

УДК 621.391.26

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.175787

Виявлення сигналів з використанням дискретної обробки атрактора Дуффінга

М. В. Федула, Т. О. Говорущенко, А. О. Нічепорук, В. В. Мартинюк

Розглянуто результати виявлення періодичних сигналів з використанням теорії хаосу, на основі дискретної обробки атрактора Дуффінга у перерізі Пуанкаре.

Для проведення досліджень обрано хаотичну систему Дуффінга, яка характеризується високою чутливістю до сигналів періодичної форми, і може бути реалізована відносно нескладною схемою.

Проведено аналіз реакції системи Дуффінга на періодичний вплив. Показано, що при збільшенні амплітуди періодичних складових вхідного сигналу на частоті задаючих коливань, відбувається зсув фазової траєкторії вздовж перерізу Пуанкаре, який характеризується фрактальною геометрією. Визначено типи змін атрактора Дуффінга, які виникають внаслідок дії періодичного сигналу на вході. У фазовій площині, утвореній вихідним сигналом і його похідною, виділено контрольні області для фіксації типів динаміки фазової траєкторії. Відповідно до характеристик отриманих фазових траєкторій, побудовано таблицю істинності, яка дозволяє виконувати оцінку впливу періодичної складової із достатньо великим кроком дискретизації за часом, що важливо для забезпечення швидкодії пристроїв обробки сигналів. Отримано функціонали, які описують процес виявлення періодичних сигналів шляхом дискретної обробки атрактора системи Дуффінга у перерізі Пуанкаре.

На основі сформульованих функціоналів та таблиці істинності запропоновано структурну схему пристрою для виявлення періодичного сигналу в шумі. У запропонованому пристрої, в якості вхідного блоку, може використовуватися реалізація системи Дуффінга на основі аналогового електричного кола.

Отримано значення дискретних оцінок амплітуди періодичної складової вхідного сигналу за зміщенням фазової траєкторії системи Дуффінга відносно атрактора у перерізі Пуанкаре. Згідно з результатами проведеного моделювання, запропонована схема дозволяє виявляти періодичні сигнали при низьких значеннях відношення сигнал/шум

Ключові слова: виявлення сигналів, хаотична система, гармонічний сигнал, атрактор, цифрова обробка сигналів

1. Вступ

Розвиток сучасних інформаційних технологій, зв'язку та систем керування [1] спонукає експертів надавати все більше уваги застосуванню хаотичних сигналів та систем для обробки інформації [2]. Методи виявлення сигналів на основі теорії хаосу відомі протягом останніх 20 років. Такі методи можуть характеризуватися значним рівнем інформаційної ємності, покращеними властивостями кореляції та екстремально широкими смугами частот (надширокосму-

гові системи, НШС) за різних умов [3, 4]. На даний час методи виявлення сигналів із застосуванням хаотичних систем досліджуються із різними видами модуляції (BPSK, QPSK та інші) [1, 5–7]. Відомі програмні та апаратні реалізації методів виявлення сигналів на основі теорії хаосу. Проте, внаслідок похибок контролю та оцінки хаосу, практичне застосування таких методів ускладнене [8–10]. Сучасні роботи, пов'язані із виявленням сигналів з використанням теорії хаосу, фокусуються на задачах ідентифікації та контролю хаосу [11–13], розв'язання яких дозволяє підвищувати чутливість та завадостійкість.

Основною перевагою використання хаотичних систем для виявлення сигналів є їх висока чутливість до слабких сигналів на фоні шумів, зокрема при відношенні сигнал/шум менше 0 [4]. Проте відомі методи обробки атракторів [9, 10] не дозволяють використовувати переваги хаотичних систем в повній мірі через недостатній розвиток алгоритмів оцінки параметрів вхідного сигналу шляхом аналізу вихідних хаотичних коливань [12]. Зокрема, внаслідок складності динаміки хаотичних систем при виявленні періодичних сигналів, як індикатор присутності сигналу використовується процес переходу системи із хаотичного режиму в періодичний режим [14], який характеризується низькою чутливістю [2]. В поєднанні із чутливістю параметрів критичного режиму до форми неперіодичних вхідних сигналів, такий недолік суттєво обмежує можливості практичного застосування хаотичних систем для виявлення періодичних сигналів.

Таким чином, завдання аналізу та розробки нових методів і засобів виявлення періодичних сигналів шляхом обробки атракторів хаотичних систем є актуальними.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

У роботі [15] приведені результати досліджень можливостей виявлення сигналів із застосуванням хаотичної системи. Показано, що хаотична система характеризується високою чутливістю до слабких періодичних сигналів. Методи базуються на чутливості показників Ляпунова хаотичної системи до слабких вхідних сигналів [12]. Результати, приведені у роботі [12], дозволяють стверджувати, що хаотичні системи мають значні перспективи щодо застосування в обробці сигналів. Проте, показано, що процес ідентифікації хаотичного режиму коливань може вносити значну статистичну похибку і вимагає суттєвих ускладнень обробки сигналів. Таким чином, сучасні методи аналізу хаотичних сигналів розроблені недостатньо і вимагають подальшого розвитку.

Теорія нелінійних систем із хаотичною динамікою була розвинута у роботі [14] для задач виявлення сигналів. Показано, що осцилятор Дуффінга, який описується диференціальним рівнянням другого порядку, характеризується стійкістю до шумів. Доведено, що реакція системи Дуффінга на періодичні сигнали сильніша, ніж реакція на неперіодичний шум із рівномірним розподілом. Розглянемо рівняння осцилятора Дуффінга [14], що задане виразом (1):

$$x''(t) + k \cdot x'(t) - x(t) + (x(t))^3 = s(t), \quad (1)$$

де $s(t)$ – вхідний сигнал; $x(t)$ – вихідний сигнал; k – коефіцієнт згасання. Відомо, що така система Дуффінга надзвичайно чутлива до малих змін періодичних складових вхідного сигналу [14].

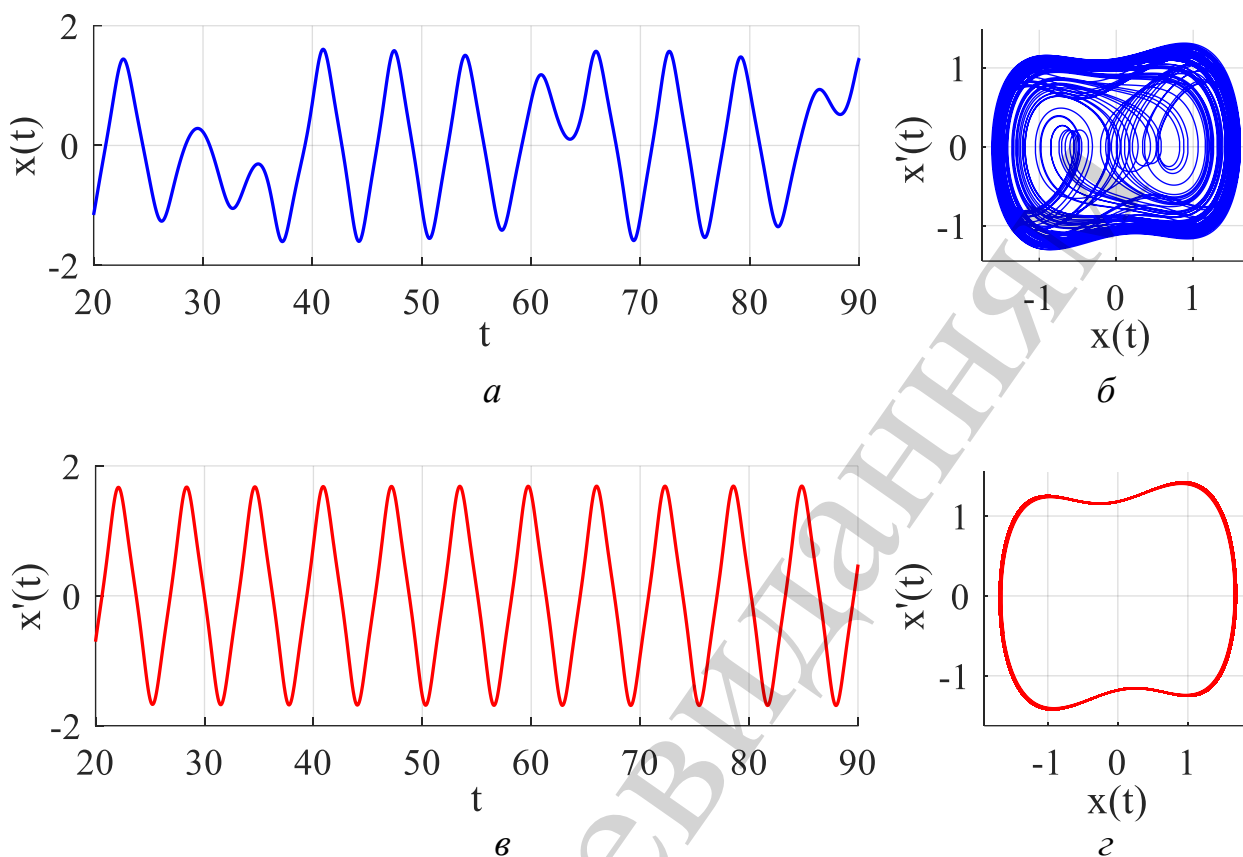


Рис. 1. Режими коливань системи Дуффінга: *a* – хаотичний режим; *б* – фазовий портрет хаотичних коливань; *в* – періодичний режим; *г* – фазовий портрет періодичних коливань

При підвищенні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу хаотичний режим коливань системи Дуффінга рис. 1, *a*, *б* змінюється на періодичний режим коливань рис. 1, *в*, *г*. Графіки, зображені на рис. 1 отримано при відношеннях сигнал/шум, нижчих від 0. Таким чином, у відомих засобах виявлення сигналів перехід системи Дуффінга з хаотичного режиму в періодичний виконує функцію індикатора присутності періодичного сигналу.

Перевагою приведеного методу виявлення є відносна простота реалізації, яка полягає, практично, у розрізненні форм фазового портрету рис. 1, *б*, та рис. 1, *г*. Проте, інформація, яка міститься у формі хаотичних коливань рис. 1, *a*, *б* для виявлення сигналу практично не використовується. Таким чином, переваги хаотичної системи використовуються не у повній мірі.

Описано способи реалізації коливальних систем із бістабільними потенціальними функціями. Відомі методи виявлення сигналів із аналоговою реалізацією системи Дуффінга як вхідного кола приймача [16]. Цифрова реалізація системи Дуффінга може базуватися на використанні програмованої логічної матриці [17]. Методи, представлені у роботах [16] та [17], характеризуються недо-

ліками, притаманними методу [14] (рис. 1), що пов'язані із неповним використанням інформації про вхідний сигнал, яку можна отримати із форми коливань вихідного сигналу в хаотичному режимі.

Одним із найбільш важливих напрямків розвитку методів виявлення сигналів на основі теорії хаосу є зв'язок, де хаотичні системи використовуються як високочутливі вхідні кола приймачів [6]. Крім того, висока чутливість хаотичних систем використовується для діагностики механічних несправностей [18] з метою неруйнівного контролю. Застосування хаотичної системи для обробки сейсмічного сигналу описано у роботі [19]. Відомий також приклад застосування хаотичного відображення у аналізі інтернет-трафіку з метою виявлення LDoS-атак [20]. У роботах [6, 18–20] також використано метод виявлення із використанням переходу до періодичного режиму, що є суттєвим недоліком. Недостатнє практичне впровадження вказаних методів пов'язане із складністю підтримки стабільного порогу виявлення сигналу та необхідністю розв'язання задачі ідентифікації хаосу. Методи оцінки параметрів вхідного сигналу хаотичної системи за характеристиками вихідного сигналу потребують подальшого розвитку з метою більш повного використання інформації, яка міститься у хаотичних коливаннях.

Крім того, залишилися невирішеними питання, пов'язані з недостатньою завадостійкістю описаних методів виявлення сигналів. Причиною цього можуть бути об'єктивні труднощі, пов'язані з використанням переходу із хаотичного режиму до періодичного як індикатора присутності сигналів, що проявляються у принциповій неможливості виявлення слабких сигналів у періодичному режимі та у затратній частині, пов'язаній із підтримкою критичного режиму коливань [11], що робить відповідні дослідження недоцільними. Варіантом подолання описаних труднощів може бути розвиток методів ідентифікації хаосу за характеристиками фазових портретів. Саме такий підхід використано в роботі [13], однак задача підтримки стабільного значення порогу виявлення у критичному режимі залишається невирішеною, внаслідок високої чутливості хаотичної системи до слабких впливів, що описано в роботі [21]. Відповідно до результатів, наданих у [21], критичний режим хаотичної системи залежить від слабких впливів, і тому при різних формах шуму може змінюватися значення порогу виявлення сигналу. Зміни значення порогу погіршують характеристики виявлення сигналів і збільшують необхідне значення мінімального відношення сигнал/шум.

Таким чином, у приведеному дослідженні розглядається проблема виявлення періодичних сигналів шляхом обробки атрактора Дуффінга у хаотичному режимі, без використання переходів до періодичного режиму, що дає можливість отримати додаткове підвищення чутливості за рахунок обробки хаотичних коливань.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є розробка методу виявлення сигналів з використанням дискретної обробки атрактора Дуффінга без переходів до періодичного режиму коливань.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- дослідити реакцію системи Дуффінга на періодичні та неперіодичні сигнали;
- визначити залежність між амплітудою періодичної складової вхідного сигналу та динамікою атрактора системи Дуффінга;
- побудувати структурну схему пристрою виявлення періодичних сигналів за дискретною оцінкою зсуву фазової траєкторії системи Дуффінга.

4. Задача виявлення періодичного сигналу шляхом дискретної обробки атрактора Дуффінга

Розглянемо рівняння осцилятора Дуффінга [2, 12], що задане виразом (1), у формі функціоналу $F_D[u(t)]$:

$$x''(t) + k \cdot x'(t) - x(t) + (x(t))^3 = s_0(t) + u(t) \Leftrightarrow x(t) = F_D[u(t)], \quad (2)$$

де $s_0(t)$ – задаючий сигнал, який визначає режим коливань системи Дуффінга; $x(t)$ – вихідний сигнал; k – коефіцієнт згасання; $u(t)$ – вхідний сигнал, який є зовнішнім впливом на систему Дуффінга.

На вхід системи Дуффінга надходить сигнал $s(t)$, який є сумою задаючого сигналу $s_0(t)$ та зовнішнього впливу $u(t)$:

$$s(t) = s_0(t) + u(t). \quad (3)$$

Задаючий сигнал має гармонічну форму:

$$s_0(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4)$$

Зовнішній вхідний сигнал містить корисний періодичний сигнал $s_{\text{inf}}(t)$ та аперіодичний шум $\xi(t)$:

$$u(t) = s_{\text{inf}}(t) + \xi(t). \quad (5)$$

Корисний періодичний сигнал описується виразом:

$$s_{\text{inf}}(t) = A_{\text{inf}} \sin(\omega_{\text{inf}} t + \varphi_{\text{inf}}). \quad (6)$$

Інформативним параметром корисного сигналу $s_{\text{inf}}(t)$ є амплітуда A_{inf} .

Задача виявлення періодичного сигналу $s_{\text{inf}}(t)$ у складі вхідного сигналу $u(t)$ може бути виражена як задача пошуку перетворення $G[x(t)]$, результатом якого є двійкова величина Q , яка дорівнює 0, коли сигнал відсутній, і дорівнює 1 коли сигнал присутній:

$$Q = G[x(t)] = G[F_D[u(t)]] = Y[u(t)], \quad (7)$$

$$Q = \begin{cases} 0, & A_{\text{inf}} < A_{\text{thr}}, & \text{decision: signal } s_{\text{inf}}(t) \text{ is absent,} \\ 1, & A_{\text{inf}} \geq A_{\text{thr}}, & \text{decision: signal } s_{\text{inf}}(t) \text{ is present.} \end{cases} \quad (8)$$

Перетворення $G[x(t)]$ можна виразити як перетворення $Y[u(t)]$, що виконується над вхідним сигналом.

5. Дослідження реакції системи Дуффінга на періодичні і неперіодичні сигнали

Для розв'язання поставленої задачі виявлення періодичного сигналу проведено дослідження реакції системи Дуффінга на періодичні і неперіодичні сигнали при параметрах:

$$k = \frac{1}{2}; \quad \omega_0 = 1; \quad \varphi_0 = 0. \quad (9)$$

Проте, слід відзначити, що одна і та сама форма коливань системи Дуффінга може бути отримана для різних значень частоти ω_0 та амплітуди A_0 при введенні у рівняння (2) масштабних коефіцієнтів, як показано у роботі [23]. Вхідний сигнал системи Дуффінга відповідає умовам [14, 24]:

$$A_{\text{inf}} < 0.02A_0; \quad \omega_{\text{inf}} = \omega_0 \pm 0.05\omega_0; \quad \varphi_{\text{inf}} \approx \varphi_0. \quad (10)$$

Вхідний шум $\xi(t)$ є випадковою величиною, розподіл якої рівномірний у смузі пропускання системи Дуффінга (2).

Відповідно до розв'язків рівняння (2), при умові $0.35 < A_0 < 0.83$ система Дуффінга знаходиться у хаотичному режимі. Встановлено, що у діапазоні амплітуд $0.4 < A_0 < 0.7$ хаотичний режим є стабільним і не змінюється на періодичний режим внаслідок слабких зовнішніх впливів [22]. У цьому режимі хаотичний осцилятор має найвищу чутливість до змін вхідної гармонійної складової $s_{\text{inf}}(t)$ на частотах, близьких до ω_0 [2, 24].

На рис. 2 показано осцилограми вихідного сигналу системи Дуффінга в хаотичному режимі ($A_0=0.4$) та у періодичному режимі ($A_0=0.8$).

На вхід системи Дуффінга надходить сигнал $u(t)$, що описується виразом (5). Практично співпадають осцилограми хаотичних коливань Рис. 2, б, при повній відсутності сигналу ($u(t)=0$) та при наявності неперіодичного шуму ($u(t)=\xi(t)$). При додаванні слабого періодичного сигналу ($u(t)=s_{\text{inf}}(t)+\xi(t)$, $\text{SNR}=-6.23$ дБ) спостерігається значна зміна форми хаотичних коливань.

Таким чином, в хаотичному режимі коливань система Дуффінга характеризується високою чутливістю до впливу періодичних сигналів і стійкістю до впливу неперіодичних шумів. Це дозволяє здійснювати виявлення слабких сиг-

налів на фоні шумів шляхом розрізнення змін форми коливань системи Дуффінга, які виникають внаслідок дії різних типів вхідних сигналів.

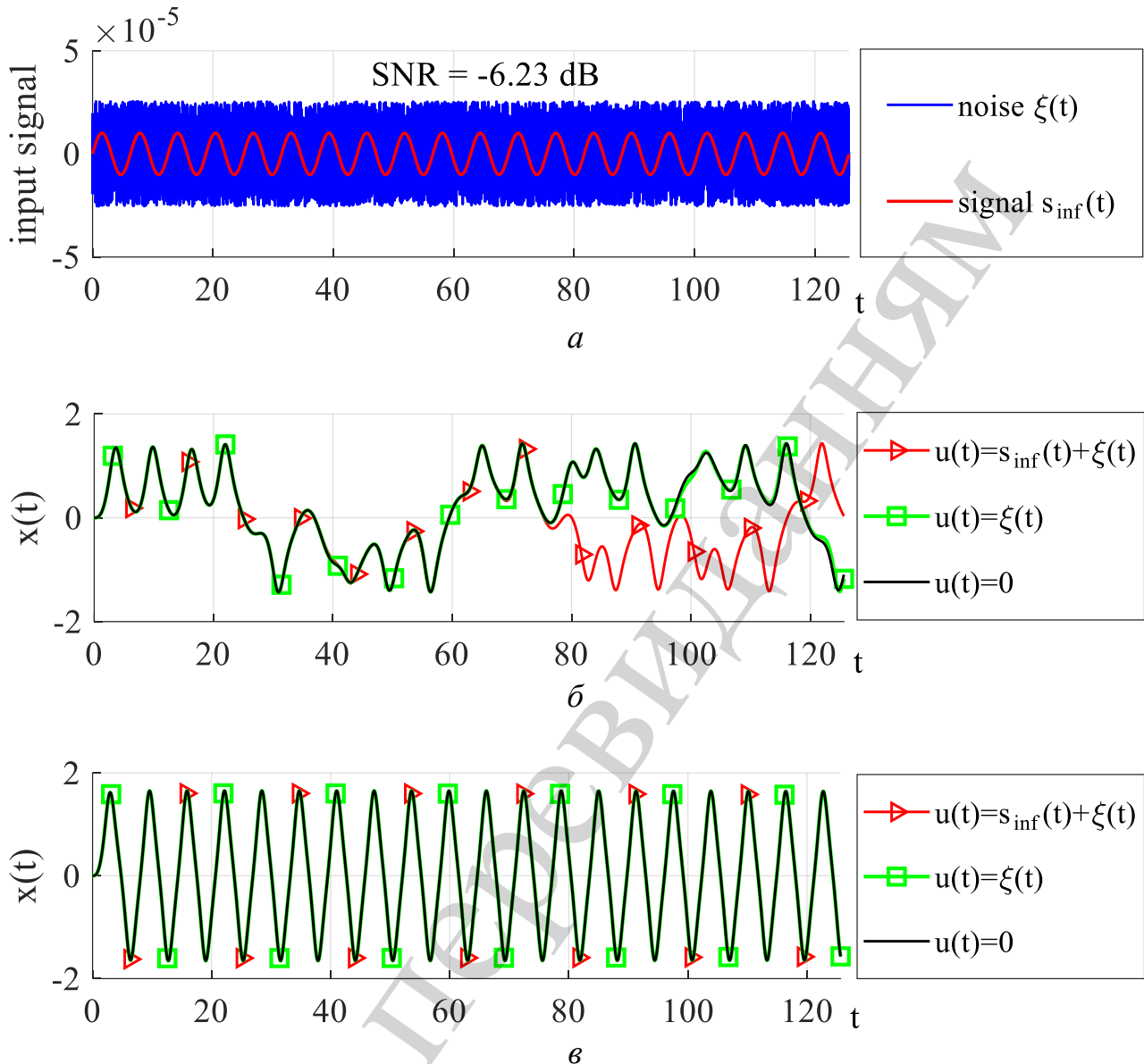


Рис. 2. Реакція системи Дуффінга на періодичний і неперіодичний сигнали: *a* – вхідні сигнали; *б* – хаотичний режим; *в* – періодичний режим

Відомі методи виявлення періодичних сигналів із застосуванням системи Дуффінга базуються на використанні в якості індикатора присутності сигналу процесу переходу системи із хаотичного режиму в періодичний внаслідок збільшення амплітуди періодичної складової вхідного сигналу вище деякого порогового рівня (рис. 1). Такий підхід використано, зокрема, у роботах [5, 7, 10–13].

Суттєвим недоліком вказаного підходу є значне зниження чутливості системи Дуффінга у періодичному режимі. Це підтверджується графіками на рис. 2, *в*, де показано, що у періодичному режимі коливання системи Дуффінга практично не відрізняються при дії тих самих вхідних сигналів ($u(t)=0$, $u(t)=\xi(t)$, $u(t)=s_{\text{inf}}(t)+\xi(t)$, $\text{SNR}=-6.23$ дБ).

6. Виявлення періодичних сигналів з використанням дискретної обробки атратора Дуффінга

6.1. Визначення залежності між амплітудою періодичної складової вхідного сигналу та динамікою атратора системи Дуффінга

Розглянемо атратор Дуффінга у перерізі Пуанкаре, який визначається як множина точок $(x(mT+\varphi); x'(mT+\varphi))$, для яких $m=[t/T]=0, 1, 2, 3, \dots, T$ – період задаючого сигналу, $T=2\pi/\omega_0$, φ – фаза задаючого колювання, $\varphi=t-mT$. На рис. 3 показано геометричне місце точок перерізу Пуанкаре атратора Дуффінга для трьох різних значень фази задаючого сигналу $(0, \pi/2, \pi)$.

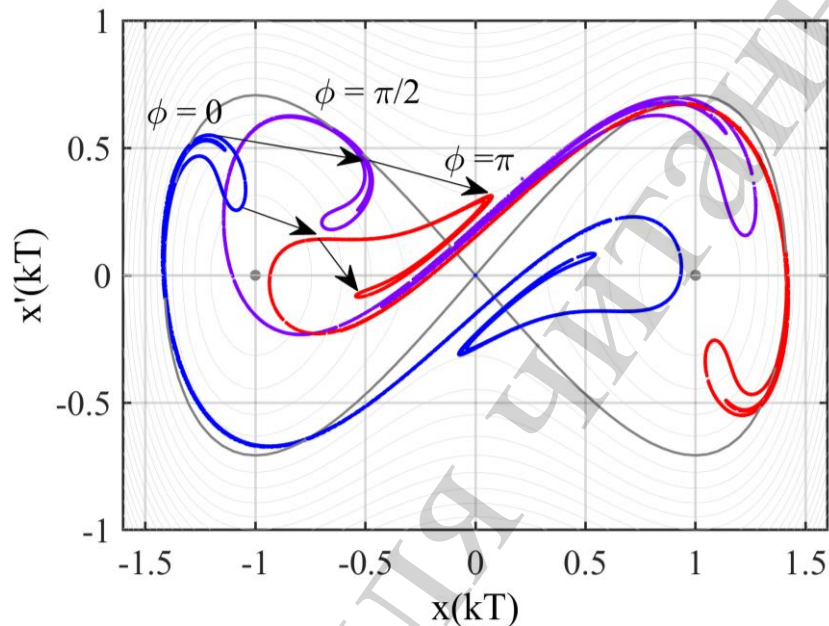


Рис. 3. Динаміка перерізу Пуанкаре системи Дуффінга: $\varphi=0$ – синій колір; $\varphi=\pi/2$ – фіолетовий колір; $\varphi=\pi$ – червоний колір

Переріз Пуанкаре системи Дуффінга змінюється з часом, відповідно до фази задаючого сигналу. Структура атратора Дуффінга має властивості фрактальної геометрії, що проявляються у зв'язку із гомоклініними формами фазових траєкторій. Більш деталізований аналіз фрактальної геометрії атратора Дуффінга представлено у роботах [2, 21, 23] із схематичними зображеннями.

За результатами проведених числових експериментів побудовано схему руху точок перерізу Пуанкаре атратора Дуффінга.

На рис. 4 зеленими стрілками показано можливі типи руху точок перерізу Пуанкаре. Точки можуть обертатися навколо одного з центрів $(-1, 0)$, $(1, 0)$, або переходити з орбіти одного центру на орбіту іншого. Відповідно, протягом кожного періоду T задаючого сигналу $s_0(t)$ відбувається розходження фазових траєкторій системи Дуффінга, яке призводить до підсилення впливу синфазних періодичних сигналів на частотах, близьких до ω_0 . Неперервний процес розходження фазових траєкторій можна спостерігати на рис. 1, б.

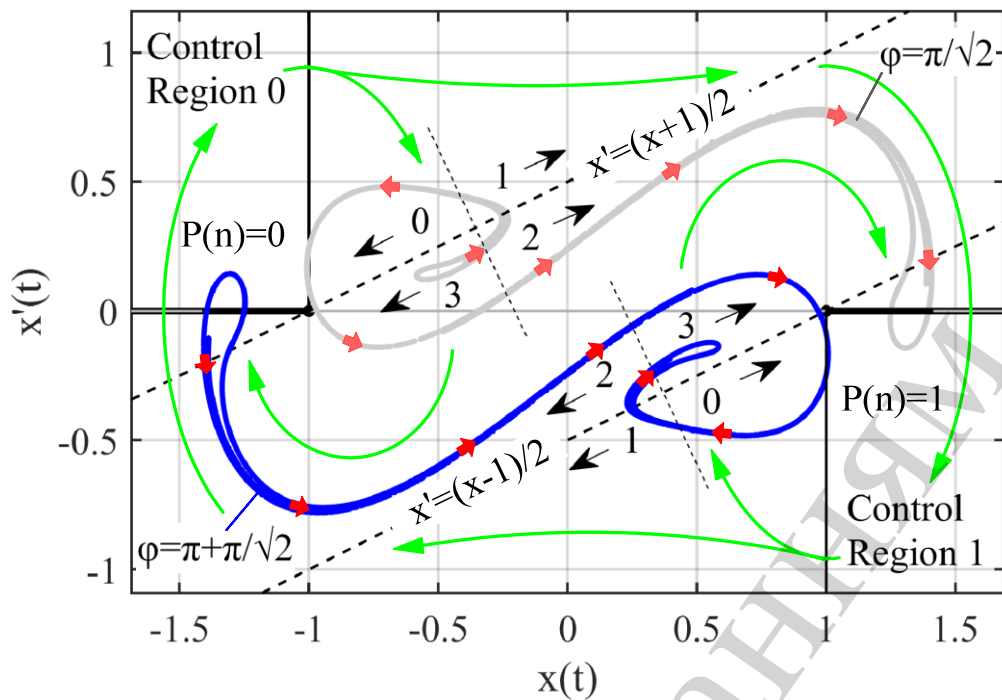


Рис. 4. Схема руху точок перерізу Пуанкаре атратора Дуффінга

Червоними стрілками показано напрям зміщення точок перерізу Пуанкаре, яке виникає внаслідок збільшення амплітуди періодичного сигналу на вході (на частоті, близькій до ω_0).

Таким чином, точки фазових траєкторій системи Дуффінга характеризуються чотирма типами динаміки відносно центрів $(-1, 0)$ і $(1, 0)$:

- 1) обертання навколо одного з центрів без зміни напрямку зміщення при зростанні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу;
- 2) обертання навколо одного з центрів зі зміною напрямку зміщення при зростанні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу;
- 3) перехід від одного центра обертання до іншого без зміни напрямку зміщення при зростанні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу;
- 4) перехід від одного центра обертання до іншого зі зміною напрямку зміщення при зростанні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу;

Відповідно, за послідовностями типів динаміки 1–4 в часі, можна оцінювати і порівнювати величини зміщень фазових траєкторій, які були викликані впливом різних форм вхідного сигналу $u(t)$, що підтверджується також результатами, отриманими в роботах [23, 24].

З метою визначення напрямку зміщення, що відповідає зростанню амплітуди корисного сигналу, на фазовій площині виділено дві контрольні області (Control Region 0, Control Region 1) та проведено дві допоміжні лінії $x'=(x+1)/2$, $x'=(x-1)/2$, які дозволяють розподілити переріз Пуанкаре атратора Дуффінга на сегменти 0, 1, 2, 3, як показано на рис. 4 для фаз задаючого сигналу $\varphi=\pi/\sqrt{2}$ та $\varphi=\pi+\pi/\sqrt{2}$.

Якщо амплітуда періодичної складової вхідного сигналу зростає, то фазова траєкторія системи Дуффінга зсувається послідовно від сегменту 0 до сегменту 3, незалежно від фази задаючого сигналу.

Порядковий номер заходу точки фазової траєкторії в контрольну область 0 або в контрольну область 1 позначено змінною n . Положення точки фазової траєкторії відносно структури атрактора Дуффінга визначається кожного разу при заході точки в одну із контрольних областей (рис. 4), в моменти часу t_n , де $n=0, 1, 2, \dots, M$. Тоді, для кожного n , положення точки фазової траєкторії відносно атрактора Дуффінга може бути описано у двійковій системі числення.

Величина $P(n)$ є індикатором потрапляння точки фазової траєкторії в контрольні області (рис. 4).

$$P(n) = \begin{cases} 1, & x(t) < 1 \cap x'(t) < 0 \quad (\text{контрольна область } 0), \\ 0, & x(t) < -1 \cap x'(t) > 0 \quad (\text{контрольна область } 1). \end{cases} \quad (11)$$

Величина $V(n)$ є індикатором напряму зміщення фазової траєкторії при зростанні амплітуди періодичної складової вхідного сигналу (рис. 4) для моменту часу t_n заходу точки фазової траєкторії в одну із контрольних областей.

$$V(n) = \begin{cases} 0, & \varphi(t_v) = \frac{\pi}{2} + \pi P(n) \cap x'(t_v) > (-1)^{P(n)} \cdot (x(t_v) + (-1)^{P(n-1)}) / 2, \\ 1, & \varphi(t_v) = \frac{\pi}{2} + \pi P(n) \cap x'(t_v) \leq (-1)^{P(n)} \cdot (x(t_v) + (-1)^{P(n-1)}) / 2, \end{cases} \quad (12)$$

де $t_{n-1} < t_v < t_n$, величина $P(n)$ приймає значення 0 або 1 відповідно до (11). Значення $V(n)=0$ відповідає напрямку за годинниковою стрілкою, значення $V(n)=1$ відповідає напрямку проти годинникової стрілки.

Таким чином, величини P і V є масивами двійкових величин розміром $1 \times M$, які визначаються як функціонали від вхідного сигналу:

$$P = G_p[x(t)] = Y_p[u(t)], \quad (13)$$

$$V = G_v[x(t)] = Y_v[u(t)]. \quad (14)$$

Із двійкових величин $P(n)$, $V(n)$, та $P(n-1)$, $V(n-1)$, що визначені в моменти n -го та $n-1$ -го потрапляння точки фазової траєкторії в контрольні області, можна визначити номер $E(n)$ сегмента перерізу Пуанкаре, який характеризує тип руху точки, за допомогою таблиці істинності табл. 1.

У табл. 1, двохелементний вихідний вектор $E(n)$ є номером сегменту в перерізі Пуанкаре (рис. 4), який містить точку фазової траєкторії $(x(t); x'(t))$. Значення $E(n)$ подано у двійковій і четвірковій системах числення. $E_1(n)$ та $E_0(n)$ – старший і молодший розряди двійкового числа $E(n)$, відповідно. Результатом послідовного застосування таблиці істинності табл.1 для всіх $n=0, 1, 2, \dots, M$ є масив індексів розміром $1 \times M$, який можна виразити як функціонал W_E :

$$E = W_E [G_P [x(t)], G_V [x(t)]] \quad (15)$$

Оцінка зміщення фазової траєкторії внаслідок впливу періодичної складової вхідного сигналу задана виразом:

$$L = \sum_{n=0}^M E(n) \cdot 4^{-n} = W_L [E] = Y_L [u(t)], \quad (16)$$

де L – значення оцінки зміщення, $E(n)$ – вагові коефіцієнти, які можуть приймати значення 0, 1, 2, 3, відповідно до таблиці істинності табл. 1.

Таблиця 1

Таблиця істинності для визначення номера сегменту перерізу Пуанкаре

$P(n-1)$	$V(n-1)$	$P(n)$	$V(n)$	$E(n)$		
				двійкова система		четвіркова система
				$E_1(n)$	$E_0(n)$	
0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	2
0	1	0	0	1	1	3
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	2
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	2
1	0	1	0	1	1	3
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	2
1	1	1	0	1	1	3
1	1	1	1	0	0	0

На рис. 5 приведена залежність величини L від амплітуди A_{inf} корисного сигналу $s_{inf}(t)$.

Таким чином, залежність динаміки атрактора системи Дуффінга від амплітуди періодичної складової вхідного сигналу відображена оцінкою зміщення фазової траєкторії L , що описується виразом (16), рис. 5. Зростаюча форма залежності, зображеної на рис. 5, зберігається при значеннях відношення сигнал/шум до -10 дБ. Отже, слабкий періодичний вплив $s_{inf}(t)$ викликає більше зміщення фазової траєкторії системи Дуффінга, ніж значно сильніший неперіодичний вплив $\xi(t)$.

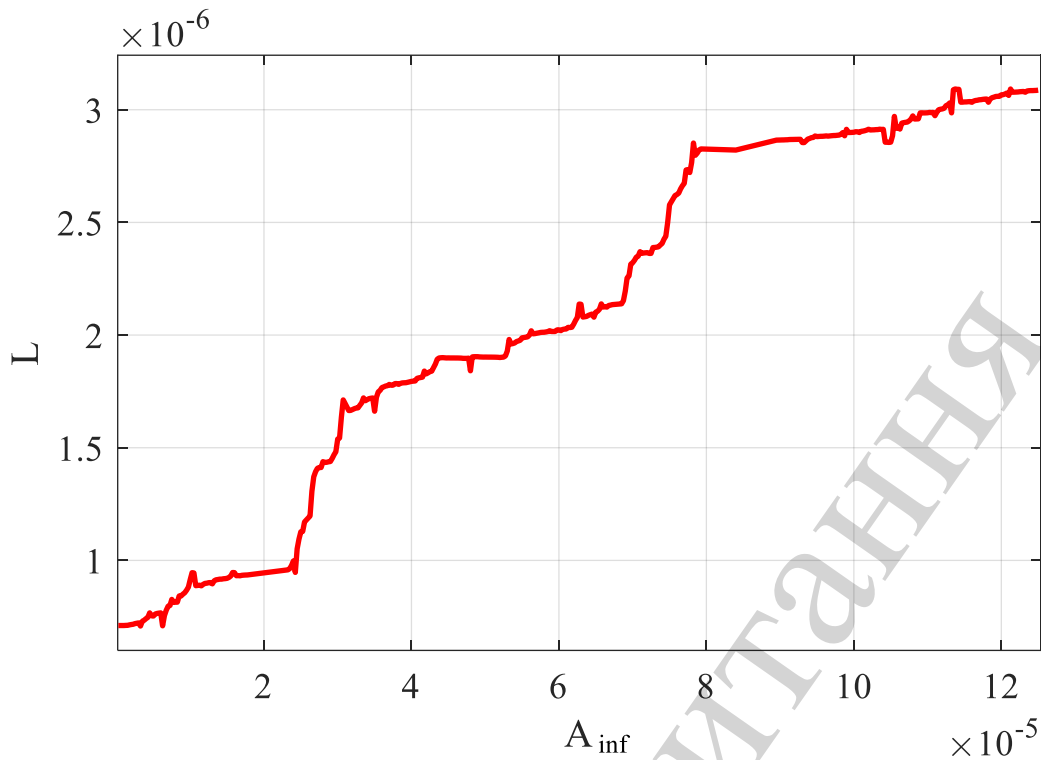


Рис. 5. Залежність оцінки величини зміщення фазової траєкторії від амплітуди періодичної складової вхідного сигналу

6. 2. Процес виявлення періодичних сигналів шляхом дискретної обробки атратора Дуффінга у перерізі Пуанкаре

Як показано в розділі 6. 1, залежність зміщення фазової траєкторії системи Дуффінга від амплітуди періодичної складової вхідного сигналу описується виразом (16) для перерізу Пуанкаре. Оскільки в результаті застосування функціоналу $Y_L[u(t)]$ отримана зростаюча залежність величини L від амплітуди корисного сигналу A_{inf} (рис. 5), то доцільно використовувати два порогові значення L_{thr0} , L_{thr1} , які дозволять однозначно визначати положення значення A_{inf} відносно порогу A_{thr} . Тоді процедура прийняття рішення описується виразом:

$$\begin{cases} L < L_{thr0} & \Rightarrow A_{inf} < A_{thr}, & \text{decision: signal } s_{inf}(t) \text{ is absent,} \\ L \geq L_{thr1} & \Rightarrow A_{inf} \geq A_{thr}, & \text{decision: signal } s_{inf}(t) \text{ is present.} \end{cases} \quad (17)$$

Таким чином, шукане перетворення (7), яким описується процес виявлення сигналу, має вигляд виразу (18):

$$\begin{aligned} Q &= G[x(t)] = Y[u(t)] = \\ &= \begin{cases} 0, & Y_L[u(t)] < L_{thr0}, & \text{decision: signal } s_{inf}(t) \text{ is absent,} \\ 1, & Y_L[u(t)] \geq L_{thr1}, & \text{decision: signal } s_{inf}(t) \text{ is present.} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

Вирази (11)–(18) можуть використовуватися для подальшої розробки пристроїв та алгоритмів виявлення періодичних сигналів шляхом аналізу атрактора Дуффінга.

7. Структурна схема пристрою виявлення періодичних сигналів за дискретною оцінкою зсуву фазової траєкторії системи Дуффінга

Реалізація системи Дуффінга [16] показана на рис. 6.

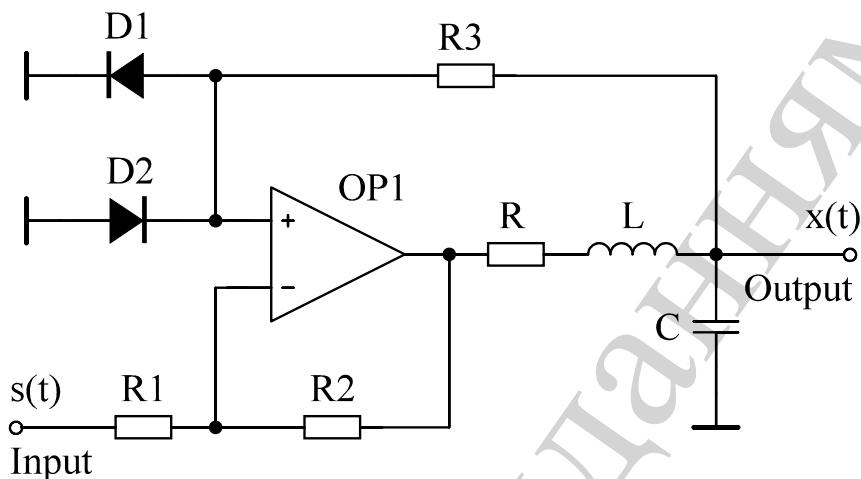


Рис. 6. Реалізація системи Дуффінга у формі електричного кола

Електричне коло на рис. 6 реалізує хаотичну систему, яка характеризується типовим атрактором Дуффінга у фазовому просторі.

Напруга вхідного сигналу $s(t)$ подається на інвертуючий вхід операційного підсилювача OP1. Напруга вихідного сигналу $x(t)$ знімається з конденсатора C. Лінійна частина системи Дуффінга реалізована резистором R, котушкою індуктивності L і конденсатором C. Нелінійна частина системи Дуффінга реалізована на резисторі R3 та діодах D1, D2. Операція додавання реалізується колом операційного підсилювача OP1 [16].

Блок оцінки амплітуди періодичної складової вхідного сигналу може бути реалізовано у цифровій формі. Основна частина блоку оцінки є логічним колом, яке визначає дискретну величину оцінки L амплітуди періодичної складової вхідного сигналу.

Модель логічного кола описується таблицею істинності (табл. 1).

Пристрій виявлення сигналу може бути реалізований у вигляді структури, зображеної на рис. 7.

Аналогова частина пристрою виявлення сигналів складається з системи Дуффінга (рис. 6) та генератора задаючого сигналу. Цифрова частина складається з блоку індикатора контрольної області (CI), блоку індикатора напрямку зміщення фазової траєкторії при зростанні амплітуди A_{inf} періодичної складової вхідного сигналу (DI), логічної схеми, яка реалізує таблицю істинності (табл. 1), пристрою накопичення відліків, блоку компаратора (Спр.), генератора сигналу перезапуску (RSG) та блоку таймера.

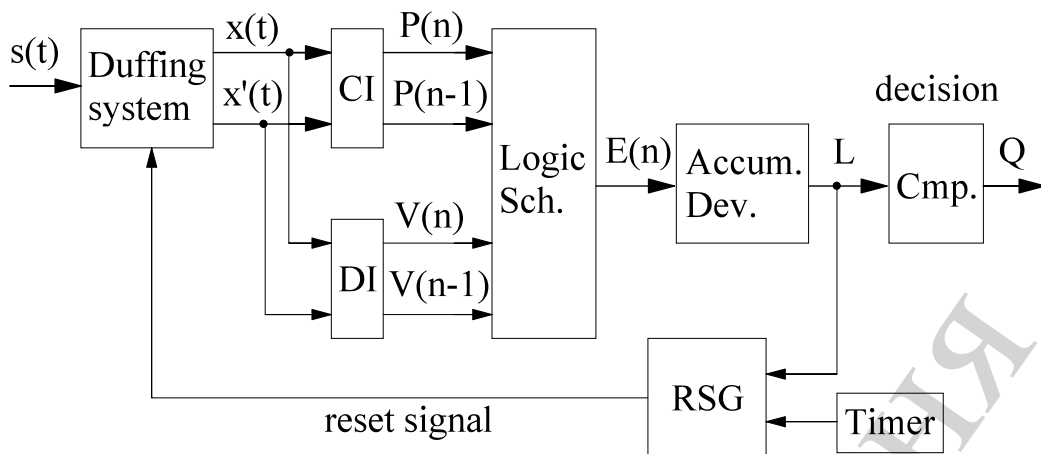


Рис. 7. Структурна схема пристрою виявлення періодичних сигналів

Вихідним сигналом блоку індикатора напрямку зміщення є двійкова величина $V(n)$. Блок індикатора контрольної області складається з схем порівняння, які визначають значення $P(n)$.

Блоки CI та DI видають нові значення вихідних сигналів тоді, коли фазові траєкторії перетинають лінію $x'=0$ при заході в контрольні області відповідно до рис. 4.

Відліки вихідного сигналу логічної схеми $E(n)$ подаються на блок накопичення, який формує значення величини L відповідно до виразу (16). Блок компаратора (Cmp.) порівнює величину L із пороговим значенням L_{thr} , і видає рішення Q про присутність або відсутність на вході періодичного сигналу $s_{inf}(t)$ із амплітудою A_{inf} , не меншою від порогового значення A_{thr} .

Якщо значення оцінки L набагато більше, ніж порогове значення L_{thr} (типова умова $L > 2L_{thr}$), то блок RSG генерує сигнал перезавпуску, який задає нульові значення на вході і виході хаотичної системи. Блок таймера перезавпускає систему Дуффінга, коли значення оцінки L залишається меншим від порогового значення L_{thr} протягом відносно довгого часу (як правило 20–30 періодів задаючого сигналу).

Таким чином, приведена структура пристрою виявлення сигналів реалізує функціонал (18) шляхом дискретної обробки вихідного сигналу аналогової системи Дуффінга. Результатом роботи пристрою є двійкова величина Q , яка дорівнює 0 при відсутності та 1 у випадку присутності корисного періодичного сигналу із амплітудою, не меншою від заданого порогового значення.

Модель пристрою (рис. 7) досліджена у програмному середовищі MATLAB. Отримані параметри моделі приведено в табл. 2.

Таблиця 2

Основні параметри моделі пристрою виявлення періодичних сигналів

Параметр	Значення
Амплітуда задаючого сигналу, A_0	0.4
Амплітуда корисного сигналу, A_{inf}	$10^{-5} \dots 10^{-4}$
Відношення сигнал/шум, SNR	-10 дБ
Порогове значення амплітуди корисного сигналу, A_{thr}	$6 \cdot 10^{-5}$
Нижній поріг оцінки зміщення фазової траєкторії, L_{thr0}	$1.5 \cdot 10^{-6}$
Верхній поріг оцінки зміщення фазової траєкторії, L_{thr0}	$2.5 \cdot 10^{-6}$
Кількість елементів масиву коефіцієнтів E, M	24

8. Обговорення результатів виявлення сигналів із використанням дискретної обробки атрактора Дуффінга у перерізі Пуанкаре

Отримані результати виявлення періодичних сигналів з використанням дискретної обробки атрактора Дуффінга пояснюються тим, що періодичні впливи викликають значно більше зміщення фазової траєкторії системи Дуффінга, ніж неперіодичні впливи (рис. 2, 5). Особливістю запропонованого підходу є реалізація виявлення періодичного сигналу з використанням системи Дуффінга у хаотичному режимі, без переходів до періодичного режиму. Це дозволяє уникнути похибок, пов'язаних із нестабільністю критичного режиму та низькою чутливістю в періодичному режимі. Мінімальне відношення сигнал/шум, при якому може здійснюватися виявлення сигналів, обмежено власними шумами кола системи Дуффінга та розрядністю цифрового пристрою оцінки.

Залежність величини L від амплітуди корисного сигналу A_{inf} (рис. 5) подібна за формою до залежності, отриманої в [23] шляхом інтегрування за амплітудою A_{inf} , що підтверджує коректність виконаних розрахунків.

Описаний підхід забезпечує виявлення періодичних сигналів при низьких значеннях відношення сигнал/шум у смузі пропускання системи Дуффінга. Для отримання більш складних характеристик частотної вибіркості на вході можуть використовуватися додаткові лінійні фільтри. З іншої сторони, лінійна частина системи Дуффінга також може бути модифікована з метою отримання необхідної смуги пропускання та смуги затримки, відповідно до теорії лінійної фільтрації.

Відомо, що атрактор Дуффінга характеризується властивостями фрактальної геометрії [3]. Для подальших досліджень, цікавою задачею є розвиток математичних моделей, що базуються на фрактальній геометрії з метою аналізу реакцій системи Дуффінга на різні форми вхідного сигналу. Такі моделі можуть значно підвищити ефективність приведенного методу виявлення сигналів.

9. Висновки

1. Проведено дослідження реакції системи Дуффінга на періодичні сигнали. Визначено діапазони параметрів, необхідні для підтримання хаотичного режиму коливальних. Встановлено, що система Дуффінга характеризується найвищою чутливістю до слабких періодичних впливів у діапазоні амплітуд

$0.4 < A_0(t) < 0.7$, де хаотичний режим не змінюється на періодичний режим внаслідок слабких зовнішніх впливів.

2. Визначено залежність динаміки атрактора системи Дуффінга від амплітуди періодичної складової вхідного сигналу із використанням дискретної оцінки зміщення фазової траєкторії у перерізі Пуанкаре. Оцінка зміщення фазової траєкторії подана у четвірковій системі числення відповідно до чотирьох основних типів динаміки точок фазової траєкторії системи Дуффінга. Отримана оцінка дозволяє приймати рішення про присутність або відсутність періодичного сигналу із заданим діапазоном амплітуди на вході.

3. Побудовано структурну схему пристрою для виявлення періодичних сигналів на основі логічної таблиці істинності, яка реалізує дискретну оцінку зсуву фазової траєкторії системи Дуффінга під впливом періодичної складової вхідного сигналу. Запропонована структурна схема дозволяє виявляти періодичні сигнали при відношенні сигнал/шум -10 дБ у смузі пропускання системи Дуффінга.

Таким чином, розроблено метод виявлення сигналів з використанням дискретної обробки атрактора Дуффінга, що дозволяє отримати підвищення чутливості за рахунок відсутності низькочутливого періодичного режиму. Отримані результати можуть використовуватися для розробки високочутливих цифрових пристроїв приймання сигналів.

Література

1. Živić, N. (2016). *Modern Communications Technology*. Walter de Gruyter. doi: <https://doi.org/10.1515/9783110413380>
2. Moon, F. C. (2004). *Chaotic Vibrations. An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. John Wiley & Sons. doi: <https://doi.org/10.1002/3527602844>
3. Costa, A. H., Enríquez-Caldera, R., Tello-Bello, M., Bermúdez-Gómez, C. R. (2016). High resolution time-frequency representation for chirp signals using an adaptive system based on duffing oscillators. *Digital Signal Processing*, 55, 32–43. doi: <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2016.04.008>
4. Liu, H. G., Liu, X. L., Yang, J. H., Sanjuán, M. A. F., Cheng, G. (2017). Detecting the weak high-frequency character signal by vibrational resonance in the Duffing oscillator. *Nonlinear Dynamics*, 89 (4), 2621–2628. doi: <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3610-2>
5. Wu, Y., Huang, S., Xie, W. (2014). QPSK Carrier Signal Detection Based on Double Duffing Oscillators. *Sensors & Transducers*, 165 (2), 195–202.
6. Fu, Y., Wu, D., Zhang, L., Li, X. (2011). A circular zone partition method for identifying Duffing oscillator state transition and its application to BPSK signal demodulation. *Science China Information Sciences*, 54 (6), 1274–1282. doi: <https://doi.org/10.1007/s11432-011-4199-6>
7. Wei, S., Zhang, T., Gao, C., Tan, F. (2011). The united detection of weak MSK signal using Duffing oscillator and Stochastic resonance. *2011 4th IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*. doi: <https://doi.org/10.1109/map.2011.6156307>

8. Chambers, L. G., Bender, C. M., Orszag, S. A. (1979). Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers. *The Mathematical Gazette*, 63 (424), 139–140. doi: <https://doi.org/10.2307/3616036>
9. Rajaman, S., Rajasekar, S. (2017). Variation of Response Amplitude in Parametrically Driven Single Duffing Oscillator and Unidirectionally Coupled Duffing Oscillators. *Journal of Applied Nonlinear Dynamics*, 1 (1), 121–129. doi: <https://doi.org/10.5890/jand.2017.03.009>
10. Martynyuk, V. V., Fedula, M. V. (2013). Weak periodic signal detection with the fractional order modified Duffing-Holmes system. *Visnyk NTUU KPI Seriya - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 53, 13–22.
11. Li, Y., Yang, B. (2003). Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise. *Chinese Science Bulletin*, 48 (5), 508–510. doi: <https://doi.org/10.1007/bf03183261>
12. Eyebe Fouda, J. S. A., Bodo, B., Djeufa, G. M. D., Sabat, S. L. (2016). Experimental chaos detection in the Duffing oscillator. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 33, 259–269. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2015.09.011>
13. Li, G., Zeng, L., Zhang, L., Wu, Q. M. J. (2018). State Identification of Duffing Oscillator Based on Extreme Learning Machine. *IEEE Signal Processing Letters*, 25 (1), 25–29. doi: <https://doi.org/10.1109/lsp.2017.2765895>
14. Shi, H., Li, W. (2017). Research on Weak Resonance Signal Detection Method Based on Duffing Oscillator. *Procedia Computer Science*, 107, 460–465. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.03.090>
15. Bix, D. L., Pipenberg, S. J. (1992). Chaotic oscillators and complex mapping feed forward networks (CMFFNs) for signal detection in noisy environments. [Proceedings 1992] IJCNN International Joint Conference on Neural Networks. doi: <https://doi.org/10.1109/ijcnn.1992.226876>
16. Tamaševičiute, E., Tamaševičius, A., Mykolaitis, G., Bumelien, S., Lindberg, E. (2008). Analogue Electrical Circuit for Simulation of the Duffing-Holmes Equation. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 13 (2), 241–252.
17. Rashtchi, V., Nourazar, M. (2015). FPGA Implementation of a Real-Time Weak Signal Detector Using a Duffing Oscillator. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 34 (10), 3101–3119. doi: <https://doi.org/10.1007/s00034-014-9948-5>
18. Liu, Y., Dai, Z., Lu, S., Liu, F., Zhao, J., Shen, J. (2017). Enhanced Bearing Fault Detection Using Step-Varying Vibrational Resonance Based on Duffing Oscillator Nonlinear System. *Shock and Vibration*, 2017, 1–14. doi: <https://doi.org/10.1155/2017/5716296>
19. Liu, C., Wang, B., Liu, Y. (2015). Seismic velocity analysis based on the Duffing oscillator chaotic system. *Chinese Journal of Geophysics- Chinese Edition*, 58 (6), 2057–2068.
20. Wu, Z., Lei, J., Yao, D., Wang, M., Musa, S. M. (2013). Chaos-based detection of LDoS attacks. *Journal of Systems and Software*, 86 (1), 211–221. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jss.2012.07.065>

21. Kovacic, I., Brennan, M. (2011). *The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviour*. John Wiley & Sons. doi: <https://doi.org/10.1002/9780470977859>
22. Wang, G., Chen, D., Lin, J., Chen, X. (1999). The application of chaotic oscillators to weak signal detection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46 (2), 440–444. doi: <https://doi.org/10.1109/41.753783>
23. Martynyuk, V. V., Havrylko, Y. V., Boiko, J. M., Fedula, M. V. (2018). The Analysis of Periodic Signal Detection Method Based on Duffing System Chaotic Dynamics. *Visnyk NTUU KPI Serii A - Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 74, 5–10. doi: <https://doi.org/10.20535/radap.2018.74.5-10>
24. Martynyuk, V., Fedula, M., Balov, O. (2014). Periodic signal detection with using Duffing system Poincare map analysis. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 8 (22), 26–30. doi: <https://doi.org/10.12913/22998624.1105158>

ТІЛЬКИ ДЛЯ ЧИТАННЯ