

УДК 51-74

DOI: 10.15587/1729-4061.2019.154840

Розробка та дослідження спрощеної математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів

О. А. Жученко, А. П. Коротинський

Розробка оптимального керування процесом випалювання вуглецевих виробів передбачає врахування впливів характерних зон печі та однорідності температурного поля по заготовкам. Дане твердження вимагає розробку математичної моделі печі випалювання з розподіленими параметрами. Відомо, що час розрахунку таких моделей досить великий, а відтак їх застосування в реальному часі не можливе. Відповідно до вище сказаного для подальшої розробки системи оптимального керування процесом випалювання існує потреба у спрощенні повної математичної моделі, що забезпечує потрібний час розрахунку.

Розроблена та досліджена спрощена математична модель процесу випалювання, яка відрізняється від відомих моделей меншим часом розрахунку при дотриманні поставлених вимог щодо її точності.

Встановлено, що для випадків використання $n > 15$ перших базис-векторів забезпечує виконання обмеження по допустимій похибці апроксимації значень коефіцієнтів Фур'є. Можливість вибору оптимальної структури ідентифікаційних моделей визначає можливість отримання температурних знімків спрощеної математичної моделі з необхідною точністю.

Отримані результати дозволяють гнучко обрати варіант спрощеної математичної моделі відповідно до технічних можливостей обчислювальної техніки.

Враховуючи, що у процесі випалювання вуглецевих виробів визначальними температурами є температури заготовок, то для дослідження якості спрощених моделей були обрані контрольні точки лише по заготовкам.

Оскільки процес випалювання вуглецевих виробів складається з трьох основних етапів, то для адекватного моделювання такого процесу було реалізовано три спрощені математичні моделі даних етапів.

Дослідження точності спрощених моделей включало порівняння значень температур, розрахованих за спрощеною моделлю, з температурами, обчисленими за початковою моделлю, яка у даному випадку розглядалася як генератор експериментальних даних

Ключові слова: процес випалювання, температурні поля, метод розділення змінних, вуглецеві вироби

1. Вступ

Технологічний процес виготовлення вуглецевих виробів надзвичайно енергоємний, а відтак і надзвичайно високовитратний. Одним із ключових етапів у всьому технологічному процесі виготовлення продукції є процес

випалювання вуглецевих виробів, що проводиться у багатокамерній печі закритого типу. Багатокамерна піч випалювання – об’єкт із надзвичайно високими енергозатратами і навіть несуттєве зменшення витрати палива з урахуванням його сьогоденної вартості призводить до значної економії та здешевлення готової продукції.

Успішне вирішення задачі підвищення ефективності даного процесу, шляхом впровадження оптимальних режимів його роботи, визначає реальні можливості зменшення енергозатрат на дане виробництво.

Розв’язання даної задачі передбачає проведення досліджень процесу випалювання, результати яких будуть використані при створенні системи оптимального керування процесом.

Випалювання вуглецевих виробів у багатокамерній печі характеризується складними фізико-хімічними процесами та суттєвою просторовою розподіленістю температур по всьому об’ємові. Нехтування даними особливостями призводить до принципових помилок в рішенні задач автоматичного керування. В зв’язку з цим, такі процеси математично описуються доволі складними моделями з розподіленими параметрами.

Час обрахунку згаданих вище моделей складає від декількох годин до декількох десятків годин, що значно сповільнює дослідження процесу випалювання та робить неможливим їх подальше використання при розробці системи керування даним процесом у реальному часі.

Оскільки виконати експериментальних дослідження, для вирішення сформульованої вище задачі, на промисловому обладнанні неможливо з технічних та економічних причин, як метод дослідження використовується математичне моделювання.

Оскільки основною задачею випалювання є повний прогрів та забезпечення однорідності температур по заготовкам, то моделювання повинно проводитись моделлю з розподіленими параметрами. Відомо, що час розрахунку таких моделей досить великий, що обумовлює задачу спрощення математичної моделі. На сьогоднішній день існують спеціалізовані розрахункові комплекси, що з легкістю справляються з описаними моделями, проте їх застосування в промисловій сфері не є доцільним з ряду причин. Відтак проблема обмеженості розрахункових можливостей досі залишається відкритою, а шляхи її вирішення актуальними.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Матеріали [1] описують проблеми управління системами з розподіленими параметрами. Значне місце в даних дослідженнях займає проблема приближеного вирішення різних задач. Робота основана на дослідженнях проблеми приближеного рішення задач оптимального управління, що засноване на апроксимації керованої системи шляхом розкладання в ряд Фур’є.

Робота [2] пропонує метод спрощення моделей з обмеженим обсягом, який гарантує, що отримана модель є консервативною, що дозволяє зберегти структуру, притаманну обмеженим обсягам дискретизації. Звичайні методи спрощення моделі часто викликають порушення збереження маси, імпульсу або

енергії в потоках рідини, які призводять до нестабільного спрощення моделі. Метод, розглянутий у [2], зберігає масу і імпульс при дискретизації кінцевих об'ємів, однак такий метод не зберігає енергію потоку рідини.

Матеріали у роботі [3] описують метод компонентного режиму синтезу (CMS), що був запропонований Крейгом і Бамптоном. Даний метод можна розглядати як інженерний підхід до зменшення кількості рівнянь, а відтак до втрати точності за рахунок відсутності опису фізико-хімічних особливостей процесів, що відбуваються.

У даній роботі [4] розглядається метод спрощення системи IRS, що розширюється, одержуючи еквівалентну трансформацію на основі динамічного, а не статичного спрощення. Даний метод розглядається як зменшення кількості рівнянь, а відтак до втрати точності за рахунок відсутності опису фізико-хімічних особливостей процесів, що відбуваються.

У роботі [5] описаний метод зменшення розмірності, що називається дискретною емпіричною інтерполяцією, що являє собою модифікацію методу ортогонального розкладання. Авторами пропонується дискретний метод емпіричної інтерполяції, варіант, який підходить для зменшення розмірності систем звичайних диференціальних рівнянь певного типу. В роботі залишається відкритим питання того, як неточності коефіцієнтів при апроксимації можуть вплинути на кінцевий розв'язок.

Авторами [6] наведено нову модель спрощення на основі ортогонального розкладу для вирішення рівнянь Наве-Стокса, що являє собою гібрид двох існуючих підходів, а саме методу квадратичного розкладання та методу дискретної емпіричної інтерполяції. У роботі було зауважено, що неструктуровані сітки можуть викликати проблеми зі стабільністю для моделей зі зменшеним порядком.

У роботі [7] описано метод, що поєднує в собі ортогональне розкладання та поняття з збалансованої теорії реалізації. Метод особливо ефективний при невеликій кількості результатів, що представляють інтерес. У наведеному алгоритмі є кілька рішень, що повинні бути зроблені довільно, покладаючись на досвід та інтуїцію. Відсутність опису прийняття даних рішень є недоліком даного методу.

Автором роботи [8] представлені основні ідеї, поняття та методи спрощення кінетики реакцій: квазістаціонарні, квазірівноважні, повільні інваріантні різноманіття та граничні ступені. Наведені методи спрямовані на спрощення хімічної та біохімічної кінетики моделі, що не є доцільним в даному дослідженні.

У роботі [9] проведено порівняльне дослідження семи алгоритмів для спрощення моделі та зроблені висновки щодо найбільш ефективного з них при застосованні до шести різних динамічних систем. З результатів видно, що застосування методу Крилова потребує вибір точок інтерполяції. Однак вибір цих точок не є автоматизованим процесом і повинен бути визначений користувачем, причому алгоритм вибору точок не описаний.

Основними недоліками існуючим методів спрощення є неоднозначність вибору параметрів алгоритмів або втрата фізико-хімічних особливостей, через

зменшення кількості рівнянь, що є недопустимим при моделюванні процесу випалювання вуглецевих виробів. В роботі [10] показано, що методам першої групи характерна втрата властивостей, які визначаються просторовою розподіленістю керованих процесів. Відтак, вони суперечать вимогам, що поставлені до математичної моделі процесу випалювання.

Враховуючи зазначене вище, для забезпечення фізико-хімічних особливостей та розподіленості параметрів печі, доцільно застосовувати методи другої групи. Вони характеризуються наближеним поданням точних розв'язків рівнянь у часткових похідних, що моделюють поведінку об'єктів з розподіленими параметрами. Одним із таких методів є метод ортогонального розкладання (метод Фур'є), що найкраще підходить для вирішення поставленої задачі та задовольняє всім поставленим умовам кінцевої моделі.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою даної роботи є побудова та дослідження спрощеної математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів на основі методу ортогонального розкладання. Це дозволить значно зменшити час розрахунку при дотриманні вимог щодо її відповідності початковій складній математичній моделі.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- визначити базисні вектори та коефіцієнти Фур'є;
- обрати оптимальну структуру ідентифікаційних моделей;
- дослідити точність та адекватність отриманої спрощеної математичної моделі.

4. Матеріали і методи спрощення математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів

4.1. Методика спрощення математичної моделі методом Фур'є

Так як метод Фур'є – метод ортогонального розкладання, та являє собою метод другої групи, то для його реалізації необхідно сформулювати зразки температурних полів за початковою складною математичною моделлю.

Спрощення математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів вимагає отримання доволі точних результатів моделювання не тільки протягом всього часу моделювання, а і по всьому об'єму апарату, що задовольняється методом розділення змінних.

Процес випалювання вуглецевих виробів складається з трьох основних етапів, таких як підігрів димовими газами, камера “під вогнем” та охолодження. Відповідно для адекватного моделювання такого процесу та отримання відповідних температурних полів було реалізовано три повні математичні моделі даних етапів на основі математичної моделі, наведеної у роботі [11]. Відповідно до цього спрощена математична модель процесу випалювання буде включати у себе три спрощені моделі основних етапів процесу.

Математична реалізація даного методу наведена у роботі [12] та визначає представлення наближених значень результатів моделювання обмеженим рядом

$$\hat{T}(\xi, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(\xi), \quad (1)$$

де φ_i – базисні вектори, a_i – значення коефіцієнтів Фур'є.

Відповідно до вище сказаного алгоритм спрощення моделі включає:

1. Формування зразків температурних полів за трьома початковими складними математичними моделями, трьох основних етапів кампанії, протягом всього часу моделювання та по всьому об'ємові печі випалювання.
2. Визначення ряду базисних векторів на основі сформованих зразків температурних полів.
3. Вибір найкращої структури моделі, що описує залежності між $u(t)$ та $\{a_i(t)\}_{i=1}^n$

4. 2. Розрахунок базисних векторів та коефіцієнтів Фур'є

В результаті розкладу за сингулярними числами були отримані значення базис векторів φ_i , частина з яких представлена у табл. 1–3. Далі за допомогою формули (1) визначені значення коефіцієнтів Фур'є (табл. 4–6). Оскільки в даному випадку розрахункова сітка складає 18644 вузлів, а кількість кроків по часу – 480 годин, то результати розрахунків наведені лише частково.

Таблиця 1

Значення базис-векторів для створення спрощеної моделі охолодження камери печі повітрям

$i \backslash \xi$	1	2	3	...	K
1	-0,00881275	0,00109225	0,00362483	...	0,001615686426
2	-0,00909725	0,001877298	0,00581828	...	-0,002641292723
3	-0,00873969	0,001036539	0,00318769	...	-0,013192636318
4	-0,00924921	0,000946707	0,0072734	...	-0,000312211223
5	-0,00926741	0,001181525	0,0074772	...	0,003119028133
...
L	-0,00918001	0,001083891	0,00643872	...	0,00991501328390

Таблиця 2

Значення базис-векторів для створення спрощеної моделі нагріву камери печі димовими газами

$i \backslash \xi$	1	2	3	...	K
1	-0,00651927	-0,00345675	-0,0065497	...	-0,00042032235265
2	-0,00631024	-0,00386776	-0,0079724	...	-0,001121240848478
3	-0,00657570	-0,00326930	-0,0061790	...	0,003174325474985
4	-0,00618794	-0,00330912	-0,0091424	...	-4,39514395905e-05
5	-0,00614540	-0,00315756	-0,0095306	...	-0,00019734264029
...
L	-0,00614641	-0,00311091	-0,0095918	...	-0,000567698956155

Таблиця 3

Значення базис-векторів для створення спрощеної моделі нагріву камери печі при горінні природного газу

$i \backslash \xi$	1	2	3	...	K
1	-0,00777750	-0,00538909	0,00038946	...	0,00271268452697
2	-0,00775877	-0,00707303	0,00259699	...	-0,007262256218404
3	-0,00778102	-0,00502355	2,9184e-05	...	0,00929180972554
4	-0,00775588	-0,00750436	0,00452306	...	-0,001962873255037
5	-0,00775142	-0,00773580	0,00500481	...	0,0006750066028036
...
L	-0,00774061	-0,00737207	0,00290409	...	-0,00226721050656

Таблиця 4

Значення коефіцієнтів $a_i(t)$ для створення спрощеної моделі охолодження камери печі повітрям

$i \backslash t$	1	2	3	4	...	K
1	-159666,60	-159741,40	-159543,86	-158640,12	...	-108392,34
2	-14149	-14377,628	-13985,091	-12074,4	...	-5453,0216
3	-25812,031	-25847,576	-25642,069	-24771,8	...	-300,85632
4	-5593,8867	-5600,4843	-5419,6085	-4777,508	...	1995,88646
...
K	-2,891e-05	-0,0185042	-0,0047972	-0,0043852	...	3,00532e-05

Таблиця 5

Значення коефіцієнтів $a_i(t)$ для створення спрощеної моделі нагріву камери печі димовими газами

$i \backslash t$	1	2	3	4	...	K
1	-34584,8	-33644,597	-33926,856	-34431,05	...	-56711,148
2	-1083,7427	-2173,7684	-1816,5613	-1319,9563	...	519,31363
3	-6285,0128	-6595,2336	-6514,4854	-6317,149	...	1262,46
4	-3151,31	-3556,79	-3440,4324	-3122,141	...	-630,822
...
K	0,00021720	5,4489e-05	0,00022263	-0,0002076	...	-0,0023041

Таблиця 6

Значення коефіцієнтів $a_i(t)$ для створення спрощеної моделі нагріву камери печі при горінні природного газу

$i \backslash t$	1	2	3	4	...	K
1	-162630,44	-162990,99	-162429,38	-161755,36	...	-172434,36
2	-1819,8016	-1254,3905	-2075,8492	-3058,9365	...	5542,23760
3	-312,56606	-17,745882	-454,97879	-962,09776	...	-1434,4278
4	322,015976	188,584054	128,332304	263,336444	...	-479,77911
...
K	0,00022711	0,00749919	-0,0045488	0,00050447	...	0,000213122

Час розрахунку спрощених математичних моделей безпосередньо залежить від розмірів відповідних матриць. Очевидно, що наступним кроком повинно бути визначення допустимих розмірів відповідних матриць, з урахуванням заданої допустимої похибки.

4. 3. Вибір оптимальної структури моделі

Для оцінки якості апроксимації було обчислено похибку для випадків використання $n=1..30$ перших базис-векторів.

$$e_A = \frac{\sum_{\xi=1}^L \sum_{t=0}^K (T_{snap}(\xi, t) - T_A(\xi, t))^2}{KL}, \quad (2)$$

де $T_A = \Phi_n A_n$ – матриця апроксимованих температур, Φ_n, A_n – перші n базис-векторів та коефіцієнтів Фур'є відповідно. Для заданої максимально допустимої похибки $e_{max}=0,1$ використання в подальших дослідженнях більш ніж 15 базис-векторів виявилось недоцільним, оскільки така кількість вже забезпечила умову $e_A < e_{max}$. Подальше збільшення кількості базис-векторів призвело б до зменшення похибки, але і до сповільнення розрахунку моделі, що недоцільно в рамках даної роботи. Приймаємо $n_{max}=15$.

У результаті ідентифікації для кожного з $n=1..15$ було знайдено такі моделі, що найточніше описують зв'язок між значеннями коефіцієнтів $a_i(t)$ та вхідними сигналами моделі $u(t)$. У всіх випадках найкраще з поставленою задачею впоралися ARX-моделі авторегресії зі структурою типу:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t-nk) + \dots + b_{nb} u(t-nb-nk+1) + e(t). \quad (3)$$

У табл. 7–9 містяться дані про конфігурацію оптимальних ідентифікаційних моделей для кожного з n .

Таблиця 7

Дані про оптимальні структури ідентифікаційних моделей охолодження камери печі повітрям

n	na	nb	nk
1	1	5	5
2	1	2	2
3	1	5	5
4	1	2	3
5	1	2	3
6	1	2	3
7	1	1	4
8	1	1	4
9	1	1	4
10	1	1	4
11	1	2	4
12	1	1	4

13	1	1	4
14	1	1	4
15	1	1	4

Таблиця 8

Дані про оптимальні структури ідентифікаційних моделей нагріву камери печі димовими газами

n	na	nb	nk
1	1	2	2
2	1	2	2
3	1	1	2
4	1	3	2
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	2
10	1	1	2
11	1	1	2
12	1	1	2
13	1	1	2
14	1	1	2
15	1	1	2

Таблиця 9

Дані про оптимальні структури ідентифікаційних моделей нагріву камери печі при горінні природного газу

n	na	nb	nk
1	1	4	5
2	1	1	1
3	1	4	5
4	1	1	1
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	2
10	1	1	4
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	1	1
14	1	1	1
15	1	1	1

Похибки роботи отриманих моделей обраховувались за допомогою формули (3), в якій T_A замінено на T_M – матрицю змодельованих спрощеними моделями температур.

Модель з $n=1$ очікувано показала найгірші результати, що спричинено низькою якістю апроксимації температурних знімків лише одним базис-вектором, проте при їх збільшенні точність значно зростає (табл. 10).

Таблиця 10

Квадрат похибки відтворення температурних знімків

№ структури/Етап	Охолодження	Нагрів димовими газами	Камера «під вогнем»
1	4474,82265765	1063,3982465	1295,7262703
2	2318,82575130	681,73729622	737,57468543
3	256,816261076	724,74649292	36,145530539
4	123,94032455	335,18327552	146,30939708
5	101,34883148	309,27127258	109,51076554
6	98,015308988	291,40143175	68,809944111
7	103,34683314	290,69538448	79,505159875
8	93,850797632	221,31068331	63,681677027
9	72,858692183	200,50024623	71,950127685
10	72,567943544	190,83444156	52,850688386
11	38,189108850	183,77816952	55,789743076
12	55,176655556	169,05799027	57,942293222
13	30,441986682	177,41770938	56,8910246698
14	30,426011949	145,93273566	60,7601747592
15	21,879654817	144,70491576	24,017044386

Отже, в результаті розрахунку похибки спрощених моделей було виявлено, що найбільш точними для всіх етапів є спрощені моделі, що використовують 15 перших базис-векторів ($n=15$). Очевидно, що при збільшенні кількості базис-векторів можливо досягти кращого результату відтворення температурних знімків, проте це призведе до збільшення часу розрахунку, що є недоцільним.

4.4. Дослідження точності та адекватності отриманої спрощеної математичної моделі

Враховуючи, що у процесі випалювання вуглецевих виробів визначальними температурами є температури заготовок, то для дослідження якості спрощених моделей були обрані контрольні точки заготовок. Розташування контрольних точок наступне (рис. 1):

- по осях заготовок на відстані 100 мм від верхнього (т. 2,6,10,14,18) і нижнього (т. 4,8,12,16,20) торців відповідно;
- по периферії заготовок нижнього ряду: на відстані 100 мм від верхнього (т. 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19).

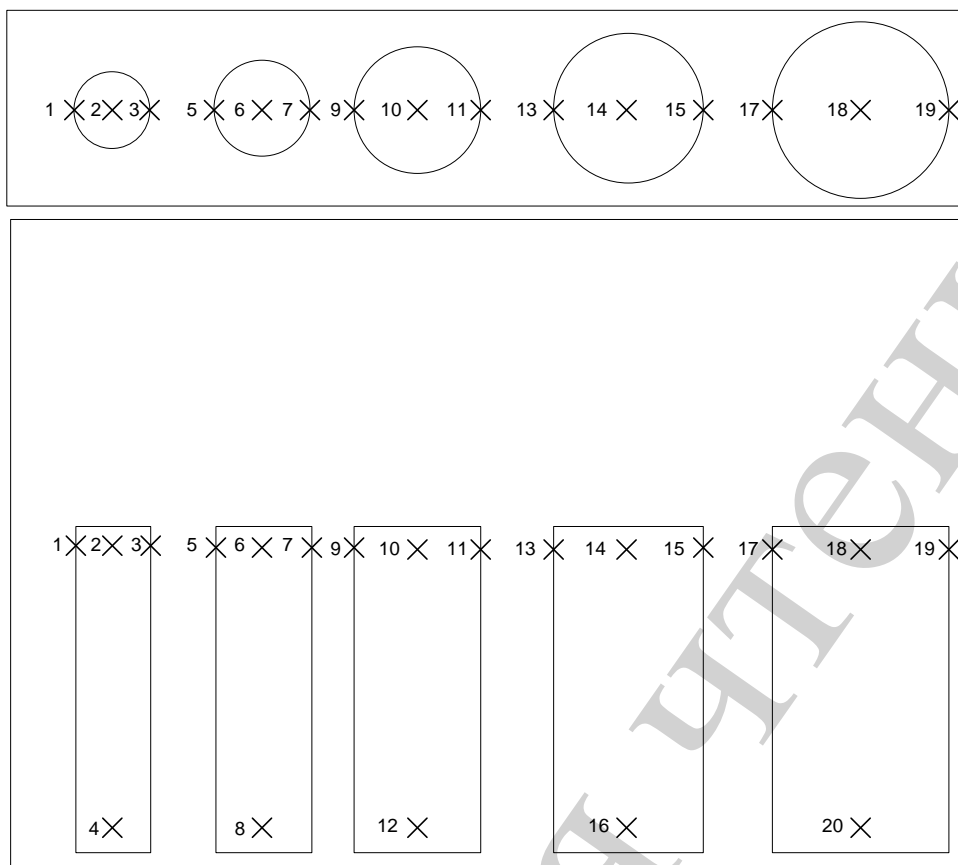


Рис. 1. Схема розміщення контрольних точок при імітаційному моделюванні кампанії випалювання

Дослідження якості розроблених спрощених математичних моделей включало у себе дослідження їх точності та адекватності для кожної обраної контрольної точки та для кожного режиму роботи камери випалювання.

Точність математичних моделей оцінювалась за трьома видами похибки – абсолютною, відносною та нормованою абсолютною. Результати дослідження точності для всіх режимів роботи представлені у табл. 11–13.

Таблиця 11

Результати дослідження точності моделі нагрівання димовими газами

Міра точності	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Середня абсолютна похибка (°C)	9,55	11,2	11,25	9,7	9,77	8,42	10	10,42	8,55	10,47
Середня відносна похибка (%)	2,52	3,23	3,16	2,85	2,65	2,37	2,8	3,2	2,3	2,1
Середня нормована абсолютна похибка (%)	0,81	0,95	0,95	0,82	0,83	0,71	0,85	0,88	0,72	0,89

Таблиця 12

Результати дослідження точності моделі камери «під вогнем»

Міра точності	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Середня абсолютна похибка (°C)	13,1	10,1	11,9	10,2	10,5	8,3	8,3	9,6	10,1	9,5
Середня відносна похибка (%)	1,23	1,03	1,19	1,08	1,0	0,79	0,86	1,00	1,03	0,81
Середня нормована абсолютна похибка (%)	1,11	0,86	1,01	0,86	0,89	0,7	0,71	0,81	0,86	0,8

Таблиця 13

Результати дослідження точності моделі охолодження повітрям

Міра точності	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Середня абсолютна похибка (°C)	9,55	11,2	11,25	9,7	9,77	8,42	10	10,42	8,55	10,47
Середня відносна похибка (%)	2,52	3,23	3,16	2,85	2,65	2,37	2,8	3,2	2,3	2,1
Середня нормована абсолютна похибка (%)	0,81	0,95	0,95	0,82	0,83	0,71	0,85	0,88	0,72	0,89

Таблиця 14

Результати перевірки точності загальної моделі

Міра точності	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Середня абсолютна похибка (°C)	10,26	10,98	11,38	9	9,92	8,4	9,72	10,26	8,86	10,28
Середня відносна похибка (%)	2,26	2,79	2,77	2,49	2,32	2,05	2,41	2,82	2,08	1,88
Середня нормована абсолютна похибка (%)	0,87	0,93	0,97	0,83	0,84	0,71	0,82	0,87	0,75	0,87

Наведені у табл. 11–13 результати свідчать про те, що розроблені спрощені математичні моделі у достатній мірі точно відслідковують результати розрахунків за початковою складною моделлю.

Адекватність спрощеної математичної моделі досліджувалась за допомогою критеріїв Стьюдента та Фішера [13]. Результати дослідження наведені у табл. 15–17.

Таблиця 15

Результати дослідження адекватності моделі нагріву димовими газами

Критерій	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Стьюдента розрахунковий	1,48	1,46	1,38	1,44	1,42	1,47	1,54	1,56	1,57	1,59
Стьюдента табличний	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68
Фішера розрахунковий	0,97	1,05	1,05	1,01	0,95	1,02	0,97	0,95	0,98	1
Фішера табличний	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Таблиця 16

Результати дослідження адекватності моделі камери «під вогнем»

Критерій	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Стьюдента розрахунковий	1,6	1,66	1,71	1,74	1,68	1,63	1,75	1,73	1,78	1,69
Стьюдента табличний	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Фішера розрахунковий	1,31	1,19	1,05	0,83	0,84	0,83	1,19	1,06	1,02	0,91
Фішера табличний	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32	2.32

Таблиця 17

Результати дослідження адекватності моделі охолодження повітрям

Критерій	Контрольні точки									
	№ 1	№ 3	№ 5	№ 7	№ 9	№ 13	№ 14	№ 15	№ 17	№ 19
Стьюдента розрахунковий	1,48	1,46	1,38	1,44	1,42	1,47	1,54	1,56	1,57	1,59
Стьюдента табличний	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Фішера розрахунковий	0,97	1,05	1,05	1,01	0,95	1,02	0,97	0,95	0,98	1
Фішера табличний	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Порівнявши розрахункове значення критерію Стьюдента та Фішера для контрольних точок з табличним, можна зробити висновок, що немає підстав відхиляти гіпотези про адекватність спрощених математичних моделей. Тому будемо вважати, що дані математичні моделі адекватно відтворюють результати розрахунків за початковою складною математичною моделлю.

5. Результати спрощення математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів

Оскільки в результаті моделювання спрощених моделей отримано динаміку температури в усьому об'ємі, то для графічного представлення результатів доцільно зображувати температури лише у деяких контрольних точках.

З урахуванням обмежень на обсяг статті у подальшому представлені результати імітаційного моделювання тільки для 4-х контрольних точок.

Як видно з рис. 2–4, графіки зміни температур, розраховані за спрощеною та повною математичними моделями, практично співпадають для всіх контрольних точок в усіх режимах роботи (охолодження, нагрів димовими газами, камера під вогнем). Середня похибка моделювання складає: для режиму охолодження – 4,6 К (що у діапазоні моделювання відповідає 1,4 %), для режиму нагрівання димовими газами – 12 К (що в даному діапазоні нагрівання складає 10 % та при збільшенні діапазону нагрівання буде зменшуватись), для режиму камера під вогнем – 4,8 К.

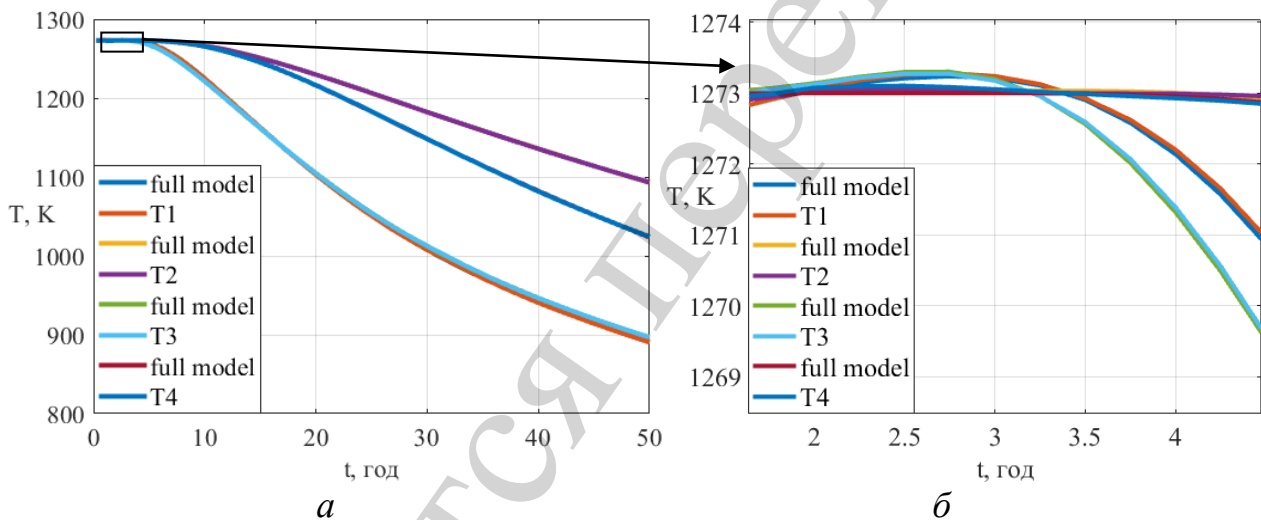


Рис. 2. Графіки зміни температур в контрольних точках спрощеної та повної моделей охолодження на проміжку часу *a* – 50 год, *б* – 6 год

Особливу увагу привертає до себе робота спрощеної моделі у режимі камера під вогнем (рис. 4). Незважаючи на досить складну динаміку температур у даному режимі, спрощена математична модель достатньо точно відслідковує всі поточні зміни.

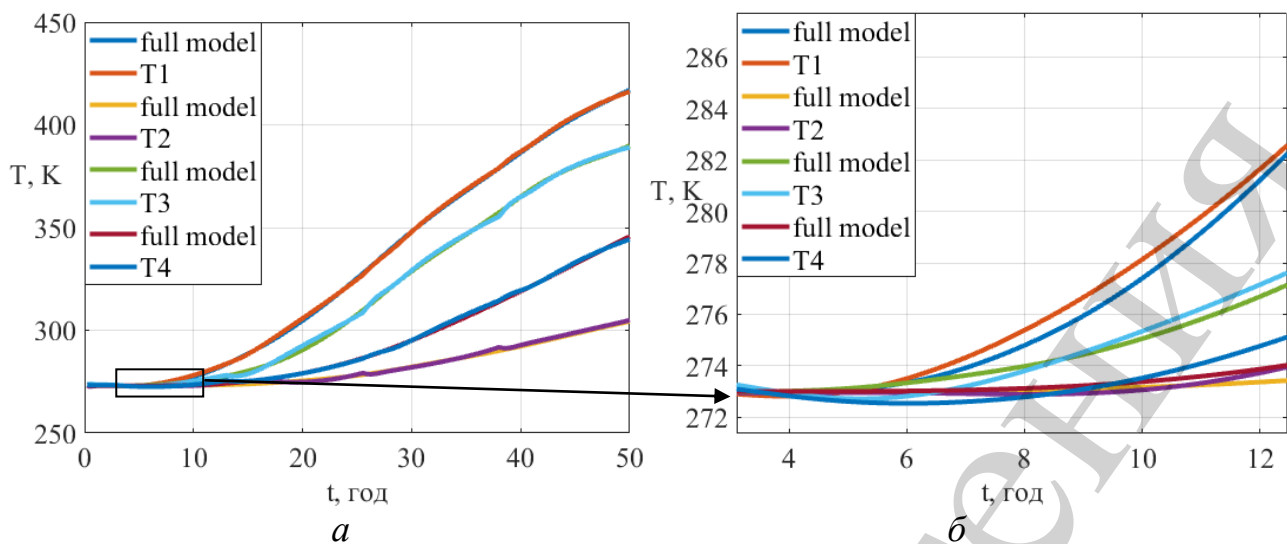


Рис. 3. Графіки зміни температур в контрольних точках спрощеної та повної моделей нагрівання димовими газами на проміжку часу a – 50 год, b – 13,3 год.

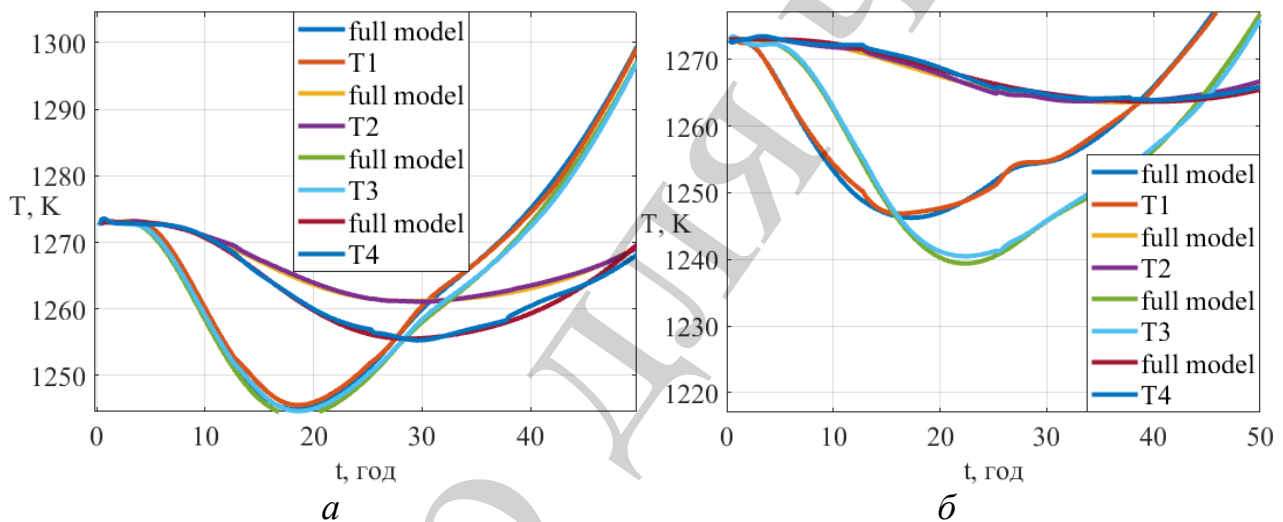


Рис. 4. Графіки зміни температур в контрольних точках спрощеної та повної моделей камери "під вогнем": a – заготовка № 1; b – заготовка № 2

Графіки зміни температур в контрольних точках спрощених математичних моделей показують хороші результати роботи, незважаючи на складні процеси, що проходять на даному етапі. Видно, що графіки спрощених та повних моделей майже однакові та частково накладаються.

6. Обговорення результатів спрощення математичної моделі процесу випалювання вуглецевих виробів

Отримані результати точності спрощеної математичної моделі можуть бути охарактеризовані вибором допустимої похибки відтворення $\epsilon_{\max}=0,1$, а відтак і можливої кількості перших базис-векторів, та структури моделі. В даному випадку ці параметри були взяті з особистих міркувань автора.

Одною із переваг запропонованого рішення є можливість вибору необхідної для подальшої роботи структури моделі безпосередньо при розробці спрощеної моделі.

Запропоноване рішення не має недоліків методів, що використовують зменшення кількості рівнянь, так як це рішення апроксимує розв'язок системи з всіма рівняннями. Також при розробці моделі використовуються методи структурно-параметричної ідентифікації, що є відомими та добре описаними в літературі. Таким чином дане рішення позбавлене недоліків неоднозначності вибору параметрів.

При розробці комплексних математичних моделей, що складається з групи спрощених моделей, можна зіткнутись з проблемою їх об'єднання. В даному випадку спрощена модель процесу випалювання складається з трьох спрощених моделей основних етапів процесу, що мають різну кількість змінних стану. Відповідно описаний алгоритм спрощення ускладнюється вирішенням задачі об'єднання спрощених моделей.

7. Висновки

1. За допомогою початкових складних моделей отримано температурні поля для трьох основних етапів процесу випалювання вуглецевих виробів. За допомогою розкладання за сингулярними числами були отримані значення базис векторів. В результаті оцінки якості апроксимації було встановлено, що використання в даній роботі більш ніж 15 базис-векторів виявилось недоцільним.

2. Для кожного з етапів процесу випалювання проведено ідентифікацію оптимальних структур моделей. Наведені результати впливу кількості перших базис векторів на точність відтворення температурних знімків. Встановлено, що для всі ключових етапів процесу випалювання найкраще з поставленою задачею справились структури № 15.

3. Проведено дослідження точності та адекватності розроблених моделей. Результати дослідження моделей показали їх високу ефективність. Середня абсолютна похибка становить біля 10 °С, середня відносна похибка складає 2–3 %, а середня нормована абсолютна похибка лежить в межах від 0,8 до 1,1 %.

Література

1. Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системы с распределенными параметрами. Москва: Наука, 1965. 474 с.
2. Carlberg K., Choi Y., Sargsyan S. Conservative model reduction for finite-volume models // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 371. P. 280–314. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.05.019>
3. Bampton M. C. C., Craig Jr. R. R. Coupling of substructures for dynamic analyses // *AIAA Journal*. 1968. Vol. 6, Issue 7. P. 1313–1319. doi: <https://doi.org/10.2514/3.4741>
4. Friswell M. I., Garvey S. D., Penny J. E. T. Model reduction using dynamic and iterated IRS techniques // *Journal of Sound and Vibration*. 1995. Vol. 186, Issue 2. P. 311–323. doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1995.0451>

5. Chaturantabut S., Sorensen D. C. Nonlinear Model Reduction via Discrete Empirical Interpolation // *SIAM Journal on Scientific Computing*. 2010. Vol. 32, Issue 5. P. 2737–2764. doi: <https://doi.org/10.1137/090766498>
6. Non-linear model reduction for the Navier–Stokes equations using residual DEIM method / Xiao D., Fang F., Buchan A. G., Pain C. C., Navon I. M., Du J., Hu G. // *Journal of Computational Physics*. 2014. Vol. 263. P. 1–18. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2014.01.011>
7. Willcox K., Peraire J. Balanced Model Reduction via the Proper Orthogonal Decomposition // *AIAA Journal*. 2002. Vol. 40, Issue 11. P. 2323–2330. doi: <https://doi.org/10.2514/2.1570>
8. Gorban A. Model reduction in chemical dynamics: slow invariant manifolds, singular perturbations, thermodynamic estimates, and analysis of reaction graph // *Current Opinion in Chemical Engineering*. 2018. Vol. 21. P. 48–59. doi: <https://doi.org/10.1016/j.coche.2018.02.009>
9. Antoulas A. C., Sorensen D. C., Gugercin S. A survey of model reduction methods for large-scale systems // *Contemporary Mathematics*. 2001. P. 193–219. doi: <https://doi.org/10.1090/conm/280/04630>
10. Рапопорт Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. Москва: Высшая школа, 2003. 239 с.
11. Карвацький А. Я., Пулінець І. В., Шілович І. Л. Математична модель тепло-гідродинамічного стану багатоканальної печі при випалюванні електродних заготовок // *Восточно-Европейський журнал передових технологій*. 2012. Т. 1, № 4 (55). С. 33–37. URL: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/3316/3117>
12. Жученко О. А. Метод спрощення математичних моделей об'єктів керування із розподіленими параметрами // *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2015. Т. 7, № 1. С. 15–25.
13. Ярошук Л. Д., Жученко О. А. Формування системи критеріїв управління багатостадійним процесом екструзії // *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2015. № 2. С. 101–105.