

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНОГО ШЛІФУВАННЯ ПЕРИФЕРІЄЮ КРУГА

Гнітько С. М., Шпилька А. М., Шпилька М. М., Кравченко С. І.

1. Вступ

При обробці металів різанням в системі верстат – пристосування – інструмент – деталь виникають вібрації, що приводять до зниження якості оброблюваних поверхонь. З метою застосування ефективних методів гасіння цих коливань необхідно розробити раціональні методики визначення їх амплітудно-частотних характеристик. Однією із причин виникнення механічних коливань при виконанні шліфувальних операцій є радіальне биття на шліфувальному крузі. Радіальне биття виникає при першому встановленні шліфувального круга на верстат при відсутності правки і балансування. Також радіальне биття збільшується після певного часу виконання шліфувальної операції в наслідок виникнення хвилястості на робочій поверхні круга [1–4].

Постановка задач динаміки вібраційних систем може бути досить різноманітною. У самій загальній постановці вказані задачі зводяться до дослідження руху самої вібраційної машини й системи привод – вібраційна машина.

Актуальність дослідження полягає в створенні математичної моделі, яка дасть змогу дослідити рух шліфувальної системи та отримати залежності для визначення основних параметрів системи.

2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єкт дослідження – вібраційна система шліфування. Вібраційна система шліфування є стохастичною системою, тому дуже важко визначити її стан в той чи інший момент часу. Одним із проблемних місць об'єкту дослідження є визначення способу, яким буде виконано урахування закономірностей взаємного впливу основних параметрів руху системи.

Питання про облік розсіювання енергії в пружних елементах при дослідженні коливань пружної системи досить складне, тому що внутрішнє тертя залежить від ряду чинників, вплив яких досить складний і практично не підлягає прямому обліку. Серед множини гіпотез, які описують дисипативні сили, останнім часом найбільше поширення одержала гіпотеза Кельвіна-Фойгта.

При порівняній простоті ця гіпотеза з достатньою точністю характеризує дисипативні сили, що виникають під час деформації пружних в'язей і забезпечує достатню збіжність з експериментальними даними [5]. Тому в даному дослідженні будемо використовувати вказану гіпотезу для опису сил, що виникають у пружних в'язях вібраційної системи.

3. Мета та задачі дослідження

Мета дослідження – отримання математичної моделі вібраційної системи шліфування, яка дозволяє простежити основні закономірності руху, одержати

аналітичні залежності руху шліфувальних кругів, перехід системи через проміжні резонанси, шляхи перетворення й розсіювання енергії в системі.

Для досягнення поставленої мети необхідно:

1. Отримати аналітичні залежності руху системи шліфування із поздовжньою подачею.

2. З використанням рівнянь Нільсена отримати залежності руху вібраційної системи без врахування нерівності профілю шліфувального круга.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

В якості приводного двигуна шліфувального верстату використовується трифазний асинхронний електродвигун. Оскільки всяке реальне джерело енергії має обмежену потужність, виникає необхідність в урахуванні процесів взаємодії приводу з вібраційною машиною. Важливість і складність даного завдання визначили велике число присвячених йому досліджень [6–12].

Автори роботи [13] указують на те, що динамічні процеси в механічній частині коливальної системи і динамічні явища в електродвигуні знаходяться в безпосередньому зв'язку.

Однак у дослідженнях [14] показано, що за умови, коли величина електромеханічної постійної часу більш ніж у три рази перевищує значення електромагнітної постійної часу, вплив електромагнітних процесів на динаміку механічної системи можна не враховувати. Таким чином, виникає можливість використовувати при розрахунку не динамічну, а статичну характеристику двигуна.

Дослідження [15] показують, що при використанні у вібраційних системах асинхронних електродвигунів, електромагнітна постійна часу мізерно мала в порівнянні з електромеханічною постійною часу.

Автор роботи [16] пропонує підхід, заснований на використанні статичних характеристик джерел енергії при проведенні динамічних розрахунків.

Автори роботи [17] вказують, що закон руху ротора приводного двигуна має такий вигляд:

$$\varphi = \omega \cdot t + d(t), \quad (1)$$

де $d(t)$ – періодична функція часу.

Таким чином, на рівномірне обертання ротора з кутовою швидкістю ω накладаються періодичні коливання, але величина цих коливань невелика, що підтверджується на підставі експериментальних досліджень [18].

5. Методи досліджень

В ході роботи застосовувались аналітичні методи досліджень, основані на базових принципах теорії механічних коливань та теоретичних напрацювань вчених в даній галузі.

В даній роботі при складанні диференціальних рівнянь руху вібраційної системи шліфування питання про врахування нерівномірності обертання

приводних валів верстатів навмисне не ставилося, але обрана розрахункова схема повинна допускати можливість такого врахування.

6. Результати досліджень

Розглянемо вібраційну систему при поперечному шліфуванні. Тоді шліфувальний круг буде обертатися в площинах, перпендикулярних напрямку переміщення заготовки. Будемо розглядати рух вібраційної системи з жорстко закріпленою на верстаті заготовкою, так що вібраційну систему можна вважати одномасною моделлю. Розрахункову схему вібраційної системи приймемо у вигляді системи з чотирма ступенями вільності (рис. 1).

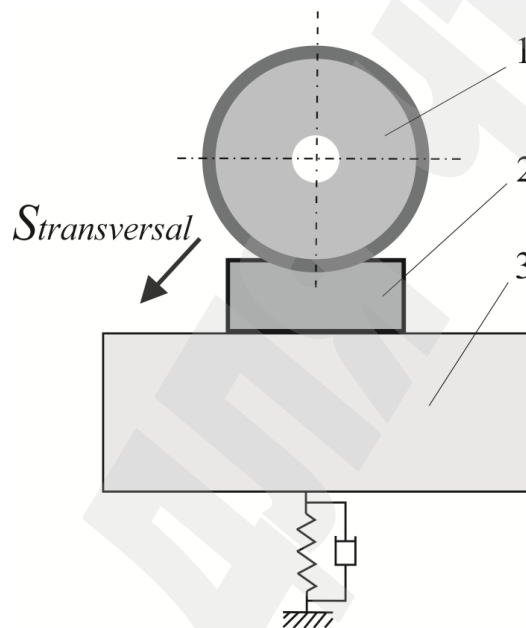


Рис. 1. Схема вібраційної системи при поперечному шліфуванні:

1 – шліфувальний (алмазний) круг; 2 – зразок; 3 – затискне пристосування

Узагальненими координатами є: вертикальне переміщення z , горизонтальні переміщення x і y й кут повороту φ шліфувального круга. Питання про зв'язки між основними масами, що рухаються в реальній вібраційній системі досить складне, й визначити всі чинники, що описують їхню взаємодію, практично неможливо. Тому для визначення основних закономірностей руху вібраційної системи прийнято розрахункові схеми, побудовані на основі припущень, звичайних для більшості прикладних задач динаміки вібраційних систем.

При цьому основні маси, що рухаються, представлені абсолютно жорсткими. Маси пружних в'язей внаслідок їх відносної малості в розрахунках не враховуються.

Для побудови математичної моделі вібраційної системи скористаємося рівняннями Нільсена. У даному випадку вони будуть мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{x}} - 2 \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x; \quad \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{y}} - 2 \frac{\partial T}{\partial y} = Q_y; \\ \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{z}} - 2 \frac{\partial T}{\partial z} = Q_z; \quad \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{\varphi}} - 2 \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

де T – кінетична енергія системи; \dot{T} – повна похідна за часом від кінетичної енергії; Q_x, Q_y, Q_z, Q_φ – узагальнені сили, які відповідають узагальненим координатам.

Знайдемо кінетичну енергію системи як суму кінетичних енергій механізму подачі, що знаходиться в поступальному русі:

$$T_k = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}{2};$$

і обертальних частин, що знаходяться в складному (плоскому) русі:

$$T_D = \frac{m_\partial v_c^2}{2} + \frac{I_{cx} \dot{\varphi}^2}{2},$$

де v_c – швидкість точки С (центру мас нерівноважених частин); I_{cx} – момент інерції нерівноважених частин відносно осі, що проходить через точку С.

Швидкість точки С складається з переносної й відносної швидкостей:

$$\begin{aligned} \vec{v}_c &= \vec{v}_e + \vec{v}_r; \\ \vec{v}_e &= \vec{i} \dot{x} + \vec{j} \dot{y} + \vec{k} \dot{z}; \\ \vec{v}_r &= \vec{j} v_r \cos \varphi - \vec{k} v_r \sin \varphi; \\ v_r &= \dot{\varphi} e. \end{aligned}$$

У такому разі:

$$v_c^2 = \dot{x}^2 + (\dot{y} + \dot{\varphi} e \cos \varphi)^2 + (\dot{z} - \dot{\varphi} e \sin \varphi)^2.$$

Звідси повна кінетична енергія системи буде:

$$T = \frac{m + 2m_u}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + m_u e \dot{\varphi} (\dot{y} \cos \varphi - \dot{z} \sin \varphi) + \frac{I_{rx} \cdot \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (3)$$

де $I_{ox} = I_{cx} + m_\partial e^2$.

Визначимо повну похідну від кінетичної енергії за часом:

$$\dot{T} = (m + 2m_o) \cdot (\ddot{x} \cdot \dot{x} + \ddot{y} \cdot \dot{y} + \ddot{z} \cdot \dot{z}) + m_o e \ddot{\phi} (\dot{y} \cos \phi - \dot{z} \sin \phi) + m_o e \dot{\phi} (\ddot{y} \cos \phi - \ddot{z} \sin \phi) - m_o e \dot{\phi}^2 (\dot{z} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi) + I_{ox} \cdot \ddot{\phi} \cdot \dot{\phi}.$$

Запишемо часткові похідні, що входять у ліву частину рівнянь Нільсена:

$$\frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{x}} = (m + 2m_o) \dot{x};$$

$$\frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{y}} = (m + 2m_o) \dot{y} + m_o e \ddot{\phi} \cos \phi - m_o e \dot{\phi}^2 \sin \phi;$$

$$\frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{z}} = (m + 2m_o) \dot{z} - m_o e \ddot{\phi} \sin \phi - m_o e \dot{\phi}^2 \cos \phi;$$

$$\frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{\phi}} = I_{ox} \ddot{\phi} + m_o e [(\ddot{y} \cos \phi - \ddot{z} \sin \phi) - 2\dot{\phi} (\dot{y} \sin \phi + \dot{z} \cos \phi)];$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \phi} = -m_o e \dot{\phi} (\dot{y} \sin \phi + \dot{z} \cos \phi).$$

Визначимо узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам системи:

$$Q_x = T_n - P^x; \quad Q_y = -P_{mp}^y;$$

$$Q_z = -c z - \alpha \dot{z}; \tag{4}$$

$$Q_\phi = -m_o g e \sin \phi + M_{д} - M_{с},$$

де C – коефіцієнт жорсткості, який характеризує пружні сили, що виникають в системі; α – коефіцієнт, який характеризує розсіювання енергії.

Визначимо проєкції сили різання на осі Z , X і Y таким чином [15]:

$$P_{x(z)} = \frac{N_{\kappa} 1000 \eta_1}{V_{\kappa}};$$

$$P_{y(x)} = \frac{(0,1...0,2) N_{\kappa} 1000 \eta_1}{V_{\kappa}}, \tag{5}$$

де N_{κ} – потужність, що необхідна для обертання круга, кВт; η_1 – ККД приводу алмазного круга; V_{κ} – лінійна швидкість обертання круга:

$$V_{\kappa} = \dot{\phi} r,$$

де r – радіус шліфувального круга.

Підставимо отримані результати в рівняння Нільсена й одержимо результат:

$$(m + 2m_{\partial})\ddot{x} = T_n - P_x, \quad (6)$$

$$(m + 2m_{\partial})\ddot{y} + m_{\partial} e \ddot{\varphi} \cos \varphi - m_{\partial} e \dot{\varphi}^2 \sin \varphi = -P_y; \quad (7)$$

$$(m + m_{\partial})\ddot{z} - m_{\partial} e \ddot{\varphi} \sin \varphi - m_{\partial} e \dot{\varphi}^2 \cos \varphi = -c z - \alpha \dot{z}; \quad (8)$$

$$I_{ox} \ddot{\varphi} + m_{\partial} e (\ddot{y} \cos \varphi - \ddot{z} \sin \varphi) = -m_{\partial} g e \sin \varphi + M_D - M_C. \quad (9)$$

Математична модель в цьому випадку матиме такий вигляд:

$$(m + 2m_{\partial})\ddot{x} - T_n + P_x = 0; \quad (10)$$

$$(m + 2m_{\partial})\ddot{y} + P_y = -m_{\partial} e \frac{d^2}{dt^2} \sin \varphi; \quad (11)$$

$$(m + 2m_{\partial})\ddot{z} + c z + \alpha \dot{z} = -m_{\partial} e \frac{d^2}{dt^2} \cos \varphi; \quad (12)$$

$$I_{ox} \ddot{\varphi} + m_{\partial} e (\ddot{y} \cos \varphi - \ddot{z} \sin \varphi) + m_{\partial} g e \sin \varphi = M_D - M_C, \quad (13)$$

де M_D – обертаючий момент двигуна, приведений до валу верстату; m – маса рухомих частин верстата; m_{∂} – маса неврівноважених частин; M_C – момент сил опору на валу верстату; I_{ox} – момент інерції частин, які обертаються, відносно осі валу верстату.

З досвіду розв'язання більш простих задач дійдемо до висновку, що вирішення приведених систем диференціальних нелінійних рівнянь ні в елементарних функціях, ні в квадратурах виразити неможливо, тому для аналізу складених математичних моделей доцільно застосовувати чисельні методи.

7. SWOT-аналіз результатів дослідження

Strengths. Серед сильних сторін даного дослідження слід відзначити, що за допомогою отриманої моделі вібраційної системи шліфування можливо аналітично дослідити взаємозалежність основних параметрів шліфування для визначення їх ефективного співвідношення на основі аналізу отриманих залежностей.

Weaknesses. Математична модель вібраційної системи розроблена без врахування нерівності профілю шліфувального круга, що призводить до певної розбіжності прийнятої моделі з реальною системою.

Opportunities. Додаткові можливості, що забезпечують досягнення мети дослідження, є зменшення обсягів експериментальних досліджень для

перевірки отриманих аналітичних залежностей для процесів шліфувальних операцій. Зменшення об'єму експериментальних досліджень призведе до економії ресурсів і часу.

Threats. Труднощі у впровадженні виконаних розробок пов'язані з наступними факторами. Перший з них – шліфувальна операція є стохастичним процесом, тому практично неможливо врахувати всі фактори, що впливають на коливальну систему. Другий фактор – в ході експериментальних досліджень важко зареєструвати відчутний ефект від зміни параметрів коливальної системи, тому впровадження даної розробки потребуватиме додаткових затрат на експериментальну перевірку результатів отриманих аналітичним шляхом.

Таким чином, SWOT-аналіз результатів розробок дозволяє означити основні напрямки для успішного досягнення поставленої мети. Серед них:

- застосування отриманих залежностей може спростити проведення експериментальних досліджень;
- аналітичне моделювання шліфувальної обробки дає змогу розширення можливостей підвищення ефективності процесу.

8. Висновки

1. Отримано аналітичні залежності руху системи шліфування із поздовжньою подачею у вигляді диференціальних рівнянь, які враховують основні параметри системи привод-верстат-шліфувальний інструмент-заготовка та визначають їх взаємозалежність. Це дозволяє проводити теоретичні дослідження процесів для встановлення доцільних режимів шліфування.

2. З використанням алгоритму Нільсена отримано залежності руху вібраційної системи без врахування нерівності профілю шліфувального круга, які дозволяють прогнозувати положення шліфувального інструменту в ході обробки в будь-який момент часу. Це дає змогу детально вивчити стани вібраційної системи шліфування в різних умовах і розробити заходи по підвищенню ефективності процесу шліфування за рахунок правильного вибору режимів шліфування (швидкість подачі, швидкість обертання шліфувального круга, глибина шліфування та ін.).

Література

1. Reznikov, A. N. Abrazivnaia i almaznaia obrabotka materialov [Text]: Handbook / ed. by A. N. Reznikov. – Moscow: Mashinostroenie, 1977. – 391 p.
2. Baikalov, A. K. Vvedenie v teoriuu shlifovaniia materialov [Text] / A. K. Baikalov. – Kyiv: Naukova dumka, 1978. – 207 p.
3. Burdun, G. D. Metody i sredstva kontroliia kachestva almaznogo instrumenta [Text] / G. D. Burdun, V. F. Surogin, V. G. Darevskii. – Moscow: Mashinostroenie, 1979. – 119 p.
4. Veits, V. L. Vynuzhdennye kolebaniia v metallorzhushchih stankah [Text] / V. L. Veits, V. K. Donshanskii, V. I. Chiriaev. – Leningrad: Mashgiz, 1959. – 287 p.
5. Gusev, B. V. Udarno-vibratsionnaia tehnologiia uplotneniia betonnyh smesei [Text] / B. V. Gusev, A. D. Deminov et al. – Moscow: Stroizdat, 1982. – 152 p.

6. Srinivasan, K. Grinding Chatter and Vibrations [Text] / K. Srinivasan // Handbook of Modern Grinding Technology. – 1986. – P. 119–169. doi:10.1007/978-1-4613-1965-8_6
7. Hashimoto, F. Growing Mechanism of Chatter Vibrations in Grinding Processes and Chatter Stabilization Index of Grinding Wheel [Text] / F. Hashimoto, A. Kanai, M. Miyashita, K. Okamura // CIRP Annals. – 1984. – Vol. 33, No. 1. – P. 259–263. doi:10.1016/s0007-8506(07)61421-8
8. Han, Q. K. Nonlinearity Analysis and Wavelet Package Transform of Measured Chatter Vibrations in Grinding Process [Text] / Q. K. Han, B. C. Wen // Key Engineering Materials. – 2008. – Vol. 359-360. – P. 494–498. doi:10.4028/www.scientific.net/kem.359-360.494
9. Altintas, Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design [Text] / Y. Altintas. – Cambridge: Cambridge University Press, 2012. – 336 p. doi:10.1017/cbo9780511843723
10. An experimental study on chatter vibrations in grinding operations [Text] // Wear. – 1958. – Vol. 2, No. 2. – P. 161. doi:10.1016/0043-1648(58)90496-4
11. Dudás, I. Grinding wheel profiling devices [Text] / I. Dudás // The Theory and Practice of Worm Gear Drives. – 2004. – P. 182–199. doi:10.1016/b978-190399661-4/50008-3
12. Ohmori, H. Highly Efficient Grinding of Ceramic Parts by Electrolytic In-Process Dressing (ELID) Grinding [Text] / H. Ohmori, I. Takahashi, B. P. Bandyopadhyay // Materials and Manufacturing Processes. – 1996. – Vol. 11, No. 1. – P. 31–44. doi:10.1080/10426919608947459
13. Veits, V. L. Nekotorye voprosy dinamiki mashin s elektroprivodom [Text] / V. L. Veits, V. L. Dobroslavskii // Trudy semira TMM. – 1962. – Vol. XXIII, No. 91. – P. 54–66.
14. Kazovskii, E. Ya. Perehodnye protsessy v elektricheskikh mashinah peremennogo toka [Text] / E. Ya. Kazovskii. – Moscow; Leningrad: AN SSSR, 1962. – 624 p.
15. Poturaev, V. N. Dinamika vertikal'nykh vibrokonveierov s uchetom vliianiem massy transportiruемого материала i svoistv istochnika energii [Text] / V. N. Poturaev, A. G. Chervonenko // Mehanika mashin. – 1971. – Vol. 29-30. – P. 25–36.
16. Kononenko, V. O. Kolebatel'nye sistemy s ogranichennym vozbuzhdeniem [Text] / V. O. Kononenko. – Moscow: Nauka, 1964. – 256 p.
17. Panovko, Ya. G. Ustoichivost' i kolebaniia uprugih sistem [Text] / Ya. G. Panovko, I. I. Gubanova. – Moscow: Nauka, 1979. – 384 p.
18. Karpov, N. A. Ustoichivost' form statsionarnykh dvizhenii vibriruiushchih organov putevykh i stroitel'nykh mashin [Text] / N. A. Karpov. – Moscow: Transport, 1970. – 168 p.
19. Mazur, N. P. Osnovy teorii rezaniia materialov [Text]: Handbook / N. P. Mazur, Yu. N. Vnukov, A. I. Grabchenko, V. L. Dobroskok, V. A. Zaloga, Yu. K. Novoselov, F. Ya. Yakubov; ed. by N. P. Mazur, A. I. Grabchenko. – Ed. 2. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2013. – 534 p.