

# SIMULACIÓN DE ACELEROGRAMAS COMPATIBLES CON ESPECTROS DE ENERGÍA SÍSMICA INDUCIDA

JORGE E. HURTADO GÓMEZ \*

ALEX H. BARBAT \*\*

y

JOSÉ A. CANAS \*\*

\* *Universidad Nacional de Colombia  
Apartado 127, Manizales, Colombia*

\*\* *Universidad Politécnica de Cataluña  
Gran Capitán, s/n, 08034 Barcelona*

## RESUMEN

En este artículo se presenta un estudio sobre el espectro de energía inducida en las estructuras sometidas a acciones sísmicas. En primer lugar se discuten las variables que influyen en dicho espectro, con base en las relaciones que guarda el mismo con otras medidas de la acción sísmica. En segundo lugar, se presenta un procedimiento que permite estimar un espectro suavizado de diseño, basado en la regresión sobre los registros de las dos componentes horizontales de 56 sismos diferentes. Finalmente, se describe un método para simular acelerogramas compatibles con un espectro de energía prescrito y se presenta un ejemplo que ilustra la utilidad del método para la evaluación del daño sísmico.

## SUMMARY

A study on the spectrum of seismic energy input in structures is presented. The factors that determine this spectrum are first discussed, upon the basis of the relationships linking it with other characteristics of earthquake excitation. A procedure for estimating a design smoothed spectrum based upon a regression analysis of the two horizontal components of 56 strong motion records is then presented. Finally, a method for simulating accelerograms compatible with a specified energy-input spectrum is described, together with an example which shows the applicability of the method to damage evaluation purposes.

Recibido: Septiembre 1994

## INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, el diseño sismoresistente en ingeniería se ha efectuado tomando como fundamento los espectros de respuesta de aceleración, velocidad y desplazamiento, definidos por

$$S_r(T, \nu) = \max[r(T, \nu)] \quad (1)$$

donde  $r(T, \nu)$  representa una respuesta de la estructura de un grado de libertad,  $T$ , el período natural y  $\nu$  la fracción del amortiguamiento crítico. Es claro que, de acuerdo con esta definición, los espectros de respuesta convencionales no recogen más que una determinada información de la historia de respuesta, es decir, los picos de la misma, e ignoran todo lo que suceda tras ella. Esta deficiencia ha llevado a que en años recientes se desarrollen diversas metodologías de diseño basadas en el llamado *espectro de energía*, el cual recoge toda la información de la historia de respuesta de un sistema de un grado de libertad. En particular, tal espectro permite la consideración de manera sencilla de los efectos de duración del sismo en el diseño, tales como la degradación de rigidez, el deterioro de la resistencia y el aumento progresivo de la deformación. En este sentido, Akiyama<sup>1</sup> desarrolló un método de diseño basado en dicho espectro. Algunos investigadores han estudiado recientemente la distribución de energía en estructuras, tanto analítica como experimentalmente<sup>2-4</sup>, mientras que otros han propuesto incluir la energía inducida dentro del cálculo de índices de daño que incorporen los efectos mencionados. Hay que resaltar que estos últimos no pueden reflejarse en el índice de mayor uso en la actualidad, conocido como factor de ductilidad<sup>5,6</sup>.

Sin embargo, no se dispone aún de criterios razonables que permitan la estimación adecuada de dicho espectro con base en la información macrosísmica para futuros eventos. En general, tal estimación resulta compleja, ya que el espectro de energía muestra la influencia de los mismos factores que determinan los espectros de respuesta, pero de diferente manera y, al mismo tiempo, condicionada por la presencia del factor adicional de la duración del evento. Hasta el presente, solamente existe una propuesta de espectros suavizados para el territorio del Japón<sup>1</sup> y muy pocos estudios sobre la caracterización global del espectro<sup>2,3</sup>.

En este artículo se pretende, en primer término, exponer los criterios básicos con los cuales se puede estimar un espectro de energía con fines de diseño, mediante un número reducido de parámetros sismológicos y se presentan las ecuaciones de regresión obtenidas a partir del análisis de 56 registros de sismos fuertes en sus dos componentes. Asimismo, se presenta un método de generación de acelerogramas artificiales compatibles con un espectro de energía determinado, que resulta útil para el análisis no lineal de estructuras. La posibilidad de aplicación de este método se examina en un ejemplo de cálculo de un índice de daño por fatiga de bajo ciclaje, en el que se refleja de manera directa el efecto de la duración del movimiento sísmico.

## ASPECTOS TEÓRICOS

La ecuación de movimiento de un sistema no lineal de un grado de libertad puede escribirse en la forma

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f(x) = -m\ddot{x}_g \quad (2)$$

donde  $\ddot{x}_g$  representa la aceleración del suelo y  $f(x)$  la fuerza de restauración. Al multiplicar la ecuación por el incremento de deformación  $x$ , o lo que es igual, por  $\dot{x}t$ , la ecuación de la distribución de la energía de un sistema de un grado de libertad hasta un tiempo determinado  $t$  de la historia de su respuesta se presenta como<sup>1,2</sup>

$$\int_0^t m\dot{x}\ddot{x}dt + \int_0^t c\dot{x}^2 dt + \int_0^t f(x)\dot{x}dt = - \int_0^t m\ddot{x}_g\dot{x}dt \quad (3)$$

La evaluación de estas integrales hasta el instante final del sismo,  $t_0$ , da como resultado la siguiente ecuación:

$$\frac{m \dot{x}^2(t_0)}{2} + W_d + (W_e + W_p) = E \quad (4)$$

donde los términos corresponden respectivamente a cada una de las integrales de la ecuación (3). El primero es la expresión de la energía cinética al final del evento, la cual es despreciable. El segundo,  $W_d$ , representa la energía disipada por amortiguamiento. De acuerdo con la referencia 1, ésta se puede estimar satisfactoriamente por

$$W_d = \left(1 - \frac{1}{1 + 3\nu + 1.2\sqrt{\nu}}\right)E \quad (5)$$

Esto arroja como resultado que  $E - W_d$  se distribuye entre  $W_e$ , la energía almacenada elásticamente (y que, en el transcurso de la deformación se convierte en energía cinética y viceversa) y  $W_p$  disipada por plastificación en los múltiples ciclos histeréticos. La manera como se produzca esta última repartición determinará el grado de daño de la estructura en toda la duración del evento. En términos generales puede decirse que en la mayoría de los casos habituales, en los cuales se confía la disipación de energía a la plastificación de la estructura, el valor de  $W_e$  es muy pequeño en comparación con  $W_d$  y, por tanto,  $W_p$  puede estimarse adecuadamente como  $E - W_d$ .

El espectro de energía inducida,  $E$ , suele normalizarse en términos de una velocidad equivalente, definida por<sup>1,2</sup>

$$V_e = \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (6)$$

Un aspecto que hace atractivo el método de energía para efectos de diseño es el hecho de que el espectro de energía es relativamente independiente del grado de plastificación de la estructura, de manera que puede definirse de manera única para cualquier tipo de sistema estructural y grado de no linealidad inherente a él. En efecto, la Figura 1 muestra los espectros de velocidad equivalente correspondientes a varios sistemas elasto-plásticos sometidos al sismo de Tokachi-oki (1968) registrado en Hachinoe Harbor. Los

sistemas mencionados se encuentran caracterizados por el coeficiente de resistencia sísmica

$$C = \frac{F_u}{W} \quad (7)$$

donde  $F_u$  es la resistencia a cortante del sistema y  $W$  su peso. Puede verse que después de un cierto período el espectro oscila alrededor de un valor determinado y que la disminución de la resistencia del elemento produce una especie de promediado del mismo. Esto hace que se haya propuesto<sup>1</sup> para fines de diseño la forma simple de espectro suavizado de dos líneas rectas que se muestra en la Figura 1.

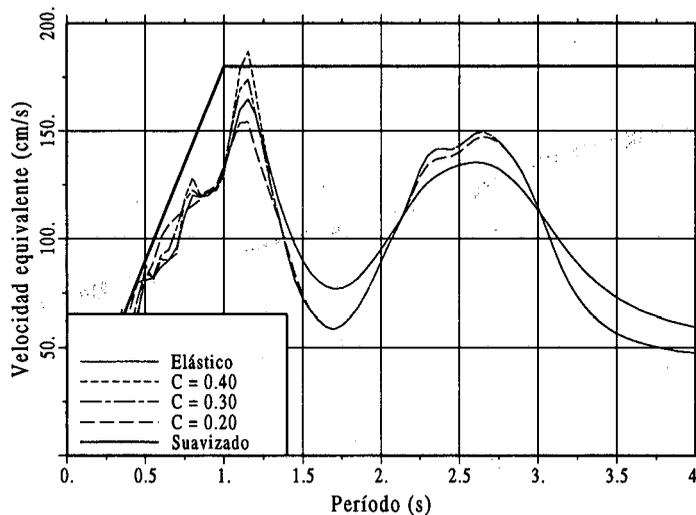


Figura 1. Espectros de energía de sistemas elastoplásticos. Sismo de Hachinoe

El espectro de energía guarda estrechas relaciones con otras medidas de la excitación sísmica. En efecto, para un sistema lineal se tiene<sup>7</sup>

$$\int_0^{\infty} \frac{E}{m} d\omega = \frac{\cos^{-1} \nu}{\sqrt{1-\nu^2}} \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (8)$$

donde la integral

$$I = \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (9)$$

es la conocida Intensidad de Arias. De acuerdo con el teorema de Parseval<sup>8</sup> se tiene

$$\int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |X_g(\omega)|^2 d\omega \quad (10)$$

donde  $|Y(\omega)|$  es la amplitud de Fourier del registro. De acuerdo con esto

$$\int_0^{\infty} V_e^2(\omega) d\omega = \frac{2 \cos^{-1} \nu}{\sqrt{1-\nu^2}} \int_0^{\infty} \ddot{x}_g^2 dt \quad (11.a)$$

y

$$\int_0^{\infty} V_e^2(\omega) d\omega = \frac{2 \cos^{-1} \nu}{\pi \sqrt{1-\nu^2}} \int_0^{\infty} |X_g(\omega)|^2 d\omega \quad (11.b)$$

Las ecuaciones anteriores recogen las relaciones existentes entre las diferentes medidas de la energía sísmica. En particular, la última ecuación indica que, en primer lugar, el espectro de energía inducida contiene toda la información del registro contenida en el espectro de Fourier, lo cual facilita la generación de acelerogramas sintéticos compatibles con un espectro  $V_e$  dado, tal como se mostrará más adelante y, en segundo lugar, se observa que todos los valores que afecten al espectro de Fourier afectan igualmente al de energía inducida.

Sobre esta última observación resulta conveniente recoger aquí las principales conclusiones de un trabajo reciente de Sawada y otros<sup>9</sup> sobre las estrechas correlaciones que median entre los parámetros del espectro de potencias con la sencilla relación  $a/v$ , en la que  $a$  es la aceleración máxima del suelo y  $v$  la velocidad máxima del suelo:

1. El parámetro de dispersión del espectro de potencia es menor cuanto mayor es el factor  $a/v$ . Dicho parámetro, dado por

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_0 \lambda_1}} \quad (12)$$

donde  $\lambda_i$ , llamado momento espectral de orden  $i$ , es una medida de la dispersión de la energía en diferentes frecuencias y, por tanto, del ancho de banda de la zona de mayores amplitudes de energía. Los momentos espectrales están dados por

$$\lambda_i = \int \omega^i G(\omega) d\omega \quad (13)$$

donde  $G(\omega)$  es la densidad espectral de potencia.

2. La frecuencia correspondiente al pico del espectro de potencia está igualmente en relación inversa con el factor  $a/v$ .

Para ambos casos se reportan en la referencia 9 coeficientes de correlación superiores a 0.8. Es de anotar, además, que fuertes influencias del parámetro  $a/v$  en el espectro de aceleración han sido observadas por Zhu *et al.*<sup>10</sup>. La siguiente es la clasificación del parámetro  $a/v$  propuesta por estos últimos autores:  $a/v > 12$ : alto;  $12 > a/v > 8$ : normal y  $a/v < 8$ : bajo.

De acuerdo con todo lo anterior, el trazado de un espectro suavizado de energía inducida tal como el propuesto en la referencia 1 y mostrado esquemáticamente en la Figura 1, que se caracteriza por una banda de frecuencias muy ancha, resulta adecuado solamente en el caso de valores bajos de  $a/v$ . Por otra parte, la falta de una rama

descendente del espectro, la cual se da para valores altos de  $a/v$  en la zona de períodos medios, implica una intensidad infinita, de acuerdo con la ecuación (11a).

Por otra parte, en la referencia 11 se considera que la influencia de las condiciones del suelo sobre el espectro tiene como resultado la amplificación de los valores del espectro y el desplazamiento del período de esquina en el cual se cruzan las dos líneas rectas mostradas en la Figura 1. Sin embargo, en términos generales, de acuerdo con lo dicho anteriormente, la forma del espectro y la posición de la banda de mayor energía estarán mejor descritas por todo aquello que influye en el parámetro  $a/v$ , entre lo cual se encuentran las condiciones del suelo<sup>10,12</sup>. De hecho, a distancias epicentrales medias y altas, correspondientes a valores bajos de  $a/v$ , en el espectro de energía dominan las frecuencias bajas, independientemente de las condiciones del suelo. Como ejemplo, se analiza en primer lugar la Figura 2, la cual muestra los espectros de energía correspondientes al sismo de México obtenidos en roca, suelo duro y suelo muy blando, cuyos valores de  $a/v$  son 3.57, 3.31 y 3.48, respectivamente. Puede verse que, en este caso, las formas del espectro son semejantes, caracterizadas por un período de esquina alrededor de 2.0 s. Una situación similar se da con el registro más fuerte de dicho evento, que no se incluye en la figura por razones de escala. En su caso se tiene un valor de  $a/v$  de 2.85 y un período de esquina de 2.0 s.

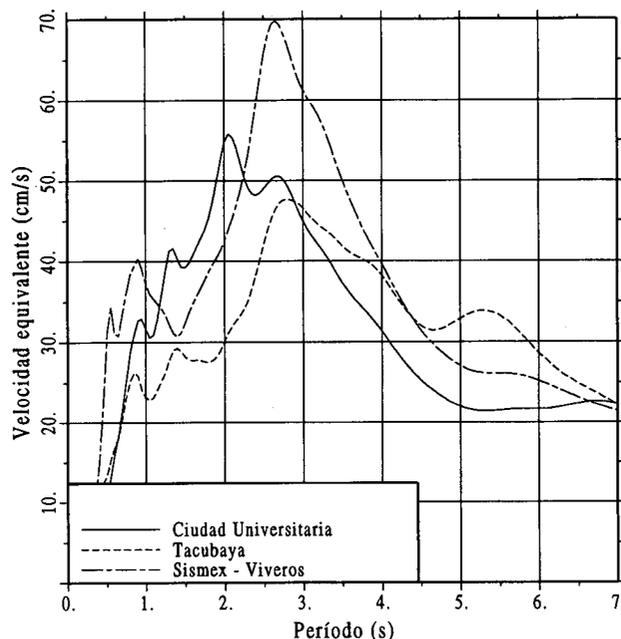


Figura 2. Espectros de energía. Sismo de México, 1985

Otro caso que resulta interesante analizar es el de los registros en roca y en suelo del sismo No. 45 de la red SMART-1<sup>13</sup>, de los cuales la Figura 3 muestra los espectros

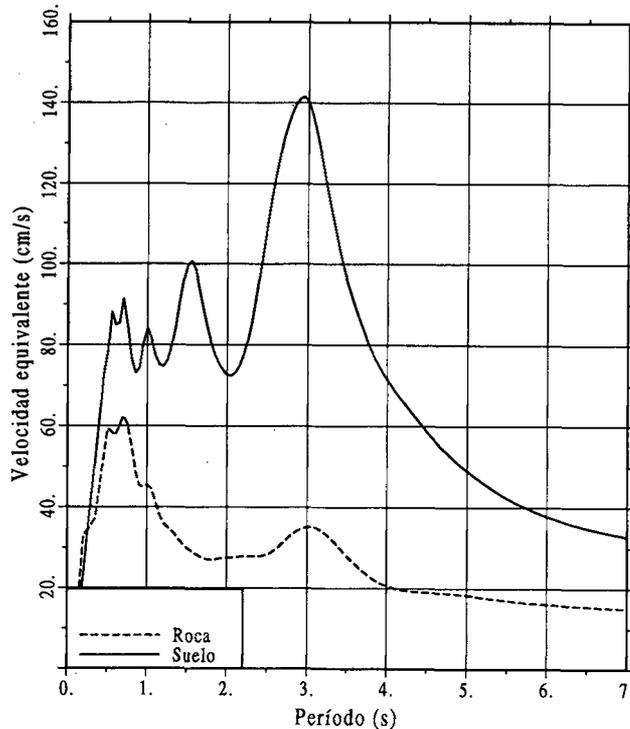


Figura 3. Espectros de energía. Sismo 45 de SMART-1

de energía. Mientras que en el primero se tiene  $a/v = 11.1$ , en el segundo es 5.3. Es evidente que, al contrario de lo que se tenía en el caso de Ciudad de México, la forma del espectro resulta alterada por esta disminución del valor de  $a/v$  al pasar las ondas sísmicas por el suelo, de manera que al valor más bajo corresponde un espectro de mayor amplitud de banda. Sawada *et al.*<sup>9</sup> han obtenido la siguiente regresión de dicho parámetro, con base en registros de sismos en Japón:

$$\frac{a}{v} = 10^{-0.07M} 41R - 0.12T_s - 0.51 \quad (14)$$

donde  $M$  es la magnitud del sismo,  $R$  la distancia epicentral y  $T_s$  el período característico del suelo.

Con el fin de obtener una estadística que permita escalar el espectro de energía con base en información sismológica y definir su forma, se procesaron los registros que se listan en el Anexo. La duración efectiva fue calculada según la sugerencia de Trifunac y Brady como el lapso transcurrido entre los instantes en que la Intensidad de Arias alcanza un 5% y un 95% de su valor total<sup>7</sup>. Los registros fueron clasificados de acuerdo a su valor de  $a/v$  según los criterios expuestos más arriba y normalizados de dos maneras: de acuerdo a la aceleración máxima y de acuerdo a la raíz media

cuadrática  $\sigma_d$  del registro calculada sobre la duración efectiva

$$\sigma_d^2 = \frac{\int \ddot{x}_g^2 dt}{t_d} \tag{15}$$

Los espectros fueron calculados para una fracción del amortiguamiento crítico del 10%, puesto que, según la referencia 1, éste se aproxima adecuadamente a los espectros obtenidos para diferentes sistemas no lineales encontrados en la práctica (ver Figura 1). La Figura 4 muestra la relación existente entre  $V_{em}$ , el valor máximo de los espectros de  $V_e$ , y la duración efectiva  $t_d$ , así como la regresión lineal efectuada para el caso de normalización según la raíz media cuadrática. Para ambos casos de normalización, la Tabla I presenta los coeficientes de correlación, así como los coeficientes de regresión de  $\frac{V_{em}}{a}$  y de  $\frac{V_{em}}{\sigma_d}$  en función de  $t_d$ , dada por la ecuación lineal

$$a_0 + a_1 t_d \tag{16}$$

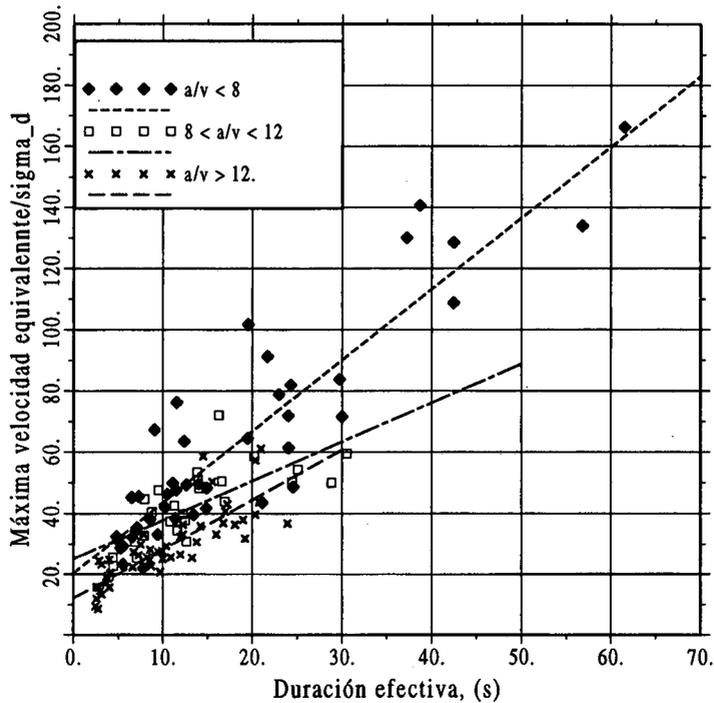


Figura 4. Correlación entre  $t_d$  y  $V_{em}$  normalizado según  $\sigma_d$

Puede verse que la correlación del pico del espectro con la duración efectiva es mucho mejor en el segundo caso de normalización que en el primero. Igualmente resulta claro que la relación entre el pico del espectro de energía y la duración es muy diferente en el caso de valores bajos de  $a/v$  que en el de valores medios y altos.

Criterio	$a/v$	$a_0$	$a_1$	$\rho$
$\frac{V_{em}}{a}$	Bajo	0.251	0.0247	0.792
	Medio	0.309	0.0083	0.391
	Alto	0.156	0.0131	0.567
$\frac{V_{em}}{\sigma_d}$	Bajo	0.183	0.0207	0.884
	Medio	0.226	0.0114	0.635
	Alto	0.109	0.0144	0.717

Tabla I. Coeficientes para la estimación del espectro de energía

El siguiente aspecto que interesa precisar es el correspondiente a la forma del espectro. De acuerdo con lo dicho anteriormente, es de esperar que los espectros correspondientes a valores altos de  $a/v$  se caractericen por un ancho de banda menor que los correspondientes a un valor de  $a/v$  bajo, y que además la frecuencia del pico del espectro sea menor en este último caso. Esta sensibilidad del espectro de energía al parámetro  $a/v$  unida a la correspondiente a la duración, hace que sea difícil realizar un promedio de diferentes espectros, el cual, por otra parte, arrojaría como resultado una intensidad determinada que puede no corresponder a la que se pretende establecer para el espectro, de acuerdo a la ecuación (11a), lo cual es importante para el caso de la simulación de acelerogramas. Por estas razones resulta preferible examinar las formas típicas del espectro de energía para los tres grupos de valores máximos de movimiento del suelo definidos anteriormente. Se pueden describir las tendencias generales en este respecto de la siguiente manera:

1. En el caso de valores altos de  $a/v$  la banda de períodos de máxima energía puede tomarse entre 0.2 s y 0.5 s de período inferior y entre 1.0 s y 1.5 s de superior, en el espectro suavizado mostrado en la Figura 5.
2. Para valores intermedios de  $a/v$ , dicha banda oscila entre 0.2 s y uno de 0.5 s de período inferior y entre 1.5 s y 2.5 s para el superior, aproximadamente.
3. En el caso de valores bajos de  $a/v$ , la banda de máxima energía parece desplazarse hacia la derecha con la duración del evento. En el caso de duraciones cortas, coincide en términos globales con la del caso anterior, mientras que para duraciones mayores presenta un período inferior entre 0.5 s y 1.0 s y uno superior entre 3 s y 5 s.
4. En todos los casos se presenta una rama descendente a partir del período superior, que puede ser descrita aproximadamente de manera inversamente proporcional al período.

En consecuencia, con el fin de trazar un espectro suavizado para fines de diseño o de generación de acelerogramas sintéticos, es preferible utilizar las ecuaciones de regresión correspondiente a la normalización del pico de  $V_e$  con base en la raíz media cuadrática que en la aceleración pico, debido no solamente a la mejor correlación obtenida sino también a la relación que existe entre  $\sigma_d$ , el área del cuadrado del espectro y la intensidad del sismo, de acuerdo con las ecuaciones (10) y (11). La Figura 5 muestra

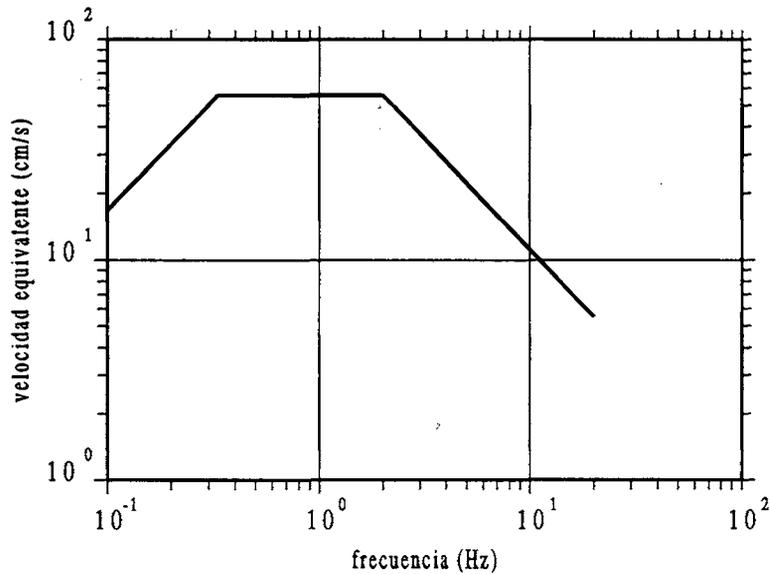


Figura 5. Espectro suavizado de energía

un espectro suavizado genérico que resulta adecuado para las múltiples situaciones descritas anteriormente. Como es sabido<sup>2</sup>, el espectro de energía tiende a un valor límite, que es la velocidad máxima del suelo, cuando el período natural tiende a infinito. Si llamamos  $f_3$  a la frecuencia de cruce de la rama ascendente con la horizontal,  $f_2$  a la de cruce de ésta con la rama parabólica y  $f_1$  a la frecuencia máxima de interés (generalmente tomada entre 25 Hz y 30 Hz), el espectro se fórmula como

$$\begin{aligned}
 V_e &= v + \frac{(V_{em} - v)f}{f_3}, & f < f_3 \\
 V_e &= V_{em}, & f_3 < f < f_2 \\
 V_e &= \frac{V_{em}f_2}{f}, & f_2 < f < f_1
 \end{aligned} \tag{17}$$

La aplicación de la ecuación (11a) a este espectro da como resultado

$$\begin{aligned}
 V_{em}^2 f_2^2 \left( \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} \right) + V_{em}^2 (f_2 - f_3) + \frac{(V_{em} - v)^2 f_3}{3} + v^2 f_3 = \\
 \frac{\cos^{-1} \nu}{2\pi \sqrt{1 - \nu^2}} \int_0^\infty \ddot{x}_g^2 dt
 \end{aligned} \tag{18}$$

Al asignar valores adecuados a la frecuencia de corte  $f_1$  y  $f_3$  de acuerdo a lo expuesto anteriormente, la ecuación (18) permite calcular la frecuencia  $f_2$ .

## ALGORITMO DE SIMULACIÓN

En los últimos años, el interés por generar registros sísmicos artificiales ha aumentado considerablemente. Este interés se encuentra motivado en los siguientes hechos:

1. El gran desarrollo adquirido por los métodos de análisis dinámico no lineal de estructuras.
2. La insuficiencia de registros sísmicos reales, o su falta de adecuación a las condiciones geológicas locales.
3. La necesidad de generar espectros de piso para el diseño de equipos y elementos no estructurales.
4. La importancia de evaluar la vulnerabilidad de estructuras sometidas a sismos construídas bajo normas de diseño diferentes a las actuales.

En términos generales, se pueden clasificar los métodos existentes de simulación de señales sísmicas en los siguientes grupos, cada uno de los cuales obedece a propósitos diferentes:

1. Simulación con fundamento en información sismológica<sup>14-16</sup>.
2. Simulación con base en registros reales obtenidos de diferentes sismos<sup>17,18</sup>.
3. Simulación consistente con un espectro dado<sup>19-21</sup>.

Lo que sigue se enmarca dentro de este último grupo. La simulación de sismos consistentes con un espectro de respuesta determinado atiende a la necesidad de generar señales diversas que tengan un espectro de respuesta lo más cercano posible al establecido por normas de diseño, y que puedan ser utilizadas para alguno de los propósitos mencionados anteriormente. La novedad en este caso consiste en que el espectro dado no es uno de respuesta sino uno de energía inducida.

La generación de acelerogramas sintéticos compatibles con un espectro de energía inducida está basada en las relaciones que guarda dicho espectro con las medidas espectrales tal como se ha indicado más arriba. Para ello se partirá del método usual de generación de un acelerograma artificial  $\ddot{x}_g(t)$

$$\ddot{x}_g(t) = \xi(t)\ddot{z}(t) \quad (19)$$

donde  $\xi(t)$  es una función de modulación de carácter determinista que da al registro el carácter no estacionario en amplitud y

$$\ddot{z}(t) = \sum_{i=1}^n A_i(\omega_i) \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (20)$$

es una señal artificial estacionaria determinada por la suma de  $n$  oscilaciones de amplitud  $A_i(\omega)$ , frecuencia angular  $\omega_i$  y fases aleatorias  $\phi_i$ . La amplitud suele tomarse como el área correspondiente a un diferencial  $\Delta\omega$  de la densidad espectral estimada del proceso

$$A(\omega_i) = \sqrt{2G(\omega_i)\Delta\omega_i} \quad (21)$$

El punto central de la simulación reside justamente en determinar el estimador  $G(\omega)$  de la densidad espectral, cuyo cálculo, para la generación de espectros consistentes con un espectro de respuesta convencional requiere la solución del problema probabilista de cruce de niveles de respuesta<sup>21</sup>. En principio, se puede tomar como estimador de la densidad espectral la siguiente función calculada sobre la duración efectiva del sismo

$$G(\omega) = \frac{|X_g(\omega)|^2}{t_d} \quad (22)$$

En sentido estricto, este estimador tiene como defecto el hecho de que no se realiza sobre un proceso estacionario, pues la duración efectiva  $t_d$  abarca las fases ascendente y descendente del acelerograma. Una manera de corregir este hecho es tomar como estimador la fórmula de Vanmarcke y Lai<sup>8</sup>

$$G(\omega) = \frac{|X_g(\omega)|^2}{\pi s_0} \quad (23)$$

donde  $s_0$  es una aproximación teórica de la duración del segmento estacionario del registro dada por la siguiente ecuación implícita:

$$s_0 = 2 \ln\left(\frac{2s_0}{T_0}\right) \frac{I}{a} \quad (24)$$

En esta ecuación  $T_0$  representa el período dominante del sismo en la fase de movimiento fuerte. En el primer caso, parece adecuado tomar como estimador de la densidad espectral la siguiente ecuación:

$$G(\omega) = \frac{\pi \sqrt{1-\nu^2}}{2t_d \cos^{-1} \nu} V_e^2(\omega) \quad (25)$$

En el segundo caso se tendría

$$G(\omega) = \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{2s_0 \cos^{-1} \nu} V_e^2(\omega) \quad (26)$$

Es evidente que ambas ecuaciones son proporcionales. De todas maneras, para efectos de simulación de acelerogramas, en el presente algoritmo solamente interesan los valores relativos de la densidad espectral, ya que la amplitud del registro es ajustada iterativamente hasta obtener una intensidad que sea cercana a la del espectro objetivo. La aceleración máxima del registro será entonces la que resulte de tal proceso de ajuste.

El siguiente punto por resolver es el de la función de modulación  $\xi(t)$  del registro. Las funciones utilizadas usualmente dejan la libertad de definir la duración deseada del mismo. Sin embargo, el espectro de energía  $V_e$  es, por definición, altamente sensible a este valor y en ello radica su importancia para la inclusión de la duración del sismo en el diseño. Por esta razón, los parámetros de la función de modulación del registro

tienen que estar en relación directa con la duración efectiva y la intensidad. Debido a esto es conveniente usar como función de modulación la propuesta por Yung *et al.*<sup>22</sup>, en la que los parámetros pueden quedar todos definidos en función de la duración efectiva del registro y del espectro que se trata de obtener. Dicha función es

$$\xi(t) = Z \sin^\alpha \left[ \pi \left( \frac{t}{t_d} \right)^\beta \right] \quad (27)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son dos parámetros que definen la forma de la envolvente y que dependen de la duración efectiva  $t_d$  y  $Z$  define la amplitud de la misma

$$Z = \sqrt{\frac{10/9}{\int_0^1 \sin^{2\alpha}(\pi\tau^\beta) d\tau}} \sigma_d \quad (28)$$

En esta ecuación el parámetro 10/9 corrige el 10% de energía despreciado en la definición de  $t_d$ , mientras que  $\sigma_d$  es la raíz media cuadrática del registro

$$\sigma_d^2 = \frac{\int \ddot{x}_g^2 dt}{t_d} \quad (29)$$

Dadas las estrechas relaciones entre las diferentes formulaciones de la energía sísmica dadas anteriormente, la media cuadrática puede calcularse directamente a partir del espectro dado por

$$\sigma_d^2 = \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{2t_d \cos^{-1} \nu} \int_0^\infty V_e^2 d\omega \quad (30)$$

Esto completa la definición del proceso de generación de señales sintéticas. Puede verse que, de acuerdo con las ecuaciones anteriores, tanto la función de amplitud  $z(t)$  como la de modulación  $\xi(t)$  están definidas en relación con el espectro de energía y la duración efectiva que se desean obtener, lo cual evita asumir valores arbitrarios de la duración y de los parámetros que controlan la forma no estacionaria del registro.

En la Figura 6 se muestra el espectro real de energía del sismo de Hachinoe para un sistema elástico y una fracción de amortiguamiento crítico del 5%, junto con los espectros de acelerogramas sintéticos generados por este método, utilizando la función de modulación calculada de acuerdo a las ecuaciones anteriores. En ella se aprecia un alto grado de concordancia entre el espectro dado y el obtenido.

Finalmente, es importante comprobar cómo otros espectros de respuesta obtenidos con el registro simulado no difieren sensiblemente del correspondiente al registro real, tal como se ilustra en la Figura 7. Esto encuentra su explicación en la relación existente entre el espectro de energía y el de Fourier, el cual contiene toda la información del registro sísmico.

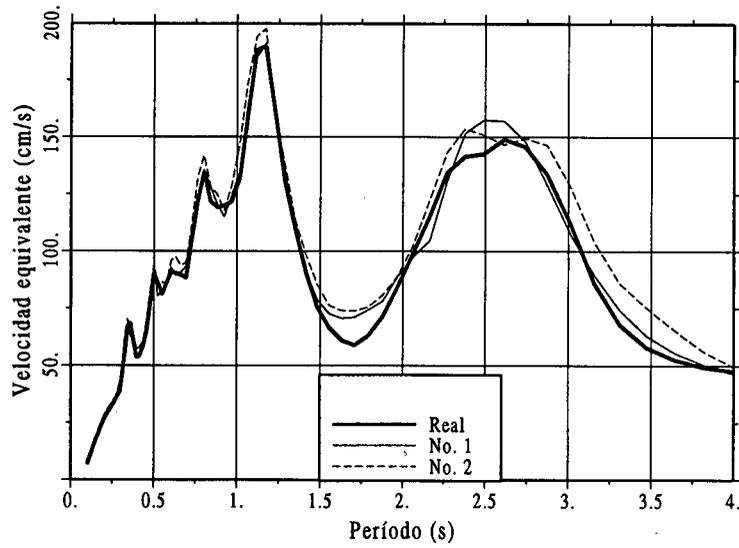


Figura 6. Espectros de sismos simulados consistentes con un espectro de energía dado

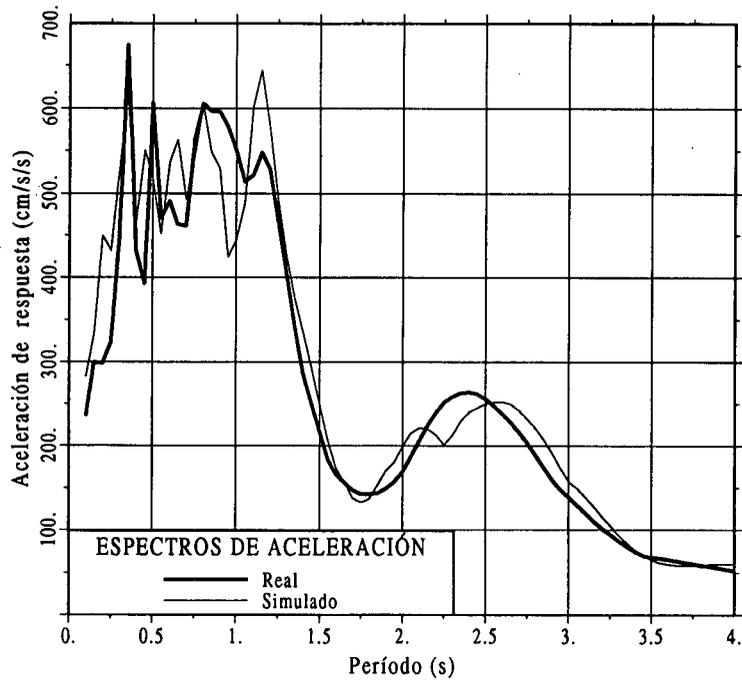


Figura 7. Espectros de aceleración del registro real y del simulado

## SIMULACIÓN DE LOS EFECTOS DE LA DURACIÓN DE LOS SISMOS EN EL DAÑO ESTRUCTURAL

Las formas descritas del espectro de energía, así como el algoritmo de simulación con base en él, resultan particularmente útiles para el análisis de los efectos de la duración de los sismos en el daño estructural. Utilizando las ecuaciones anteriores, se ha estudiado la respuesta de estructuras elasto-plásticas con diferentes coeficientes de resistencia  $C$ , definidos en la ecuación (7) ante tres sismos fuertes simulados que corresponden a diferentes espectros suavizados de energía.

El primero se caracteriza por una duración efectiva corta, de sólo 5 s y una aceleración máxima  $a$  de 0.775 g, lo cual corresponde en términos generales a un sismo de campo cercano. El espectro se ha evaluado utilizando las observaciones y ecuaciones correspondientes a valores  $a/v$  altos, con un período  $T_3$  de 1.5 s. El segundo, con  $a = 0.326$  g y  $t_d = 20$  s, se supone que corresponde a lo que se podría obtener a una distancia epicentral mayor en el mismo evento y se ha calculado por ello con la ecuación de regresión correspondiente a  $a/v$  medio, con  $T_3$  igual a 2.5 s. Finalmente, el tercero se caracteriza por  $a = 0.204$  g y  $t_d = 35$  s, lo que supuestamente correspondería al mismo evento y a una distancia epicentral aún mayor. Por esta razón se ha calculado para valores de  $a/v$  bajos y  $T_3$  igual a 3.5 s. De esta manera, este caso hipotético ilustraría el efecto de duraciones medias y largas asociadas, tal como suelen estarlo, a aceleraciones máximas menores que las registradas en campo cercano en sismos muy fuertes. La Figura 8 muestra los espectros suavizados y los correspondientes espectros calculados de los registros simulados para cada duración.

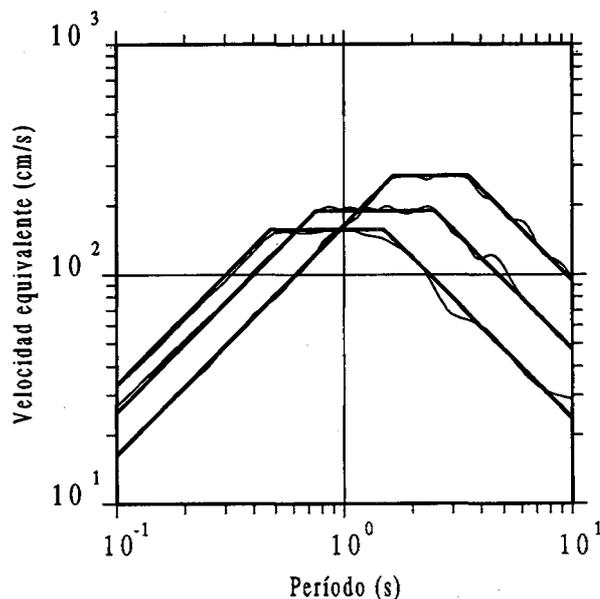


Figura 8. Espectros dados y simulados para duraciones de 5, 20 y 35 s

A partir de estos espectros se ha calculado el índice de daño por fatiga de bajo ciclaje desarrollado recientemente por Cosenza *et al.*<sup>23</sup>

$$D = \sum_{i=1}^n (\mu_i - 1)(\mu_m - 1)^b \quad (31)$$

el cual asume que el daño total ( $D = 1$ ) se alcanza por acumulación de daños producidos por  $n$  ciclos histeréticos de diferente amplitud del índice de ductilidad  $\mu_i$  de cada ciclo, con referencia a la capacidad de ductilidad del elemento estructural bajo carga monotónica  $\mu_m$ . El valor del coeficiente  $b$  está asociado a la definición establecida para lo que se considera en cada caso el colapso del elemento. Así, un valor alto de  $b$  (por ejemplo  $b > 5$ ) puede ser asociado a colapsos producidos por grandes deformaciones y pérdida casi total de la resistencia a carga axial, mientras que valores menores corresponden a un deterioro admisible de resistencia menor. Para este caso se utilizará un valor de  $b$  igual a 1.8, el cual requiere valores del coeficiente sísmico necesario para que se produzca el daño máximo  $D = 1$ , valores que son similares a los coeficientes sísmicos correspondientes a índices de daño iguales a 1 de otras formulaciones que también consideran el efecto de duración del sismo<sup>23</sup>.

Los resultados del cálculo del espectro del índice de daño correspondiente a los tres registros y para un coeficiente sísmico de 0.3 se muestran en la Figura 9. Se aprecia claramente que, a pesar de la reducción de la aceleración máxima para los sismos de mayor duración, se obtienen índices de daño iguales al límite de 1 para una gama más amplia de períodos a medida que aumenta la duración del evento.

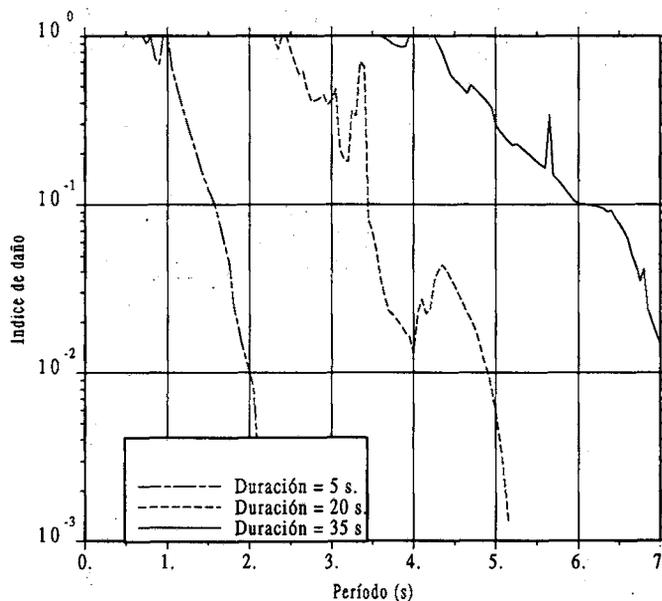


Figura 9. Índices de daño por fatiga de bajo ciclaje

## CONCLUSIONES

Se ha presentado un método que permite estimar un espectro de energía sísmica inducida con base en la información sísmológica usual. Esto hace posible superar las deficiencias existentes en cuanto al desarrollo de un espectro suavizado para fines de diseño o de simulación. Al mismo tiempo, se presenta un procedimiento matemático que permite la generación de señales sísmicas sintéticas compatibles con un determinado espectro de energía inducida; la comparación con un caso real, el sismo de Tokachi Oki, ilustra la bondad del método. Finalmente, se comprueba la utilidad del espectro de energía, así como del método de simulación de acelerogramas para el estudio de los efectos de fatiga en las estructuras.

## REFERENCIAS

1. H. Akiyama, "Earthquake-resistant Limit-state Design of Buildings", University of Tokio Press, Tokio, (1985).
2. C.M. Uang y V. Bertero, "Evaluation of Seismic Energy in Structures" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 77-90, (1990).
3. T. Minami y Y. Osawa, "Elastic-plastic Response Spectra for Different Hysteretic Rules" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 555-568, (1988).
4. T.F. Zahrah y W.J. Hall, "Earthquake Energy Absorption in SDOF Structures", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 110, 8, pp. 1757-1771, (1984).
5. Y.J. Park y A.H.S. Ang, "Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete", *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 111, 4, pp. 722-739, (1985).
6. H. Banon y D. Veneziano, "Seismic Safety of Reinforced Concrete Members and Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 179-193, (1982).
7. M.D. Trifunac y A.G. Brady, "A Study of the Duration of Strong Earthquake Ground Motions", *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 65, 3, pp. 581-626, (1975).
8. E.H. Vanmarcke y S.P. Lai, "Strong Motion Duration and RMS Amplitude of Earthquake Records", *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol. 70, 4, pp. 1293-1307, (1980).
9. T. Sawada, K. Hirao, O. Tsujihara and H. Yamamoto, "Relationship between Maximum Amplitude Ratio ( $\frac{a}{v}$ ,  $\frac{a\dot{d}}{v\dot{d}}$ ) and Spectral Parameters of Earthquake Ground Motion", *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 617-622, Madrid, (1992).
10. T.J. Zhu, A.C. Heidebrecht y W.K. Tso, "Effect of Peak Ground Acceleration to Velocity Ratio on Ductility Demand of Inelastic Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 63-79, (1988).
11. H. Akiyama, "Design Energy Spectra for Specific Ground Conditions". Proceedings of the International Workshop on Recent Developments in Base Isolation Technics, Tokio, (1992).
12. N.M. Newmark y E. Rosenblueth, "Fundamentos de Ingeniería Sísmica". Editorial Diana, México, (1976).
13. A. Roca, "Determinación del campo próximo de terremotos por redes de acelerógrafos", Tesis Doctoral, Universidad Complutense, Madrid, (1992).
14. H. Kameda y N. Nojima, "Simulation of Risk-consistent Earthquake Motion". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, pp. 1007-1019, (1988).

15. F. Carli, "Nonstationary Models of Earthquake Accelerograms", *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 819–834, Madrid, (1992).
16. M. Hammoutene, B. Tiliouine y P.Y. Bard, "A Two Dimensional Nonstationary Optimized Accelerogram Scaled for Magnitude, Distance and Soil Conditions", *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 817–822, Madrid, (1992).
17. K.L. Findel, H.U. Koyluoglu y A.S. Cakmak, "Modelling and Simulating Earthquake Accelerograms Using Strong-motion Data from the Istanbul (Turkey) Region" *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 12, pp. 51–59, (1993).
18. N.W. Polhemus y A.S. Cakmak, "Simulation of Earthquake Ground Motions Using Autoregressive Moving Average (ARMA) Models" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp. 343–354, (1981).
19. P.N. Iyengar y P.N. Rao, "Generation of Spectrum Compatible Accelerograms" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 7, pp. 253–263, (1979).
20. A. Preumont, "The Generation of Spectrum Compatible Accelerograms for the Design of Nuclear Power Plants" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, pp. 481–487, (1984).
21. D.A. Gasparini y E.H. Vanmarcke, "Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra", Massachusetts Institute of Technology, Publication **R76-4**, Cambridge, (1976).
22. A.T.Y. Tung, J.N. Wang, A. Kiremidjian y E. Kavazanjian, "Statistical Parameters of AM and PSD Functions for the Generation of Site-specific Strong Ground Motions", *Proceedings of the 10th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 867–872, Madrid, (1992).
23. E. Cosenza, G. Manfredi y R. Ramasco, "The Use of Damage Functionals in Earthquake Engineering: A Comparison between Different Methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 855–868, (1993).

## Anexo. Registros analizados para el estudio del espectro de energía

Sismo	Registro	Fecha
Friuli	Forgaria	76.09.15
Friuli	San Rocco	76.09.15
Parkfield	Temblor	66.06.27
Tokachi oki	Hachinoe Harbour	68.05.16
Miyagi ken oki	Tohoku University	78.06.12
Eureka	Eureka Federal Building	54.12.21
Loma Prieta	Capitola Station	89.10.18
Loma Prieta	Santa Cruz Mountains	89.10.18
Loma Prieta	Stanford Parking	89.10.18
Loma Prieta	Gilroy, Gavilan College	89.10.18
Loma Prieta	Halls Valley	89.10.18
Loma Prieta	Monterey City Hall	89.10.18
Loma Prieta	Palo Alto VA Hospital	89.10.18
Loma Prieta	Cliff House	89.10.18
Loma Prieta	Corralitos Eureka Canyon	89.10.18
Loma Prieta	Diamond Heights	89.10.18
Loma Prieta	San Francisco Int. Airport	89.10.18
Loma Prieta	Telegraph Hill	89.10.18
Loma Prieta	Rincon Hill	89.10.18
Loma Prieta	Pacific Heights	89.10.18
Loma Prieta	Presidio	89.10.18
Chile	LLolleo	85.03.03
Chile	Viña del Mar	85.03.03
Chile	Valparaíso	85.03.03
Mexico	Ciudad Universitaria	85.09.19
Mexico	Sismex Viveros	85.09.19
Mexico	Tacubaya	85.09.19
Imperial Valley	El Centro	40.05.18
Ferndale	Ferndale City Hall	51.10.07
Kern County	Pasadena Caltech Athenaeum	52.07.21
Kern County	Taft Lincoln School Tunnel	52.07.21
San Jose	Bank of America	55.09.04
San Francisco	Golden Gate Park	57.03.22
Seattle	Olympia Highway Test Lab.	49.04.13
Taft	Taft Lincoln School Tunnel	54.01.12
Parkfield	Cholame Shandon Array 2	66.06.27
Parkfield	Cholame Shandon Array 5	66.06.27
Parkfield	Cholame Shandon Array 8	66.06.27
San Fernando	Pacoima Dam	71.02.09
San Fernando	Wilshire Blvd., L. A.	71.02.09
San Fernando	North Robertson Blvd., L. A.	71.02.09
San Fernando	Castaic Old Ridge Route	71.02.09
San Fernando	Orion Blvd., L. A.	71.02.09
SMART-1-33	33-E02	85.06.12
SMART-1-33	33-C02	85.06.12
SMART-1-39	39-E02	86.01.16
SMART-1-39	39-C02	86.01.16
SMART-1-41	41-E02	86.05.20
SMART-1-41	41-C02	86.05.20
SMART-1-43	43-E02	86.07.30
SMART-1-43	43-C02	86.07.30
SMART-1-45	45-E02	86.11.14
SMART-1-45	45-C02	86.11.14
Northridge	Pacoima Dam	94.01.17
Northridge	New Hall	94.01.17
Northridge	Arleta Fire Station	94.01.17
Northridge	Sylmar Hospital	94.01.17
Northridge	Santa Monica City Hall	94.01.17