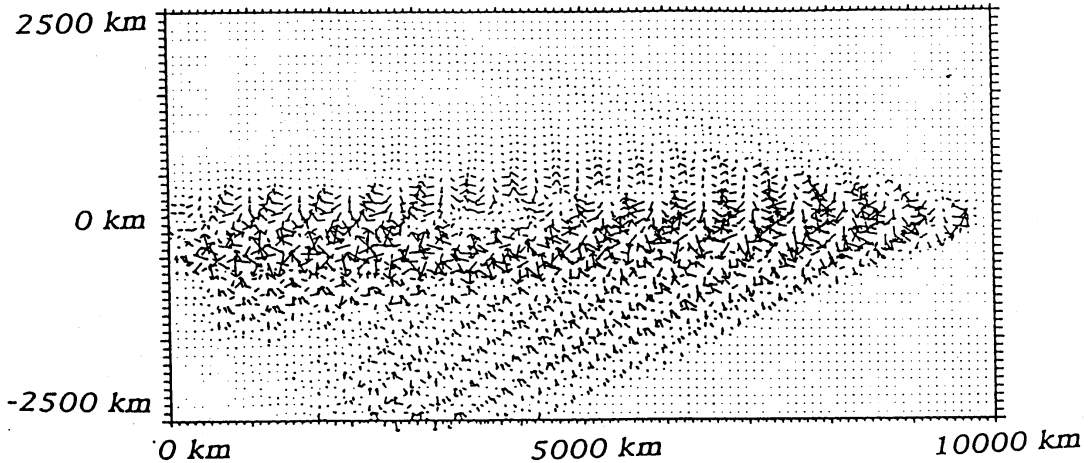


図9：計算開後15日後のモデル最下層  $z = 4000$  mにおける水平流速場。

つぎに、図9の(3000km, -500km)の位置における水平流速の周波数スペクトルを図10に示す。左からモデルの表層、中層、最底層における水平流速の周波数スペクトルで、横軸の周波数は台風トラック上の慣性周波数 $f_0$ で規格化してある。このスペクトルを見ると、 $\omega \cong f_0, 2f_0, 3f_0$ の所にピークがあるのが分かる。 $\omega \cong f_0$ のピークは移動する台風に対する線形応答で励起される近慣性波に対応する。一方、 $\omega \cong 2f_0, 3f_0$ のピークは台風の強い風応力により非線形的に励起された内部波である。また、この $\omega \cong 2f_0, 3f_0$ のピークがモデルの中層では目立たず表層と底層で大きいことは、これが鉛直第1モードの波によるものであることを示している。

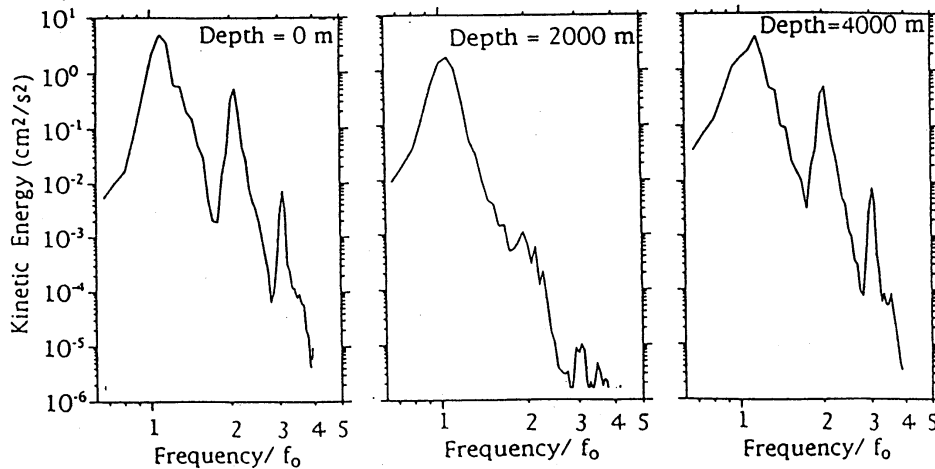


図10：モデル表層、中層、最底層での水平流速の周波数スペクトル。

ここで注目したいのは、この台風により励起された鉛直低モード・ $\omega \geq 2f_0$ の内部波のエネルギーが、図4のようにPSIを通じて乱流混合をコントロールする高鉛直波数・近慣性領域へと供給されることである。さらに、この低モード・ $\omega \geq 2f_0$ の内部波は海洋中を1000km以上も伝搬してその直接の励起源から離れた内部波場にもエネルギーを供給しうることが指摘されている[D'Asaro 1991] ( $\omega \cong f_0$ の近慣性波は、その小さな群速度、ベータ効果、中規模渦との相互作用などの理由により伝播距離は著しく制限される)。すなわち、台風により非線形的に励起された低モード・ $\omega \geq 2f_0$ の内部波は海洋中を1000km以上も伝播しながら、その過程でPSIを通じて高鉛直波数・近慣性領域にエネルギーを供給することにより、海洋中の乱流混合に重要な役割をはたしていると考えられる。

## 5 まとめ

海洋内部波場内の内部波励起から消散スケールまでのエネルギーカスケードアップ過程を、初期状態にGMスペクトルを設定してナビエストークス方程式を数値積分することにより調べた。

その結果、現実の海洋内部波場のスペクトルと酷似した、ロールオフ領域を持つ平衡スペクトルが再現できた。そして内部波エネルギーは非線形相互作用により高鉛直波数・近慣性領域 ( $f \leq \omega \leq 2f$ ) にカスケードアップすることが分かった。このカスケードアップの結果形成される鉛直スケールの小さいシアー流によって内部波が限界層吸収を受けることにより乱流混合が行われているものと考えられる。

この鉛直スケールの小さいシアー流は、海洋上を伝播する台風が非線形的に励起した低鉛直波数・ $\omega \geq 2f$ の内部波エネルギーがPSIを通じて高鉛直波数・近慣性領域へとカスケードアップすることで維持されていると考えられる。

## 参考文献

- D'Asaro, E. A., 1991: in Proceedings, 'Aha Huliko'a Hawaiian Winter Workshop, 451-465
- Garrett, C.J.R., and W.H. Munk, 1972: Geophys. Fluid Dyn., 2, 225-264
- Gregg, M.C., D.P. Pinkel, and T.B. Sanford, 1993: J. Phys. Oceanogr., 23, 124-141
- Holloway, G., 1980: J. Phys. Oceanogr., 10, 906-914
- Lin C.L., J.R. Koseff, and J.H. Ferziger, 1995: J. Phys. Oceanogr., 25, 153-167
- McComas, C.H., 1977: J. Phys. Oceanogr., 7, 836-845
- Munk, W.H., 1981: Evolution of Physical Oceanography, The MIT press, 264-291
- Polzin, K.L., J.M. Toole and R.W. Schmitt, 1995: J. Phys. Oceanogr., 25, 306-328
- Ramsden, D. and G. Holloway, 1992: J. Geophys. Res., 97, 3659-3668
- 杉ノ原伸夫, 1988. : 「深層海水循環過程の解明」ニューズレター, 5, 3-9
- Shen, C.Y., and G. Holloway, 1986: J. Geophys. Res., 91, 953-973