

LA HISTÒRIA DE LES MATEMÀTIQUES DINS DELS NOUS CURRÍCULUMS DE SECUNDÀRIA

IOLANDA GUEVARA CASANOVA¹; M. ROSA MASSA ESTEVE²

¹ IES BADALONA VII.

iguevara@xtec.cat

² CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA, UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

m.rosa.massa@upc.edu

Paraules clau: *contextos històrics, continguts matemàtics en el currículum de l'ESO, competència matemàtica, resolució d'equacions en el Món àrab*

History of Mathematics in new Secondary Mathematical Curricula

Summary: *The new Catalan curriculum of mathematics to Secondary Compulsory Education contents some suggestions to use history of mathematics to teach mathematics. In this paper we present a proposal for training history context in mathematical lessons and we also illustrate it with an example concerning to 3rd year in the official curriculum: solving equations in Arabian World.*

Key words: *history context, mathematical subjects in Secondary curricula, mathematical competence, solving equations in Arabian World*

Introducció

Al Decret 143/2007, de 26 de juny (DOGC 4915 de 29.06.07), que estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria, dins el currículum de matemàtiques hi ha un apartat a

cada curs titulat contextos històrics.¹ Els contextos històrics es presenten en forma de llista no exhaustiva de possibles aproximacions històriques relacionades amb els continguts del curs.

Treballar contextos històrics en les activitats a l'aula de matemàtiques és una pràctica que duen a terme habitualment diversos professors i professores. La inclusió en els nous currículums de l'ESO reconeix i facilita la utilització d'aquest recurs didàctic i a la vegada convida més docents a incorporar-lo a les seves programacions.

En aquesta comunicació, des de la perspectiva de professores de matemàtiques que treballem textos històrics a l'aula i que hem participat en la redacció dels nous currículums, presentem una iniciativa general de com utilitzar contextos històrics en les activitats de classe. Acabarem il·lustrant la proposta amb un exemple concret que en el decret apareix en la llista corresponent a 3r d'ESO: Els orígens de l'àlgebra simbòlica (Món àrab, Renaixement).²

Contextos històrics en el currículum

Els continguts de l'àrea de matemàtiques, que apareixen al Decret 143/2007, expressen els aspectes fonamentals referents als conceptes i als processos matemàtics que s'han d'anar desenvolupant a mesura que es va progressant en l'aprenentatge i l'ús de la competència matemàtica.

En la presentació dels continguts del currículum trobem ja referències a la història de les matemàtiques:

Al final dels continguts de cada curs, es suggereixen, a tall d'exemple, aproximacions de caràcter històric a determinats continguts. Amb elles es pretén d'una banda mostrar el desenvolupament històric de les matemàtiques com a ciència en evolució i sotmesa a canvis, i de l'altra evidenciar contextos on aquests continguts adquiriren el seu significat.³

I en el primer dels onze objectius de l'etapa:

Valorar les matemàtiques com a part de la cultura, tant des del punt de vista de la història com des de la diversitat cultural del món actual, i utilitzar la competència matemàtica per analitzar tot tipus de fenòmens del nostre món i per actuar de manera reflexiva i crítica en els diferents àmbits de la vida.⁴

1. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematiques_eso.pdf (p. 13, 19, 25, 30).

2. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematiques_eso.pdf (p. 25).

3. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematiques_eso.pdf (p. 6).

4. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematiques_eso.pdf (p. 8).

Finalment, a cada curs, després dels continguts distribuïts en cinc blocs (Numeració i càlcul, Canvi i relacions, Espai i forma, Mesura, i Estadística i azar),⁵ s'inclou un apartat dedicat a les connexions amb altres matèries i un altre d'exemples de contextos històrics, precedit pel paràgraf següent:

Com en el cas de les connexions, es presenta una llista, no exhaustiva i per tant ampliable, de possibles aproximacions històriques relacionada amb els continguts del curs.⁶

Així, per tal de coordinar la proposta que presentem (com treballar contextos històrics a l'aula) amb la inclusió de contextos en els nous currículums de matemàtiques, hem elaborat la taula següent que relaciona context, bloc de continguts i competència matemàtica. Hem conservat, a la tercera columna, el mateix redactat del Decret.⁷

Taula 1. Relació entre context, bloc de continguts i competència matemàtica.

Context històric	Bloc de continguts	Aspectes de la competència matemàtica que desenvolupa
1r d'ESO		
Els orígens del sistema de numeració decimal	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació.
La introducció del zero i els sistemes de numeració posicional	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
La geometria a les antigues civilitzacions (Egipte i Babilònia)	Espai i forma	Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments geomètrics sobre relacions geomètriques.
Les primeres aproximacions del nombre (Egipte, Xina i Grècia)	Mesura	Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per obtenir mesures i fer estimacions raonables.

5. L'organització per blocs dels currículums de l'Educació obligatòria és un tret comú per a totes les matèries. A Matemàtiques els cinc blocs es mantenen per a totes les etapes educatives; establir uns blocs comuns, que van creixent de continguts amb els pas dels cursos, promou la idea de l'adquisició del coneixement com a procés helicoïdal creixent, que comença en els nivells inicials i té continuïtat al llarg de totes les etapes.

6. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematicues_eso.pdf (p. 13).

7. Ens referim als títols dels diferents apartats de cada bloc de continguts, que són genèrics i es repeteixen al llarg de tots els cursos, i que indiquen els aspectes de la competència matemàtica que es pretenen desenvolupar amb els continguts introduïts.

Taula 1. Relació entre context, bloc de continguts i competència matemàtica. (Cont.)

Context històric	Bloc de continguts	Aspectes de la competència matemàtica que desenvolupa
2n d'ESO		
Origen i utilització de les fraccions a l'antiguitat (Egipte, Índia, Grècia)	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació.
Les proporcions i la seva utilització (Xina, Índia i Grècia)	Canvi i relacions	Utilitzar models matemàtics per representar i comprendre relacions quantitatives.
El teorema de Pitàgores (Babilònia, Xina, Grècia)	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per resoldre problemes.
Mesures del meridià terrestre: d'Eratòstenes (Alexandria) al naixement del metre	Mesura	Comprendre els atributs mesurables dels objectes, i les unitats, sistemes i processos de mesura.
Els jocs d'atzar en diferents cultures	Estadística i atzar	Comprendre i aplicar conceptes bàsics de probabilitat.
3r d'ESO		
Els orígens de l'àlgebra simbòlica (Món àrab, Renaixement)	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
La resolució geomètrica d'equacions (Grècia, Índia, Món àrab)	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
	Espai i forma	Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments geomètrics sobre relacions geomètriques.
Relació entre geometria i àlgebra i la introducció de les coordenades cartesianes.	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
	Espai i forma	Localitzar i descriure relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació.
L'ús de la geometria per mesurar la distància Terra – Sol i Terra – Lluna (Grècia)	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per resoldre problemes.
	Mesura	Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per obtenir mesures i fer estimacions raonables.
El naixement de la teoria de probabilitats	Estadística i atzar	Comprendre i aplicar conceptes bàsics de probabilitat.

Taula 1. Relació entre context, bloc de continguts i competència matemàtica. (Cont.)

Context històric	Bloc de continguts	Aspectes de la competència matemàtica que desenvolupa
4t d'ESO		
Mètodes per calcular aproximacions d'arrels quadrades (Babilònia, Índia)	Numeració i càlcul	Comprendre el significat de les operacions.
El triangle aritmètic de Pascal i els seus orígens (Xina, Índia i Europa)	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
El naixement i primer desenvolupament de la trigonometria	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per resoldre problemes.
La introducció de l'infinit	Mesura	Comprendre els atributs mesurables dels objectes, i les unitats, sistemes i processos de mesura.

Actualment, diverses línies de treball en educació matemàtica aposten per treballar contextos històrics a l'aula de matemàtiques perquè capaciten l'alumnat per entendre els antecedents i les connexions entre els principals continguts en el desenvolupament de les matemàtiques.

En els *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM,⁸ 2003), les publicacions de referència en els nous currículums de Matemàtiques de Catalunya, es fa una exposició de la necessitat d'entendre i utilitzar les matemàtiques en la vida diària i professional i d'ella se'n deriva que tots els estudiants haurien de tenir l'oportunitat i el recolzament necessari per aprendre conceptes matemàtics importants amb profunditat i comprensió. En concretar els exemples que sustenten la necessitat d'entendre i utilitzar les matemàtiques apareixen les matemàtiques com a part de l'herència cultural i intel·lectual de la humanitat i, en aquest sentit, reforça la inclusió de contextos històrics a l'aula.

Un altre exemple d'aquesta tendència el trobem als *Historical Modules for Teaching and Learning of Mathematics* (Katz & Michalowicz, 2004). Podem resumir els seus objectius dient que es proposen desenvolupar en els estudiants el gust per la història del desenvolupament dels diferents conceptes matemàtics per tal d'entendre'n la interconnexió i la construcció acumulativa del coneixement per produir un tot coherent.

A França, dins de la *Commission inter-IREM⁹ d'Épistémologie et histoire des mathématiques*¹⁰ hem trobat en els seus propòsits les mateixes inquietuds: l'estudi de la construcció dels sa-

8. National Council of Teachers of Mathematics (Associació Nacional de Professors de Matemàtiques).

9. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (Institut per a la Recerca i Ensenyament de les Matemàtiques).

10. Agrupació, dins de l'IREM, que integra una seixantena de persones, ensenyants d'escoles, instituts i universitats.

bers matemàtics en el context on es produeixen, l'aportació epistemològica de la història de les matemàtiques, la introducció de la perspectiva històrica a l'ensenyament i l'ús de la història de la matemàtica com una eina per a la pluridisciplinarietat a l'ensenyament.

Christine Keitel (Keitel, 2004), des d'Alemanya, quan analitza per què els estudiants necessiten les matemàtiques, exposa el paper que han tingut les matemàtiques al llarg de la història com a eina particular per solucionar problemes en les pràctiques socials i com a mitjà de poder. En aquest sentit dona elements per introduir l'ús de contextos històrics a l'aula.

També hem llegit referents en aquest mateix sentit en l'obra *Enculturación matemática* (Bishop, 1999). En aquest llibre, l'autor considera que la matemàtica és un producte cultural i, coherent amb aquest pensament, presenta una estructura curricular que genera nous procediments i idees i també processos i capacitats que cal desenvolupar. Exposar que una part del currículum s'ha de basar en projectes que recullin el component social de les matemàtiques: el passat, el present i el futur. Aquests projectes haurien d'intentar indicar a l'alumnat situacions històriques significatives per al desenvolupament matemàtic. Per acabar, afirma que el camp de la història de les matemàtiques i de les ciències és molt fèrtil i que en els currículums de matemàtiques hauríem de trobar oportunitats per remetre l'alumnat a la seva herència cultural (Bishop, 1999: 146).

En analitzar currículums d'altres països, no voldríem passar per alt el currículum portuguès que des de fa anys inclou els contextos històrics. Segons aquest currículum, l'alumnat ha de desenvolupar projectes que incloguin aspectes d'història del desenvolupament i de la utilització de les matemàtiques.¹¹

Finalment emplacem a la lectura de l'article «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica» (Massa, 2003: 4-9) on s'analitza el paper que pot aportar la història de la matemàtica a la millora de l'educació matemàtica, presentant exemples concrets referits al currículum de Catalunya.

Contextos històrics a l'aula

Sovint els nostres alumnes tenen una imatge parcial de les matemàtiques, consideren que és una ciència establerta, precisa i immutable, un conjunt de coneixements que sempre s'ha presentat de la mateixa manera i que no és susceptible de patir cap canvi. Introduïm contextos històrics a l'aula per fer reconsiderar aquesta idea, mostrant el desenvolupament històric i presentant les matemàtiques com a ciència en evolució. També els introduïm per evidenciar els contextos on els continguts estudiats adquireixen el seu significat, per afavorir les situacions d'aprenentatge i mostrar quan, com i per a què han calgut aquelles matemàtiques que s'estan estudiant. En definitiva, els introduïm per millorar la formació integral de l'alumnat.

11. <http://www.spm.pt/> (web de la Societat Portuguesa de Matemàtiques).

La introducció d'un context històric a l'aula no té un moment específic i únic dins d'una seqüència didàctica, depèn de molts factors, del tipus d'alumnat, del nivell, del grau d'aprofundiment i de la raó per la qual decidim introduir aquell context. Així, en relació al moment i al perquè, podem concretar com a mínim, cinc situacions:

- En la introducció d'un tema o d'un concepte, per situar el concepte en el temps, per donar explicació de la seva necessitat, per fer l'aprenentatge més significatiu.
- Entremig de la seqüència didàctica d'activitats, per explicar diferències entre dos contextos; la història ens pot servir com a medi natural de lligar continguts matemàtics que en el seu moment van néixer aparellats, o bé que en algun moment van passar a estar relacionats després de ser durant segles dues branques de la matemàtica sense punts en comú.
- Com a eina per motivar l'alumnat i poder treballar un problema nou; la introducció del context històric on es va produir pot ser una manera més entenedora d'estudiar un problema difícil o nou per a l'alumnat.
- Entremig de la seqüència, com a recurs per aclarir algun raonament llarg i elaborat que a primera vista podria ser artificios o rebuscat.
- Al final d'una seqüència d'activitats, per aprofundir, per anar una mica més enllà de l'aula, per donar sentit als continguts matemàtics treballats que així, amb la introducció del context històric, queden més justificats.

El context històric inclou una època, un personatge i un procediment demostratiu o de resolució. En introduir un personatge i la seva època caldrà presentar-lo en el seu context, envoltat dels objectius i preocupacions de l'època i dels problemes que pretenia resoldre. Per començar a parlar d'una època i d'un personatge és molt convenient disposar d'un mapa a l'aula per tal de situar-lo geogràficament i històricament. El procediment demostratiu o de resolució s'introdueix a partir d'un text històric significatiu. El text s'ha d'analitzar i relacionar amb el concepte matemàtic estudiat i a la vegada s'ha d'aclarir a quin moment correspon, dins de l'evolució històrica del concepte.

Pel que fa a l'estudi i anàlisi del procediment demostratiu o de resolució del text triat, caldrà començar per fer una valoració dels raonaments matemàtics que conté, de les característiques de la demostració o del procés de resolució que desenvolupa. També ens detindrem a inserir el procediment dins de la programació, per connectar-lo amb les idees matemàtiques del curs i integrar-lo, de manera natural, a les tasques plantejades dins de la seqüència didàctica.

D'acord amb la línia de treball exposada, presentem un exemple desenvolupat que correspon a un dels contextos històrics del currículum de 3r d'ESO, on situem l'època i apuntem possibles activitats per treballar a l'aula.

Un context històric per a 3r d'ESO: la resolució d'equacions en el Món àrab

Els àrabs han tingut un paper fonamental en el desenvolupament de l'àlgebra, així com en el d'altres branques de la ciència.

Cal recordar que mentre l'Imperi romà va desaparèixer a Occident i amb ell es va produir la decadència de la ciència grega, l'Imperi a Orient es va mantenir. El profeta Mahoma, nascut l'any 580, va formar un estat mahometà a la Meca l'any 622, que es va anar expandint fins al segle XII.

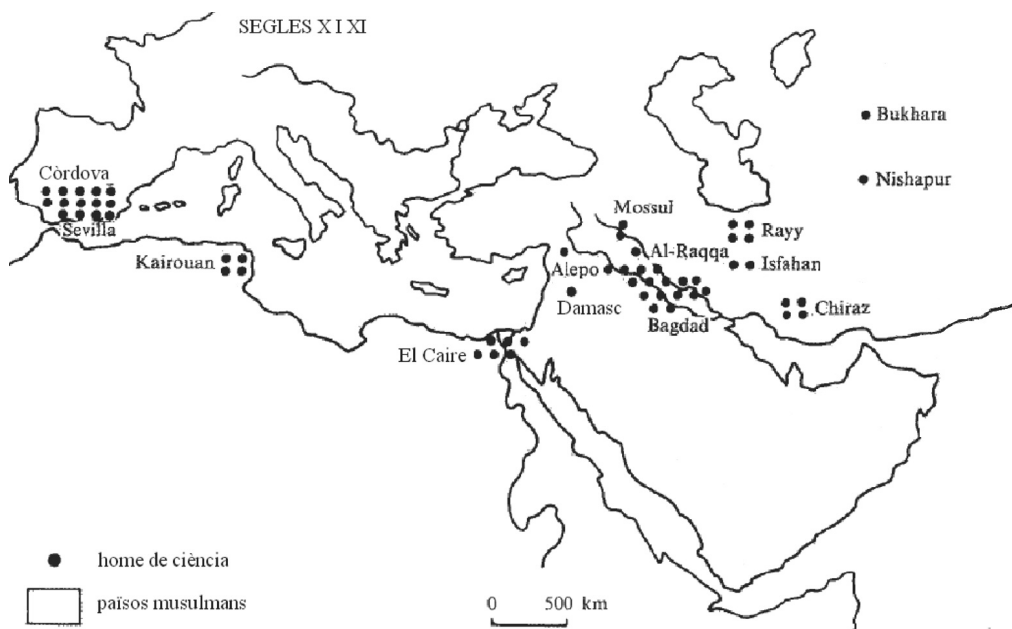


Figura 1. Els principals focus de la cultura àrab dels s. X i XI (Benoit & Micheau, 1991: 182).

Allà va prendre importància el llenguatge «siríac», encara que el grec seguia sent conegut per tots els savis. Es van traduir moltes obres del grec al siríac i els perses van crear diversos centres científics. Els perses possiblement van rebre influències dels hindús; així, a Aryabhata (500 dC) se solucionen diverses equacions, també Brahmagupta en la seva obra d'astronomia dedica dos capítols a les matemàtiques.

Els àrabs, doncs, van recollir l'abstracció del saber grec i el pragmatisme i càlcul del saber hindú, millorant i transformant aquests coneixements assimilats, i creant-ne de nous a partir dels recursos de la seva pròpia civilització. Bagdad va ser el gran centre científic, on van arribar i es van traduir les grans obres gregues com ara els *Elements* d'Euclides, l'*Almagest* de Ptolemeu, i també s'hi van elaborar noves taules astronòmiques... Després de Bagdad, altres focus de cultura van ser: El Caire, Còrdova, Samarcanda, Isfahan... Els àrabs

van fer importants contribucions en física, astronomia d'observació, alquímia, medicina, geometria i àlgebra.

L'ús conjunt de raonaments geomètrics i algebraics es pot trobar a Mohamed Ben-Musa al-Khwarizmi, matemàtic, astrònom i membre de la Casa de la Saviesa de Bagdad, que va morir el 850 dC i és considerat com el creador de les regles de l'àlgebra. La seva obra *Hisāb al-jabr wal-muqabala* (813) va ser traduïda al llatí per Roberto de Chester amb el títol *Liber algebrae et almucabala* (Segòvia, 1145), d'on prové el nom actual d'àlgebra.¹² Al-khwarizmi al començament de l'obra *Hisāb al-jabr wal-muqabala* explica:

El meu propòsit és compondre una obra breu sobre el càlcul per les regles de compactació i reducció, limitant-nos al que és a la vegada més fàcil i més útil en l'aritmètica, i que els homes necessiten constantment en els casos d'herències, llegats, particions, plets així com en el comerç i en totes les relacions dels uns amb els altres, o bé on es necessiten mesures de terres, excavacions de canals, càlculs geomètrics i altres assumptes de molts diversos tipus. (Al-khwarizmi, 1986: 3)

L'obra d'al-Khwarizmi constava d'una part teòrica amb el mètode per resoldre equacions amb coeficients positius (que classificava en sis tipus, fins a segon grau) i una part pràctica que contenia problemes il·lustratius de cadascun dels tipus: problemes de nombres, de comerç, de dots, del blat i la civada, dels exèrcits i dels correus.

Totes les altres àlgebres àrabs, basades en aquesta, conservaven aquesta estructura. Les equacions les estructuraven en sis tipus, sense escriure cap símbol: «Quadrats igual a arrels» [en notació actual, $ax^2 = bx$], «Quadrats igual a nombres» [$ax^2 = c$], «Arrels igual a nombres» [$bx = c$], «Quadrats i arrels igual a nombres» [$ax^2 + bx = c$], «Quadrats i nombres igual a arrels» [$ax^2 + c = bx$], «Arrels i nombres igual a quadrats» [$bx + c = ax^2$]. Primer donaven, amb llenguatge retòric,¹³ l'algorisme de resolució de cada tipus mitjançant un exemple numèric i, després, en la part pràctica, cada vegada que en un problema plantejaven una equació donaven el tipus i la solució, sense fer les operacions.

Les seves regles «*al-jabr wa al-muqabala*» eren les emprades per solucionar les equacions. La primera, «*al-jabr*», que traduïm per chéber o restauració, consistia a eliminar totes les quantitats que tinguessin signe negatiu, afegint la quantitat oposada als dos costats. La paraula «*wa*» significa «i» i la paraula «*al-muqabala*» o reducció, significava agrupar els termes de la mateixa espècie. Les regles tot i que eren elementals no se centraven en un problema concret i tant les utilitzaven en problemes aritmètics, com en geomètrics, com en problemes de la vida real.

12. Per a més informació sobre l'àlgebra àrab vegeu: Catalá (1981), Rashed (1997) i Youschkevitch (1976).

13. El llenguatge retòric, el que descriu les operacions que cal anar fent per trobar el valor de la incògnita sense utilitzar cap mena de símbol per indicar les operacions.

Per explicar la solució del tipus «quadrats i arrels igual a nombres» ho fa amb l'exemple «un quadrat i deu arrels del mateix és igual a trenta-nou unitats» [$x^2 + 10x = 39$]:

L'operació per això és que dividiu per dos el nombre d'arrels, que en la present instància dóna 5 [$b/2$]. Aquest multipliqueu-lo per ell mateix; el producte és 25 [$(b/2)^2$]. El que resulti afegiu-lo a les unitats [39]; la suma és 64 [$(b/2)^2 + c$]. Ara pren l'arrel d'aquest, que és 8, [$(b/2)^2 + c$] $^{1/2}$, i resta-li la meitat del nombre d'arrels, que és 5; la resta és 3 [$-(b/2) + ((b/2)^2 + c)^{1/2}$]. Aquesta és l'arrel del quadrat i el quadrat mateix és 9. (Al-khwarizmi, 1986: 8)

El llenguatge emprat era retòric, sense utilització de símbols i amb alguna justificació geomètrica de les solucions trobades. La justificació geomètrica que feien els àrabs de les solucions de l'equació de segon grau es basava a construir un quadrat de costat « x » i completar-lo amb quatre rectangles de mides « x » i « $b/4$ » i quatre quadrats de costat « $b/4$ », per obtenir un quadrat de costat « $x + b/2$ », com podeu comprovar en les figures següents (Al-khwarizmi, 1986: 13-15):

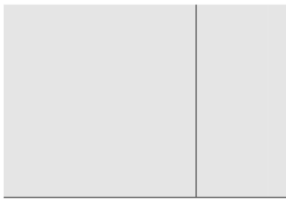


Figura 2. $x^2 + bx = c$



Figura 3. $x^2 + 4(x \cdot b/4) = c$

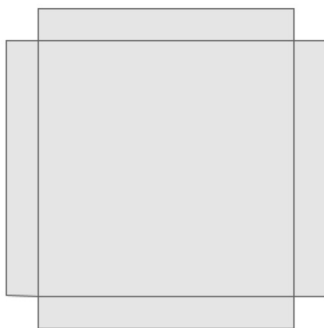


Figura 4. $x^2 + 4(x \cdot b/4) = c$

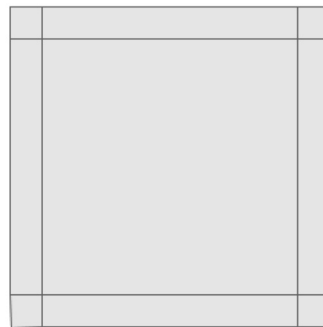


Figura 5. $x^2 + bx + 4(b/4)^2 = c + 4(b/4)^2$

així la situació inicial és ara:

$$x^2 + bx + 4(b/4)^2 = c + 4(b/4)^2$$

però a la vegada el nou quadrat és:

$$(x+b/2)^2 \text{ i d'altra banda } 4(b/4)^2 = (b/2)^2$$

per tant:

$$(x+b/2)^2 = c + (b/2)^2$$

i per extracció de l'arrel i aïllant:

$$x+b/2 = [c + (b/2)^2]^{1/2} \quad x = -b/2 + [c + (b/2)^2]^{1/2}$$

Activitat d'aula

El text que cal llegir és un tros d'*El Compendio de Álgebra* (1343) d'Abenbeder (autor sevillà). Aquesta obra es troba en el manuscrit 936 de la Biblioteca de l'Escorial. Té 46 folis en àrab de tipus espanyol, granadí (Abenbeder, 1916). Cal respondre les següents qüestions:

- Quines regles feien servir les àlgebres àrabs?
- Assenyala la relació entre la resolució retòrica àrab de l'equació de segon grau i l'algorisme actual de resolució.
- Situa Mohamed Ben Musa al-Khwarizmi en el temps i en el context polític i social.
- Tria algun problema del text d'Abenbeder, troba la solució i raona el procediment.
- Reprodueix la justificació geomètrica de la solució de l'equació $x^2 + 10x = 39$ amb el procediment emprat en les àlgebres àrabs.

Conclusions

Des de la perspectiva que els contextos històrics a l'aula de matemàtiques afavoreixen l'aprenentatge perquè mostren quan i com s'han iniciat els continguts matemàtics que s'estan estudiant, celebrem la inclusió de contextos històrics en el nou currículum de l'ESO perquè normalitza i generalitza l'ús d'aquest recurs didàctic. Amb la nostra experiència, també hem constatat que, des de la perspectiva de l'alumnat, la introducció d'un context històric relacionat amb el contingut que s'està treballant resulta gratificant perquè augmenta la motivació i dona elements per entendre millor el que s'està aprenent.

En aquesta comunicació, a més de presentar els exemples que apareixen en el decret 143/2007 DOGC 4915, hem apuntat una proposta sobre com treballar els contextos a l'aula i l'hem il·lustrat amb un exemple, *La resolució d'equacions en el Món àrab*, que correspon a un dels títols descrits en el currículum oficial per a 3r d'ESO.

Desenvolupar i estructurar, dins d'una seqüència didàctica, tots els exemples de contextos històrics que apareixen en el currículum, és el repte pendent per facilitar que el professorat introdueixi de manera natural i real els contextos històrics a l'aula de matemàtiques.

Bibliografía general

BISHOP, A. J. (1999), *Enculturación matemática. La educación desde una perspectiva cultural*, Barcelona, Paidós.

KATZ, V.; MICHALOWICZ, K. (ed.) (2004), *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics*, Washington, The Mathematical Association of America.

KEITEL, K. (2004), «¿Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas?». A: GIMÉNEZ, J.; SANTOS, L.; DA PONTE, J. P. (coords.), *La actividad matemática en el aula Homenaje a Pablo Abrandes*, Barcelona, Graó.

MASSA ESTEVE, M. R. (2003), «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica», *Biaix*, **21**, 4-9.

NCTM (2003), *Principios y Estándares para la Educación Matemática*, Fernández Reyes (trad.), Granada, Proyecto Sur Industrias Gráficas S. L. http://www.xtec.cat/estudis/eso/curriculum_2007/matematicues_eso.pdf

<http://www.spm.pt/> web de la societat Portuguesa de professors de matemàtiques

<http://www.univ-irem.fr/commissions/epistemologie/accueil/epistemologie.htm>

Bibliografía específica de l'exemple presentat

ABENBEDER (1916), *Compendio de álgebra de Abenbeder*, SANCHEZ PÉREZ (ed. i trad.), Madrid.

BENOIT; MICHEAU (1991), «¿El intermediario árabe?». A: SERRES, M. (ed.), *Historia de las ciencias*, Madrid, Cátedra, 175-201.

CATALÁ, M. A. (1981), «El nacimiento del álgebra». A: VERNET, J. (ed.), *Historia de la ciencia árabe*, Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 23-37.

MOHAMED BEN MUSA AL-KHWARIZMI (1986), *The Algebra of Mohammed ben Musa*, F. ROSEN (ed. i trad.), Nova York, Olms.

RASHED, R. (1997), «L'algèbre». A: *Histoire des sciences arabes 2. Mathématiques et physique*, Paris, Seuil, 31-54.

YOUSCHKEVITCH, A. P. (1976), *Les Mathématiques Arabes (VIII-XV s.)*, Paris, Lib. Philos, Vrin.