

УДК 621.311:621.314

DOI: 10.15587/1729-4061.2018.136398

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗА НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ МЕТОДУ МАЛОГО ПАРАМЕТРА

М. С. Малякова

Кандидат технічних наук, старший викладач

Кафедра електричних машин та апаратів

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, Україна, 39600

E-mail: mariia.maliakova@gmail.com

Для аналітичного аналізу нелінійних електричних кіл електротехнічних систем був використаний метод малого параметра, реалізований в частотній області. Для можливості реалізації розрахунків в частотній області використовувався автоматизований метод формування ортогональних гармонійних складових електричних величин на базі алгоритму дискретної згортки. Характеристика нелінійного елемента була представлена поліноміальною функцією третього ступеня. Показано, що застосування методу малого параметра з його реалізацією в частотній області дозволяє спростити процес аналізу електричних кіл з нелійними елементами в аналітичному за рахунок автоматизації розрахунків у математичному пакеті. Аналітичні і чисельні розрахунки кола з активно-індуктивним навантаженням продемонстрували достатню точність запропонованого методу, відносна похибка за основною гармонікою струму не перевищила 6 %. Проведений порівняльний аналіз запропонованого методу малого параметра з класичним методом малого параметра на прикладі розрахунку електричного кола з RL навантаженням показав, що розроблений метод забезпечує більшу адекватність результатів та вищу точність розрахунків у порівнянні із існуючим. Відносна похибка за амплітудою першої та третьої гармонік струму не перевищує 2,5 % та за фазою – $1,042 \cdot 10^{-3}$ %. Метод чисельного структурного моделювання застосовувався для визначення еталонних значень струму досліджуваного кола. Результати роботи можуть бути використані при розрахунках електротехнічних пристроїв, що містять напівпровідникові елементи і електричні апарати з нелійними характеристиками. Також отримані результати дозволять удосконалити процеси активної компенсації вищих гармонік струму в електричних мережах з нелінійним навантаженням, що містить, а також розробляти засоби пасивної компенсації.

Ключові слова: нелінійна система, електричне коло, аналіз, метод малого параметра, частотна область, автоматизований алгоритм

1. Вступ

На сьогоднішній день аналіз нелінійних електричних кіл (НЕК) є одним із найважливіших завдань сучасної теоретичної електротехніки [1, 2]. НЕК є невід'ємною частиною більшості електротехнічних і електронних пристроїв. Необхідність в ускладненні силових напівпровідникових перетворювачів та обліку нових нелінійних ефектів стає гарним стимулом для розвитку теорії розрахунку та аналізу НЕК. Останнє використовується все ширше як в традиційних галузях аналізу й синтезу [3, 4], так і в нових напрямках моделюванні, ідентифікації і т.д [2, 5].

Аналіз НЕК найчастіше зводиться до визначення струмів по відомим параметрам кола [3]. Однак процес аналізу досліджуваних нелінійних систем супроводжується певними труднощами, серед яких можна виділити наступні:

- неможливість використання добре розвинених методів аналізу лінійних кіл для вирішення нелінійних, через появу в них явищ, не властивих лінійним колам [4, 5];

- необхідність точної апроксимації нелінійної характеристики для забезпечення максимальної точності розрахунків [6].

Тому на практиці дослідники змушені вдаватися до комбінації декількох методів, наприклад, вейвлет-перетворень та ітераційних методів [7], моделювання роботи НЕК із використанням великої кількості метод чисельного розрахунку із складним набором початкових умов [8]. Це в свою чергу призводить до ускладнення розрахункових залежностей і провокує збільшення похибок обчислення [3, 5, 6–8].

На сьогодні не втрачає актуальність завдання дослідження процесів, що протікають в колах з напівпровідниковими перетворювачами, які є елементами з явно вираженою нелінійністю. Це і нелінійні кола енергетичних систем [9, 10], і нелінійні кола силових активних фільтрів [11], системи керування яких побудовані на p - q теорії [12] та крос-векторній [13] теорії миттєвої потужності. До головних питань, які ставлять перед собою дослідники при аналізі таких систем можна віднести: визначення закономірностей і підвищення ефективності енергоперетворення [11–14, 16–18], визначення природи виникнення реактивної потужності [12, 15, 20], розробка ефективних методів розрахунку струмів досліджуваних кіл [21].

Також необхідно відзначити, що наразі актуальною проблемою є вибір засобів активної [19] і пасивної фільтрації [22, 23]. Але коректний вибір засобів пасивної фільтрації вимагає аналізу показників роботи саме підключеного нелінійного навантаження, що можливо з використанням аналітичних методів розрахунку електричних кіл [21].

Враховуючи перелічене, обґрунтованим є розвиток ефективного і простого з практичної точки зору аналітичного методу розрахунку. Розроблений метод має забезпечити можливість провести якісний аналіз нелінійної електротехнічної системи, а також дозволить провести аналіз механізмів формування складових струму.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Як відомо, методи аналізу нелінійних електричних кіл можна розділити на аналітичні і чисельні.

Використання чисельних методів істотно полегшує завдання дослідникам, оскільки дозволяють при відносній легкості реалізації отримати інформацію про практично будь-яких процесах в НЕК. Через стрімким розвиток комп'ютерної техніки і наявності великої кількості спеціалізованих програмних продуктів, таких як SAPWIN [24, 25], SPICE [26], SEQUEL [27], MATLAB [28–30], які дозволяють реалізувати розрахунки і чисельне моделювання, чисельні методи використовуються найчастіше. Однак необхідно відзначити, що ці методи мають такі недоліки: чисельне рішення рівнянь з суттєво вираженою нелінійністю вимагає великої кількості ітерацій, що супроводжується значними витратами часу. Ще низкою недоліків є те, що точність розрахунку істотно залежить від коректності обраних початкових наближень і конфігурації схеми, а також від методу і кроку інтегрування.

На відміну від численних, аналітичні методи мають суттєву перевагу. Вони дозволяють провести якісний аналіз і дати адекватну оцінку процесам в НЕК оцінити вплив всіх факторів при роботі системи, їх внесок і значущість [1–3, 5, 9, 10, 21].

Як відомо, роботу кіл описують нелінійні диференціальні рівняння, рішення яких дозволяє визначити струми, що протікають в колі. На основі проведеного аналізу літературних джерел для вирішення таких дослідники часто вибирають метод малого параметра (ММП) [3, 5, 9, 10, 21], що відноситься до групи методів збурень, як найбільш ефективний, універсальний і простий в реалізації. ММП є одним із найефективніших засобів сучасної прикладної математики, який широко застосовується в механіці, фізиці й інших науках, що оперують диференціальними рівняннями. ММП дозволяє отримувати аналітичні рішення складних лінійних та нелінійних крайових задач, як для звичайних диференціальних рівнянь так і для рівнянь в частинних. Його можна використовувати окремо або в комбінації з іншими методами [3, 5]. Головною перевагою ММП є його ефективність при вирішенні складних диференціальних рівнянь, що описують процеси в НЕК. Саме тому в роботі пропонується використовувати ММП для визначення гармонічного складу струму нелінійного навантаження, підключеного до системи електропостачання. Це дозволить коректно обрати параметри лінійного дроселя для зменшення впливу вищих гармоніку сигналі струму.

Згідно ММП [3, 9, 10], нелінійне диференціальне рівняння розв'язують у області часу шляхом послідовних наближень, представляючи шуканий параметр x у вигляді ряду за степенями деякого коефіцієнта μ , який називають малим параметром:

$$x = x_0 + \mu x_1 + \mu^2 x_2 + \dots + \mu^n x_n, \quad (1)$$

де x_0 – рішення рівняння нульового наближення (останнє отримують із вихідного, покладаючи, що всі нелінійні члени в ньому відсутні); x_1 – рішення рівняння першої поправки, яка враховує вплив нелінійних членів в першому наближенні; x_2 – рішення рівняння другої поправки тощо.

Автором роботи [3] було доведено ефективність застосування ММП для аналізу НЕК з мінімальними похибками. Відповідно до ММП, наближене розв'язання нелінійних рівнянь, що описують процеси в нелінійних колах, знаходять у вигляді функціонального ряду за зростаючими степенями малого параметра. Підставляючи такий ряд у вихідне рівняння і представляючи його системою рівнянь за степенями малого параметра, визначаються всі функції, що входять до рішення.

Беручи до уваги вищеперелічені недоліки описаних чисельних методів аналізу НЕК, а також те що ММП реалізується зазвичай в області часу, що супроводжується складними тригонометричними перетвореннями, і знижує його ефективність, необхідним є пошук нового методу або удосконалення існуючого. Тому для підвищення ефективності аналітичних розрахунків запропоновано реалізувати ММП в частотній області з використанням автоматизованого методу формування ортогональних гармонійних складових електричних величин [20, 31] на базі алгоритму дискретної згортки [32].

3. Мета і задачі дослідження

Метою роботи є розробка ефективного та простого з практичної точки зору аналітичного методу аналізу нелінійної електротехнічної системи, за рахунок реалізації розрахунків у частотній області із можливістю їх автоматизації, який дасть можливість провести якісний аналіз досліджуваної системи, а саме дозволить провести оцінку впливу параметрів кола на гармонічний склад струму.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані наступні задачі:

- розвинути ММП шляхом його реалізації в частотній області за рахунок використання автоматизованого методу формування електричних величин на базі алгоритму дискретної згортки;

- провести порівняльний аналіз ММП із реалізацією розрахунків у частотній області, що розробляється, із класичним ММП у області часу та із результатами розрахунку математичної моделі досліджуваного електричного кола.

4. Аналіз розрахунку нелінійних електричних кіл електротехнічних систем з використанням ММП у частотній області

4. 1. Алгоритм аналітичного методу аналізу НЕК у частотній області на основі ММП

ММП в області часу є прототипом ММП, реалізованого в частотній області. Необхідно зазначити, що реалізація в частотній або області часу не впливає на точність. У цьому відношенні буде мати значення тільки точність апроксимації ВАХ нелінійної функції, а також кількість гармонік, що аналізуються. Але це спричинить ускладнення аналітичних виразів. У

результаті цього розрахунок в області часу стане трудомістким і супроводжуватиметься труднощами, пов'язаними з багаторазовим перемноженням сигналів струму і напруги, що задані у вигляді рядів Фур'є, тригонометричними перетворення функцій косинуса і синуса, функцій подвійного кута і таке інше.

Кінцевим результатом тригонометричних перетворень повинні бути вирази, що містять функції $\cos(k\omega t)$ і $\sin(k\omega t)$, де k – номер гармоніки. Також тригонометричні перетворення складно піддаються автоматизації. Все це може призвести до отримання неправильного і непрогнозованого результату. Тому пропонується розвинути ММП шляхом реалізації у частотній області. Основною перевагою ММП в частотній області є те, що тригонометричні перетворення, пов'язані з перемноженням сигналів струму і напруги, реалізуються за допомогою операції дискретної згортки, що забезпечить адаптацію для програмної автоматизації аналітичних розрахунків. Це дозволяє істотно скоротити витрати часу і спростити процес аналітичного розрахунку. Також це дає можливість отримання прогнозованого результату не залежно від ступеня апроксимуючого полінома, а також кількості аналізованих гармонік [9, 10, 13, 23].

Алгоритм аналізу НЕК в аналітичному вигляді на основі ММП в частотній області представлений на рис. 1 включає в себе наступні дії:

1. Записується вираз, що визначає вигляд нелінійності досліджуваного електричного кола:

$$\mu = f(i), \quad (2)$$

де μ – нелінійний параметр. Відповідно до класичного ММП нелінійність представляється у вигляді миттєвого опору, що нелінійно залежить від струму.

2. З використанням автоматизованого методу формування складових миттєвих змінних електричного кола в частотній області, заснованого на операції дискретної згортки, формується рівняння з використанням другого закону Кірхгофа. У лівій частині записується вираз для напруги на нелінійному елементі, а в правій – різниці напруг на джерелі живлення й всіх споживачів, за винятком нелінійного.

3. Для розв'язання отриманого нелінійного рівняння струм представляється у вигляді степеневого ряду за нелінійним параметром μ :

$$I = a_0 + a_1\mu + a_2\mu^2 \dots + a_n\mu^n, \quad (3)$$

де a_0, a_1, a_2, a_n – відповідні коефіцієнти степеневого ряду; n – порядок степеневого ряду, та й відповідно номер коефіцієнта.

Необхідно відзначити, що для достовірного аналізу процесів, що протікають в електричних колах, а також для урахування особливостей, внесених нелійними елементами, необхідно ступінь ряду, що описує струм, вибрати більше, ніж порядок степеневого ряду, що описує нелінійний елемент.

4. Для представлення (3) у частотній області вводяться додаткові позначення. Згідно ММП було прийнято, що ортогональні косинусна a_{a0} і синусна a_{b0} складові коефіцієнта a_0 , який є породжуючим рішенням і описує роботу лінійної частини кола, визначається першими гармоніками:

$$a_{a0} = \begin{pmatrix} 0 \\ A_0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$a_{b0} = \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де A_0, B_0 – коефіцієнти, що залежать від параметрів кола, косинусні та синусні відповідно.

Відповідно до ММП, який реалізується у частотній області, гармонічний склад коефіцієнтів a_0, a_1 , та a_n степеневого ряду (2) формується за наступним принципом. Коефіцієнт a_1 буде мати у собі гармонічний склад, що відповідає гармонічному складу коефіцієнта a_0^{h+1} піднесеному до ступеня m у частотній області, де h – це максимальний ступінь струму у виразі, що описує напругу на нелінійному елементі.

Тобто косинусна a_{a1} та синусна a_{b1} складові a_1 у загальному випадку у частотній області будуть складатися із суми коефіцієнтів $\left(\sum_{k=0}^K A_{1m} \right)_m$ та

$\left(\sum_{k=0}^K B_{1m} \right)_m$, де A_{1k}, B_{1k} – складові коефіцієнта a_1 , що залежать від параметрів кола; k – номер гармонічної складової, що формує коефіцієнт; K – максимальний номер гармонічної складової струму, що формує коефіцієнт, m – номер гармоніки струму.

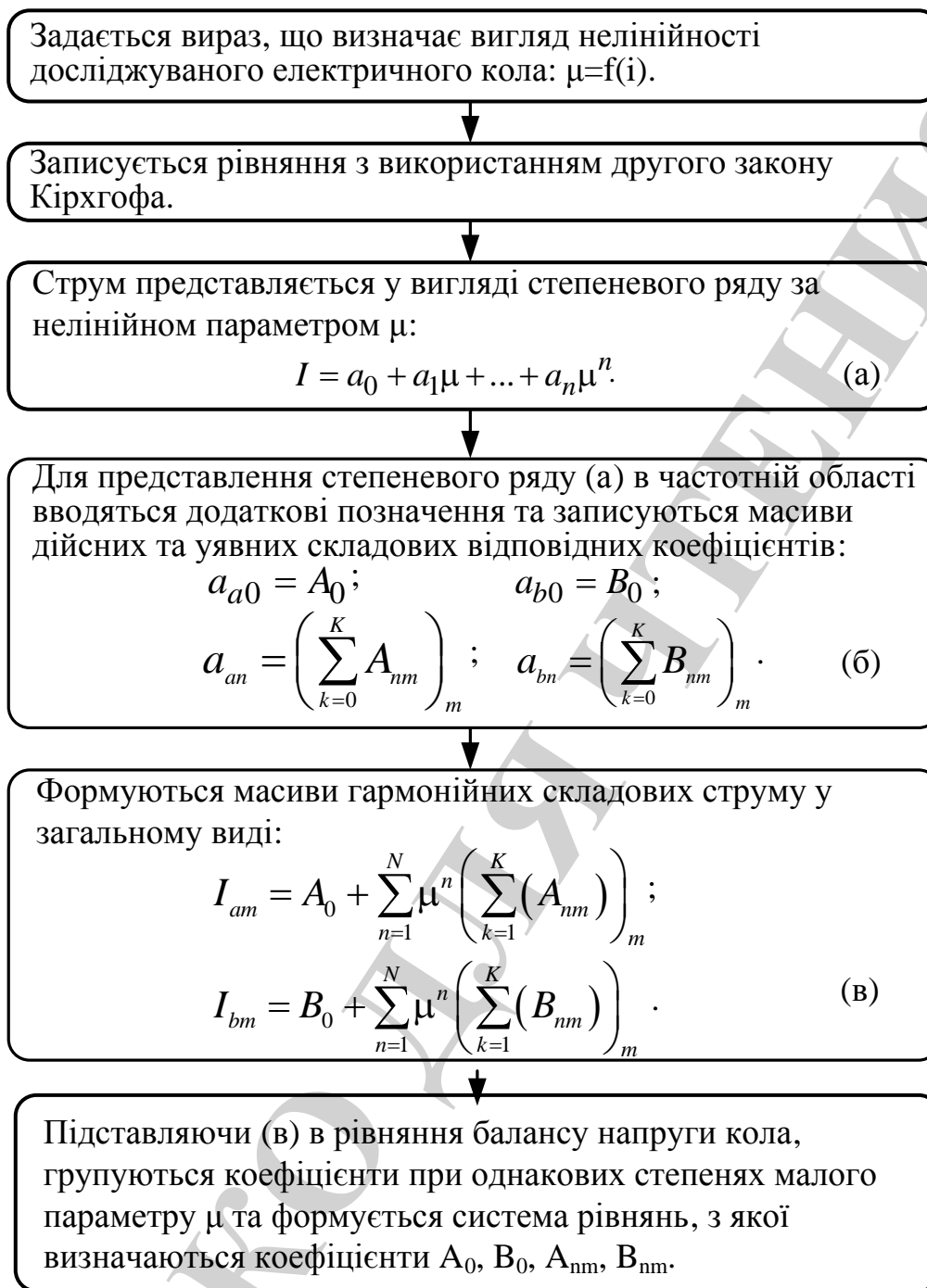


Рис. 1. Алгоритм реалізації ММП в частотній області

В свою чергу гармонічний склад коефіцієнта a_2 буде визначатись, як згортка $a_0^h * a_1$ у частотній області.

Отже відповідно до максимального ступеня струму у виразі, що описує напругу на нелінійному елементі та його гармонічному складу, буде формуватись і a_n :

$$a_{an} = \left(\sum_{k=0}^K A_{nm} \right)_m; \quad a_{bn} = \left(\sum_{k=0}^K B_{nm} \right)_m. \quad (5)$$

5. Формуються масиви гармонічних складових струму в загальному вигляді:

$$I_{am} = A_0 + \sum_{n=1}^N \mu^n \left(\sum_{k=1}^K (A_{nm}) \right)_m ;$$

$$I_{bm} = B_0 + \sum_{n=1}^N \mu^n \left(\sum_{k=1}^K (B_{nm}) \right)_m , \quad (6)$$

де N – максимальний порядок степеневого ряду.

6. Підставляються (6) у рівняння балансу напруг кола, групуються коефіцієнти при однакових ступенях малого параметра μ і формується система рівнянь, з якої визначаються коефіцієнти A_0, B_0, A_{nm}, B_{nm} .

4. 2. Розрахунок електричного кола з нелінійною індуктивністю з використанням ММП у частотній області

Розглянемо приклад розрахунку електричного кола, що складається з послідовно підключених нелінійної індуктивності та лінійного активного опору (рис. 2).

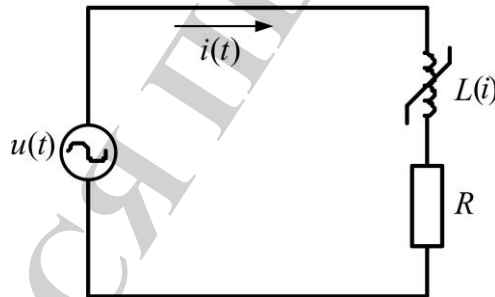


Рис. 2. Електричне коло з нелінійною індуктивністю

Напруга живлення $u_S(t)$ задана синусною складовою першої гармоніки: $u_S(t) = U_{b1} \sin(\omega t)$. Для аналізу струм представляється у вигляді першої та третьої гармонічних складових:

$$i(t) = I_{a1} \cos(\omega t) + I_{b1} \sin(\omega t) + I_{a3} \cos(3\omega t) + I_{b3} \sin(3\omega t).$$

Для аналізу заступної схеми досліджуваного кола (рис. 2) приймалися наступні чисельні значення параметрів кола: $U_{b1} = -12,5$ В, $R = 50$ Ом.

Як відомо, НЕК описуються диференційними рівняннями, розв'язання яких дозволяє провести аналіз системи. Для дослідження системи, наведеної на рис. 2, було сформоване диференційне рівняння балансу напруг із залежністю параметрів кола від часу, що описує її роботу системи:

$$u_s(t) = i(t)R + \frac{d\psi(t)}{dt}, \quad (7)$$

де ψ – потокозчеплення.

Нелінійна залежність струму від потокозчеплення апроксимується поліномом третього степеня:

$$i(\psi) = a\psi + b\psi^3, \quad (8)$$

де a , b – відповідні коефіцієнти полінома. Під час досліджень, що були проведені із метою вибору оптимальної функції для опису нелінійної характеристики у програмному пакеті CurveExpert, було виявлено, що функція (8), тобто поліном третього ступеня, за відсутності квадратичного члена має найбільший коефіцієнт співпадіння із кривою залежності струму від потокозчеплення.

В результаті чисельної побудови (8) було отримано криву намагнічування нелінійної індуктивності (рис. 3), при цьому чисельні значення коефіцієнтів приймалися $a=0,1$ та $b=40$.

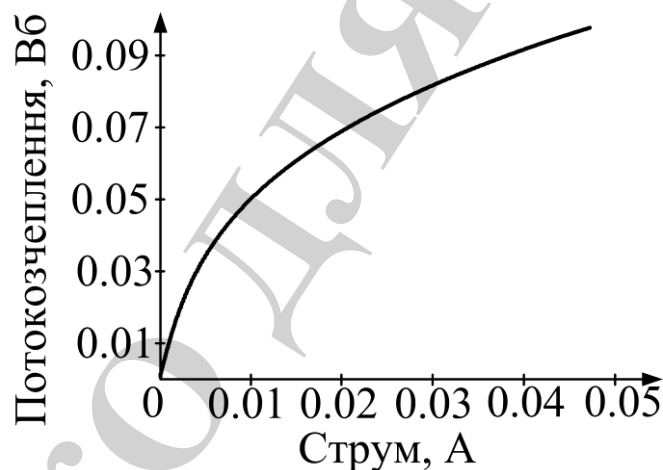


Рис. 3. Крива намагнічування нелінійної індуктивності

Для можливості реалізації аналізу досліджуваного електричного кола з використанням ММП у частотній області диференціальне рівняння (7) записується у частотній області:

$$\begin{cases} U_{Sa} = U_{Ra} + U_{La}; \\ U_{Sb} = U_{Rb} + U_{Lb}, \end{cases} \quad (9)$$

де U_{Sa} , U_{Ra} , U_{La} – косинусна складова напруги живлення, напруги на активному опорі R , напруги на нелінійній індуктивності, відповідно; U_{Sb} , U_{Rb} , U_{Lb} – синусна складова напруги живлення, напруги на активному опорі R , напруги на нелінійній індуктивності, відповідно.

Відповідно до ММП, що реалізується в частотній області, представлялись косинусні та синусні складові напруги живлення (10), напруги на активному опорі (10) у частотній області.

$$U_{Sa} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad U_{Sb} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_{Sb1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

$$U_{Ra} = \begin{pmatrix} 0 \\ -R \begin{bmatrix} -\psi_{a1}a - 3\psi_{a1}^3b - 3\psi_{a1}\psi_{b1}^2b - 6\psi_{a1}\psi_{a3}^2b - 6\psi_{a1}\psi_{b3}^2b - \\ - 3\psi_{a1}^2\psi_{a3}b - 6\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{b1}b + 3\psi_{b1}^2\psi_{a3}b \end{bmatrix} \\ 0 \\ R \begin{bmatrix} \psi_{a3}a + \psi_{a1}^3b - 3\psi_{a1}\psi_{b1}^2b + 6\psi_{a1}^3\psi_{a3}^2b + 6\psi_{a3}\psi_{b1}^2b + 3\psi_{a3}^3b + 3\psi_{b3}^2\psi_{a3}b \end{bmatrix} \\ 0 \\ -3bR \begin{bmatrix} -\psi_{a3}\psi_{a1}^2 + 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{b1} + \psi_{a3}\psi_{b1}^2 - \psi_{a1}\psi_{a3}^2 - 2\psi_{a3}\psi_{b3}\psi_{b1} + \psi_{b3}^3\psi_{a1} \end{bmatrix} \\ 0 \\ -3bR \begin{bmatrix} -\psi_{a1}\psi_{a3}^2 + \psi_{a1}\psi_{b3}^2 + 2\psi_{a3}\psi_{b3}\psi_{b1} \end{bmatrix} \\ 0 \\ bR\psi_{a3} \begin{bmatrix} \psi_{a3}^2 - 3\psi_{b3}^2 \end{bmatrix} \end{pmatrix};$$

$$U_{Rb} = \begin{pmatrix} 0 \\ R \begin{bmatrix} \psi_{b1}a + 3\psi_{a1}^2\psi_{b1}b + 3\psi_{b1}^3b + 6\psi_{b1}\psi_{a3}^2b + 6\psi_{b1}\psi_{b3}^2b - \\ - 6\psi_{a1}\psi_{a3}\psi_{b1}b - 3\psi_{b3}\psi_{b1}^2b + 3\psi_{a1}^2\psi_{b3}b \end{bmatrix} \\ 0 \\ -R \begin{bmatrix} -\psi_{b3}a - 3\psi_{a1}^3\psi_{b1}b + 3\psi_{b1}^3b - 6\psi_{b1}^2\psi_{b3}b - 6\psi_{b3}\psi_{a1}^2b - 3\psi_{a3}^3\psi_{b3}b - 3\psi_{b3}^2b \end{bmatrix} \\ 0 \\ -3Rb \begin{bmatrix} -2\psi_{b1}\psi_{a1}\psi_{a3} + \psi_{b3}\psi_{b1}^2 - \psi_{a1}^3\psi_{b3} - 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{a3} - \psi_{b3}^2\psi_{b1} + \psi_{a3}^3\psi_{b1} \end{bmatrix} \\ 0 \\ 3bR \begin{bmatrix} \psi_{b1}\psi_{a3}^2 - 2\psi_{b3}^2\psi_{b1} + 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{a3} \end{bmatrix} \\ 0 \\ bR\psi_{b3} \begin{bmatrix} 3\psi_{a3}^2 - \psi_{b3}^2 \end{bmatrix} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Відповідно до (7) напруга на нелінійній індуктивності визначається як $d\varphi(t)/dt$, тому для подальшого представлення її у частотній області спочатку записуються косинусні та синусні складові потокозчеплення, що задаються першою та третьою гармоніками:

$$\psi_a = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_{a1} \\ 0 \\ \psi_{a3} \end{pmatrix};$$

$$\psi_b = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_{b1} \\ 0 \\ \psi_{b3} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

де ψ_{a1} , ψ_{a3} – косинусна складова першої та третьої гармоніки потокозчеплення, відповідно; ψ_{b1} , ψ_{b3} – синусна складова першої та третьої гармоніки потокозчеплення, відповідно.

А потім від отриманих масивів визначається похідна.

$$d\psi_a = \begin{pmatrix} 0 \\ -\psi_{b1}\omega \\ 0 \\ -3\psi_{b3}\omega \end{pmatrix};$$

$$d\psi_b = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_{a1}\omega \\ 0 \\ 3\psi_{a3}\omega \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Відповідно до (8), з використанням автоматизованого алгоритму формування складових електричних величин у частотній області визначаються косинусні та синусні складові потокозчеплення у третьому ступені. Далі здійснюється формування масивів косинусних та синусних складових струму, що протікає у досліджуваному колі:

$$\begin{aligned}
I_{am} = & \left(\begin{array}{c} 0 \\ \psi_{a1}a + 3\psi_{a1}^3b + 3\psi_{a1}\psi_{b1}^2b + 6\psi_{a1}\psi_{a3}^2b + 6\psi_{a1}\psi_{b3}^2b + \\ + 3\psi_{a1}^2\psi_{a3}b + 6\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{b1}b - 3\psi_{b1}^2\psi_{a3} \\ 0 \\ \psi_{a3}a + \psi_{a1}^3b - 3\psi_{a1}\psi_{b1}^2b + 6\psi_{a1}^2\psi_{a3}b + 6\psi_{a3}\psi_{b1}^2b + 3\psi_{a3}^3b + 3\psi_{b3}^2\psi_{a3}b \\ 0 \\ -3b[-\psi_{a3}\psi_{a1}^2 + 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{b1} + \psi_{a3}\psi_{b1}^2 - \psi_{a1}\psi_{a3}^2 - 2\psi_{a3}\psi_{b3}\psi_{b1} + \psi_{b3}^3\psi_{a1}] \\ 0 \\ -3b[-\psi_{a1}\psi_{a3}^2 + \psi_{a1}\psi_{b3}^2 + 2\psi_{a3}\psi_{b3}\psi_{b1}] \\ 0 \\ b\psi_{a3}[\psi_{a3}^2 - 3\psi_{b3}^2] \end{array} \right) ; \\
I_{bm} = & \left(\begin{array}{c} 0 \\ \psi_{b1}a + 3\psi_{a1}^2\psi_{b1}b + 3\psi_{b1}^3b + 6\psi_{b1}\psi_{a3}^2b + 6\psi_{b1}\psi_{b3}^2b - \\ - 6\psi_{a1}\psi_{a3}\psi_{b1}b - 3\psi_{b3}\psi_{b1}^2b + 3\psi_{a1}^2\psi_{b3}b \\ 0 \\ \psi_{b3}a + 3\psi_{a1}^3\psi_{b1}b - 3\psi_{b1}^3b + 6\psi_{b1}^2\psi_{b3}b + 6\psi_{b3}\psi_{a1}^2b + 3\psi_{a3}^3\psi_{b3}b + 3\psi_{b3}^2b \\ 0 \\ 3b[2\psi_{b1}\psi_{a1}\psi_{a3} - \psi_{b3}\psi_{b1}^2 + \psi_{a1}^3\psi_{b3} + 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{a3} + \psi_{b3}^2\psi_{b1} - \psi_{a3}^3\psi_{b1}] \\ 0 \\ 3b[\psi_{b1}\psi_{a3}^2 - 2\psi_{b3}^2\psi_{b1} + 2\psi_{a1}\psi_{b3}\psi_{a3}] \\ 0 \\ b\psi_{b3}[-3\psi_{a3}^2 + \psi_{b3}^2] \end{array} \right) . \quad (14)
\end{aligned}$$

Відповідно до алгоритму ММП (рис. 1) та приймаючи до уваги вираз (7), представимо поточозчеплення у вигляді полінома першого ступеня за нелінійним параметром b :

$$\psi = a_0 + a_1b, \quad (15)$$

де a_0, a_1 – відповідні коефіцієнти полінома.

Відповідно до гармонічного складу поточозчеплення $\square(t)$ та алгоритму реалізації ММП у частотній області, коефіцієнт a_0 буде визначатись наступним виразом:

$$a_0 = A_0 \cos(\omega t) + B_0 \sin(\omega t), \quad (16)$$

так як це породжуючи рішення.

Відповідно до правила формування гармонічного складу a_1 для даного електричного кола проаналізувавши a_0^3 , одержуємо, що a_1 формується окрім першої, ще й третьою гармонікою:

$$a_1 = A_{11} \cos(\omega t) + A_{13} \cos(3\omega t) + B_{11} \sin(\omega t) + B_{13} \sin(3\omega t), \quad (17)$$

де $A_0, B_0, A_{11}, B_{11}, A_{13}, B_{13}$ – коефіцієнти, що залежать від параметрів кола.

Тоді поліном, що описує потокозчеплення у досліджуваному колі буде мати вигляд:

$$\psi = A_0 \cos(\omega t) + B_0 \sin(\omega t) + \left[A_{11} \cos(\omega t) + A_{13} \cos(3\omega t) + B_{11} \sin(\omega t) + B_{13} \sin(3\omega t) \right] b. \quad (18)$$

Коефіцієнти в (18) групуються за відповідними тригонометричними функціями і частотами, та записуються масиви косинусних та синусних гармонічних складових потокозчеплення у частотній області:

$$\Psi_a = \begin{pmatrix} 0 \\ A_0 + A_{11}b \\ 0 \\ A_{13}b \end{pmatrix}; \quad \Psi_b = \begin{pmatrix} 0 \\ B_0 + B_{11}b \\ 0 \\ B_{13}b \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Тобто

$$\square_{a1} = A_0 + A_{11}b, \quad \square_{b1} = B_0 + B_{11}b,$$

$$\square_{a3} = A_{13}b, \quad \square_{b3} = B_{13}b.$$

Наведені вище вирази підставляються у рівняння балансів напруг у частотній області та прирівнюються коефіцієнти при однакових ступенях нелінійного параметра. Необхідно відзначити, що враховувати будемо лише коефіцієнти при нульовому та першому ступенях b . Після чого отримується система рівняння:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{b1} = \omega A_0 + aRB_0; \\ 0 = aRA_0 - \omega B_0; \\ 0 = 3RB_0^3 + \omega A_{11} + 3RB_0A_0^2 + aRB_{11}; \\ 0 = aRA_{13} + RA_0^3 - 3\omega B_{13} - 3RA_0B_0^2; \\ 0 = aRB_{13} + 3RB_0A_0^2 + 3\omega A_{13} - RB_0^3; \\ U_{b1} = A_0\omega + aB_0R + (3RB_0^3 + 3RB_0A_0^2 + \omega A_{11} + aRB_{11})b; \\ 0 = -B_0\omega + aA_0R + (3RA_0^3 - \omega B_{11} + aRA_{11} + 3RA_0B_0^2)b; \\ 0 = (aRA_{13} + RA_0^3 - 3\omega B_{13} - 3RA_0B_0^2)b; \\ 0 = (aRB_{13} - RB_0^3 + 3\omega A_{13} + 3RB_0A_0^2)b, \end{array} \right.$$

з якої визначаються коефіцієнти $A_0, B_0, A_{11}, B_{11}, A_{13}, B_{13}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \frac{U_{b1}\omega}{\omega^2 + R^2a^2}; \\ B_0 = \frac{U_{b1}Ra(Ra - \omega^2)}{-\omega^4 + R^4a^4}; \\ A_{11} = \frac{-6U_{b1}^3R^2a}{(\omega^3 + \omega R^2a^2)^2}; \\ B_{11} = \frac{3U_{b1}^3R}{(\omega^2 + R^2a^2)^2}; \\ A_{13} = \frac{(3\omega^4 - 12R^2a^2\omega^2 + R^4a^4)U_{b1}^3aR^2}{(9\omega^2 + R^2a^2)(\omega^2 + R^2a^2)^3}; \\ B_{13} = \frac{(3\omega^4 - 12R^2a^2\omega^2 + R^4a^4)U_{b1}^3R}{(9\omega^2 + R^2a^2)(\omega^2 + R^2a^2)^3}. \end{array} \right.$$

Отримані коефіцієнти мають наступні чисельні значення: $A_0 = -0,04$, $B_0 = -6,337 \cdot 10^{-4}$, $A_{11} = 9,593 \cdot 10^{-7}$, $B_{11} = -3,012 \cdot 10^{-5}$, $A_{13} = -1,776 \cdot 10^{-7}$, $B_{13} = -3,343 \cdot 10^{-6}$.

Підставляючи отримані аналітичні значення коефіцієнтів в масиви (18), визначаються аналітичні залежності та чисельні значення гармонічних складових поточкозчеплення досліджуваного кола $\square_{a1}, \square_{b1}, \square_{a3}, \square_{b3}$ у функції коефіцієнтів $A_0, B_0, A_{11}, B_{11}, A_{13}, B_{13}$. Підставляючи $\square_{a1}, \square_{b1}, \square_{a3}, \square_{b3}$ у вирази (14), визначаються аналітичні залежності та чисельні значення гармонічних складових струму досліджуваного кола.

4. 3. Порівняльний аналіз розробленого і класичного ММП

Розраховані значення гармонічних складових струму з використанням класичного ММП і запропонованого ММП з використанням миттєвого опору у частотній області порівнювалися з результатами чисельного моделювання досліджуваної кола в середовищі пакету MatLAB (рис. 4).

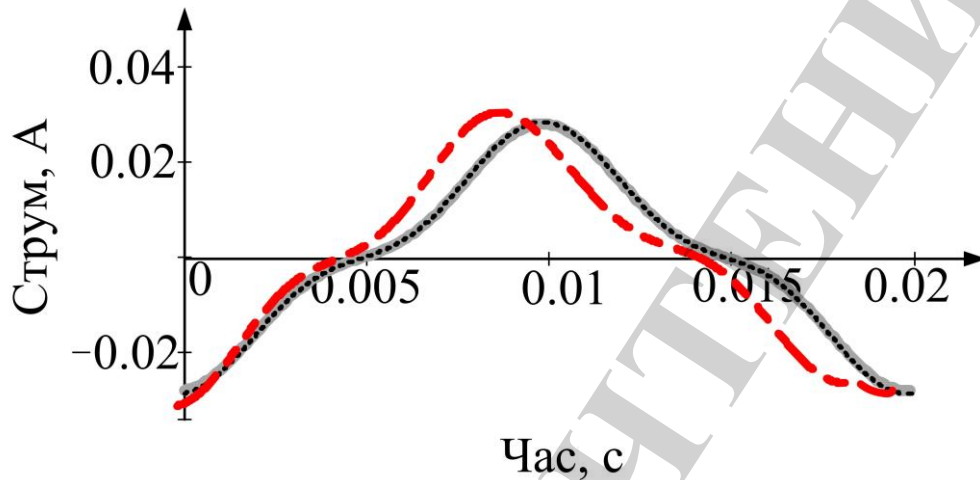


Рис. 4. Криві струму досліджуваної кола: (.....) – отримана з використанням запропонованого ММП, (- - -) – з використанням класичного ММП, (—) – отримана внаслідок розрахунку математичної моделі

В якості критеріїв оцінки точності двох методів, що зіп'явставляються, були обрані відносна похибка за величиною гармонічних складових шуканого струму та за амплітудою та фазою першої та третьої гармонік (табл. 1). Також проводилась оцінка ступеня збігу розрахованих кривих сигналу струму з кривою, отриманої внаслідок проведення чисельного експерименту (рис. 4), за коефіцієнтом детермінації R^2 .

Таблиця 1

Результати порівняльного аналізу розробленого і класичного ММП

Величина	Відносна похибка	Розроблений ММП, реалізований в частотній області	Класичний ММП, реалізований в області часу
Гармонічні складові струму	$\delta(I_{a1}), \%$	6,313	8,5
	$\delta(I_{b1}), \%$	0,39	4,7
	$\delta(I_{a3}), \%$	2,316	8,1
	$\delta(I_{b3}), \%$	0,46	24,2
Амплітуда першої та третьої	$\delta(I_1), \%$	1,786	3,988

гармонік струму	$\delta(I_3), \%$	2,273	7,577
Фаза першої та третьої гармонік струму	$\delta(\varphi_{I1}), \%$	$1,041 \cdot 10^{-4}$	$2,41 \cdot 10^{-4}$
	$\delta(\varphi_{I3}), \%$	$1,042 \cdot 10^{-3}$	$4,58 \cdot 10^{-3}$
Коефіцієнт детермінації	R^2	0,993	0,962

Проведений порівняльний аналіз запропонованого і класичного методу малого параметра з результатами чисельного розрахунку математичної моделі електричного кола з RL-навантаженням показав, що розроблений метод забезпечує більшу адекватність результатів і вищу точність розрахунків.

5. Обговорення результатів використання удосконаленого ММП із реалізацією у частотній області для аналізу нелінійних електричних кіл

Необхідно відзначити, що точність розрахунку залежить від точності апроксимації характеристики нелінійного елемента. При реалізації аналізу досліджуваного кола для уникнення громіздкості аналітичних виразів для розрахунку була обрана поліноміальна залежність третього ступеня. Такий вибір було зумовлено проведеним експериментальним дослідженням у математичному пакеті з метою пошуку функції, що при мінімальній кількості членів забезпечить прийнятну точність опису нелінійної характеристики.

При цьому наведені вище чисельні значення відносних похибок за значеннями гармонічних складових струму не перевищують 6 % навіть при відносно невисокій якості апроксимації.

Отже до переваг ММП у частотній області можна віднести те, що він є достатньо простим у реалізації, забезпечує високу точність та ефективність отримання чисельних значень амплітудних складових струму та дозволяє здійснювати аналіз в аналітичному вигляді процесів досліджуваного електричного кола з нелінійним навантаженням.

Недоліком методу є необхідність нехтувати вищими гармонічними складовими при вирішенні сформованої системи рівнянь, що тягне за собою зниження точності. Також для досягнення точної апроксимаційної залежності нелінійної характеристики необхідно використовувати поліноміальну функцію високого ступеня, що збільшить громіздкість аналітичних виразів.

Представлені дослідження показують можливість реалізації ММП в частотній області із його практичним використанням, а саме: представлений метод дає можливість якісного аналізу показників роботи підключеного нелінійного навантаження і спектра струму, що є хорошою основою для розвитку методу вибору засобів активної і пасивної фільтрації, що вже був частково представлений у роботі [21].

У подальших дослідженнях отримані аналітичні вирази дозволять вивчити процеси компенсації вищих гармонік струму в електричних мережах з

нелінійним навантаженням, що містить напівпровідникові перетворювачі, для можливості більш точного вибору засобів як пасивної так і пасивної фільтрації.

6. Висновки

1. Розвинуто метод аналітичного аналізу шляхом реалізації методу малого параметру у частотній області шляхом реалізації його у частотній області. Показано, що метод дозволяє уникнути складних тригонометричних перетворень та спростити аналітичні розрахунки й максимально адаптувати їх до автоматизації за рахунок використання автоматизованого методу формування складових миттєвих величин у частотній області, що дозволить скоротити витрати часу.

2. Розроблено алгоритм розрахунку нелінійних електричних кіл методом малого параметру у частотній області з використанням ортогональних складових нелінійного опору та доведено ефективність його використання. Особливістю представленого алгоритму є автоматизація аналітичних розрахунків у середовищі математичного пакету. Проведений порівняльний аналіз запропонованого методу малого параметра з класичним методом малого параметра на прикладі розрахунку електричного кола з RL навантаженням показав, що розроблений метод забезпечує більшу адекватність результатів та вищу точність розрахунків у порівнянні із існуючим. Відносна похибка за гармоніками струму не перевищує 6 %. Відносна похибка за амплітудою першої та третьої гармонік струму не перевищує 2,5 % та за фазою – $1,042 \cdot 10^{-3}$ %.

Література

1. Заездный А. М. Основы расчета нелинейных и параметрических радиотехнических цепей. М.: Связь, 1973. 448 с.
2. Шидловська Н. А. Аналіз нелінійних електричних кіл методом малого параметру. Київ: Євроіндекс, 1999. 192 с.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Гардарики, 2001. 638 с.
4. Основы теории цепей / Зевеке Г., Ионкин П., Нетушил А. и др. М.: Энергия, 1975. 752 с.
5. Баланс энергий в электрических цепях / Тонкаль В., Новосельцев А., Денисюк С. и др. Киев: Наукова Думка, 1992. 312 с.
6. Steady-state analysis of nonlinear circuits using discrete singular convolution method / Zhou X., Zhou D., Liu J., Li R., Zeng X., Chiang C. // Proceedings Design, Automation and Test in Europe Conference and Exhibition. 2004. doi: <https://doi.org/10.1109/date.2004.1269078>
7. A wavelet balance approach for steady-state analysis of nonlinear circuits / Li X., Hu B., Ling X., Zeng X. // ISCAS 2001. The 2001 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (Cat. No.01CH37196). 2001. doi: <https://doi.org/10.1109/iscas.2001.921249>
8. Zhu L. (Lana), Christoffersen C. E. Transient and Steady-State Analysis of Nonlinear RF and Microwave Circuits // EURASIP Journal on Wireless

Communications and Networking. 2006. Vol. 2006. P. 1–11. doi: <https://doi.org/10.1155/wcn/2006/32097>

9. Zagirnyak M., Maliakova M., Kalinov A. Analysis of electric circuits with semiconductor converters with the use of a small parameter method in frequency domain // COMPEL – The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering. 2015. Vol. 34, Issue 3. P. 808–823. doi: <https://doi.org/10.1108/compel-10-2014-0260>

10. Zagirnyak M., Kalinov A., Maliakova M. Analysis of instantaneous power components of electric circuit with a semiconductor element // Archives of Electrical Engineering. 2013. Vol. 62, Issue 3. doi: <https://doi.org/10.2478/aee-2013-0038>

11. Czarnecki L. S. Effect of Supply Voltage Harmonics on IRP-Based Switching Compensator Control // IEEE Transactions on Power Electronics. 2009. Vol. 24, Issue 2. P. 483–488. doi: <https://doi.org/10.1109/tpel.2008.2009175>

12. Czarnecki L. S. On some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory // IEEE Transactions on Power Electronics. 2004. Vol. 19, Issue 3. P. 828–836. doi: <https://doi.org/10.1109/tpel.2004.826500>

13. Zagirnyak M., Maliakova M., Kalinov A. Analysis of operation of power components compensation systems at harmonic distortions of mains supply voltage // 2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP), 2015 Intl Conference on Optimization of Electrical & Electronic Equipment (OPTIM) & 2015 Intl Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION). 2015. doi: <https://doi.org/10.1109/optim.2015.7426958>

14. Zagirnyak M., Maliakova M., Kalinov A. Compensation of higher current harmonics at harmonic distortions of mains supply voltage // 2015 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE). 2015. doi: <https://doi.org/10.1109/cpee.2015.7333388>

15. Improvement of compensation method for non-active current components at mains supply voltage unbalance / Al-Mashakbeh A. S., Zagirnyak M., Maliakova M., Kalinov A. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2017. Vol. 1, Issue 8 (85). P. 41–49. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.87316>

16. Zagirnyak M., Kalinov A., Chumachova A. Correction of operating condition of a variable-frequency electric drive with a non-linear and asymmetric induction motor // Eurocon 2013. 2013. doi: <https://doi.org/10.1109/eurocon.2013.6625108>

17. Research of energy processes in circuits containing iron in saturation condition / Prus V., Nikitina A., Zagirnyak M., Miljavec D. // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). 2011. Vol. 87, Issue 3. P. 149–152. URL: <http://pe.org.pl/articles/2011/3/39.pdf>

18. Zagirnyak M. V., Rodkin D. I., Korenkova T. V. Estimation of energy conversion processes in an electromechanical complex with the use of instantaneous power method // 2014 16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition. 2014. doi: <https://doi.org/10.1109/epepenc.2014.6980719>

19. Al-Mashakbeh A. A diagnostic of induction motors supplied using frequency converter basing on current and power signal analysis // *Przegląd Elektrotechniczny*. 2016. Vol. 1, Issue 12. P. 7–10. doi: <https://doi.org/10.15199/48.2016.12.02>
20. Zagirnyak M., Mamchur D., Kalinov A. A comparison of informative value of motor current and power spectra for the tasks of induction motor diagnostics // 2014 16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition. 2014. doi: <https://doi.org/10.1109/epepemc.2014.6980549>
21. Zagirnyak M. An analytical method for calculation of passive filter parameters with the assuring of the set factor of the voltage supply total harmonic distortion // *Przegląd Elektrotechniczny*. 2017. Vol. 1, Issue 12. P. 197–200. doi: <https://doi.org/10.15199/48.2017.12.49>
22. Salmeron P., Litran S. P. Improvement of the Electric Power Quality Using Series Active and Shunt Passive Filters // *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2010. Vol. 25, Issue 2. P. 1058–1067. doi: <https://doi.org/10.1109/tpwr.2009.2034902>
23. Ginn H. L., Czarnecki L. S. An Optimization Based Method for Selection of Resonant Harmonic Filter Branch Parameters // *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2006. Vol. 21, Issue 3. P. 1445–1451. doi: <https://doi.org/10.1109/tpwr.2008.2009899>
24. Luchetta A., Manetti S., Reatti A. SAPWIN-a symbolic simulator as a support in electrical engineering education // *IEEE Transactions on Education*. 2001. Vol. 44, Issue 2. doi: <https://doi.org/10.1109/13.925868>
25. Huelsman L. P. SAPWIN, Symbolic analysis program for Windows – PC programs for engineers // *IEEE Circuits and Devices Magazine*. 1996. Vol. 6.
26. Moura L., Darwazeh I. Introduction to linear circuit analysis and modelling from DC to RF, MatLAB and SPICE. Burlington, 2005. 405 p.
27. Raju A. B., Karnik S. R. SEQUEL: A Free Circuit Simulation Software as an Aid in Teaching the Principles of Power Electronics to Undergraduate Students // 2009 Second International Conference on Emerging Trends in Engineering & Technology. 2009. doi: <https://doi.org/10.1109/icetet.2009.200>
28. Pires V. F., Silva J. F. A. Teaching nonlinear modeling, simulation, and control of electronic power converters using MATLAB/SIMULINK // *IEEE Transactions on Education*. 2002. Vol. 45, Issue 3. P. 253–261. doi: <https://doi.org/10.1109/te.2002.1024618>
29. Chen W.-K. Feedback, Nonlinear, and Distributed Circuits. 3rd ed. CRC Press, New York, NY, 2009. 466 p.
30. Zagirnyak M., Kalinov A., Maliakova M. An algorithm for electric circuits calculation based on instantaneous power component balance // *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*. 2011. Vol. 87, Issue 12. P. 212–215. URL: <http://pe.org.pl/articles/2011/12b/59.pdf>
31. Nayfeh A. H., Chen C.-Y. Perturbation methods with mathematica // *Nonlinear dynamic*. Wiley, 1999. 437 p.