

Дослідження впливу кліматичних температурних перепадів на гофровану конструкцію водопропускної труби транспортної споруди

Б. В. Гера, В. В. Ковальчук

Наведено результати експериментальних досліджень розподілу температури на поверхні металевого гофрованого листа.

Запропоновано математичні моделі для розрахунку теплопровідності та термонапруженого стану фрагмента металеві гофрованої оболонки транспортної споруди, бокові поверхні якої нагріті до різних температур. Приймається, що температура залежить від двох просторових змінних. В якості можливого критерію для вибору потрібної функції розподілу температури спорудою прийнято мінімізацію функціоналу, визначеного на множині допустимих функцій, у вигляді інтегралу по області тіла від виразу, що задає виробництво ентропії.

При дослідженні температурного поля використовується диференціальне рівняння теплопровідності, а напружено-деформованого стану – рівняння теорії термопружності. Для розв'язування диференціального рівняння теплопровідності використано метод скінченних різниць, а для розв'язку рівнянь теорії термопружності – метод скінченних елементів.

Встановлено, що температура розподіляється нерівномірно металевим гофрованим листом. Існує температурний перепад між нижньою та верхньою поверхнями гофрованого металевого листа. Різниця температур між нижньою та верхньою поверхнями листа становить $+7,1$ °C при максимальних додатних температурах навколишнього середовища та $-5,5$ °C при мінімальних від'ємних температурах навколишнього середовища.

Встановлено, що величина напружень, яка виникає в металевих гофрованих листах від температурних перепадів навколишнього середовища, становить до 25 % від допустимих напружень. Тому при проектуванні металевих гофрованих конструкцій необхідно проводити розрахунок на дію температурних кліматичних впливів.

Отримані дані термонапруженого стану металевих гофрованих конструкцій є важливими для проектних організацій. Оскільки із врахуванням дії температурного поля на напружений стан конструкції в цілому на стадії проектування можна підібрати матеріали з метою зменшення температурних напружень, які мають прямий вплив на розвиток корозійного пошкодження металу труби

Ключові слова: металева гофрована оболонка, розподіл температури, термонапружений стан оболонки

1. Вступ

Транспортні споруди із металевих гофрованих конструкцій у процесі експлуатації зазнають дії комплексу кліматичних факторів [1, 2]. Вивчення складових теплообміну є невід'ємною частиною підготовки даних для розрахунку температурних напружень та деформацій.

Взимку ґрунт засипки замерзає і охолоджується до значних від'ємних температур. У результаті контактування із металевою водопропускною трубою можуть утворюватися тріщини у ґрунті, що негативно позначається на технічному стані конструкції [3, 4]. Утворення тріщин у ґрунті негативно позначається на спільній роботі труби із ґрунтом засипки, зменшуючи її несучу здатність. У разі підтвердження розрахунком можливості температурного розтріскування ґрунтів насипу над верхньою твірною водопропускної труби слід застосувати теплоізоляційний шар, товщину якого слід підібрати шляхом математичного моделювання так, щоб зменшити рівень температурних напружень.

Крім цього, у процесі експлуатації металевих гофрованих конструкцій спостерігається розтріскування цинкового покриття. Однією із причин даного дефекту є рівень температурних напружень на границях «метал-цинк», чи «метал-цинк-ґрунт». Це викликано температурним перепадом між зовнішньою нагрітою металевою поверхнею гофрованого листа конструкції та внутрішньою частиною споруди, яка взаємодіє із ґрунтом засипки і має нижче значення температури. Основою такого розрахунку є прогнозування температурного поля і поля температурних напружень за допомогою математичного моделювання.

У зв'язку з цим актуальною є проблема дослідження температурного поля та термонапруженого стану металевих гофрованих труб, які перебувають під дією змінних кліматичних температурних впливів навколишнього середовища. Ці дослідження, поруч із вивченням впливу дії статичних та змінних транспортних навантажень, є основою оцінки міцності та надійності транспортних споруд із МГК при взаємодії із ґрунтом засипки.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Визначення температурних полів та напружень у більшості випадків є складною задачею, точний розв'язок якої знайти важко. Тому інженер повинен у своїх розрахунках замінювати дійсну конструкцію більш простою, оцінюючи за допомогою фізичних міркувань допущену таким чином помилку, або використовувати наближені методи досліджень [5]. У роботах [6] встановлено, що для отримання повних даних про напружений стан транспортних споруд, зумовлений кліматичними температурними впливами, а у роботі [7] зазначено, що розв'язання одновимірної задачі недостатньо, потрібно враховувати багатосьовий напружений стан.

У роботах [8–10] зроблено висновок, що коливання температури навколишнього середовища викликають у прогонових будовах мостів постійні видовження та вкорочення балок, а різниця температур призводить до виникнення згинальних моментів.

Згідно вимог ДБН В.2.3-14 [11], нормативні температурні кліматичні впливи необхідно враховувати при розрахунках за граничним станом другої групи

для мостів усіх систем. Визначення розрахункових температур при цьому базується на нормативній температурі довкілля (температура повітря у теплий і холодний періоди року). Температуру елементів зі складним поперечним перерізом рекомендовано визначати за значенням середньозваженої температури окремих елементів (стінок, полицок та ін.).

Середню у перерізі нормативну температуру елементів чи їхніх частин рекомендується приймати такою, що дорівнює:

– для бетонних і залізобетонних елементів у холодний період року, а для металевих конструкцій у будь-яку пору року – нормативній температурі довкілля;

– для бетонних і залізобетонних елементів у теплий період року – нормативній температурі довкілля за винятком величини, що дорівнює $0,2 a$, але не більше $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Тут параметр a – товщина елемента чи його частини в сантиметрах, включаючи дорожній одяг проїзної частини автодорожніх мостів.

У нормативному документі AASHTO [12] наведені граничні значення максимальних високих та низьких розрахункових температур для різних типів мостів наведені. Ці значення температур необхідно враховувати при проектуванні мостових конструкцій.

При розрахунку прогонових будов сталезалізобетонних мостів із урахуванням нерівномірного нагрівання сонцем, за нормами [13], необхідно враховувати дев'ять розрахункових випадків впливу температури на конструкції мостів.

У нормативному документі EN-1991-1-5-2009 [14] рекомендується враховувати температурні перепади при проектуванні транспортних споруд. При цьому розрахунком потрібно перевіряти вплив максимальних додатних та мінімальних від'ємних температур на термонапружений стан мостових конструкцій.

У роботі [15] експериментальним шляхом встановлено, що сезонна зміна температури навколишнього середовища впливає на виникнення деформацій конструкції насипу з тунельною обробкою. Величина деформації відрізняється у залежності від умов теплообміну на границях розрахункової області «грунт-тунель». При багатоваріантному моделюванні термонапруженого стану встановлено, що за допомогою спеціальних засобів, що змінюють умови теплообміну на зовнішній і внутрішній поверхні тунелю, можна домогтися практичної стабілізації деформованого стану конструкції насипу, і тим самим поліпшити її експлуатаційні характеристики. Також зазначено, що методи розрахунку термонапруженого стану в області водопропускних труб розроблені недостатньо. Такі процеси можуть бути оцінені достовірно тільки експериментальним шляхом.

У роботі [16], зазначається, що для встановлення термонапруженого стану залізобетонної проговоної будови мостів, необхідно знати розподіл температури в тілі конструкції. Проте автором розглядається розподіл термонапруженого стану тільки у залізобетонних прогонових будовах мостів.

Авторами у роботі [17] встановлено, що однією з основних причин порушення роботи асфальтобетонного покриття та плити проїжджої частини на автодорожніх мостах є вплив температури, а у роботі [18] доведено, що температура призводить до просідання асфальту.

Деякі конкретні приклади реалізації методу для вивчення температурних полів наведені у роботі [19], а механічних напружень у роботі [20], що виника-

ють у шарах автодорожнього покриття. Однак у цих роботах не порушено питань, пов'язаних з вивченням розподілу температури при нерівномірному нагріванні шарів дорожнього одягу і їх впливу на мостові конструкції.

У роботі [21] при проектуванні транспортних споруд враховують також розподіл температури у перерізі елементів прогонових будов. При цьому застосовують значення, як позитивних так і негативних градієнтів. Наприклад, при проектуванні відомого моста San Francisco-Oakland Bay Bridge [21] приймалися такі температурні ефекти: $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ – середня температура; $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ – підйом або зниження температури для бетону; $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ – підйом або зниження температури для сталі; температурні градієнти для бетону двох видів – позитивний $T_1=30\text{ }^{\circ}\text{C}$ та $T_2=7,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ та негативний $T_1=-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ та $T_2=-3,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ за графіками норм AASHTO; різниця температур в $11\text{ }^{\circ}\text{C}$ між верхньою та нижньою поверхнями балок для сталі.

За даними вимірювань температур при обстеженні балкового сталевих моста в Канаді та подальших розрахунків температурних напружень [22], були отримані висновки, що розподіл температур в конструкціях таких мостів повинен враховуватися при проектуванні споруд. Особливо важливо враховувати весняні температури, оскільки стінки балок, які обернені до сонця, і у цей період нагріваються дуже швидко, тоді як температура бетону мостового настилу, у той же час, змінюється незначно.

Результати розподілу температури на поверхнях металевих коробчастої балки показали, що температура між верхньою та нижньою частиною коробчастої балки розподіляється нерівномірно. Різниця температур досягає значення більше $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ [23].

У роботі [24] проаналізовано вплив температури на динамічну поведінку мостів, а також розроблено модель для встановлення ступеню пошкодження коробчастих мостових конструкцій температурними впливами.

У роботі [25] наведені результати експериментальних вимірювань розподілу температури на поверхнях мостових конструкцій протягом 4-ох років. В результаті проведених вимірювань зроблені висновки, що теплові градієнти, які виникають у мостах неминучі у процесі моніторингу напружено-деформованого стану мостових конструкцій. Вимірювання температури завжди слід проводити одночасно з вимірюваннями прогинів. Крім того, слід звернути увагу на температуру навколишнього середовища та погодні умови.

У Німеччині при оцінці теплових ефектів на металевих прогонових будовах коробчастих мостів, внаслідок дії температури навколишнього середовища, була розроблена комп'ютерна модель. Базувалася на урахуванні всіх зовнішніх кліматичних впливів та параметрів матеріалу для передачі тепла і тепловіддачі, які впливають на розподіл температури балками.

Результати розрахунків температурних градієнтів, що наведені у роботі [26], показали, що за направляючим перерізом у вертикальному напрямі балки температура розподіляється нерівномірно. Між нижнім і верхнім краєм балки існує різниця температур ΔT . При цьому горизонтальні або еквівалентні перепади температури між бічними краями балки можна отримати від кожного розподілу температури з урахуванням конкретних форм поперечного перерізу.

Із проведеного аналізу можна констатувати, що на сьогоднішній день взагалі відсутні експериментальні дослідження розподілу температур на поверхнях металевих гофрованих конструкцій. Крім цього, не проводилася оцінка впливу високих і низьких температур на термонапружений стан транспортних споруд із МГК. А також існують розбіжності щодо врахування максимальних та мінімальних значень температур на стадії проектування транспортних споруд та їх впливу на термонапружений стан.

Отже, задача експериментального дослідження розподілу температур на поверхнях металевого гофрованого листа та проведення оцінки впливу величини температури навколишнього середовища на термонапружений стан транспортних споруд із МГК є своєчасною і необхідною. Це дозволить інженерам проектних організацій на стадії виконання проектних робіт із будівництва транспортних споруд із МГК враховувати вплив температурних перепадів на напружено-деформований стан конструкцій. А відтак і приймати конструктивні рішення стосовно зменшення даного впливу на транспортні споруди.

3. Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є визначення впливу кліматичних температурних перепадів на термонапружений стан транспортних споруд із металевих гофрованих конструкцій.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- провести експериментальні вимірювання розподілу температури на поверхнях металевого гофрованого листа;
- знайти розв'язок задачі теплопровідності при заданні значень температур по контуру металевого гофрованого листа;
- провести інтерполяцію функції температури за її значеннями на нерегулярній сітці;
- провести оцінку температурних напружень та деформацій, що виникають у металевих гофрованих листах транспортних споруд методом скінченних елементів.

4. Експериментальні вимірювання розподілу температур на поверхні металевого гофрованого листа

Вимірювання розподілу температур здійснювалось тепловізором Testo 875-1 та пірометром НТ-822 (країна виробник Сінгапур) згідно методик, які опубліковані в роботах [27, 28]. Температура навколишнього середовища контролювалася за допомогою електронного анемометра TENMARS TM-740. Процес проведення експериментальних вимірювань температури наведений на рис. 1.



Рис. 1. Процес проведення вимірювань температури на поверхні металевого гофрованого листа труби

При виконанні досліджень розподілу температур за допомогою тепловізора на місцевості отримували картини розподілу температур на поверхнях металевого гофрованого листа транспортної споруди із МГК. Далі у лабораторних умовах проводився аналіз розподілу температур гофрованою конструкцією із використанням програмного забезпечення Testo – IRsoft. Результати експериментальних вимірювань розподілу температури на границях металевого гофрованого листа наведені у табл. 1.

Із табл. 1 видно, що температура розподіляється нерівномірно металевим гофрованим листом. Існує температурний перепад між нижньою та верхньою поверхнями гофрованого металевого листа.

Різниця температур між нижньою та верхньою поверхнями листа становить $+7,1\text{ }^\circ\text{C}$ при максимальних додатних температурах навколишнього середовища та $-5,5\text{ }^\circ\text{C}$ при мінімальних від'ємних температурах навколишнього середовища.

Таблиця 1

Експериментальні результати вимірювань розподілу температури на границях металевого гофрованого листа

i	$t_{i,0}, ^\circ\text{C}$		$t_{i,32}, ^\circ\text{C}$		j	$t_{0,j}, ^\circ\text{C}$		$t_{32,j}, ^\circ\text{C}$	
	Літо	Зима	Літо	Зима		Літо	Зима	Літо	Зима
0	38.8	-28.8	31.5	-21.5	0	31.4	-21.0	31.0	-21.4
1	38.4	-28.4	31.1	-21.1	1	37.2	-21.4	31.4	-21.4
2	38.8	-28.8	31.4	-21.4	2	30.7	-21.3	31.3	-17.3
3	37.3	-27.3	32.7	-22.7	3	31.5	-21.0	31.0	-20.1
4	37.3	-27.3	31.7	-21.7	4	31.5	-21.4	31.4	-21.5
5	38.2	-28.2	31.0	-21.0	5	31.4	-21.5	31.5	-21.5
6	38.0	-28.0	30.5	-20.5	6	31.7	-21.7	31.7	-21.4
7	38.1	-28.1	29.0	-21.0	7	30.8	-22.3	31.5	-21.7
8	38.1	-28.1	29.9	-20.9	8	32.9	-22.4	32.3	-20.8
9	37.2	-27.2	31.5	-21.5	9	32.0	-23.3	32.4	-22.9
10	36.3	-26.3	30.4	-20.4	10	32.1	-22.9	33.3	-22.0
11	37.4	-27.4	30.8	-20.1	11	32.2	-23.5	32.9	-22.1
12	38.4	-28.4	31.2	-21.2	12	33.4	-23.4	33.5	-22.2
13	38.7	-28.7	32.1	-22.1	13	33.5	-24.4	33.4	-23.4
14	38.7	-28.7	31.2	-21.2	14	31.7	-24.3	34.1	-23.5
15	38.8	-28.8	31.4	-20.4	15	31.4	-24.7	34.3	-21.7
16	38.2	-28.2	31.2	-21.2	16	34.5	-25.5	34.7	-21.4
17	38.0	-28.0	31.1	-20.4	17	34.6	-25.5	35.5	-24.5
18	37.2	-27.2	32.7	-21.1	18	34.7	-26.4	35.5	-24.6
19	38.6	-28.6	32.8	-20.1	19	35.6	-25.4	36.4	-24.7
20	37.2	-27.2	31.7	-22.7	20	34.4	-27.4	35.4	-25.6
21	37.1	-27.1	32.4	-22.8	21	36.0	-27.9	37.4	-24.4
22	38.5	-28.5	31.1	-21.7	22	36.0	-28.9	37.9	-26.0
23	37.6	-27.6	30.5	-22.4	23	36.7	-27.5	38.7	-26.0
24	38.7	-28.7	29.4	-21.1	24	37.1	-27.0	37.5	-26.7
25	38.4	-28.4	30.5	-20.5	25	36.4	-28.0	38.0	-26.5
26	37.1	-27.1	29.4	-19.4	26	37.5	-27.4	37.8	-26.4
27	38.1	-28.1	29.8	-20.5	27	38.0	-27.9	37.8	-27.5
28	37.1	-27.1	31.4	-19.4	28	36.0	-27.4	37.4	-28.0
29	37.4	-27.4	31.0	-19.8	29	38.2	-28.5	38.5	-26.0
30	37.0	-27.0	30.7	-21.4	30	38.1	-28.0	38.0	-28.2
31	37.3	-27.3	31.0	-21.0	31	38.0	-28.8	38.8	-28.1
32	37.4	-27.4	30.4	-20.7	32	38.7	-28.8	38.8	-28.7

5. Обробка експериментальних даних вимірювань розподілу температури на поверхні металевого гофрованого листа

5. 1. Інтерполяція функції температури за її значеннями на нерегулярній сітці вимірювань температури по контуру оболонки

Нехай невідомий розподіл температури у двовимірній однозв'язній опуклій фізично неоднорідній області P з кусково-гладкою границею Γ . Задані значення температури у окремих точках області P та на її границі. Увівши систему координат xOy в області P , розподіл температурного поля визначатимемо як функцію двох змінних $T(x, y)$.

Задача визначення розподілу температури є некоректною, якщо не достатньо даних для запису відповідних граничних умов, для постановки крайової задачі [29]. У даній роботі регуляризація некоректної задачі теплопровідності здійснюється шляхом введення фізично обґрунтованого критерію, для вибору з множини допустимих функцій найбільш прийнятної функції для розподілу температури. В якості можливого критерію для вибору потрібної функції прийнято мінімізацію функціоналу, визначеного на множині допустимих функцій, у вигляді інтегралу по області тіла від виразу, що задає виробництво ентропії [30]. Тобто добутку термодинамічної сили на термодинамічний потік, що вводиться при розгляді теплопровідного тіла як термодинамічної системи [31].

Виробництво ентропії запишемо у вигляді

$$\Omega(T) = \iint_P \lambda(x, y) \left[\left(\frac{\partial T(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T(x, y)}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (1)$$

де $\lambda(x, y)$ – кусково постійна функція в області P , коефіцієнт теплопровідності неоднорідного тіла.

Запишемо дискретний аналог задачі відтворення функції температури. Накладемо на область P регулярну координатну сітку з кроком h_x по координаті x та кроком h_y по координаті y . Позначимо через $T_{i,j}=T(x_i, y_j)$, де $(x_i, y_j) \in P$ – вузлові точки сітки, що потрапили в область P . Вважається, що в окремих точках $(x^*_i, y^*_j) \in P$ значення температури задаються, а для решту точок $(x_i, y_j) \in P$ їх визначаємо з умови мінімуму функціоналу $\Omega(T)$, який після дискретизації наближаємо функцією

$$\Omega(T) = \sum_i \sum_j \lambda_{i,j} \left[\left(\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{h_x} \right)^2 + \left(\frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_y} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Зауважимо, що у цій формулі присутні як задані, так і невідомі значення температури у вузлових точках. При цьому невідоме $T_{i,j}$ може зустрітися чотири рази в сумі (2).

$$\begin{aligned} \Omega(T) = & \dots + \lambda_{i,j} \left(\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{h_x} \right)^2 + \lambda_{i+1,j} \left(\frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{h_x} \right)^2 + \\ & + \lambda_{i,j} \left(\frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_y} \right)^2 + \lambda_{i,j+1} \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h_y} \right)^2 + \dots \end{aligned}$$

Для знаходження скінченної кількості невідомих значень температури використаємо умову мінімуму квадратичної функції $\Omega(T)$. Прирівняємо до нуля похідні $\Omega(T)$ для невідомих значень $T_{i,j}$ і отримаємо для кожної з них рівняння

$$\begin{aligned}
T_{i,j} \left(\frac{\lambda_{i,j}}{h_x^2} + \frac{\lambda_{i+1,j}}{h_x^2} + \frac{\lambda_{i,j}}{h_y^2} + \frac{\lambda_{i,j+1}}{h_y^2} \right) &= \\
&= \frac{\lambda_{i,j}}{h_x^2} T_{i-1,j} + \frac{\lambda_{i+1,j}}{h_x^2} T_{i+1,j} + \frac{\lambda_{i,j}}{h_y^2} T_{i,j-1} + \frac{\lambda_{i,j+1}}{h_y^2} T_{i,j+1},
\end{aligned} \tag{3}$$

де позначено $\lambda_{i,j} = \lambda(x_i, y_j)$. Звідки невідоме $T_{i,j}$ визначається через значення у сусідніх вузлах, серед яких можуть бути відомі і невідомі

$$\begin{aligned}
T_{i,j} &= \left(\frac{\lambda_{i,j}}{h_x^2} + \frac{\lambda_{i+1,j}}{h_x^2} + \frac{\lambda_{i,j}}{h_y^2} + \frac{\lambda_{i,j+1}}{h_y^2} \right)^{-1} \times \\
&\times \left(\frac{\lambda_{i,j}}{h_x^2} T_{i-1,j} + \frac{\lambda_{i+1,j}}{h_x^2} T_{i+1,j} + \frac{\lambda_{i,j}}{h_y^2} T_{i,j-1} + \frac{\lambda_{i,j+1}}{h_y^2} T_{i,j+1} \right).
\end{aligned} \tag{4}$$

У випадку однорідної області P , коли $\lambda(x, y) = \text{const}$ формула спрощується до вигляду

$$T_{i,j} = \left(\frac{2}{h_x^2} + \frac{2}{h_y^2} \right)^{-1} \left[\frac{1}{h_x^2} (T_{i-1,j} + T_{i+1,j}) + \frac{1}{h_y^2} (T_{i,j-1} + T_{i,j+1}) \right], \tag{5}$$

а при $h_x = h_y$ отримуємо формулу

$$T_{i,j} = \frac{1}{4} (T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1}). \tag{6}$$

Виходячи з деякого початкового наближення температури в області, а отже і у вузлах регулярної сітки, використовуючи формули (6), послідовно змінюючи i, j для вузлів, де значення $T_{i,j}$ невідомі, організуємо ітераційний процес послідовного наближення до шуканих значень температури. У тих вузлах, де значення температури задаються, їх залишаємо незмінними.

Процес обчислень дещо змінюється, якщо враховувати, що дані можуть містити похибки викликані точністю вимірювань. У такому випадку вважаємо, що у точках вимірювань задаються діапазони можливих значень температури, розміри яких визначаються точністю вимірювань. Якщо похибки можуть бути як у більшу, так і в меншу сторони, то вимірне значення температури знаходиться по середині діапазону допустимих її значень. При обчисленнях використовуємо також формулу (6), але не дозволяємо значенням температури виходити за межі її допустимих значень. У такому випадку приймає можливе граничне значення. Циклічні обчислення завершуємо, коли наступне значення шуканої температури у вузлі відрізняється від попереднього менше заданої точності обчислень.

Розрахунок температурного поля та напружено-деформованого стану транспортної споруди із МГК будемо проводити при максимальних додатних та мінімальних від'ємних значеннях температур, отриманих у результаті експериментальних вимірювань розподілу температури гофрованим листом конструкції.

Зважаючи на малу товщину листової конструкції у порівнянні з іншими її розмірами, знехтуємо зміною температури по товщині, а також вважаємо що кривизна мало впливає на розподіл температури на поверхні. Таким чином для знаходження розподілу температури за даними її вимірювань використаємо отримані раніше формули.

Припустимо, що для тонкої металевої гофрованої оболонки кривизна має нехтовно малий вплив на розподіл температури. Тому обчислення розподілу температури за даними її вимірювань в точках нерегулярної сітки на поверхні проводимо в наближенні, що не враховує кривизну. Для проведення досліджень вибираємо прямокутну область

$$(P) = \{(x, y) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}, \quad (7)$$

де x, y – прямокутна декартова система координат.

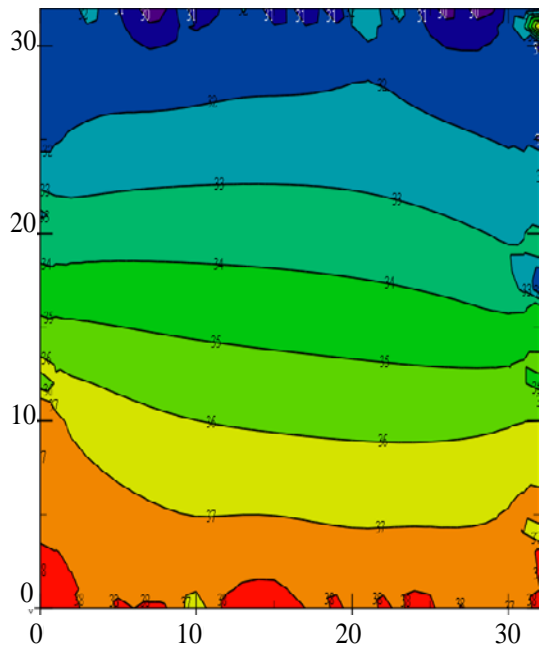
Розподіл температурного поля на поверхні оболонки проведемо при наступних параметрах: $a = 200$ см; $b = 28$ см і $m = 32$. У точках на границі області (P) задаємо експериментальні значення температур, що наведені у табл. 1. Значення максимальних додатних температур виміряні 10 червня 2018 р. о 15 год 30 хв., а мінімальних від'ємних – 08 січня 2019 р. о 6 год. 00 хв., для фрагмента металевого гофрованого листа транспортної споруди, що розташована у м. Олесько, Львівської області (Україна).

Результати розрахунку температурного поля методом скінченних різниць у програмному комплексі Mathcad 14 наведені на рис. 2, *а, б*.

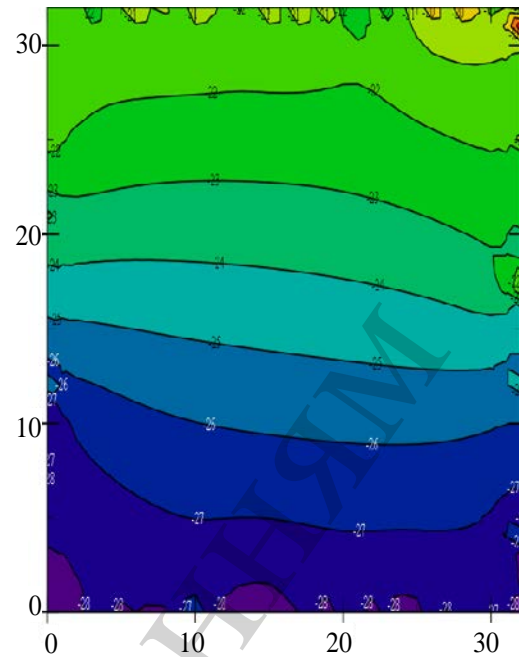
Крім цього, для порівняння результатів розподілу температурного поля розв'язок задачі теплопровідності знайдено методом скінченних елементів за допомогою ліцензованої програми FEMAP (MSC NASTRAN) [32], із врахуванням геометричних параметрів металевого гофрованого листа. Результати розподілу температури на поверхнях металевої гофрованої оболонки при максимальних та мінімальних температурах навколишнього середовища наведені відповідно на рис. 3, *а, б*.

Із розподілу температурного поля металевою гофрованою оболонкою при максимальних додатних температурах навколишнього середовища встановлено, що на нижній поверхні оболонки температура змінюється від $+38,8$ °С до $+37,0$ °С. Далі у напрямку знизу вверху температура поступово знижується до значень від $+29,4$ °С до $32,7$ °С.

При мінімальних від'ємних температурах навколишнього середовища, на нижній поверхні гофрованої оболонки температура змінюється від $-28,8$ °С до -26 , °С, а на верхній границі оболонки значення температури коливаються від $-19,4$ °С до $-22,8$ °С.

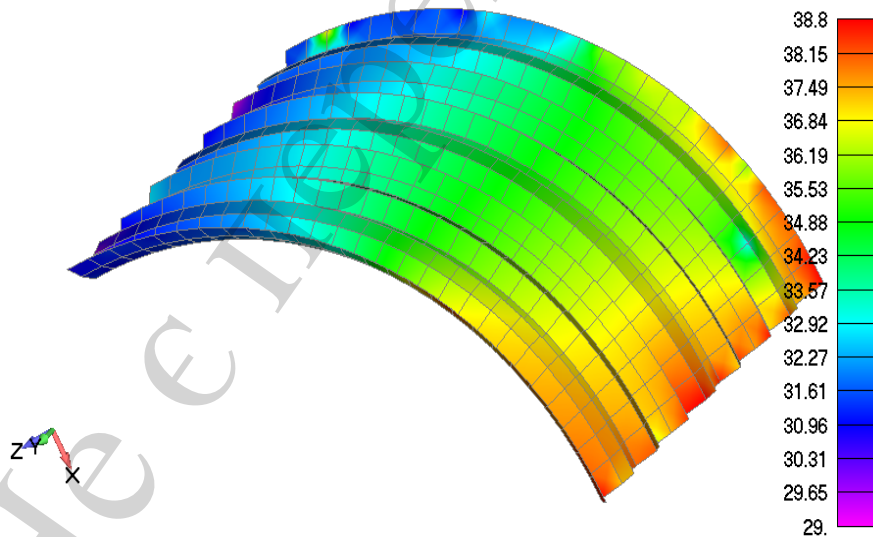


a

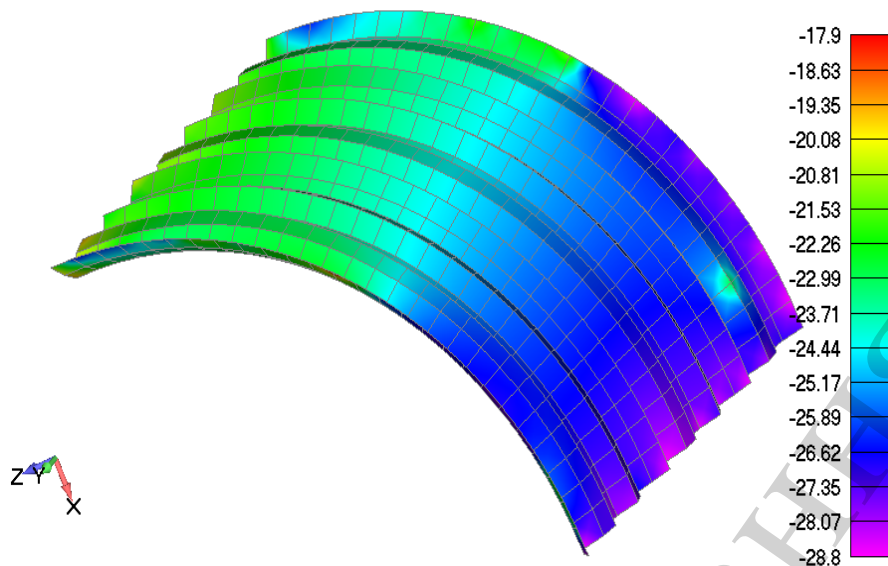


б

Рис. 2. Результати розрахунку температурного поля методом скінченних різниць за даними температури вимірними (°C): *a* – при максимальних додатних температурах навколишнього середовища; *б* – при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища



a



б

Рис. 3. Результати розрахунку температурного поля методом скінченних елементів ($^{\circ}\text{C}$): *a* – при максимальних додатних температурах навколишнього середовища; *б* – при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища

Порівнюючи результати отриманих температурних полів, методом скінченних різниць та методом скінченних елементів, можна побачити, що картини розподілу температури практично збігаються. Далі на основі розв’язку задачі теплопровідності перейдемо до визначення температурних напружень, що виникають у металевій гофрованій оболонці.

5. 2. Інтерполяція функції температури за її значеннями на нерегулярній сітці вимірювань температури на поверхні оболонки

Розглянемо випадок розподілу температури нерівномірно на поверхні металевого гофрованого листа. Тобто розв’яжемо задачу із розподілу температури на нерегулярній сітці. У певних вузлах сітки задаємо значення температури, які були отримані експериментально при максимальних (рис. 4, *a*) та мінімальних температурах (рис. 4, *б*) навколишнього середовища.

За значеннями розподілу температури на поверхні металеві гофрованої оболонки розв’яжемо задачу теплопровідності із використанням методів скінченних різниць та методу скінченних елементів. Результати розрахунку температурного поля методом скінченних різниць у програмному комплексі Mathcad 14 наведені на рис. 5, *a*, *б*, а методом скінченних елементів на рис. 6, *a*, *б*.

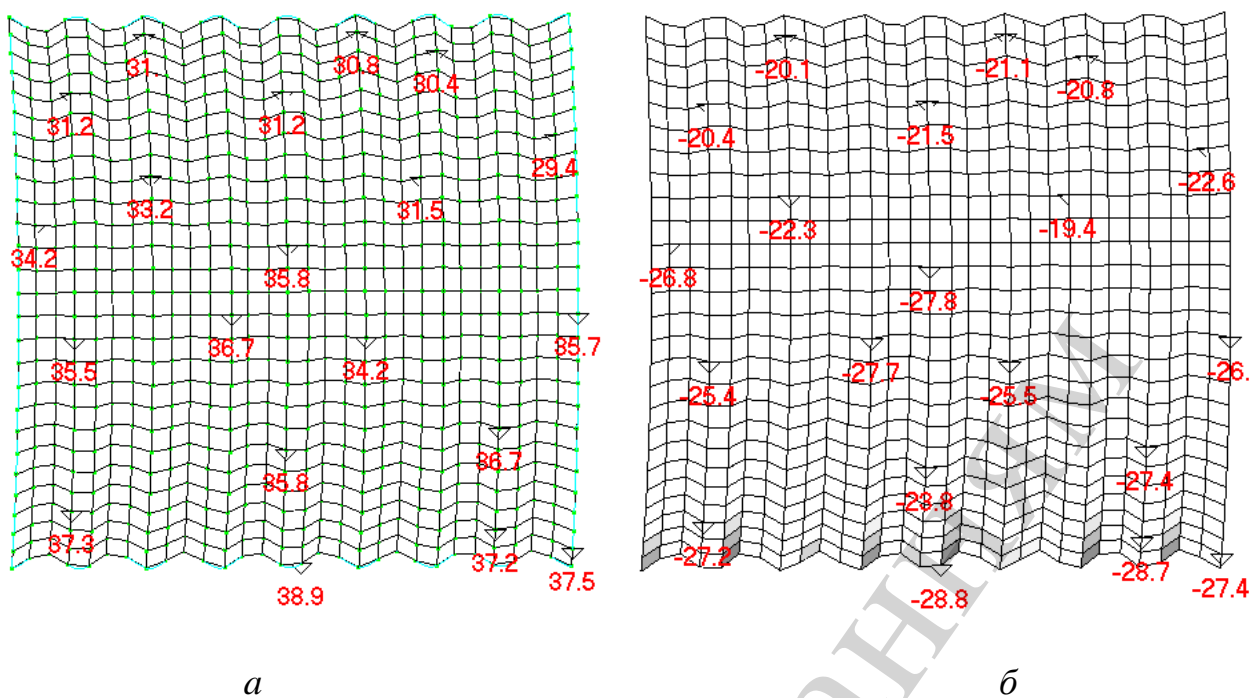


Рис. 4. Задання навантажень (температури) на поверхню металевої гофрованої оболонки (°C): *a* – при максимальних додатних температурах навколишнього середовища; *б* – при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища

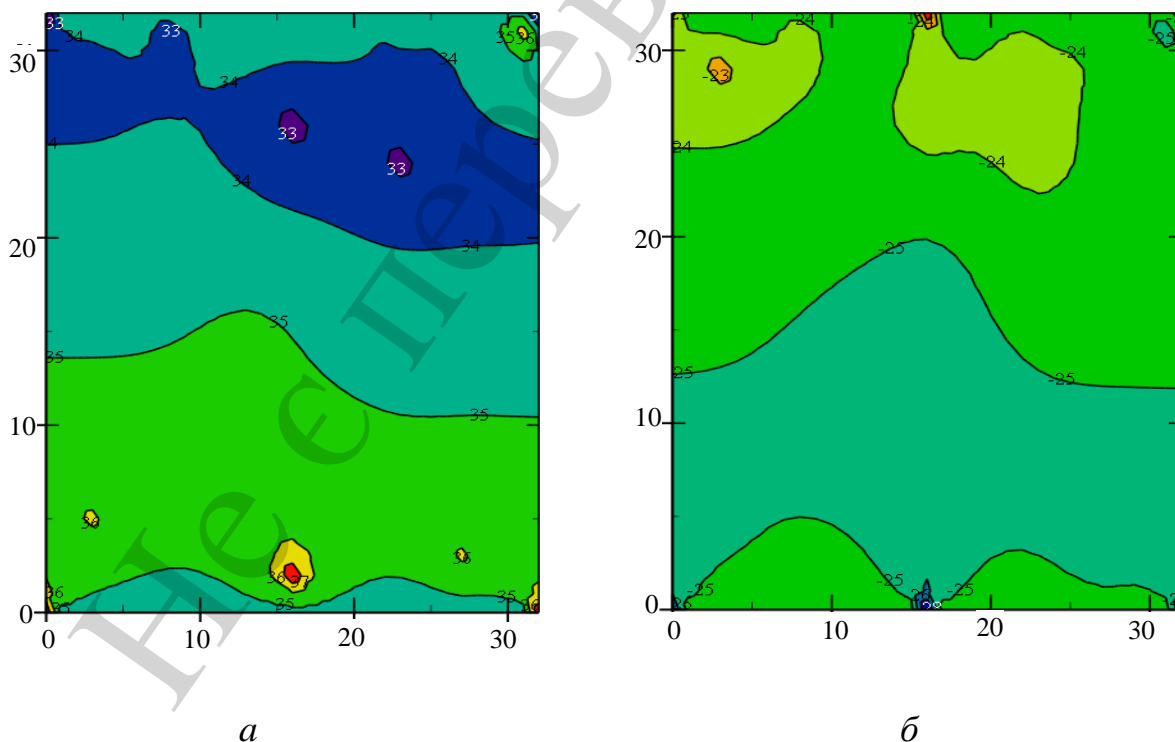
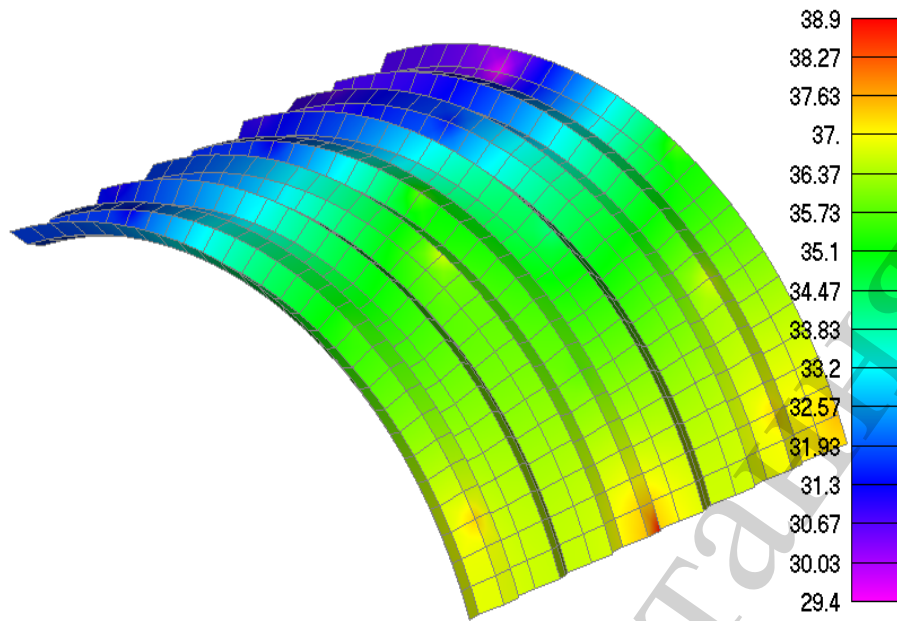
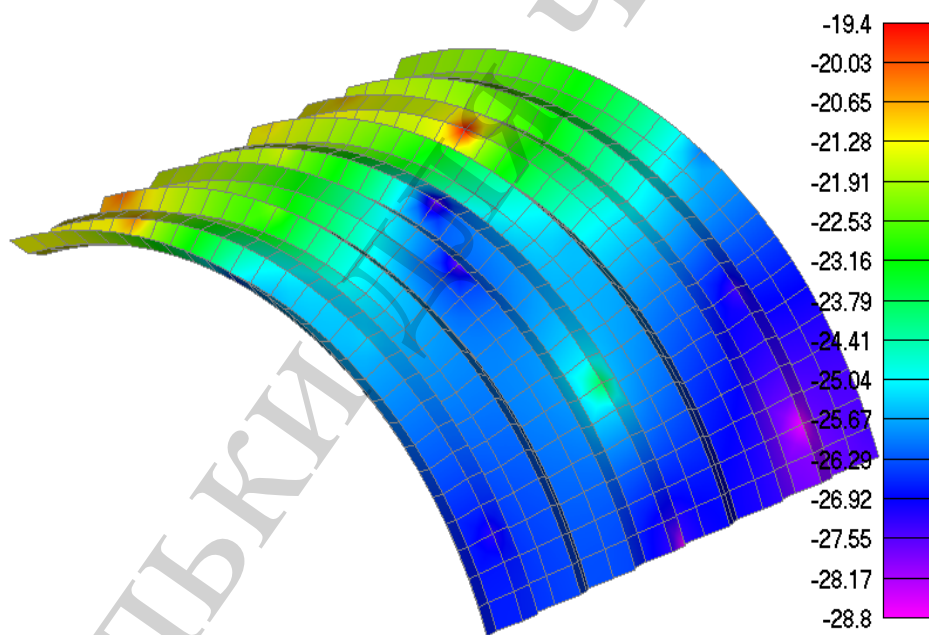


Рис. 5. Результати розрахунку температурного поля методом скінченних різниць при нерівномірному розподілі температури гофрованим листом конструкції (°C): *a* – при максимальних додатних температурах навколишнього середовища; *б* – при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища



a



б

Рис. 6. Результати розрахунку температурного поля методом скінченних елементів при нерівномірному розподілу температури гофрованим листом конструкції (°C): *a* – при максимальних додатних температурах навколишнього середовища; *б* – при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища

Із температурного поля (рис. 5, 6) видно, що температура розподіляється нерівномірно гофрованим металевим листом. При максимальних додатних тем-

пературах навколишнього середовища температура на нижній поверхні гофрованої оболонки змінюється від $+38,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$, а на верхній границі оболонки значення температури коливаються від $+29,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+31,8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

При мінімальних від'ємних температурах навколишнього середовища, на нижній поверхні гофрованої оболонки температура змінюється від $-28,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $-26,3\text{ }^{\circ}\text{C}$, а на верхній границі оболонки значення температури коливаються від $-19,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $-21,3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

6. Математична модель термонапруженого стану тонкої оболонки

Оболонкою вважається обмежене поверхнями тіло, товщина якого мала в порівнянні з двома іншими розмірами. У теорії тонких оболонок переважно використовують ортогональну систему координат α, β, γ , де γ – координата, яка визначає положення точки по нормалі до серединної поверхні, а α, β координати точок серединної поверхні. Серединна поверхня у декартовій системі координат $Oxyz$ визначається рівняннями

$$x = x(\alpha, \beta), \quad y = y(\alpha, \beta), \quad z = z(\alpha, \beta). \quad (8)$$

Таким чином, температурне поле оболонки також можна подати в системі координат α, β, γ . У припущенні незмінності температури по товщині оболонки приймаємо, що $t = t(\alpha, \beta)$, тобто температура у цьому випадку залежить від двох координат.

У теорії оболонок вважається, що компоненти тензора деформацій $e_{\gamma\alpha}, e_{\beta\gamma}, e_{\gamma\gamma}$ мало впливають на величину інших компонент, тому їх покладають рівними нулю. Також приймається, що компоненти тензора напружень $\sigma_{\gamma\alpha}, \sigma_{\beta\gamma}, \sigma_{\gamma\lambda}$ незначно впливають на напруження $\sigma_{\alpha\alpha}, \sigma_{\beta\beta}, \sigma_{\alpha\beta}$. Тому пружно-деформований стан визначається напруженнями $\sigma_{\alpha\alpha}, \sigma_{\beta\beta}, \sigma_{\alpha\beta}$ і деформаціями $e_{\alpha\alpha}, e_{\beta\beta}, e_{\alpha\beta}$, котрі пов'язані між собою рівняннями стану:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha} &= \frac{E}{1-\nu^2} (e_{\alpha\alpha} + \nu e_{\beta\beta}) - \frac{\alpha_t E}{1-\nu} t, \\ \sigma_{\beta\beta} &= \frac{E}{1-\nu^2} (e_{\beta\beta} + \nu e_{\alpha\alpha}) - \frac{\alpha_t E}{1-\nu} t, \\ \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{E}{2(1+\nu)} e_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Компоненти деформацій $e_{\alpha\alpha}, e_{\alpha\beta}, e_{\beta\beta}$ в довільній точці оболонки можуть бути представлені через головні кривизни серединної поверхні і шість величин $\varepsilon_1, \varepsilon_{12}, \varepsilon_2, \kappa_1, \kappa_{12}, \kappa_2$, які являються функціями двох змінних серединної поверхні оболонки α, β і вирази для їх розрахунку наведені у роботі [33]:

$$e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{1 + k_1\gamma} (\varepsilon_1 + \kappa_1\gamma),$$

$$e_{\beta\beta} = \frac{1}{1 + k_2\gamma} (\varepsilon_2 + \kappa_2\gamma),$$

$$e_{\alpha\beta} = \frac{(1 - k_1k_2\gamma^2)\varepsilon_{12} + 2(1 + k\gamma)\kappa_{12}\gamma}{(1 + k_1\gamma)(1 + k_2\gamma)},$$
(10)

де $k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ – середня кривизна серединної поверхні оболонки.

Нехай координатні лінії серединної поверхні потрапляють на границі оболонки. На границях з координатами серединної поверхні $\alpha=0$, $\alpha=a$ маємо жорстке закріплення, а границі $\beta=0$, $\beta=b$ – вільні від навантажень. Тоді граничні умови подані в термінах переміщень і напружень запишемо у вигляді

$$u_\alpha|_{\alpha=0} = 0, u_\beta|_{\alpha=0} = 0, u_\alpha|_{\alpha=a} = 0, u_\beta|_{\alpha=a} = 0,$$

$$\sigma_\beta|_{\beta=0} = 0, \sigma_{\alpha\beta}|_{\beta=0} = 0, \sigma_\beta|_{\beta=b} = 0, \sigma_{\alpha\beta}|_{\beta=b} = 0.$$
(11)

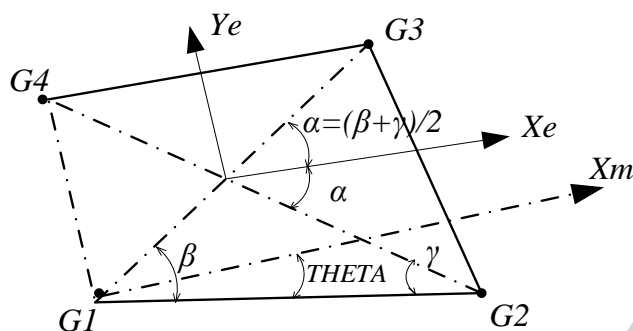
За наведеним алгоритмом проведемо оцінку напружень, які виникають у металевій оболонці за значеннями температурних полів, які наведені на рис. 5, 6.

6. 1. Термонапружений стан гофрованої оболонки при заданні температури по краях області

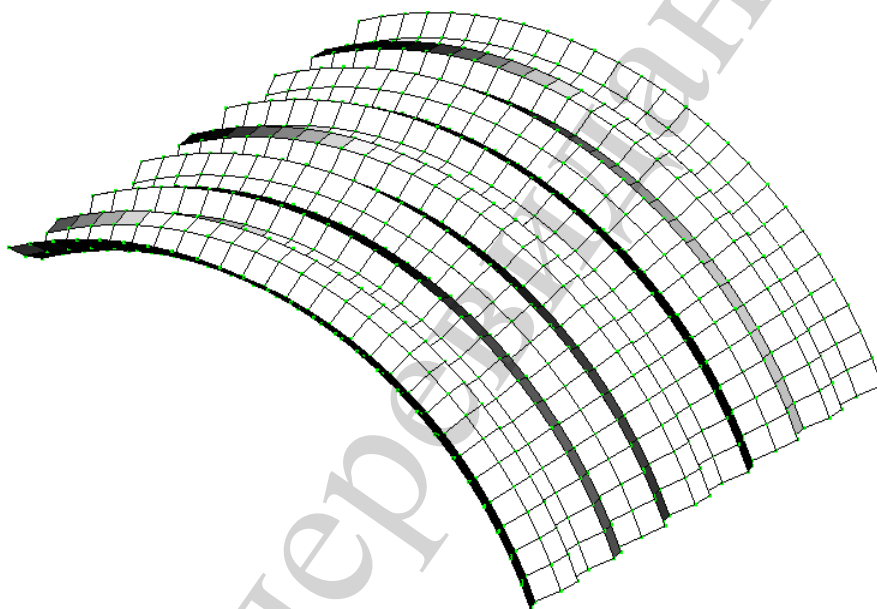
Числові дослідження напружень та деформацій здійснимо за значень вихідних параметрів, які відповідають геометричним розмірам гофрованого листа труби: довжина гофри – $a = 200$ см, ширина восьми гофр – $b = 120$ см, товщина оболонки металевого гофрованого листа 6 мм та радіусом гофри $R=35$ мм. Теплопровідність металу труби Ст3пс конструкцій типу MultiPlate MP 150, становить $k=45$ Вт/(м·°С), модуль пружності $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0,3$ та коефіцієнт лінійного температурного розширення $\alpha=1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/°С. Значень розподілу температурного поля приймалися ті, що наведені у попередньому підрозділі.

Оскільки аналітичний розв’язок рівнянь термопружності (9) та (10) є трудомістким, то результати напружено-деформованого стану металевого гофрованої оболонки будемо визначати методом скінченних елементів із використанням ліцензованого програмного комплексу FEMAP with MSC NASTRAN. Рекомендації, щодо розрахунку металевих гофрованих конструкцій методом скінченних елементів наведені у попередніх працях [34–39].

Скінчено-елементна модель фрагмента металевої гофрованої оболонки наведена на рис. 7. Область оболонки розбита на двовимірні скінченні елементи типу PLATE у вигляді чотиривузлового чотирикутника (рис. 7, а).



а

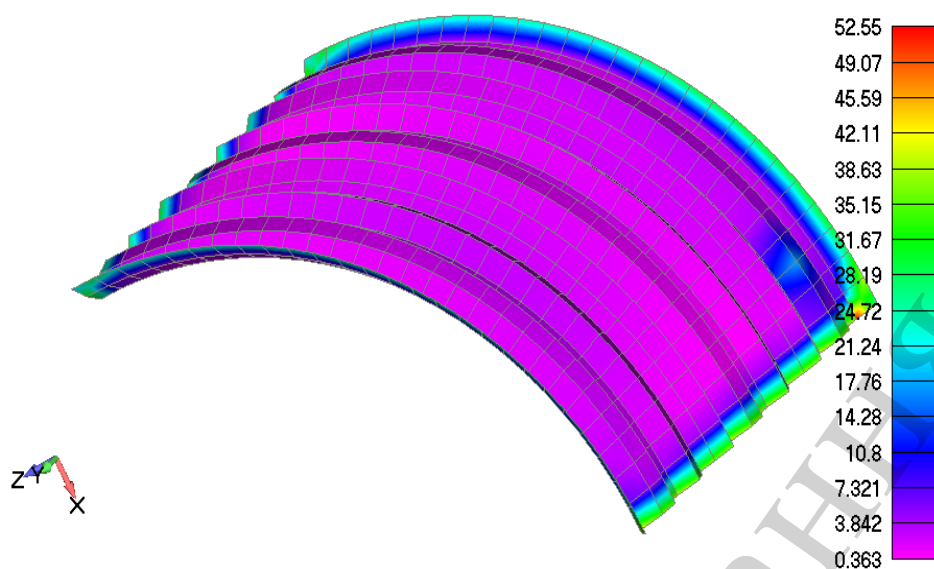


б

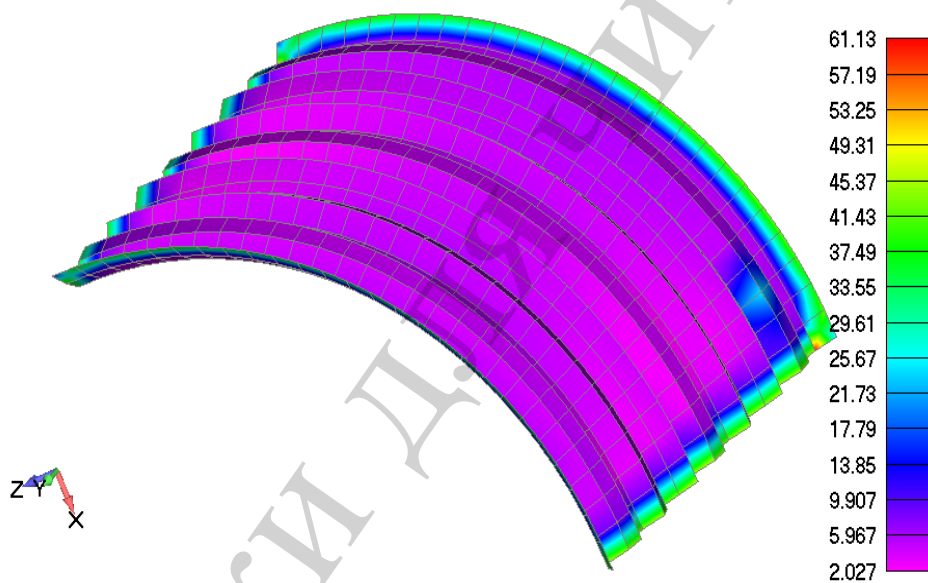
Рис. 7. Скінчено-елементна модель фрагмента металевої гофрованої оболонки: а – чотиривузловий скінченний елемент типу PLATE; б – скінчено-елементне розбиття оболонки

Кількість вузлів скінчено елементної моделі становить 810 шт, які утворюють 754 елементів (рис. 7, б).

Результати розподілу напружень, що виникають при максимальних додатних та мінімально від'ємних температурах навколишнього середовища наведені на рис. 8, а, б.



a



б

Рис. 8. Розподіл напружень отриманих за гіпотезою Мізеса металевим гофрованим листом (МПа): *a* – при максимальних додатних температурах; *б* – при мінімальних від’ємних температурах

Результати розрахунку термонапруженого стану оболонки показують, що максимальні значення напружень виникають на закріплених краях оболонки. Значення напруження, які виникають у металевій гофрованій конструкції влітку становлять 52,55 МПа (рис. 8, *a*), а при температурному розподілу встановленому за вимірними значеннями температур взимку, температурні напруження становлять 61,13 МПа (рис. 8, *б*).

За знайденими значеннями напружень розрахуємо деформації металевого гофрованого листа транспортної споруди, що виникають влітку та взимку (рис. 9).

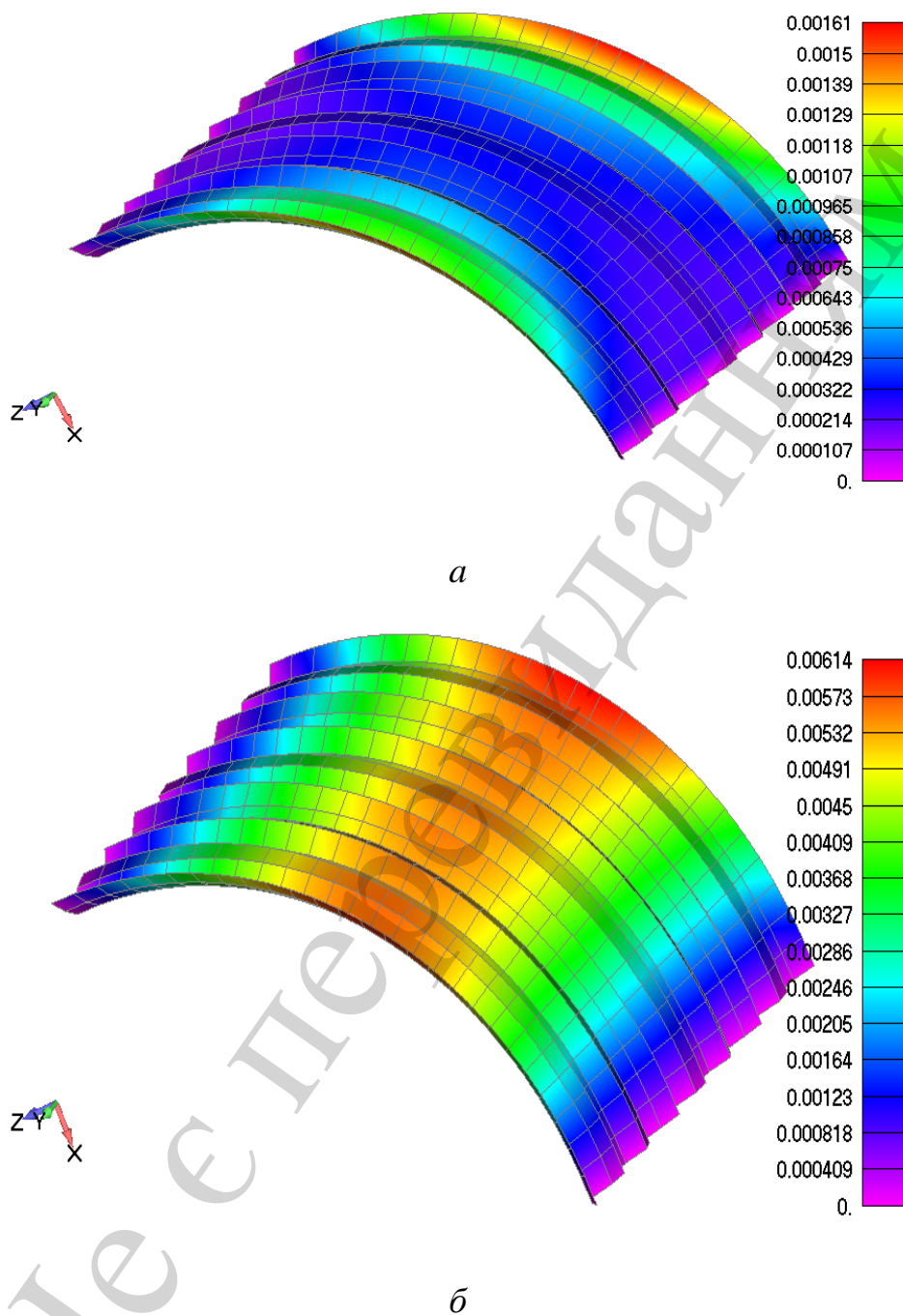


Рис. 9. Розподіл деформацій металевим гофрованим листом (мм): *a* – при максимальних додатних температурах; *б* – при мінімальних від’ємних температурах

Максимальні деформації виникають на вільних від навантажень областях металевого гофрованого листа. При виміряних максимальних додатних значеннях температур влітку, деформації становить $1,61 \cdot 10^{-3}$ мм (рис. 9, *a*), а при мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища взимку деформації становлять $-6,14 \cdot 10^{-3}$ мм (рис. 9, *б*).

6. 2. Термонапружений стан гофрованої оболонки при нерівномірному розподілу температури її поверхні

Результати розподілу напружень, що виникають при максимальних додатних та мінімально від'ємних температурах навколишнього середовища, у випадку задання значень температури тільки у певних вузлах сітки скінченних елементів, наведені на рис. 10, *a*, *б*.

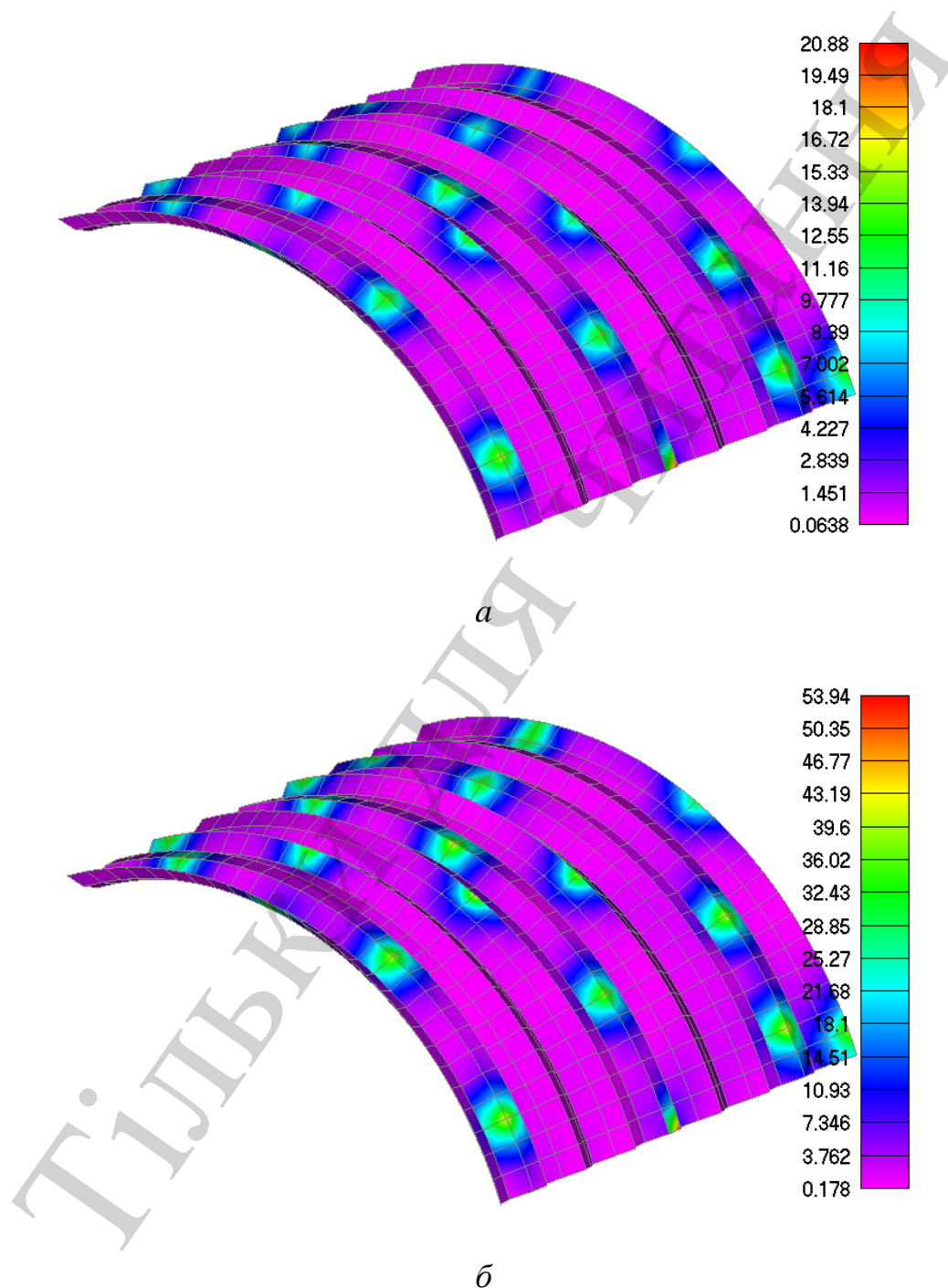


Рис. 10. Розподіл напружень отриманих за гіпотезою Мізеса металевим гофрованим листом (МПа): *a* – при максимальних додатних температурах; *б* – при мінімальних від'ємних температурах

Значення напруження, які виникають у металевій гофрованій конструкції влітку становлять 20,88 МПа (рис. 10, *а*), а при температурному розподілу встановленому за виміряними значеннями температур взимку, температурні напруження становлять 53,94 МПа (рис. 10, *б*).

Розподіл деформацій, що виникають при заданому розподілу температури, наведено на рис. 11.

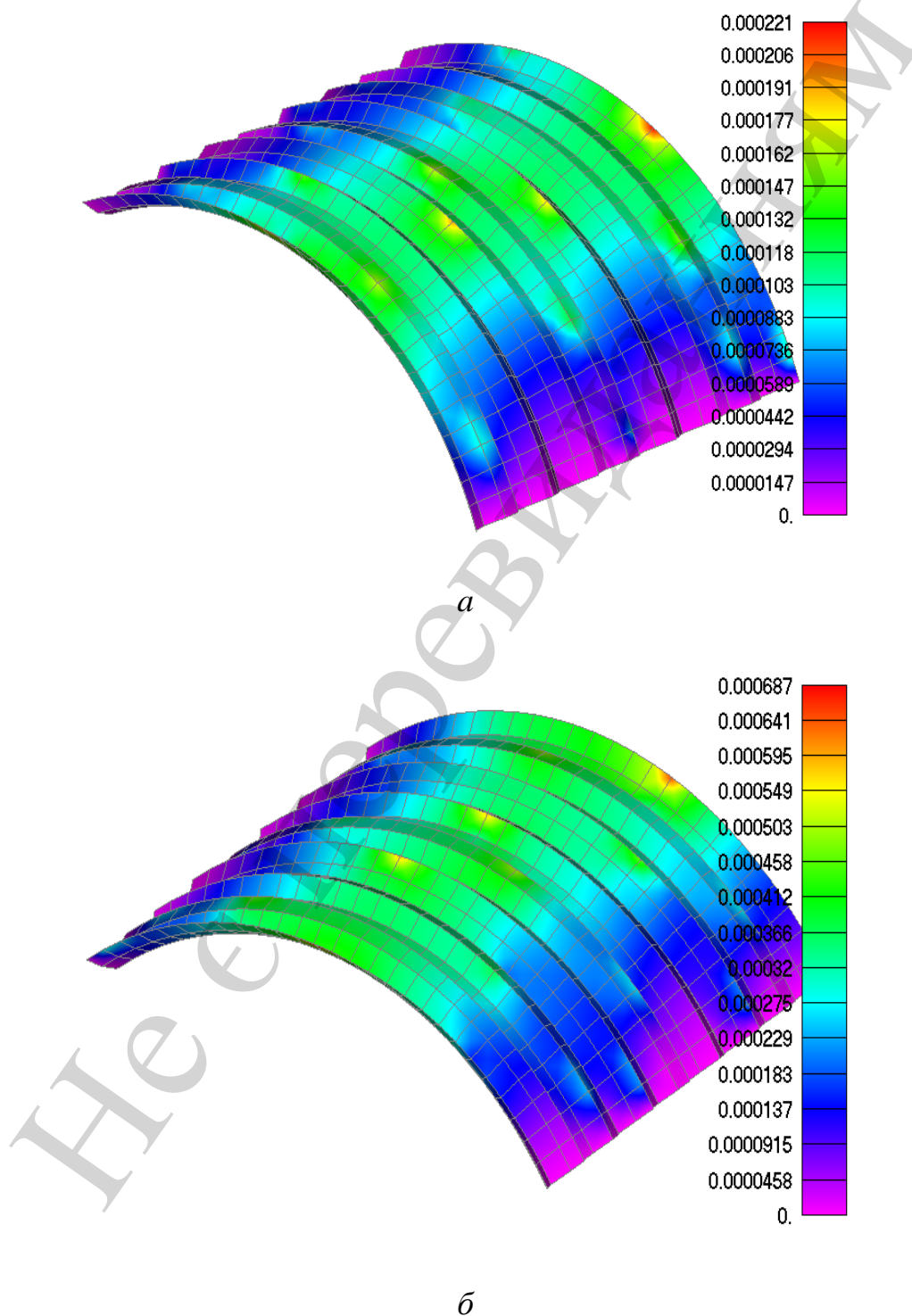


Рис. 11. Розподіл деформацій металевим гофрованим листом: *а* – при максимальних додатних температурах (мм); *б* – при мінімальних від’ємних температурах

При додатних значеннях температур влітку, деформації становить $2,21 \cdot 10^{-4}$ мм (рис. 11, а), а при від'ємних температурах навколишнього середовища взимку – $6,87 \cdot 10^{-4}$ мм (рис. 11, б).

7. Обговорення результатів досліджень розподілу температурних полів та термонапруженого стану у металевих гофрованих конструкціях

При виконанні експериментальних досліджень розподілу температури металевим гофрованим листом встановлено, що температура розподіляється нерівномірно по області гофрованого листа. Існує температурний перепад між нижньою та верхньою частинами гофрованого металевого листа. Це явище пояснюється нерівномірним нагріванням гофрованого листа труби, на одну сторону якого падає пряме сонячне випромінювання, а інша сторона знаходиться у даний момент часу у тіні.

Крім цього, кліматичні температурні впливи мають нестійку природу дії. Тому при проектуванні металевих гофрованих конструкцій необхідно розглядати випадки швидкого зниження температури навколишнього середовища при ясному небі в нічні години доби, до сходу сонця. Крім цього необхідно враховувати орієнтацію споруди у просторі відносно сторін горизонту, що має вплив на одnobічне нагрівання конструкції.

Результати розрахунків температурних напружень та деформацій показують, що при заданні температури по контуру металевого гофрованого листа рівень температурних напружень є вищим, аніж при заданню температури тільки в окремих вузлах скінчено-елементної моделі. При максимальних додатних значеннях температур рівень температурних напружень у випадку задання температури по контуру листа складає 52,55 МПа, а при заданні в окремі вузли скінчено-елементної сітки становить 20,88 МПа. Різниця величин напружень складає 60 %.

При мінімальних від'ємних значеннях температур, рівень напружень у випадку задання температури по контуру листа складає 61,13 МПа, а при заданні в окремі вузли скінчено-елементної сітки становить 53,94 МПа. Різниця величин напружень складає 12 %.

Результати розрахунків температурних напружень показали, що рівень температурних напружень не перевищує допустиму межу пружності металу 235 МПа. Температурні напруження становлять близько 25 % від допустимих напружень, тому їх потрібно враховувати при проектуванні транспортних споруд із металевих гофрованих конструкцій.

При одnobічному нагріванні конструкції слід застосовувати розрахунки температурних полів і напружень для дня року, що приблизно відповідає умовам найбільш спекотної доби. Крім цього необхідно проводити розрахунки термонапруженого стану для весняного періоду при суттєвій різниці між нічною та денною температурою повітря.

Одним із недоліків проведених досліджень температурних полів та напружень, що виникають у металевих гофрованих конструкціях, є не врахування розподілу температури по товщині оболонки. Тому напрямком подальшого розвитку досліджень може бути врахування двостороннього антикорозійного покриття.

8. Висновки

1. Проведені експериментальні дослідження розподілу температури на поверхні металевого гофрованого листа показали нерівномірний розподіл температур по області металевого гофрованого листа. Різниця температур між нижньою та верхньою поверхнями листа становить $+7,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ при максимальних додатних температурах навколишнього середовища та $-5,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ – при мінімальних від’ємних температурах. Тому при розрахунку таких конструкцій необхідно враховувати нерівномірний розподіл температури площиною гофрованого листа.

2. Із розподілу температурного поля металевією гофрованою оболонкою при максимальних додатних температурах навколишнього середовища встановлено, що на нижній поверхні оболонки температура змінюється від $+38,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+37,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Далі у напрямку знизу вгору температура поступово знижується до значень від $+29,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $32,7\text{ }^{\circ}\text{C}$.

При мінімальних від’ємних температурах навколишнього середовища, на нижній поверхні гофрованої оболонки температура змінюється від $-28,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $-26,3\text{ }^{\circ}\text{C}$, а на верхній границі оболонки значення температури коливаються від $-19,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $-22,8\text{ }^{\circ}\text{C}$.

3. Напруження, що спричинені перепадами навколишнього середовища, досягають максимальних значень у випадку обмеження переміщень гофрованого листа на торцях. Величина напружень при заданих умовах закріплення гофрованої оболонки становить $52,55\text{ МПа}$, при виміряних максимальних додатних температурах влітку і $61,13\text{ МПа}$ при виміряних мінімальних значеннях температур взимку. Рівень напружень при сполученні температурних напружень із напруженнями від дії транспортних засобів, може призвести до передчасного виходу металевих гофрованих конструкцій із експлуатації.

4. Величина напружень, яка виникає в металевих гофрованих листах від температурних перепадів навколишнього середовища становить до 25 % від допустимих напружень, що підкреслює необхідність розрахунку металевих гофрованих конструкцій на дію температурних кліматичних впливів.

Література

1. Ковальчук В. В. Дослідження температурного поля та напруженого стану металевих гофрованих труб // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. 2014. № 29. С. 186–192.

2. Machelski Cz. Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powłokowych. Dolnoslaskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2008. 208 s.

3. Machelski Cz. Kinematic method for determining influence function of internal forces in the steel shell of soil-steel bridge // Studia Geotechnica et Mechanica. 2010. Vol. XXXII, Issue 3. P. 27–40.

4. Pettersson L., Leander J., Hansing L. Fatigue design of soil steel composite bridges // Archives of institute of civil engineering. 2002. Issue 12. P. 237–242.

5. Лучко Й. Й., Ковальчук В. В. Вимірювання напружено-деформованого стану конструкцій мостів при змінних температурах і навантаженнях: монографія. Львів: Каменяр, 2012. 235 с.
6. Mangerig I. Klimatische Temperaturbeanspruchung von Stahl- und Stahlverbundbrücken. Inst. für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Univ., 1986. 143 p.
7. Luchko J., Hnativ Y., Kovalchuk V. Method of calculation of temperature field and deflected mode of Bridge structures in software environment NX Nastran // Theoretical Foundations of Civil Engineering. 2013. Vol. 21. P. 107–114.
8. Temperature Stresses in Composite Box Girder Bridges / Dilger W. H., Ghali A., Chan M., Cheung M. S., Maes M. A. // Journal of Structural Engineering. 1983. Vol. 109, Issue 6. P. 1460–1478. doi: [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1983\)109:6\(1460\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1983)109:6(1460))
9. Беляев В. С., Сандгартен М. Л. Методические основы практических расчетов металлических гофрированных конструкций // Стройметалл. 2009. № 1. С. 17–19.
10. Priestley M. J. N., Buckle I. G. Ambient Thermal Response of Concrete Bridges // Bridge Seminar. Vol. 2. 1978.
11. ДБН В.2.3-14: 2006. Споруди транспорту. Мости та труби. Правила проектування. К., 2006. 359 с.
12. AASHTO Guide specifications: Thermal effects in concrete bridge superstructures. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 1989.
13. Рекомендации по расчету температурных и усадочных воздействий на пролетные строения мостов. Одобрены Главтранспроектотом. Москва, 1988. 17 с.
14. EN_1991-1-5-2009. Еврокод 1 воздействия на конструкции Часть 1-5. Общие воздействия. Температурные воздействия. Министерство архитектуры и строительства Республики Беларусь. Минск, 2009. 38 с.
15. Методические рекомендации по применению металлических труб большого диаметра в условиях наледеобразования и многолетнемерзлых грунтов (для опытно-экспериментального строительства). М., 2003. 65 с.
16. Ковальчик Я. І. Рекомендації з проектування та технології зведення монолітних попередньо напружених залізобетонних прогонових будов мостів // SWorld. 2016.
17. Дмитриченко М. Ф., Дмитрієв М. М., Деркачов О. Б. Теплова діагностика (основи теорії та практики застосування): монографія. К.: НТУ, 2012. 168 с.
18. Прикладная механика дорожных одежд на мостовых сооружениях / Овчинников И. Г., Щербаков А. Г., Бочкарев А. В., Наумова Г. А. Волгоград: ВолгГАСУ, 2006. 310 с.
19. О стационарном температурном поле многослойной дорожной одежды / Богомоллов В. А., Абрамчук Ф. И., Разницын И. Л. и др. // Вестник ХНАДУ. 2014. Вып. 67. С. 94–97.
20. Feng T., Feng S. A Numerical Model for Predicting Road Surface Temperature in the Highway // Procedia Engineering. 2012. Vol. 37. P. 137–142. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.04.216>

21. Design Criteria Skyway Structures. San Francisco-Oakland Bay Bridge East Span Seismic Safety Project, 2001. 91 p.
22. Stankevych V. Z., Butrak I. O., Kovalchuk V. V. Cracks Interaction in the Elastic Composite under Action of the Harmonic Loading Field // 2018 XXIIIrd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED). 2018. doi: <https://doi.org/10.1109/diped.2018.8543323>
23. De Backer H., Outtier A., Van Bogaert Ph. Numerical and experimental assessment of thermal stresses in steel box girders. Civil Engineering Department, Universiteit Gent, Gent, Belgium NSCC, 2009. P. 65–72.
24. Balmes E., Corus M., Siegert D. Modeling thermal effects on bridge dynamic responses. Ecole Centrale Paris, 2006.
25. Burdet O. L. Thermal Effects in the Long-Term Monitoring of Bridges // IABSE Symposium Report. 2010. Vol. 97, Issue 19. P. 62–68. doi: <https://doi.org/10.2749/222137810796025465>
26. Sysyn M. P., Kovalchuk V. V., Jiang D. Performance study of the inertial monitoring method for railway turnouts // International Journal of Rail Transportation. 2019. Vol. 7, Issue 2. P. 103–116. doi: <https://doi.org/10.1080/23248378.2018.1514282>
27. Тепловизор testo 875. Руководство по эксплуатации. URL: <https://www.geo-st.ru/upload/iblock/f46/f46af0056a0c67d9b73d5dd617627d85.pdf>
28. Пирометр НТ-822. Руководство по эксплуатации. 2012.
29. Бек Дж., Блакуэлл Б., Сент-Клэр мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 312 с.
30. Burak Ya., Chaplia Ye., Gera V. Thermodynamic models and investigation methods of heterophase multicomponent systems // XXXV Sympozjon "Modelowanie w mechanice". Gliwice: Politechnika Slaska, 1996. P. 29–34.
31. Дьярмати К. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1974. 304 с.
32. Рудаков К. М. Вступ у UGS Femap 9.3 (для Windows). Геометрична та скінченно-елементна моделювання конструкцій: пос. К.: НТУУ «КПІ», 2009. 282 с.
33. Подстригач Я. С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. Киев: Наукова думка, 1978. 343 с.
34. Ковальчук В. В. Основні засади розрахунку металевих гофрованих конструкцій методом скінченних елементів при взаємодії з грутовою засипкою // Вісник ОДАБА. 2014. № 56. С. 94–102.
35. Ковальчук В. В. Скінченно-елементний розрахунок напружено-деформованого стану металевих гофрованих конструкцій за взаємодії із грунтом засипки у програмному середовищі NX NASTRAN // Вісник Львівського національного аграрного університету. Серія: Архітектура і сільськогосподарське будівництво. 2015. № 16. С. 19–25.
36. Research and analysis of the stressed-strained state of metal corrugated structures of railroad tracks / Kovalchuk V., Luchko J., Bondarenko I., Markul R., Parneta V. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 6, Issue 7 (84). P. 4–9. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.84236>

37. The study of strength of corrugated metal structures of railroad tracks / Kovalchuk V., Markul R., Bal O., Milyanych A., Pentsak A., Parneta B., Gajda A. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 2, Issue 7 (86). P. 18–25. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.96549>

38. Study of the stress-strain state in defective railway reinforced-concrete pipes restored with corrugated metal structures / Kovalchuk V., Markul R., Pentsak A., Parneta B., Gayda O., Braichenko S. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 5, Issue 1 (89). P. 37–44. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.109611>

39. Estimation of carrying capacity of metallic corrugated structures of the type Multiplate MP 150 during interaction with backfill soil / Kovalchuk V., Kovalchuk Y., Sysyn M., Stankevych V., Petrenko O. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 1, Issue 1 (91). P. 18–26. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.123002>

ТІЛЬКИ ДЛЯ ЧИТАННЯ