

## Розробка кореляційного методу оперативного виявлення рекурентності станів

Б. Б. Поспелов, В. А. Андронов, Є. О. Рибка, О. М. Крайнюков,  
К. М. Карпець, О. В. Пирогов, І. Б. Семенишина, Р. Б. Капітан,  
А. С. Промська, О. М. Горбов

*Запропоновано кореляційний метод оперативного виявлення рекурентних станів в складних динамічних системах при нерегулярних вимірах. Узагальненні поняття кореляції для випадку векторів станів траєкторії динаміки складних систем і оцінки кореляції векторів для рухомого по траєкторії фрагмента фіксованої протяжності. Для реалізації методу використовується простір зі скалярним добутком векторів станів. Оцінка величин кореляцій векторів станів дозволяє інтерпретувати їх в якості відповідних рівнів енергетичної взаємодії векторів станів і здійснювати виявлення ступеня їх рекурентності. При цьому обчислення величини кореляцій здійснюється тільки на основі відомих вимірювань вектора станів і не вимагає визначення порогу і способу обчислення відстані, традиційно використовуваних в методах рекурентних діаграм. Працездатність запропонованого методу проводилася на конкретному прикладі експериментальних даних реальної динаміки вектора станів забруднень міської атмосфери. У якості складових вектора станів розглядалися газові забруднювачі: формальдегід, аміак і оксид вуглецю. Отримані результати в цілому свідчать про працездатність запропонованого методу. Експериментально встановлено, що кореляційний метод в разі нерегулярних вимірювань атмосферних забруднень забезпечує автентичність виявлення рекурентних станів, відповідних максимальної кореляції станів. В цьому випадку оцінка кореляцій повинна проводитися для рухомого фрагмента траєкторії вектора станів. При цьому протяжність фрагмента повинна складати не більше 10 відліків*

*Ключові слова: кореляція станів, енергетична взаємодія, фрагмент траєкторії станів, рекурентні стани, складні динамічні системи, газові забруднення атмосфери*

### 1. Введение

Большинство реальных объектов природного и искусственного происхождения представляют собой сложные нелинейные динамические системы. Анализ текущих состояний, а также прогноз динамики состояний для таких систем, представляет важную научно-практическую проблему, которая до настоящего времени не имеет завершеного решения. При этом установлено, что динамика состояний указанных систем не является произвольной. Подчиняется известному фундаментальному принципу диссипативных динамических систем, заключающемуся в рекурентности их состояний [1]. Конструктивным инструментом

для изучения рекуррентности состояний сложных динамических систем являются методы рекуррентных диаграмм (RP) [2]. Данные методы относятся к классу визуальных и являются основой современных методов количественной оценки рекуррентности состояний (RQA). Методы RP и RQA широко применяются в различных приложениях [1, 3–6]. Однако возможности известных методов RQA существенно зависят от аутентичности отображения рекуррентных состояний с помощью визуальных методов RP. Объективная сложность и неопределенность динамических систем, а также необходимость в аутентичности отображения рекуррентных состояний систем порождают проблему совершенствования известных методов выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах.

## **2. Анализ литературных данных и постановка проблемы**

При дискретных измерениях многомерный вектор состояния систем в пространстве будет отображаться соответствующими точками, движущимися дискретно вдоль текущих траекторий состояний систем. Рекуррентность состояний в дискретные моменты времени будет означать, что соответствующие точки траектории оказываются в некотором смысле близкими [4]. Например, используемые для выявления рекуррентных состояний, методы корреляционной размерности [5], в отличие от методов RP, не позволяют наглядно отображать многомерные состояния систем в плоскость (2-мерное пространство). Известно, что восстановить многомерные состояния сложных динамических систем с последующим их отображением в виде RP возможно и по измерениям лишь одной из координат многомерного вектора состояний [6]. Например, прогнозирование опасных состояний загрязненной атмосферы промышленных городов на основе вычисления RP по измерениям одной из координат вектора состояния загрязнений рассматривается в [7]. Вычисление RP ограничивается обычной метрикой (расстояния) в пространстве всех действительных чисел. В работе [8] описывается применение метода RP для 5-мерного вектора состояний скоростей ветра в пяти районах Нигерии. Результаты ограничиваются рассмотрением линейного пространства и евклидовой метрики. Иные метрики и пространства, а также нерегулярность измерения вектора скоростей ветра не рассматриваются. Проблеме устранения артефактов при вычислении RP посвящена работа [9]. Однако исследование ограничивается только рассмотрением евклидовой метрики фазового пространства. Методы вычисления RP реконструированного вектора состояний магнитосферы Земли рассматриваются в [10]. При этом методы вычисления RP ограничиваются нормированными линейными пространствами с максимальной метрикой и метрикой Чебышева. В работе [11] рассматривается применение методов RP для распознавания и классификации двигательной активности человека. Отмечается, что применение методов RP в этом случае имеет низкую аутентификацию, обусловленную в основном пороговой неопределенностью методов. Для обеспечения аутентификации двигательной активности предлагается распознавание и классификацию осуществлять непосредственно по матрице расстояний, которая не зависит от порога с последующим использованием нейронных сетей. Однако применение нейронных сетей

связано с известными недостатками и ограничениями. Применение методов RP для исследования особенностей поведения биосистем рассматривается в [12]. Вычисление RP осуществляется в пространстве с евклидовой метрикой. При этом одним из важных прикладных свойств указанных методов следует считать соответствие (подлинность) вычисляемых RP рекуррентным состояниям реальных исследуемых систем. Данное свойство в дальнейшем будем рассматривать как свойство аутентичности методов вычисления RP. На аутентичность методов RP оказывают существенное влияние характер условий измерений, оператор вычисления нормы, величина временной задержки и размерность вложения, а также величина порога рекуррентности. Вычислению RP при нерегулярных измерениях посвящена работа [13]. При этом вычисления ограничиваются рассмотрением пространства с обычной метрикой расстояния. В работе [14] рассматриваются общие рекомендации по преодолению пороговой неопределенности известных методов RP, которые заключается в фиксации порога, в зависимости от конкретной задачи исследования. В работе [15] рассматривается выявление особенностей в динамике состояний реальных динамических систем на основе вычисления RP. Утверждается, что величина порога должна являться некоторой функцией стандартного отклонения измерений. При этом вид функции не уточняется, а отмечается только, что такой способ определения величины порога может быть полезным для любого из методов вычисления RP. Комбинация многоуровневого сетевого подхода и рекуррентных сетей для анализа динамики состояний в многомерных фазовых пространствах рассматривается в работе [16]. При этом исследования ограничиваются рассмотрением многомерного вектора состояний только в нормированном пространстве с евклидовой метрикой. Другие типы метрик, пространств и методов оценки рекуррентных состояний не рассматриваются. Особенности современных методов RP и RQA и их приложениям посвящена работа [17]. В ней отмечается, что в методах RP и RQA могут использоваться пространства различной мерности с различными типами метрик. Однако вопросы влияния метрики и величины порога на аутентичность отображения RP не рассматриваются. Возможные методы выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах, основанные на иных принципах, отличных от RP, например, корреляционных, не обсуждаются. В работе [18] рассматриваются особенности использования RP концентраций угарного газа для раннего выявления возгораний в негерметичных помещениях. Результаты исследования выполнены для одномерного пространства с обычной и степенной метриками расстояний. Особенности вычисления RP при нерегулярных измерениях состояний не обсуждаются. Исследования в многомерных пространствах и возможности адаптации порога не рассматриваются. При этом методы и устройства адаптации порога при выявлении ранних возгораний рассматриваются в [19]. Отмечается, что адаптация порога является ключевой при выявлении ранних возгораний [20]. При этом корреляционные принципы выявления не рассматриваются.

Таким образом, выявление рекуррентных состояний в сложных динамических системах преимущественно основывается на вычислении RP и использовании нормированных пространств с различными метриками. Наиболее изученны-

ми следует считать методы вычисления RP с использованием линейных пространств с равномерной, евклидовой и максимальной метрикой. При этом RP, вычисленные для одной и той же системы в пространствах с различными метриками, будут неодинаковыми. Реализация методов RP базируется на результатах всех измерений состояний системы на заданном интервале наблюдения. Поэтому выявление рекуррентных состояний систем в реальном времени на основе использования RP является проблематичной. Недостаточно изученными следует считать методы выявления рекуррентных состояний, основанные на других принципах в нормированных пространствах с иными типами метрик. Аутентичность отображения рекуррентных состояний в RP существенно зависит от выбранной меры и величины порога и других параметров. При этом известные эвристики [14] выбора порога являются частными, обычно связаны с используемыми метриками пространств и имеют существенные реализационные ограничения. В этой связи важной и нерешенной частью проблемы совершенствования методов выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах является разработка методов оперативного выявления аутентичных рекуррентных состояний на основе использования корреляционного подхода.

### **3. Цель и задачи исследования**

Целью исследования является разработка корреляционного метода оперативного и аутентичного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах различной природы при нерегулярных измерениях вектора состояний.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- обосновать корреляционный метод оперативного и аутентичного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах при нерегулярных измерениях вектора состояний;
- экспериментально проверить работоспособность предлагаемого корреляционного метода оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах на примере реальной системы загрязнения городской атмосферы типовыми объектами критической инфраструктуры.

### **4. Обоснование корреляционного метода оперативного и аутентичного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах**

Выявление рекуррентных состояний в сложных динамических системах обычно осуществляется на основе обработки реальных измерений текущих состояний систем. На практике чаще измерения производят в дискретные моменты времени  $i$  и на заданном интервале наблюдения. При этом результаты измерений в дискретные моменты  $i$  времени представляются в виде последовательности  $m$ -мерных векторов  $Z_i$ .

Методы RP позволяют отображать измеряемые состояния реальных сложных динамических систем в виде соответствующей матрицы состояний  $R_{i,j}^{m,\varepsilon}$ . Следуя [21], совокупность известных методов RP можно представить в обобщённом виде:

$$R_{i,j}^{m,\varepsilon} = \Theta\varepsilon(-\Delta_{i,j}), \quad \Delta_{i,j} = \|Z_i - Z_j\|,$$

$$Z_i \in \Omega^m, \quad Z_j \in \Omega^m, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, N_S - 1, \quad (1)$$

где  $\Theta(\varepsilon - \Delta_{i,j})$  – функция Хевисайда;  $\varepsilon$  – задаваемый порог рекуррентности состояний;  $\Delta_{i,j}$  – заданная норма разности векторов состояний, измеренных в моменты времени  $i$  и  $j$  в  $m$ -мерном пространстве;  $N_S$  – общее число  $m$ -мерных векторов  $Z_i$  состояний, а  $\Omega^m$  – множество всех измеренных векторов состояний. Порог рекуррентности  $\varepsilon$  в (1) определяет априори заданный радиус  $m$ -мерной сферы, в пределах границы которой векторы  $Z_i$  и  $Z_j$  для момента  $i$  времени признаются рекуррентными. Будем полагать, что в  $m$ -мерном пространстве каждый вектор состояний определяет соответствующую точку. Это означает, что для заданного интервала наблюдения в  $m$ -мерном пространстве будет определена  $N_S - 1$  точка из множества  $\Omega^m$ .

Следуя (1), рекуррентность состояний в сложных динамических системах определяется на основе вычисления расстояния между парами точек, соответствующих заданной паре векторов состояний в  $m$ -мерном пространстве. При этом если это расстояние меньше заданного порога  $\varepsilon$ , то принимается решение о рекуррентности данной пары состояний. Выявление рекуррентности состояний по признаку расстояния, является интуитивно понятным, но недостаточно аутентичным. Поскольку является в ряде случаев достаточно грубым и неоднозначным. Грубость связана с самим признаком, который учитывает только взаимную удаленность точек в  $m$ -мерном пространстве без учета их положения в пространстве. Неоднозначность проявляется в зависимости решения о рекуррентности состояний от способа вычисления расстояния между соответствующими точками и величины порога. При этом выбор порога и способа вычисления расстояния являются произвольными. Это приводит к неоднозначности, грубости и недостаточной аутентичности выявления рекуррентных состояний для реальных систем. Следует заметить, что известные методы RP применяются только, когда известна вся совокупность измерений на заданном интервале наблюдения. Это не позволяет применять данные методы в условиях, когда измерения осуществляются последовательно в реальные моменты времени. Поэтому в этом смысле известные методы RP нельзя считать оперативными. Для обеспечения оперативности предлагается определенная модификация известных методов RP [7]. Однако предлагаемая модификация не затрагивает изменения принципа RP (1). Это означает, что модификация направлена только на обеспечение оперативности известных методов вычисления RP и не касается устранения других отмеченных выше недостатков (1). Для устранения этих недостатков необходима смена принципа вычисления рекуррентных состояний (1), основанного на измерении расстояний между точками, определяемыми соответствующими векторами состояний в соответствующем  $m$ -мерном пространстве и сравнении их с установленным порогом.

Важно отметить, что  $m$ -мерные векторы  $Z_i$  состояний, измеряемые в соответствующие дискретные моменты времени на заданном интервале наблюде-

ния, в общем случае представляют собой временные реализации нестационарного дискретного  $m$ -мерного векторного случайного процесса. Это означает, что в рассматриваемом случае траектория состояний представляется в виде соответствующего множества точек в  $m$ -мерном пространстве. Каждая точка определяется соответствующим вектором  $Z_i$  состояний. Рекуррентность или схожесть указанных векторов состояний или точек траектории можно оценить с помощью корреляционных функций или коэффициентов корреляции, которые отражают силу связи между произвольными переменными. При этом для классификации силы связи обычно используется шкала Чеддока. В общем случае чтобы иметь представление о сходстве между значениями процесса обычно вычисляют среднее квадратичное отклонение между ними за определенный интервал времени, отнесенное к величине интервала. Нормировка относительно величины интервала при этом выступает лишь как масштабный фактор, позволяющий перейти от энергии к средней мощности. Поэтому рекуррентность или схожесть рассматриваемых векторов  $Z_i$  состояний целесообразней оценивать с помощью корреляционных функций, связанных не с мощностью, а с энергией взаимодействия состояний. Энергия взаимодействия состояний, рассматриваемых в различные моменты времени, является более обоснованным понятием для отражения рекуррентности и степени похожести состояний, а также прогнозирования динамики состояний в будущем. Это объясняется глубокой связью энергии взаимодействия с корреляцией состояний в различных физических системах. Известно, что без передачи энергии невозможен обмен информацией. При этом количество передаваемой энергии может быть и небольшим, но это количество в реальных физических системах всегда отлично от нуля. В этой связи под энергетическим взаимодействием точек траектории состояний исследуемой системы следует понимать энергию взаимодействия этих точек.

Предлагаемый корреляционный подход, связанный с интерпретацией энергетического взаимодействия точек траектории состояний исследуемой системы, предполагает, что моменты времени  $j$ , рассматриваемые относительно момента времени  $i$  в (1), должны отстоять на время  $\tau$ . При этом каждый момент  $j$  в (1) связан с соответствующими моментами  $i+\tau$  или  $i-\tau$ .

Обычно корреляционный анализ нестационарных случайных процессов выполняется на основе многомерных совместных плотностей распределения вероятностей или усреднения по множеству реализаций. Однако получить множество реализаций  $m$ -мерных векторов  $Z_i$  состояний для каждого момента  $i$  времени в сложных системах не представляется возможным. Совместные плотности распределения вероятностей также неизвестны. На практике обычно можно получить только одну реализацию такого процесса, но для достаточно большого промежутка времени. Поэтому воспользоваться усреднением по множеству реализаций не представляется возможным. Единственно возможным является вычисление временной корреляционной функции на ограниченном интервале времени в предположении, что случайный процесс – эргодический. Это означает, что для корреляционного анализа нестационарных процессов широко используется оператор текущего среднего. Оценка корреляционной функции оказывается смещенной. В общем случае ошибка смещения прямо

пропорциональна квадрату интервала текущего среднего. Дисперсия ошибки зависит от типа нестационарного процесса и в случае гауссовых процессов обратно пропорциональна квадрату интервала усреднения.

Следует уточнить, что здесь и далее под термином корреляционная функция понимается определение, приведенное в [22]. При этом корреляционная функция для рассматриваемого нестационарного дискретного  $m$ -мерного векторного случайного процесса содержит всю информацию, которая известна о данной траектории состояний исследуемой системы.

Реализация корреляционно подхода связана с использованием пространств, для которых справедлива операция скалярного произведения векторов [23]. Такое произведение представляет собой отображение упорядоченных пар векторов линейного пространства на действительную ось. Данное отображение для произвольной пары векторов состояний системы удобно обозначать через  $(Z_i, Z_j) = Z_i^T Z_j$ , где  $T$  – знак транспонирования. При этом скалярное произведение векторов будет порождать норму. Для произвольного вектора состояния  $Z_i$  норма будет определяться величиной  $\|Z_i\| = (Z_i, Z_i)^{0,5} = (Z_i^T Z_i)^{0,5}$ . С учетом указанных выше обозначений оценка корреляционной функции для произвольного фрагмента траектории по измеряемым векторам состояний исследуемой системы будет определяться выражением

$$KF_1(N0, NN, \tau) = \frac{1}{NN - \tau} \sum_{i=0}^{NN-\tau-1} Z_{i+N0}^T Z_{i+N0+\tau}, \quad (2)$$

где  $N0$  – дискретное значение начала фрагмента траектории;  $NN$  – число дискретных значений, определяющих длину фрагмента траектории;  $\tau$  – число дискретных сдвигов (задержки) измерений при определении (1), где  $\tau < NN$ .

Оценка нормированной корреляционной функции (2) при этом будет определяться выражением вида

$$KF_{nor_1}(N0, NN, \tau) = \frac{KF_1(N0, NN, \tau)}{KF_1(N0, NN, 0)}. \quad (3)$$

Корреляционный анализ служит средством выявления доминирующих корреляций и лагов (задержек), а также скрытых периодичностей в процессе. При этом в рассматриваемом случае высокие корреляции точек траектории состояний служат индикатором значительного энергетического взаимодействия этих точек, а величина лага указывает временную задержку в передаче соответствующего энергетического взаимодействия вдоль траектории состояний. Функции (2) и (3) в рассматриваемом случае отличаются от известных тем, что позволяют оценивать корреляции (энергетическое взаимодействие) дискретных точек фрагмента траектории состояний с учетом расстояния этих точек от начала координат пространства и угла между векторами состояний, соответ-

ствующим данным точкам. При этом рассматриваемые функции (2) и (3) зависят от трех параметров – кроме традиционного параметра задержки функции зависят от начала и длины фрагмента траектории системы (эпохи анализа). При большой длине фрагмента и значительном нестационарном характере траектории состояний оценки (2) и (3) будут вычисляться для участков фрагмента с различными статистическими свойствами. Поэтому известная интерпретация результатов на основе коэффициентов корреляции Пирсона оказывается неправомерной. В этом случае удобней воспользоваться интерпретацией, основанной на энергетических взаимодействиях состояний.

Для определения энергетического взаимодействия точек траектории состояний можно воспользоваться оценками (2) и (3) как функции параметра  $NO$  текущего дискретного начала фрагмента траектории. При этом число дискретных значений  $NN$ , определяющих длину фрагмента траектории (эпохи анализа), и величина задержки  $\tau$  фиксируются. В этом случае на основе оценки текущего энергетического взаимодействия точек траектории можно оценивать степень рекуррентности соответствующих состояний, а также прогнозировать динамику состояний системы для выявления возможных опасных состояний.

Развиваемый корреляционный подход на основе оценки текущего энергетического взаимодействия состояний позволяет выявлять степень рекуррентности состояний в сложных динамических системах только при наличии измерений всех точек траектории состояний для заданного фрагмента. Это означает, что оценка энергетического взаимодействия состояний на основе (2) и (3) не является оперативной и может использоваться для анализа, изучения поведения и выявления рекуррентных состояний сложных динамических систем только в случае всех измерений состояния для заданного фрагмента траектории. С целью оперативной оценки энергетического взаимодействия дискретных точек траектории в фазовом пространстве необходим метод, который бы основывался только на измерениях, предшествующих текущему моменту оценивания и позволял бы прогнозировать развитие динамики траектории состояний системы в будущем. Учитывая это, корреляционный метод оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах, базирующийся на оценках корреляций, связанных с энергетическими взаимодействиями состояний, может быть представлен модификацией оценки (2) в виде

$$KF_2(t, \tau, NN) = \text{if} \left\{ t < NN, 0, \frac{1}{NN - \tau} \sum_{i=0}^{NN-\tau-1} Z_{t-i}^T \cdot Z_{t-i-\tau} \right\}, \text{ при } \tau < NN. \quad (4)$$

Модифицированная оценка (4) определяет корреляционный метод оперативного выявления рекуррентности состояний в сложных динамических системах на основе корреляций, интерпретируемых как энергетические взаимодействия состояний. Модификация (4) основана на оценке (2), но производится для фрагмента траектории длины  $NN$ , движущегося вдоль всей траектории состояний системы. При этом на начальном этапе, когда текущее время  $t < NN$ , оценка



корреляций точек фрагмента траектории (энергетического взаимодействия точек) состояний не производится. На этом этапе только измеряются и запоминаются измерения состояний заданного начального фрагмента траектории, а оценка (4) принимается равной нулю. В последующие моменты времени на основе уже накопленных данных и текущих измерений производится оценка текущих корреляций точек траектории и на ее основе оценивается энергетическое взаимодействие соответствующих точек. Следует заметить, что длина движущегося фрагмента траектории будет оказывать влияние на начальную задержку оценки (4), ошибку смещения, а также точность локализации во времени корреляции и энергетического взаимодействия состояний, определяющих степень рекуррентности состояний системы. Оценка (4) является функцией трех параметров – текущего времени, лага (задержки) и длины фрагмента траектории. Поэтому оценка (4) в общем случае может рассматриваться в виде функций одной, двух или трех переменных параметров. Выбор конкретного числа переменных и значений их параметров в (4) определяется целевым назначением, решаемой прикладной задачи. Предлагаемый метод позволяет получать результаты, которые не противоречат результатам, получаемым на основе методов RP (1) в случае выбора порога и нормы из условия обеспечения аутентичности рекуррентных состояний. Результаты также оказываются сопоставимыми с результатами методов аутентичного частотно-временного представления [24].

При этом предлагаемый метод не требует выбора порога и нормы для оценки рекуррентности состояний. Рекуррентность при этом оценивается уровнем корреляции и соответственно энергетического взаимодействия состояний. Метод является оперативным, поскольку базируется только на результатах реальных измерений вектора состояний исследуемой системы, предшествующих текущему моменту времени оценивания. Использование корреляции состояний и фрагмента, движущегося по траектории состояний в реальном времени, позволяют физически интерпретировать корреляцию в качестве соответствующего уровня энергетического взаимодействия состояний. Это позволяет обеспечивать аутентичность выявления степени рекуррентности состояний в сложных динамических системах различной природы без использования порога рекуррентности.

## **5. Экспериментальная проверка работоспособности корреляционного метода оперативного выявления рекуррентных состояний**

Работоспособность корреляционного метода оперативного выявления рекуррентных состояний проверялась на примере реальной системы загрязнения городской атмосферы опасными источниками. В качестве загрязнителей рассматривались наиболее опасные газовые загрязнители атмосферы, обусловленные автотранспортом [25], пожарами [26, 27], а также авариями на объектах критической инфраструктуры [28]. Данные о газовых загрязнениях атмосферы были получены в ходе нерегулярных измерений превышения газовыми загрязнениями предельно допустимых концентраций (ПДК). При выборе конкретных газовых загрязнителей учитывалась связь атмосферных загрязнений с парниковым эффектом, кислотными дождями [29] и отравлением водоносных слоев [30]. Поэтому в качестве измеряемых составляющих вектора состояний атмо-

сферных загрязнений выбирались превышения ПДК формальдегидом ( $\text{CH}_2\text{O}$ ), аммиаком ( $\text{NH}_3$ ) и оксидом углерода ( $\text{CO}$ ). Методика экспериментальных измерений и характеристики используемой при этом аппаратуры приведены в [7]. Тестовый интервал измеряемых превышений ПДК указанными газовыми загрязнителями атмосферы определялся с 13:00 3 мая 2018 года ( $i=490$ ) по 01:00 11 мая 2018 года ( $i=520$ ). В ходе эксперимента начало измерений производилось с 13:00 01 января 2018 года ( $i=0$ ). Выбор указанного тестового интервала связан со значительными превышениями ПДК выбранными загрязнителями атмосферы, которые стали источником возникновения опасной ситуации [31].

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены нормированные корреляционные функции (3) (кривые красного цвета) на тестовом интервале, как функции дискретной задержки (через 6 часов), для двух различных по длительности отрезков данных измерений, но имеющих одинаковое начало (490 отсчет). Также приведены измеренные значения (синим цветом) превышения ПДК формальдегидом в атмосфере. Область превышения ПДК, которые явились источником опасной ситуации, выделена прямоугольником. Опасный выброс формальдегида в атмосферу имел место между 506 и 507 отсчетами. Аналогичные зависимости нормированных корреляционных функций (3) были получены и для других фрагментов измеряемой траектории состояний загрязнений атмосферы. Характер зависимостей оказался аналогичным. С увеличением протяженности во времени анализируемого фрагмента траектории оценки нормированных корреляционных функций для равных интервалов задержек оказываются более сглаженными.

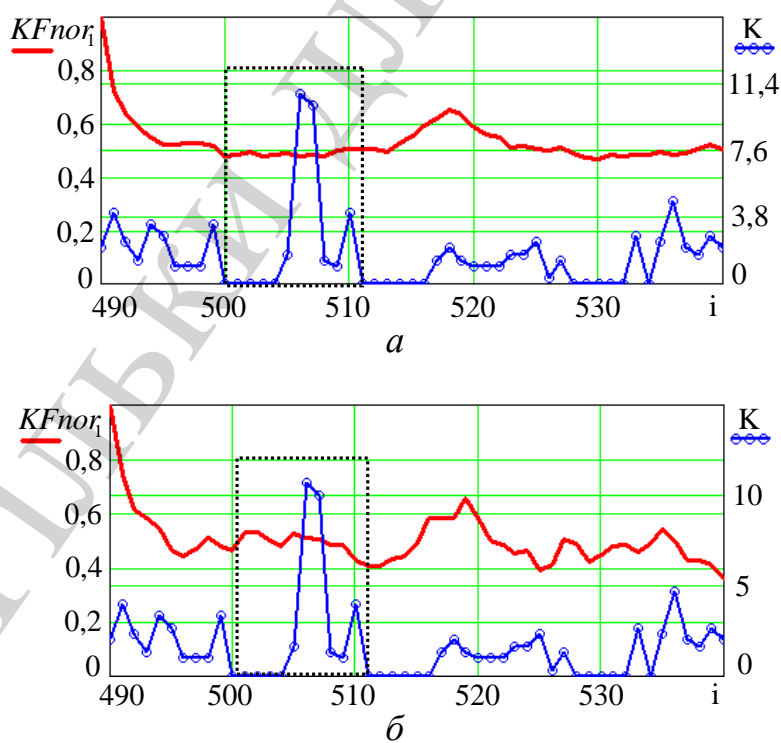


Рис. 1. Нормированные корреляционные функции (3) для тестового интервала и различной протяженности фрагмента траектории вектора состояний загрязнений: *а* – 600 дискретных измерений; *б* – 100 дискретных измерений

При этом нормированные корреляционные функции не позволяют выявлять особенности динамики загрязнений. Поэтому для выявления особенностей динамики состояний фрагменты траектории должны быть короткими. При этом для обеспечения отсутствия смещения оценок интервал задержек должен быть еще короче. В этой связи исследовались нормированные корреляционные функции, как функции двух параметров – дискретного времени измерения и дискретной задержки. На рис. 2 приведены соответствующие сечения дисперсии ПДК и нормированной корреляционной функции (3) в плоскости время – задержка на интервале обнаруженного опасного выброса формальдегида, выделенного на рис. 1 прямоугольником.

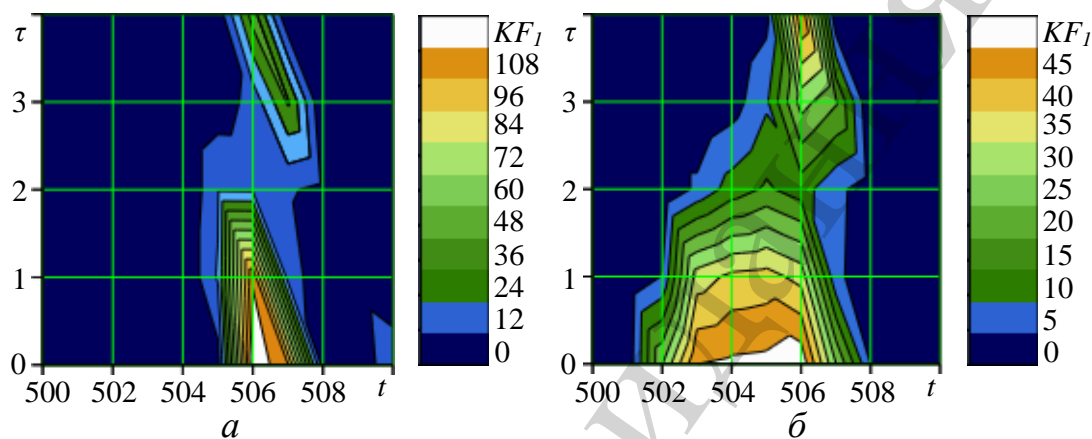


Рис. 2. Сечения для дисперсии вектора состояний и нормированной корреляционной функций (3): *а* – дисперсия; *б* – нормированная корреляционная функция

Основным ограничением рассмотренных корреляционных методов (2) и (3) является то, что методы работоспособны только при наличии всех измерений на исследуемом интервале времени. Поэтому методы (2) и (3) не являются оперативными. В этой связи был предложен корреляционный оперативный метод (4), базирующийся на (2). На рис. 3 изображены соответствующие сечения корреляционной функции (4) в плоскости время – задержка на тестовом интервале загрязнений атмосферы для двух коротких фрагментов траектории различной протяженности.

Результаты влияния протяженности  $M$  фрагмента траектории на корреляционную функцию (4) при различных задержках представлены на рис. 4.

Сечения корреляционной функций (4) на опасном интервале загрязнений, представленные на рис. 3, 4 соответствуют предлагаемому корреляционному методу оперативного выявления рекуррентности векторных состояний произвольной размерности в сложных динамических системах. Приведенные результаты в целом позволяют количественно оценивать уровень энергетического взаимодействия между соответствующими векторами состояний произвольной размерности в сложных динамических системах.

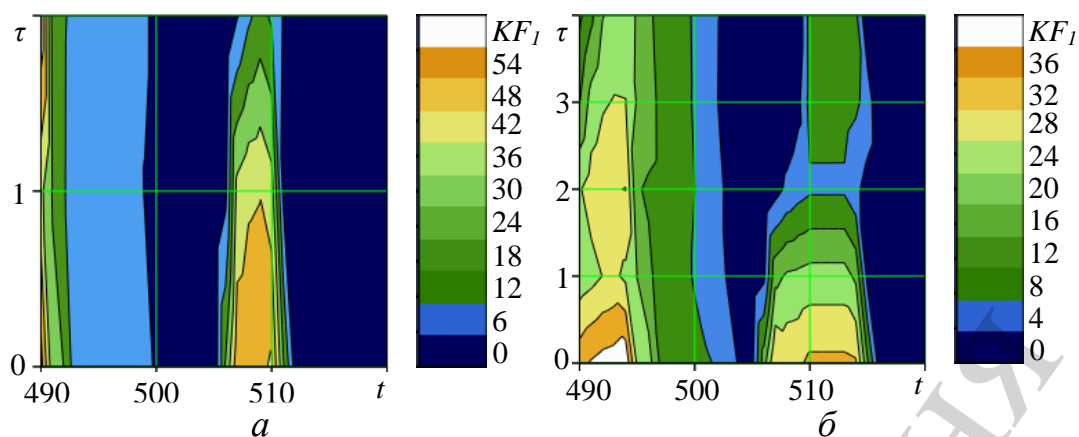


Рис. 3. Сечения корреляционной функций (4) на тестовом интервале загрязнений для различной протяженности фрагментов траектории:  $a$  – 4 отсчета (1 сутки);  $b$  – 8 отсчетов (2 суток)

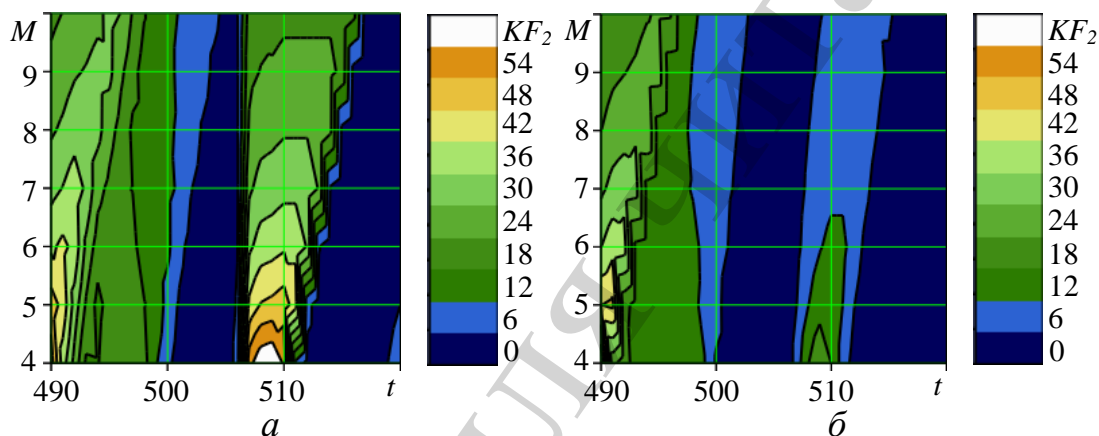


Рис. 4. Сечения корреляционной функции (4) на опасном интервале загрязнений при различных задержках:  $a$  – 1 отсчет;  $b$  – 2 отсчета

## 6. Обсуждение результатов экспериментальной проверки предложенного метода

Из анализа результатов, представленных на рис. 1, следует, что корреляционные методы (2) и (3) не являются оперативными методами выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах, в частном случае, различных природных систем атмосферного загрязнения. Данные методы требуют априорной информации обо всех измерениях для исследуемого интервала анализа. При этом методы (2) и (3) позволяют количественно оценивать распространение энергетического взаимодействия векторных состояний в системах во времени относительно момента появления возмущений. Приведенные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемая система атмосферных загрязнений не является случайной, а является хаотической и нестационарной. Причем интервал стационарности оказывается достаточно малым (не более 10 отсчетов). Увеличение данного интервала приводит к снижению аутентичности выявления рекуррентных состояний во времени (рис. 2, б). В этой связи рассматриваемые интервалы анализа, равные 600 и 100 отсчетам, оказываются

грубыми для выявления нестационарных особенностей рассматриваемой системы атмосферных загрязнений. Результаты исследований, приведенные на рис. 2, свидетельствуют о существенной неравномерности распределения энергии взаимодействия между векторами состояния атмосферных загрязнений в плоскости время-задержка. При этом максимальное значение энергии взаимодействия соответствует нулевой задержке и между 504 и 506 отсчетами. С увеличением протяженности фрагмента траектории область распределения значительных значений энергии взаимодействия расширяется. Область значительных энергий взаимодействия свидетельствует о том, что в этих состояниях происходит взаимный обмен энергии и состояния можно считать рекуррентными в смысле энергетического взаимодействия. В области отсутствия энергетического взаимодействия между состояниями или фрагментами траектории состояний (области темно-синего цвета) на рис. 2 состояния «замораживаются». Применительно к системе атмосферного загрязнения это означает, что отсутствует рассеивание в атмосфере.

Анализ распределения энергии взаимодействия между состояниями атмосферных загрязнений на тестовом интервале (рис. 3), свидетельствует об оперативности выявления рекуррентных состояний и состояний отсутствия энергетического взаимодействия. При этом видно, что использование в методе (4) меньшей протяженности фрагментов траектории (4 отсчета) позволят эффективнее производить временную локализацию распределений энергетического взаимодействия состояний. При этом после интервала отсутствия энергетического взаимодействия загрязненной атмосферы имеет место область значительного энергетического взаимодействия состояний. Поэтому для предупреждения появления опасных состояний необходимо в предшествующий интервалу отсутствия энергетического взаимодействия момент осуществлять снижение опасных выбросов в атмосферу.

Результаты, приведенные на рис. 4, показывают, что для предлагаемого метода протяженность фрагмента траектории состояний мало влияет на качество распознавания областей с низким уровнем энергетического взаимодействия, если протяженность фрагмента не превышает 10 отсчетов. Однако при этом для меньшей задержки имеет место лучшее качество выявления областей с высоким уровнем энергетического взаимодействия.

Таким образом, полученные результаты в целом свидетельствуют о работоспособности предлагаемого корреляционного метода оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах. В случае реализации предлагаемого метода не требуется порог и способ определения нормы, необходимые традиционно в методах РР.

К ограничениям работы можно отнести необходимость проведения более детальных исследований работоспособности предлагаемого метода на примере различных реальных систем технической и природной сферы. Объясняется это тем, что результаты экспериментальной проверки работоспособности предлагаемого метода в работе выполнены на частном примере конкретных атмосферных загрязнений, которые не являются общими. Поэтому результаты проверки

метода на примере других систем и условий могут рассматриваться в качестве возможного направления дальнейшего развития работы.

## **7. Выводы**

1. Разработан корреляционный метод оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах при нерегулярных измерениях вектора состояний. Обобщены понятия корреляции на случай векторов состояний траектории динамики сложных систем и оценки корреляции векторов для движущегося по траектории фрагмента фиксированной протяженности и интерпретации ее величины в качестве соответствующей степени энергетического взаимодействия векторов состояний для последующего выявления рекуррентности их состояний. Метод базируется на усовершенствовании фазового пространства векторов состояний, путем введения операции скалярного произведения векторов. Это позволило в данном пространстве уровень рекуррентности векторов состояний связать с величиной корреляции и интерпретировать величину корреляции в качестве степени энергетического взаимодействия векторов состояний. Оценка корреляции и соответственно степени энергетического взаимодействия между векторами состояний траектории сложных динамических систем производится только на основе доступных к текущему моменту времени измерений вектора состояний. При этом не требуется определять порог и норму, традиционно используемых в методах рекуррентных диаграмм. Кроме этого для аутентичности отображения не требуется выполнять согласование нормы с порогом, а также осуществлять адаптацию порога к измерениям состояний.

2. Работоспособность предлагаемого корреляционного метода оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах проверялась на частном примере экспериментальных измерений динамики вектора состояний превышения ПДК загрязнениями городской атмосферы. В качестве составляющих вектора состояний рассматривались газовые загрязнители в виде формальдегида, аммиака и оксида углерода. Полученные результаты в целом подтверждают работоспособность предлагаемого метода оперативного выявления рекуррентных состояний в сложных динамических системах. Экспериментально установлено, что предлагаемый метод при нерегулярных измерениях вектора состояний превышения ПДК атмосферных загрязнений обеспечивает аутентичное выявление рекуррентных состояний. При этом оценка корреляционных функций должна производиться в движущемся по траектории вектора состояний фрагменте траектории, протяженность которого не должна превышать 10 отсчетов.

## **Литература**

1. Webber, C., Marwan, N. (2015). Recurrence quantification analysis. Springer. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07155-8>
2. Marwan, N., Webber, C. L., Macau, E. E. N., Viana, R. L. (2018). Introduction to focus issue: Recurrence quantification analysis for understanding complex systems. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 28 (8), 085601. doi: <https://doi.org/10.1063/1.5050929>

3. Oya, S., Aihara, K., Hirata, Y. (2014). Forecasting abrupt changes in foreign exchange markets: method using dynamical network marker. *New Journal of Physics*, 16 (11), 115015. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/11/115015>
4. Marwan, N. (2011). How to avoid potential pitfalls in recurrence plot based data analysis. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 21 (04), 1003–1017. doi: <https://doi.org/10.1142/s0218127411029008>
5. Pospelov, B., Andronov, V., Rybka, E., Meleshchenko, R., Gornostal, S. (2018). Analysis of correlation dimensionality of the state of a gas medium at early ignition of materials. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (10 (95)), 25–30. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.142995>
6. Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, 366–381. doi: <https://doi.org/10.1007/bfb0091924>
7. Pospelov, B., Rybka, E., Meleshchenko, R., Borodych, P., Gornostal, S. (2019). Development of the method for rapid detection of hazardous atmospheric pollution of cities with the help of recurrence measures. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (10 (97)), 29–35. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.155027>
8. Adeniji, A. E., Olusola, O. I., Njah, A. N. (2018). Comparative study of chaotic features in hourly wind speed using recurrence quantification analysis. *AIP Advances*, 8 (2), 025102. doi: <https://doi.org/10.1063/1.4998674>
9. Wendi, D., Marwan, N., Merz, B. (2018). In Search of Determinism-Sensitive Region to Avoid Artefacts in Recurrence Plots. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 28 (01), 1850007. doi: <https://doi.org/10.1142/s0218127418500074>
10. Donner, R. V., Balasis, G., Stolbova, V., Georgiou, M., Wiedermann, M., Kurths, J. (2019). Recurrence-Based Quantification of Dynamical Complexity in the Earth's Magnetosphere at Geospace Storm Timescales. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 124 (1), 90–108.
11. Garcia-Ceja, E., Uddin, M. Z., Torresen, J. (2018). Classification of Recurrence Plots' Distance Matrices with a Convolutional Neural Network for Activity Recognition. *Procedia Computer Science*, 130, 157–163. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.04.025>
12. Neves, F. M., Viana, R. L., Pie, M. R. (2017). Recurrence analysis of ant activity patterns. *PLOS ONE*, 12 (10), e0185968. doi: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0185968>
13. Ozken, I., Eroglu, D., Breitenbach, S. F. M., Marwan, N., Tan, L., Tirnakli, U., Kurths, J. (2018). Recurrence plot analysis of irregularly sampled data. *Physical Review E*, 98 (5). doi: <https://doi.org/10.1103/physreve.98.052215>
14. Thiel, M., Romano, M. C., Kurths, J., Meucci, R., Allaria, E., Arecchi, F. T. (2002). Influence of observational noise on the recurrence quantification analysis. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 171 (3), 138–152. doi: [https://doi.org/10.1016/s0167-2789\(02\)00586-9](https://doi.org/10.1016/s0167-2789(02)00586-9)
15. Schinkel, S., Dimigen, O., Marwan, N. (2008). Selection of recurrence threshold for signal detection. *The European Physical Journal Special Topics*, 164 (1), 45–53. doi: <https://doi.org/10.1140/epjst/e2008-00833-5>

16. Eroglu, D., Marwan, N., Stebich, M., Kurths, J. (2018). Multiplex recurrence networks. *Physical Review E*, 97 (1). doi: <https://doi.org/10.1103/physreve.97.012312>
17. Webber, C. L., Ioana, C., Marwan, N. (Eds.) (2016). *Recurrence Plots and Their Quantifications: Expanding Horizons*. Springer Proceedings in Physics. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-29922-8>
18. Pospelov, B., Andronov, V., Rybka, E., Meleshchenko, R., Borodych, P. (2018). Studying the recurrent diagrams of carbon monoxide concentration at early ignitions in premises. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3 (9 (93)), 34–40. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.133127>
19. Pospelov, B., Andronov, V., Rybka, E., Skliarov, S. (2017). Design of fire detectors capable of self-adjusting by ignition. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (9 (88)), 53–59. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.108448>
20. Pospelov, B., Andronov, V., Rybka, E., Skliarov, S. (2017). Research into dynamics of setting the threshold and a probability of ignition detection by self-adjusting fire detectors. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (9 (89)), 43–48. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.110092>
21. Pospelov, B., Krainiukov, O., Savchenko, A., Harbuz, S., Cherkashyn, O., Shcherbak, S. et. al. (2019). Development of the method operative calculation the recurrent diagrams for non-regular measurements. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5 (4 (101)), 26–33. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.181516>
22. Корн, Г., Корн, Т. (1973). *Справочник по математике*. М.: Наука.
23. Pospelov, B., Andronov, V., Meleshchenko, R., Danchenko, Y., Artemenko, I., Romaniak, M. et. al. (2019). Construction of methods for computing recurrence plots in space with a scalar product. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3 (4 (99)), 37–44. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.169887>
24. Pospelov, B., Andronov, V., Rybka, E., Popov, V., Semkiv, O. (2018). Development of the method of frequency-temporal representation of fluctuations of gaseous medium parameters at fire. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2 (10 (92)), 44–49. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.125926>
25. Kondratenko, O. M., Vambol, S. O., Stokov, O. P., Avramenko, A. M. (2015). Mathematical model of the efficiency of diesel particulate matter filter. *Scientific Bulletin of National Mining University*, 6, 55–61.
26. Vasiliev, M. I., Movchan, I. O., Koval, O. M. (2014). Diminishing of ecological risk via optimization of fire-extinguishing system projects in timber-yards. *Scientific Bulletin of National Mining University*, 5, 106–113.
27. Dubinin, D., Korytchenko, K., Lisnyak, A., Hrytsyna, I., Trigub, V. (2017). Numerical simulation of the creation of a fire fighting barrier using an explosion of a combustible charge. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (10 (90)), 11–16. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.114504>
28. Semko, A., Rusanova, O., Kazak, O., Beskrovnaya, M., Vinogradov, S., Gricina, I. (2015). The use of pulsed high-speed liquid jet for putting out gas blow-



out. The International Journal of Multiphysics, 9 (1), 9–20. doi: <https://doi.org/10.1260/1750-9548.9.1.9>

29. Kustov, M. V., Kalugin, V. D., Tutunik, V. V., Tarakhno, E. V. (2019). Physicochemical principles of the technology of modified pyrotechnic compositions to reduce the chemical pollution of the atmosphere. *Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii*, 1, 92–99. doi: <https://doi.org/10.32434/0321-4095-2019-122-1-92-99>

30. Vasyukov, A., Loboichenko, V., Bushtec, S. (2016). Identification of bottled natural waters by using direct conductometry. *Ecology Environment and Conservation*, 22 (3), 1171–1176.

31. Pospelov, B., Rybka, E., Togobytska, V., Meleshchenko, R., Danchenko, Y., Butenko, T. et. al. (2019). Construction of the method for semi-adaptive threshold scaling transformation when computing recurrent plots. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (10 (100)), 22–29. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.176579>

Не є перевиданням