

El raonament probabilístic en alumnes d'educació infantil i de cicle mitjà d'educació primària

Paula López, Sílvia Serra i Laia Torres

Universitat de Girona

Resum

Es presenta un estudi realitzat amb alumnes d'educació infantil i d'educació primària per detectar els coneixements i els raonaments previs que tenen sobre probabilitat i atzar. A partir d'una activitat senzilla, s'han analitzat els seus raonaments probabilístics i s'ha fet una comparativa entre els alumnes d'educació infantil i els d'educació primària. Els resultats no mostren diferències significatives entre les dues poblacions de l'estudi, ja que la majoria dels alumnes té una òptica totalment determinista i no entén l'atzar. Aquests resultats coincideixen amb els d'altres autors com Inhelder i Piaget (1955), que afirmen que aquest raonament no s'obté fins a finals de l'educació primària.

Abstract

This article presents a study of kindergarten and primary school students designed to detect pre-existing knowledge and reasoning with respect to probability and chance. A simple activity was used to analyse probabilistic reasoning and a comparison between kindergarten and primary school students made. The results show no significant differences between the two groups, as most children do not understand chance due to their completely deterministic perspective. These results align with other authors, such as Piaget and Inhelder (1951), who argue that this type of reasoning is not obtained until the end of primary education.

Introducció

Són diversos els estudis que remarquen la importància d'incloure els continguts matemàtics relacionats amb el bloc d'estadística i probabilitat dins les orientacions curriculars, per tres motius: la importància de l'estadística com a objecte instrumental per a comprendre i analitzar la realitat que ens envolta, la necessitat d'uns coneixements mínims en algunes professions i la transcendència de l'ús del raonament probabilístic en la presa d'algunes decisions.

Igualment, en els currículums actuals de Catalunya que regulen les diferents etapes educatives (Decrets 181/2008 i 192/2007), també apareixen continguts d'estadística i probabilitat tant a EI i com a EP. Per exemple, en el segon cicle d'EI, es parla de «representació gràfica del procés seguit en l'experimentació i de la interpretació dels resultats» o d'«elaboració i interpretació de representacions gràfiques senzilles sobre dades de la vida quotidiana». Centrant-nos en EP, en el cicle mitjà s'exposa que cal treballar la «Comprensió i aplicació de conceptes bàsics d'atzar», la «descripció de successos i discussió del seu grau de probabilitat utilitzant expressions com segur, possible, impossible» o «l'inici a la quantificació de la probabilitat que un succés sigui segur, possible, impossible».

Com que el 2013 va ser l'Any Internacional de l'Estadística, l'organització internacional The World of Statistics es va proposar tres grans objectius: augmentar la consciència pública sobre el poder i l'impacte de les estadístiques, fomentar l'estadística com una professió, especialment entre els joves, i vetllar per la creativitat i el desenvolupament de les ciències de la probabilitat i l'estadística.

Dins de la formació inicial dels mestres, ens hem plantejat dur a terme una investigació que ens permeti treballar per l'assoliment de la tercera fita, és a dir, estudiar el desenvolupament de l'estadística i la probabilitat a les primeres edats. Per fer-ho, ens hem centrat en el segon cicle d'educació infantil (EI) i en el cicle mitjà d'educació primària (EP). Els subjectes de la nostra investigació, alumnes de P5 i de tercer i quart de primària, han portat a terme la mateixa activitat mitjançant la qual podrem comparar l'ús del raonament probabilístic dels infants més petits amb el dels més grans. Després de fer una anàlisi del currículum de l'educació infantil i de l'educació primària, veiem que en el primer apareixen menys continguts matemàtics relacionats amb l'estadística i la probabilitat que en el segon. Per aquesta raó, inicialment suposem que els infants de P5, en presentar-los una situació que requereix un cert nivell de raonament probabilístic, no seran capaços d'entendre-la i de donar-hi una resposta correcta, i que, en canvi, els de educació primària, sí.

Marc teòric

Els organismes de referència a escala internacional en didàctica de les matemàtiques, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) i la Common Core State Standard Initiative (CCSS), evidencien en les seves orientacions curriculars la necessitat de treballar a l'escola el bloc d'estadística i probabilitat ja des de l'educació infantil (Alsina, 2012). En el camp de la probabilitat, es remarca la importància de fer servir termes específics com ara «probable», «segur» i «impossible».

D'acord amb Alsina (2012), creiem que els continguts probabilístics i estadístics tenen poca presència dins les orientacions curriculars nacionals i que hi ha poca tradició de treballar-los durant les primeres etapes educatives. Això pot ser causat per dos motius: la investigació en didàctica de l'estadística i la probabilitat és molt recent a Espanya (fa només dues dècades que ha començat a agafar força) i la formació inicial dels mestres respecte a aquest tema és molt deficitària, i és pràcticament inexistent en algunes facultats de formació de mestres.

Coneixent aquestes dues causes, autors com Pierce i Chick (2011) indiquen que hi ha mestres de matemàtiques que es mostren insegurs a l'hora d'ensenyar aquesta matèria. Batanero i

Sánchez (2013) exposen que el primer que cal és que els mestres sàpiguen de quina manera els alumnes utilitzen el raonament probabilístic.

Els principals autors que comencen a parlar sobre aquest tema són Inhelder i Piaget (1955). El primer que es pregunten és a quina edat l'infant comença a diferenciar el determinisme de l'atzar. Piaget pren com a referència els estadis que ell mateix estableix quan parla del desenvolupament cognitiu i social del nen. Exposa que en l'etapa preoperacional (4 a 7 anys) els nens refusen la idea d'atzar, o la consideren des d'una òptica totalment determinista; tenen dificultats per diferenciar certesa i incertesa, i els manquen estratègies combinatòries. Només utilitzen els casos favorables per comparar probabilitats. En canvi, segons Fischbein (1975), abans dels 7 anys els infants ja poden tenir alguna intuïció d'atzar i són capaços de diferenciar entre fenòmens aleatoris i deterministes.

Durant l'etapa d'operacions concretes (7 a 11 anys), els infants adquireixen progressivament una comprensió de l'atzar. Comencen a ser capaços d'anomenar situacions combinatòries senzilles, tot i que, sense la guia adequada, l'estratègia usada no és sempre la correcta. Les seves estratègies de comparació de probabilitats s'amplien i fan servir tant els casos favorables com els desfavorables. Finalment, en l'etapa d'operacions formals, els nens comencen a concebre l'atzar com l'absència de patrons i la imprevisibilitat i fan servir patrons, estratègies sistematitzades, per comparar probabilitats. Per tant, segons l'autor, la idea d'atzar no es comprèn fins als 11 o 12 anys, que és quan es desenvolupa el raonament combinatori.

Metodologia

Per poder detectar el raonament i el vocabulari probabilístic dels nens d'EI i EP, es va dur a terme una activitat que detallem a continuació.

Mostra i participants

La investigació va tenir una mostra total de 43 nens i nenes. D'aquests, 27 cursaven cicle mitjà (9 alumnes de tercer de primària i 18 de quart) i la resta, 16 infants, eren de P5, tots d'una escola pública de Girona.

Material de l'activitat

Per tal de dur a terme l'activitat proposada en la realització de l'estudi, va ser necessari el disseny, la construcció i la utilització d'una sèrie de materials.

En primer lloc, es van preparar tres bossetes transparents amb pedres de vidre a dins. Cada una de les bosses contenia 8 pedres. A la número 1, hi havia una barreja de 4 pedres verdes i 4 de blaves. A la número 2, hi havia 8 pedres verdes i a la número 3 les 8 pedres eren blaves.

A més, es va dissenyar una plantilla amb les fotografies de cada una de les bosses. Aquesta làmina servia per a poder preguntar d'una manera visual als infants les diverses qüestions entorn de les pedres extretes sense necessitat d'ensenyar-los les bosses transparents al llarg de l'activitat.

Desenvolupament de l'activitat

En grups reduïts de quatre o cinc alumnes, se'ls ensenyaven les tres bosses i el seu contingut. Després de manipular el material, s'amagaven les bosses i d'una s'extreien dues pedres que es mostraven als alumnes. Posteriorment, els alumnes havien d'encerclar en la seva fitxa de quina o quines bosses podien haver sigut extretes les dues pedres segons el seu color.

Primer se'ls va presentar un exemple, de manera que ells veiessin en tot moment d'on s'extreien les pedres. Posteriorment, es va repetir l'activitat amb les tres situacions possibles:

1. Extracció d'una pedra verda i una de blava.
2. Extracció de dues pedres blaves.
3. Extracció de dues pedres verdes.

Posteriorment, es recollien les seves fitxes i es comentaven els resultats en veu alta per poder entendre el raonament dels nens a l'hora de prendre les seves decisions, i finalment se'ls explicava la resposta correcta:

1. Les pedres només poden sortir de la bossa 1.
2. Les pedres poden sortir de la bossa 1 o de la bossa 2.
3. Les pedres poden sortir de la bossa 1 o de la bossa 3.

Resultats

Després de dur a terme l'experiència «Pedres de colors» amb els alumnes de P5 i de cicle mitjà de primària i fent el buidatge de les dades obtingudes a partir de la realització de les fitxes proposades, els resultats són els següents:

Situació 1: Extracció d'una pedra verda i una pedra blava			
	Resposta correcta	Respostes incorrectes	
Curs	Barreja (núm. 1)	Blava i verda (núm. 2 i núm. 3)	Altres respostes
EI	81,3 % (13)	6,3 % (1)	12,5 % (2)
EP	88,9 % (24)	3,7 % (1)	7,4 % (2)

Taula 1. Respostes dels alumnes en extreure una pedra verda i una pedra blava.

Les dades presentades en la taula anterior mostren com majoritàriament els alumnes participants han arribat a la resposta correcta des del començament quan se'ls ensenya d'entrada una pedra verda i una de blava. El 88,9 % dels alumnes d'EP, quan se'ls mostrava una pedra verda i una de blava, anotaven que aquestes dues tan sols es podien haver extret de la bossa número 1 (pedres verdes i blaves barrejades). A EI van ser una mica menys, però sí la gran majoria (81,3 %). La resta d'alumnes es divideix entre els que no van contestar de manera adequada a la pregunta i un alumne d'EI i un d'EP que va respondre que la parella de pedres podia sortir tant de la bossa 2 (pedres blaves) com de la 3 (pedres verdes). Els altres van donar altres respostes, com, per exemple, marcar dues bosses diferents, però en l'explicació posterior deien que una pedra era d'una bossa i l'altra pedra era d'una bossa diferent (sense entendre que les dues havien de ser de la mateixa bossa).

Situació 2: Extracció de dues pedres verdes				
	Resposta correcta	Respostes incorrectes		
Curs	Barreja i verda (núm. 1 i núm. 3)	Barreja (núm. 1)	Verda (núm. 3)	Altres respostes
EI	0 %	0 %	81,2 % (13)	18,8 % (3)
EP	3,7 % (1)	0 %	85,2 % (23)	11,1 % (3)

Taula 2. Respostes dels alumnes en extreure dues pedres verdes.

A la taula 2 es pot observar que només un alumne d'EP arriba a la solució correcta quan se'ls mostren d'entrada dues pedres verdes, és a dir, que tant poden ser de la bossa verda com de la bossa de barreja. La majoria (més d'un 80 %), tant d'EI com d'EP, coincideixen que les dues pedres han de ser de la bossa número 3 (pedres totes verdes), sense adonar-se que també podrien ser de la bossa número 1 (bossa amb pedres verdes i blaves).

Situació 3: Extracció de dues pedres blaves				
	Resposta correcta	Respostes incorrectes		
Curs	Barreja i blava (núm. 1 i núm. 2)	Barreja (núm. 1)	Blava (núm. 2)	Altres respostes
EI	6,3 % (1)	0 %	81,3 % (13)	12,5 % (2)
EP	11,1 % (3)	0 %	81,5 % (22)	7,4 % (2)

Taula 3. Respostes dels alumnes en extreure dues pedres blaves.

A la taula 3, es mostren els resultats quan als alumnes se'ls ensenyaven d'entrada dues pedres blaves procedents d'una única bossa. Aquesta situació, tot i ser molt semblant a l'anterior, s'ha presentat posteriorment a l'explicació per part de la mestra de la situació 2; per tant, alguns alumnes poden haver entès que es tracta de la mateixa situació i aplicar-ho en aquesta nova proposta. A diferència del cas anterior, ara sí que ens trobem amb un alumne d'EI i tres d'EP que se s'adonen que poden ser de dues bosses (la bossa amb pedres dels dos colors i la bossa amb pedres de color blau). La resta d'alumnes continua majoritàriament contestant que només poden ser de la bossa número 2 (en la qual totes les pedres són blaves).

Discussió

Després de dur a terme la nostra activitat i d'analitzar les dades obtingudes, ens hem adonat que, tot i que inicialment podíem pensar que els alumnes d'EP respondrien millor que els alumnes d'EI, els resultats mostren que no ha sigut així. La gran majoria dels nens i nenes d'EI van respondre erròniament en les tres situacions, tal com esperàvem, i no van ser capaços d'entendre'n el raonament. No obstant això, a diferència del que pensàvem, els de CM tampoc no van saber respondre correctament a les situacions plantejades, i només tres alumnes van raonar correctament en la situació 3 després d'haver explicat amb claredat el funcionament de la situació 2.

Aquests resultats estan en la línia del que apuntaven autors com Inhelder i Piaget (1955), que defensen que els nens i nenes, per si sols, no són capaços d'entendre l'atzar fins als 11

o 12 anys. Els dos grups participants en l'estudi es trobaven dins l'etapa preoperacional (EI) i dins l'etapa d'operacions concretes (EP). En l'etapa preoperacional, els nens refusen la idea d'atzar, o la consideren des d'una òptica totalment determinista; tenen dificultats per diferenciar certesa i incertesa, i els manquen estratègies combinatòries. Només utilitzen els casos favorables per comparar probabilitats. En el nostre estudi, tan sols un dels subjectes va raonar correctament davant la situació 3 plantejada. La resta va comportar-se d'acord amb l'estadi en què se suposa que es troben segons la seva edat i tenint en compte que anteriorment no havien treballat aquests conceptes. Amb el seu pensament determinista i les poques estratègies combinatòries, no van ser capaços d'entendre que les pedres blaves podien sortir també de la bossa amb pedres barrejades. Pel que fa al grup d'EP, és possible que els infants tinguessin una certa comprensió de l'atzar (tot i que no ho havien treballat en cursos anteriors), però creien que el podien controlar, encertant de quina bossa (només una) s'havien extret les pedres. Per això tots ells responien una sola de les opcions: o només de la bossa de pedres blaves o de la barreja, però en cap cas de qualsevol de les dues.

Fischbein (1975) afirmava que abans dels 7 anys els infants ja poden tenir alguna intuïció d'atzar i són capaços de diferenciar entre fenòmens aleatoris i deterministes. Malgrat que els resultats han mostrat que els alumnes no feien el raonament correcte en la proposta, sí que és cert que, en el cas d'EP, quan se'ls demanava que raonessin, les respostes donades utilitzaven paraules com «més probable» o «hi ha més quantitat». En aquest sentit veiem que, encara que no utilitzen correctament aquests conceptes, tenen una certa intuïció probabilística.

Creiem que un altre factor clau que ha influenciat en els resultats és la poca presència en el currículum de la probabilitat i l'estadística. Tal com diuen Corbalán i Sanz (2012), l'estadística i la probabilitat són els parents pobres de l'educació matemàtica; en els programes es troben al final i en els centres es treballen (quan s'hi arriba) al final del curs, amb presses i poc temps, tot i que són part de la cultura en la societat de la informació d'avui en dia, així com una eina fonamental en la política i l'administració i en la investigació de totes les àrees de coneixement.

A més a més, tal com indica Alsina (2012), els mestres disposen de pocs coneixements entorn de la probabilitat (i de la seva didàctica), de manera que el grau d'abstracció en l'estadística i la probabilitat és més elevat que en altres blocs de continguts matemàtics. Aquest fet provoca que sovint els professors prefereixin treballar matemàtiques més de caire estàtic, que porten molta menys problemàtica i davant les quals se senten més segurs. És més fàcil treballar els altres blocs perquè són processos reversibles, que parteixen de la manipulació d'objectes de la realitat. Quan sumem, podem afegir dues boles, i si després les traiem, tornarem a l'estat inicial. Això no pot passar amb la probabilitat, ja que és imprevisible i requereix una capacitat d'abstracció més alta que els altres blocs de continguts matemàtics. Creiem que això fa que no es treballin prou les habilitats pròpies de la probabilitat i l'estadística i que, per tant, no es mostri cap mena d'evolució entre els resultats obtinguts dels alumnes d'EI i d'EP.

Davant d'aquesta situació i entenent que una de les causes més importants de la poca presència d'aquest bloc a les aules d'infantil i primària és la poca formació del professorat, ens plantejem si no caldria incidir-hi més, tant en la formació contínua, conscienciant els equips de formació permanent, com en la formació inicial del mestre d'educació infantil i primària, revisant els plans d'estudi de les facultats de formació de professorat, per tal que

el professorat pugui partir d'uns bons coneixements i adonar-se de la importància d'aquest bloc per assolir la competència matemàtica necessària per la realitat d'avui dia.

Referències bibliogràfiques

Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.

Batanero, C., Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability. *Reflections and challenges: Chilean Journal of Statistics*, 3 (1), 3-13.

Batanero, C., Sánchez, E. (2013). Atzar i probabilitat a l'Escola Primària. *Perspectiva Escolar*, 370, 37-41.

Corbalán, F., Sanz, G. (2012). La estadística. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 59, 5-8.

Decret 142/2007, del 26 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària. DOGC, núm. 4915 -- 21824.

Decret 181/2008, del 9 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de segon cicle d'educació infantil. DOGC, núm. 5216 -- 68265.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

Inhelder, B., Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. París: Presses Universitaires de France.

Pierce, R., Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. Dins C. Batanero, G. Burrill, i C. Reading (ed.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (p. 151-162). Nova York: Springer.

