

La evaluación escrita en el área matemática: contenido y tendencias

Elena Barberà
Universidad de Barcelona

Partiendo de la utilización generalizada de la evaluación escrita en la promoción escolar y de la incidencia que la manera de evaluar ejerce sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje, el presente estudio pretende analizar las propuestas que los profesores de educación primaria de matemáticas diseñan para evaluar a sus alumnos. Este análisis se centra en el estudio de la calidad de las habilidades cognitivas y los procedimientos de aprendizaje que los profesores potencian en los aprendices, y muestra la necesidad de explicitar las concepciones y los hábitos evaluativos de los docentes con la finalidad de recuperar la potencialidad de los procesos de evaluación escrita ampliando el estrecho margen en el que parecen desarrollarse.

Palabras clave: Evaluación escrita, habilidades matemáticas, procedimientos de aprendizaje, estrategias instruccionales, enunciados matemáticos.

Since tests based on written assessment are widely used in schools, and given the influence of the assessment method on learning and teaching processes, this study aims to analyze written tests set by primary school mathematics teachers. The analysis focuses on the study of the quality of cognitive skills and learning procedures that teachers aim to promote in learners; it points to the need for making teachers' conceptions of written assessment more explicit, so as to recover the potential of this form of testing, and to broaden the limits in which appears to develop at present.

Key words: Written Assessment, Mathematical Skills, Learning Procedures, Instructional Strategies, Mathematical Statements.

El reconocimiento generalizado en el ámbito de la educación formal de la necesidad de evaluar los aprendizajes como medida para su control y regulación, lleva a la construcción de una dinámica evaluativa que no siempre ha agradado a diseñadores y usuarios. Los procesos de evaluación parecen no acabar de ajustarse a las expectativas iniciales de los profesores y, a menudo, no proporcionan al alumnado la oportunidad de demostrar el alcance de sus habilidades (Palinscar y Winn, 1990; Costello, 1991). En el marco de esta insatisfacción cabe seguir evaluando, readaptando los planteamientos evaluativos y también siguiendo las directrices de nuevas propuestas evaluativas siempre bien recibidas (Nunziati, 1990; Martín, 1991). Pero la marcada trascendencia social que adquieren los resultados de las evaluaciones educativas contrasta con la modesta repercusión que los estudios efectuados sobre el tema tienen en la práctica evaluativa.

Globalmente, entendemos la evaluación integrada en el proceso de enseñanza y aprendizaje, concebido éste como una construcción progresiva del conocimiento (Coll, 1990), que relaciona dos niveles de desarrollo psicológico que se complementan e interactúan constantemente: el nivel social que hace referencia a la dinámica originaria de los procesos psicológicos y a su regulación, y el nivel individual que atiende a su integración en los esquemas de conocimiento del aprendiz y a su modificabilidad cognitiva. En el plano más social o interpsicológico, y en lo que Coll y colaboradores (1991) han denominado «interactividad», encontramos no sólo un marco explicativo de los intercambios directos entre profesor y alumno a través del contenido, sino que nos proporciona la posibilidad de entender los fenómenos interactivos parcialmente no presenciales que continúan teniendo una base dialógica como es, en nuestro caso, la evaluación escrita. En las diferentes fases evaluativas profesores y alumnos comparten un marco referencial común, pero ambos desarrollan responsabilidades de carácter individual. Específicamente, en la fase de planificación y corrección de los exámenes escritos, el profesor actúa «alejado» del alumno, pero no aislado, en el sentido que adapta sus propuestas a lo que ha sucedido en el aula; en el momento de la realización del examen, profesor y alumno interactúan mínimamente, pero es el alumno el que tiene la responsabilidad de resolver individualmente las propuestas del profesor.

Bajo esta estructura dialógica indirecta se desarrolla la evaluación escrita que, en el plano más individual o intrapsicológico, actúa ampliando y diversificando los esquemas de conocimiento que tiene cada uno de los alumnos, en lo que se podría denominar «intractividad» como correspondencia a un ámbito de articulación personalizada del conocimiento.

Desde diferentes marcos teóricos y temáticas de estudio, autores como Marton y Saljö (1976), Entwistle *et al.* (1979), Broadfoot (1993) o Niss (1993) recuerdan que la manera de evaluar a los alumnos influye directamente en el modo en cómo éstos enfocan su estudio y, en definitiva, su aprendizaje. Este poder directivo convierte las pruebas evaluativas en potentes recursos de influencia en el desarrollo educativo. Debido a este efecto de influencia, y a la utilización generalizada de la evaluación escrita como medio de promoción y acreditación de los alumnos, centramos nuestra atención en los exámenes escritos como objeto de estudio y optimización sin desestimar otros tipos de evaluación que valoramos como imprescindibles.

En el contexto de la evaluación escrita, se puede considerar que los objetivos educativos consensuados socialmente (dado que normalmente se desprenden de los programas oficiales) se manifiestan, resumidamente, en los enunciados de los exámenes que son elaborados por los diferentes docentes. Pero los profesores no participan en la interacción educativa exentos de creencias y pensamientos pedagógicos concretos (Shavelson y Stern, 1981; Villar, 1988), sino que aportan a ella teorías implícitas sobre la manera de entender la instrucción, la evaluación y la propia disciplina de enseñanza específica. Al igual que los profesores, los alumnos también se relacionan desde experiencias y pensamientos no explicitados a través de los cuales interpretan el sentido de las actividades de aprendizaje y evaluación. En el ámbito evaluativo, el profesor, como diseñador de las cuestiones evaluativas, asume inicialmente la responsabilidad y plasma en su programa evaluativo (configurado por la totalidad de las propuestas evaluativas a lo largo del curso escolar) su manera de entender la evaluación (*enfoque evaluativo*) que, como hemos indicado, repercutirá diferencialmente en las tendencias de aprendizaje de los alumnos. De aquí que nuestro objetivo general pretenda explicitar las decisiones tomadas por el profesor en la planificación, diseño y corrección de las situaciones y actividades de evaluación en cuanto a su contenido particular y a sus tendencias.

En la investigación que presentamos a continuación, los procesos evaluativos se desarrollan en el área curricular de matemáticas que se destaca por ser una disciplina en la que, generalmente, se obtienen bajos resultados. Tradicionalmente, en el ámbito escolar, se ha entendido la matemática como un conjunto secuencial de ejercicios y soluciones y, en el ámbito de la investigación, como resolución de problemas, en su mayor parte, bien definidos y acotados. Históricamente, se detecta una alta insistencia en enseñar la parte más instrumental de la matemática a través de la repetición de ejercicios, priorizando la automatización de mecanismos de resolución en detrimento de una toma de decisiones consciente y reflexiva. En este sentido, y aceptando el valor orientador de la evaluación respecto del aprendizaje, nos interesa conocer el contenido de la evaluación en relación a grandes categorías de conocimiento como son las habilidades cognitivas que se potencian a través de la resolución de los enunciados o actividades de evaluación de los exámenes escritos, lo que se configura como el primer objetivo de nuestro trabajo. En esta búsqueda nos interesa, además, especificar los diferentes procedimientos que concretan estas habilidades cognitivas y que nos informan de su pertinencia respecto de las intenciones educativas de los propios profesores, así como respecto de su adecuación a las propuestas oficiales en un momento de cambio en el sistema educativo del país. De esta forma, nuestro segundo objetivo se puede considerar un segundo nivel de concreción, en relación al primero, en el que se intentan detectar patrones de regularidad en el desarrollo de los procedimientos matemáticos que los profesores proponen en sus exámenes a lo largo de un curso escolar. Esta identificación nos permitirá revelar rutinas evaluativas (formato de pregunta en relación al formato de respuesta, tipología mayoritaria de los datos de los problemas, nivel de explicación de las respuestas, etc.) en los enunciados que se ofrecen a los alumnos y que, en último término, determinan su posibilidad de aprendizaje. Aunque comúnmente

se reconoce que el contenido procedimental es el tipo de contenido más influyente a la hora de enseñar a aprender de manera autónoma a los alumnos –por que por su propia naturaleza instrumental los procedimientos capacitan para nuevos aprendizajes–, de todos es sabido que su simple conocimiento no es garantía directa de una utilización adecuada. Un alumno puede conocer un procedimiento matemático con detalle e incluso desarrollarlo con fluidez pero no reconocer la situación en la que debe aplicarlo; es en este caso cuando hablamos de la necesidad de un uso estratégico de los procedimientos (Weinstein, Goetz y Alexander, 1988; Monereo, 1991) que diferenciaría claramente entre una aplicación irreflexiva e indiscriminada del conocimiento procedimental y una aplicación consciente y ponderada en relación a las diferentes condiciones que pueden caracterizar las distintas tareas evaluativas. Manteniendo nuestra atención en la actuación docente, planteamos un tercer y último objetivo que aspira a explorar diferentes enfoques evaluativos del profesorado en función de variables formales, de contenido procedimental y de uso estratégico discente. Las concepciones previas sobre la manera de entender el proceso de enseñanza y aprendizaje y el grado de revisión y adaptación del propio planteamiento docente son algunos de los aspectos que pueden influir en la materialización del tipo de evaluación y del aprendizaje de los evaluados. En este sentido, se pretenden traducir en términos evaluativos los planteamientos instruccionales estratégicos exhibidos por los profesores en su relación didáctica, llegando a un perfil de profesor-evaluador estratégico.

Método

Sujetos

En el momento de realizar la investigación (1992/1994) la actual reforma educativa estaba completando su paulatina aplicación en el ciclo superior de primaria. Por este motivo, elegimos el último curso, sexto de primaria, de diferentes tipos de centros en relación al nivel de implementación de las exigencias curriculares de la nueva reforma, lo que nos permitió valorar la progresión de esta aplicación en relación a los objetivos de estudio. La idea directriz del procedimiento desarrollado en la investigación se basa en el conocimiento y valoración del tratamiento de: *a)* las habilidades cognitivas, *b)* los procedimientos matemáticos, y *c)* la utilización estratégica de estos procedimientos en las propuestas evaluativas escritas de diferentes tipos de centros educativos. Consecuentemente, y puesto que no manifestábamos una intención de generalización de los resultados sino de conocimiento de las propuestas y decisiones implícitas de los profesores respecto de los planteamientos evaluativos y de cómo éstas se llevan a cabo, se seleccionaron nueve profesores de matemáticas de 6º curso provenientes de centros educativos que diferían en el grado de aplicación de la reforma. Según este criterio de representatividad educativa los centros fueron agrupados en tres grandes tipos: *a)* centros que seguían la ley educativa de 1970

en el nivel que se ha indicado; *b*) centros innovadores en algunos de los temas de interés de la investigación (concretamente, matemáticas, evaluación y conocimiento procedimental); y *c*) centros que experimentarían la actual reforma educativa, con una antigüedad mínima de un curso escolar.

Recogida de datos

Con la finalidad de alcanzar los objetivos señalados, se planteó una recogida de datos compleja y con la mínima intervención externa directa que abarcó un curso escolar completo. Los datos principales se extrajeron de:

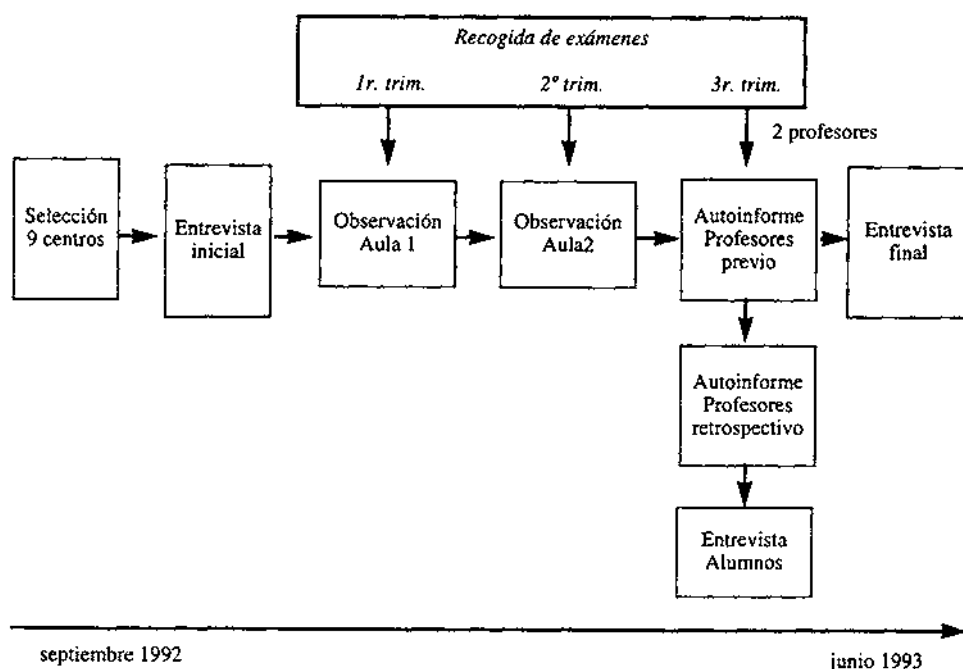


Figura 1. Esquema secuencial de recogida de datos

1. La totalidad de los exámenes escritos que cada uno de los profesores planteó a sus alumnos durante el curso recogidos mediante un calendario donde se registró la aplicación temporal, la temática de evaluación, la tipología de examen (inicial, parcial, final, recuperación, etc.) y el valor que el profesor le atribuía en el cómputo de las calificaciones finales. El número total de exámenes recogidos fue de 176 entre los 9 profesores y el intervalo de variabilidad según los centros del número de exámenes propuestos a los alumnos iba desde los 11 a los 37 a lo largo de todo el curso escolar. Estos exámenes se tradujeron en un total

de 1291 enunciados evaluativos de los que se seleccionaron los estrictamente procedimentales que resultaron ser 1184.

2. Entrevistas iniciales dirigidas a plasmar las concepciones e intenciones educativas de cada profesor referentes al área de matemáticas.

3. Un mínimo de dos observaciones por clase, con registro audio de la dinámica evaluativa y el clima de clase durante el desarrollo de un examen escrito, que manifestaran el grado de acuerdo entre profesor y alumnos y proporcionaran la posibilidad de constatar si el examen escrito era un instrumento suficientemente «acabado» para poderlo analizar de manera autónoma.

4. Durante el último trimestre de curso, se seleccionaron dos profesores que representaban tendencias opuestas respecto de la manera de plantear la asignatura en función de un enfoque más o menos estratégico; de cada uno de ellos se recogieron los exámenes de los últimos tres meses con las respuestas de los alumnos y las correcciones de los dos profesores participantes.

5. A estos dos profesores se les efectuaron sendos autoinformes retrospectivos inmediatos sobre tres exámenes seleccionados: un primer autoinforme se realizó después de la preparación de la prueba, lo que proporcionó la posibilidad de analizar detalladamente todo lo relacionado con las intenciones educativas concretas y un segundo autoinforme realizado después de corregir el examen que permitió contrastar y analizar las producciones de los alumnos con las expectativas iniciales.

6. Se entrevistó a tres alumnos para cada una de las seis pruebas de los dos profesores seleccionados el tercer trimestre. Estas entrevistas se realizaron para valorar el nivel de acuerdo y adecuación a las propuestas del profesor, su enfoque de estudio, su percepción evaluativa y la resolución directa de alguna pregunta de examen valorada como conflictiva. Los alumnos fueron elegidos por su profesor respectivo en función de niveles de rendimiento (bajo, medio y alto), para cada uno de los exámenes y de los dos profesores.

7. Por último, a final de curso, se volvió a entrevistar a los nueve profesores para corroborar y explicar más detalladamente actuaciones concretas desprendidas de su actuación en el marco de la evaluación de procedimientos en el área matemática.

Se recopilaron otros datos complementarios como son las programaciones de asignatura de cada profesor y su valoración de los objetivos terminales del área matemática de los actuales diseños curriculares referentes a los contenidos procedimentales.

Resultados y discusión¹

Los objetivos planteados pretenden responder a cuestiones de naturaleza diferente, por lo que pensamos que cada una de estas cuestiones se tenía que

1. Por la naturaleza exploratoria de la investigación, hemos decidido desarrollar conjuntamente el apartado de resultados y el de discusión para cada uno de los objetivos de estudio señalados que están precedidos por una breve introducción

abordar desde metodologías de investigación también distintas. Así, los datos anteriormente descritos se analizaron relacionándolos con cada uno de los tres objetivos como se presenta a continuación junto con los resultados parciales que se obtuvieron:

1. *Habilidades matemáticas*

Para el análisis del primer objetivo se seleccionó una muestra de 284 enunciados procedimentales de los 1184 recogidos. 200 de estos enunciados se extrajeron al azar y los 84 restantes procedieron de los dos profesores elegidos durante el último trimestre, que garantizaban una gama de propuestas procedimentales lo más amplia posible ya que sus enfoques eran opuestos. Para iniciar el análisis de los enunciados evaluativos docentes se realizaron unos sistemas de producción-resolución detallada de cada uno de los enunciados que suponían la utilización de procedimientos. Estos sistemas reflejan el contenido y la estructura profunda del proceso de resolución de una situación-problema desglosada paso a paso representando de forma hipotética el pensamiento completo de un experto (Barberà, 1995b). Se trata de resolver las situaciones problemáticas teniendo en cuenta todas las vías de solución posibles, desde la más intuitiva a la más simbólica, siempre adaptadas al nivel de conocimientos que se suponen a alumnos de 6º curso. Estas resoluciones fueron revisadas por los profesores respectivos con la finalidad de corroborar las diferentes vías de solución y, sobre todo, la fidelidad a sus propias propuestas. Una vez realizada la secuencia que requiere la elaboración de estos sistemas (conocimientos previos-acciones-decisiones-solución), se atribuyeron las habilidades para cada fase de resolución según la categorización de las habilidades cognitivas previamente elaborada y contrastada² (consultar Anexo1).

Con la intención de llegar a un conocimiento más detallado de las propuestas evaluativas y de las exigencias cognitivas que la resolución de éstas suponen a los alumnos, distinguimos dos niveles de habilidades y subhabilidades: por una parte, las habilidades que son objetivo de aprendizaje y que configuran el núcleo de nuevos contenidos de la asignatura de sexto curso (nivel de objetivo) y, por otra parte, las habilidades instrumentales que forman parte de los conocimientos previos de los alumnos y que son requisitos para desarrollar los anteriores (nivel de requisito). Una vez hecha la traducción en habilidades cognitivas, el procedimiento de análisis que se siguió tenía dos finalidades: a) la primera, extraer del total de los enunciados el *uso diferencial* de las habilidades cognitivas, es decir, su nivel de ausencia/presencia en las propuestas evaluativas; b) la se-

sobre el procedimiento de análisis. Por otro lado, dada la complejidad de los análisis y la envergadura de los resultados obtenidos, para una exposición más detallada dirigimos al lector interesado a la consulta de Barberà, 1995.

2. La elaboración de la clasificación de habilidades matemáticas en contexto evaluativo se llevó a cabo en cuatro fases en cada una de las cuales se plantearon modificaciones. Sintéticamente las diferentes fases se refirieron a: 1. Fase de integración teórica después de efectuar una revisión bibliográfica (principalmente: D'Hainaut, 1985; Presseisen, 1987; Monereo, 1991); 2. Fase de contrastación práctica llevada a cabo con los profesores participantes; 3. Fase de comprobación que garantizaba la inclusión de las diferentes habilidades en los actuales diseños curriculares; 4. Fase de consulta con personal experto en la temática de estudio.

gunda finalidad se traduce en llegar a establecer unas *agrupaciones de enunciados* en función de las habilidades cognitivas que tratan y comparten.

a) El primero de estos subobjetivos se llevó a cabo mediante un análisis descriptivo que proporcionó la posibilidad de conocer la frecuencia de utilización de las diferentes habilidades y subhabilidades y mediante un análisis bivariante cualitativo que relacionó la utilización de las habilidades con la tipología del centro escolar (tradicional, innovador y reformado) y los diferentes bloques de contenido matemático, de los cuales, por su amplitud, expondremos simplemente los resultados globalmente significativos.

Aunque los datos obtenidos hacen referencia al nivel de presencia de las habilidades cognitivas en los enunciados evaluativos, no nos interesa tanto plasmar si los resultados son altos o bajos, sino el valor cualitativo que pueden tener y hacia dónde apuntan las diferencias encontradas. Siguiendo estas directrices adjuntamos un resumen descriptivo de las diferentes habilidades del cual se extrae globalmente una mayor presencia de habilidades utilizadas como requisito.

CUADRO 1. PRESENCIA DE HABILIDADES COGNITIVAS RESULTANTES DEL ANÁLISIS DE LOS 284 ENUNCIADOS EVALUATIVOS

	Como objetivo n (%)	Como requisito n (%)	Total n (%)
Recoger	0 (0%)	3 (1%)	3 (0,02%)
Traducir	4 (1,5%)	20 (7%)	24 (1,5%)
Inferir	11 (4%)	21 (7,5%)	31 (2%)
Transformar	58 (20,5%)	115 (40%)	173 (11%)
Inventar	4 (1,5%)	8 (3%)	12 (0,8%)
Aplicar	254 (89,5%)	239 (84%)	493 (31,7%)
Representar	13 (4%)	51 (18%)	64 (4,1%)
Anticipar	16 (5,5%)	43 (15%)	59 (3,8%)
Elegir	20 (7%)	95 (33,5%)	115 (7,4%)
Organizar	47 (16,5%)	67 (23,5%)	111 (7,1%)
Relacionar	165 (58%)	176 (62%)	341 (22%)
Argumentar	11 (4%)	6 (2%)	17 (1,1%)
Evaluar	0 (0%)	3 (1%)	3 (0,02%)
Comprobar	8 (3%)	99 (35%)	107 (6,9%)
Total			153 (100%)

Este hecho nos parece previsible dado que los conocimientos previos de los alumnos son múltiples y los objetivos de aprendizaje que incorporan nuevos contenidos a lo largo del curso escolar son más reducidos y seleccionados, y ponen en marcha los conocimientos adquiridos anteriormente sobre los que se apoyan para su construcción significativa.

Las habilidades que no se acostumbran a utilizar en contextos evaluativos escritos son las siguientes: recogida de datos, invención de ejemplos o situaciones matemáticas, argumentación de procesos resolutivos y evaluación de expresiones matemáticas o de los procesos de resolución (que difícilmente pueden ser valorados con los enunciados que comúnmente se vienen utilizando en matemáticas). Por otro lado, las habilidades con una mayor presencia se refieren a la aplicación y reproducción de soluciones matemáticas preestablecidas y a la relación entre expresiones matemáticas; pero si se lleva a cabo un análisis más pormenorizado que incorpore las subhabilidades de estas dos últimas categorías se observa que sus aportaciones no son homogéneas. En el caso de las habilidades de aplicación, las demandas dirigidas a los alumnos suponen el desarrollo de propiedades matemáticas y la reproducción de algoritmos y, a mayor distancia, se encuentra la aplicación de fórmulas. En el caso de la habilidad de relacionar, las subhabilidades que aportan la casi totalidad de las puntuaciones son las referidas a comparar y relacionar escalarmente expresiones numéricas, mientras es mucho menos frecuente la subhabilidad de relacionar funcionalmente e inexistente la subhabilidad de interrelacionar que supone establecer conexiones significativas entre diferentes materias.

A grandes rasgos, no se aprecian diferencias entre los diferentes tipos de centros escolares en relación a la calidad de las habilidades desarrolladas desde los enunciados evaluativos, mostrándose una tendencia de los centros innovadores a tratar más número de habilidades. Respecto del análisis de los bloques de contenido, las habilidades minoritarias, como son la comprobación del desarrollo de la solución y del resultado y la anticipación de respuestas, están muy repartidas en su tratamiento, al contrario de lo que pasa con las habilidades de inferir y representar que están presentes en bloques de contenido concretos y no aparecen en los otros.

b) Para completar los resultados anteriores y desarrollar la segunda parte del primer objetivo se eligió una técnica de escalamiento multivariante *cluster* que permitió agrupar enunciados similares en función del conjunto de habilidades que trataban en su desarrollo, así como también establecer las distancias relativas entre todos los enunciados según el mismo criterio de desarrollo de las diferentes habilidades. De esta manera, y a diferencia del análisis anterior, se trata el enunciado como unidad natural de manera que se puede llegar a definir una actividad evaluativa a partir del conjunto de habilidades (y subhabilidades) que maneja. Así, por ejemplo, podemos decir que el enunciado: «Calcula una fracción equivalente a $23/8$ » desarrolla, especialmente, habilidades de transformación y aplicación (de propiedades matemáticas); con la sistematicidad necesaria, este procedimiento puede llegar a ofrecer una tipología de enunciados evaluativos en relación al conjunto de habilidades que cada uno de ellos desarrolla, tipología que esbozamos en las siguientes líneas.

De los resultados obtenidos del análisis *cluster* que hacen referencia al presente subobjetivo y atendiendo a su formulación global, se desprende que el 49% de los enunciados evaluativos analizados se puede aglutinar en 12 grupos de habilidades (consultar cuadro 3) que, a su vez, presentan un alto nivel de homogeneidad y pueden resumirse en tres grandes grupos de conjuntos de habilidades.

CUADRO 2. AGRUPACIONES DE HABILIDADES MAYORITARIAS MOSTRADAS EN EL DENDOGRAMA DEL ANÁLISIS *CLUSTER* GLOBAL

1. Transformar / Aplicar / Relacionar
2. Transformar / Aplicar / Relacionar / Organizar
3. Transformar / Aplicar / Relacionar / Organizar / Elegir
4. Transformar / Aplicar / Relacionar / Organizar / Elegir / Comprobar
5. Transformar / Aplicar / Relacionar / Comprobar
6. Transformar / Aplicar / Relacionar / Elegir
7. Aplicar / Representar / Relacionar / Comprobar / Traducir
8. Aplicar / Representar / Relacionar / Comprobar
9. Aplicar / Anticipar / Organizar / Comprobar
10. Aplicar / Anticipar / Elegir / Comprobar
11. Aplicar / Anticipar / Elegir / Relacionar / Comprobar
12. Aplicar

Cada uno de estos grupos tiene como eje las habilidades: a) transformar, aplicar y evaluar; b) aplicar y comprobar; y c) aplicar. El 51% restante está sometido a una dispersión natural que resulta significativa hasta alcanzar el 71% del total de los enunciados, dado que toman forma de combinaciones de habilidades menos frecuentes. El resto de los enunciados permanecen sin poder formar grupos estables ya que no consolidan sus regularidades. Los porcentajes de homogeneidad se pueden considerar una cifra altísima teniendo en cuenta que cuando se habla de agrupaciones nos estamos refiriendo a combinaciones repetidas de habilidades cognitivas y se calcula que las posibilidades de combinación son del orden de los millares.

Siguiendo un análisis *intracluster* se obtiene que enunciados aparentemente diferentes pueden llegar a desarrollar las mismas habilidades cognitivas. Observamos que este fenómeno se lleva a cabo, fundamentalmente, bien porque tratan un bloque de contenido distinto, bien porque difieren en su formato de presentación. Estos resultados se complementan con un análisis intercluster que detecta qué procedimientos matemáticos básicos parecidos o iguales expresados de maneras diferentes en su formulación evaluativa pertenecen a *clusters* diferentes, lo que equivale a decir que desarrollan patrones de habilidades también distintos. De la combinación de ambos análisis se desprende una aplicación didáctica relevante: para la selección de actividades evaluativas se recomienda un

criterio que tenga en cuenta al menos dos dimensiones; específicamente nos referimos a un criterio que tenga presente tanto la forma de los enunciados (referida a las relaciones sintácticas entre sus elementos), como la conexión entre los procedimientos propuestos y las habilidades que realmente desarrollan y no sólo una selección de enunciados evaluativos centrada en el contenido directo (geometría, divisibilidad, estadística, etc.). Esta combinación complementada significativamente por contenidos de los campos conceptual y actitudinal potenciará un aprendizaje integral de los alumnos.

Por último, aunque se pueden encontrar enunciados que sólo trabajan un único tipo de habilidad (preferentemente, aplicación de propiedades y algoritmos) y enunciados que tratan hasta ocho habilidades, la media es de cuatro habilidades cognitivas por enunciado matemático.

2. Procedimientos matemáticos

Para alcanzar el segundo objetivo se partía del estudio de los enunciados analizados anteriormente en función de un conjunto de *variables*, preferentemente *sintácticas* (es decir, que hacen referencia al orden, a la estructura y a la relación entre los diferentes elementos de las expresiones matemáticas), como por ejemplo: la tipología de la pregunta, el formato de la respuesta, la secuencia de los datos, el grado de definición de un problema matemático, etc. Las *regularidades* encontradas en esta muestra de enunciados se validaron con la comprobación de que estas mismas regularidades se seguían manteniendo en la totalidad de los enunciados recopilados. Este análisis de variables se completó con la contrastación directa e indirecta de los procedimientos trabajados en clase y su nivel de representación en los exámenes escritos, según la referencia de los diseños curriculares de matemáticas de educación primaria.³ De esta forma, se preguntaba a los profesores cuáles de los procedimientos prescritos trabajaban en sus clases y se compararon con los procedimientos que se extraían realmente del análisis de sus enunciados evaluativos. Con esta contrastación se pretendía explicitar las características de los programas evaluativos que presuntamente el profesor activa de manera menos intencional, además de detectar el grado de coherencia entre los procesos de enseñanza y aprendizaje y los evaluativos.

a) *Regularidades*. El detalle de los resultados se concreta, en primer lugar, en la constatación de ciertas regularidades relevantes relacionadas con la naturaleza de los componentes sintácticos de los procedimientos matemáticos que se enumeran a continuación:

En función de la calidad de estas descripciones, los procedimientos matemáticos que se desarrollan quedan altamente limitados. Si consideramos que, según los datos analizados, la resolución de actividades evaluativas no presupone una selección de datos relevantes en su inicio, adopta una forma preferentemente algorítmica y unidireccional en su desarrollo, y no hay lugar para la optatividad en su respuesta final, entonces nos enfrentamos a un tipo de evaluación global-

3. En el presente estudio se utilizaron los diseños curriculares propuestos por el gobierno catalán ya que la investigación se realizó en diferentes centros de la ciudad de Barcelona.

mente estereotipada. En este marco parece posible afirmar que los instrumentos evaluativos utilizados favorecen una interiorización rígida y mecánica de los procedimientos que desarrollan.

CUADRO 3. REGULARIDADES SINTÁCTICAS DE LOS PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS

<i>Variable</i>	<i>Descripción de regularidades</i>
Datos del enunciado	Las propuestas evaluativas escritas presentan mayoritariamente los datos suficientes en sus enunciados, observándose una total ausencia de datos de otra índole como pueden ser datos contradictorios o innecesarios que conviertan las actividades matemáticas en situaciones problemáticas más complejas que requieren una resolución menos repetitiva. En general, y por lo que se refiere a esta variable, se puede considerar que este planteamiento repercute en una actitud rutinaria por parte del alumno que se acostumbra a manipular datos de manera superflua sin tener en cuenta el contexto y sin la posibilidad de tomar decisiones y de establecer conexiones significativas entre lo que le preguntan, lo que puede obtener y los datos de que dispone.
Tipo de pregunta / tipo de respuesta	La relación más utilizada por los profesores respecto a esta variable es: enunciado verbal o mixto (verbal-numérico y verbal-gráfico) y la respuesta numérica. En términos globales, los resultados de las actividades evaluativas acostumbran a ser numéricas y no explicativas, y pocas veces guardan relación con los procesos efectuados para llegar a dichas respuestas.
Estructura	La <i>estructura</i> de los enunciados de los problemas verbales normalmente corresponde a la presentación de la pregunta al final del enunciado, excepto los relacionados con el bloque de geometría que acostumbra a estar al principio. En 6º curso se observan todavía muchos ejercicios de cálculo descontextualizado que no precisan del lenguaje estándar para ser comprendidos por los alumnos.
Proceso de resolución	En general, adoptan una manifestación preferentemente algorítmica donde la toma de decisiones no se caracteriza por estar controlada por el alumno, sino que depende de su grado de acierto inicial que desencadena un proceso automático de resolución. Por lo que se refiere a la geometría, se observa una tendencia clara a la aplicación directa de fórmulas más que un énfasis en la relación de componentes geométricos que conducen a una comprensión más significativa de los contenidos.
Formato de respuesta	Aunque adoptan una forma abierta de presentación, dado que los alumnos normalmente no tienen límites en su escritura (raramente se les plantean preguntas del tipo V/F o de elección múltiple), se puede considerar que estos formatos son cerrados si se atiende a la opcionalidad que ofrecen a los alumnos. Dos indicadores sustentan esta afirmación, y son: la constatación de que la mayor parte de enunciados permiten una única respuesta correcta y la acotada gama de vías de solución que puede emprender el alumno que, normalmente, se reducen a una sola.
Complejidad léxica	El grado de complejidad léxica que supone la comprensión de los enunciados viene determinado por el nivel de conocimiento declarativo específico de los términos matemáticos que poseen los alumnos, y no tanto por el nivel de dominio léxico de la lengua vehicular propia. Las formulaciones evaluativas tampoco ofrecen problemas gramaticales a los alumnos ya que éstas se caracterizan, generalmente, por su brevedad y precisión, resultando ser enunciados telegráficos o problemas bien definidos con poco margen para la interpretación.

b) *Contrastación.* Con la idea de complementar el análisis anterior y en búsqueda, por una parte, del conocimiento de la gama procedimental ofrecida a los alumnos desde el ámbito evaluativo y, por otra, de su nivel de coherencia con las propuestas didácticas se procedió a comparar la correspondencia que existía entre los contenidos procedimentales tratados en clase y los procedimientos requeridos en las demandas evaluativas escritas. Los resultados obtenidos (que tienen un valor preliminar y precisan de un seguimiento y contrastación posterior) detectan un desfase entre los dos ámbitos y, aunque se considera que la evaluación escrita no es la única forma de evaluar el aprendizaje, existen indicios fiables que hacen pensar que algunos de los procedimientos que no son objeto de evaluación escrita tampoco se evalúan de ninguna otra manera. En este marco, cabe cuestionarse la función y sobre todo la validez del proceso evaluativo escrito. El vacío evaluativo detectado parece responder a la tendencia de evaluar aquello que se sabe cómo evaluar y, a menudo, no lo que se ha propuesto comprobar o controlar en los objetivos didácticos, porque los contenidos que presenta esta laguna evaluativa parecen responder a un tipo de evaluación diferente. En este sentido, es útil conocer los bloques de procedimientos que el conjunto de los diferentes centros tienen más presentes en el trabajo diario y en las evaluaciones escritas que según los resultados obtenidos son: relaciones y comparaciones de figuras y expresiones matemáticas, utilización de lenguajes matemáticos y uso de técnicas e instrumentos. Los que cuentan con más incongruencias en la comparación entre la situación didáctica y la evaluativa que, a su vez, coinciden con los bloques de procedimientos de menor presencia generalizada son: análisis, estimación y tanteo, procedimientos genéricos que suponen relacionar diferentes conceptos matemáticos y la resolución de problemas, en este orden. Se detecta que los procedimientos concretos que tienen menos presentes los profesores en los dos ámbitos son los que, por temática, resultan más novedosos en los diseños curriculares (por ejemplo, estadística) y los procedimientos más heurísticos y divergentes (realización de estimaciones, comprobaciones de hipótesis, invención de problemas, etc.). No se obtienen en este ámbito diferencias remarquables entre los centros con currículum no renovado, los innovadores y los que experimentan la actual reforma. En cambio, sí que existe entre centros del mismo tipo una heterogeneidad notable en relación al contenido evaluado. Las evaluaciones escritas parece que tienden a ser más estandarizadas y, de hecho, los centros reformados a menudo utilizan enunciados iguales o correspondientes a los utilizados en los otros centros escolares. Hay centros donde las diferencias entre los procedimientos trabajados en clase y los evaluados es extremadamente alta. Esta percepción pone de manifiesto el corto intervalo relativo que hay entre profesor que evalúa más procedimientos (un total de 23 sobre un mínimo posible de 50) y el que evalúa menos (sólo 14) pero, sobre todo, pone de manifiesto que la coincidencia entre procedimientos tratados es casi paralela; es decir, que los procedimientos de los profesores que evalúan menos este tipo de contenido se pueden considerar un subconjunto de los procedimientos evaluados por el resto de profesores. De esta forma, la dispersión en la presencia de procedimientos evaluados es muy baja. En definitiva, la gama procedimental matemática se valora

como reducida en la globalidad de los profesores, de aquí su mayor coincidencia interescolar.

3. *Enfoque evaluativo*

Después de determinar las habilidades cognitivas y procedimientos matemáticos propuestos por los profesores en el ámbito de la evaluación escrita, el tercer y último objetivo profundizaba en el mundo de los pensamientos y decisiones de los docentes en el momento de seleccionar las actividades de evaluación. La idea de que la sola utilización de los procedimientos no determina su aplicación eficaz impulsó la exploración de la figura del profesor como evaluador estratégico mediante un *análisis de dos casos*. Estos dos casos están representados por: el profesor que respondía más fielmente a las características generales que la bibliografía nos muestra como profesor estratégico (Pressley *et al.*, 1992; Beard El-Dinary y Schuder, 1993; Monereo y Clariana, 1993) y aquel profesor que más se alejaba de ellas. En definitiva, el presente análisis se basa en la comparación de enfoques divergentes, procedimiento seguido en el ámbito matemático por otros autores (Peterson, Carpenter y Fennema, 1989) aunque con objetivos distintos. La finalidad exploratoria de este objetivo hace necesaria la interrelación de los datos recogidos en una sola descripción que se ha llevado a cabo a través del análisis basado principalmente en las entrevistas semiestructuradas y autoinformes realizados a profesores y alumnos, completadas con las respuestas escritas de los alumnos y las correcciones correspondientes efectuadas por los profesores.

Aunque los resultados referidos al tercer objetivo se exponen en términos de oposición entre profesores que manifiestan enfoques evaluativos contrapuestos, nuestra intención no es tanto describir perfiles puros de profesores (por otro lado, hecho poco adecuado con nuestros datos) como beneficiarnos de esta comparación para reflexionar sobre rasgos fiables que indiquen el desarrollo de una evaluación estratégica desde el punto de vista docente. Situados en esta perspectiva se pueden distinguir tres fases evaluativas: *a)* la fase de planificación, que puede remontarse al principio de curso cuando el profesor establece los criterios de evaluación, pero que sobre todo abarca el periodo inmediatamente anterior al planteamiento de un examen. Se trata de un momento que se puede considerar interactivo e individual al mismo tiempo, porque si bien el diseño de la prueba se efectúa en relación a la audiencia que la recibirá, el profesor, a su vez, no mantiene un contacto directo con sus alumnos; *b)* la fase de desarrollo en la que se ejecuta la prueba escrita y en la que, a pesar de que profesor y alumnos tienen una relación presencial, la responsabilidad recae individualmente en los alumnos, que son los autores de las respuestas; *c)* y, por último, la fase de valoración, donde el profesor retoma la responsabilidad sobre las correcciones de las respuestas de sus alumnos.

a) En la fase de planificación, los resultados muestran que el profesor catalogado de evaluador menos estratégico propone a sus alumnos *periodos de evaluación* desconectados entre ellos en el sentido de que a cada periodo le corresponde una cantidad acotada de contenidos; este mismo profesor elige un *cri-*

terio de selección puntual de las actividades evaluativas que supone una especie de barrido selectivo de lo que anteriormente ha dado en clase, eligiendo, para tal fin, los ejercicios más representativos y complementarios entre ellos para evitar repeticiones y abarcar el máximo de contenido. El profesor más estratégico, por su parte, relaciona los diferentes periodos evaluativos y los criterios que orientan las decisiones en el momento de plantearse la elaboración de un examen escrito son visiblemente diferentes a los del profesor anterior: éste adopta un criterio recurrente de selección de actividades evaluativas. Con este último planteamiento se contribuye a la mitigación de la alta contextualización a la que parecen estar sometidas las pruebas evaluativas. Básicamente, esto se consigue haciendo intervenir contenidos anteriores en las evaluaciones ampliando así el campo de actuación y de referencia del alumno respecto de «dónde encontrar la respuesta correcta» y preguntando los mismos contenidos de diferentes maneras desterrando el criterio de exclusividad que, a menudo, caracteriza (implícitamente) las propuestas evaluativas. Siguiendo con la fase de planificación, el profesor menos estratégico tiene una *percepción formal de la matemática* traducida en un planteamiento algorítmico que se refleja en sus exámenes. En cambio, aunque el profesor más estratégico también utiliza los algoritmos matemáticos, prioriza la comprensión de los contenidos que desarrolla en clase, estableciendo relaciones lógicas entre componentes matemáticos pertenecientes, incluso, a diferentes bloques de contenido. Por su parte, el profesor menos estratégico muestra un bajo *nivel de control* sobre sus propuestas dado que atribuye a causas externas (como el tiempo de instrucción, el temario de estudio o la falta de atención generalizada) las lagunas que presentan sus alumnos, mientras que el profesor más estratégico capta esta dificultad, pero observa que los alumnos no saben interpretar preguntas de las cuales conocen la solución y apunta, como causa principal, la demanda estereotipada por parte de los profesores a lo largo de los diferentes cursos escolares. Los profesores serían los principales responsables de acostumbrar a los alumnos a asociar mecánicamente un tipo de enunciado con un tipo de solución o respuesta.

b) Ya en la fase de desarrollo evaluativo, se constata que los dos profesores perciben el proceso de aprendizaje, y concretamente el de evaluación escrita, desde *espacios de desarrollo* diferentes. Mientras que el representante menos estratégico propone exámenes partiendo del desarrollo real de los alumnos, el representante más estratégico los propone desde un desarrollo más potencial. Estas afirmaciones concuerdan respectivamente con un enfoque más repetitivo y más extensivo de la enseñanza y suponen tratamientos con tendencias superficial y profunda de los contenidos, respectivamente (Marton y Saljö, 1976; Selmes, 1986). Ambos enfoques comportan una concepción implícita sobre la evaluación: la primera, de tipo sumativo, como una constatación de los aprendizajes y la segunda, de tipo formativo, como una parte más integrada en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde esta última perspectiva, el examen deviene una parte del proceso, y no una simple constatación de niveles al final del proceso, cuando se utiliza como un instrumento que, en sí mismo, supone aprendizaje. Se defiende que una evaluación estratégica ha de ser formativa en el sentido de que forma parte del proceso de andamiaje del aprendizaje. El examen escrito es un

instrumento pedagógico que, por el momento en que está planteado y por el enfoque más reflexivo que mecánico que tendría que tomar, ayuda al alumno en el proceso de progresiva autonomía. Un profesor trabaja en la zona de desarrollo próximo de sus alumnos cuando les propone resolver algunos ejercicios evaluativos más novedosos o que todavía no se han tratado en su totalidad en clase, orientados a establecer diferentes interrelaciones entre los contenidos trabajados. Pensamos que la acción de «acabar de hacer» en lugar de la acción de «hacer otra vez», en un contexto evaluativo, indica de forma más fiel el nivel de transferencia de los contenidos tratados en clase. Esta transferencia se conseguiría con el desarrollo de actividades significativas para los alumnos y más globalizantes y relacionadas que puntuales y desconectadas. Esta constatación lleva a exponer las diferencias de los *formatos dialógicos* que ambos profesores exhiben en sus respectivos exámenes. En síntesis, las diferencias más notables caracterizan al evaluador menos estratégico por una combinación de preguntas y respuestas de tipo telegráfico que suponen, preferentemente, una única respuesta correcta y que están enmarcadas en un formato de examen de estructura estandarizada; mientras que el profesor más estratégico elabora preguntas y respuestas con un alto nivel explicativo y argumentativo, combinadas con gran parte de actividades divergentes que suponen más de una respuesta correcta en el marco de una estructura de examen que varía en función de sus objetivos y de la calidad de los contenidos. La manifestación de estas prácticas evaluativas tiene su origen en las diferentes concepciones que cada uno de los profesores presenta sobre la manera en que los alumnos aprenden: en el primer caso se corresponde, prioritariamente, a un desarrollo natural e individual de los procesos cognitivos, mientras que en el segundo caso se combinan aspectos evolutivos con influencias educativas de carácter relacional en las que la figura del profesor desarrolla el papel de mediador que es «sustituido», en el contexto evaluativo escrito, por el propio examen.

c) En relación a la última fase evaluativa que corresponde al momento de valoración de los exámenes, destacan dos aspectos que tienen incidencia directa en la orientación del estudio y del aprendizaje de los alumnos. El primero hace referencia a la homogeneidad de las puntuaciones de los enunciados que en el caso del profesor menos estratégico es total dado que puntúa todas las preguntas de un examen con el mismo valor, sin diferenciar con indicadores externos los contenidos más relevantes. En contraposición, el evaluador más estratégico aporta indicadores de relevancia a sus alumnos mediante puntuaciones diversificadas de los enunciados en cada uno de sus exámenes. Este profesor plantea un número de preguntas variable y sus puntuaciones se modifican en función del esfuerzo cognitivo que supone a los alumnos su resolución y el grado de importancia que ese contenido computa en la globalidad del proceso de enseñanza y aprendizaje.

El segundo aspecto de la fase valorativa se refiere al *nivel explicativo* de las *correcciones* escritas efectuadas por ambos profesores. Aunque los dos profesores otorgan una importancia decisiva a la corrección oral y conjunta del examen en clase después de entregar corregidos los exámenes, ya que se aprovecha la lógica atención del momento, ambos divergen en la calidad de sus anotaciones

escritas. El profesor más estratégico establece un diálogo indirecto con sus alumnos al efectuar comentarios escritos muy explicativos que abarcan temas tan diferentes como procesos alternativos de resolución (cuando valora que el tratamiento de la pregunta no es del todo correcto), anotaciones referentes a la comprensión del enunciado, precisión del vocabulario matemático e incluso apreciaciones ortográficas y referidas a la presentación del examen. Por su parte, el profesor menos estratégico simplemente marca o tacha las respuestas incorrectas cometidas por el alumno sin entablar un diálogo con él, centrándose en sus errores y no tanto en la posibilidad de intuir respuestas alternativas a las resoluciones insatisfactorias.

Releyendo en vertical el perfil del profesor evaluador más estratégico se pueden recopilar actuaciones que configuran hábitos evaluativos desprendidos de un planteamiento intencional de la evaluación en contraposición a enfoques más comunes marcados por la inercia evaluativa. El estrecho intervalo de variabilidad de habilidades y procedimientos desencadena una enseñanza altamente repetitiva, desvinculando claramente lo que es el aprendizaje de los contenidos concretos y el desarrollo general del conocimiento procedimental matemático. El alumno puede llegar a un elevado nivel de automatización de un procedimiento matemático por su reiterada presentación y solución y, en cambio, no alcanzar un nivel de experto suficiente. Ser habilidoso comporta saber aplicar los procedimientos que materializan una habilidad concreta en el seno de una situación específica y, para tal fin, como mínimo, el alumno tendría que poder acceder a un conjunto de habilidades variadas y no sólo a unas cuantas y siempre las mismas, para abordarlas, también, desde perspectivas diferentes. Complementariamente, el campo de acción y decisión (características constitutivas del concepto de procedimiento) que se ofrece a los alumnos se tendría que ampliar en razón de su funcionalidad para que no existiera un salto cualitativo tan notable entre las demandas escolares y las sociales.

Conclusiones

En un tiempo de cambio educativo en el que progresivamente se está implementando la actual reforma y en el marco de la educación matemática, los diferentes resultados del desarrollo de los objetivos propuestos traslucen unas rutinas que estereotipan la evaluación escrita y se aprecia un desfase notable entre el proceso de enseñanza y aprendizaje y el proceso de evaluación. Parece que la innovación que se experimenta en el primer proceso no es paralela a la seguida por el segundo. En este sentido, por un lado y según nuestro marco teórico, llega a traicionarse la idea de la inclusión de la evaluación en el proceso instructivo y, fundamentalmente, por otro lado, se ignora la potencialidad del efecto retroactivo que caracteriza la evaluación y que incide sobre todo el proceso educativo anterior. Consideramos que desde esta perspectiva se pueden llegar a invalidar muchas propuestas de optimización simplemente por no llegar a un acuerdo homologable entre la manera de enseñar y aprender y la manera de evaluar.

Concretamente, el examen o prueba escrita que, como se ha apuntado, se manifiesta como un recurso privilegiado de influencia educativa por la valoración social de sus resultados y su trascendencia en la orientación profesional, actúa como un elemento homogeneizador en el proceso de aprendizaje en el sentido que estos instrumentos evaluativos, en general, no representan la diversidad didáctica y de contenido que existe entre los diferentes tipos de centros. Parece que el examen resulta ser un conjunto de cuestiones sobre contenido específico que se sabe cómo preguntar, pero que a su vez, hay cuestiones que no se saben abordar, lo que crea un vacío evaluativo que lleva a la falta de control y conocimiento del grado y calidad de los aprendizajes por parte del profesor y de los mismos alumnos. En lo que a las habilidades cognitivas se refiere, el planteamiento de los exámenes de matemáticas de un centro de reforma no difiere significativamente del planteamiento de un centro no reformado. Los resultados registrados apuntan hacia la afirmación de que los profesores no cuentan con unas orientaciones concretas que les permitan innovar sus planteamientos evaluativos. Los centros reformados reproducen el mismo tipo de evaluación que años anteriores aunque, a veces, se traten contenidos diferentes. Por lo que hace referencia al conocimiento procedimental para diseñar actividades de evaluación, los profesores se tendrían que basar en un criterio complejo que combinara, como mínimo, el aspecto formal, el operacional y el contenido de evaluación, dado que, como hemos indicado, enunciados procedimentales aparentemente muy diferentes pueden acabar desarrollando el mismo tipo de habilidades.

El concepto de enfoque evaluativo docente que se ha ido concretando a lo largo de este estudio pretende asistir la exploración de los diseños de evaluación plasmando las tendencias evaluativas de los profesores en función de diferentes tipos de variables y de contenido específico. Estas variables extraídas en nuestro caso de las características que se consideran relevantes en el contexto evaluativo y de los resultados que nos iban ofreciendo nuestros datos, se han de entender como un instrumento incipiente de análisis y reflexión que se dirige al profesor, pero que no tiene sentido sin su relación con la actuación resolutoria de los alumnos. Si la evaluación fuera lo suficientemente abierta como para que los alumnos mostraran sus tendencias de respuesta, podríamos hablar de un enfoque evaluativo discente, pero en ningún caso la desligaríamos de las demandas concretas del profesor. Lo que por el momento se manifiesta realmente relevante es seguir profundizando en las propuestas que presentan los docentes a sus alumnos, dado que parecen desprenderse de determinaciones implícitas y precisan de una toma de decisiones ponderada y, finalmente, contrastada.

REFERENCIAS

- Barberà, E. (1995a). *Enfocament avaluatiu en matemàtiques*. Tesis doctoral. Universidad de Barcelona.
- Barberà, E. (1995b). Estrategias matemáticas. *Cuadernos de Pedagogía*, 237, 29-32.
- Beard El-Dinary, P. & Schuder, T. (1993). Seven teachers' acceptance of transactional strategies instruction during their first year using it. *The Elementary School Journal*, 94 (2), 207-220.
- Broadfoot, P. (1993). *Exploring the forgotten continent: a traveller's tale*. Scottish Educational Research Conference. 30 September- 2 October. University of St. Andrews, Fife.

- Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P.L., Chiang, C.P. & Loeff, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: an experimental study. *American Educational Research Journal*, 26, 499-531.
- Coll, C. (1990). Un marco de referencia psicológico para la educación escolar: la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza. En Coll, Palacios y Marchesi (Comps.), *Desarrollo psicológico y educación (II)* (435-453). Alianza Editorial.
- Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J., Rochera, M.J. (1991). *Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa*. Documento interno. Departament de Psicologia Evolutiva i de l'Educació. Facultat de Psicologia. Universitat de Barcelona.
- Costello, J. (1991). *Teaching and learning mathematics, 11-16*. London. Routledge.
- D'Hainaut, L. (1985). *Objetivos didácticos y programación*. Barcelona: Oikos-Tau.
- Entwistle, N.J., Hanley, M. & Hounsell, D. (1979). Identifying distinctive approaches to studying. *Higher Education*, 8, 365-380.
- Martín, E. (1991). ¿Qué contienen los contenidos escolares? *Cuadernos de Pedagogía*, 188, 17-19.
- Marton, F. & Saljö, R. (1976). On qualitative differences in learning II. - Outcomes as a function of the learners conception of the task. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 115-120.
- Monereo, C. y Clariana, M. (1993). *Profesores y alumnos estratégicos*. Madrid: Pascal.
- Monereo, C. (Comp.) (1991). *Enseñar a pensar a través del currículum escolar*. Barcelona. Casals/Comap.
- Niss, M. (1993). Assessment in mathematics education and its effects: an introduction. In Niss M. (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education* (97-112). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Nunziati, G. (1990). Pour construire un dispositif d'évaluation formative. *Cahiers Pédagogiques*, 280, 47-64.
- Palinscar, A.I. & Winn, J. (1990). Assessment models focussed on new conceptions of achievement and reasoning. *International Journal of Educational Research*, 14, 411-413.
- Peterson, P.L., Carpenter, T. & Fennema, E. (1989). Teachers' knowledge of students' knowledge in mathematics problem solving: correlational and case analyses. *Journal of Educational Psychology*, 81 (4), 558-569.
- Presseisen, B. (1987). *Thinking skills through the curriculum*. Indiana: Pi Lambda Theta.
- Pressley, M., Schuder, T., Teachers in the Sail Program, Bergman, J. & El-Dinary, P.B. (1992). A researcher-educator collaborative interview study of transactional comprehension strategies instruction. *Journal of Educational Psychology*, 84, 231-243.
- Selmes, I. (1986). Approaches to normal learning tasks adopted by senior secondary school pupils. *British Educational Research Journal*, 12 (1), 15-27.
- Shavelson, R.J. & Stern, P. (1981). Research on teacher's pedagogical thoughts, judgments, decisions and behavior. *Review of Educational Research*, 51, 455-498.
- Villar, L.N. (1988). Conocimiento, creencias y teorías de los profesores. Murcia: Marfil.
- Weinstein, C.E., Goetz E.T. & Alexander, P.A. (1988). *Learning and study strategies. Issues in assessment, instruction and evaluation*. San Diego, California: Academic Press.

ANEXO 1

 CLASIFICACIÓN DE LAS HABILIDADES COGNITIVAS CONCRETADAS
 EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS PARA EL ÁMBITO EVALUATIVO

Habilidades	Subhabilidades
<i>RECOGER</i> Obtener información inicial	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar experiencias y <i>observaciones</i> sistemáticas o puntuales de las que se desprendan datos cuantificables. • Realizar <i>medidas</i> de objetos reales u objetos representados. • <i>Recopilar</i> de forma ordenada cualquier tipo de datos reales o representados por un modelo. • <i>Localizar</i> información cualitativa.
<i>TRADUCIR</i> Cambiar de código	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Transcribir</i> de código verbal a código numérico... • De código numérico a verbal... • De código gráfico a verbal o numérico... • De código verbal o numérico a gráfico... • ...<i>manteniendo el significado inicial</i>.
<i>INFERIR</i> Extraer consecuencias	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Inferencia deductiva</i>: conclusiones a las que se llega desde supuestos ciertos en el sentido de extraer las consecuencias que una proposición matemática contiene de forma implícita. • <i>Inferencia inductiva</i>: descubrimiento de las relaciones matemáticas mediante el estudio de las partes; este tipo de razonamiento va de lo específico a lo general, de las partes al todo, del efecto a la causa.
<i>TRANSFORMAR</i> Prolongar significados	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Modificar</i> una situación inicial existente <i>conservando</i> algunos datos y <i>variando</i> otros, <i>ampliando</i> el significado original de la expresión matemática.
<i>INVENTAR</i> Producir ideas	<ul style="list-style-type: none"> • Crear una situación que <i>no existía previamente</i>. • Proponer <i>ejemplos</i> que sigan (o no) un grupo de condiciones.
<i>APLICAR / REPRODUCIR</i> Reconocer isomorfismos	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver situaciones que precisen aplicar <i>fórmulas</i> aprendidas anteriormente. • Seguir y aplicar <i>normas</i>, propiedades o teoremas matemáticos. • Imitar técnicas, métodos y <i>algoritmos</i> utilizados en contextos similares.
<i>REPRESENTAR</i> Utilización de modelos e instrumentos	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar <i>modelos</i> matemáticos en forma de representación gráfica. • Utilizar <i>instrumentos</i> de medida, cálculo y dibujo.
<i>ANTICIPAR</i> Razonar de forma probabilística	<ul style="list-style-type: none"> • Emisión de <i>predicciones</i> e hipótesis matemáticas sobre situaciones reales. • <i>Estimar</i> el error cometido en la predicción de un resultado. • <i>Aproximar</i> resultados (por reformulación, traslación o compensación).
<i>ELEGIR</i> Alternativas de resolución	<ul style="list-style-type: none"> • Optar por una de las <i>vías de solución</i> posible.
<i>ORGANIZAR</i> Presentar estructuradamente	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Clasificar</i>: identificar atributos que acrediten a un elemento como perteneciente a una clase. • <i>Ordenar</i>: disponer sistemáticamente los elementos a partir de un atributo.

Habilidades	Subhabilidades
RELACIONAR <i>Abstraer atributos asociándolos</i>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Comparar</i>: determinar analogías y regularidades estableciendo relaciones de semejanza (y desigualdad) entre elementos. • <i>Relacionar escalarmente</i> estableciendo conexiones entre cantidades correspondientes a una misma magnitud. • <i>Relacionar funcionalmente</i> estableciendo uniones significativas entre expresiones matemáticas diferenciadas. • <i>Interrelacionar</i>: establecer relaciones significativas entre diferentes materias.
ARGUMENTAR <i>Exponer atribuciones (causales)</i>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Justificar</i> soluciones matemáticas durante o después de un proceso de resolución.
EVALUAR <i>Atribuir valores</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Atribuir un <i>valor cualitativo o cuantitativo</i> en relación a un criterio en el proceso de comprensión y resolución de un enunciado matemático.
COMPROBAR <i>Asegurar resultados</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar el proceso de realización de la tarea y de sus resultados. • <i>Comprobación directa</i>: elicitada explícitamente. • <i>Comprobación fraccionada</i>: comprobación parcial del proceso y del resultado.