Vol. 15, 4, 409–423 (1999)

Revista Internacional de
Métodos Numéricos para
Cálculo y Diseño en Ingeniería

Simulação numérica do escoamento de fluido não-newtoniano em duto parcialmente bloqueado

Roberto G. Pereira
Universidade Federal Fluminense
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Passo da Pátria, 156
24210-240 Niterói - RJ, Brasil
Tel.: 55-21-620 70 70/343, Fax: 55-21-717 44 46
e-mail:temrobe@vm.uff.br

Sumário

Simulou-se numericamente o escoamento de fluido não-newtoniano do tipo puramente viscoso em duto parcialmente bloqueado. Este bloqueio, resultando em uma variação na seção reta do duto, impõe ao escoamento uma brusca contração e expanso circular, além de uma região de seção reta reduzida. São apresentados resultados para a força de arrasto atuante no bloqueio ao escoamento, em função: do expoente power-law do fluido; do regime hidrodinâmico do escoamento e de diferentes razões de aspecto. O código numérico utilizado considera formulação primitiva e malhas não deslocadas.

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW OF NON-NEWTONIAN FLUID IN A PARTIALY BLOCKED DUCT

Summary

The present work describes a numerical investigation concerning the drag force in the flow of a purely viscous non-Newtonian fluid inside a tube, in the presence of a partial blockage. Results for the drag force are shown as a function of the power-law exponent, the Reynolds number and the aspect ratios. The numerical code uses primitive formulation and non-staggered grids.

INTRODUÇÃO

No presente trabalho numérico investigou-se o comportamento da força de arrasto no escoamento de fluidos não-newtonianos do tipo puramente viscoso em dutos parcialmente bloqueados.

O bloqueio ao escoamento pode ocorrer devido a presença de corpos submersos[1,2] ou também devido a variações na seção reta do duto (depósito de material na parede do duto, contrações e expansões bruscas etc.) sendo este o contexto da presente investigação.

O comportamento reológico de fluidos poliméricos de natureza macromolecular difere substancialmente daqueles formados por micromoléculas. Sabe-se que a lei da viscosidade de Newton é inadequada para descrever esta complexa categoria de fluidos[3]. Sabe-se, ainda, que a adição em fluidos de natureza newtoniana, de pequenas quantidades (algumas ppm) de determinados polímeros, é suficiente para causar uma drástica redução no gradiente de pressão do escoamento turbulento. Não obstante este fenômeno já ser conhecido há algum tempo, o interesse tecnológico deste é recente, ganhando expressão com os avanços

 ISSN: 0213-1315 Recibido: Julio 1997

da petroquímica[3]. Apesar das evidências de redução de arrasto pela adição de macromoléculas com elevados pesos moleculares[4], a perfeita compreensão do fenômeno não só é pouco conhecida, como controvertidos e escassos são os trabalhos disponíveis na literatura. Parte da controvérsia explica-se pela elevada sensibilidade das características reológicas do fluido em relação às pequenas alterações na concentração do polímero macromolecular adicionado. Experiências[5], por exemplo, confirmam que soluções aquosas de *Carboxy Methyl Cellulose* podem ter sua natureza não-newtoniana puramente viscosa, radicalmente modificada, passando a apresentar características viscoelásticas se pequenas alterações ocorrerem na concentração do fluido polimérico preparado a partir de uma determinada concentração daquele produto.

Nesta primeira abordagem do problema, embora, o regime hidrodinâmico investigado não tenha sido elevado, formaram-se no escoamento regiões de recirculações nas proximidades do bloqueio parcial que dependem do número de Reynolds, das razões de aspecto do problema físico e do caráter reológico do fluido. A determinação e análise da força de arrasto nestas situações constituem o objeto central de estudo do presente trabalho.

Os escoamentos parcialmente bloqueados são encontrados em diversas situações de interesse científico e tecnológico, compreendendo: o processamento de polímeros; o problema da estenose (escoamento obstruído em artérias e veias); o bombeamento de fluidos etc. As necessidades de investigações, a importância científica, tecnológica e comercial destes escoamentos são destacadas nas referências[6,7], entre outras.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Diferentes conjecturas são descritas na literatura na tentativa de explicar o comportamento da força de arrasto no caso do escoamento de um fluido polimérico próximo à uma superfície sólida. Segundo a referência[8] uma das possíveis explicações está relacionada à formação de uma camada limite na superfície do corpo submerso (superfície sólida). Esta camada limite pode ser formada por uma orientação preferencial do polímero (*the effective wall layer theory*) ou pela adsorção do polímero redutor do arrasto (*adsortion theory*) na superfície sólida. Formam-se então no escoamento, regiões de menor viscosidade próximas à superfície sólida concorrendo, assim, para a redução do arrasto. Outra hipótese (*viscoelastic theory*) está associada ao fato do polímero apresentar comportamento viscoelástico. Neste caso, as moléculas capazes de armazenar a energia cinética do escoamento principal sob a forma de energia potencial de alongamento ou deformação concorrem para a formação de gradientes de deformação no escoamento que resultam no afastamento do polímero relativamente à superfície sólida, levando à redução do arrasto. Já Cohen[9] destaca a denominada *apparent slip flow theory* segundo a qual a dinâmica de escoamentos poliméricos próximos a uma superfície sólida pode ser afetada por forças de repulsão. Estas forças podem levar a formação no escoamento de uma região de menor concentração do polímero e consequente menor viscosidade levando a uma redução no arrasto.

O PROBLEMA FíSICO

O escoamento confinado de um fluido na presença de um bloqueio é ilustrado na Figura 1, sendo R_0 o raio e L o comprimento do duto. O bloqueio parcial, resultando em uma variação na seção reta do duto, impõe ao escoamento uma brusca contração e expansão circular, além de uma região de seção reta reduzida. As grandezas a e l quantificam a magnitude do bloqueio ao escoamento e denotam respectivamente: o quanto diminuiu o raio do duto e o trecho apresentando seção reta reduzida.

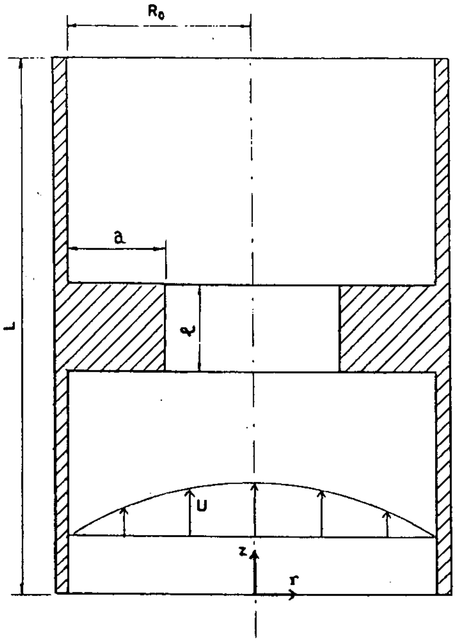

Figura 1. Escoamento parcialmente bloqueado

As equações de movimento em regime permanente para o caso de um fluido não-newtoniano do tipo puramente viscoso aplicadas ao problema físico em questão são dadas por:

Equação da continuidade

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} = 0 \tag{1}$$

Momentum na direção radial

$$\frac{\partial v^2}{\partial r} + \frac{\partial uv}{\partial z} + \frac{v^2}{r} = \frac{\eta}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) - \frac{\eta}{Re}\frac{v}{r^2} + \frac{2}{Re}\frac{\partial v}{\partial r}\frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{Re}\frac{\partial \eta}{\partial z}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r}\right) - \frac{\partial p}{\partial r} \tag{2}$$

Momentum na direção axial

$$\frac{\partial vu}{\partial r} + \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{vu}{r} = \frac{\eta}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \frac{2}{Re}\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{1}{Re}\frac{\partial \eta}{\partial r}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r}\right) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{3}$$

Nas equções acima: v, u, p, Re e η denotam, respectivamente, o componente radial da velocidade, o componente axial da velocidade, a pressão, o número de Reynolds e a função viscosidade.

Em uma primeira abordagem do problema, admitiu-se o modelo de fluido puramente viscoso sendo a função viscosidade descrita pelo modelo *power-law*

$$\eta = m(2\Pi_\Gamma)^{\frac{n-1}{2}} \tag{4}$$

sendo m o parâmetro de consistência, n o índice do escoamento (expoente *power-law*) e Π_Γ o segundo invariante do tensor da taxa de deformação.

Como condições de contorno impõe-se o não deslizamento do fluido nas paredes do duto e na superfície do bloqueio ao escoamento. Considera-se, ainda, o campo de velocidade do fluido distante da obstrução como sendo o campo de velocidade do escoamento não obstruído.

O CÓDIGO NUMÉRICO

O método numérico utilizado encontra-se detalhado na referência[5] sendo, também, apresentado na referência[10]. Considera-se a técnica de diferenças finitas na discretização das equações de movimento, trabalhando-se com a formulação primitiva e malhas não deslocadas. A equação da pressão foi obtida substituindo-se os componentes de velocidades, obtidos das equações de *momentum*, na equação discretizada da continuidade.

O algoritmo numérico consiste em atualizar inicialmente o campo de pressão, via uma única iteração do método SOR. Em seguida, os novos valores dos campos de velocidades são determinados através da solução simultânea das equações de *momentum*. Isto é feito pelo método TDMA, alternando-se as direções de busca através da geometria computacional.

Empregou-se, ainda, uma adequada decomposição do domínio computacional de modo a evitar o uso de malhas não ortogonais. A célula computacional típica e uma das malhas utilizadas são mostradas nas Figuras 2 e 3.

A seguir são apresentados alguns detalhes da implementação numérica.

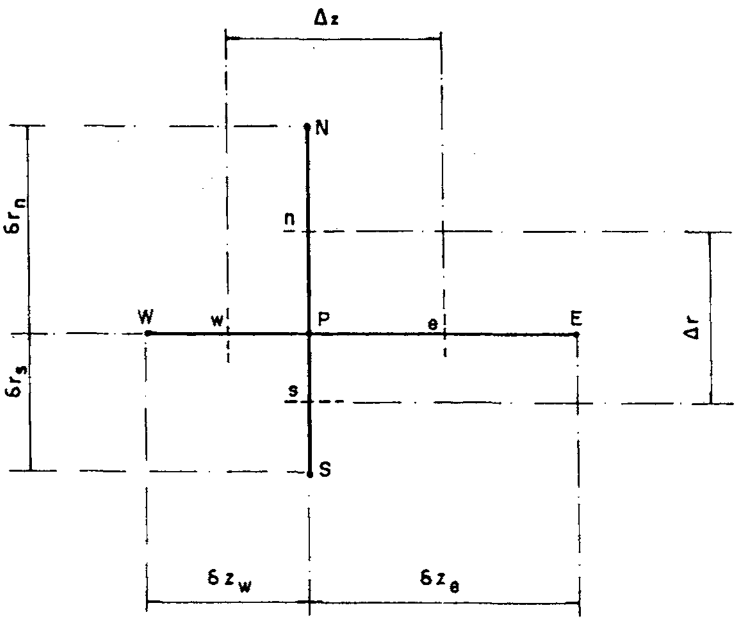

Figura 2. Célula computacional típica

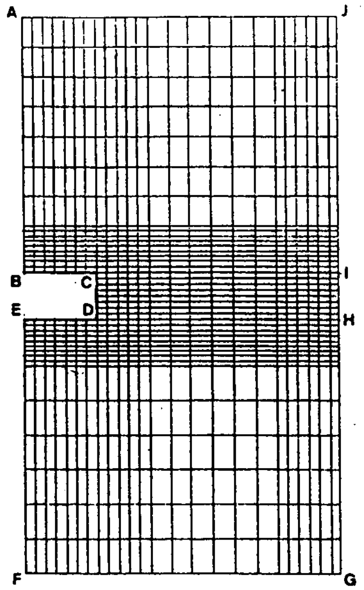

Figura 3. Malha computacional típica

Discretização das equações de *momentum*

Visando manter-se o acoplamento entre as equações de *momentum*, os termos não lineares destas equações foram tratados utilizando-se a técnica de Newton-Raphson, similarmente ao procedimento utilizado por Lee[11] e Galpin e Raithby[12]. Deste modo, obtem-se, a partir das equações (2) e (3)

$$\frac{\partial(v^{t+1}\phi^t + v^t\phi^{t+1} - v^t\phi^t)}{\partial r} + \frac{\partial(u^{t+1}\phi^t + u^t\phi^{t+1} - u^t\phi^t)}{\partial z} + \frac{(v^{t+1}\phi^t + v^t\phi^{t+1} - v^t\phi^t)}{r} + \\ + F^{\phi^{t+1}} - C^{\phi^t}\left(\frac{\partial^2\phi^{t+1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\phi^{t+1}}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi^{t+1}}{\partial z^2} = G^{\phi^t} + P^{\phi^t}\right) \tag{5}$$

Na equação (5), os índices superiores $t+1$ e t representam, respectivamente, os valores das variáveis nas iterações atual e anterior. Já os termos $F^{\phi^{t+1}}$, C^{ϕ^t}, G^{ϕ^t} e P^{ϕ^t} referem-se a valores específicos para as equações (2) e (3).

A não linearidade associada à dependência da função viscosidade com o tensor da taxa de deformação foi tratada explicitamente, deste modo utilizou-se o campo de velocidades da iteração anterior na avaliação da função viscosidade. Embora, diversas técnicas implícitas de linearização dos termos viscosos tenham sido investigadas[5] o modo mais eficiente foi a utilização do procedimento explicito o que levou a uma melhor taxa de convergência para todos os casos testados.

Na discretização dos termos convectivos das equações de *momentum*, utilizou-se um esquema adaptativo de três pontos, aplicado às malhas não uniformes, similar ao proposto por Braga[13] para o caso de malhas uniformes. Assim, de acordo com a nomenclatura da Figura 2, tem-se

$$\frac{\partial(v\phi)}{\partial r} = \frac{(v\phi)_n}{\partial r_n} - \frac{(v\phi)_s}{\partial r_s} + \left(\frac{1}{\partial r_s} - \frac{1}{\partial r_n}\right)(v\phi)_P \tag{6}$$

sendo

$$v_n = \frac{\delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s} v_N + \frac{\delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s} v_P \tag{7}$$

$$\phi_n = \left(1 - \alpha_r \frac{2\delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s}\right) \frac{\delta r_n \phi_N}{\delta r_n + \delta r_s} + \left(1 + \alpha_r \frac{2\delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s}\right) \frac{\delta_s \phi_P}{\delta r_n + \delta r_s} \tag{8}$$

O valor de α_r na equação (8) é obtido de modo a evitar o aparecimento de flutuações espaciais durante a solução do problema, de acordo com Braga[13]

$$\alpha_r \frac{\delta r_n + \delta r_s}{2\delta r_s} - \frac{2}{|Re_r|} \quad \text{para } v_P > 0 \tag{9}$$

ou seu negativo, no caso de $v_P < 0$. Nesta equação Re_r denota o número de Reynolds da célula computacional relativo ao componente radial da velocidade, sendo dado por

$$Re_r = 2Re \frac{\delta r_n \delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s} v_P \tag{10}$$

No caso de se obter da equação (9) valor negativo para α_r caracterizando um escoamento fortemente viscoso, utiliza-se $\alpha_r = 0$ o que corresponde a um sistema central para a discretização dos termos convectivos.

Para a discretização dos termos envolvendo derivadas de segunda ordem, utilizou-se um sistema central aplicado às malhas não uniformes. No caso, por exemplo, das derivadas com respeito a coordenada radial, tem-se

$$\frac{\partial^2 \phi_P}{\partial r^2} = \frac{2}{\partial r_n + \partial r_s} \left[\frac{\phi_N}{\partial r_n} - \left(\frac{1}{\partial r_n} + \frac{1}{\partial r_s} \right) \phi_P + \frac{\phi_S}{\partial r_s} \right] \tag{11}$$

Obtem-se, então, a seguinte equação de *momentum* discretizada na direção radial

$$\begin{aligned} &\frac{A_P^v v_P^{t+1}}{\beta} + A_N^v v_N^{t+1} + A_S^v v_S^{t+1} + A_E^v v_E^{t+1} + A_W^v v_W^{t+1} + B_P^v u_P^{t+1} + B_E^v u_E^{t+1} + B_W^v u_W^{t+1} = \\ &= A_P^v v_P^t \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) - C_N^v p_N^t - C_P^v p_P^t - C_S^v p_S^t + D^v \end{aligned} \tag{12}$$

que pode ser escrita como

$$v_P = \hat{v}p - \frac{\beta}{A_P^v} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{13}$$

Na equação (13), β é o fator de relaxação, incluído devido ao desacoplamento entre as equações de *momentum* e pressão visando assegurar um procedimento iterativo convergente e $\hat{v}$ indica todos os termos exceto o gradiente de pressão discretizado.

Discretização da equação da continuidade

Na discretização da equação da continuidade utilizou-se um esquema de segunda ordem, aplicado à malha não uniforme, do tipo

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{v_n - v_s}{0,5(\delta r_n + \delta r_s)} \tag{14}$$

Tem-se, então, após a discretização da equação da continuidade

$$u_e - u_w + \frac{\delta z_e + \delta z_w}{\delta r_n + \delta r_s}(v_n - v_s) + \frac{\delta z_e + \delta z_w}{2r_p} v_p = 0 \tag{15}$$

A velocidade v_p na equação (15) pode, ainda, ser escrita em função das velocidades v_n e v_s, como sendo

$$v_p = \frac{\delta r_s}{\delta r_n + \delta r_s} v_n + \frac{\delta r_n}{\delta r_n + \delta r_s} v_s \tag{16}$$

Combinando-se, então, as equações (15) e (16), obtem-se

$$u_e + u_w + a_1 v_n + a_2 v_s = 0 \tag{17}$$

sendo os coeficientes a_1 e a_2 prontamente obtidos.

A equação da pressão

A equação da pressão é obtida substituindo-se na equação da continuidade os componentes de velocidade dados pelas equações de *momentum*, conforme o procedimento a seguir.

A determinação de u_e, u_w v_n e v_s é feita aplicando-se as equações de *momentum* entre os pontos nodais. Obtem-se, assim, por exemplo

$$v_n = \hat{v}_n - \frac{\beta}{A_n} \frac{p_n - p_P}{\delta r_n} \tag{18}$$

sendo $\hat{v}_n$ o agrupamento de todos os termos discretizados nas equações de *momentum* excetuando os termos relativos ao gradiente de pressão, analogamente ao procedimento utilizado por Peric *et al.* [14] e A_n de modo similar ao trabalho de Marchi *et al.*[15], corresponde ao coeficiente da velocidade na estação intermediária, dados respectivamente por

$$\hat{v}_n = \frac{1}{2}(\hat{v}_P + \hat{v}_N) \tag{19}$$

$$A_n = \frac{1}{2}(A_P^v + A_N^v) \tag{20}$$

Após a substituição de todos os termos, obtem-se para a equação da pressção

$$A_P^p p_P^{t+1} + A_N^p p_N^{t+1} + A_S^p p_S^{t+1} + A_E^p p_E^{t+1} + A_W^p p_W^{t+1} = B^p \tag{21}$$

A equação (21) aplica-se a todos os pontos nodais internos. Próximo ao contorno, utiliza-se os valores conhecidos de velocidades na substituição indicada pela equação (17), evitando-se, assim, a necessidade de se conhecer as condições de contorno para a pressão.

Decomposição do domínio

Tendo em vista a presença do bloqueio parcial ao escoamento, resultando em uma variação na seção reta do duto, optou-se por decompor o domínio computacional visando levar em consideração os aspectos físicos do problema e evitar o uso de malhas fortemente deformadas. A Figura 3 mostra os três sub-domnios utilizados no presente trabalho. O acoplamento entre as regiões é feito através do uso das equações de *momentum* (12) e a correspondente equação para a direção axial, para os pontos localizados sobre as linhas $\overline{CI}$ e $\overline{DH}$. Após atualizar-se os valores das velocidades nestas linhas, os sub-domínios EFGHE, CDHIC e ABIJA são resolvidos sequencialmente. Estes três sub-domínios, também, são acoplados aplicando-se a equação da pressão (21) nos pontos nodais vizinhos as linhas $\overline{CI}$ e $\overline{DH}$.

RESULTADOS

A influência do caráter reológico do fluido na força de arrasto vem despertando nos últimos anos grande interesse por parte dos pesquisadores. Deste modo, busca-se cada vez mais a utilização de fluidos que concorram para a diminuição do arrasto em diversas aplicações científicas e tecnológicas. Neste sentido, a simulação numérica é essencial permitindo um estudo prévio e amplo de uma dada situação de interesse. É neste contexto que insere-se a presente análise.

A força de arrasto (D) atuante no bloqueio ao escoamento é obtida integrando-se o tensor da tensão na superfície do bloqueio ao escoamento

$$D = \iint_{S_b} \Pi dS \tag{22}$$

O regime hidrodinâmico é definido com base em parâmetros característicos e reológicos, conforme a seguinte expressão para o número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho V_m^{2-n} R_0^n}{m 8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n} \tag{23}$$

sendo V_m a velocidade média do escoamento, R_0 o raio do duto, m o parâmetro de consistência e n o expoente *power-law*.

Os resultados apresentados foram obtidos em uma malha computacional de 1000 pontos (40 na direção z e 25 na direção r). Vários pontos foram concentrados na região central do duto, onde localiza-se o bloqueio ao escoamento, conforme ilustrado na Figura 3. Durante a simulação, o parâmetro de relaxação β variou de 0,3 a 0,9 sendo obtida a convergência para $|(\phi^{t+1} - \phi^t)/\phi^t| < 10^{-4}$.

Caracterização do trabalho

Na Tabela 1, encontra-se caracterizado o trabalho numérico, relativamente ao expoente *power-law* do fluido, razões de aspecto e números de Reynolds investigados.

n	a/R_0	l/R_0	Re
0,4	0,2-0,4	1	0,10-100
0,5	0,2	1	0,10-100
0,6	0,2	1	0,10
0,7	0,2-0,9	0,4-1,4	0,01-1000
0,8	0,1	1	0,10
1,0	0,1-0,9	0,4-1,4	0,01-1000
1,5	0,2-0,9	1	0,01-1000
2,0	0,2-0,9	0,4-1,4	0,10-100

Tabela I. Caracterização do trabalho numérico

Análise dos resultados

A seguir, analisam-se as influências da natureza reológica do fluido, do regime hidrodinâmico do escoamento e das diversas condições de bloqueio ao escoamento em parâmetros de interesse.

As Figuras 4 e 5 mostram a influência do caráter reológico do fluido (expoente *power-law*) na força de arrasto em diversos regimes hidrodinâmicos. Nestas figuras, o valor da força de arrasto D encontra-se normalizado relativamente ao valor obtido no caso do escoamento de fluido newtoniano ($D_{n=1}$).

Observa-se na Figura 4, referente ao caso de $a/R_0 = 0,2$ e $l/R_0 = 1$, que o valor da força de arrasto no caso dos fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) é menos afetada pelo regime hidrodinâmico do que no caso dos fluidos dilatantes ($n > 1$). As situações investigadas mostram que o caso de fluido pseudoplástico apresentando o menor expoente *power-law* fornece o menor valor para a força de arrasto nos diferentes regimes hidrodinâmicos investigados.

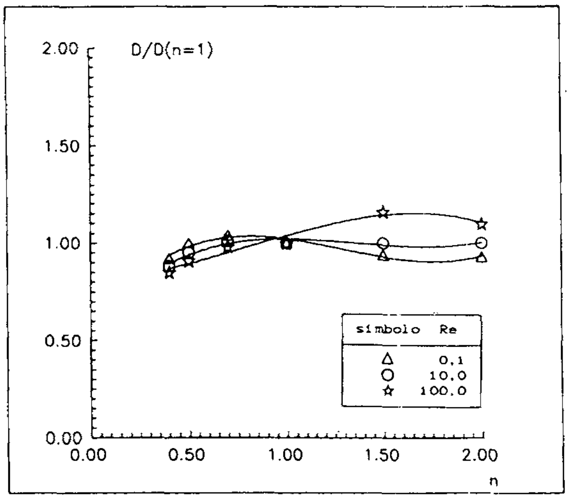

Figura 4. Influência de n em $D/D_{n=1}$ ($a/R_0 = 0,2$; $l/R_0 = 1$)

A Figura 5, que refere-se ao caso de $a/R_0 = 0,4$ e $l/R_0 = 1$, também evidencia uma maior influência do regime hidrodinâmico no valor da força de arrasto nas situações de fluidos dilatantes ($n > 1$). Também, para esta razão de aspecto o menor valor da força de arrasto, para os diversos regimes hidrodinâmicos investigados, foi obtido na situação de fluido pseudoplástico de menor expoente *power-law*.

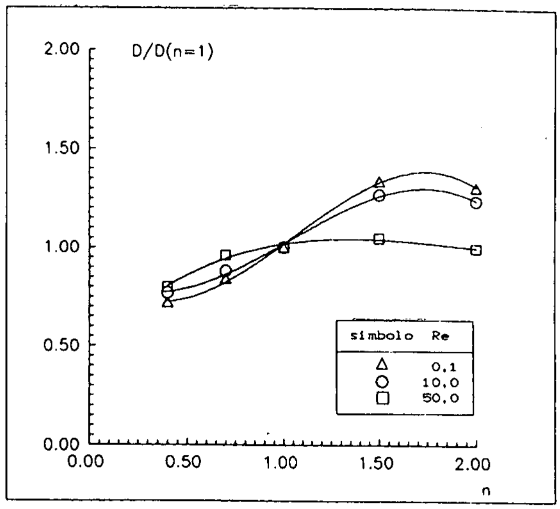

Figura 5. Influência de n em $D/D_{n=1}$ ($a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$)

De um modo geral deve-se ressaltar que a diminuição do arrasto, de grande importância em ciência e tecnologia, depende não somente do caráter reológico do fluido mas também é significativamente afetada pelas razões de aspecto do problema físico em questão e pelo regime hidrodinâmico do escoamento. Assim, é necessário uma criteriosa investigação para cada caso de interesse objetivando a máxima diminuição do arrasto.

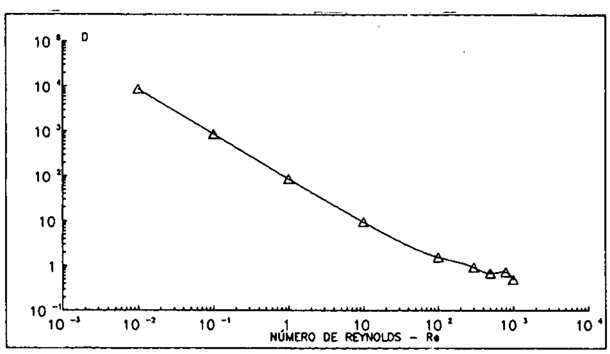

Figura 6. Influência do regime hidrodinâmico em D ($n = 0,7$; $a/R_0 = 0,2$; $l/R_0 = 1$)

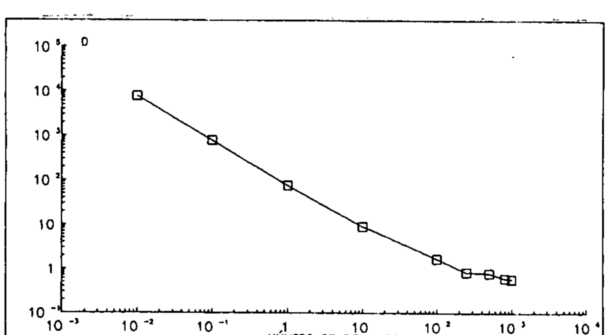

Figura 7. Influência do regime hidrodinâmico em D ($n = 1,5$; $a/R_0 = 0,2$; $l/R_0 = 1$)

A influência do regime hidrodinâmico do escoamento na força de arrasto é mostrada nas Figuras 6 e 7, respectivamente para os casos de $n = 0,7$ e $n = 1,5$ e razões de aspecto: $a/R_0 = 0,2$ e $l/R_0 = 1$. Conforme evidenciado, à medida que predominam os efeitos de inércia menor é a resistĩcia ao escoamento. Resultado similar a este foi obtido por Liepsch *et al.* [16], em seus experimentos com solução coloidal escoando em duto parcialmente bloqueado.

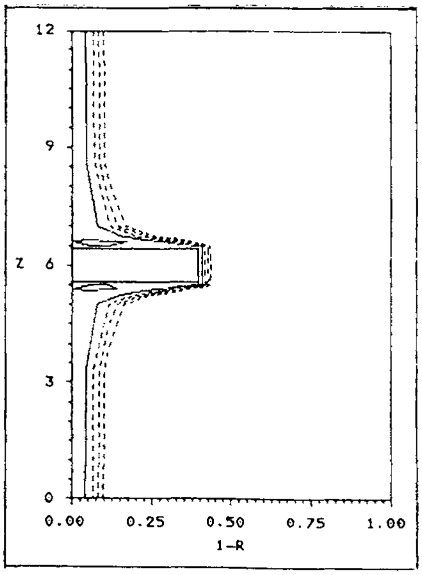

Figura 8. Visualização computacional ($n = 0,7$; $Re = 0,1$; $a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$). (Linhas de corrente: -0,010 a 0,020)

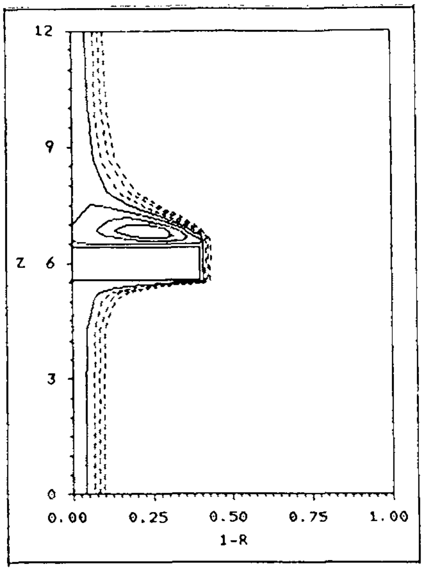

Figura 9. Visualização computacional ($n = 0,7$; $Re = 10$; $a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$). (Linhas de corrente: -0,010 a 0,020)

As Figuras 8 e 9 evidenciam o comportamento das regiões de recirculações presentes no escoamento relativamente ao regime hidrodinâmico, para o caso de $n = 0,7$, $a/R_0 = 0,4$ e $l/R_0 = 1$. Constata-se que as recirculações presentes na região anterior ao bloqueio do escoamento (contração circular) diminuem até desaparecerem à medida que cresce o regime hidrodinâmico do escoamento, enquanto que na região posterior ao bloqueio (expansão circular) as recirculações intensificam-se com o aumento do número de Reynolds. Em seu trabalho restrito ao caso de contração circular e fluido pseudoplástico, Kim *et al.*[17] reportaram comportamento semelhante a este.

A influência do Expoente *power-law* do fluido na hidrodinâmica do escoamento pode ser observada nas Figuras 9 e 10, para $Re = 10$, $a/R_0 = 0,4$ e $l/R_0 = 1$, evidenciando-se regiões de recirculações mais intensas no caso do fluido dilatante ($n = 1,5$). O fato do aumento do expoente *power-law* acarretar em regições de recirculações mais acentuadas, também, foi observado por Kim *et al.*[17] estudando a região da contração circular em seu trabalho restrito ao caso de fluido puramente viscoso do tipo pseudoplástico. Esta mudança na hidrodinâmica do escoamento devido apenas à variação na característica reológica do fluido leva a formação no escoamento de regiões de diferentes viscosidades levando a variações na força de arrasto. Assim, a formação de camadas limites na superfície do corpo submerso é influenciada pelo caráter reológico do fluido resultando na variação da viscosidade podendo levar à redução do arrasto, conforme, também, ressaltado por Tandon *et al.*[8].

A Figura 11 mostra, para a situação de $Re = 0,1$ e $l/R_0 = 1$, como a razão R_0 afeta o valor da força de arrasto atuante no bloqueio ao escoamento, para os casos de fluidos: pseudoplástico ($n = 0,7$); newtoniano ($n = 1,0$) e dilatante ($n = 1,5$ e $n = 2,0$). Constata-se que o aumento do bloqueio ao escoamento na direção radial concorre para um substancial aumento na força de arrasto, sendo este aumento mais acentuado nas situações em que $a/R_0 > 6$. Assim, por exemplo, para $n = 2,0$, a força de arrasto atuante no bloqueio ao escoamento tem um aumento da ordem de 17 vezes quando o valor de a/R_0 varia de 0,2 para 0,6, enquanto que ao variar-se a/R_0 de 0,2 para 0,9 obtem-se um aumento no valor da força de arrasto da ordem de 180 vezes. A previsão de tais esforços é sem dúvida de grande valia em situações tais como: escoamento em tubulações que apresentam redução na seção reta, escoamento em artérias e veias obstruídas etc.

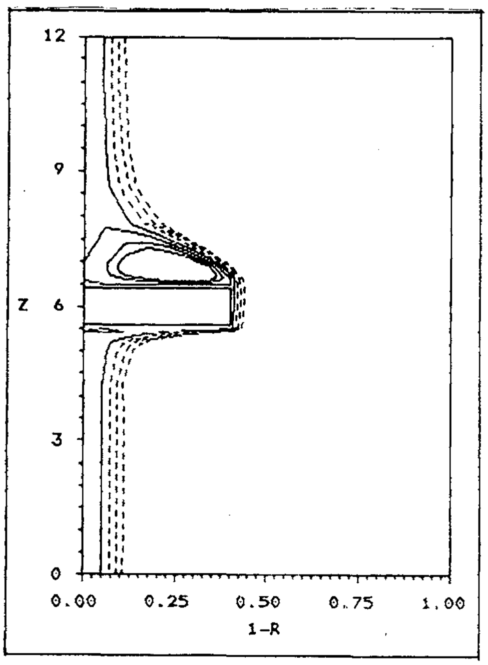

Figura 10. Visualização computacional ($n = 1,5$; $Re = 10$; $a/R_0 = 0,4$; $l/R_0 = 1$). (Linhas de corrente: -0,010 a 0,020)

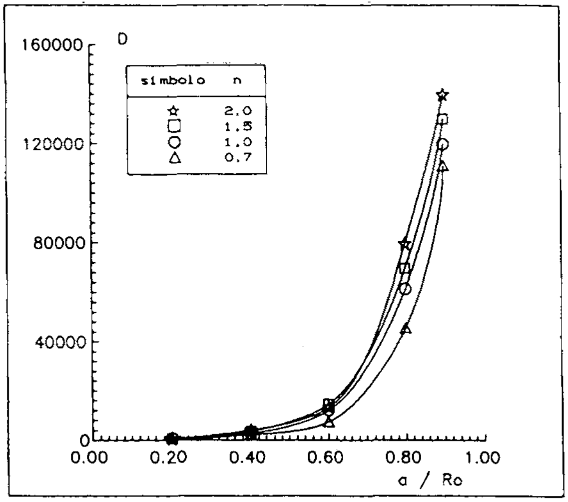

Figura 11. Influência da razção a/R_0 em D ($Re = 0,1$; $l/R_0 = 1$)

A influência da razão l/R_0 na força de arrasto, para a situação de $Re = 0,1$ e $a/R_0 = 0,4$, é mostrada na Figura 12, para os casos de fluidos pseudoplástico, newtoniano e dilatante. Os casos investigados evidenciam um aumento na força de arrasto à medida que cresce o bloqueio ao escoamento na direção axial. Deste modo, tomando-se como exemplo o caso de fluido dilatante ($n = 2,0$), a força de arrasto duplica de valor quando l/R_0 varia de 0,4 para 1,4. Nota-se, ainda, que o valor da força de arrasto é menos afetado pelo crescimento do bloqueio ao escoamento na direção axial, comparativamente ao caso de bloqueio do escoamento na direção radial.

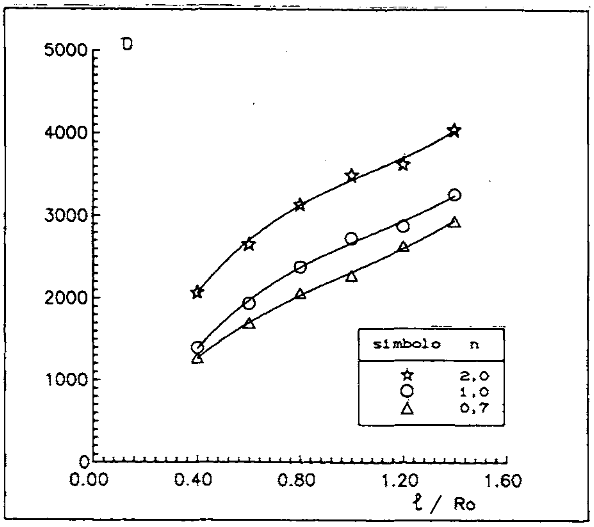

Figura 12. Influñcia da razção l/R_0 em D (Re = 0,1; $a/R_0 = 0,4$)

CONCLUSÕES

Simulou-se o escoamento de fluido puramente viscoso em duto parcialmente bloqueado. A influência do caráter não-newtoniano do fluido na força de arrasto foi investigada, para diferentes regimes hidrodinâmicos e razões de aspecto. O efeito da diminuição do arrasto, dependendo do tipo de fluido utilizado, é de grande interesse tecnológico. Assim, pela simples adição de determinados polímeros no fluido é possível minimizar a resistência ao escoamento.

O conhecimento da força de arrasto atuante na região do bloqueio ao escoamento é de fundamental importância, uma vez que tais esforços crescem drasticamente à medida que cresce a obstrução ao escoamento, podendo ocasionar rupturas de material nestas regiões, por exemplo, levando ao derrame em vasos sanguíneos e vazamento em tubulações industriais. Neste sentido, a diminuição do arrasto, obtida através da adição de determinados agentes redutores de arrasto no fluido, permite minimizar os esforços em questão tendo importante aplicação nos processos de bombeamento e como inibidores e atenuadores da aterosclerose.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro prestado.

REFERÊNCIAS

1 R.G. Pereira, W. Braga e M.N. Frota, "Redução de arrasto por adição polimérica", *Anais do I Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica*, Madrid, Espanha, Vol. **1**, pp. 329–334, (1993).

2 R.G. Pereira, W. Braga e M.N. Frota, "Numerical simulation of the internal flow of polymeric fluids in the presence of obstacles", *Anais do XV Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia*, Belo Horizonte, MG, Vol. **1**, pp. 343–353, (1994).

3 R.B. Bird, R.C. Armstrong e O. Hassager, "*Dynamics of polymeric liquids*", Vol. **1**, John Wiley & Sons, Inc., (1987).

4 N.S. Berman , "Drag reduction by polymers", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. **19**, pp. 47–64, (1978).

5 R.G. Pereira, "Investigação numérico-experimental de escoamentos poliméricos em presença de uma obstrução localizada", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, (1992).

6 R. Keunings, "Simulation of viscoelastic fluid flow", "*Fundamentals of computer modeling for polymer processing*", C.L. Tucker, (3. ed.), pp. 403–469, Hanser Publishers, New York, (1989).

7 B. Pak, Y.I. Cho e S.U.S Choi, "Separation and reattachment of non-newtonian fluid flows in a sudden expansion pipe", *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. **37**, pp. 175–199, (1990).

8 P.N. Tandon, A.K. Kulshreshtha e R. Agarwal, "Rheological study of laminar-turbulent transition in drag reducing polymeric solutions", *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Vol. **7**, Rheology and non-newtonian flows, N.P. Cheremisinoff (Ed.), Gulf Publishing Company, Texas, pp. 459–477, (1988).

9 Y. Cohen, "Apparent slip flow of polymer solutions", *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Vol. **7**, Rheology and non-newtonian flows, N.P. Cheremisinoff (Ed.), Gulf Publishing Company, Texas, pp. 407–457, (1988).

10 R.G. Pereira, W. Braga e M.N. Frota, "Simulação numérica do escoamento confinado de fluido polimérico em presença de obstáculo", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Inginiería*, Vol. **11**, N°4, pp. 589–599, (1995).

11 E.S. Lee, "Quasilinearization and invariant imbedding with applications to chemical engineering and adaptive control", Academic Press, New York, (1968).

12 P.F. Galpin e G.D. Raithby, "Numerical solution of problems in incompressible fluid flow: Treatment of the temperature-velocity coupling", *Numerical Heat Transfer*, Vol. **10**, N°2, pp. 105–129, (1986).

13 W. Braga, "On the use of some weighted upwind schemes for strongly convective flows", *Numerical Heat Transfer*, Vol. **18** (B), pp. 43–60, (1990).

14 M. Peric, R. Kessler e G. Scheuerer, "Comparison of finete-volume numerical methods with staggered and colocated grids", *Computers & Fluids*, Vol. **16**, N°4, pp. 389–403, (1988).

15 C.H. Marchi, C.R. Maliska e A.L. Bortoli, "The use of co-located variables in the solution of supersonic flows, *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Rio de Janeiro, Brasil, Vol. **1**, pp. 157–160. (1989).

16 D. Liepsch, M. Singh e M. Lee, "Experimental analysis of the influence of stenotic geometry on steady flow", *Biorheology*, Vol. **29**, pp. 419–431, (1992).

17 M.E. Kim, R.A. Brown e R.C. Armstrong,"The roles of inercia and shear-thinning in flow of an inelastic liquid through an axysymmetric sudden contraction", *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. **13**, pp. 341–363, (1983).