

# LA GEOLOGÍA DE LOS PLANETAS:

## Análisis estadístico de datos composicionales al servicio de la planetología

J. A. MARTÍN-FERNÁNDEZ<sup>1</sup>  
V. PAWLOWSKY-GLAHN<sup>1</sup>  
H. LAMMER<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dept. Informàtica i Matemàtica Aplicada,  
Universitat de Girona, Girona, Spain

<sup>2</sup> Space Research Institute, Austrian Academy of Sciences, Graz, Austria

¿El valor 15 está situado en el centro de los valores 10 y 20? Si se trata, por ejemplo, de temperaturas (°C) fácilmente podemos asumir que sí, que 15°C es la temperatura media (media aritmética) entre 10°C y 20°C. Sin embargo, si se trata de porcentajes de interés bancario la respuesta sería no. No es lo mismo depositar un capital C durante dos años al 15% que un año al 10% y el otro al 20%. Es decir,  $C \cdot (1.15)^2 \neq C \cdot (1.10) \cdot (1.20)$ . En este caso, como muy bien conocemos los sufridos hipotecados, el valor central entre 10 y 20 es su media geométrica  $\sqrt{10 \times 20} \approx 14.14$ . La diferencia entre las dos situaciones anteriores radica en el espacio muestral. De manera natural podemos asumir que las temperaturas “viven” en un espacio muestral de tipo “aditivo”, pero los porcentajes pertenecen a un espacio muestral “multiplicativo”. De manera muy somera podemos decir que un espacio muestral es de tipo “aditivo” cuando la comparación de dos valores se realiza a través de su resta o diferencia en términos absolutos. Entonces los estadísticos más comunes se calculan mediante expresiones matemáticas cuyos términos contienen sumas y diferencias absolutas (ej. media aritmética y varianza muestral). Por el contrario, en un espacio muestral “multiplicativo”, dos valores se comparan mediante su cociente o proporción.

Los datos composicionales son realizaciones de un vector aleatorio multidimensional

cuyas variables informan del valor relativo de una parte respecto un todo. Ejemplos clásicos de datos composicionales son, entre otros, la composición química en óxidos mayores de muestras de minerales y el porcentaje de diferentes recursos disponibles en un hábitat consumidos por los individuos de una determinada especie animal. El espacio muestral de este tipo de datos, cuando se observan D partes, se conoce como simplex  $S^D$  y su definición matemática es  $S^D = \{x \in R^D \mid x_i > 0; \sum x_i = c\}$ , donde el valor de la constante “c” usualmente es igual a 1, 100,  $10^6$  o  $10^9$ , según los datos se expresen en proporciones, porcentajes, ppm o ppb. Sin embargo, el valor de “c” es irrelevante si se usan técnicas apropiadas para este tipo de datos. La figura 1 muestra el espacio simplex para el caso  $D=3$ , también conocido como diagrama ternario o diagrama de Finetti en biología. En esta figura se muestra la estimación log-cociente de una distribución de datos mediante técnicas de estimación de tipo núcleo.

Desde Pearson (1897) es conocido que no es conveniente aplicar las técnicas estadísticas usuales a los datos composicionales. Este hecho ocasionó mucha inquietud sobre todo entre científicos del campo de las ciencias de la Tierra, y nos encontramos así con múltiples intentos de atajar el problema, como queda reflejado en un sinnúmero de publicaciones en los años 60 y 70 del siglo pasado. Hoy en día sabemos que la razón se fundamenta en que las técnicas clásicas están diseñadas para datos con espacio muestral de tipo “aditivo”. Se tuvo que esperar hasta Aitchison (1986) para encontrar la propuesta de una metodología específica, conocida como log-cociente (logaritmo de cocien-

tes), que permite aplicar un análisis estadístico apropiado para este tipo de datos. Más recientemente, Pawlowsky-Glahn y Egozcue (2001) definen un cuerpo teórico matemático para el espacio muestral restringido de tipo “multiplicativo”. Durante la última década se han producido avances muy relevantes en la metodología *log-cociente*, tanto en su vertiente de aplicación práctica como en sus desarrollos teóricos. Cabe destacar sobre todo los estudios relativos al tratamiento de los ceros en las muestras, aspecto de suma importancia en la práctica y muy debatido. El libro Pawlowsky-Glahn y Buccianti (2011) representa un verdadero “estado-del-arte” en este campo. Precisamente a raíz de estos desarrollos teóricos, presentados en una ponencia en el International Geological Congress (Firenze, Italia, 2004), se inicia una colaboración entre científicos del Space Research Institute de Graz y del grupo de la Universitat de Girona. El Space Research Institute de Graz es un centro líder en el estudio de los procesos y datos del espacio sideral. Prueba de ello son los trabajos Kolb et al. (2006), Wurz et al. (2007, 2010) y Lammer et al. (2011) realizados en colaboración con investigadores del grupo Estadística y Análisis

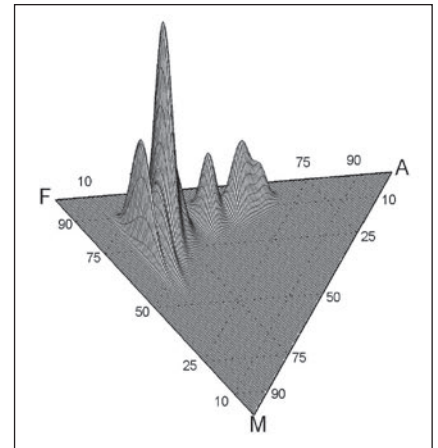


Figura 1: Diagrama ternario: Densidad estimada mediante técnicas de estimación de tipo núcleo.

tes), que permite aplicar un análisis estadístico apropiado para este tipo de datos. Más recientemente, Pawlowsky-Glahn y Egozcue (2001) definen un cuerpo teórico matemático para el espacio muestral restringido de tipo “multiplicativo”. Durante la última década se han producido avances muy relevantes en la metodología *log-cociente*, tanto en su vertiente de aplicación práctica como en sus desarrollos teóricos. Cabe destacar sobre todo los estudios relativos al tratamiento de los ceros en las muestras, aspecto de suma importancia en la práctica y muy debatido. El libro Pawlowsky-Glahn y Buccianti (2011) representa un verdadero “estado-del-arte” en este campo.

Precisamente a raíz de estos desarrollos teóricos, presentados en una ponencia en el International Geological Congress (Firenze, Italia, 2004), se inicia una colaboración entre científicos del Space Research Institute de Graz y del grupo de la Universitat de Girona. El Space Research Institute de Graz es un centro líder en el estudio de los procesos y datos del espacio sideral. Prueba de ello son los trabajos Kolb et al. (2006), Wurz et al. (2007, 2010) y Lammer et al. (2011) realizados en colaboración con investigadores del grupo Estadística y Análisis

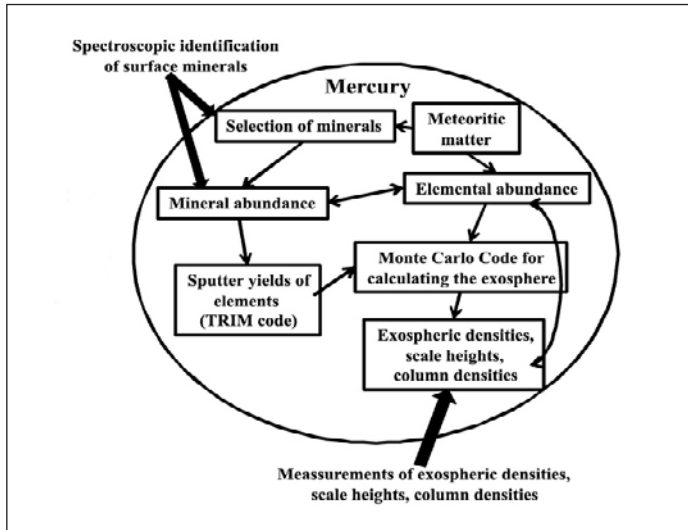


Figura 2: Procesos de meteorización que afectan la superficie y composición de Mercurio: la radiación solar y la meteorización por exposición a partículas espaciales modifican permanentemente las capas superiores de la superficie.

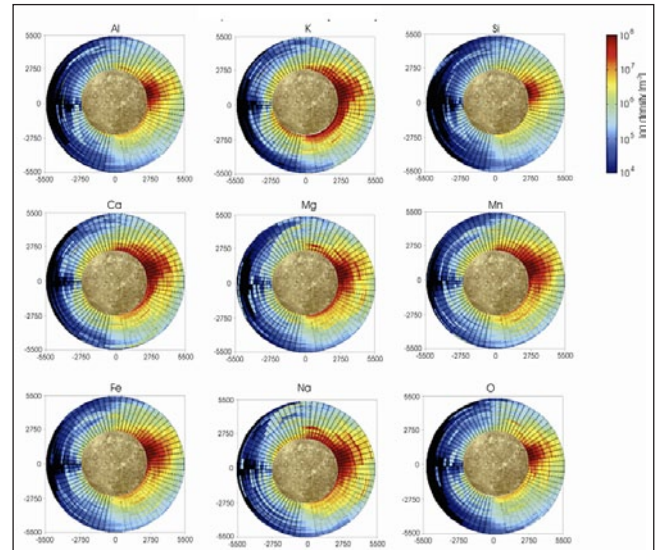


Figura 3: Planeta Mercurio: flujo de diferentes elementos químicos desde el suelo a la exosfera según la actividad solar.

de Datos de la Universitat de Girona. En ellos se han aplicado métodos log-cociente para modelar datos de la Luna y de los planetas Marte y Mercurio.

Generalmente, las superficies de los planetas son alteradas por diversos procesos químicos y físicos: tectónica global, meteorización química, tormentas de polvo, líquidos, vientos, volcanismo, y meteorización espacial debida a la radiación solar y la exposición a partículas espaciales. En la figura 2 se muestra un diagrama de los diversos procesos que actúan en el caso del planeta Mercurio. La meteorización en él, al ser un planeta sin atmósfera significativa, está principalmente basada en la actividad solar y los micrometeoritos. La superficie de Mercurio, expuesta al bombardeo de iones, registra una pulverización catódica (*sputtering*) cuya información permite relacionar la composición de la exosfera con la de la superficie mediante la combinación del programa TRIM.SP y un proceso de simulación basado en el método Monte Carlo. Procediendo de esta manera, la inferencia acerca de la química “bruta” del planeta se puede realizar a partir del estudio de los átomos y moléculas de la exosfera provenientes de la superficie por diversos procesos. Quizás el reto más difícil sea la identificación de la principal fuente de algunos elementos como son, entre otros, H, He, Na o K. En general, se acepta que el H y el He provienen principalmente del viento solar, mientras que el Na y el K provienen de los impactos de meteoritos en la corteza de Mercurio. Además de los

anteriores elementos, correspondientes a observaciones espectroscópicas y experimentación en laboratorio, otros elementos como O, Mg, Al, Si, P, S, Ca, Ti, Cr, Fe, Ni, Zn, OH también están relacionados con los suelos de la superficie de Mercurio (Wurz et al., 2010, y sus referencias).

En la figura 3 se muestra la distribución del flujo de algunos elementos químicos del suelo de Mercurio en función de la actividad solar que recibe el planeta. Las técnicas log-cociente para datos composicionales fueron claves para determinar una composición “media” del suelo del planeta a partir de la composición media

de su exosfera. En la actualidad se está analizando la posibilidad de extender el modelo aplicado a Mercurio para datos de Europa, satélite del planeta Júpiter.

#### Agradecimientos:

H. Lammer y J.A. Martín-Fernández agradecen el apoyo del “Büro für Akademische Kooperation und Mobilität” de la Austrian Academic Exchange Service bajo el proyecto ÖAD-Acciones Integradas-2010/2011 y el proyecto ES 14/2010 “Surface-exosphere composition modeling of airless bodies in the Solar System” ●

#### Referencias:

- Aitchison, J., (1986). *The Statistical Analysis of Compositional Data Monographs on Statistics and Applied Probability*. Chapman and Hall Ltd. (Reprinted 2003 with additional material by The Blackburn Press), London (UK). 416 p.
- Kolb, C., Martín-Fernández, J.A., Abart, R., and Lammer, H., (2006). *The chemical variability at the surface of Mars, Icarus*, v. 183(1), pp. 10-29.
- Lammer, H., Wurz, P., Martín-Fernández, J.A. and Lichtenegger, H.I.M., (2011). *Compositional Data Analysis in Planetology: The Surfaces of Mars and Mercury*. In: Pawlowsky, V. and Buccianti, A. (eds). *Compositional Data Analysis: Theory and Applications*. Chichester (UK), John Wiley & Sons. p. 267-281.
- Pawlowsky, V. and Buccianti, A. (eds), (2011). *Compositional Data Analysis: Theory and Applications*. Chichester (UK), John Wiley & Sons, 400 p.
- Pawlowsky-Glahn, V. and Egozcue, J.J., (2001). *Geometric approach to statistical analysis on the simplex*. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment (SERRA)* 15(5), 384-398.
- Pearson, K., (1897). *Mathematical contributions to the theory of evolution. On a form of spurious correlation which may arise when indices are used in the measurement of organs*. *Proceedings of the Royal Society of London LX*, 489-502.
- Wurz, P., Whitby, J.A., Rohner, U., Martín-Fernández, J.A., Lammer, H. and Kolb, C., (2010). *The contribution to Mercury's exosphere by sputtering, micrometeorite impact and photonstimulated desorption*, *Planetary and Space Science*, 58, pp. 1599-1616.
- Wurz, P., Rohner, U., Whitby, J.A., Kolb, C., Lammer, H., Dobnikar, P. and Martín-Fernández, J.A., (2007). *The Lunar Exosphere: The Sputtering Contribution*. *Icarus*, v. 191(2), pp. 486-496.