SCIENTIA gerundensis, 22: 153-159 (1996)

GEOMETRÍA EXTENSIBLE PARA ESTRUCTURAS CON BARRAS EN "X"

L. Sánchez-Cuenca

Departament d'Arquitectura i Enginyeria de la Construcció
Escola Politècnica Superior. Universitat de Girona. Girona.

RESUMEN

Cuando intentamos diseñar una estructura extensible no sólo encontramos muchos problemas. En ocasiones resulta imposible porque no existe coherencia geométrica en alguna fase del proceso extensible. Entonces parece más sencillo no tratar de resolver los problemas geométricos que pueda presentar un modelo estructural determinado, sino utilizar modelos geométricos que aseguren el proceso extensible. En este artículo se analizan cuáles son estos modelos geométricos en el campo de las estructuras con barras en "x".

RESUM

Quan volem dissenyar una estructura extensible no solament trobem molts problemes. A vegades és impossible perquè no existeix coherència geomètrica en alguna de les fases del procés extensible. Llavors sembla més senzill no tractar de resoldre els problemes geomètrics que poden presentar uns models estructurals determinats, sinó utilitzar models geomètrics que assegurin el procés extensible. En aquest article s'analitzaran quins són aquests models geomètrics en el camp de les estructures amb barres en "x".

ABSTRACT

When we want to design expandable structures we not only find many problems. Sometimes it is not possible to design a such structure because there is not geometric coherence in some phases of the expandable process. Then it seems easier not to solve the geometric problems of a definite grid, but to seek geometric configurations that assure the expandable process. In the paper we analyse which are these configurations in the family of the "x" made grids.

INTRODUCCIÓN

Existe más de un procedimiento para construir una trama extensible. Probablemente el más usual y al mismo tiempo el más sencillo sea el procedimiento que se obtiene por el empleo de barras en aspa o en "x", es decir, de barras que se unen en un punto intermedio de ambas, de forma que puedan girar libremente (fig. 1).

E. Pérez Piñero fue posiblemente el primero que utilizó este sistema de barras en "x" con un sentido estructural. Después, muchos otros lo han utilizado, entre ellos F. Escrig, T.R. Zeigler o S. Calatrava (con aspas de barras rectas), o C. Hoberman (con aspas de barras angulosas) (fig. 2).

En este artículo sólo consideraremos tramas extensibles con aspas de barras rectas. El análisis geométrico que resulte podrá luego generalizarse (con algunos matices) para

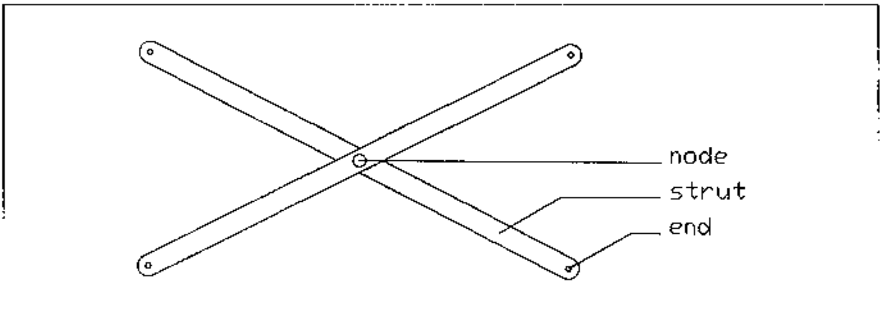

Fig. 1. Típica unión de dos barras en "x"

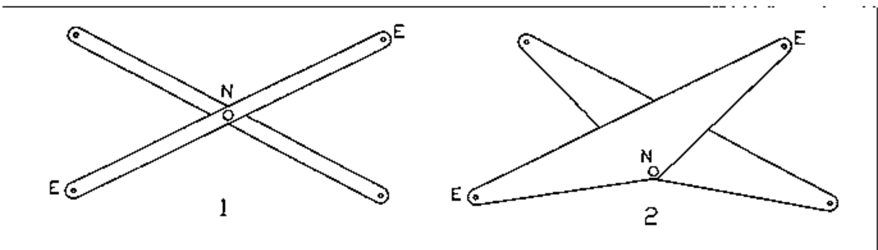

Fig. 2. 1) "x" de barras rectas. 2) "x" de barras en ángulo. La diferencia entre ellas está en que el nodo N está o no está alineado con los dos extremos E.

el caso de aspas de barras angulosas. Y todavía podrá generalizarse, aunque con más dificultades, para una trama que no sea de aspas sino de otro procedimiento cualquiera.

En cualquier caso, comenzaremos recordando que cuando utilizamos barras en aspa o en "x" su extensibilidad queda asegurada si se satisface la siguiente condición:

"Cuando conectamos barras en aspa las sumas de las longitudes de las semibarras de cada aspa deben ser iguales" (condición 1).

En el ejemplo más elemental de la conexión de un par de aspas la condición 1 puede expresarse gráficamente por una circunferencia (caso particular) o por una elipse (caso general). (fig. 3).

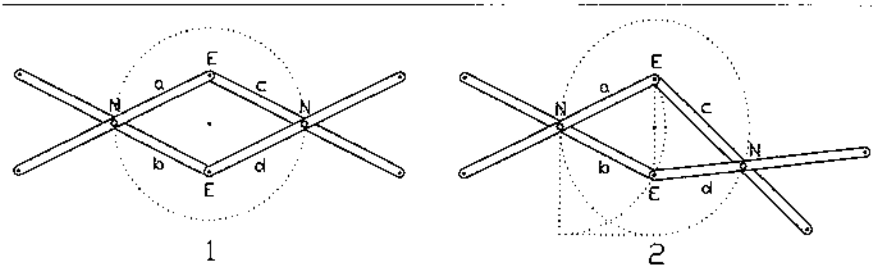

Fig. 3. Cuando a+b=c+d (condición 1), siempre se podrá dibujar una elipse de focos en E que pase por dos nodos N contiguos. Ciertas condiciones de simetría permiten sustituir la elipse por una circunferencia, siempre más fácil de dibujar.

LÍNEAS EXTENSIBLES Y SU GEOMETRÍA BÁSICA

Llamaremos "línea extensible" a un conjunto de barras en "x" conectadas en forma sucesiva. Aunque se podrían establecer muy variados tipos de "líneas extensibles", vamos a distinguir cuatro configuraciones básicas atendiendo a la forma de su línea de nodos y a la relación de ésta con las líneas de borde superior e inferior. (fig. 4 y fig. 5).

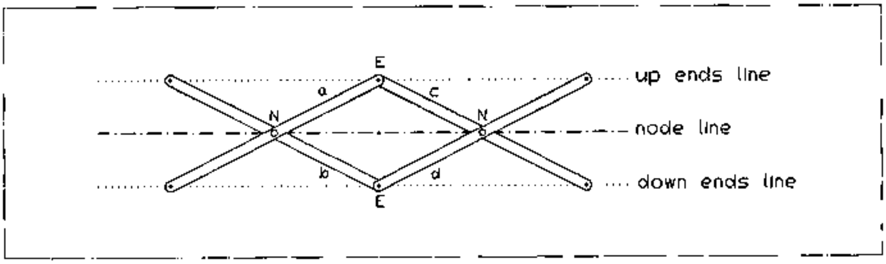

Fig. 4. Líneas de una "línea extensible".

En estas cuatro configuraciones básicas A, B, C y D de la fig. 5 podemos encontrar ciertas analogías y también ciertas diferencias. Entre éstas está que la línea de nodos es recta o quebrada en A y C, mientras que es curva (circular en la fig. 5) en B y D. Además, la línea de nodos y las dos líneas de borde son concéntricas en los casos A y B (con radio infinito en A y con radio finito en B), mientras que esas mismas líneas son de traslación en los casos A, C y D, lo que implica que las líneas entre los extremos de cada dos semibarras son iguales y paralelas.

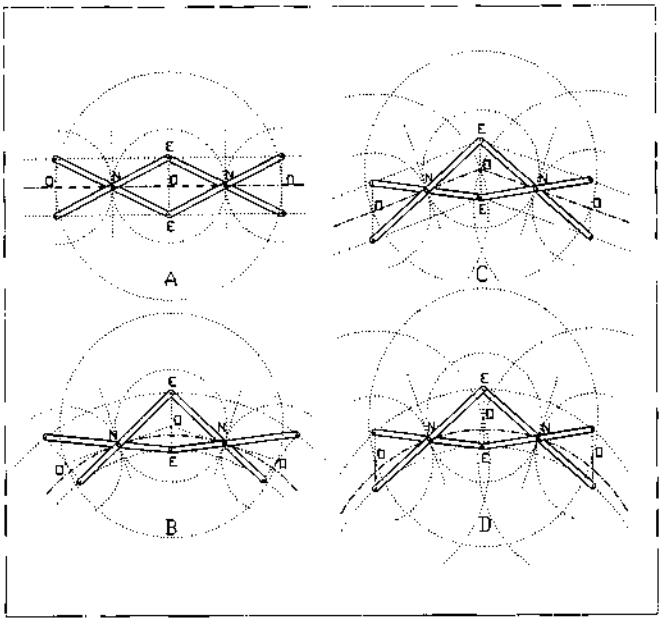

Fig. 5. Cuatro configuraciones básicas de "líneas extensibles". Su extensibilidad (condición 1) queda expresada gráficamente por la sucesión de elipses (o circunferencias) tangentes entre sí precisamente en los nodos de cada "x".

Fig. 6. Geometría de las cuatro configuraciones básicas.

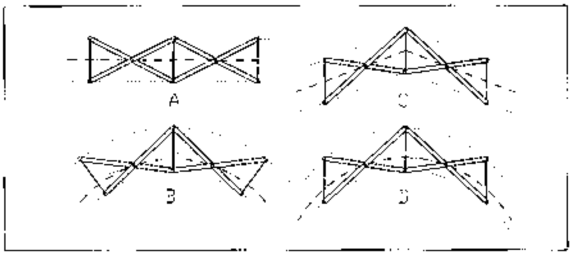

Fig. 7. A, B: líneas extensibles "concéntricas". A, C y D: líneas extensibles "de traslación".

Sin embargo, a pesar de estas diferencias, podemos encontrar la misma geometría en las cuatro configuraciones A, B, C y D. En estos cuatro casos podemos dibujar una sucesión de elipses con focos en los extremos E tangentes entre sí en los nodos N. (Ver fig. 6). Estas elipses pueden ser sustituidas por circunferencias, más fáciles de dibujar, si se producen ciertas condiciones de simetría (casos A, B e incluso C de la fig. 6). Al mismo tiempo, podemos dibujar elipses (o círculos) de mismo centro y tamaño doble que contienen los centros de las elipses (o círculos) contiguos.

Esta última propiedad tiene un especial interés en el caso D, pues permite encontrar con facilidad los centros de las elipses contiguas como intersecciones de estas elipses de doble tamaño con la línea de centros (traslacional con las otras tres líneas de nodos y de bordes).

Finalmente, señalaremos que las rectas tangentes a las elipses contiguas son bisectrices de las "x" que forman las barras de cada aspa precisamente en los nodos N.

UNA CLASIFICACIÓN DE LAS "LÍNEAS EXTENSIBLES"

Tal como se ha señalado antes en cuanto a las diferencias entre las cuatro configuraciones básicas, A, B, C y D, y atendiendo a las relaciones entre cada línea de nodos y sus líneas de bordes, podemos clasificar las "líneas extensibles" en "concéntricas" y "de traslación".

En las líneas "concéntricas", casos A y B, la línea de nodos es concéntrica con las líneas de bordes y las líneas entre cada dos extremos E pasan por el centro de esas curvas.

En la líneas "de traslación", casos A, C y D, las líneas de nodos y las líneas de borde son las tres de traslación unas de las otras; entonces las líneas entre cada dos extremos son iguales y paralelas.

De hecho cualquier línea (ya sea recta, curva o mixta) puede ser línea de nodos de una "línea extensible", lo que significa que cualquier línea puede convertirse en extensible mediante una sucesión de barras en aspa. A su vez la "línea extensible" resultante puede serlo de tipo "concéntrico" o de tipo "de traslación". Ver fig. 8.

TRAMAS EXTENSIBLES

Resumiendo lo dicho hasta ahora, la extensibilidad de cualquier línea formada por barras en aspa, sea esta línea recta, curva o mixta, queda asegurada por la

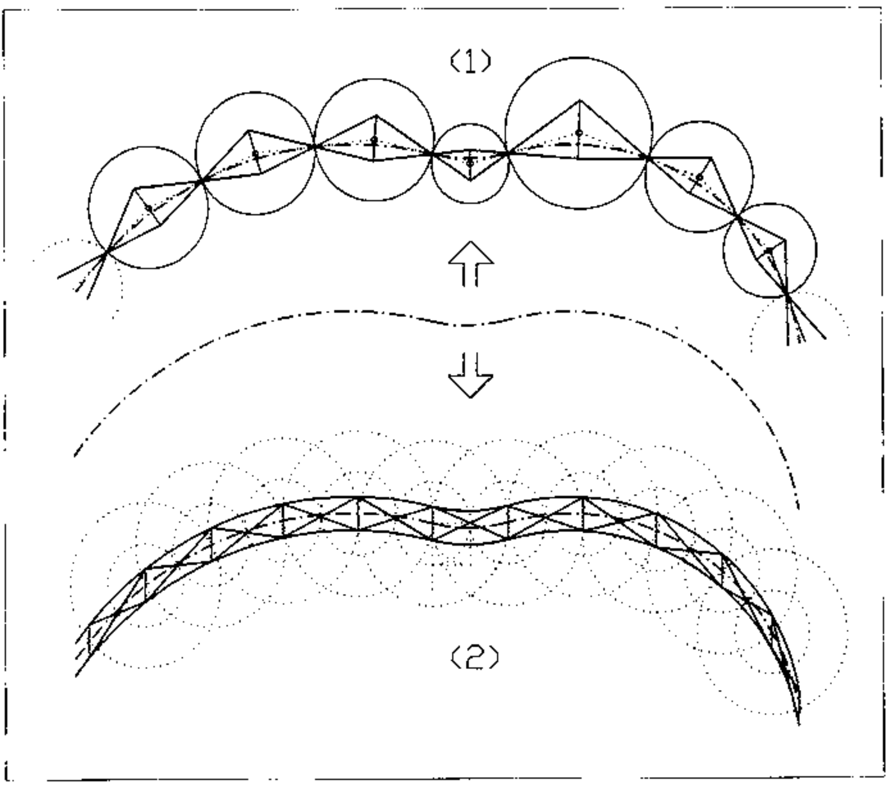

Fig. 8. Una misma línea puede ser la línea de nodos de una "línea extensible concéntrica" (1) o de una "línea extensible de traslación" (2).

posibilidad de dibujar una sucesión de elipses (o círculos) tangentes entre sí en los nodos de estas aspas, nodos que a su vez estarían en la curva dada.

Pero, ¿qué sucede si lo que tenemos es una superficie compuesta por una trama de líneas?. La extensibilidad de una superficie tal requiere cumplir entoces dos condiciones: la primera es que todas las líneas de la trama deben ser extensibles, lo que significa que la que hemos llamado antes condición 1, y que ahora repetimos, ha de cumplirse:

"Cuando conectamos barras en aspa, las sumas de las longitudes de las semibarras de cada aspa han de ser iguales". (Condición 1).

La segunda condición es más incómoda:

"Las sumas de estos pares de longitudes han de ser idénticas en todas la "x" de la trama (condición 2).

Esta última condición 2 prácticamente reduce los modelos de tramas extensibles a las tramas de traslación formadas a su vez con líneas extensibles de traslación, de forma que, además, la sucesión de elipses (o círculos) tangentes que expresan gráficamente su extensibilidad han de ser del mismo tamaño. Esto parece que conduciría a que lo que son elipses o círculos tangentes en las líneas extensibles pasarían a ser elipsoides o esferas tangentes en el caso de las tramas extensibles. Pero se quiere dejar constancia que se ha construido un modelo espacial de doble curvatura con esferas tangentes en todas las "x" y que, sin embargo, no es extensible.

Señalemos que, como excepción, podemos construir tramas extensibles de simple curvatura (bóvedas de cañón, por ejemplo) con líneas extensibles concéntricas y no de traslación. Pero, en todo caso, no es posible obtener con aspas superficies extensibles de doble curvatura (superficies esféricas, por ejemplo) por otro método que no sea el de traslación[4]. Y una superficie esférica no puede ser de traslación. Los modelos esféricos de C. Hoberman parecerían entonces una excepción, pero son en realidad un caso particular, pues al estar basado en poliedros semirregulares, que tienen todas sus aristas iguales, cumplen la condición 2.

MODELOS EXTENSIBLES BÁSICOS

En la fig. 9 se muestra el conjunto de modelos extensibles que se pueden obtener por el método de traslación utilizando las líneas traslacionales A, C y D de la fig. 5. Estos modelos básicos son compatibles entre ellos y entre sí mismos, por lo que sus posibilidades de asociación son prácticamente ilimitadas. En las figuras 10 y 11 se muestran varios ejemplos.

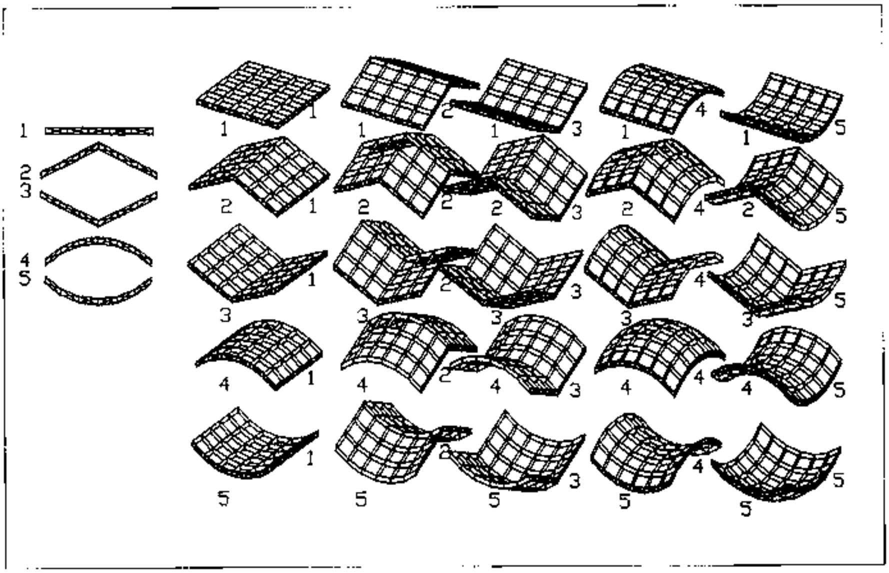

Fig. 9. Modelos extensibles básicos de traslación formados con las líneas de traslación A, C y D de la fig. 5.

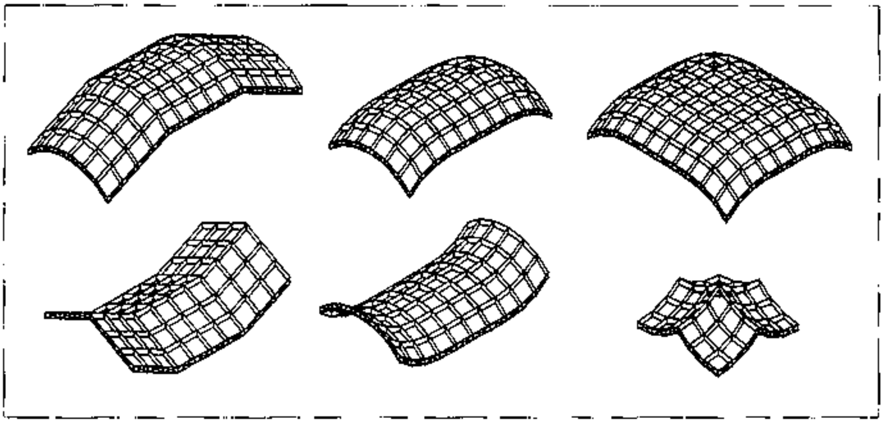

Fig. 10. Tramas extensibles compuestas por reiteración o asociación de algunos de los modelos extensibles básicos de la fig. 9, todos ellos de traslación.

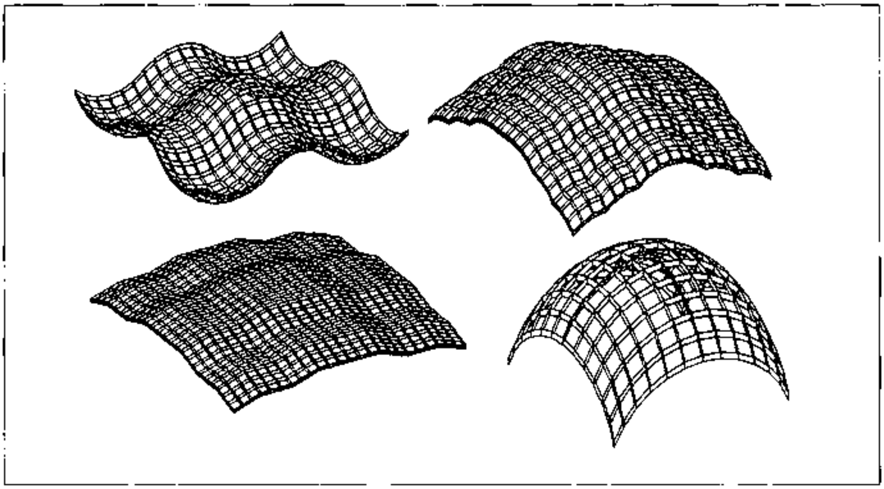

Fig. 11. Ejemplos de tramas extensibles de traslación.

References

PÉREZ PIÑERO, E. Cúpula reticulada desplegable para grandes luces. *Arquitectura* nº 112. Madrid 1.968

ESCRIG, F. *Arquitectura transformable.* pp.95 a 124. ETSA de Sevilla, 1.993

HOBERMAN, C. The art and science of folding structures. *Sites* nº 24. pp. 34 a 53. New York, 1.992

PUERTAS DEL RIO, I. Space frames for deployable domes. *Bulletin of the IASS.* Vol.32, nº 106, 1.991