

# Reconeixement d'imatges

Ignacio Juvells, Arturo Carnicer i Santiago Vallmitjana \*

Laboratori d'Òptica. Departament de Física Aplicada i Electrònica

Universitat de Barcelona

## Introducció

Rep el nom de reconeixement de formes el procés pel qual es pot reconèixer una determinada imatge (*motiu*) dins d'una *escena* complexa que la conté. La seva finalitat consisteix a detectar la forma en l'escena i, en cas afirmatiu, determinar-ne la posició dins d'ella.

En els darrers temps, el reconeixement de formes ha anat adquirint entitat pròpia dins del marc general del tractament d'imatges, i té especial aplicació en camps com la teledetecció, la robòtica, la intel·ligència artificial, etc. Cal esmentar les aplicacions de tipus tècnic en dissenys de caràcter industrial com a element de control en cadenes de producció (Vision 87).

Les tècniques de tractament d'imatges, en general, o de reconeixement de formes, en particular, es divideixen normalment en tècniques òptiques, digitals i híbrides, segons faci el processat mitjançant un muntatge realitzat en un banc òptic, una anàlisi bàsicament digital o bé, per l'acció coordinada d'ambdós sistemes. Les tècniques òptiques presenten l'avantatge de la seva velocitat de processat, però són poc versàtils. Les tècniques digitals, per contra, són més flexibles, però el temps de càlcul que poden arribar a necessitar pot fer difícil que es puguin ajustar a les exigències de la detecció en temps real. En alguns casos, i com a solució a aquest problema, s'ha derivat cap a tècniques de tipus híbrid, en les quals les operacions més costoses en temps es fan òpticament i la resta, per ordinador.

Les tècniques de reconeixement de formes poden ser variades (Casasent, 1985) (Horner, 1987). Un grup d'elles es basen en l'*extracció de característiques* de la imatge. La idea consisteix a obtenir una sèrie de paràmetres de cada imatge (moments, projeccions, seccions, etc.) i, per comparació d'aquests, fer el reconeixement. En general, aquestes característiques no s'obtenen directament de la imatge; s'extreuen de l'espectre de freqüències en l'espai de Fourier o bé de

l'autocorrelació. A més a més, donades les invariàncies i simetries de la transformada de Fourier o l'autocorrelació, és possible emmagatzemar la informació que contenen amb una compressió de dades important. Una forma atractiva de realitzar això òpticament és fer servir detectors dividits en sectors i anells (*wedge-ring detectors*), que proporcionen informació sobre l'orientació i l'escala de la imatge considerada (Stark, 1982).

Un altre grup de tècniques de reconeixement, el més important des del punt de vista òptic, es basa en la realització de la correlació entre l'escena i el motiu a detectar. La funció de correlació expressa matemàticament el concepte de semblança entre el motiu i una zona de l'escena en desplaçar aquest motiu sobre ella. Així, la funció de correlació tindrà un valor màxim quan el motiu coincideixi amb una part de l'escena anàloga a ell. La posició del màxim de correlació indicarà la situació del motiu dins de l'escena. Si no hi ha un màxim accentuat significarà que no existeix el motiu a detectar. Evidentment, aquest mètode sols serveix per detectar imatges que no estiguin girades i que presentin la mateixa mida que el motiu. Existeixen mètodes més complicats que permeten reconèixer la forma independentment de l'orientació i la grandària (Arsenault, 1986).

En tots els mètodes de reconeixement òptic de formes, tant si es treballa amb correlació com si es treballa amb extracció de característiques, s'ha d'obtenir la transformada de Fourier de les imatges utilitzades. Òpticament això es pot fer usant les propietats dels fenòmens de difracció, mitjançant muntatges experimentals adequats (Goodman, 1968).

La finalitat d'aquest treball és presentar els muntatges experimentals més usats en el camp del reconeixement òptic de formes i mostrar, en cada cas, la possibilitat de detectar en temps real.

## Detecció per correlació

Entre els diferents mètodes proposats pel reconeixement òptic de formes, destaquen els basats en tècniques de correlació. En aquests, es vol reproduir l'operació matemàtica del producte de correlació mitjançant un muntatge òptic. Aquest, actua per coincidència. Es de-

\* Ignacio Juvells (Manresa, 1948) i Santiago Vallmitjana (Barcelona, 1949), són doctors en Física i professors titulars d'Òptica a la Universitat de Barcelona.

Arturo Carnicer (Barcelona, 1965), és llicenciat en Física (1989) i actualment és estudiant de doctorat

fineix la correlació entre dues funcions complexes  $f$  i  $g$  com (Papoulis, 1962)

$$c(r) = f \otimes g = \int_{\mathbb{R}^n} f(r')g^*(r' - r)dr' \quad (1)$$

En l'estudi que ens ocuparà, cada imatge ve donada per una funció bidimensional (matriu), on els seus valors representen la intensitat o el to de gris en cada punt de la imatge. Els valors més baixos corresponen als tons foscos, mentre que els més alts corresponen a tons clars, sent zero el negre i el valor màxim el blanc.

Si estudiem la expressió (1), podem comprendre el significat de la correlació. Es tracta de desplaçar per tot l'espai la funció complexa conjugada de  $g$ , multiplicar el valor de  $f$  en cada punt i sumar per a tots ells. Òbviament, els sumands seran no nuls si existeix una zona comú entre  $f(r')$  i  $g(r' - r)$ . Per altra banda, la suma o integral tindrà un valor més gran quan més semblants siguin les funcions  $f(r)$  i  $g(r)$ . Per tot això, aquesta operació pot ser un bon paràmetre per discriminar quina figura d'entre les donades és més semblant o igual a un patró donat.

El motiu per escollir aquest mètode de detecció està en les propietats referents a la transformada de Fourier de les lents (Goodman, 1968). Sigui

$$F(u, v) = \mathcal{TF}(f(x, y)).$$

(En general, les funcions anomenades amb lletres majúscules expressaran la transformada de Fourier de les funcions expressades amb lletres minúscules.) Si situem una imatge  $f(x, y)$  en front d'una lent, quan s'il·lumina s'obté l'espectre de freqüències en el pla focal, multiplicat per uns factors de fase que depenen de la posició relativa de les lents i l'objecte.

Una de les propietats del producte de correlació indica una forma senzilla de calcular-lo:

$$\mathcal{TF}[f(x, y) \otimes g(x, y)] = F(u, v)G^*(u, v) \quad (2)$$

Gràcies a aquesta, si s'opera en l'espai de Fourier, i es torna a l'espai real, es pot obtenir  $f(x, y) \otimes g(x, y)$  sense necessitat de calcular directament la integral (1).

Aprofitant les propietats difractores de les lents, és possible idear muntatges òptics relativament senzills, que permeten obtenir físicament el producte de correlació, i amb un temps de processat inapreciable.

## Difractòmetres

Un correlador és un muntatge òptic basat en una doble transformació de Fourier. Per això són necessaris dos sistemes acoblats que facin aquesta operació. Cada un d'ells, format per una lent, es denomina difractòmetre. S'estudien les seves propietats abans d'integrar-lo al conjunt correlador.

El producte de convolució entre dues funcions complexes es defineix com (Papoulis, 1962)

$$f * g = \int_{\mathbb{R}^n} f(r')g(r - r')dr' \quad (3)$$

Seguint la notació deguda a Vander Lugt (1966) es defineix una funció  $\Psi$  de la manera següent

$$\Psi(x, y; a) = e^{j\pi a(x^2 + y^2)/\lambda} \quad (4)$$

A partir d'aquesta definició, una ona esfèrica es representa per

$$\Psi(x, y; Z) = e^{jk(x^2 + y^2)/2z} \quad (5)$$

on  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $Z = z^{-1}$  i  $j = \sqrt{-1}$ .

Un primer resultat important de la teoria de la difracció de Fresnel (Goodman, 1968) descriu la propagació d'una pertorbació  $P(x, y, z)$  per l'espai, com la convolució d'aquesta amb una ona esfèrica. És a dir:

$$P(x, y, z) = CP(x, y, 0) * \Psi(x, y; Z) \quad (6)$$

El segon resultat d'importància per a l'estudi, (Goodman, 1968) és que les lents introdueixen una fase esfèrica en la pertorbació tal com

$$\Psi(x, y; -F') = \exp[-jk(x^2 + y^2)/2f']$$

Amb aquestes dades podem abordar l'estudi dels sistemes òptics.

Analitzarem el cas corresponent a la il·luminació paral·lela, amb l'objecte davant la lent (Goodman 1968). El feix incideix sobre l'objecte  $f(x, y)$  a una distància  $d_0$  de la lent (vegeu figura 1):

$$f(x, y) * \Psi(x, y; D_0) \quad (7)$$

creua la lent, la qual cosa afegeix una fase, tal com s'ha dit abans

$$[f(x, y) * \Psi(x, y; D_0)]\Psi(x, y; -F') \quad (8)$$

i per últim la pertorbació viatja fins el focus

$$\{[f(x, y) * \Psi(x, y; D_0)]\Psi(x, y; -F')\} * \Psi(x, y; F') \quad (9)$$

Si es calcula una mica a partir de (9), s'obté

$$F(u/\lambda f', v/\lambda f')\Psi(u, v; F' - F'^2/D_0) \quad (10)$$

on

$$F' - F'^2/D_0 = \frac{1}{f'}(1 - \frac{d_0}{f'}) \quad (11)$$

Si  $d_0 = 0$ , la transformada de l'expressió (10) queda afectada per una fase  $\Psi(x, y; F')$ , mentre que si fem  $d_0 = f'$ , aleshores la fase es fa 0.

Aquest resultat és de gran importància ja que permet obtenir mitjançant una lent, la transformada de Fourier d'una imatge sense barrejar d'informació de fase de cap

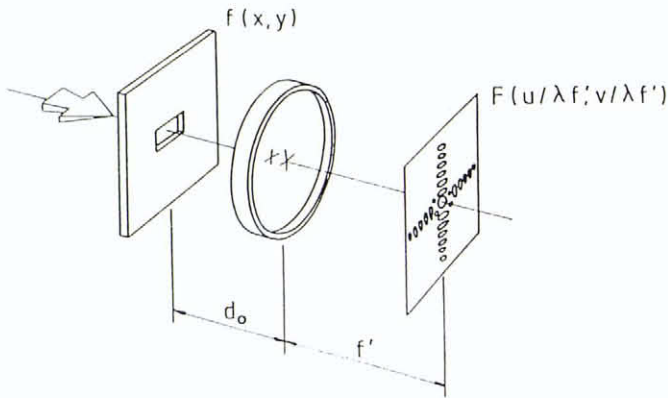


Figura 1: Configuració difractora amb l'objecte davant de la lent

mena. Això s'aplicarà més endavant, quan descriguem el funcionament del correlador 4f.

Els difractòmetres, en la línia ja descrita, necessiten distàncies  $d_0$  o focals llargues per tal d'aconseguir escales raonablement grans. Això obliga a tenir bancs òptics llargs o a fer combinacions a base de miralls que permetin obtenir  $d_0$  grans. Una solució elegant al problema consisteix a afegir una lent divergent al sistema de tal manera que s'avanci el pla principal imatge  $H'$  i s'incrementi la focal del conjunt convergent-divergent  $f'$  (efecte teleobjectiu, figura 2) (Born and Wolf, 1975)

$$f' = \frac{-f'_1 f'_2}{e' - f'_1 - f'_2} \quad (12)$$

on  $f'_1$  és la focal de la lent convergent,  $f'_2$  la de la divergent i  $e'$  la separació entre les dues lents. En variar la distància  $e'$ , s'aconsegueix una gama contínua de valors de  $f'$ , que incrementa la versatilitat del muntatge.

La presència de la lent divergent introdueix noves fases, les quals han de ser tractades amb cura ja que ara les expressions (9) i (10) no són vàlides (Vallmitjana, 1990).

### Correlador Vander Lugt per filtrat a l'espai de Fourier

Una vegada estudiats els difractòmetres, és possible associar-los per construir correladors. En l'apartat a) s'estudia el cas senzill del correlador 4f, i es fa referència a la codificació de funcions de variable complexa tant des d'un punt de vista òptic (apartat b) com digital (apartat c). Al final, apartat d), es comenta la possibilitat de realitzar el reconeixement en temps real.

A partir d'ara les coordenades  $(x', y')$  es referiran al pla de Fourier i  $(x'', y'')$  al pla de correlació.

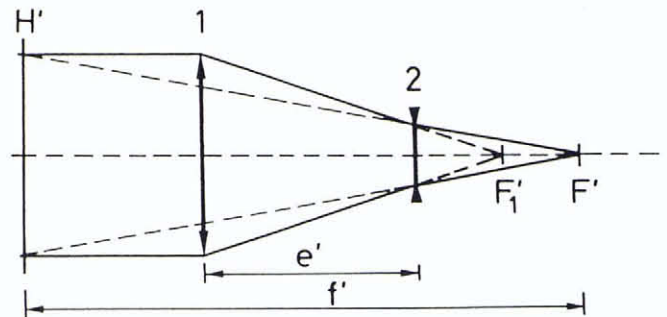


Figura 2: Teledifractòmetre. Efecte teleobjectiu

### Correlador 4f de llum paral·lela (Goodman 1968)

Consisteix en dues lents convergents (o sistemes de lents amb un comportament convergent del conjunt) situades de tal manera que el pla focal de la imatge de la primera coincideixi amb el pla focal objecte de la segona.

Es col·loca l'escena  $f(x, y)$  en el pla focal objecte del primer difractòmetre i el filtre complex  $G^*(x', y')$  en el pla focal imatge.  $G^*(x', y')$  és la funció complexa conjugada de la transformada de Fourier de la funció  $g(x, y)$  que descriu el motiu a detectar.

Com s'ha vist, amb aquesta configuració s'obté la transformada de Fourier exacta de la funció  $f(x, y)$ . Ajustant bé les escales, es realitza el producte  $F(x', y')G^*(x', y')$  i si es torna a transformar amb la lent  $L_2$ , pel teorema de correlació (equació 2), resulta  $f \otimes g$ .

La forma d'introduir una funció complexa  $G^*$  en un muntatge òptic no és senzilla i s'han de fer servir tècniques hologràfiques especials. Aquestes s'agrupen en dues famílies: òptiques i digitals.

### Mètodes òptics

Prèviament s'ha d'obtenir la funció  $G(x', y')$  mitjançant un difractòmetre, il·luminar-la amb una ona plana inclinada de referència, i registrar les interferències mútues produïdes en una pel·lícula hologràfica o d'alta resolució (Vander Lugt, 1964).

Si posem  $\alpha = \sin \theta / \lambda$ , obtenim els següents termes:

$$\begin{aligned} |G(x', y') + A e^{jz\pi y'\alpha}|^2 = & \\ |G(x', y')|^2 + A^2 + AG(x', y')e^{-jz\pi y'\alpha} + & \\ AG^*(x', y')e^{jz\pi y'\alpha} & \end{aligned} \quad (13)$$

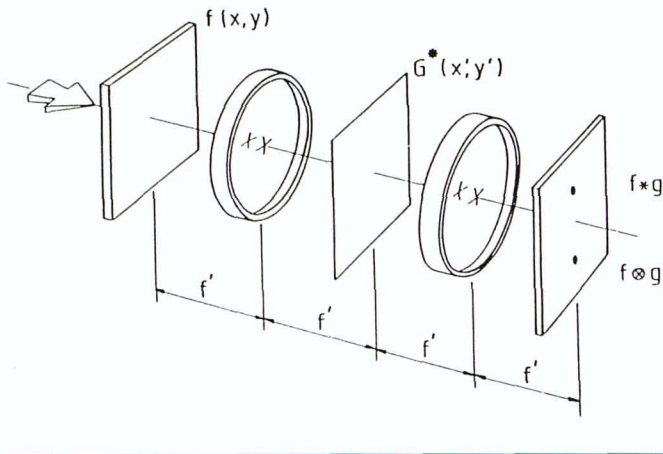


Figura 3: Correlador de Vander Lugt. Disseny d'un correlador 4f de llum paral·lela

El filtre construït d'aquesta manera rep el nom de *filtre adaptat*. Es multiplica la funció  $F(x', y')$  per cada un dels sumands. En passar per la segona lent, en el pla de correlació s'obté

$$A^2 f(x'', y'') + C_1 g(x'', y'') \otimes g(x'', y'') * f(x'', y'') + C_2 [g(x'', y'') * f(x'', y'') * \delta(x'', y'' + \alpha \lambda f') + g(x'', y'') \otimes f(x'', y'') * \delta(x'', y'' - \alpha \lambda f')] \quad (14)$$

on  $C_1$  i  $C_2$  són dues constants i  $\delta(x, y)$  és la delta de Dirac.

Els dos primers termes, centrats en l'origen, no aporten informació. El tercer i quart sumands estan disposats simètricament a una distància  $\alpha \lambda f'$  de l'origen (degut a la convolució amb les  $\delta$ ) i presenten més interès: un és la convolució de  $f$  i  $g$  i l'altre és la correlació de  $f$  i  $g$ . D'aquesta manera s'ha aconseguit un mètode per obtenir òpticament  $g(x, y) \otimes f(x, y)$ .

### Mètodes digitals

Els mètodes òptics són poc versàtils ja que exigeixen fer ús de tècniques fotogràfiques acurades que dificulten el procés. Enfront d'això, existeix un nombre important d'algorismes que permeten codificar gràficament funcions complexes en un pla real. Cal guardar, en un únic pla, la informació de la part real i de la part imaginària que descriu el filtre  $G^*$ . La tècnica més usual consisteix a assignar a cada valor complex una cella dins la qual es dibuixa un rectangle més petit de manera que la seva àrea sigui proporcional al mòdul del complex i la seva posició a l'argument. Després, amb un procés fotogràfic ordinari es recull la informació en una transparència i s'introdueix al pla de Fourier en el banc òptic. En

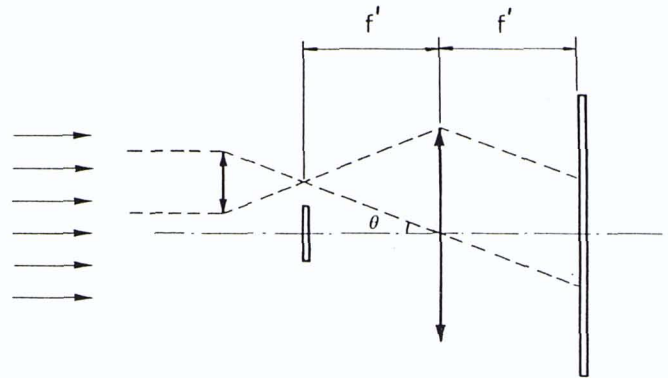


Figura 4: Registre hologràfic d'un filtre de Vander Lugt

realitat, el càlcul es fa de manera que la llum, després de difractar-se a la transparència, dona una ona emergent amb l'amplitud i la fase corresponents al mòdul i l'argument del filtre dissenyat (Tricoles, 1987).

Són molts els avantatges dels mètodes digitals respecte als òptics. En primer lloc, es codifica exclusivament  $G^*$ , sense necessitat d'incloure l'ona de referència que intervé en l'aparició del terme d'ordre zero i de la convolució (equació 14). En segon lloc, tot i que no s'ha eliminat l'obligat pas fotogràfic, aquest no representa grans problemes ja que es tracta d'obtenir una transparència convencional. Això, no obstant, es pot superar introduint dispositius magnetoòptics en el sistema òptic que permeten adreçar directament la funció  $G^*$  al banc.

### Reconeixement en temps real

La inclusió de dispositius magnetoòptics (moduladors, MOD) o els seus derivats com a perifèric gràfic, permeten estalviar el procés fotogràfic. Els moduladors òptics són elements que transformen un senyal elèctric en un determinat to de gris i es comporten com una transparència. D'aquesta manera és possible calcular  $G^*$  per mètodes digitals i adreçar la informació en un d'aquests dispositius.

### El correlador de transformades conjuntes (Joint transform correlator, JTC)

En els correladors estudiats anteriorment, el motiu a detectar en l'escena està codificat com un filtre, normalment amb components real i imaginària, que es col·loca entre el primer i el segon difractòmetre del muntatge. La preparació d'hologrames és difícil, en temps i en mètode, independentment del sistema, hologràfic o digital, emprat.

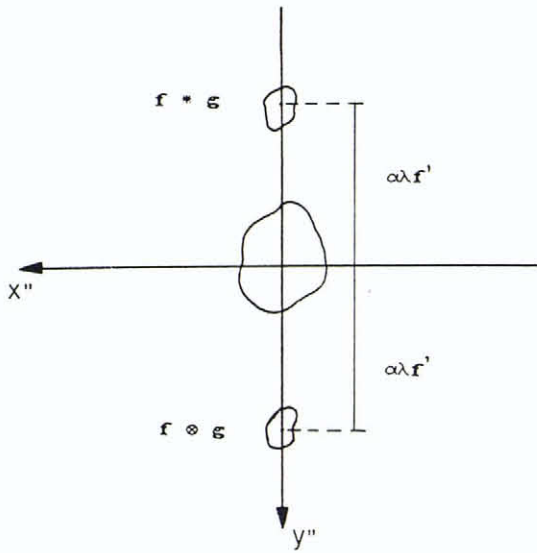


Figura 5: Pla de correlació en un correlador de Vander Lugt

L'arquitectura que es presenta en la figura 6 elimina el filtre en l'espai de Fourier. Per altre banda exigeix la presència d'un registre fotogràfic a la sortida del primer difractòmetre (Weaver, 1966). Aquest problema pot arribar a ser, comptant amb els mitjans adequats, quelcom positiu ja que elimina problemes amb les fases (equació 10).

Si anomenem  $g(x, y)$  al motiu que es desitja detectar i  $h(x, y)$  a l'escena on es realitza la detecció, l'amplitud de la transmitància en el pla de partida és:

$$u(x, y) = g(x, y) + h(x, y - y_0) \quad (15)$$

on  $y_0$  és la separació de l'escena a l'eix òptic. L'amplitud en el pla de Fourier és (tret de constants multiplicatives):

$$\mathcal{TF}[u(x, y)] = G(x', y') + H(x', y')e^{-2\pi j y_0 y' / \lambda f} \quad (16)$$

$G$  i  $H$  són les amplituds de la transformada de Fourier de  $g(x, y)$  i  $h(x, y)$  respectivament.

En el pas del primer difractòmetre al segon tenim un procés fotogràfic, que registra la intensitat de la amplitud anterior:

$$\begin{aligned} I(x', y') &= G^2(x', y') + H^2(x', y') + \\ &G(x', y')H^*(x', y')e^{2\pi j y_0 y' / \lambda f} + \\ &G^*(x', y')H(x', y')e^{-2\pi j y_0 y' / \lambda f} \end{aligned} \quad (17)$$

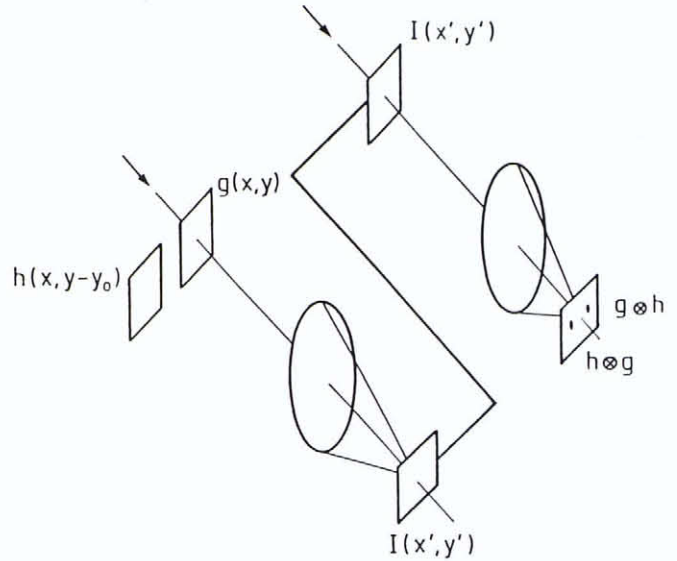


Figura 6: Correlador de transformades conjuntes

Introduint aquesta distribució d'intensitats en l'entrada del segon difractòmetre, en el pla de correlació, obtenim la següent amplitud

$$\begin{aligned} \mathcal{TF}[I(x', y')] &= \\ g(x'', y'') \otimes g(x'', y'') &+ h(x'', y'') \otimes h(x'', y'') + \\ [g(x'', y'') \otimes h(x'', y'')] &* \delta(x'', y'' - y_0) + \\ [h(x'', y'') \otimes g(x'', y'')] &* \delta(x'', y'' + y_0) \end{aligned} \quad (18)$$

Els dos primers termes corresponen a les autocorrelacions de l'escena amb ella mateixa i del motiu amb ell mateix. Aquests no aporten informació i són molestos, ja que recullen quasi tota l'energia i fan més difícil l'observació de la resta dels sumands. Les correlacions creuades són termes simètrics que apareixen a una distància  $y_0$  del centre degut a les convolucions amb les deltes de Dirac.

Estudiem el terme de correlació creuada: l'escena  $h(x, y)$  està formada per  $N$  figures diferents; una de les quals és precisament  $g(x, y)$ , el motiu a detectar. Això es pot expressar com:

$$h(x, y) = g(x, y) + \sum_{i=1}^{N-1} h_i(x, y) \quad (19)$$

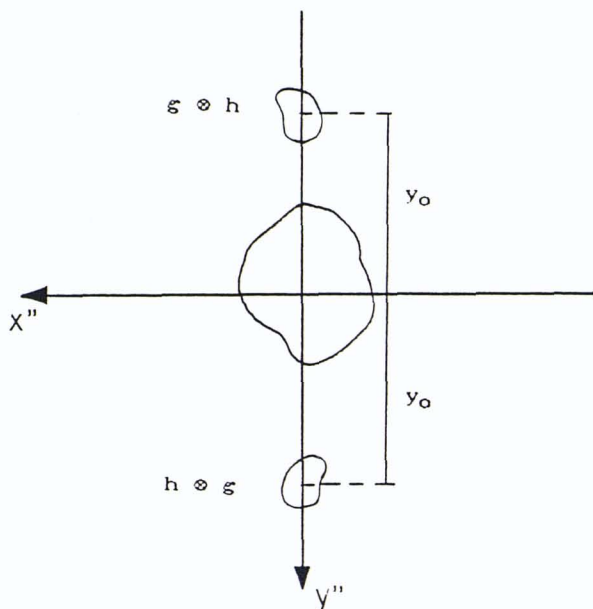


Figura 7: Pla de correlació en un correlador de transformades conjuntes

i si introduïm aquest sumatori en una de les correlacions creuades obtenim:

$$\{g(x'', y'') \otimes [g(x'', y'') + \sum_i h_i(x'', y'')]\} * \delta(x'', y'' - y_0) = [g(x'', y'') \otimes g(x'', y'')] * \delta(x'', y'' - y_0) + \{\sum_i [g(x'', y'') \otimes h_i(x'', y'')]\} * \delta(x'', y'' - y_0) \quad (20)$$

Com es pot veure, s'obtenen les correlacions creuades de l'objecte a detectar amb cada un dels objectes que formen l'escena. Òbviament, la correlació de valor més gran ha de ser  $g \otimes g$  i, per tant, la detecció queda assegurada.

### Reconeixement en temps real amb un correlador JTC

Com ja s'ha vist, el correlador de transformades conjuntes permet treballar sempre amb funcions reals, ja que la fase de les imatges queda codificada en les interferències que s'obtenen en el pla de Fourier (equacions 16 i 17). Això és un avantatge respecte als correladors de tipus Vander Lugt, ja que evita la codificació de filtres. De tota manera, el JTC no permet crear un conjunt de filtres intercanviables ja que en el pla de Fourier es re-

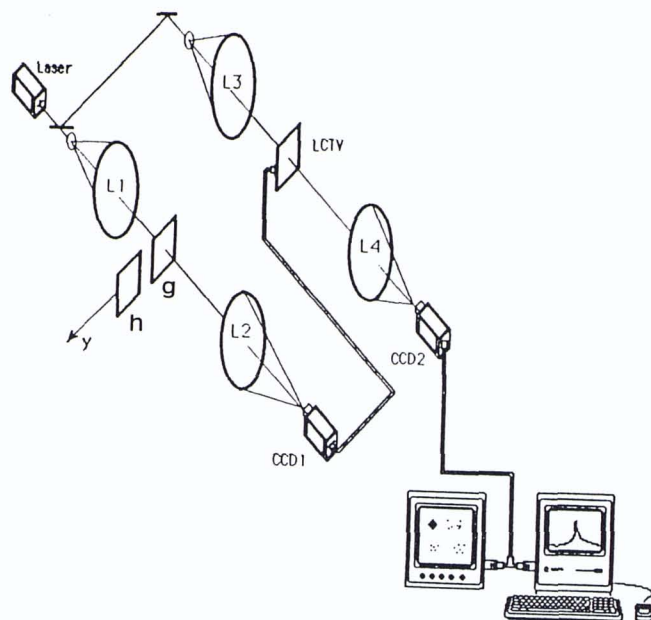


Figura 8: Dispositiu de reconeixement a temps real amb un correlador de transformades conjuntes

gistra simultàniament escena i motiu. En ambdós casos, tant en els correladors Vander Lugt com en el JTC, la detecció no pot ser en temps real.

Per superar això, s'han proposat muntatges basats en dispositius magnetoòptics (MOD) o pantalles de cristall líquid (LCLV) (Yu, 1984), que permeten passar de la primera etapa del correlador a la segona de forma immediata, o en temps real. D'aquesta manera, s'evita el procés fotogràfic obligat, en canviar la referència  $g(x, y)$  o l'escena  $h(x, y)$ . Per fer això es poden utilitzar cambres de vídeo que recullin la intensitat (17) i que la projectin directament sobre un d'aquests dispositius. Així s'elimina el pas fotogràfic intermedi i s'aconsegueix una detecció automàtica o en temps real.

Els dispositius magnetoòptics i les pantalles de cristall líquid, són elements de bones prestacions i alt cost. Per això, s'ha introduït la possibilitat de fer servir pantalles de televisió de cristall líquid comercial (LCTV) com a alternativa més econòmica amb unes pobres prestacions tècniques (molt baixa resolució i un escàs nombre de tons de gris) (Yu, 1987). Tot i això, s'ha comprovat que la utilització de LCTV en correladors permet aconseguir una detecció correcta en diferents situacions experimentals (Vallmitjana, 1990b).

A continuació es presenten els resultats d'un procés de reconeixement òptic de formes a temps real utilitzant un correlador de transformades conjuntes amb pantalles de cristall líquid (figura 8).

L'objecte de prova (*escena*) es representa en la figura 9a. La forma a reconèixer (*motiu*) és la lletra K. En la figura 9b. es representa la sortida en intensitat del primer transformador i en la figura 9c. la mateixa distribució tal com es visualitza a la pantalla LCTV, constituint l'entrada del segon transformador. La figura 9d mostra la intensitat en el pla de correlació, corresponent a l'expressió (18) i la figura 7. S'observa clarament la zona de l'eix on se superposen les autocorrelacions i les dues zones laterals on apareixen les

correlacions creuades entre l'escena i el motiu (equació 20). La figura 9e. mostra una ampliació del pla de correlació on es pot veure que el mètode emprat reconeix perfectament la lletra K dins l'escena de la figura 9a.

Tot el procés descrit pot ser simulat per ordinador. La figura 10 representa la correlació digital entre l'escena i la lletra K. Comparant-la amb la figura 9e. es pot veure que hi ha una bona concordància entre les previsions teòriques i els resultats experimentals.

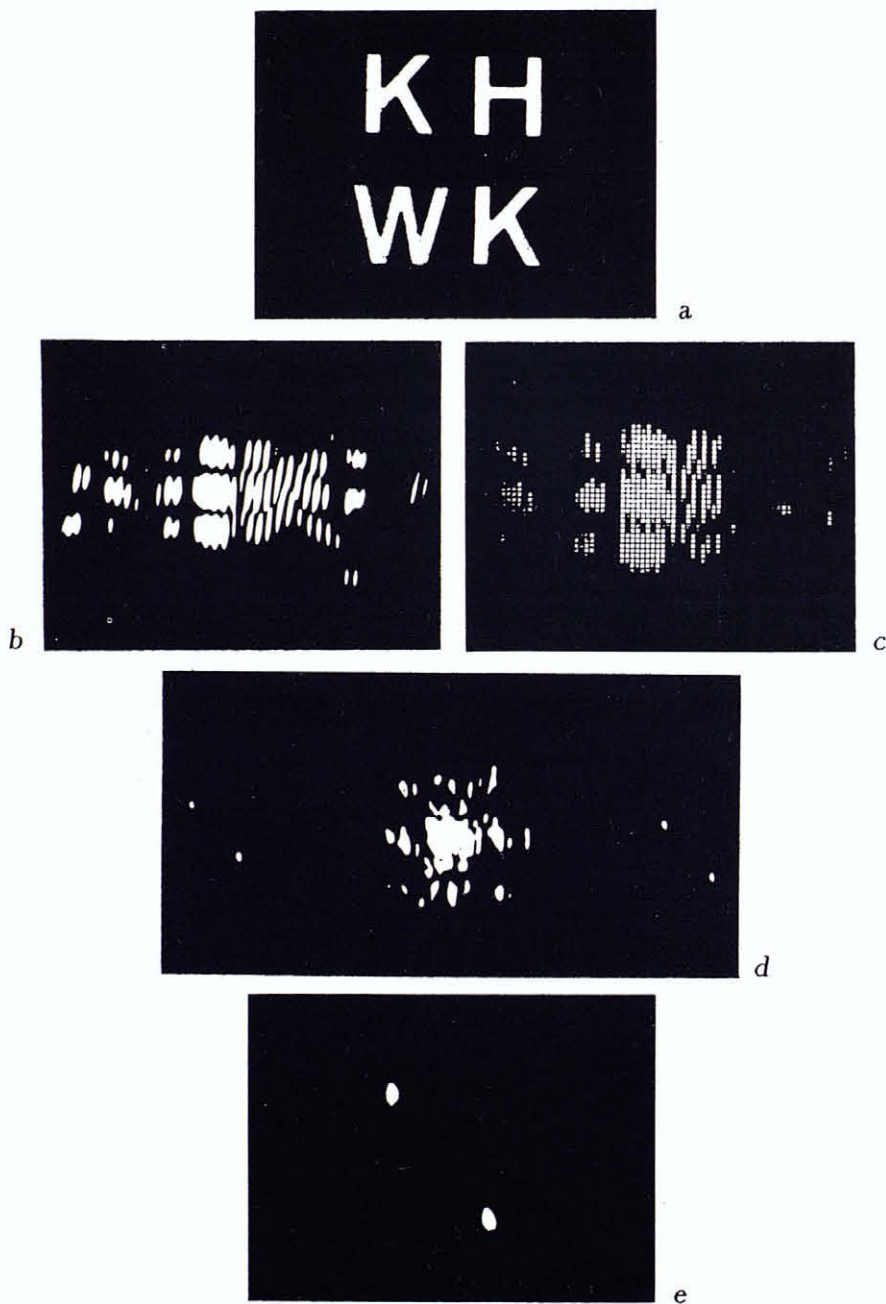


Figura 9: (a) Escena de prova. El motiu a detectar és el caracter K. (b) Intensitat en el pla de Fourier. (c) Transmissió a la pantalla LCTV. (d) Intensitat en el pla de correlació. (e) Correlació òptica entre l'escena i el motiu

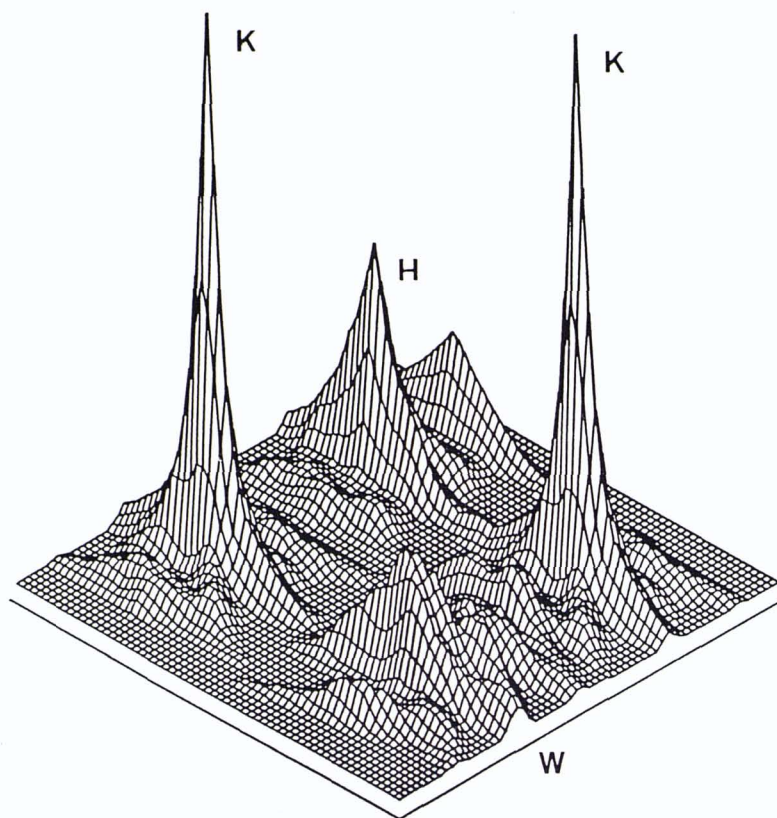


Figura 10: Simulació digital de la correlació entre l'escena i el motiu

## Bibliografia

- ARSENAULT, H. H., "Rotation invariant composite filters", *Proc. of SPIE*, **613**, 236 (1986).
- BORN, M. and WOLF, E., *Principles of optics*, Pergamon Press, Oxford (1975).
- CASASENT, D., "Coherent optical pattern recognition: a review", *Opt. Eng.*, **24**, 26 (1985).
- GOODMAN, J. W., *Introduccion to Fourier optics*, Mc Graw-Hill B.C., New York, (1968).
- HORNER, J. L., ed., *Optical Signal Processing*, Academic Press, San Diego, (1987).
- PAPOULIS, A., *The Fourier integral and its applications*, Mc Graw-Hill B.C., New York, (1962).
- STARK, H., *Applications of Optical Fourier Transforms*, Academic Press, Orlando, (1982).
- TRICOLES, G., "Computer generated holograms: an historical review", *Appl. Opt.*, **26**, 4351, (1987).
- VALLMITJANA, S., JUVELLS, I., BOSCH, S., MONEO, J. R. de F., "Scale tunable telediffractometer. Use in optical correlation", *Proc. of SPIE*, **1319**, 429, (1990).
- VALLMITJANA, S., JUVELLS, I., CARNICER, A., MONEO, J. R. de F., "Experimental realization of a real time image recognition by a joint transform correlator. Saturation effects", *Opt. Eng.* (submitted).
- VANDER LUGT, A., "Signal detection by complex spatial filtering", *IEEE Trans. Inform. Theory*, IT-10, 139, (1964).
- VANDER LUGT, A., "Operational notation for the analysis and synthesis of optical data-processing systems", *Proc. IEEE*, **54**, 1055, (1966).
- "Vision 87", Detroit (Michigan). Conference Proceedings, North Holland, Amsterdam, (1987).
- WEAVER, C. S., GOODMAN, J. W., "A technique for optically convolving two functions", *Appl. Opt.*, **5**, 1248, (1966).
- YU, F. T. S., JUTAMULIA, S., LIN, T. W., GREGORY, D. A., "Adaptive real-time pattern recognition using a liquid cristal TV based joint-transform correlator", *Appl. Opt.*, **26**, 1370, (1987).
- YU, F. T. S., LU, X. J., "A real-time programmable joint transform correlator", *Opt. Commun.*, **52**, 10, (1984).