

FLUJO ALREDEDOR DE UN CILINDRO: EFECTO DE LA CONDICIÓN DE CONTORNO EN LA PARED Y DE LA ANCHURA DEL DOMINIO

SALVADOR PIÑOL
y
FRANCESC XAVIER GRAU

*Departament d'Enginyeria Elèctrica i Mecànica
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Química
Universitat Rovira i Virgili
Carretera Salou s/n
43006 Tarragona, España*

RESUMEN

En el presente trabajo se examina la influencia de la localización de los límites laterales del dominio computacional en el cálculo de los principales parámetros de un flujo bidimensional oscilatorio incompresible alrededor de un cilindro. Los experimentos numéricos se han realizado a un $Pr = 0,7$ y dentro de un intervalo de números de Reynolds que va desde 60 a 200. Se han utilizado, en todos los casos, mallas ortogonales no uniformes cuyos puntos de cálculo vienen dados por la intersección entre las isolíneas de función de corriente y las de potencial de velocidad de un flujo potencial alrededor de un cilindro. Los resultados obtenidos en este trabajo son comparados con datos experimentales y numéricos.

SUMMARY

The influence of the location of the lateral computational boundaries on the main parameters of two-dimensional unsteady incompressible flow past a circular cylinder is investigated in the present work. The numerical experiments are realized over $60 < Re < 200$ and $Pr = 0,7$. We use, in all cases, non uniform orthogonal grids. Their nodes are the intersection between the streamlines and the velocity potencial isolines of a potencial flow around a cylinder. The results obtained in this work are compared with experimental and numerical data.

Recibido: Septiembre 1995

INTRODUCCIÓN

El flujo alrededor de un cilindro circular es un fenómeno muy complicado y ha sido objeto de interés de numerosos estudios en mecánica de fluidos, tanto numéricos como experimentales. En los trabajos de Lecointe y Piquet¹ y Fornberg² sobre el flujo alrededor de un cilindro puede encontrarse asimismo una extensa revisión sobre el tema. Esta configuración de flujo se puede encontrar en meteorología, astronomía e ingeniería. Muchas aplicaciones prácticas comprenden el flujo perpendicular al eje de un cilindro largo, tanto rígido como flexible. A título de ejemplo pueden mencionarse el flujo de viento sobre postes de luz, líneas de energía, cables de suspensión de puentes, chimeneas etc., el flujo de agua alrededor de las columnas de los puentes y el flujo de líquidos o gases alrededor de bancos de tubos en un intercambiador de calor industrial. Debido a la flexibilidad del cilindro se puede producir una vibración en éste inducida por el flujo. Los experimentos demuestran que a números de Reynolds aproximadamente mayores que 50 se generan remolinos aguas abajo del cilindro. Éstos se emiten de forma alternada desde las partes superior e inferior del cilindro con una frecuencia definida. Los remolinos avanzan detrás del cilindro a una velocidad del orden del 80 % de la velocidad potencial en dos hileras que forman lo que se denomina avenida de remolinos de Kármán. El patrón de líneas de corriente oscilatorio causado por el desprendimiento alterno de remolinos genera una fuerza de arrastre sobre el cilindro que fluctúa con una frecuencia igual a la de emisión de remolinos. Si esta frecuencia coincide con la frecuencia natural del cilindro flexible, la amplificación de la vibración puede dar como resultado la destrucción de la estructura.

La simulación numérica de este tipo de flujo mediante la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos no estacionarios e incompresibles ha sido ampliamente investigada en numerosos trabajos³⁻¹³ en los cuales se considera el obstáculo (cilindro) inmerso en un medio infinito (flujo libre). Desde el punto de vista computacional, las condiciones de contorno externas deben imponerse a una distancia finita aunque lo suficientemente grande como para que no influyan en el cálculo de los parámetros más característicos del flujo: frecuencia de desprendimiento y coeficientes de arrastre y sustentación. En el presente estudio se ha determinado el valor hacia el cual tienden dichos parámetros a medida que se van ampliando los límites laterales de la caja de cálculo.

Li¹⁴ estudió el efecto de los límites laterales sobre las características del desprendimiento de los remolinos en un cilindro y encontró que cuando la anchura lateral es mayor que 10 radios del cilindro, los efectos de dichos límites pueden ser despreciados. También llegó a una conclusión similar Ziemniak *et al.*¹⁵ para el caso de un cilindro bidimensional dentro de un canal.

El presente trabajo es la continuación de anteriores estudios realizados por Grau¹⁶ y Grau y Giralt¹⁷ en los cuales los límites laterales de las mallas de cálculo utilizadas estaban situados a 10 radios del centro del cilindro. Dichos límites se han ido ampliando sucesivamente, en este estudio, hasta llegar a 50 radios. Se han calculado los valores de los principales parámetros dinámicos (coeficientes de arrastre, de sustentación y número de Strouhal) y térmicos (perfil del número de Nusselt en la superficie del cilindro) a Re igual a 60, 100 y 200.

TEORÍA

El sistema físico que se ha simulado es el flujo laminar bidimensional oscilatorio alrededor de un cilindro infinito en la dirección perpendicular al plano de simulación. El fluido se supone newtoniano, incompresible y de propiedades físicas constantes. Las simulaciones se han llevado a cabo a $Pr = 0,7$, valor correspondiente al aire en condiciones normales. El cilindro no tiene ni velocidad de rotación ni de traslación.

Se suponen negligibles los términos de disipación viscosa de la energía. Como consecuencia de ello y de la constancia de las propiedades físicas del fluido, los campos dinámico y térmico están desacoplados y, por lo tanto, la temperatura se transporta como un escalar pasivo.

En estas condiciones, el campo dinámico se puede describir mediante la ecuación de continuidad y las de Navier-Stokes que en coordenadas generalizadas y notación tensorial se expresan como

$$\frac{1}{J} \frac{\partial J U^i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} + U^j U_{,j}^i = \frac{g^{ij}}{\rho} p_{,j} + \nu g^{jk} U_{,jk}^i \tag{2}$$

siendo

$$J = \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \tag{3}$$

U^i son las componentes del vector velocidad en el sistema de coordenadas generalizadas (ε, η) , J el jacobiano de transformación de coordenadas, g^{ij} el tensor métrico, p la presión, t el tiempo, ρ la densidad y ν la viscosidad cinemática.

Este es un sistema de tres ecuaciones con tres variables dependientes: las dos componentes de la velocidad y la presión.

En el caso de dominios bidimensionales monoconexos se puede reducir el número de variables dependientes y de ecuaciones a dos (función de corriente y vorticidad) aplicando la transformación de Helmholtz. Estas variables en coordenadas generalizadas se expresan como

$$\omega^i = \frac{E^{ijk}}{J} (g_{kp} U^p)_{,j} \tag{4}$$

$$U^i = \frac{E^{ijk}}{J} \Psi_{k,j} \tag{5}$$

siendo E^{ijk} el tensor permutación, ω^i el vector vorticidad y Ψ_k un vector función de corriente que, al igual que el vector vorticidad, en flujos bidimensionales tiene un único componente perpendicular al plano de flujo. En este caso, este único componente es igual a la función de corriente ($\Psi_3 = \Psi$).

En un sistema de coordenadas plano (ε, η) las ecuaciones (4) y (5) se pueden expresar de la forma siguiente

$$\omega = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial \beta U^\varepsilon}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial \alpha U^\eta}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial \gamma U^\varepsilon}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta U^\eta}{\partial \eta} \right] \quad (6)$$

$$U^\varepsilon = \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}; \quad U^\eta = \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \quad (7)$$

donde α , β y γ son los componentes del tensor métrico de la transformación de coordenadas, los cuales están definidos de la siguiente forma

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (9)$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \right)^2 \quad (10)$$

A partir de las expresiones (6) y (7) se puede hallar la ecuación que relaciona la vorticidad con la función de corriente para nuestro sistema

$$\omega = \frac{\alpha}{J^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + P \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} + Q \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} - \frac{2\beta}{J^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon \partial \eta} \quad (11)$$

Considerando como escala de longitud del sistema el radio del cilindro R , como escala de velocidad la velocidad del flujo potencial U_∞ , la de vorticidad R/U_∞ , la de temperatura, determinada por la diferencia entre la temperatura del flujo potencial y la temperatura del cilindro, y la presión adimensionalada de acuerdo con

$$p^* = \frac{p_0 - p}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (12)$$

Las ecuaciones de transporte adimensionales en coordenadas generalizadas son

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon} = \frac{2}{Re} \left[\frac{\alpha}{J^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + P \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon} + Q \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \frac{2\beta}{J^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varepsilon \partial \eta} \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{1}{J} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = \frac{2}{Pr Re} \left[\frac{\alpha}{J^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + P \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} + Q \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{2\beta}{J^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varepsilon \partial \eta} \right] \quad (14)$$

En las anteriores ecuaciones T es la temperatura, Re el número de Reynolds, Pr el número de Prandtl y P y Q se expresan como

$$P = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial(\alpha/J)}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial(\beta/J)}{\partial \eta} \right] \quad (15)$$

$$Q = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial(\gamma/J)}{\partial \eta} - \frac{\partial(\beta/J)}{\partial \varepsilon} \right] \quad (16)$$

Condiciones iniciales

Como condiciones iniciales se supone flujo potencial frío. Los valores de función de corriente coinciden con las líneas de la coordenada η de la malla ortogonal. La vorticidad es cero en todo el dominio y el campo térmico también lo es excepto en la pared del cilindro en la cual $T = 1$. Por lo tanto, tenemos una configuración de flujo frío y cuerpo caliente.

Condiciones de contorno

a) Frontera interna:

Se han estudiado dos tipos de condiciones de contorno. La primera (cc1) impone la condición de *no-slip* (es decir velocidad nula en la pared del cilindro) en la vorticidad mediante la utilización de la ecuación de Wood en coordenadas generalizadas¹⁶. En la segunda (cc2) la condición *no-slip* viene impuesta en la función de corriente¹⁸.

Condición de contorno cc1

$$\begin{aligned}
 T &= 1 \\
 \Psi &= 0 \\
 \omega_w &= \frac{\omega_{w+1} - \frac{6\gamma_w \Psi_{w+1}}{J_w^2}}{J_w^2 \gamma_w \left[\frac{\partial(\gamma/J^2)}{\partial \eta} + Q \right]_w - 2}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Condición de contorno cc2

$$\begin{aligned}
 T &= 1 \\
 \Psi_w &= \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right]_w = 0 \\
 \omega &= \frac{\gamma \partial^2 \Psi}{J^2 \partial \eta^2}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

b) Frontera externa anterior y lateral:

$$\begin{aligned}
 T &= 0 \\
 \Psi &= -y \\
 \omega &= 0
 \end{aligned}$$

c) Frontera externa posterior:

En el presente trabajo se ha utilizado la condición convectiva desarrollada por Grau¹⁶, la cual supone que T , Ψ y ω viajan con el fluido y atraviesan la frontera posterior con la velocidad del flujo

$$\phi^{n+1}(1, \eta) = \phi^n(1, \eta) + \frac{[\phi^n(2, \eta) - \phi^n(1, \eta)] \Delta t U^n(1, \eta)}{[x(1, \eta) - x(2, \eta)]}
 \tag{19}$$

En esta expresión ϕ puede ser cualquiera de las variables dependientes (Ψ, ω ó T), n es el número de orden del paso de tiempo, Δt es el incremento de tiempo utilizado, el índice 1 indica los puntos de cálculo sobre la frontera externa posterior y el índice 2 se refiere a la línea de puntos inmediatamente anterior a esta frontera.

Parámetros característicos

Los principales parámetros de este tipo de flujo son los coeficientes de arrastre (Cd) y sustentación (Cl) y el número de Strouhal (St).

Los coeficientes de arrastre y de sustentación se han calculado mediante integración numérica por trapecios de las siguientes expresiones

$$dCd = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{J^2} \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} - \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) p_w + \frac{2}{Re} \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \omega_w \right] \sqrt{\gamma \alpha d \varepsilon} \quad (20)$$

$$dCl = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{J^2} \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} - \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) p_w + \frac{2}{Re} \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} \omega_w \right] \sqrt{\gamma \alpha d \varepsilon} \quad (21)$$

La presión en la pared del cilindro (p_w) se ha calculado a partir de la ecuación

$$\frac{\partial p_w}{\partial \varepsilon} = \frac{4}{Re} \frac{1}{J} \left(\gamma \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon} \right)_w \quad (22)$$

El número de Strouhal (frecuencia adimensional de emisión de los remolinos) está definido por

$$St = \frac{f d}{U_\infty} \quad (23)$$

siendo f la frecuencia dimensional y d el diámetro del cilindro.

PROCEDIMIENTO NUMÉRICO

Las ecuaciones (11), (13) y (14) se han discretizado mediante diferencias finitas centradas con precisión de segundo orden respecto al espacio y descentradas con precisión de primer orden respecto al tiempo.

Estas ecuaciones se han resuelto numéricamente con el código ORTOPSIOME desarrollado por Grau y Giralt¹⁷. Se han empleado mallas ortogonales no uniformes adaptadas al tipo del flujo y a la geometría del sistema que serán descritas en el siguiente apartado de discusión de resultados. El algoritmo de cálculo consta de tres pasos fundamentales:

- 1) Cálculo de los valores de ω en el instante $t = (n + 1)\Delta t$ a partir de los valores de Ψ y ω en el instante $t = n\Delta t$. Esto se lleva a cabo aplicando el método A.D.I. (Método Implícito de Direcciones Alternadas) a la ecuación (13).
- 2) Obtención de los valores de Ψ en el instante $t = (n + 1)\Delta t$ resolviendo la ecuación (11) mediante el método S.O.R. (Método de Sobre-relajación Sucesiva) empleando los valores de ω del tiempo $t = (n + 1)\Delta t$.

- 3) Cálculo del campo térmico en el instante $t = (n + 1)\Delta t$ mediante la resolución de la ecuación (14) con el método A.D.I. y retorno al primer paso para el cálculo de las tres variables en el siguiente paso de tiempo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la realización del presente estudio se han empleado cinco mallas no uniformes cuyos puntos de cálculo vienen dados por la intersección entre las líneas de corriente y las de potencial de velocidad constante que se obtienen cuando se simula un flujo potencial alrededor de un cilindro. Todas las mallas utilizadas tienen como base la utilizada en el trabajo de Grau y Giralt¹⁷ cuyas dimensiones eran (partiendo siempre desde el centro del cilindro) de 40 radios aguas abajo, 10 radios aguas arriba y 10 radios hacia cada uno de los laterales, de acuerdo con el esquema mostrado en la Figura 1. En el presente trabajo se ha ido ampliando progresivamente la distancia lateral A desde los 10 radios iniciales hasta 50 radios, manteniendo las demás longitudes constantes, aumentando consecuentemente el número de puntos de cálculo, tal como refleja la Tabla I.

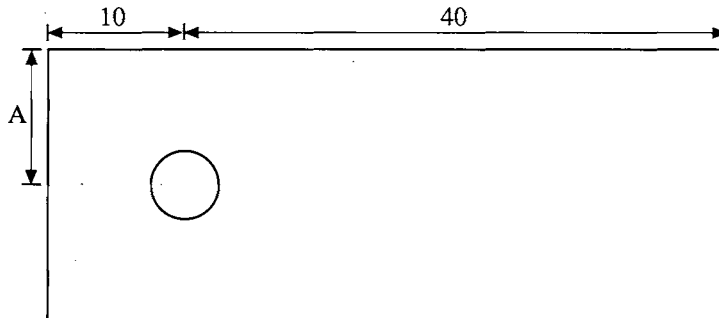


Figura 1. Esquema del dominio computacional

Malla	Distancia A	Puntos de cálculo
202×21	10	4242
202×23	12	4646
202×27	16	5454
202×36	25	7272
202×61	50	12322

Tabla I. Parámetros de las diferentes mallas de cálculo utilizadas

Aunque, teóricamente, es posible obtener una malla perfectamente ortogonal usando las familias de curvas formadas por las líneas de corriente y las de potencial de velocidad constante, el uso de mallas finitas con distancias nodales finitas conlleva la

separación de la ortogonalidad en determinadas zonas de la malla: los puntos de ataque y de estancamiento del cilindro, donde la malla es sólo aproximadamente ortogonal, como muestra el detalle de la Figura 2.

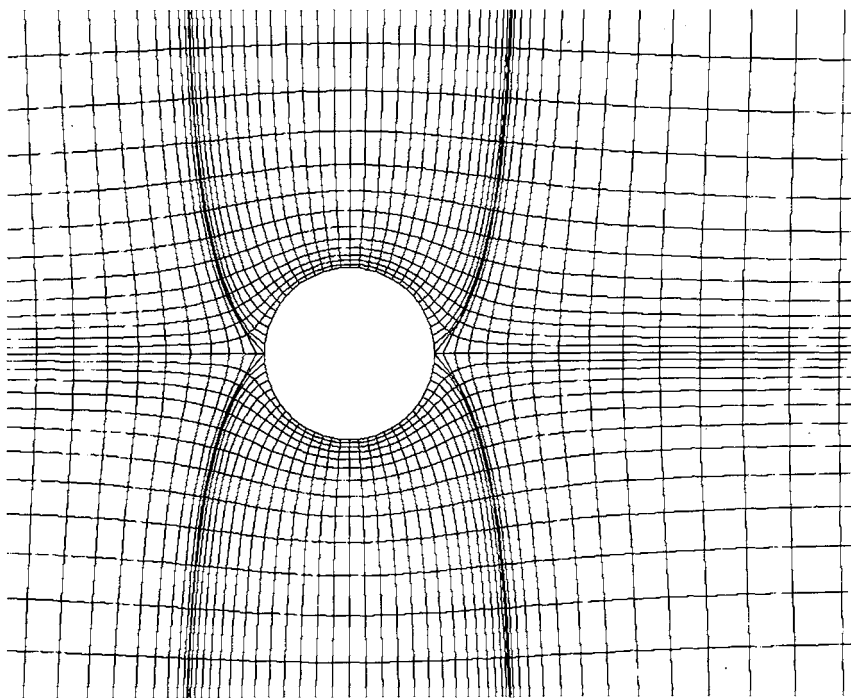


Figura 2. Detalle de la malla de cálculo en la zona cercana al cilindro circular

Los experimentos numéricos se han realizado a $Re = 60, 100$ y 200 para cada una de las mallas y utilizando las condiciones de contorno cc1 y cc2 detalladas anteriormente. En todos los casos se han calculado los campos instantáneos, tanto dinámico como térmico. A partir de estos se ha calculado la media temporal del Cd , las amplitudes del Cd y del Cl y el número de Strouhal, los cuales han permitido cuantificar la influencia de la localización de los límites laterales en el campo dinámico. Además, utilizando las mallas 202×21 y 202×61 se ha calculado la media temporal para un ciclo de oscilaciones de los campos dinámico y térmico, que ha permitido obtener la distribución del Nusselt local medio en la superficie del cilindro. Con dicha distribución de resultados se ha valorado la influencia de la longitud A en el campo térmico.

Descripción del flujo

El tipo de flujo obtenido en el intervalo de números de Reynolds, en el que se ha trabajado, es laminar con desprendimiento alternado de remolinos tal y como se ha observado experimentalmente^{19,20}. En las Figuras 3 y 4 se representan los campos dinámico y térmico medios, respectivamente. Estas figuras muestran como la influencia de la estela se extiende lateralmente en mayor proporción cuanto menor es

el Re , mientras que la longitud media de recirculación también aumenta a medida que disminuye el Re . Por otra parte, la Figura 5 permite observar una secuencia completa de un ciclo de emisión de remolinos en términos de temperatura para el caso concreto de $Re = 60$ con la condición de contorno cc1 y utilizando las mallas de 202×21 y 202×61 puntos de cálculo, respectivamente.

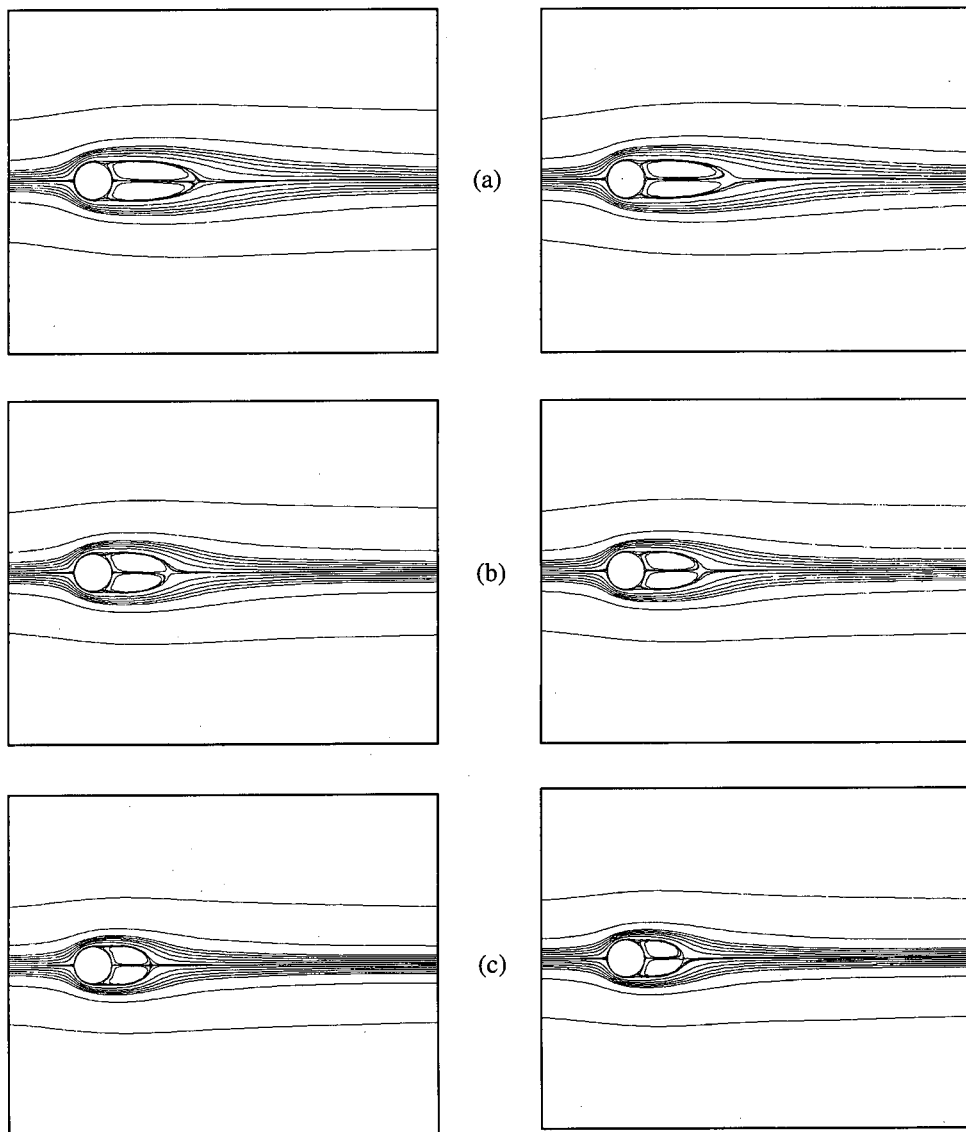


Figura 3. Campos dinámicos medios para las condiciones de contorno cc1 (izquierda) y cc2 (derecha) a) $Re = 60$, b) $Re = 100$, c) $Re = 200$

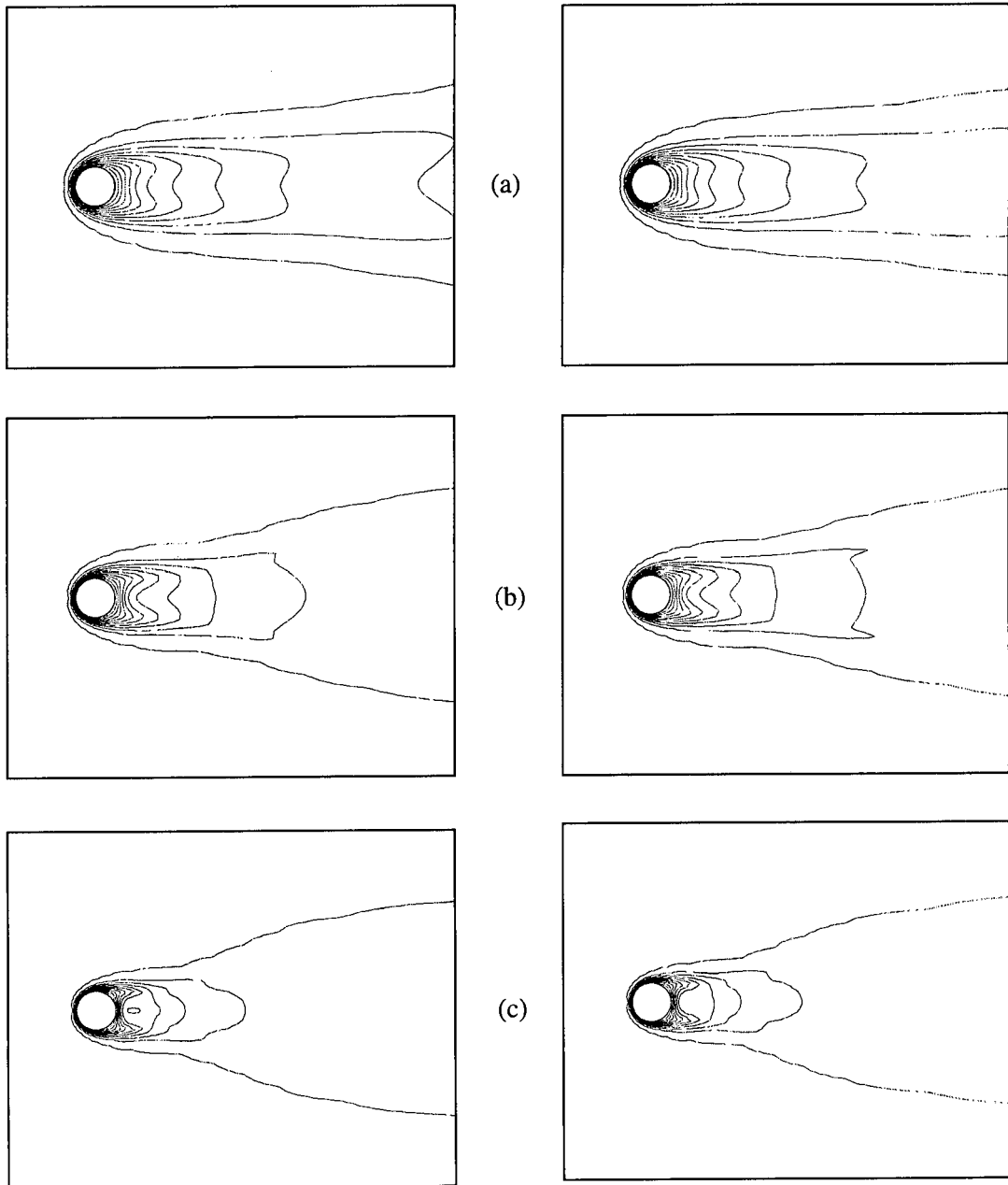


Figura 4. Campos térmicos medios para las condiciones de contorno cc1 (izquierda) y cc2 (derecha) a a) $Re = 60$, b) $Re = 100$, c) $Re = 200$

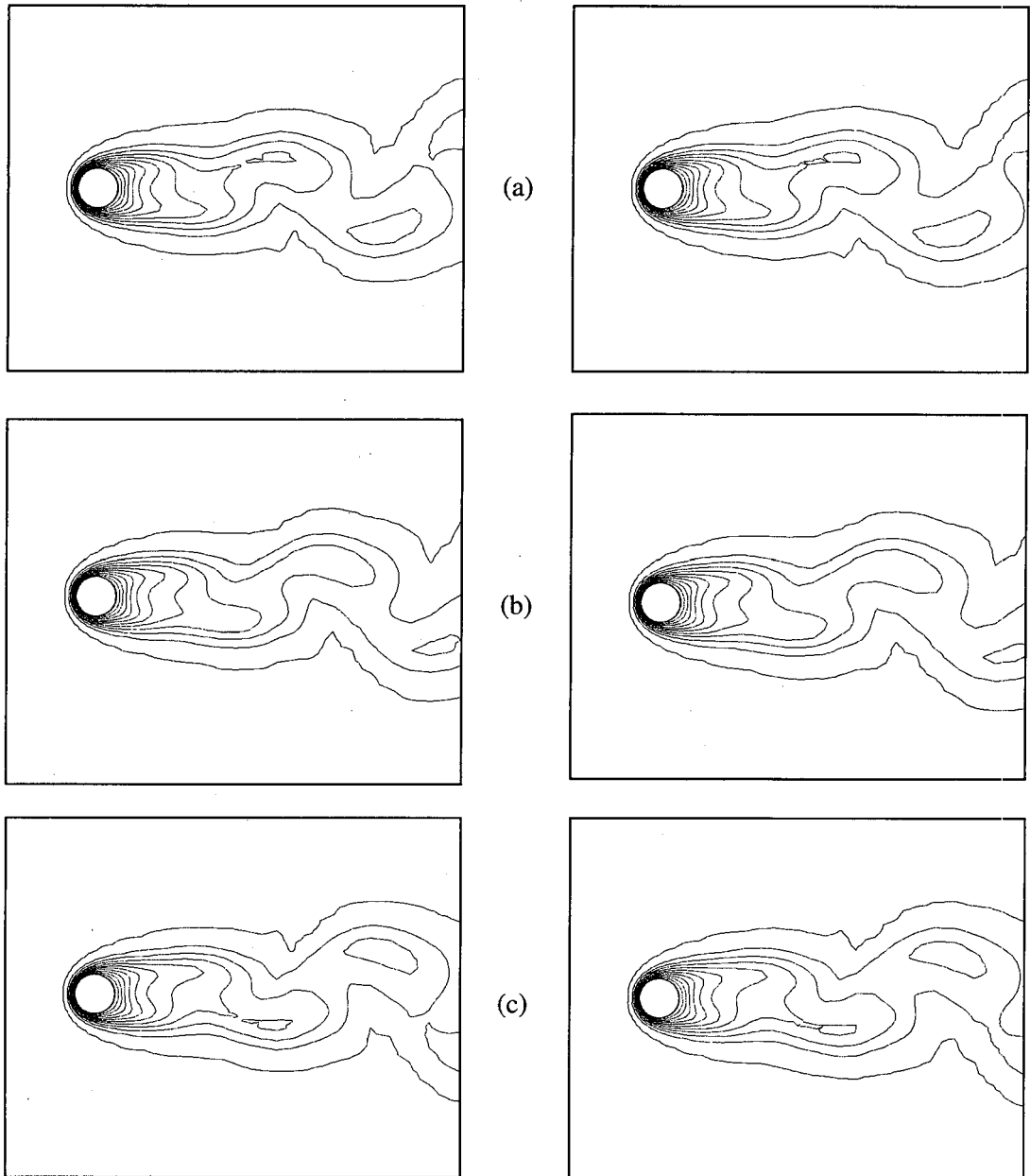


Figura 5. Evolución temporal del campo térmico para la condición de contorno ccl utilizando las mallas 202×21 (izquierda) y 202×61 (derecha) a $Re = 60$

Efecto de la amplitud de la malla

Mientras que en los campos dinámicos y térmicos globalmente la anchura lateral de la malla no tiene un efecto apreciable, como muestra la Figura 5, este efecto sí es notable en las diferentes magnitudes características del flujo. En la Figura 6 se observa que la variación que sufren el Cd medio y el número de Strouhal con respecto a la amplitud del dominio de cálculo es mucho más elevada a $Re = 60$ que a $Re = 200$.

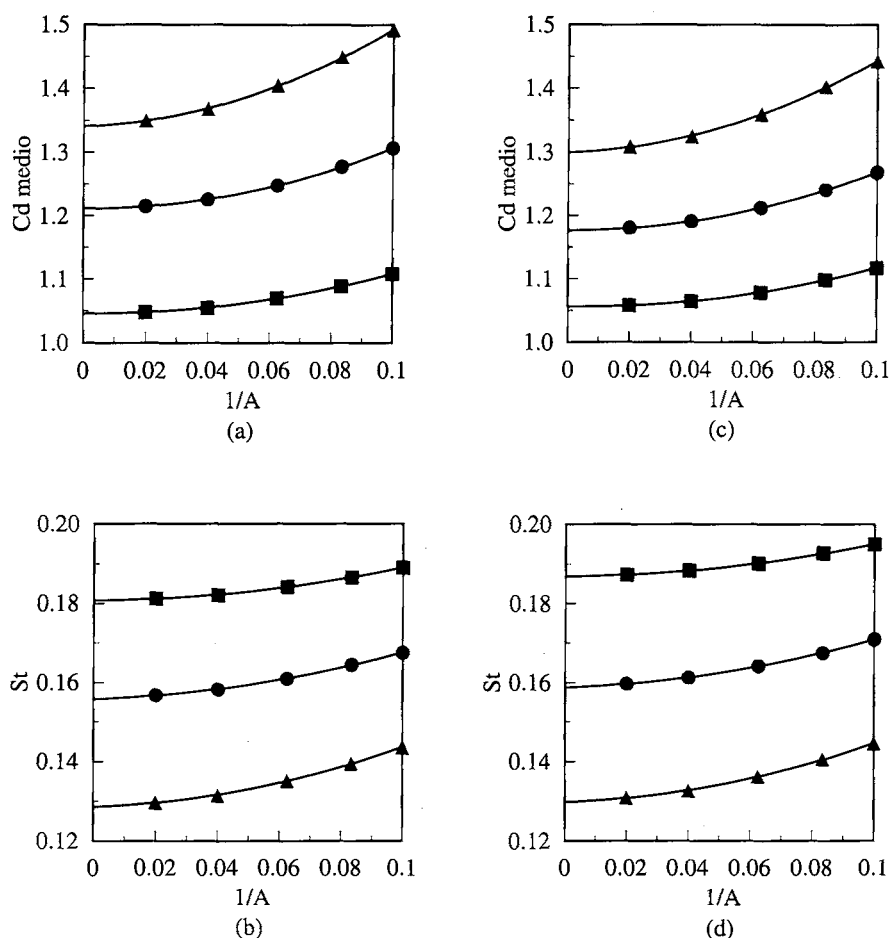


Figura 6. Cd medio y número de Strouhal en función de $1/A$: $\blacktriangle Re = 60$; $\bullet Re = 100$; $\blacksquare Re = 200$. Las gráficas a) y b) son para la condición de contorno cc1, mientras que c) y d) son para la cc2

Los efectos de la localización de las paredes laterales sobre el Cd medio y el número de Strouhal son más apreciables a números de Reynolds bajos, ya que cuando tienen más importancia los efectos viscosos sobre las fuerzas de inercia. A Reynolds elevados la avenida de Kármán es más estrecha, como se ha visto anteriormente, y por lo tanto se ve menos influenciada por la localización de los límites laterales. Se ha detectado,

además que la frecuencia con la que se desprenden los remolinos es mayor cuanto más cerca están los límites laterales.

Se puede concluir que para números de Reynolds cercanos a 60 es preciso que los límites laterales estén situados a unos 25 radios del centro del cilindro para obtener una buena precisión en el cálculo del campo dinámico. En cambio, para números de Reynolds cercanos a 200 sólo se precisa una distancia de 15 ó incluso 10 radios para obtener unos buenos resultados. Cabe destacar que no es necesario llegar a $A = 50$ ya que el tiempo de CPU necesario es muy elevado con respecto a la precisión que se obtiene en el cálculo.

Las amplitudes del Cd y Cl mostradas en la Figura 7 se ven muy poco influenciadas por la localización de los límites laterales. Sin embargo, al revés de lo que sucede con el Cd medio y el número de Strouhal, la influencia es mayor, aunque de forma muy débil, al aumentar el número de Reynolds.

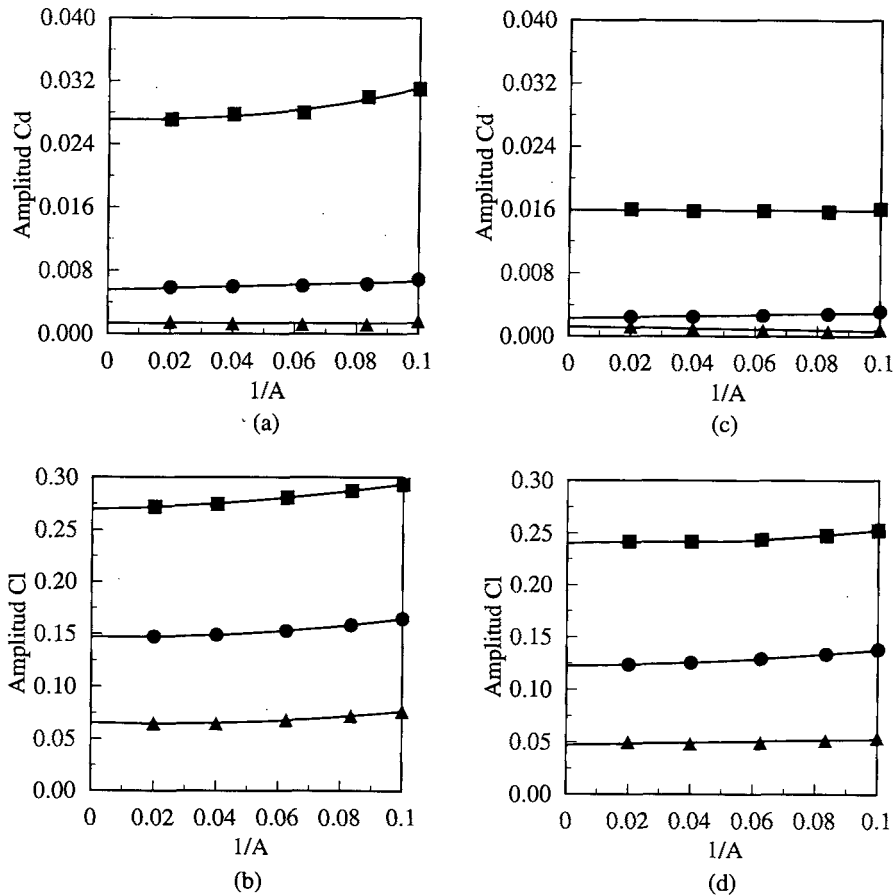


Figura 7. Amplitud del Cd y del Cl en función de $1/A$. La simbología es la misma que la utilizada en la Figura 6

Respecto al campo térmico alrededor del cilindro, la influencia de los límites laterales es poco apreciable a cualquier número de Reynolds entre 60 y 200 tal como

muestra la Figura 8, en la cual se observa que la media temporal del número de Nusselt local en la superficie del cilindro es prácticamente independiente de la distancia A .

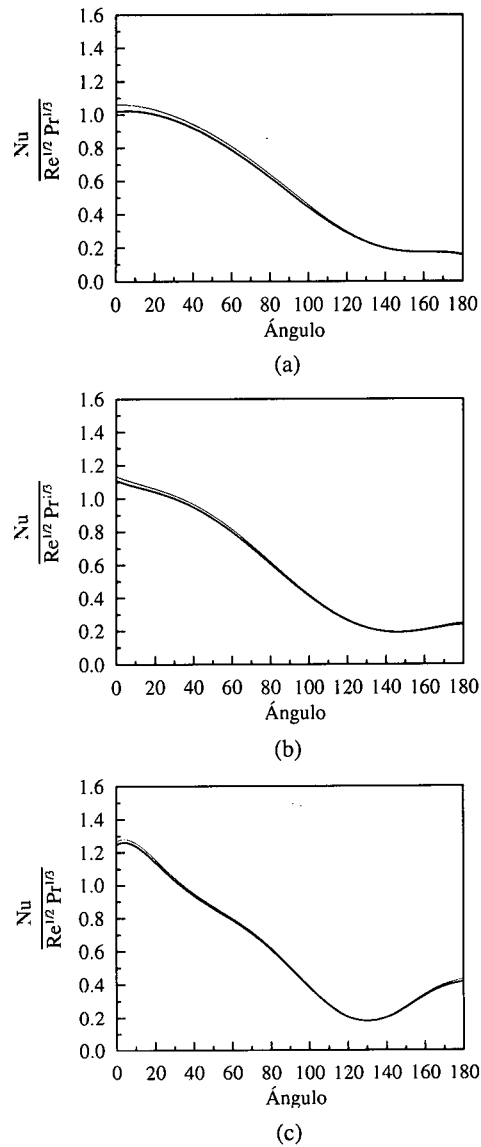


Figura 8. Número de Nusselt en la superficie del cilindro en función del ángulo desde el punto de ataque utilizando la condición de contorno cc1 y para a) $Re = 60$, b) $Re = 100$, c) $Re = 200$: —, $A = 10$; —, $A = 50$

Influencia de las condiciones de contorno

La Figura 9 parece indicar que la condición de contorno cc2 permite una mejor medición de los fenómenos de transporte en la pared del cilindro. Como se observa, el perfil de Nu local obtenido numéricamente con dicha condición de contorno se ajusta

más a los datos experimentales^{21,22} que el obtenido con la cc1. Por otra parte, la comparación de las magnitudes características obtenidas con ambas condiciones de contorno indica que, efectivamente, éstas tienen un efecto significativo en el cálculo del Cd medio, del Strouhal (Figura 6) y de las amplitudes del Cd y Cl (Figura 7), aunque dada la dispersión de los resultados experimentales y numéricos disponibles en la bibliografía, que serán comentados a continuación, no se puede establecer desde este punto de vista la bondad de una u otra condición.

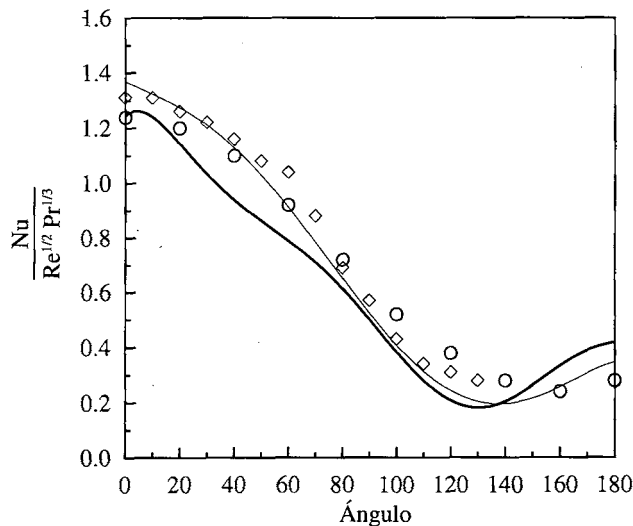


Figura 9. Número de Nusselt en la superficie del cilindro en función del ángulo desde el punto de ataque: \diamond Dimopoulos & Hanratty ($Re = 161$, experimental); \circ Zukauskas ($Re = 200$, experimental); —, presente trabajo: $A = 50$, $Re = 200$, cc1; - - -, presente trabajo: $A = 50$, $Re = 200$, cc2

Validación de los resultados

En la Tabla II se ha realizado un esquema con algunos de los trabajos, tanto numéricos como experimentales realizados anteriormente. Se comparan los valores de las diferentes magnitudes características obtenidas en este trabajo por extrapolación a $A \rightarrow \infty$. Se observa que, en general, los resultados obtenidos en el presente estudio se aproximan más a los datos experimentales al disminuir el número de Reynolds. En cambio, se aprecia una gran similitud con otros resultados numéricos, especialmente con los obtenidos recientemente por Li *et al.*¹² y Tang e Ingham¹³. También se puede ver que el número de Strouhal obtenido para cada Reynolds se ajusta mucho a los predichos por la bibliografía, tanto numérica como experimentalmente.

Respecto a las amplitudes del Cd y del Cl se ha observado una gran disparidad entre los diferentes resultados, lo cual puede ser debido a que son muy sensibles al algoritmo de cálculo empleado. En este sentido cabe destacar la concordancia entre nuestras predicciones para la amplitud del Cl a $Re = 100$ con las medidas experimentales obtenidas por Tanida *et al.*²³.

Autores a)	Año	Cd	Cl	St
Relf ²⁴ (exp.)	1914	1,456	-	-
Roshko ¹⁹ (correl.)	1953	-	-	0,131
Tritton ²⁶ (exp.)	1959	1,43	-	-
Williamson ²⁰ (exp.)	1989	-	-	0,135
Kawaguti y Jain ³	1966	1,344	-	-
Takami y Keller ⁴	1969	1,325	-	-
Ta ⁷	1975	1,36	-	-
Patel ⁹	1976	1,314	-	-
Tang e Ingham ¹³	1991	1,279	-	-
Presente trabajo: cc1		1,341±0,001	±0,07	0,129
cc2		1,299±0,001	±0,05	0,130

Autores b)	Año	Cd	Cl	St
Relf ²⁴ (exp.)	1914	1,344	-	-
Wieselsberger ²⁵ (exp.)	1921	1,264	-	-
Roshko ¹⁹ (correl.)	1953	-	-	0,158
Tritton ²⁶ (exp.)	1959	1,14	-	-
Tanida <i>et al.</i> ²³ (exp.)	1973	-	±0,18	-
Williamson ²⁰ (exp.)	1989	-	-	0,160
Kawaguti y Jain ³	1966	1,157	-	-
Gushchin y Schennikov ⁶	1974	1,167	-	-
Ta ⁷	1975	1,07	-	-
Patel ⁹	1976	1,112	-	-
Braza <i>et al.</i> ¹⁰	1986	-	-	0,160
Li <i>et al.</i> ¹² : $u = 1, v = 0$	1991	1,33	±0,36	0,163
$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = 0$		1,35 ± 0,025	±0,41	0,158
Presente trabajo: cc1		1,212±0,006	±0,15	0,156
cc2		1,177 ± 0,002	±0,12	0,159

Autores c)	Año	Cd	Cl	St
Relf ²⁴ (exp.)	1914	1,307	-	-
Wille ²⁷ (exp.)	1960	1,3	-	0,18-0,19
Thoman y Stewczyk ⁵	1969	1,171 ± 0,005	-	0,15
Gushchin y Schennikov ⁶	1974	0,968	-	-
Lin, Pepper y Lee ⁸ (exp.)	1976	1,17	-	0,18
Patel ⁹	1976	0,949	-	0,154
Dougherty <i>et al.</i> ¹¹	1989	1,13 ± 0,07	±0,7	0,181
Li <i>et al.</i> ¹² : $u = 1, v = 0$	1991	1,17	±0,5	0,18
$\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y = 0$		1,04 ± 0,075	±0,56	0,187
Presente trabajo: cc1		1,046 ± 0,027	±0,27	0,181
cc2		1,056 ± 0,016	±0,24	0,187

Tabla II. Sumario de algunas investigaciones hechas anteriormente: a) $Re = 60$, b) $Re = 100$, c) $Re = 200$

CONCLUSIONES

Los resultados presentados muestran que la localización de los límites laterales tiene importancia no tanto en la descripción general del flujo como en el cálculo de los diferentes parámetros característicos, especialmente en el cálculo del Cd medio, el número de Strouhal y, en menor medida, en el cálculo de las amplitudes del Cd y del Cl . Se puede concluir que para números de Reynolds cercanos a 60 es preciso que los límites laterales estén situados a $A \approx 25$ para obtener una buena precisión al calcular el

Cd medio y el St . En cambio, para números de Reynolds cercanos a 200 sólo se precisa una distancia $A \approx 15$ ó incluso $A \approx 10$ radios para obtener buenos resultados en dichos parámetros. Cabe destacar que no es necesario llegar a $A = 50$, ya que el tiempo de CPU necesario es muy elevado con respecto a la precisión que se obtiene en el cálculo.

Respecto a las dos condiciones de contorno estudiadas parece ser que la condición cc1 de Wood, ampliamente utilizada, no presenta ventajas respecto a la cc2, esencialmente en la descripción de los fenómenos de transporte medios en la superficie del cilindro, aspecto en el que los resultados obtenidos con la cc2 se ajustan mejor a los resultados experimentales. Cuando se tiene en cuenta el resto de magnitudes características estudiadas, se observa que tanto el uso de cc1 como el de cc2 proporciona resultados que caen dentro de la dispersión de resultados experimentales y numéricos disponibles. Por ello no puede llegarse en este trabajo a una conclusión tajante en este respecto, aunque en base a la mejor predicción del Nusselt local parece recomendable el uso de cc2.

Como conclusión final cabe destacar que las predicciones hechas mediante el código ORTOPSIOME concuerdan con los resultados bibliográficos disponibles, como ya mostraron Grau y Giralt¹⁷, aunque debe tenerse en cuenta la importancia de la longitud lateral A a la hora de predecir correctamente los coeficientes de arrastre y sustentación, el número de Strouhal y el de Nusselt local en la superficie del cilindro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte económico recibido a través del proyecto de investigación PB93-0656-C02-01, financiado por la DGICYT.

REFERENCIAS

1. L. Lecointe y J. Piquet, "On The Use of Several Compact Methods for the Study of Unsteady Incompressible Viscous Flow Around a Circular Cylinder", *Computers & Fluids*, Vol. **12**, 4, pp. 255-280, (1984).
2. B. Fornberg, "A Numerical Study of a Steady Viscous Flow Past a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, Vol. **98**, parte 4, pp. 819-855, (1980).
3. M. Kawaguti y P. Jain, "Numerical Study of a Viscous Fluid Flow Past a Circular Cylinder", *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. **21**, 10, pp. 2055-2062, (1966).
4. H. Takami y H.B. Keller, "Steady Two-Dimensional Viscous Flow of an Incompressible Fluid Past a Circular Cylinder", *Phys. Fluids*, Suppl. II, Vol. **51**, (1969).
5. D. Thoman y A. Szewczyk, "Time Dependent Viscous Flow over a Circular Cylinder", *Phys. Fluids*, Suppl. II, Vol. **79**, (1969).
6. V.A. Gushchin y V.V. Schennikov, "A Numerical Method of Solving the Navier-Stokes Equations", *Zh. vychist. Mat.mat.Fiz*, Vol. **14**, pp. 512, (1974).
7. Ta Phuoc Loc, "Étude numérique de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible autour d'un cylindre fixe ou en rotation, Effet Magnus", *J. Méc.*, Vol. **14**, pp. 109-134, (1975)
8. C.L. Lin, D.W. Pepper y S.C. Lee, "Numerical Methods for Separated Flow Solutions Around a Circular Cylinder", *A.I.A.A.J.*, Vol. **14**, pp. 900-907, (1976).

9. V.A. Patel, "Time-Dependent Solutions of the Viscous Incompressible Flow Past a Circular Cylinder by the Method of Series Truncation", *Computers & Fluids*, Vol. 4, pp. 13-27, (1976).
10. M. Braza, P. Chassaing y H. Ha Minh, "Numerical Study and Physical Analysis of the Pressure and Velocity Fields in the Near Wake of a Circular Cylinder", *J. Fluid Mech.*, Vol 165, pp. 79, (1976).
11. N. Dougherty, J. Holt, B. Liu y J. O'Farrel, "Time Accurate Navier-Stokes Computations of Unsteady Flows: the Kármán Vortex Street", *AIAA*, Paper 89-0144, (1989).
12. J. Li, A. Chambarel, M. Donneaud y R. Martin, "Numerical Study of Laminar Flow Past One and Two Circular Cylinders", *Computers & Fluids*, Vol. 19, pp. 155-170, (1991).
13. T. Tang y D.B. Ingham, "On Steady Flow Past a Rotating Circular Cylinder at Reynolds Numbers 60 and 100", *Computers & Fluids*, Vol. 19, 2, pp. 217-230, (1991).
14. J. Li, "Simulation numérique d'un écoulement bidimensionnel autour d'un et de deux cylindres en ligne par la méthode des éléments finis", Ph.D. Dissertation, Université de Provence, (1989).
15. E.M. Ziemniak, N.K. Mitra y M. Fiebig, "Numerical Study of Two-Dimensional Vortex Structure in a Channel Behind a Circular Cylinder", *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*, Vol. 6, parte 1, pp. 553-563, (1989).
16. F.X. Grau, "Fenòmens de transport en fluxos complexos evolutius. Simulació numèrica d'esteles de cilindres", Tesis doctoral, Universidad de Barcelona, (1986).
17. F.X. Grau y F. Giralt, "Computing the Flow and Transfer Processes Around Submerged Bodies Using Orthogonal Grids", en prensa (*Anales de Química*).
18. Ta Phuoc Loc y R. Bouard, "Numerical Solution of the Early Stage of the Unsteady Viscous Flow Around a Circular a Cylinder: a Comparison with Experimental Visualization and Measurements", *J. Fluid Mech.*, Vol. 160, pp. 93-117, (1985).
19. A. Roshko, "On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets", *Natl. Advisory Comm. Aeronaut.*, Tech. Note No. 2913, (1953).
20. C.H.K. Williamson, "Oblique and Parallel Modes of Vortex Shedding in the Wake of a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 206, pp. 579-627, (1989).
21. H.G. Dimopoulos y T.J. Hanratty, "Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder for Reynolds Numbers Between 60 and 360", *J. Fluid Mech.*, Vol. 33, parte 2, pp. 303-319, (1968).
22. A. Zukauskas y J. Ziugzda, "Heat Transfer of a Cylinder in Crossflow", Hemisphere, (1985).
23. Y. Tanida, A. Okajima y Y. Watanabe, "Stability of a Circular Cylinder Oscillating in Uniform Flow or in a Wake", *J. Fluid Mech.*, Vol. 61, pp. 769, (1973).
24. E.F. Relf, *A.R.C. Tech. Rep.*, R & M., No 102, (1914).
25. V.C. Wieselsberger, "Neuere Festellungen über die Gesetze des Flüssigkeits und Luftwiderstandes", *Physik Z*, Vol. 22, pp. 231, (1921).
26. D .J. Tritton, "Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers", *J. Fluid Mech.*, parte 4, pp. 547-567, (1959).
27. R. Wille, "Kármán Vortex Streets", *Adv. Appl. Mech*, Vol. 6, pp. 273-287, Academic Press, New York, (1960).