

УДК 519.21

DOI: 10.15587/1729-4061.2020.201397

## Використання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації шумових завад для збільшення співвідношення сигнал/завада

В. В. Козловський, Л. М. Щербак, Г. В. Мартинюк, Р. О. Жаровський,  
Ю. В. Баланюк, Ю. П. Бойко

*В системах управління актуальною проблемою є зменшення впливу шумових завад з метою збільшення співвідношення сигнал/завада (SNR). Ця проблема є також актуальною для інших технічних систем. Дана робота присвячена ортогональній лагерровській фільтрації шумових процесів, які описуються лінійними випадковими процесами. Запропонований метод фільтрації дає можливість зменшити вплив шумових завад, які описуються стаціонарними лінійними випадковими процесами, при роботі кореляційних систем. Ідея цього методу полягає у використанні ортогональних фільтрів Лагерра в якості вхідних ланок кореляційної системи.*

*На основі ортогональної лагерровської фільтрації стаціонарного білого шуму отримано послідовність шумових процесів, які некорельовані на значному часовому інтервалі їх взаємного зсуву. Такі процеси описуються стаціонарними лінійними випадковими процесами і є моделями широкого кола шумових завад, які досліджуються при роботі різних технічних систем, включаючи системи управління, виявлення, розпізнавання, вимірювання, тощо. При використанні такого методу зменшується вплив шумових завад з різними кореляційно-спектральними характеристиками і збільшується SNR на виході кореляційної системи. Для запропонованого адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації вирішуються практичні задачі зменшення дії стаціонарних шумових завад, для цього в статті наведена структурно-логічна схема кореляційної системи. За допомогою програмного забезпечення реалізовано алгоритм адаптивної фільтрації на базі складних фільтрів Лагерра. Реалізація була проведена для реальної шумової завади, яка належить до класу RLC шумів, з попереднім навчанням фільтру. Про ефективність зменшення впливу заданої стаціонарної шумової завади свідчать отримані коефіцієнти ефективності у розмірі  $-6$  дБ та  $-16$  дБ для множини точок занулення завади*

*Ключові слова: шумова стаціонарна завада, лінійний випадковий процес, ортогональний фільтр Лагерра, співвідношення сигнал/завада, кореляційна система*

### 1. Вступ

Інформаційні сигнали широко використовуються в різних сферах, в тому числі знайшли своє застосування в системах управління. Слід відмітити, що, враховуючи потужний інформаційний ресурс шумових сигналів, потенціальні можливості їх використання на сьогодні не вичерпані при створенні сучасних інформаційних технологій, розробці програмно-апаратних інформаційних та

керуючих систем. Це можна пояснити гіпотезою про те, що шумові сигнали в радіоелектронних системах розглядаються як завади і відповідно створювалася методологія їх досліджень по зменшенню інтенсивності і рівня впливу. Така методологія актуальна і на сьогодні при аналізі та синтезі технічних систем різного призначення. Це відноситься до проблематики завадостійкості систем.

Проблематика широкого кола задач обробки інформаційних сигналів при дії завад є загальновідомою. Для її вирішення використовуються класичні і сучасні методи. Теоретичним фундаментом досліджень шумових сигналів є граничні теорети суми незалежних випадкових величин, що знайшло подальший розвиток у теорії лінійних і гармонізованих випадкових процесів і полів. Практичним обґрунтуванням таких досліджень є стохастичний інтегральний фізичний механізм формування шумових сигналів і їх розповсюдження у різних середовищах.

Необхідно відмітити, що відомі методи зменшення відношення сигнал/завада базуються на використанні незначної низки теоретичних ідей. Прикладом може служити використання еталонної моделі гаусового випадкового процесу білого шуму в якості шумової завади [1]. Незважаючи на той факт, що неперервний білий шум фізично нереалізований, ця модель широко використовується.

## **2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми**

У роботі [1] при дослідженні бездротових систем передачі інформації використовується адаптивний фільтр заснований на методі найменших квадратів (LMS) для зменшення впливу шумової завади – гаусового білого шуму. Але ця робота загалом використовується тільки для боротьби з затуханням у бездротових системах передачі інформації. Результати використання оцінки відношення сигнал/завада (SNR) на основі фільтрації Калмана при дії гаусового білого шуму наведені в [2] при дослідженнях роботи когнітивних радіомереж (Cognitive Radio). Необхідно відмітити, що алгоритм фільтрації Калмана описано для роботи з гаусовим білим шумом, для якого прогнозується оцінка SNR, але не відмічено результати для інших видів шумових завад. Результати зміни динаміки числових рядів і текстурованих об'єктів при дослідженнях зображень з використанням еталонної моделі випадкового процесу гаусового білого шуму, як випадкового процесу з некорельованими (у широкому сенсі) або з незалежними (у вузькому сенсі) значеннями, розглянуті в [3]. Ці результати дають змогу оцінити наявність гаусового марковського випадкового поля в задачах виявлення текстурованого об'єкта на зашумленому зображенні. Було б доцільно подивитися, як ці результати можна застосовувати для інших предметних областей. В роботі [4] при дослідженні низьких рівнів SNR в системах виявлення об'єктів запропоновано використання двох нових детекторів при дії негаусових шумових завад. Але необхідно відмітити, що точність вимірювання параметрів корисного сигналу можлива у випадку корельованої негаусової завади. При комп'ютерному моделюванні задач розпізнавання об'єктів в умовах непрямой видимості (Non-Line-of-Sight) використовуються методи зворотної корелографії з застосуванням реалізацій білого шуму з рівномірним законом розподілу [5]. Цей метод є обмеженим через використання тільки корельованих негаусових завад. За результатами [6] використання методу зворотного фазового спектрального виявлення кореляції (Phase-Rotated Spectral

Correlation Detection) для спектральних досліджень забезпечують підвищення SNR у порівнянні з енергетичним та одноциклічним циклостаціонарним детектором. Детектори, які працюють за таким принципом, перевершують енергетичні детектори за аналітичними результатами та модельними експериментами, але є досить складними при технічній реалізації. Результати роботи чипа Xilinx Artix-7 FPGA при дослідженнях алгоритму ортогональної взаємної кореляції з сильним впливом гаусового білого шуму з метою підвищення SNR наведені в роботі [7]. Для реалізації алгоритму ортогональної взаємної кореляції досліджуваних сигналів генерується додатковий опорний сигнал, фазові характеристики якого зміщені на  $\pi/2$  відносно досліджуваного. Це відомий метод ортогоналізації сигналів, аналогічний методу формування квадратурних сигналів у фазових системах. Основні положення теорії і практики шумових завад наведені в [8]. В якості математичної моделі шумових завад використані лінійні випадкові процеси з безмежно подільними законами розподілу, включаючи гаусовий і пуассонівський. На практиці дослідження шумових завад, які найбільш часто використовуються при дослідженні радіоелектронних систем, є білі шуми, в тому числі теплові і дробові. Дана робота пропонує використання кореляційних ортогональних фільтрів для обробки геофізичних сигналів. Але реалізація такої ідеї не чітко сформульована і не наведені рекомендації її практичної реалізації. У задачах технічної діагностики запропоновано використовувати метод знаходження кусково-однорідних інтервалів шумових сигналів [9]. Такий метод зменшує вплив завадової компоненти за рахунок використання сингулярного спектрального аналізу та подальшої ковзної обробки шумової послідовності. Але при використанні такого методу необхідно чітко визначати порогові значення, які використовуються для ковзної обробки шумової послідовності, що не описано на практиці.

З наведеного аналізу випливає, що для збільшення SNR не повною мірою використані можливості зменшення значень знаменника такого співвідношення. В загальній постановці – це проблема підвищення завадостійкості технічних систем.

### **3. Мета та задачі дослідження**

Метою дослідження є забезпечення підвищення SNR на виході кореляційної системи за допомогою використання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації шумових завад. Такий підхід дасть можливість зменшити значення знаменника SNR.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі завдання:

- проаналізувати роботу кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами Лагерра при дії процесу білого шуму з безмежно подільними законами розподілу, як процесу з некорельованими значеннями для аналогового і цифрового варіантів;

- розробити функціональну структурно-логічну схему кореляційної системи зі складними ортогональними фільтрами Лагерра, яка дасть можливість використовувати їх на практиці;

- провести комп'ютерний моделюючий експеримент для обґрунтування зменшення впливу задади на виході кореляційної системи при використанні складних ортогональних фільтрів Лагерра.

#### 4. Аналіз роботи кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами Лагерра

Відгуки  $n$ -канальної лінійної системи фільтрів Лагерра  $\xi_n(\omega, t)$  при дії стаціонарного білого шуму  $\zeta(\omega, t)$  (рис. 1) некорельовані на півосі їх взаємного зсуву по часу як послідовність некорельованих лінійних стаціонарних випадкових процесів.

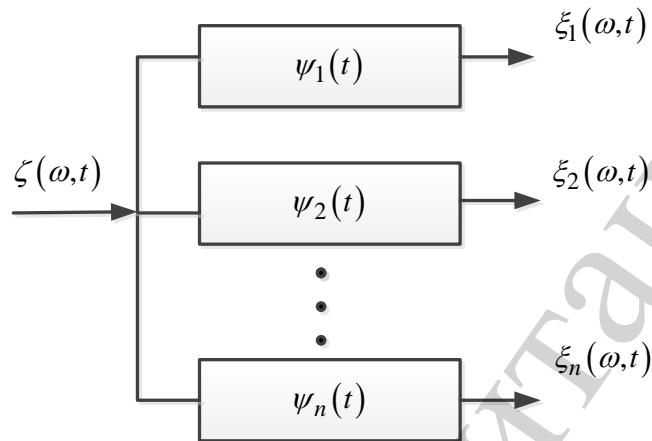


Рис. 1. Схематичне зображення формування системою фільтрів Лагерра послідовності  $n$  некорельованих на півосі взаємного зсуву по часу відгуків

Теоретичне обґрунтування запропонованого твердження базується на наступних результатах отриманих з використанням [9, 10].

Для неперервного випадку взаємна кореляційна функція відгуків фільтра Лагерра при умові  $n > m$  визначається так:

$$R_{mn}(\tau) = M\{\xi_m(\omega, t) \cdot \xi_n(\omega, t + \tau)\} = \begin{cases} (-1)^{m+n-2} \alpha^2 \sigma_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} L_{m-1}(2\alpha t) L_{n-1}(2\alpha(t + \tau)) \times \\ \times \exp(-2\alpha(t - \tau)) dt, & \tau \in (0, \infty), \\ 0, & \tau \in (-\infty, 0] \end{cases} \quad (1)$$

У даному виразі:  $\sigma_n^2$  – дисперсія центрованого неперервного вхідного випадкового процесу білого шуму,  $\{L_j(2\alpha t), j = 0, 1, 2, \dots, n\}$  – послідовність ортогональних неперервних поліномів Лагерра, параметр  $\alpha$  – параметр реалізації фільтрів Лагерра (для LC фільтрів  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , для RC фільтрів  $\alpha = \frac{1}{RC}$ ).

Для дискретного випадку – цифрових фільтрів Лагерра при умові  $n > m$  взаємна кореляційна функція їх відгуків при дії центрованого дискретного стаціонарного білого шуму визначається так:

$$r_{mn}(s_j) = \begin{cases} \frac{(-1)^{n-m} \sigma_\delta^2}{\sqrt{1 - \exp(-\lambda)}} \exp\left(\frac{-\lambda s_j}{2}\right) \times \\ \times \left[ l_{n-m}(s_j) - \exp\left(-\frac{\lambda}{2}\right) l_{n-m-1}(s_j) \right], j \in [1, \infty) \\ 0, j \in (-\infty, 0] \end{cases} \quad (2)$$

У даному виразі:  $\sigma_\delta^2$  – дисперсія центрованого дискретного стаціонарного білого шуму;  $\{l_i(s_j), i = 0, 1, 2, \dots\}$  – ортогональні поліноми Лагерра дискретного аргументу;  $\{s_j = j \cdot \Delta t, j \in Z\}$  – дискретна рівномірна ґратка, значення кроку  $\Delta t$  якої визначається умовами дискретизації по часу, а  $Z$  – множина цілих чисел;  $\lambda$  – параметр цифрових фільтрів Лагерра.

Основні положення теорії статистичних рішень і теорії лінійних випадкових процесів (ЛВП) дають можливість використання теоретичних результатів для розв’язання практичних задач.

Математична модель вхідної реальної шумової завади, яка описується стаціонарним ЛВП для дискретного випадку записується у вигляді

$$\xi(\omega, t_j) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \phi_0(t_j - \tau_i) \zeta(\omega, \tau_i), \quad (3)$$

відповідно автокореляційна функція моделі реальної шумової завади має вид:

$$r_o(s_j) = \sigma_\delta^2 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \phi_0(t_i) \phi_0(t_i + s_j), \quad (4)$$

де  $\phi_0(t_i)$  – імпульсна перехідна функція лінійного формуючого фільтра.

Типові неперервні реальні шумові завади можна умовно розділити на два види:

а) низькочастотні широкосмугові з формуючим фільтром

$$\phi_0(t) = \alpha \exp(-\alpha t) U(t),$$

де  $U(t_i)$  – функція Хевісайда,  $\alpha$  – параметр імпульсної перехідної функції фільтра (наприклад RC фільтра);

б) високочастотні вузькосмугові з формуючим фільтром

$$\phi_0(t) = e^{-\alpha t} \sin 2\pi f t,$$

де  $\alpha_i f$  – параметри імпульсної перехідної функції фільтра (наприклад, RLC фільтра). В ряді публікацій [4, 8] зустрічаються наступні назви реальних шумових завад, відповідно:

- а) RC шуми;
- б) RLC шуми.

При відомій статистиці реалізацій моделі (3), використання методів статистичної обробки часових рядів і теорії ЛВП, статистичні оцінки характеристик процесу  $\zeta(\omega, \tau_i)$  і функції  $\xi(\omega, t_j)$  визначаються однозначно. Також визнається статистична оцінка автокореляційної функції (4). Для розв'язку практичних задач необхідно додатково ввести наступні обмеження, які часто використовуються при дослідженнях роботи кореляційних систем. Статистична оцінка  $r_0(s_j)$  отримується при умові, що для моделі (3) виконуються дві ергодичні гіпотези, а саме стосовно математичного сподівання і кореляційної функції. Необхідність виконання ергодичних гіпотез для стаціонарного ЛВП пов'язана з тим, що алгоритм обчислення статистичної оцінки  $r_0(s_j)$  реалізує не оператор математичного сподівання моделі (3), а кореляційний оператор усереднення по часу реалізацій стаціонарного ЛВП.

Для того, щоб кореляційна система з вхідними фільтрами Лагерра на виході давала зменшення впливу завади, пропонується адаптивний метод ортогональної лагерровської фільтрації.

Основні положення даного методу базуються на наступному:

- використання ортогональної лагерровської фільтрації реальних шумових завад на основі складних цифрових фільтрів Лагерра (складні фільтри Лагерра) з відповідними ваговими коефіцієнтами;
- визначення автокореляційної функції вхідної шумової завади для формування на заданій послідовності зменшення значень цієї функції на відповідній послідовності часового зсуву;
- визначення вагових коефіцієнтів компонент складного фільтра Лагерра в залежності від заданої послідовності зменшення значень взаємнокореляційної функції шумової завади на виході системи;
- отримання зменшених значень взаємної кореляційної функції реальної шумової завади на виході кореляційної системи;
- оцінювання ефективності запропонованого методу.

Для реалізації даного методу була розроблена структурно-логічна схема.

## **5. Розробка схеми кореляційної системи зі складними ортогональними фільтрами Лагерра**

Функціональна структурно-логічна схема кореляційної системи зі складними фільтрами Лагерра представлена на рис. 2. Сам фільтр складається із послідовності фільтрів Лагерра, що з'єднані між собою паралельно (рис. 1) і в кожному з них незалежно формуються відгуки при дії завади.

Використання адаптивного методу на практиці передбачає етап навчання.

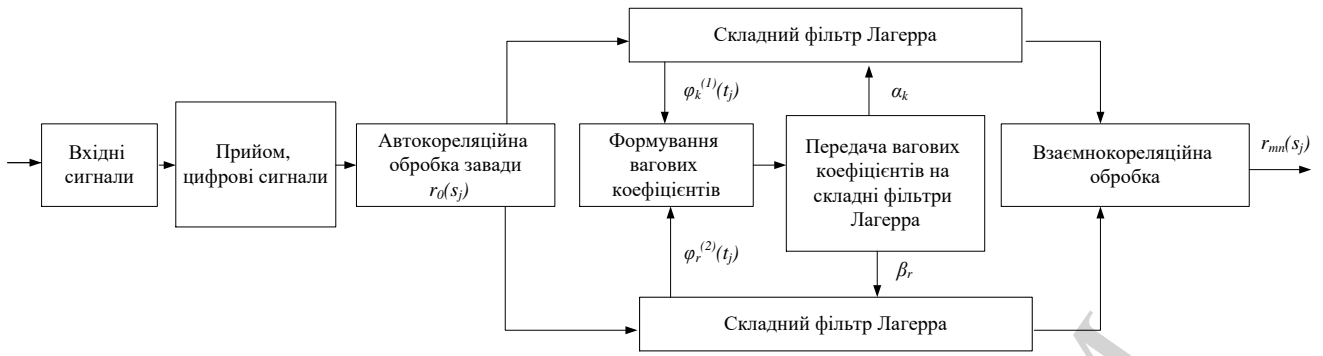


Рис. 2. Структурно-логічна схема кореляційної системи при реалізації адаптивного методу

На етапі навчання визначається автокореляційна функція  $r_0(s_j)$  вхідної шумової компоненти, яка описується стаціонарним ЛВП. На цьому етапі формуються складні фільтри Лагерра з імпульсними перехідними функціями  $\psi(t_j)$  виду

$$\begin{aligned} \psi_1(t_j) &= \sum_{k=1}^m \alpha_k \phi_k^{(1)}(t_j), \\ \psi_2(t_j) &= \sum_{r=1}^n \beta_r \phi_r^{(2)}(t_j), \end{aligned} \quad (5)$$

де:  $\{\phi_k^{(1)}(t_j), \phi_r^{(2)}(t_j), k \in [\overline{1, m}], r \in [\overline{1, n}]\}$  – система ортонормованих функцій Лагерра дискретного аргументу,  $\{\alpha_k, \beta_r, k \in [\overline{1, m}], r \in [\overline{1, n}]\}$  – дійсні числові вагові коефіцієнти, при цьому  $\phi_k^{(1)}(t_j) \neq \phi_r^{(2)}(t_j)$ ;  $\alpha_k \phi_k^{(1)}(t_j) \neq 0$ ;  $\beta_r \phi_r^{(2)}(t_j) \neq 0$ .

На виході кореляційної системи з урахуванням виразів (4) і (5) отримуємо відгук системи, як взаємну кореляційну функцію вхідної шумової завади у виді

$$r_{mn}(s_j) = \sigma_d^2 \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^n \alpha_k \beta_r h_{k,r}^{(1,2)}(\tau_i) r_0(s_j - \tau_i), \quad j \in (\overline{-\infty, \infty}), \quad (6)$$

де взаємне кореляційне перетворення складних фільтрів Лагерра визначається так:

$$h_{k,r}^{(1,2)}(\tau_i) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \phi_k^{(1)}(t_j) \phi_r^{(2)}(t_j + \tau_i), \quad i \in (\overline{-\infty, \infty}).$$

В загальному виді вираз (6) є алгоритмом функціонування кореляційної системи з вхідними складними фільтрами Лагерра при дії вхідної шумової завади, яка описується стаціонарним ЛВП у вигляді (3).

З метою зменшення впливу шумової завади необхідно послідовність значень взаємнокореляційної функції  $r_{mn}(s_j)$  прийняти за 0 на заданій множині точок часового зсуву  $s_j \in [-K, K]$ .

Після цього необхідно визначити вагові коефіцієнти  $\alpha_k$  і  $\beta_r$  у виразі (5), виходячи з умови, що  $K \leq m(n-1)$ . Для цього необхідно розв'язати систему рівнянь (6) при  $s_j \in [0, K]$  відносно невідомих  $\alpha_k$  і  $\beta_r$ , підбираючи  $m$  і  $n$  таким чином, щоб кількість рівнянь дорівнювала числу невідомих. Така кореляційна система з ортогональними фільтрами дає можливість забезпечити для вхідної шумової завади на множині зсувів  $s_j \in [-K, K]$  зменшені значення  $r_{mn}(s_j)$ .

Для оцінювання ефективності адаптивного методу зменшення впливу шумових завад використаємо вирази для обчислення наступних числових коефіцієнтів ефективності з використанням значень взаємної кореляційної функції  $r_{mn}(s_j)$  на інтервалі часових зсувів  $s_j \in [-P, P]$ :

$$A_1 = 10 \cdot \lg \frac{\frac{1}{2P} \sum_{j=-P}^P |\tilde{r}_{mn}(s_j)|}{\frac{1}{2P} \sum_{j=-P}^P |\tilde{r}_0(s_j)|}, \quad (7)$$

$$A_2 = 10 \cdot \lg \frac{\sqrt{\frac{1}{2P} \sum_{j=-P}^P \tilde{r}_{mn}^2(s_j)}}{\sqrt{\frac{1}{2P} \sum_{j=-P}^P \tilde{r}_0^2(s_j)}}. \quad (8)$$

В більшій мірі теоретично обґрунтовано використання виразу (8).

Кореляційна система з вхідними складними фільтрами Лагерра є адаптивною до:

- виду та значення інтенсивності вхідної шумової стаціонарної завади, що враховується її автокореляційною функцією;
- частотного діапазону досліджуваних завад, який визначається вибором параметра  $\lambda$  складних фільтрів Лагерра;
- числа каналів двох складних фільтрів Лагерра, що дає можливість отримати  $2m(n-1)$  значень послідовності зменшення кореляційної функції на виході системи.

Реалізація такої функціональної структурно-логічної схеми дає можливість практичного використання складних ортогональних фільтрів Лагерра для зменшення відношення сигнал/завада.



## 6. Результати комп'ютерного моделювання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації шумових завад

Реалізовано алгоритм адаптивної фільтрації на базі складних фільтрів Лагерра. Комп'ютерний моделюючий експеримент проводився з використанням середовища Visual C++.

Для проведення експерименту виконані наступні дії:

1. Отримано одну з реалізацій випадкового процесу. Для цього була використана функція для нормального розподілу псевдовипадкових величин

Вихідні дані:

Об'єм вибірки:  $N=10000$ .

Математичне сподівання  $M\zeta = 0$ .

Дисперсія  $D\zeta = 1$ .

Графік отриманої реалізації  $r(i)$  наведено на рис. 3.

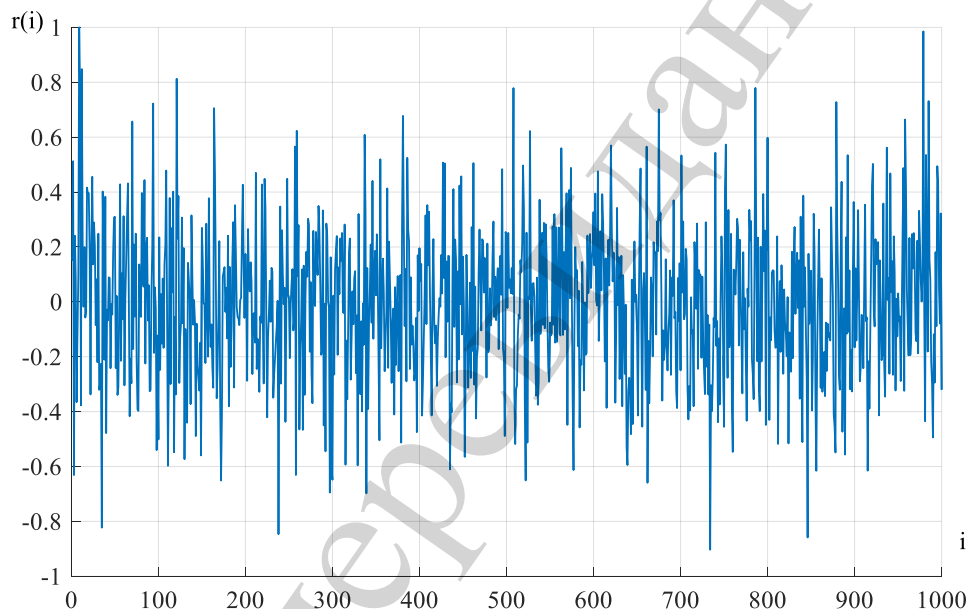


Рис. 3. Реалізація дискретного випадкового процесу (перші 1000 значень)

Обчислено оцінки математичного сподівання та дисперсії, що становили  $M\zeta = 0,0004$  та  $D\zeta = 0,9726$  відповідно.

Графік оцінки кореляційної функції однієї з реалізацій білого шуму  $R(s)$ , де  $s \in (0,10)$  зображений на рис. 4.

Отримані статистичні характеристики реалізації білого шуму підтверджують доцільність використання такого генератора для отримання вибірки значень з гауссовим законом розподілу. На основі отриманої реалізації буде проводитися подальше дослідження.

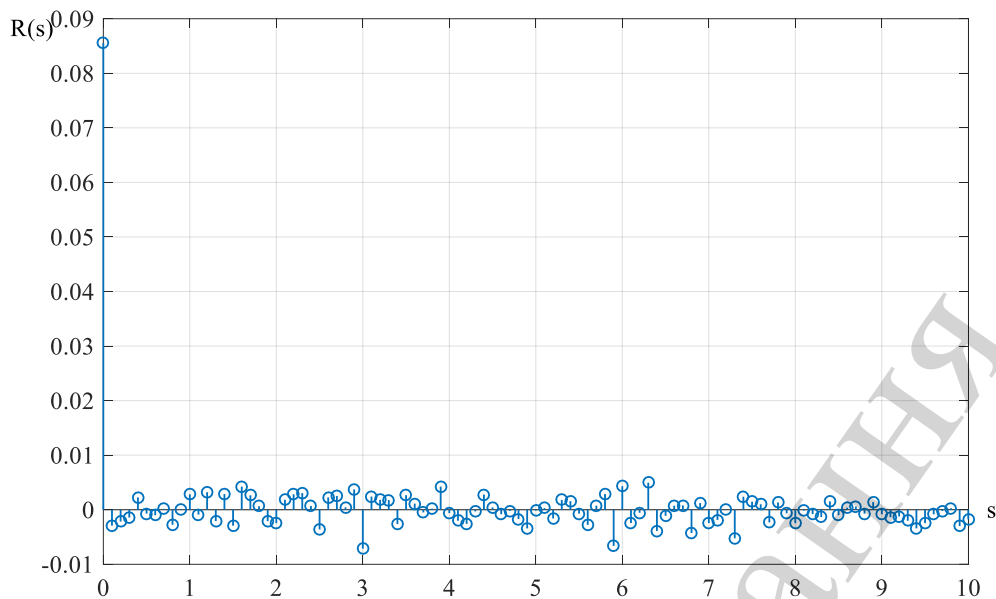


Рис 4. Графік оцінки кореляційної функції однієї з реалізацій білого шуму  $R(s)$

2. На основі вибірки значень з гауссовим законом розподілу було сформовано реалізацію RLC – шуму (рис. 5) для навчання фільтра

Вихідні дані:

Реалізація базового білого шуму.

Об’єм вибірки:  $N=10000$ .

Імпульсна перехідна функція RLC фільтра:  $\phi_0(t_i) = e^{-\alpha t_i} \sin 2\pi f t_i$ ,  $i \in [0, N]$ .

Параметр формуючого фільтра:  $\alpha = 0,1$ .

Частота:  $f = 0,17$ .

Графік оцінки автокореляційної функції реалізації RLC шуму  $R_0(s)$  де  $s_j \in (0,50)$ , зображений на рис. 6.

Як видно з отриманого графіку, автокореляційна функція шумової завади має досить великі значення, що впливає на відношення сигнал/завада на виході системи. Для того, щоб зменшити вплив завади в результаті експерименту, були зроблені наступні дії.

3. Обчислено оцінки вагових коефіцієнтів  $\beta_r$  на основі використання формули (6).

Вихідні дані:

Оцінка значень кореляційної функції RLC – шуму  $\tilde{r}_0(s_j)$ .

Кількість точок занулення – 15.

Параметр складного фільтра Лагерра  $\lambda = 0.1$ ;

$m = 1$ ;

$n = 16$ ;

$\alpha_k = \alpha_1 = 1$ ;

$r \in [2, 16]$ .

Значення взаємнокореляційної функції на етапі навчання необхідно прирівняти до  $r_{mn}(s_j) = 0$  на діапазоні  $s_j \in (0,15)$ .

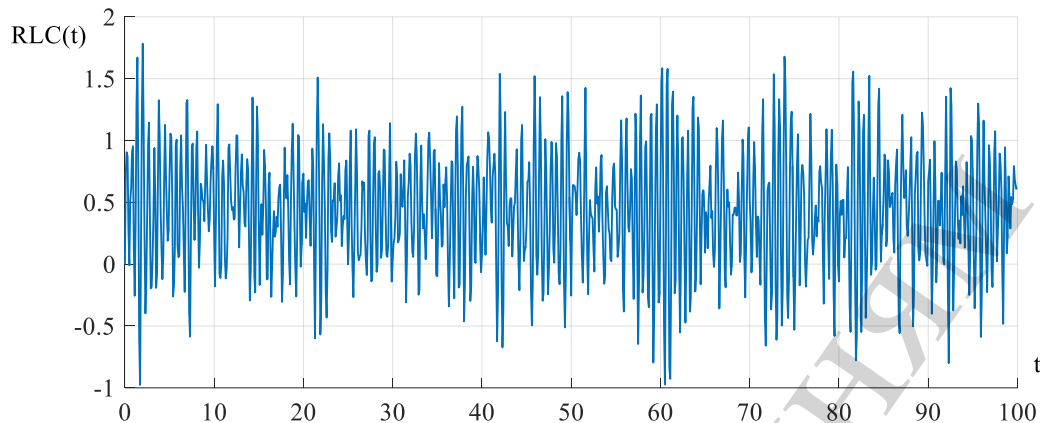


Рис. 5 Реалізація RLC шуму (перші 100 значень)

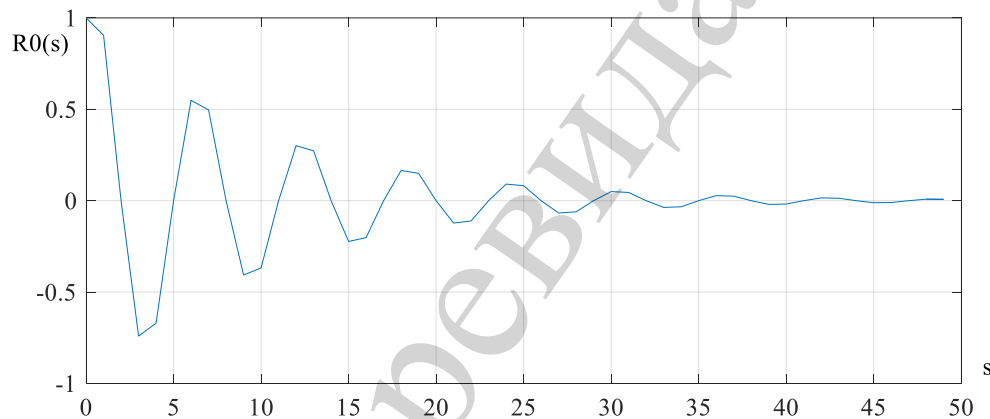


Рис. 6. Графік статистичної оцінки нормованої автокореляційної функції вхідної шумової завади на етапі навчання.

Було визначено матрицю коефіцієнтів при невідомих  $\beta_r$  в системі з 15 лінійних рівнянь (рис. 7).

Використовуючи отримані коефіцієнти було визначено значення коефіцієнтів  $\beta_r$  (рис. 8).

Необхідно перевірити правильність обчислення значеннями коефіцієнтів  $\beta_r$ . Для перевірки роботи фільтра достатньо визначити значення взаємнокореляційної функції  $R_{mn}(s)$  з використанням отриманих коефіцієнтів  $\beta_r$  (рис. 9).

З побудованого графіку видно (рис. 9), що використовуючи дані коефіцієнти складний ортогональний фільтр повністю подавляє заваду оскільки  $r_{mn}(s_j) = 0$  в точках  $s_j \in (-15,15)$ .

Отже, для даного експерименту був проведений етап навчання. У подальшому для шумових завад аналогічного типу можна використовувати обчисленні коефіцієнти складного ортогонального фільтру Лагерра для обчислення

значень взаємної кореляційної функції. Для експериментального знаходження взаємної кореляційної функції було зроблено наступне.

A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
-1,96E-05	-3,18E-05	-3,35E-05	-2,03E-05	1,71E-05	8,38E-05	0,000155	0,000132	-0,00018	-0,00075	-5,11E-05	0,006263	0,008673
-3,47E-05	-6,18E-05	-8,26E-05	-9,70E-05	-9,26E-05	-4,38E-05	7,75E-05	0,000243	0,000216	-0,00055	-0,00189	0,002324	0,029279
-5,13E-05	-9,77E-05	-0,00015	-0,00023	-0,00034	-0,00049	-0,00067	-0,0009	-0,00149	-0,0038	-0,01169	-0,03085	-0,05884
0,000456	0,00083	0,001182	0,00162	0,002241	0,003215	0,004892	0,00803	0,014135	0,025766	0,046194	0,079176	0,141461
-0,00221	-0,004	-0,00565	-0,00767	-0,01043	-0,01448	-0,0206	-0,02994	-0,04395	-0,06409	-0,09156	-0,12698	-0,15623
0,007035	0,0126	0,017381	0,022679	0,029198	0,037577	0,048449	0,06233	0,079349	0,098729	0,117403	0,125086	0,097061
-0,01439	-0,02545	-0,03421	-0,04289	-0,05226	-0,06267	-0,07409	-0,08596	-0,0969	-0,10403	-0,10231	-0,08696	-0,07301
0,020219	0,035312	0,046298	0,055896	0,064726	0,072731	0,079342	0,083454	0,083415	0,077411	0,065245	0,052013	0,041025
-0,02026	-0,03496	-0,04472	-0,05201	-0,05724	-0,06023	-0,06053	-0,0576	-0,05125	-0,04227	-0,0326	-0,02198	7,28E-05
0,014394	0,024521	0,030576	0,034197	0,035679	0,035071	0,032462	0,02818	0,022899	0,017353	0,011351	0,004139	0,006868
-0,00699	-0,01175	-0,01426	-0,01532	-0,01517	-0,01401	-0,01214	-0,00987	-0,00741	-0,00476	-0,00233	-0,00309	-0,00726
0,002253	0,003741	0,004437	0,004617	0,004403	0,003902	0,003203	0,002353	0,001427	0,000787	0,001105	0,000956	-0,00872
-0,00046	-0,00075	-0,00088	-0,0009	-0,00081	-0,00064	-0,0004	-0,00019	-0,00017	-0,00036	-4,10E-05	0,001863	-0,00262
2,17E-06	-2,02E-06	-1,73E-05	-4,42E-05	-7,55E-05	-8,93E-05	-4,98E-05	5,71E-05	0,000131	-8,49E-05	-0,00046	0,001135	0,004857
-1,71E-05	-2,78E-05	-3,42E-05	-4,48E-05	-6,83E-05	-0,0001	-0,00012	-7,09E-05	8,09E-05	0,000119	-0,00043	-0,00052	0,006533

Рис. 7. Значення коефіцієнтів рівнянь при невідомих  $\beta_r$

$\beta$
1,42360618
-1,239471282
0,808731126
-0,411236058
0,164521666
-0,05167857
0,012627266
-0,002362099
0,000330347
-3,34E-05
2,31E-06
-1,01E-07
2,42E-09
-2,23E-11
0,5

Рис. 8. Значення коефіцієнтів  $\beta_r$

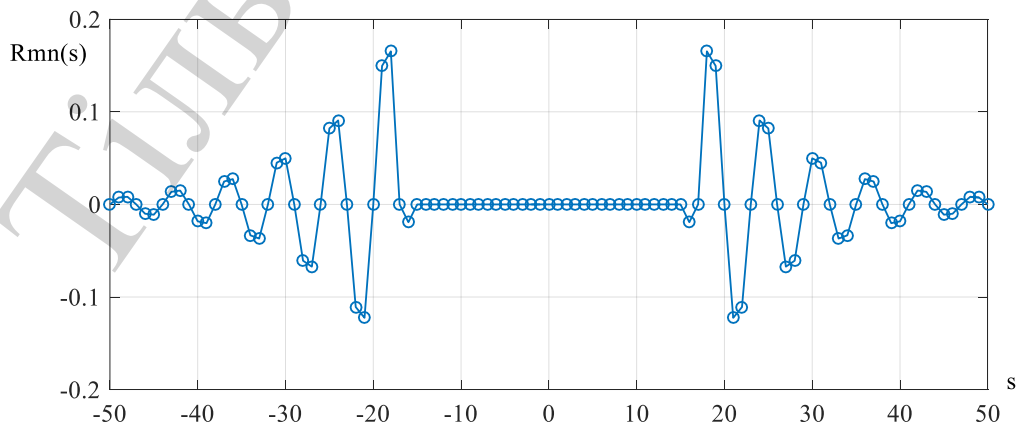


Рис. 9. Графік статистичної оцінки відгуку нормованої кореляційної системи з складними фільтрами Лагерра при дії шумової завади на етапі навчання

4. Було повторно згенеровано RLC шум з аналогічними параметрами.

5. За допомогою обчислених коефіцієнтів  $\beta_r$  складного ортогонального фільтру Лагерра було обчислено значення взаємнокореляційної функції  $R_{mn}(s)$  (рис. 10).

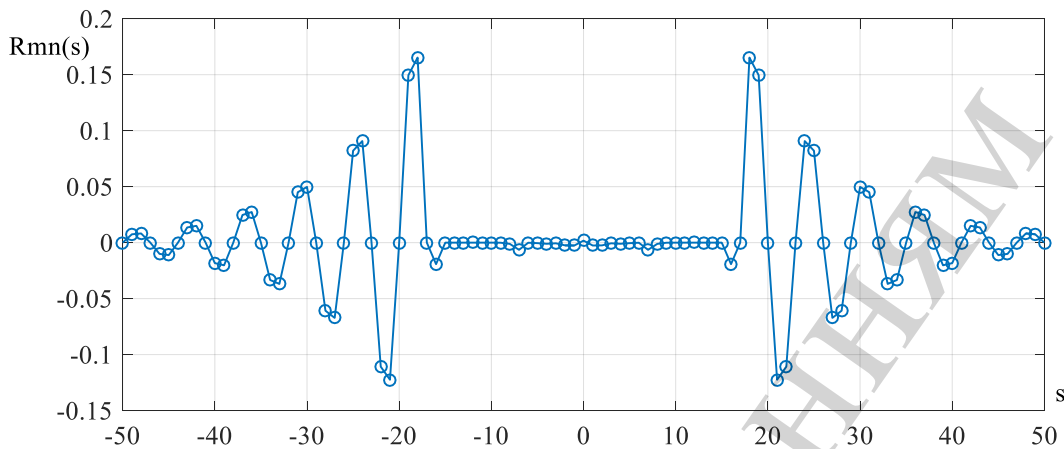


Рис. 10. Графік статистичної оцінки відгуку нормованої кореляційної системи з складними фільтрами Лагерра при дії шумової завади на етапі використання

З рис. 10 видно роботу складного ортогонального фільтру Лагерра на множині точок  $s_j \in (-15, 15)$ . На даному діапазоні значення  $r_{mn}(s_j)$  не дорівнюють 0, оскільки неможливо абсолютно точно згенерувати ідентичні завади. Аналогічно відбувається і при практичному використанні адаптивного методу. Але необхідно зазначити, що в результаті експерименту були отримані наступні значення коефіцієнтів ефективності системи. Для множини точок  $s_j \in (-50, 50)$

$$A_1 = -5,89984 \text{ дБ},$$

$$A_2 = -5,90125 \text{ дБ},$$

а для множини  $s_j \in (-15, 15)$

$$A_1 = -16,47063 \text{ дБ},$$

$$A_2 = -16,48631 \text{ дБ}.$$

Отримані числові дані підтверджують факт зменшення впливу шумової завади відповідно на  $-6$  дБ та  $-16$  дБ.

Реалізація комп'ютерного моделювання з використанням адаптивного методу була проведена для реальної шумової завади, яка належить до класу RLC шумів. Даний клас шумових завад формується в типових ланках радіоелектронних систем.

## 7. Обговорення результатів використання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації

Наведено обґрунтування кореляційної системи з використанням складних фільтрів Лагерра. Для цього були наведені теоретичні відомості аналогової та цифрової лагерровської фільтрації. Треба зазначити, що на сьогодні складні фільтри Лагерра не використовувалися на практиці. Через це автори запропонували адаптивний метод ортогональної лагерровської фільтрації з наведенням основних його положень. Використання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації дає можливість сформулювати некорельовані лінійні стаціонарні випадкові процеси на півосі їх взаємного часового зсуву, які описують широке коло реальних шумових завад. Цим даний метод суттєво відрізняється від відомих раніше методів.

Особливістю застосування методу адаптивної ортогональної лагерровської фільтрації при використанні цифрового варіанту обробки досліджуваних сигналів є те, що він дає можливість не вирішувати цілу низку апаратних проблем створення відповідних аналогових модулів кореляційної системи.

Перевагами методу є наступні:

1. Теоретичне обґрунтування на основі використання результатів теорії ортогональних функцій і випадкових процесів включаючи ЛВП.

2. Вирішення прикладних задач з використанням:

– відомих результатів теорії і практики обробки стаціонарних шумових завад, тому що сигнали і завади створюють нестаціонарні комбінації, і це в значній мірі обмежує коло методів досліджень, а стаціонарні шумові завади є типовими для більшості прикладних задач;

– цифрового варіанту методу як алгоритму роботи кореляційної системи і реалізації концепції модель – алгоритм – програма при комп'ютерному моделюванні;

– зменшення впливу шумових завад описуваних стаціонарним ЛВП для оцінювання SNR;

– унікальності ортогональної Лагерровської фільтрації процесу стаціонарного білого шуму – формувати послідовність некорельованих шумових процесів на значному часовому інтервалі їх взаємного зсуву;

– потенційної можливості на основі моделі ЛВП проводити дослідження шумових завад не тільки в рамках кореляційної теорії, але із застосуванням вищих моментів;

– імпульсних перехідних функцій лінійних формуючих фільтрів.

До обмежень використання адаптивного методу можна віднести:

1. Фільтри Лагерра є фільтрами нижніх частот, що звужує частотний діапазон досліджуваних шумових завад.

2. Для визначення SNR необхідно проводити додаткові дослідження з урахуванням перетворень сигналів у ланках кореляційної системи з вхідними фільтрами Лагерра.

3. Для практичного використання методу необхідно провести етап навчання до вхідної шумової завади.

4. В кожному конкретному випадку необхідно оцінити ефективність методу і прийняти рішення про його застосування з урахуванням:

– нескінченного інтервалу ортогональності поліномів Лагерра заміненого на скінченний;

– зміни значень поліномів Лагерра дискретного аргументу при їх квантуванні;

– незміщеності і ефективності отриманих статистичних оцінок взаємної кореляційної функції  $r_{mn}(s_j)$ .

Предметними областями застосування методу є статистична гідроакустика, геофізика і радіофізика. Метод може бути використаний в відбродіагностиці і неруйнівному контролі технічних систем, а також в шумометрії, яка є актуальним напрямом теорії і практики сучасних інформаційних технологій вимірювань.

Для підтвердження доцільності використання адаптивного методу з ортогональною лагерровською фільтрації був реалізований комп'ютерний моделюючий експеримент. По результатам прикладу розрахунку параметрів імпульсних перехідних характеристик з ортогональними фільтрами Лагерра можна зробити такий висновок. Якщо використовувати наперед задану заваду, то можна розрахувати систему ортонормованих функцій Лагерра дискретного аргументу. Значення цих функцій дозволяє побудувати фільтр, що дає можливість визначати характеристики кореляційного перетворення корисного сигналу в деякому діапазоні зсувів.

Таким чином, на основі використання адаптивного методу ортогональної лагерровської фільтрації, маємо можливість створювати кореляційні системи для зменшення впливу стаціонарних шумових завад.

## 7. Висновки

1. Проаналізовано роботу кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами Лагерра при дії процесу білого шуму з безмежно подільними законами розподілу як процесу з некорельованими значеннями для аналогового і цифрового варіантів. При відомій статистиці реалізацій моделі, використання методів статистичної обробки часових рядів і теорії ЛВП, статистичні оцінки характеристик процесу і функції визначаються однозначно, також визнається статистична оцінка автокореляційної функції. Для того, щоб кореляційна система з вхідними фільтрами Лагерра на виході давала зменшення впливу завади, запропоновано адаптивний метод ортогональної лагерровської фільтрації.

2. На основі запропонованого адаптивного методу розроблено функціональну структурно-логічну схему кореляційної системи зі складними ортогональними фільтрами Лагерра, в якій фільтр складається із послідовності фільтрів Лагерра, що з'єднані між собою паралельно і в кожному з них незалежно формуються відгуки при дії завади. Запропонована структурно-логічна схема дасть можливість використовувати їх на практиці для зменшення SNR на виході системи.

3. Проведено комп'ютерний моделюючий експеримент для обґрунтування зменшення впливу задади на виході кореляційної системи при використанні складних ортогональних фільтрів Лагерра. У результаті експерименту, для реальної шумової завади, яка належить до класу RLC шумів, були отримані зна-

чення коефіцієнтів ефективності  $-5$  дБ та  $-16$  дБ в залежності від діапазону значень. Такі результати свідчать про суттєве зменшення впливу завади на обраних діапазонах.

### Література

1. Das, S., Sarma, K. K. (2012). Noise cancellation in stochastic wireless channels using coding and adaptive filtering. *International Journal of Computer Applications*, 46 (14), 21–25.
2. Miao, L. (2018). Research of Snr Estimation and Prediction Method Used in Cognitive Radio. *Procedia Computer Science*, 131, 1164–1169. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.04.290>
3. Arias-Castro, E., Bubeck, S., Lugosi, G., Verzelen, N. (2018). Detecting Markov random fields hidden in white noise. *Bernoulli*, 24 (4B), 3628–3656. doi: <https://doi.org/10.3150/17-bej973>
4. Artyushenko, V. M., Volovach, V. I. (2016). Measuring information signal parameters under additive non-Gaussian correlated noise. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 52 (6), 546–551. doi: <https://doi.org/10.3103/s8756699016060030>
5. Metzler, C. A., Heide, F., Rangarajan, P., Balaji, M. M., Viswanath, A., Veeraraghavan, A., Baraniuk, R. G. (2020). Deep-inverse correlography: towards real-time high-resolution non-line-of-sight imaging. *Optica*, 7 (1), 63–71. doi: <https://doi.org/10.1364/optica.374026>
6. Sun, C., Lu, P., Cao, K. (2019). Phase-Rotated Spectral Correlation Detection for Spectrum Sensing at Low SNR Regimes. *IEEE Signal Processing Letters*, 26 (7), 991–995. doi: <https://doi.org/10.1109/lsp.2019.2917046>
7. Hu, P., Liu, L., Shen, L. (2019). The Application of orthogonality cross correlation algorithm in weak signal detection. *Journal of Physics: Conference Series*, 1314, 012154. doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1314/1/012154>
8. Жаровський, Р. О. (2010). Кореляційні ортогональні системи у задачах оброблення геофізичних сигналів. *Науковий вісник НЛТУ України*, 20.7, 283–292.
9. Мартинюк, Г. В., Щербак, Л. М. (2018). Шумові сигнали та їх характеристики. LAP Lambert Academic Publishing, 112.
10. Мартинюк, Г. В., Оникієнко, Ю. Ю., Щербак, Л. М. (2016). Аналіз генераторів псевдовипадкових чисел за метрологічними характеристиками. *Восточно-Европейський журнал передових технологій*, 1 (9 (79)), 25–30. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.60608>
11. Kozlovskyi, V., Korzh, R., Petrovska, S., Balaniuk, Y., Boiko, Y., Yakoviv, I. (2019). Low-Frequency Schemes of Substitution of Segments Inhomogeneous Transmission Lines. 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT). doi: <https://doi.org/10.1109/aiact.2019.8847844>