ANUARIO DE PSICOLOGÍA
Núm. 43 - 1989 (4)

ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA Y DURACIÓN EN EL MUESTREO TEMPORAL DE LA CONDUCTA

VICENÇ QUERA
Departamento de Metodología de las Ciencias
del Comportamiento
Universidad de Barcelona

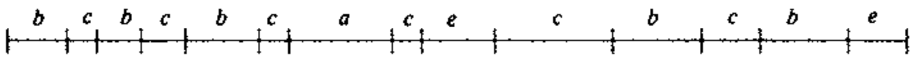
Vicenç Quera
Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento
Facultad de Psicología
Adolf Florensa, s/n.
08028 Barcelona

En la observación sistemática del comportamiento interesa habitualmente recoger de manera fidedigna información acerca de qué comportamientos tienen lugar, con qué frecuencia ocurren, cuánto tiempo ocupan, en qué secuencia se producen, etc. Los tipos de comportamiento se organizan para ello en uno o varios sistemas de categorías exhaustivas y mutuamente excluyentes (p.e., Bakeman y Gottman, 1986). Comúnmente se emplea un único sistema de categorías; en tal caso, mientras el individuo es observado tiene lugar una sucesión de ocurrencias de las categorías de conducta cuyas transiciones se consideran instantáneas. Si el conjunto de sucesos conductuales o sistema de categorías es, por ejemplo $s = \{a, b, c, d, e\}$, el resultado de una sesión de observación podría ser la secuencia *bcbcbcacecbcbe*; si además las categorías son estados (esto es, se han medido las duraciones de cada una de sus ocurrencias), entonces la secuencia podría representarse como en la Figura 1a.

Las medidas conductuales básicas son la *frecuencia* y la *duración* (Barret *et al.*, 1986). La frecuencia de una categoría en una sesión se define como el número de veces que se ha iniciado durante la misma; la duración de una categoría en una sesión se define como el tiempo total ocupado por dicha categoría durante la misma. El tiempo ocupado por una ocurrencia de una categoría se denomina *duración de ocurrencia*. Las restantes medidas que pueda interesar conocer se derivan de las anteriores, y en base a ellas se operacionalizan las variables conductuales. Por consiguiente, es indispensable utilizar procedimientos de registro que suministren dichas medidas del modo más exacto posible, esto es, que proporcionen representaciones semejantes a la de la Figura 1a. No todos los procedimientos de registro observacional que emplean los investigadores dan lugar a aquel tipo de información completa. Por ello resulta de suma importancia averiguar por qué algunos procedimientos de registro observacional suministran información defectuosa sobre la conducta y de qué manera es posible restituir la información perdida. Éstos son los objetivos del presente artículo.

Procedimientos de registro observacional

Existen diversas clasificaciones de los procedimientos de registro observacional (Altmann, 1974; Bakeman y Gottman, 1986, 1987; Martin y Bateson, 1986; Suen y Ary, 1989). Un punto de vista bastante general es el de dividirlos en *continuos* y *discretos* (o *intermitentes*); algunos autores (p.e., Suen y Ary, 1989) introducen un tipo intermedio, los registros *semicontinuos*. Por «procedimientos de registro» entendemos tipos de acciones guiadas por reglas que determinan cuána)



b)

RAUT-A:

a	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
c	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

RAUT-B:

a	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
b	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1

RAUT-C:

a	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIGURA 1. UNA SECUENCIA DE CONDUCTA Y DIVERSAS FORMAS EN QUE PUEDE SER REGISTRADA; A) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL RESULTADO DE UN REGISTRO ACTIVADO POR TRANSICIONES. B) SECUENCIAS BINARIAS QUE PRODUCIRÍAN LOS TRES TIPOS DE REGISTRO ACTIVADO POR UNIDADES DE TIEMPO EMPLEANDO LA MISMA LONGITUD DE INTERVALO. LA PAUTA DE INTERVALOS ESTÁ SEÑALADA POR I. LA SESIÓN DE OBSERVACIÓN DURA $T=t_1-t_0$.

do hay que observar y cuándo hay que anotar o registrar en una sesión de observación. Así, el registro continuo consiste en observar siempre y anotar sólo cuando tiene lugar una transición, momento en el cual se registra qué categoría se inicia y qué tiempo marca el cronómetro. Por el contrario, en un registro intermitente típico basta observar en ciertos puntos temporales señalados por un metrónomo (puntos de muestreo), y anotar qué categoría está ocurriendo entonces. Mientras que el registro continuo es continuo en la observación y discreto en la anotación, el registro intermitente es discreto tanto en la observación como en la anotación. Por este motivo parece más adecuado denominar al primero *registro activado por transiciones* (*RAT*) y al segundo *registro activado por unidades de tiempo* (*RAUT*), siendo la unidad de tiempo el periodo comprendido entre dos puntos de muestreo consecutivos, o intervalo. El RAUT recibe usualmente el nombre de *muestreo instantáneo, momentáneo* o *puntual*, en referencia a que cada vez que el observador registra recoge en realidad una muestra temporal del comportamiento; por esta razón el registro intermitente se conoce también como muestreo de tiempo. En el pasado el término «muestreo de tiempo» ha servido para denominar cualquier procedimiento de observación sistemática (Arrington, 1943). En este artículo lo utilizaremos únicamente como un sinónimo de RAUT, aunque algunos autores prefieren hablar de «muestreo de tiempo» sólo para hacer referencia al registro puramente intermitente (p.e., Powell *et al.*, 1975; Repp *et al.*, 1976).

Dentro de los registros semicontinuos cabe englobar dos procedimientos híbridos: el *muestreo de intervalo parcial* y el *muestreo de intervalo total*; el primero de ellos también es conocido como muestreo «de Hansen» o muestreo «uno-cero» (Altmann, 1974; Powell, 1984; Suen, 1986). En el primero es preciso observar siempre y anotar qué categorías estaban ocurriendo en el intervalo; si una categoría se inicia más de una vez en el intervalo sólo se anota una vez. En el segundo es preciso observar siempre y anotar qué categoría es la que ha ocupado todo el intervalo. Los procedimientos semicontinuos se rigen por unidades de tiempo y a la vez por transiciones, pero comparten ciertas propiedades estadísticas con el registro intermitente; por esta razón preferimos considerarlos formas de RAUT, de modo que para abreviar llamaremos RAUT-A al muestreo instantáneo, RAUT-B al muestreo de intervalo parcial y RAUT-C al muestreo de intervalo total. Todos los tipos de RAUT producen información incompleta debido a que la observación se lleva a cabo de forma discreta. Sin embargo, todos ellos son procedimientos de uso frecuente en las investigaciones observacionales y, por lo tanto, es necesario buscar soluciones que remedien sus defectos. Mientras que en la Figura 1a se representa el resultado de un RAT, en la Figura 1b se exponen las informaciones que producirían los tres tipos de RAUT de haberse utilizado en la misma sesión, empleando en los tres casos un mismo intervalo constante.

En cualquiera de los tipos de RAUT la sesión de observación es dividida en N intervalos de duración constante o variable, llamada *longitud de intervalo*. Habitualmente la longitud de intervalo τ se mantiene constante en toda la sesión, y se escoge de forma que sea suficientemente pequeña en comparación con las duraciones de ocurrencia con la finalidad de hacer mínima la pérdida de información. Para cada categoría se obtiene una secuencia de ceros y unos, o *secuen-*

cia binaria, cuya longitud es igual a N, que indican presencia o ausencia de la categoría en el intervalo correspondiente de acuerdo a la regla de registro que se está utilizando.

Medidas conductuales producidas por el muestreo temporal

Aplicados a una misma secuencia de categorías, cada uno de los RAUT (A, B y C) actúa a modo de un filtro digitalizador diferente. En la Figura 1b puede comprobarse qué diferentes serían las secuencias binarias proporcionadas por los tres procedimientos si se aplicasen a la misma secuencia de categorías. El RAUT-C es un filtro restrictivo porque exige que la categoría ocupe todo el intervalo para registrarla, lo contrario de lo que ocurre en el RAUT-B, ya que en éste basta que la categoría ocurra en cualquier momento para que sea registrada en el intervalo. El RAUT-A se sitúa a medio camino entre los anteriores en cuanto al grado de restrictividad.

En el muestreo de intervalo parcial la cantidad de unos presentes en la secuencia correspondiente a una categoría recibe el nombre de *frecuencia modificada* de dicha categoría (Sackett, 1978). Nosotros emplearemos este término para referirnos a la cantidad de unos de una categoría, sea cual sea el tipo de muestreo temporal. Para una categoría concreta, θ_A, θ_B y θ_C designarán sus frecuencias modificadas cuando los procedimientos utilizados sean un RAUT-A, un RAUT-B y un RAUT-C, respectivamente. Debido al grado de restrictividad de cada uno de ellos, para una misma longitud de intervalo se cumple que $\theta_C \leq \theta_A \leq \theta_B$.

La frecuencia modificada es una medida que solamente posee un significado relativo, a diferencia de la frecuencia y la duración. En efecto, las frecuencias modificadas tienden a disminuir si se aumenta la longitud de intervalo manteniendo constante la duración de la sesión T, y además difieren de un RAUT a otro. En el RAUT-A el cociente entre la frecuencia modificada de una categoría y el número de intervalos N se utiliza como una estimación insesgada de la duración relativa o prevalencia de la categoría (Martin y Bateson, 1986; Suen y Ary, 1984, 1989), estimación tanto más precisa cuanto mayor sea N y tanto menos precisa cuanto mayor sea la longitud de intervalo (Powell *et al.*, 1975). Se demuestra, por otra parte, que en este caso la frecuencia modificada se halla altamente correlacionada con la duración, pero escasamente con la frecuencia (Rhine y Linville, 1980).

En los RAUT-B y RAUT-C el cociente entre la frecuencia modificada y el número de intervalos produce estimación sesgada de la duración relativa. Éste es el motivo por el que estos tipos de muestreo temporal han sido criticados por algunos investigadores (Altmann, 1974, desaconseja totalmente el uso del muestreo «uno-cero» o RAUT-B; Powell, 1984, lo considera un procedimiento de medición inadecuado). El sesgo es positivo en el RAUT-B (sobreestimación) y negativo en el RAUT-C (subestimación), y crece al aumentar la longitud de intervalo y al disminuir N (Powell, *et al.*, 1975; Powell *et al.*, 1977). Rhine y Ender (1983) demuestran que en el RAUT-B la frecuencia modificada correlaciona tanto con la duración como con la frecuencia de la categoría, de las que puede considerarse una combinación lineal. A pesar de las desventajas de estos tipos de muestreo temporal, su uso está justificado en muchos casos frente a un RAT debido a su mayor facilidad de utilización (Bakeman y Gottman, 1987), a su capacidad de producir datos más fiables (Mehm y Knutson, 1987), y a su inferior coste (Klesges *et al.*, 1985).

Ary (1984), Ary y Suen (1983) y Suen y Ary (1984, 1989) han explicado las diferencias en cuanto a sesgos basándose en las distintas formas en que cada uno de los RAUT representa aquellos intervalos en los que se produce como mínimo una transición. Si una cierta categoría no ocurre en todo el intervalo, los tres tipos de RAUT producirán un cero en ese intervalo; si la categoría ocurre en todo el intervalo, los tres producirán un uno; pero si la categoría ocurre sólo en parte del intervalo (esto es, si existe una transición como mínimo en él) entonces el RAUT-B producirá un 1 y el RAUT-C un 0, mientras que el RAUT-A producirá un 1 o un 0 según si la categoría está ocurriendo o no al término del intervalo, coincidencia que se supone aleatoria. Por lo tanto, si D es la duración verdadera de una categoría, entonces las esperanzas matemáticas de los errores producidos al estimar la prevalencia y la duración del modo citado son:

$$\mathrm{E}(\theta_A / N - \mathrm{D/T}) = 0, \text{ es decir, } \mathrm{E}(\theta_A\tau - \mathrm{D}) = 0;$$
$$\mathrm{E}(\theta_B / N - \mathrm{D/T}) \geq 0, \text{ es decir, } \mathrm{E}(\theta_B\tau - \mathrm{D}) \geq 0;$$
$$\mathrm{E}(\theta_C / N - \mathrm{D/T}) \leq 0, \text{ es decir, } \mathrm{E}(\theta_C\tau - \mathrm{D}) \leq 0,$$

donde T es la duración de la sesión de observación.

Otra de las medidas conductuales proporcionadas por los muestreos de tiempo es la que podríamos denominar *pseudofrecuencia* de una categoría, que se define como el número de pares 01 presentes en la secuencia binaria (si ésta se inicia con un 1, entonces debe sumarse uno a la cantidad de dichos pares) (Ary y Suen, 1983; Suen, 1986; Suen y Ary, 1984). La pseudofrecuencia es siempre una cota inferior de la frecuencia verdadera, puesto que, sea cual sea el RAUT utilizado, existirán transiciones de no ocurrencia a ocurrencia que no son detectadas a no ser que la longitud de intervalo sea pequeña en comparación con las duraciones de ocurrencia y de no ocurrencia de la categoría en cuestión. Por lo tanto la pseudofrecuencia contiene siempre error sistemático. Si F es la frecuencia verdadera de una categoría en una sesión de observación y f_A, f_B, f_C fuesen las pseudofrecuencias proporcionadas por un RAUT-A, un RAUT-B y un RAUT-C con una misma longitud de intervalo, entonces las esperanzas matemáticas de los errores cumplen: $\mathrm{E}(f_A - F) \leq 0$, $\mathrm{E}(f_B - F) \leq 0$, $\mathrm{E}(f_C - F) \leq 0$.

Así pues, la frecuencia modificada y la pseudofrecuencia permiten estimar la frecuencia y la duración, pero con sesgos importantes. Solamente en el RAUT-A la estimación de la duración parece estar exenta de error sistemático; no obstante, no existe una prueba rigurosa de que esto deba ser así siempre. Los trabajos citados de Suen y Ary constituyen una importante labor de formalización y de teorización sobre el error de medición en el muestreo temporal, pero no han aportado demostraciones que permitan concluir que sus procedimientos de corrección del sesgo sean los adecuados. En los apartados siguientes demostraremos la certeza de algunas suposiciones de Suen y Ary y la inexactitud de otras. Asimismo propondremos nuevas correcciones del sesgo bajo el supuesto de funciones de densidad generales para las variables «duración de ocurrencia» y «duración de no ocurrencia», así como bajo el supuesto de una función de densidad particular, la función exponencial.

Estimación de la frecuencia y la duración según Suen y Ary

Suen y Ary exponen sus resultados en un conjunto de trabajos relacionados entre sí, la mayor parte de los cuales se han citado antes; un resumen didáctico se encuentra en su reciente texto de 1989. Detallaremos a continuación los referidos a la estimación de la frecuencia y la duración a partir de secuencias binarias obtenidas en un RAUT. En el resto de este artículo nos ceñiremos, como hacen dichos autores, al tratamiento de una única secuencia binaria, esto es, supondremos que sólo existe una categoría conductual de interés: su ocurrencia se llamará «conducta» y su ausencia «no conducta»; por extensión estos términos servirán también para denominar los unos y los ceros de la secuencia, respectivamente. Sin embargo, puesto que la estimación de la frecuencia y la duración de una categoría se efectúa independientemente de las otras categorías, los resultados son aplicables también al caso más general en el que se disponga de más de una categoría y, por tanto, de más de una secuencia binaria.

De acuerdo con Suen y Ary, la pseudofrecuencia (f_R, donde R corresponde a A, B o C, según el tipo de RAUT) es una estimación suficientemente aproximada de la frecuencia verdadera (F) en ausencia de otra información, pero es posible corregirla para mejorar la aproximación. Sea p_R la proporción de transiciones de no conducta a conducta (inicios de conducta) que no llegan a ser correctamente detectados por el RAUT del tipo R; sugieren entonces que la frecuencia verdadera debe calcularse como $\tilde{F}=f_R\,(1+p_R)$. Consideran, por lo tanto, que la cantidad de inicios de conducta que no son correctamente detectados son una proporción de los que sí lo son. Suen (1986) y Suen y Ary (1986b) calculan la proporción p_R estableciendo el supuesto de que tanto las duraciones de ocurrencia de conducta como las de ocurrencia de no conducta poseen funciones de densidad normales y obtienen cuál es la proporción de ocurrencias con duraciones inferiores a la longitud de intervalo. Para ello mantienen que: a) En el RAUT-B ninguna ocurrencia de no conducta de duración inferior a la longitud de intervalo produce un 0 en la secuencia de datos. Conociendo la cantidad (o la proporción) de ocurrencias de no conducta con duración inferior a la longitud de intervalo se conocerá p_B . b). En el RAUT-C ninguna ocurrencia de conducta de duración inferior a la longitud de intervalo produce un 1 en la secuencia de datos. Conociendo la cantidad (o la proporción) de ocurrencias de conducta con duración inferior a la longitud de intervalo se conocerá p_C (no proponen ninguna solución para el RAUT-A).

Sean x_i e y_i las duraciones de la i-ésima ocurrencia de conducta y de la i-

ésima ocurrencia de no conducta en una sesión; y sean X e Y las variables aleatorias continuas «duración de ocurrencia de conducta» y «duración de ocurrencia de no conducta» (cuyas funciones de densidad se suponen normales). Si existe una forma de estimar sus medias y sus desviaciones tipo ($\bar{x}$, $\bar{y}$, S_X, S_Y), entonces la proporción p_R será el valor de la función de distribución normal tipificada $\phi(z)$, donde z es la tipificación de $y=\tau$ en el RAUT-B, y de $x=\tau$ en el RAUT-C.

Estos autores proponen calcular dichas medias y desviaciones tipo a partir de las secuencias binarias. Si se ha realizado un RAUT-B, la media $\bar{y}$ se estima como τ veces la longitud media de las «rachas» de ceros en la secuencia binaria (por ejemplo, en 11000001100111100001100 hay dos ceros en la segunda «racha»), y la desviación tipo S_Y como τ veces la desviación tipo de la longitud de las mismas. Análogamente, si se ha realizado un RAUT-C, $\bar{x}$ se estima como τ veces la longitud media de las «rachas» de unos, y S_X como τ veces la desviación tipo de la longitud de las mismas.

Suen y Ary (1986a) proponen las siguientes desigualdades como «condiciones para una estimación insesgada de la frecuencia»:

RAUT-A: $\tau < min[min(x_i), min(y_i)]$;

RAUT-B: $\tau < min[min(x_i), min(y_i)/2]$;

RAUT-C: $\tau < min[min(x_i)/2, min(y_i)]$;

es decir, si se cumplen en una sesión concreta, la pseudofrecuencia será idéntica a la frecuencia verdadera. En lo que respecta a la duración afirman que: a) En el RAUT-B, cuando se cumple la condición correspondiente, la cantidad $\theta_B\tau$ excede la duración verdadera D en la cantidad $F\tau$; es decir, que en tal caso el error sistemático puede ser corregido haciendo $\hat{D}=\tau\ (\theta_B-F)$. Cuando la condición no se cumple, F no se conoce y entonces deberá sustituirse por su estimación. b) En el RAUT-C, cuando se cumple la condición correspondiente, la duración verdadera D excede la cantidad $\theta_C\tau$ en la cantidad $F\tau$; esto es, el error sistemático puede ser corregido haciendo: $\hat{D}=\tau\ (\theta_C+F)$. Como antes, cuando la condición no se cumple, F no se conoce y entonces deberá sustituirse por su estimación. c) En el RAUT-A no existe error sistemático al calcular la duración D como $\hat{D}=\theta_A\tau$, tanto si se cumple como si no se cumple la condición.

Los resultados de Suen y Ary son, sin embargo, poco satisfactorios por las siguientes razones:

a) Fórmula empleada para estimar F: Si se utiliza una longitud de intervalo muy grande en comparación con las duraciones medias de la conducta y de la no conducta, será probable que haya más inicios sin detectar (f'_R) que inicios detectados (f_R), en contradicción con lo que suponen estos autores. Además, por definición $p_R = f'_R/F$, de donde la expresión correcta ha de ser:

$$\hat{F} = \frac{f_R}{1 - p_R} \qquad (1)$$

b) Normalidad: Se da por supuesto que la duración de ocurrencia de conducta y la duración de ocurrencia de no conducta son variables aleatorias que tienden a distribuirse normalmente. Los autores no dan razón alguna para ello. El tiempo que transcurre entre dos sucesos (en nuestro caso transiciones) puede poseer cualquier distribución definida para valores no negativos. Las distribuciones más utilizadas en el análisis de los «tiempos de espera» (tiempo entre dos sucesos en una historia de sucesos) suelen ser asimétricas negativas: distribuciones Gamma, de Weibull, log-normal, exponencial, etc. (Kalbfleisch y Prentice, 1980; Blossfeld *et al.*, 1989). Numerosas investigaciones acerca de la estructura temporal de la conducta recurren a la distribución exponencial como modelo más sencillo para la distribución de duraciones (p.e., Dienske *et al.*, 1980; Haccou, *et al.*, 1988), o a la distribución de Weibull cuando se introducen otras variables (Gardner y Griffin, 1989). Por consiguiente existen argumentos para suponer que X e Y poseen generalmente distribuciones no normales y asimétricas.

c) Cálculo de $\bar{x}$, $\bar{y}$, S_X, S_Y: Aún en el caso de que el supuesto de normalidad fuese plausible, puede demostrarse que la forma en que se calculan estos estadísticos dará lugar a valores sesgados en los cuatro casos.

d) Condiciones para una estimación insesgada: Resulta obvio que en cualquiera de los tipos de RAUT cuanto menor sea τ menos sesgadas serán las estimaciones de frecuencia y de duración porque, en definitiva, el resultado se asemejará entonces al de un registro activado por transiciones. El cumplimiento de las condiciones asegura, de acuerdo con Suen y Ary, que todas las ocurrencias de conducta y de no conducta quedarán representadas en el registro, las primeras en forma de un 1 como mínimo y las segundas en forma de un 0 como mínimo en la secuencia binaria. Por ejemplo, en el RAUT-B el hecho de que τ deba ser menor que la mitad de la mínima duración de no conducta ($min(y_i)/2$) asegura que todas las ocurrencias de no conducta ocuparán como mínimo el tiempo comprendido entre dos puntos de muestreo consecutivos y producirán un 0 como mínimo. Ello parece implicar que si alguna y_i es menor que 2τ entonces no llegará a producir un 0; sin embargo, pueden existir y_i menores que 2τ que sí produzcan un 0 en la secuencia: basta que la ocurrencia de conducta anterior finalice poco antes de un punto de muestreo y la siguiente se inicie poco después del siguiente punto. Por lo tanto, la condición resulta demasiado restrictiva. Un razonamiento análogo puede hacerse sobre el RAUT-A y el RAUT-C. En definitiva, la magnitud del sesgo depende tanto de la longitud del intervalo como de la distribución de las duraciones de ocurrencia (Harrop y Daniels, 1985; Powell *et al.*, 1975).

Estimación de la frecuencia

Nuestro propósito es calcular qué proporción de transiciones de no conducta a conducta no llega a ser detectada por cada tipo de RAUT (p_R) y realizar así una estimación puntual de la frecuencia verdadera F. Además se particularizarán los resultados para el caso en que las duraciones de ocurrencia de conducta y de no conducta poseen distribuciones exponenciales independientes. Conviene definir los sucesos siguientes:

a) *Detectar conducta:* Un RAUT detecta una ocurrencia de conducta si ésta queda representada como mínimo por un 1 en la secuencia binaria.

b) *Detectar no conducta:* Un RAUT detecta una ocurrencia de no conducta si ésta queda representada como mínimo por un 0 en la secuencia binaria.

c) *Detectar un par:* Un RAUT detecta un par de ocurrencias consecutivas de (conducta, no conducta)[1] sólo cuando detecta tanto la conducta como la no conducta del par. Detectar un par implica que la conducta del mismo queda diferenciada en la secuencia binaria de las conductas de los pares anterior y posterior (mediante uno o varios ceros) *y además* que la no conducta queda también diferenciada de las no conductas de los pares anterior y posterior (mediante uno o varios unos).

Detectar la conducta (suceso η_{R1}) y detectar la no conducta (suceso η_{R2}) de un par pueden considerarse sucesos independientes, puesto que la «pauta» de intervalos que se emplea al registrar es impuesta a un flujo conductual independiente del procedimiento de registro. Puesto que el par sólo se detecta (suceso η_R) cuando ambas a la vez se detectan, la probabilidad de este suceso es:

$$\Pr(\eta_R) = \Pr(\eta_{R1} \cap \eta_{R2}) = \Pr(\eta_{R1}) \cdot \Pr(\eta_{R2}),$$

donde el subíndice R deberá sustituirse por A, B ó C según cual sea el tipo de RAUT que se esté tratando. La probabilidad $\Pr(\eta_R)$ equivale a la proporción de pares que serán correctamente detectados y, por lo tanto, la proporción que estamos buscando es $p_R = 1 - \Pr(\eta_R)$. Las probabilidades $\Pr(\eta_{R1})$ y $\Pr(\eta_{R2})$ difieren según cual sea el tipo de RAUT utilizado y además son función de la duración de la ocurrencia de conducta y de no conducta, respectivamente.

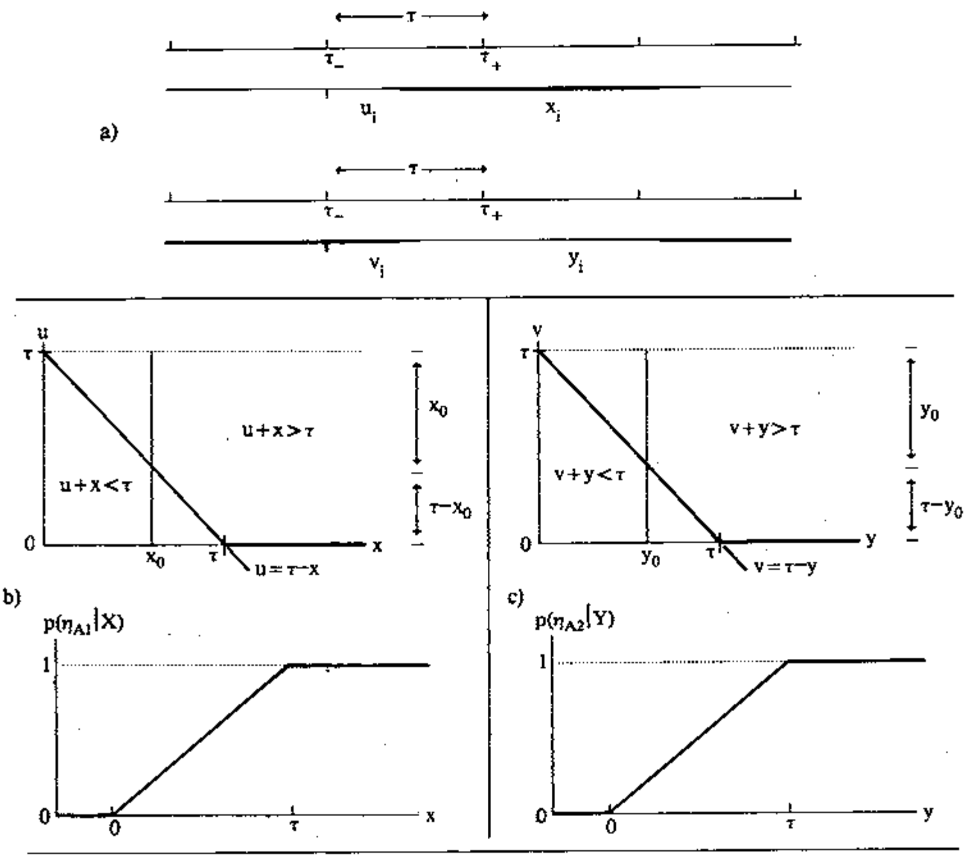
Probabilidad de detectar un par en el RAUT-A

Sea u_i el tiempo transcurrido desde el último punto de muestreo hasta el inicio de la ocurrencia de conducta i-ésima, cuya duración es x_i. El punto de muestreo inmediatamente anterior al inicio de la ocurrencia i-ésima se designará por t_- y el siguiente por t_+, de donde $t_+ - t_- = \tau$ (véase la Figura 2a). la ocurrencia i-ésima será detectada en el punto t_+ si $u_i + x_i \geq \tau$, y no será detectada en dicho punto si $u_i + x_i < \tau$. Esto es, la detección tiene lugar si $u_i \geq \tau - x_i$. El valor u_i es un caso concreto de la variable aleatoria U que posee una distribución uniforme en $[0, \tau]$, puesto que el punto de inicio de la ocurrencia de conducta dentro del intervalo tiene lugar independientemente del tiempo transcurrido desde el inicio del mismo; además, si la ocurrencia i-ésima no llega a iniciarse entre t_- y t_+, el punto t_+ se convierte en el t_- del intervalo siguiente por lo que U se «pone a cero» en ese nuevo t_-. En el plano definido por las coordenadas x y u la recta $u = \tau - x$ separa los puntos que representan detección de los que represen-

1. Un «par» está formado por ocurrencias de (conducta, no conducta) si al iniciarse la sesión de observación está ocurriendo conducta, y por ocurrencias de (no conducta, conducta) en caso contrario. De cualquier forma, considerar los pares como de una u otra clase es irrelevante para la argumentación que sigue.

tan no detección (Figura 2b). Tomemos una duración $x_o < \tau$; la proporción de ocurrencias con duración igual a x_o que están representadas por puntos en la zona de detección se obtiene dividiendo la longitud $\tau-(\tau-x_o)$ por la longitud total posible τ. Esta proporción equivale a la probabilidad de detectar la ocurrencia, condicionada a su duración x_o:

$$\Pr(\eta_{A1} \mid X=x_o,\ 0\leq X\leq\tau) = \frac{x_o}{\tau}.$$



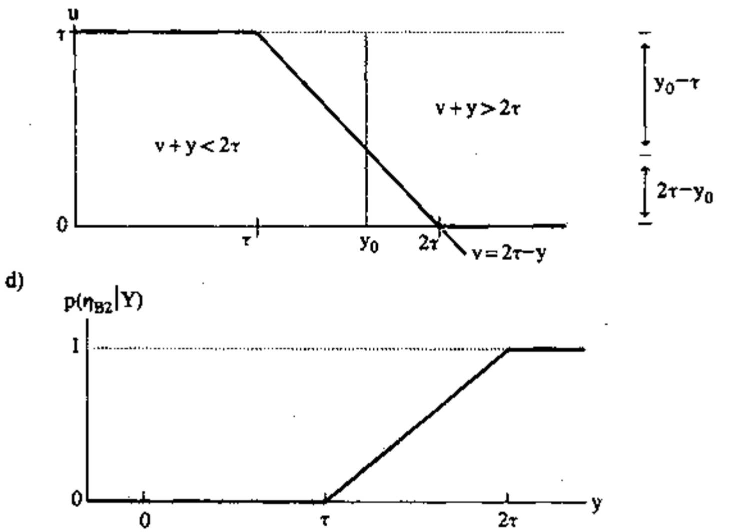


FIGURA 2. DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES DE PROBABILIDAD DE DETECCIÓN DE LA CONDUCTA Y LA NO CONDUCTA. A) VARIABLES *U, X, V, Y*; B) OBTENCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DETECCIÓN DE CONDUCTA EN EL RAUT-A; C) OBTENCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DETECCIÓN DE NO CONDUCTA EN EL RAUT-A; D) OBTENCIÓN DE LA PROBABILIDAD DE DETECCIÓN DE NO CONDUCTA EN EL RAUT-B.

En otras palabras, cuando la duración de la ocurrencia de conducta es menor que la longitud de intervalo la probabilidad de que sea detectada es directamente proporcional a su duración. Por otra parte, cuando $x_o > \tau$ la ocurrencia es detectada con probabilidad igual a uno. En la Figura 2b se ha representado la función $\Pr(\eta_{A1} \mid X = x_o)$. Por el mismo procedimiento se demuestra que la probabilidad de detectar una ocurrencia de no conducta también es directamente proporcional a su duración cuando ésta es menor que la longitud de intervalo, e igual a uno cuando es mayor que ella:

$$\Pr(\eta_{A2} \mid Y = y_o,\ 0 \leq Y \leq \tau) = \frac{y_o}{\tau}.$$

La función $\Pr(\eta_{A2} \mid Y = y_o)$ está representada en la Figura 2c.

La probabilidad de detectar una ocurrencia de conducta, no condicionada a su duración, puede expresarse como:

$$\Pr(\eta_{A1}) = \Pr(\eta_{A1} \mid X < 0).\ \Pr(X < 0) + \Pr(\eta_{A1} \mid 0 \leq X \leq \tau)\ .\ \Pr(0 \leq X \leq \tau) + \\ + \Pr(\eta_{A1} \mid X > \tau) \cdot \Pr(X > \tau).$$

Para calcular la probabilidad de detección condicionada al suceso $(0 \leq X \leq \tau)$ ha de tenerse en cuenta que X es una variable continua y, por tanto, que la probabilidad de detección condicionada al suceso $(x_o < X < x_o + dx_o)$ varía también continuamente entre 0 y τ (por tratarse de una variable continua basta considerar desigualdades estrictas; así, el suceso $(0 \leq X \leq \tau)$ es equivalente al $(0 < X < \tau)$). Dicha probabilidad es:

$$\Pr(\eta_{A1} \mid 0 < X < \tau) = \int_o^\tau \frac{x_o}{\tau} \cdot f_X(x_o \mid 0 < x_o < \tau) \cdot dx_o \,,$$

donde $f_x(x_o | \, 0 < x_o < \tau)$ es la función de densidad de X condicionada al suceso $(0 < x_o < \tau)$, y evaluada en el punto $X = x_o$; y el cociente por el que está multiplicada es la probabilidad de detección condicionada al valor x_o, como se ha expuesto antes. Aplicando la definición de función de densidad condicionada (Papoulis, 1980, p. 123) se obtiene:

$$\Pr(\eta_{A1} | \, 0 < X < \tau) = \frac{1}{\tau \cdot F_X(\tau)} \int_o^\tau x_o f_X(x_o) dx_o,$$

donde $f_X(x)$ es la función de densidad de X, definida para valores no negativos de la variable. Finalmente, la probabilidad incondicionada de detección de la conducta queda:

$$\Pr(\eta_{A1}) = 1 - F_X(\tau) + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x f_X(x) dx.$$

Análogamente puede demostrarse que la probabilidad incondicionada de detección de la no conducta es:

$$\Pr(\eta_{A2}) = 1 - F_Y(\tau) + \frac{1}{\tau} \int_o^\tau y f_Y(y) dy \,,$$

donde $f_Y(y)$ es la función de densidad de Y, definida para valores no negativos de la variable, y $F_Y(y)$ es su función de distribución.

Hemos hallado entonces la probabilidad de que un RAUT-A con longitud de intervalo τ detecte un par o transición. Por lo tanto, conociendo las funciones de densidad y de distribución de las duraciones de ocurrencia (de conducta y de no conducta) es posible calcular $\Pr(\eta_A)$, p_A, y estimar F mediante la expresión (1).

Probabilidad de detectar un par en el RAUT-B

Por tratarse de un procedimiento no restrictivo respecto a las ocurrencias de conducta, el RAUT-B las detecta todas; en cambio, sólo detecta una parte de las ocurrencias de no conducta. Por consiguiente, en este caso la probabilidad de detectar conducta es siempre la unidad $(\Pr(\eta_{B1}) = 1)$. Como se ha dicho antes, Suen y Ary consideran que las ocurrencias de no conducta cuya duración sea inferior a 2τ no serán detectadas por este procedimiento de registro; demostraremos, sin embargo, que la probabilidad de detectarlas no es siempre nula.

Para obtener $\Pr(\eta_{B2})$ definimos υ_i como el tiempo transcurrido desde el último punto de muestreo (t_-) hasta el inicio de la i-ésima ocurrencia de no conducta. Aquí V es también una variable aleatoria continua con distribución uniforme en $[0,\tau]$. Siendo y_i la duración de dicha i-ésima ocurrencia, ésta será detectada en el intervalo que termina en t_+ si (véase la Figura 2a) $\upsilon_i + y_i \geq 2\tau$, y no será detectada si $\upsilon_i + y_i < 2\tau$. Luego la detección tiene lugar si $\upsilon_i \geq 2\tau - y_i$ o, en otros términos, en el plano de coordenadas (Y,U) la recta $\upsilon = 2\tau - y$ separa las regiones que representan detección de las que representan ausencia de ella (Figura 2d). Consideremos un valor concreto y_o: la probabilidad de detectar la ocurrencia de no conducta es nula, por consiguiente, si $y_o < \tau$; igual a la unidad si $y_o \geq 2\tau$; y directamente proporcional a la duración y_o si ésta cumple $\tau \leq y_o < 2\tau$. Todo ello se deduce de las proporciones de los segmentos de recta que, pasando por $Y = y_o$, pertenecen a la zona de detección en el plano (Y,U), como puede verse en la Figura 2d. Así pues, para $\tau \leq y_o < 2\tau$ la probabilidad de detección es:

$$\Pr(\eta_{B2} \mid Y = y_o, \tau \leq Y < 2\tau) = \frac{y_o - \tau}{\tau}$$

En la Figura 2d se expone la función $\Pr(\eta_{B2} \mid Y = y_o)$.

La probabilidad de detectar una ocurrencia de no conducta, no condicionada a su duración, es igual a:

$$\Pr(\eta_{B2}) = \Pr(\eta_{B2} \mid Y<\tau) \,.\, \Pr(Y<\tau) + \Pr(\eta_{B2} \mid \tau \leq Y < 2\tau) \,.\, \Pr(\tau \leq Y < 2\tau) +$$
$$+ \Pr(\eta_{B2} \mid Y \geq 2\tau) \,.\, \Pr(Y \geq 2\tau) \,;$$

la probabilidad condicionada que aparece en el segundo sumando se obtiene recurriendo a la función de densidad condicionada de Y, por el procedimiento expuesto en el apartado anterior:

$$\Pr(\eta_{B2} \mid \tau < Y < 2\tau) = \int_{\tau}^{2\tau} \frac{y_o - \tau}{\tau} \,.\, f_Y(y_o \mid \tau < y_o < 2\tau) \,.\, dy_o \,,$$

donde $f_Y(y_o \mid \tau < y_o < 2\tau)$ es la función de densidad de la variable Y, condicionada al suceso $(\tau < y_o < 2\tau)$ y particularizada para $Y = y_o$. Aplicando de nuevo la definicion de función de densidad condicionada y sustituyendo en la expresión general de la probabilidad de detección de no conducta obtenemos:

$$\Pr(\eta_{B2}) = 1 + F_Y(\tau) - 2F_Y(2\tau) + \frac{1}{\tau} \int_{\tau}^{2\tau} y f_Y(y) dy$$

Esta expresión es asimismo la probabilidad de que un RAUT-B con longitud de intervalo τ detecte un par o transición, ya que $\Pr(\eta_B) = 1.\ \Pr(\eta_{B2})$. Conociendo las funciones de densidad y de distribución de la variable Y puede calcularse esta probabilidad y a continuación estimar la frecuencia verdadera mediante (1).

Probabilidad de detectar un par en el RAUT-C

En este procedimiento de registro la mínima ocurrencia de no conducta en un intervalo es suficiente para que la conducta no sea registrada; es exactamente lo contrario de lo que ocurre en el RAUT-B respecto a las ocurrencias de conducta. Así, mientras el RAUT-C es restrictivo respecto a la conducta, el RAUT-B lo es respecto a la no conducta. Ello es la causa de que la secuencia binaria obtenida al registrar conducta en un RAUT-C sea la negación binaria de la secuencia obtenida al registrar no conducta en el RAUT-B (por «registrar no conducta» en un RAUT-B entendemos que el observador registra qué conductas no se producen en cada intervalo). Esto es, si un RAUT-C de la conducta produce la secuencia 110000110011110011, entonces un RAUT-B de la no conducta poduciría en la misma sesión la secuencia 001111001100001100. Por ello, si θ_C es la frecuencia modificada de la conducta proporcionada por un RAUT-C con longitud de intervalo τ a lo largo de N intervalos, entonces la frecuencia modificada de la no conducta que proporcionaría un RAUT-B en la misma sesión, con la misma longitud de intervalo y el mismo número de ellos sería $\theta'_B = N - \theta_C$ (empleamos θ' para hacer referencia a la frecuencia modificada de la no conducta, esto es, al número total de intervalos en los que ésta se ha registrado); análogamente, $\theta'_C = N - \theta_B$.

Puesto que el RAUT-C trata las ocurrencias de no conducta de manera no restrictiva, todas ellas son detectadas siempre, con independencia de su duración ($\Pr(\eta_{C2}) = 1$). Por el contrario, las ocurrencias de conducta han de tener una cierta duración para que puedan ser detectadas. Suen y Ary suponen que esa duración crítica es 2τ. Sin embargo, de la relación de negación binaria que existe entre los RAUT-B y C, se sigue que únicamente las ocurrencias de conducta con duración menor que τ no alcanzan a ser detectadas, mientras que la probabilidad de detectar ocurrencias con duración comprendida entre τ y 2τ aumenta linealmente en función de esa duración; finalmente, todas las ocurrencias con duración superior a 2τ son detectadas correctamente. Por consiguiente, la probabilidad de detectar conducta en el RAUT-C posee la misma expresión que la de detectar no conducta en el RAUT-B, con la salvedad de que las funciones de distribución y de densidad son las de la duración de ocurrencia de conducta:

$$\Pr(\eta_{C1}) = 1 + F_X(\tau) - 2F_X(2\tau) + \frac{1}{\tau}\int_{\tau}^{2\tau} x f_X(x)dx \,.$$

Puesto que $\Pr(\eta_C) = \Pr(\eta_{C1}).1$, la expresión anterior proporciona también la probabilidad de que un RAUT-C con longitud de intervalo τ detecte un par o transición, y mediante ella es posible estimar la frecuencia verdadera de la conducta a partir de (1).

Caso exponencial

Supongamos ahora que tanto $f_X(x)$ como $f_Y(y)$ son densidades exponenciales independientes, con parámetros respectivos $\lambda > 0$ y $\mu > 0$: $f_X(x) = \lambda . exp(-\lambda x)$; $f_Y(y) = \mu \cdot exp(-\mu y)$. Ambas funciones son nulas para argumentos negativos. Las esperanzas matemáticas y variancias respectivas son $E(X) = \lambda^{-1}$, $V(X) = \lambda^{-2}$, $E(Y) = \mu^{-1}$, $V(Y) = \mu^{-2}$. Las funciones de distribución, definidas para valores positivos, son $F_X(x) = 1 - exp(-\lambda x)$ y $F_Y(y) = 1 - exp(-\mu y)$ (Kalbfleisch y Prentice, 1980). Bajo el supuesto de exponencialidad, las probabilidades de detectar un par o transición se obtienen sustituyendo en las expresiones de $Pr(\eta_R)$, y de allí en (1), teniendo en cuenta que $p_R = 1 - Pr(\eta_R)$:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{RAUT-A:} & \hat{F} = \dfrac{\lambda\mu\tau^2 f_A}{[1-exp(-\lambda\tau)]\;[1-exp(-\mu\tau)]} \\[2ex] \text{RAUT-B:} & \hat{F} = \dfrac{\mu\tau f_B}{exp(-\mu\tau)-exp(-2\mu\tau)} \\[2ex] \text{RAUT-C:} & \hat{F} = \dfrac{\lambda\tau f_C}{exp(-\lambda\tau)-exp(-2\lambda\tau)} \end{array}\right\} \quad (2)$$

Estimación de la duración

Para estimar la duración total verdadera (D) de la conducta en una sesión que ha durado T unidades de tiempo deberemos estimar antes cuál es el error que se comete al considerar como duración el producto de la frecuencia modificada (θ_R, donde R corresponde a A, B o C, según el tipo de RAUT) por la longitud de intervalo. Para ello deberemos contar con información acerca de las distribuciones de los errores cometidos por cada tipo de muestreo de tiempo.

Error A

Se define como el error de duración de una ocurrencia de conducta cometido por el RAUT-A. Si la ocurrencia i-ésima de conducta en una sesión ha durado x_i unidades de tiempo y ha sido detectada por el RAUT en θ_{Ai} puntos de muestreo consecutivos ($\theta_A = \Sigma_i \theta_{Ai}$), entonces el error de duración de dicha ocurrencia se define como $a_i = \theta_{Ai}\tau - x_i$, siendo $\theta_{Ai}\tau$ la duración «observada» (en contraposición a «verdadera») de dicha ocurrencia según el procedimiento de registro. El error A es, por lo tanto, una variable aleatoria continua que puede ser negativa o positiva; como caso extremo, una ocurrencia que no llega a ser detectada tiene un error igual a $-x_i$. Obsérvese que, si se suman ambos miembros de la ecuación para todas las ocurrencias de conducta habidas en la sesión obtenemos:

$$\sum_i a_i = \theta_A\tau - D.$$

Pero el sumatorio del primer miembro de esta ecuación no es más que el producto del error medio y la frecuencia de la conducta; por lo tanto, la duración es $D = \theta_A\tau - \bar{a}F$. La frecuencia verdadera F es desconocida, pero ya se ha expuesto cómo estimarla. El promedio $\bar{a}$ también lo es, pero si se conoce la función de densidad de la variable A puede obtenerse su esperanza matemática $E(A)$ y entonces la duración verdadera se estima así de forma puntual:

$$\hat{D} = \theta_A\tau - E(A)\cdot\hat{F};$$

y, si $a_{\alpha-}$ y $a_{\alpha+}$ son los percentiles $(\alpha/2).100$ y $(1-\alpha/2).100$ de la distribución de A, respectivamente, la expresión siguiente suministra el intervalo de probabilidad $1-\alpha$ de D:

$$\hat{D}_\pm = \theta_A\tau - a_{\alpha\pm}\cdot\hat{F} \tag{3}$$

Error B

De manera análoga, se define como el error de duración de una ocurrencia de conducta cometido por el RAUT-B. Si la ocurrencia i-ésima de conducta en una sesión ha durado x_i unidades de tiempo y el RAUT-B la ha detectado en θ_{Bi} puntos de muestreo consecutivos, entonces el error de duración de dicha ocurrencia se define como $b_i = \theta_{Bi}\tau - x_i$. Este error es entonces una variable aleatoria continua que puede ser positiva o nula pero nunca negativa, ya que el RAUT-B siempre tiende a asignar mayor duración que la verdadera. Para efectuar el sumatorio de los errores individuales en esta ecuación hemos de tener en cuenta que $\Sigma_i\theta_{Bi} \geq \theta_B$, a diferencia con lo que ocurría en el RAUT-A. La cantidad ζ_B en que el sumatorio anterior excede a la frecuencia modificada es igual al número total de ocurrencias de no conducta que *no* serían detectadas si se realizase un RAUT-A con la misma longitud de intervalo. En la Figura 3 se muestra un caso concreto. Por lo tanto, la duración es $D = \tau\,(\theta_B + \zeta_B) - \bar{b}F$, siendo la cantidad ζ_B una porción de la frecuencia verdadera. La estimación puntual de la duración es entonces:

$$\hat{D} = \theta_B\tau + (1 - \Pr(\eta_{A2}))\cdot\hat{F}\tau - E(B)\cdot\hat{F}.$$

El intervalo de probabilidad $1-\alpha$ de D es:

$$\hat{D}_\pm = \theta_B\tau + (1 - \Pr(\eta_{A2}))\cdot\hat{F}\tau - b_{\alpha\pm}\cdot\hat{F}, \tag{4}$$

donde $b_{\alpha-}$ y $b_{\alpha+}$ son los percentiles $(\alpha/2).100$ y $(1-\alpha/2).100$ de la distribución de B.

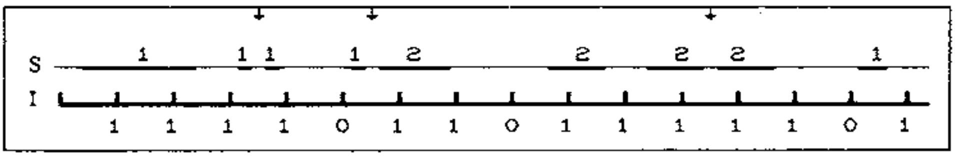


FIGURA 3. RELACIÓN ENTRE LA FRECUENCIA MODIFICADA Y LA CANTIDAD TOTAL DE INTERVALOS EN LOS QUE SE DETECTAN LAS OCURRENCIAS DE CONDUCTA EN EL RAUT-B. EN LA SECUENCIA (S) EL TRAZO GRUESO INDICA OCURRENCIA DE CONDUCTA Y EL NÚMERO SUPERIOR ES LA CANTIDAD DE INTERVALOS EN LOS QUE DICHA OCURRENCIA ES DETECTADA. LA PAUTA DE INTERVALOS ESTÁ MARCADA POR I. EN ESTE EJEMPLO LA FRECUENCIA MODIFICADA ES IGUAL A 12, Y LA SUMA DE LAS CANTIDADES DE INTERVALOS EN LOS QUE ES DETECTADA CADA OCURRENCIA ES 15. LA DIFERENCIA ENTRE AMBOS VALORES ES IGUAL AL NÚMERO DE OCURRENCIAS DE NO CONDUCTA QUE NO SERÍAN DETECTADAS SI SE HUBIESE REALIZADO UN RAUT-A (SEÑALADAS CON FLECHAS).

Error C

Es el error de duración de una ocurrencia de conducta cometido por el RAUT-C. En la ocurrencia *i*-ésima el error se define como $c_i = \theta_{Ci}\tau - x_i$, donde θ_{Ci} es el número de intervalos en los que la ocurrencia ha sido registrada, y $\theta_{Ci}\tau$ es la duración «observada» de dicha ocurrencia a través del procedimiento de registro. Este error es una variable aleatoria continua; siempre es negativa o nula debido a que la ocurrencia ha de ocupar el intervalo completo para que sea registrada. En este caso $\Sigma_i\theta_{Ci} = \theta_C$ porque en ningún intervalo puede darse más de una ocurrencia y ser registradas, a diferencia del RAUT-B. La duración total puede estimarse entonces puntualmente:

$$\hat{D} = \theta_C\tau - \mathrm{E}(C) \cdot \hat{F};$$

y el intervalo de probabilidad $1-\alpha$ de C es:

$$\hat{D}_{\pm} = \theta_C\tau - c_{\alpha\pm} \cdot \hat{F}, \qquad (5)$$

donde $c_{\alpha-}$ y $c_{\alpha+}$ son los percentiles $(\alpha/2)\cdot 100$ y $(1-\alpha/2)\cdot 100$ de la distribución de C.

En virtud de la relación de «negación binaria» que existe entre el RAUT-B y el RAUT-C, la duración puede estimarse en este segundo caso de una forma indirecta. Se efectúa un RAUT-B de la no conducta, se estima su duración $\hat{D}'$, y a continuación se calcula la duración de la conducta como:

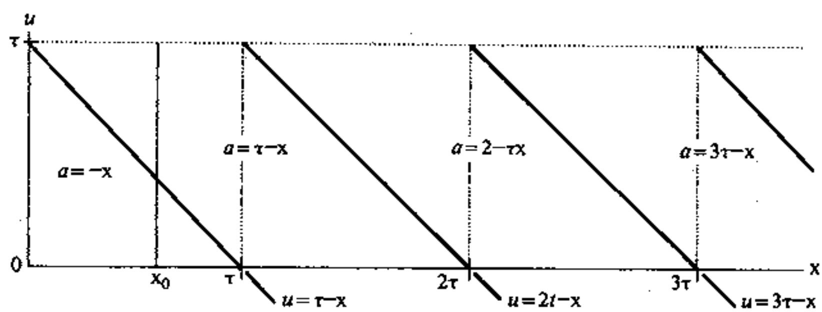
$$\hat{D} = \mathrm{T} - \hat{D}' = N\tau - \hat{D}' = \theta_C\tau - [(1 - \Pr(\eta_{A1}))\tau + \mathrm{E}(B')] \cdot \hat{F},$$

donde B' es el error de duración de ocurrencia de la no conducta. Por lo tanto, la expresión entre corchetes equivale a la esperanza matemática del error C. Debido a la complementariedad de las duraciones, sus intervalos de probabilidad deben cumplir $\hat{D}_{\pm} = T - \hat{D}'_{\mp}$ de donde se deduce que:

$$\hat{D}_{\pm} = \theta_C\tau - [(1 - \Pr(\eta_{A1}))\tau + b'_{\alpha\mp}] \cdot \hat{F}.$$

Ello significa que para estimar la duración en el RAUT-C no es necesario conocer la función de densidad del error C; basta conocer la del error B' que se deduce de la del error B con sólo sustituir x_i por y_i, y θ_B por θ'_B en la definición del error. Por esta razón la función de densidad del error C no será presentada en este artículo.

a)



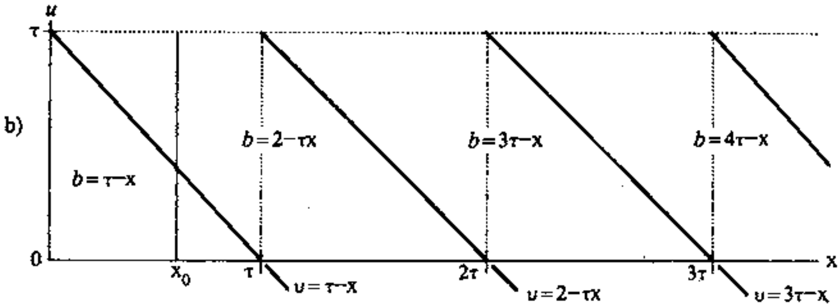


FIGURA 4. ÁREAS CORRESPONDIENTES A LOS ERRORES DE DURACIÓN DE OCURRENCIA DE CONDUCTA. A) EN EL RAUT-A; b) EN EL RAUT-B.

Función de densidad del error A.

Utilizaremos también la variable U definida con anterioridad, y definiremos el valor entero $k = sup(x_i/\tau)$, donde $sup(m)$ es el entero mayor o igual más próximo al número m. De la Figura 4a puede deducirse que, para $k = 1, 2, 3, ...,$

si $(k\text{-}1)\tau < u_i+x_i \leq k\tau$,

entonces $\theta_{Ai} = (k\text{-}1)\tau$,

y $a_i = (k\text{-}1)\tau - x_i;$

En el plano de coordenadas (X,U) la familia de rectas $u = k\tau - x$ (k=1, 2, 3, ...,) delimita las zonas que representan los errores $a = (k\text{-}1)\tau - x$ de los errores $a = k\tau - x$ (k = 1, 2, 3, ...). Para un valor concreto de duración de ocurrencia x_o el error a_o puede ser $a_o = k\tau - x_o \geq 0$, o bien $a_o = (k\text{-}1)\tau - x_o \leq 0$. Las proporciones del segmento vertical que, pasando por $x=x_o$, pertenecen a la zona de sobreestimación y a la de subestimación son iguales a las probabilidades de que el RAUT-A produzca uno u otro error (véase la Figura 4a):

$$\Pr[a_o = k\tau - x_o] = 1 - k + \frac{x_o}{\tau} ;$$

$$\Pr[a_o = (k-1)\tau - x_o] = k - \frac{x_o}{\tau} .$$

Este par de expresiones constituyen la función de probabilidad de la variable A condicionada a la duración X con sólo generalizarlas para cualesquiera valores a y x. La esperanza matemática y la variancia del error A condicionado a la duración X valen entonces $E(A|X)=0$; $V(A|X)=[k\tau - x] \cdot [x-(k-1)\tau]$. La variancia es máxima (e igual a $\tau^2/4$) para las duraciones iguales a $\tau/2$, $3\tau/2$, $5\tau/2$, etc., y mínima (e igual a cero) para las duraciones múltiplos de τ.

La función de densidad de A está definida en el intervalo $[-\tau,\tau]$, puesto que la subestimación máxima de la duración se produce cuando $x=k\tau$ (entonces $a=-\tau$), y la máxima sobreestimación cuando $x=(k-1)\tau$ (entonces $a=\tau$). La probabilidad de que el valor del error de duración A se encuentre en el intervalo

$[a_o, a_o+da_o]$ (no condicionada a un valor de X) es $\Pr(a_o<A<a_o+da_o)=f_A(a_o)\cdot da_o$, donde $f_A(a_o)$ es la función de densidad que deseamos hallar, evaluada en el punto $A=a_o$. Consideremos una duración $x_o<\tau$ y un conjunto de duraciones x_i que cumplan $x_i = x_o+i\tau$ (donde $i=$ 1, 2, 3, ... y $k = sup((x_o+i\tau)/\tau) = i+1$). Todas ellas pueden ser subestimadas exactamente en la misma cantidad $a_o=-x_o$. Asimismo esas duraciones pueden ser sobreestimadas en una misma cantidad $a_o=\tau-x_o$. Tomemos el caso en que la duración es subestimada, es decir, el error es negativo, ó $-\tau\leq A<0$. La probabilidad anterior puede descomponerse en una suma de probabilidades en la que cada sumando corresponde a la probabilidad de obtener un error comprendido entre a_o y a_o+da_o y una duración comprendida entre x_i y x_i+dx_i (ahora $i=$ 0, 1, 2, 3, ...), el cual es a su vez el producto de dos probabilidades:

$$\Pr(a_o<A<a_o+da_o) = \sum_k \Pr(a_o<A<a_o+da_o|x_o+(k-1)\tau<X<x_o+(k-1)\tau+dx_o) \times$$
$$\times \Pr(x_o+(k-1)\tau<X<x_o+(k-1)\tau+dx_o)\ ,$$

sumatorios en los que $k=1,2,3,...$ El primer miembro de cada producto equivale a la función de probabilidad condicionada de A. Debido a que todos los valores de X a los que está condicionada poseen la misma subestimación a_o (recuérdese que estamos suponiendo que $-\tau\leq A<0$), dicho primer miembro es independiente de k e igual a la probabilidad $\Pr(a_o=(k-1)\tau-x_o)$ cuando $k=1$ (es decir, para $x_o<\tau$). El segundo miembro de cada producto sí depende de k, y se obtiene multiplicando por dx_o la función de densidad de la duración X evaluada en $x_o+(k-)\tau$. Sustituyendo x_o por $-a_o$, dx_o por $-da_o$, y tomando valor absoluto en el diferencial:

$$\Pr(a_o<A<a_o+da_o) = \left[\frac{\tau+a_o}{\tau}\cdot\sum_k f_X(-a_o+(k-1)\tau)\right]\cdot da_o.$$

En consecuencia, la función de densidad del error A evaluada en el punto $A=a_o$ es igual a la expresión encerrada entre corchetes.

Si consideramos el caso en que $0<A\leq\tau$, podemos proceder análogamente pero teniendo en cuenta que para un $x_o<\tau$ la sobreestimación es $a_o=\tau-x_o$. En conclusión, la función de densidad de A posee dos ramas no nulas, que llamaremos f_{A1} y f_{A2}:

$$(-\tau\leq A<0):\qquad f_{A1}(a) = \frac{\tau+a}{\tau}\cdot\sum_k f_X((k-1)\tau-a);$$

$$(0<A\leq\tau):\qquad f_{A2}(a) = \frac{\tau-a}{\tau}\cdot\sum_k f_X(k\tau-a).$$

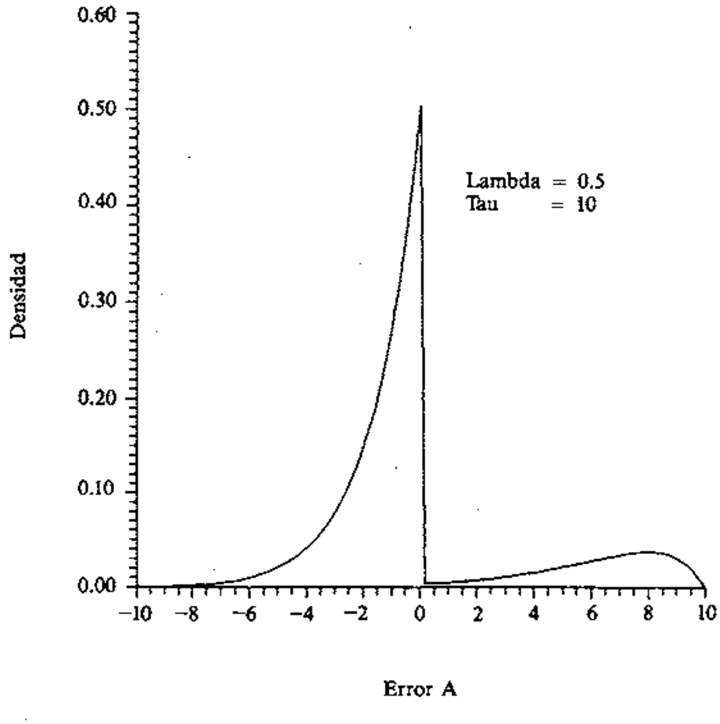
Caso exponencial. Aplicando el supuesto de que $f_X(x)$ es exponencial, la función de densidad de A se convierte en:

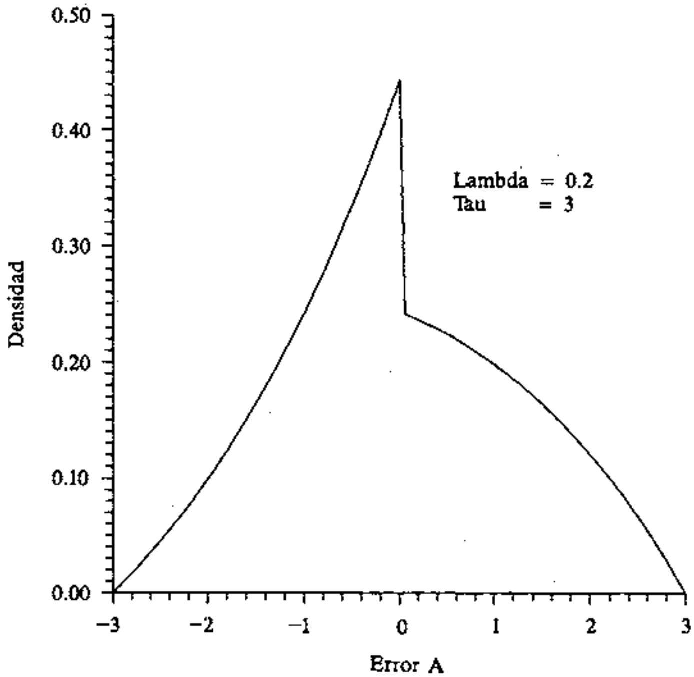
$$\left.\begin{aligned}(-\tau\leq A<0):&\qquad f_{A1}(a) = \frac{\lambda}{\tau(1-\beta)}(\tau+a)exp(\lambda a);\\(0<A\leq\tau):&\qquad f_{A2}(a) = \frac{\lambda\beta}{\tau(1-\beta)}(\tau-a)exp(\lambda a);\end{aligned}\right\}$$

donde $\beta = exp(-\lambda\tau)$. Puede comprobarse que la integral $\int f_A(a).da$ entre $-\tau$ y τ vale la unidad. En la Figura 5 se expone la representación de esta función para diversos valores de τ y λ; la función es discontinua en $A=0$. Se comprueba que la esperanza matemática del error A vale $E(A) = \int a.f_A(a) \cdot da = 0$, integrando entre $-\tau$ y τ. Esto es, el error de duración de ocurrencia de conducta en el RAUT-A posee una esperanza nula tanto si se condiciona a la duración de la ocurrencia como si no se condiciona a ella. La variancia del error vale:

$$V(A) = \frac{\tau}{\lambda} \cdot \frac{1+\beta}{1-\beta} - \frac{2}{\lambda^2},$$

Aunque esta variancia se calcula como la diferencia de dos términos positivos, se comprueba que, puesto que τ y λ siempre son positivos, $V(A)$ es siempre positiva o nula. El límite de $V(A)$ cuando la longitud de intervalo tiende a cero es también cero.





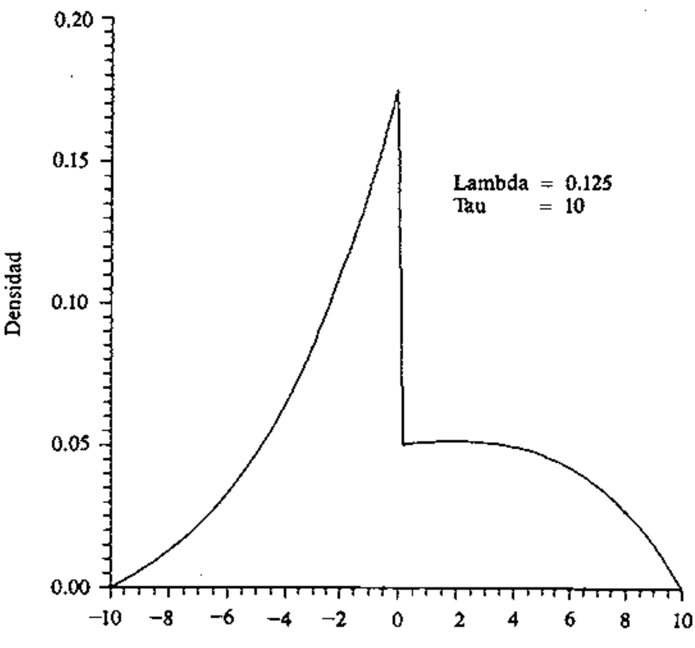


FIGURA 5. FUNCIONES DE DENSIDAD DEL ERROR *A* BAJO EL SUPUESTO DE EXPONENCIALIDAD, PARA DIVERSOS VALORES DE LOS PARÁMETROS λ Y τ.

Función de densidad del error B

Si la misma duración de ocurrencia de conducta x_o fuese medida por un RAUT-A y por un RAUT-B simultáneamente (utilizando en ambos la misma longitud de intervalo) los errores que podrían producir uno y otro estarían relacionados linealmente. En efecto, con probabilidad $1-k+x_o/\tau$ el primero produciría un error $a_o=k\tau-x_o$, y con la misma probabilidad el segundo produciría un error $b_o=(k+1)\tau-x_o$ (véase la Figura 4b); de estas dos ecuaciones se obtiene $b_o=a_o+\tau$. Por otra parte, con probabilidad $k-x_o/\tau$ el primero produciría un error $a_o=(k-1)\tau-x_o$, y con la misma probabilidad el segundo produciría un error $b_o=k\,\tau-x_o$; el resultado es también $b_o=a_o+\tau$. En definitiva, el error B es una traslación del error A: $B=A+\tau$. Por consiguiente, la función de densidad de B es (Papoulis, 1980, p. 146):

$$f_B(b) = f_A(a(b)).\ \frac{da}{db} = f_A(b-\tau),$$

es decir, se trata de una traslación de la función de densidad de A, con una rama definida en $(0\leq B<\tau)$ y otra definida en $(\tau<B\leq 2\tau)$. Asimismo, su función de distribución es $F_B(b)=F_A(b-\tau)$. La esperanza matemática y la variancia del error B valen $E(B)=E(A+\tau)=\tau$; $V(B)=V(A+\tau)=V(A)$.

Estimación puntual de la duración en el caso exponencial

Una vez obtenidas las esperanzas de los errores bajo el supuesto de exponencialidad, las estimaciones puntuales de la duración total de la conducta se convierten en:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{RAUT-A:} && \hat{D} = \theta_A\tau; \\
&\text{RAUT-B:} && \hat{D} = \theta_B\tau + \hat{F}.\ \frac{exp(-\mu\tau)-1}{\mu\tau}; \\
&\text{RAUT-C:} && \hat{D} = \theta_C\tau - \hat{F}.\ \frac{exp(-\lambda\tau)-1}{\lambda\tau}.
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Adviértase la simetría de las expresiones que corresponden a los RAUT-B y C. Por lo tanto, en el caso exponencial la esperanza matemática del error C es:

$$E(C) = \frac{exp(-\lambda\tau)-1}{\lambda} = \frac{\beta-1}{\lambda};$$

se trata pues de un valor negativo, que tiende a $-\tau$ cuando λ tiende a cero (esto es, cuando la distribución de X tiende a ser uniforme).

Densidad y distribución del error A estándar*

La variable A puede estandarizarse de manera que sus funciones de densidad y de distribución dependan sólo del parámetro $\xi=\lambda\tau=log(1/\beta)$. En efecto, la variable aleatoria $A^*=A/\tau$ posee la función de densidad $f_{A^*}(a^*) = f_A[a(a^*)]\cdot\frac{da}{da^*}$, que se concreta en:

$$\left.\begin{array}{lll}(-1\leq A^*< 0): & f_{A^*l}(a^*) = \dfrac{\xi}{1-\beta}(1+a^*)exp(\xi a^*)\ ; \\ (0<A^*\leq 1): & f_{A^*2}(a^*) = \dfrac{\xi\beta}{1-\beta}(1-a^*)exp(\xi a^*)\ . \end{array}\right\}$$

La función de distribución de A^* es:

$$\left.\begin{array}{lll}(-1\leq A^*\leq 0): & F_{A^*l}(a^*) = \dfrac{\beta + exp(\xi a^*)\ [\xi(1+a^*)-1]}{\xi(1-\beta)}\ ; \\ (0\leq A^*\leq 1): & F_{A^*2}(a^*) = 1 - \dfrac{1-\beta\cdot exp(\xi a^*)\ [\xi(1-a^*)+1]}{\xi(1-\beta)}\ . \end{array}\right\}$$

La función de densidad de A^* está centrada y reducida. Su esperanza matemática es $E(A^*) = E(A)/\tau = 0$, y se halla definida en el intervalo $[-1,1]$. Asimismo, su variancia es:

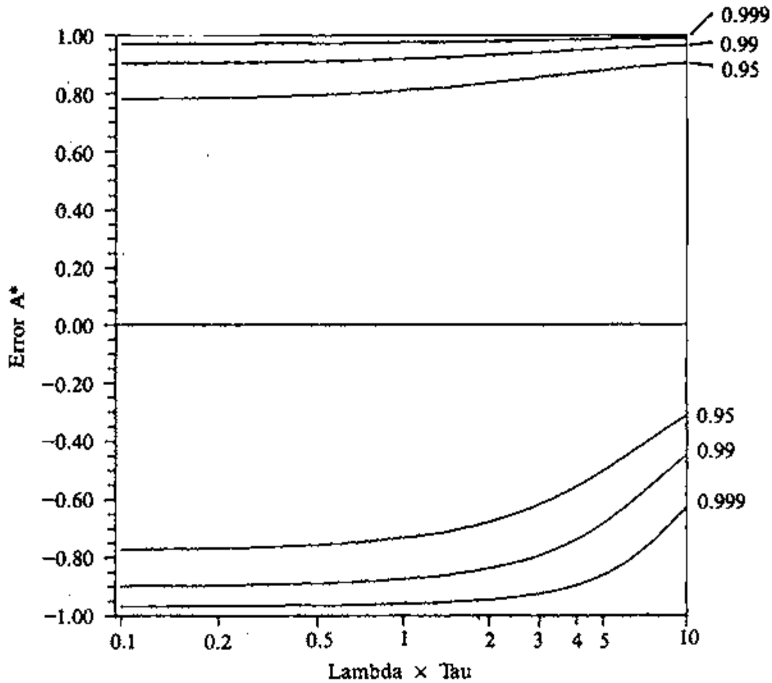
$$V(A^*) = \frac{V(A)}{\tau^2} = \frac{1+\xi}{\xi(1-\beta)} - 2\xi^{-2}\ .$$

La ventaja de emplear A^* es que podemos referir todas las distribuciones (de A, B y B' puesto que es más directo que hacerlo con C) a una única función estándar. Así el error B se expresa como $B=\tau(A^*+1)$. Si definimos A' como el error de duración de ocurrencia de no conducta cometido por un RAUT-A, su densidad y distribución son idénticas a las de A pero contienen la función de densidad de Y, no de X; entonces $A'^*=A'/\tau$, y $B'=\tau\,(A'^*+1)$.

Percentiles de la distribución estándar del error de duración

El cálculo de los percentiles $a^*_{\alpha-}$ y $a^*_{\alpha+}$ no puede hacerse de forma directa a partir de las expresiones de la función de distribución porque la variable a^* se encuentra dentro y fuera de los exponenciales. Debe seguirse un procedimiento iterativo por aproximación, para cada valor del riesgo de error α y para cada valor de ξ que interese, y disponer los resultados en una tabla de doble entrada[2]. En la Figura 6 se exponen los límites superior e inferior de los intervalos de probabilidad 0.95, 0.99 y 0.999 de A^* en función del parámetro ξ, representado en una escala logarítmica decimal. El parámetro ξ es igual a la cantidad de veces que la duración media de la conducta está incluida en una longitud de intervalo. Cuando $\xi>1$ la longitud de intervalo excede la duración media, y lo contrario ocurre cuando $\xi<1$.

2. El autor puede suministrar esta tabla a quien esté interesado.



FIOGURA 6. LÍMITES SUPERIORES E INFERIORES DE LOS INTERVALOS DE PROBABILIDAD 0.95, 0.99 Y 0.999 DEL ERROR A^* EN FUNCIÓN DEL PARÁMETRO $\xi=\lambda\tau$ REPRESENTADO EN UNA ESCALA LOGARÍTMICA DECIMAL.

Reglas para realizar estimaciones

Para llevar a cabo una estimación de la frecuencia y la duración de una conducta mediante un RAUT empleando las expresiones presentadas en este artículo deben seguirse los pasos siguientes:

a) Realizar previamente un registro activado por transiciones de la conducta de interés y obtener histogramas de las duraciones de sus ocurrencias y de las de la no conducta.

b) Comprobar si el modelo exponencial se ajusta a cada una de las distribuciones empíricas, utilizando alguno de los diversos contrastes que existen (p.e., Dienske *et al.*, 1980; Kalbfleisch y Prentice, 1980). Si la exponencialidad es plausible en ambos casos, estimar los parámetros λ y μ. Ambos son iguales a los inversos de las duraciones medias de conducta y no conducta, respectivamente, corregidos por el factor $(n-1)/n$, donde n es el número de transiciones observadas. Si el modelo exponencial no se ajusta, deberán probarse otros, y particularizar las expresiones generales obtenidas aquí para esos otros modelos.

c) Fijar una longitud de intervalo τ y efectuar el RAUT deseado durante un número de intervalos grande. Calcular la pseudofrecuencia en la secuencia binaria y estimar la frecuencia verdadera mediante una de las expresiones (2).

d) Para una estimación puntual de la duración, emplear una de las expresiones (6). Para una estimación por intervalo, fijar un riesgo de error α; a continuación obtener $a^*_{\alpha-}$ y $a^*_{\alpha+}$, sea por iteración o a partir de la tabla citada. Si se ha realizado un RAUT-A o un RAUT-B, entonces $\xi = \lambda\tau$; si se ha realizado un RAUT-C, entonces $\xi = \mu\tau$ (en este caso llamamos $a'^*_{\alpha-}$ y $a'^*_{\alpha+}$, a los percentiles obtenidos). Los percentiles para cada tipo de RAUT son:

RAUT-A:	$a_{\alpha\pm} = \tau a^*_{\alpha\pm}$	;
RAUT-B:	$b_{\alpha\pm} = \tau\,(a^*_{\alpha\pm} + 1)$	;
RAUT-C:	$c_{\alpha\pm} = \dfrac{\beta-1}{\lambda} - \tau a'^*_{\alpha\mp}$	.

Estos valores deben sustituirse en (3), (4) o (5) para obtener las estimaciones por intervalo de la duración. En el caso del RAUT-B deberá sustituirse además en (4) la expresión $(1-\Pr(\eta_{A2}))$ particularizada para el caso exponencial.

Discusión

Los resultados teóricos que se han expuesto validan una parte de los supuestos de Suen y Ary pero invalidan otra. En primer lugar, se comprueba que, bajo el supuesto exponencial, las esperanzas matemáticas de los errores de duración de ocurrencia de conducta son iguales a cero y a la longitud de intervalo en los RAUT-A y RAUT-B, esto es, son independientes de dicha distribución. En segundo lugar, sin embargo, se obtiene que la esperanza del error de duración de ocurrencia de conducta en el RAUT-C depende de cómo se distribuye dicha duración. Lo anterior es cierto en el caso exponencial y falta demostrarlo para un caso general; no obstante, los valores obtenidos para las esperanzas del error condicionadas a la duración permiten predecir que se seguirá cumpliendo sean cuales sean las distribuciones de la duración de ocurrencia de conducta. Otro resultado contrario a los supuestos de aquellos autores es la expresión con la que se estima la duración en el RAUT-B, en la que se incluye una probabilidad de detección. No se ha presentado aquí la función de densidad del error *C*, pero puede demostrarse que su esperanza es exactamente igual a la que predice la expresión correspondiente (6) en el caso exponencial; ello valida la inclusión de dicha probabilidad de detección. Nuestros resultados explican los hallazgos empíricos de Rhine y Linville (1980): en el RAUT-A la frecuencia modificada no correlaciona con la frecuencia pero sí con la duración, y en el RAUT-B correlaciona tanto con la frecuencia como con la duración, tal como predicen las expresiones (6). En cualquier caso, los resultados han de ser puestos a prueba comparando las predicciones teóricas con datos empíricos o simulados. En una próxima publicación presentaremos diversas simulaciones con el fin de demostrar la consistencia de lo que aquí se ha propuesto.

Una aplicación que se deriva de los resultados teóricos es la determinación de una longitud óptima de intervalo. Existen diversos procedimientos basados en datos empíricos para decidir cuál ha de ser esa longitud (Sanson-Fisher *et al.*, 1980; Martin y Bateson, 1986), y las «condiciones para una estimación insesgada» de Suen y Ary proporcionan una guía alternativa aproximada. Las probabilidades de detección expuestas aquí pueden ser útiles para decidir el valor adecuado de dicha longitud: si se fija una probabilidad de detección deseada es posible calcular τ, dados los parámetros de las funciones de densidad y distribución correspondientes.

Nuestros resultados pueden considerarse una porción básica pero mínima de una teoría del error de medición en el muestreo temporal de la conducta y deberán ampliarse en los siguientes aspectos: a) Generalizarlos para el caso en que cada intervalo se subdivide en dos subintervalos, τ, de observación, y σ, de registro o anotación; el segundo es un subintervalo «ciego» que se emplea en ocasiones para mantener constante el posible tiempo invertido por el observador en registrar (Bass y Aserlind, 1984; Rojahn y Kanoy, 1985). b) Generalizarlos para el caso en que la longitud del subintervalo de observación no sea constante y posea una cierta distribución, uniforme o no. c) Extenderlos a situaciones en las que se observa de forma rotatoria a cada uno de los individuos de un grupo en cada intervalo (Suen y Ary, 1986a; Thomson *et al.*, 1974). d) Particularizarlos para distintas familias de funciones de densidad utilizadas habitualmente para modelizar secuencias de eventos en tiempo real (funciones Weibull, Gamma, Pareto, etc.). e) Desarrollar un método para restituir información secuencial a partir de las secuencias binarias, lo que se concreta en estimar diferentes conjuntos de probabilidades de transición. El objetivo, en suma, es dotar a la investigación observacional de las herramientas necesarias para que los procedimientos de registro intermitente alcancen el nivel de rigor suficiente.

Resumen

En este artículo se presenta un método para estimar medidas fundamentales de la conducta (frecuencia y duración) a partir de la información incompleta que se obtiene cuando se utilizan procedimientos de muestreo temporal para registrarla. Los distintos tipos de muestreo temporal proporcionan medidas conductuales difíciles de interpretar que no son ni frecuencia ni duración y, por este motivo, existen dudas acerca de su utilidad. Sin embargo, demostramos que, bajo ciertos supuestos teóricos, es posible recuperar la información correcta de forma aproximada. Se demuestra asimismo que los errores sistemáticos producidos por los distintos tipos de muestreo al medir la duración de las ocurrencias de conducta poseen funciones de densidad relacionadas y que existe una función estándar a la que pueden ser reducidas.

Summary

A procedure to estimate fundamental measures of behavior (frequency and duration) from the incomplete information provided by time sampling methods is presented. All forms of time sampling produce behavioral measures which are difficult to interpret, and different from frequency and duration. This is the reason why the usefulness of time sampling is questionable. However, under some theoretical assumptions, we demonstrate that it is possible to recover the correct information approximately. It is also demonstrated that: a) the systematic errors produced by each time sampling method when measuring the behavior bout length have related density functions; and b) these functions can be reduced to a standard one.

REFERENCIAS

Altmann, J. (1974). Observational study of behavior: Sampling methods. *Behaviour, 49* (3-4), 227-267.

Arrington, R.E. (1943). Time sampling in studies of social behavior: A critical review of techniques and results with research suggestions. *Psychological Bulletin, 40* (2), 81-124.

Ary, D. (1984). Mathematical explanation of error in duration recording using partial interval, whole interval, and momentary time sampling. *Behavioral Assessment, 6*, 221-228.

Ary, D. & Suen, H.K. (1983). The use of momentary time sampling to assess both frequency and duration of behavior. *Journal of Behavioral Assessment, 5* (2), 143-150.

Bakeman, R. & Gottman, J.M. (1986). *Observing interaction. An introduction to sequential analysis.* Cambridge: Cambridge University Press.

Bakeman, R. & Gottman, J.M. (1987). Applying observational methods: A systematic review. In J.D. Osofsky (Ed.), *Handbook of infant development* (2 ed., pp. 818-854). New York: Wiley.

Barrett, G.H., Johnston, J.M. & Pennypacker, H.S. (1986). Behavior: Its units, dimensions, and measurement. In R.D. Nelson & S.C. Hayes (Eds.), *Conceptual foundations of behavioral assessment* (pp. 156-200). New York: Guilford.

Bass, R.F. & Aserlind, L. (1984). Interval and time-sample data collection procedures: Methodological issues. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities, 3*, 1-39.

Blossfled, H.-P., Hamerle, A. & Mayer, K.U. (1989). *Event history analysis. Statistical theory and applications in the social sciences.* Hillsdale, N.J.: LEA.

Dienske, H., Metz, H.A.J., van Luxemburg, E.A. & de Jonge, G. (1980). Mother-infant body contact in macaques. II: Further steps towards a representation as a continuous time Markov chain. *Biology of Behaviour, 5*, 61-94.

Gardner, W. & Griffin, W.A. (1989). Methods for the analysis of parallel streams of continuously recorded social behaviors. *Psychological Bulletin, 105* (3), 446-455.

Haccou, P., Kruk, M.R., Meelis, E., van Bavel, E.T., Wouterse, K.M. & Meelis, W. (1988). Markov models for social interactions: Analysis of electrical stimulation in the hypothalamic aggression area of rats. *Animal Behaviour, 36*, 1145-1163.

Harrop, A. & Daniels, M. (1985). Momentary time sampling with time series data: A commentary on the paper by Bulle & Repp. *British Journal of Psychology, 76*, 533-537.

Kalbfleisch, J.D. & Prentice, R.L. (1980). *The statistical analysis of failure time data.* New York: Wiley.

Klesges, R.C., Woolfrey, J. & Vollmer, J. (1985). An evaluation of time sampling versus continous observation data collection. *Journal of Behavioural Therapy and Experimental Psychiatry, 16* (4), 303-307.

Martin, P. & Bateson, P. (1986). *Measuring behaviour. An introductory guide.* Cambridge: Cambridge University Press.

Mehm, J.G. & Knutson, J.F. (1987). A comparison of event and interval strategies for observational data analysis and assessments of observer agreement. *Behavioral Assessment, 9*, 151-167.

Papoulis, A. (1980). *Probabilidad, variables aleatorias y procesos estocásticos.* Barcelona: EUNIBAR. (ed. orig. 1965).

Powell, J. (1984). On the misrepresentation of behavioral realities by a widely practiced direct observation procedure: Partial interval (one-zero) sampling. *Behavioral Assessment, 6*, 209-219.

Powell, J., Martindale, A. & Kulp, S. (1975). An evaluation of time-sample measures of behavior. *Journal of Applied Behavior Analysis, 8*, 463-469.

Powell, J., Martindale, B, Kulp, S., Martindale, A. & Bauman, R. (1977). Taking a closer look: Time samplling and measurement error. *Journal of Applied Behavior Analysis, 10*, 325-332.

Repp, A.C., Roberts, D.M., Slack, D.J., Repp, C.F. & Berkler, M.S. (1976). A comparison of frequency,

interval, and time-sampling methods of data collection. *Journal of Applied Behavior Analysis, 9*, 501-508.
Rhine, R.J. & Ender, P.B. (1983). Comparability of methods used in the sampling of primate behavior. *American Journal of Primatology, 5*, 1-15.
Rhine, R.J. & Linville, AK. (1980). Properties of one-zero scores in observational studies of primate social behavior: The effect of assumptions on empirical analyses. *Primates, 21* (1), 111-122.
Rojahn, J. & Kanoy, R.C. (1985). Toward an empirically based parameter selection for time-sampling observation systems. *Journal of Psychopathology and Behavioral Assessment, 7* (2), 99-120.
Sackett, G.P. (1978). Measurement in observational research. In G.P. Sackett (Ed.), *Observing behavior. Vol 2: Data collection and analysis methods* (pp. 25-43). Baltimore: University Park Press.
Sanson-Fisher, R.W., Poole, A.D. & Dunn, J. (1980). An empirical method for determining an appropriate interval length for recording behavior. *Journal of Applied Behavior Analysis, 13*, 493-500.
Suen, H.K. (1986). On the utility of a *post hoc* correction procedure for one-zero sampling duration estimates. *Primates, 27* (2), 237-244.
Suen, H.K. & Ary, D. (1984). Variables influencing one-zero and instantaneous time sampling outcomes. *Primates, 25* (1), 89-94.
Suen, H.K. & Ary, D. (1986a). Poisson cumulative probabilities of systematic errors in single-subject and multiple-subject time sampling. *Behavioral Assessment, 8*, 155-169.
Suen, H.K. & Ary, D. (1986b). A *post hoc* correction procedure for systematic errors in time-sampling duration estimates. *Journal of Psychopathology and Behavioral Assessment, 8* (1), 31-38.
Suen, H.K. & Ary, D. (1989). *Analyzing quantitative behavioral observation data.* Hillsdale, NJ.: LEA.
Thomson, C, Holmberg, M. & Baer, D.M. (1974). A brief report on a comparison of time-sampling procedures. *Journal of Applied Behavior Analysis, 7*, 623-626.