



## DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN ESTUDIOS TÉCNICOS UNIVERSITARIOS BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**BARRAGUÉS FUENTES, J. (1); GUIASOLA ARANZABAL, J. (2); GASCÓN GASCÓN, V. (3);  
ARRIETA CORTAJARENA, I. (4); MORAIS ESKERRO, A. (5) y NIETO LARRONDO, P. (6)**

(1) Matemática Aplicada. Universidad del País Vasco [mapbafuj@sp.ehu.es](mailto:mapbafuj@sp.ehu.es)

(2) Universidad del País Vasco. [jenaro.guisasola@ehu.es](mailto:jenaro.guisasola@ehu.es)

(3) Universidad del País Vasco. [vicente.gascon@ehu.es](mailto:vicente.gascon@ehu.es)

(4) Universidad del País Vasco. [iera.arrieta@ehu.es](mailto:iera.arrieta@ehu.es)

(5) Universidad del País Vasco. [a.morais@ehu.es](mailto:a.morais@ehu.es)

(6) Universidad del País Vasco. [p.nieto@ehu.es](mailto:p.nieto@ehu.es)

---

### Resumen

Describimos el diseño, la implementación y la evaluación de una secuencia de enseñanza destinada a introducir la probabilidad elemental en la enseñanza técnica universitaria. La propuesta se basa en los resultados de las investigaciones sobre las dificultades de enseñanza y aprendizaje, en la perspectiva social constructivista del aprendizaje de las matemáticas y en el concepto de indicador de aprendizaje. Mostramos que esta secuencia de enseñanza, junto a su metodología de aplicación en el aula, da lugar a una mejor comprensión de la probabilidad para la resolución de problemas y a un retroceso en el uso de las concepciones alternativas. Los alumnos parecen haber adquirido también una visión más ajustada del proceso de construcción de un marco teórico científico y valoran positivamente la probabilidad como marco útil para resolver problemas.

---

### OBJETIVOS

La investigación didáctica viene señalando que los estudiantes tienen dificultades para lograr un aprendizaje con comprensión de los conceptos y procedimientos formales relacionados con el azar. En este trabajo presentamos una investigación destinada a diseñar y evaluar una innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la teoría de la probabilidad en estudios técnicos universitarios. Explicaremos las razones que, a nuestro entender, hacen necesario un cambio metodológico en la enseñanza y en sus objetivos, mostraremos el fundamento teórico de nuestra propuesta, el modo en que la hemos desarrollado, aplicado en clase y evaluado.

## MARCO TEÓRICO

Tres principios interrelacionados han guiado el diseño de la propuesta. El primero, acerca de las dificultades de aprendizaje de los conceptos elementales de la probabilidad. Hemos utilizado la bibliografía sobre propuestas de enseñanza que promueven su aprendizaje con comprensión (Borovcnik y Peard, 1996; Kapadia y Borovcnik; Sáenz, 1998), junto con estudios sobre dificultades de aprendizaje de los conceptos relacionados con el azar y la probabilidad.

El segundo aspecto que ha contribuido a realizar nuestro diseño de enseñanza es la perspectiva social constructivista del aprendizaje de las matemáticas (Leitzel, 1991; Solow, 1993; Guershon y Trgalová, 1996; Sierpinska y Lerman, 1996). Bajo este enfoque, el profesorado tiene importante el papel de proponer a los estudiantes problemas interesantes y de involucrarles en tareas matemáticas significativas que demanden pensamiento de alto nivel (Romberg, 1993; NCTM, 2000; Kilpatrick, 1997).

El tercer principio que nos ha guiado se basa en el concepto de demanda de aprendizaje (Leach y Scott, 2002; Osuna et al., 2007), que se ha utilizado para concretar los objetivos específicos de enseñanza.

## METODOLOGÍA

Se consultaron trabajos relevantes acerca de las dificultades de aprendizaje de la probabilidad (Kahneman et al., 1982; Batanero, 2001; Batanero y Díaz, 2007; Borovcnik y Peard, 1996; Kapadia, 1984), y a continuación realizamos nuestro propio estudio para analizar el aprendizaje logrado por los estudiantes tras recibir su enseñanza siguiendo el modelo de enseñanza y aprendizaje más habitual en la Universidad (Guisasola y Barragués, 2002). Los resultados sugieren que la mayoría de los estudiantes presenta tras la enseñanza diversas ideas erróneas acerca de concebir el azar y la probabilidad, y adquiere un conocimiento meramente instrumental del cuerpo teórico, en vez de la comprensión relacional necesaria para aplicar el conocimiento probabilístico en la práctica. De este modo encontramos evidencias de que el modelo habitual de enseñanza de la probabilidad tiene deficiencias estructurales, epistemológicas y didácticas, que en buena medida pueden explicar la pobreza del aprendizaje obtenido.

Basándonos en la epistemología de las matemáticas y en las aplicaciones de la probabilidad para la resolución de problemas de Ingeniería (Niss, 1996), definimos las competencias que los estudiantes deben adquirir en términos de una colección de indicadores (demandas) de aprendizaje.

Las actividades de enseñanza fueron diseñadas para proporcionar a los estudiantes una clara concepción de los objetivos y provocar su interés. Utilizamos situaciones problemáticas próximas a la especialidad técnica de los grupos de alumnos con los que ensayamos la propuesta, pero también muchas otras situaciones capaces de hacer ver el carácter general de la teoría que estábamos construyendo (juegos de

azar, situaciones cotidianas, de interés social, etc).

Diseñamos un programa de actividades para los estudiantes, que incluía el uso de simulaciones por ordenador como herramienta cognitiva y actividades para ayudarles a superar sus dificultades. Analizamos artículos acerca del retroceso en el siglo XVIII de la concepción determinista del universo, y de los precursores de la probabilidad, y discutimos la visión actual de la matemática en la que el inmovilismo cede terreno en favor del debate, aspecto inmerso en las relaciones entre la Ciencia, la Técnica y la Sociedad que nos interesaba resaltar.

Los estudiantes que siguieron la enseñanza experimental (N=46) se organizaron en equipos que trabajaron y discutieron bajo la dirección del profesor las actividades propuestas. Algunas de las actividades quedaban propuestas como tarea no presencial. Finalizada cada unidad didáctica, los equipos elaboraban y defendían oralmente un informe.

El aprendizaje de los estudiantes fue evaluado desde la óptica de nuestros indicadores mediante diferentes instrumentos. Se utilizaron ejercicios de resolución individual y en equipo de problemas, una entrevista sobre epistemología de la probabilidad y un cuestionario sobre actitudes. El primer cuestionario se aplicó también a un grupo de control de estudiantes (N=60), para observar las diferencias obtenidas respecto al grupo experimental.

## CONCLUSIONES

A pesar del limitado ámbito en el que aplicamos la secuencia de enseñanza, los resultados muestran que es "mejor" que la propuesta de enseñanza tradicional para alcanzar los indicadores de aprendizaje, cuando se trabaja con la metodología y las restricciones usuales de un contexto escolar. Hay evidencias de una mejor comprensión de la probabilidad en su interpretación frecuencial, en el razonamiento probabilístico, en su aplicación a la resolución de problemas y en un retroceso en el uso de concepciones erróneas acerca del azar y la probabilidad. Esta metodología parece contribuir a generar actitudes positivas hacia la probabilidad como marco útil para la resolución de problemas, y proporcionar a los alumnos una visión más ajustada del proceso de construcción de un marco teórico científico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero, C. (2001), *Aleatoriedad, Modelización, Simulación*, Zaragoza, X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas.

Batanero, C. y Díaz, C. (2007), *Probabilidad, grado de creencia y proceso de aprendizaje*, Granada, XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, Federación Española de Profesores de Enseñanza de las Matemáticas.

Borovcnik, M. y Peard, R. (1996), "Probability", en Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde (Eds), *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 239-287.

Guisasola J. y Barragués J.I. (2002), "Heurísticas y sesgos de los estudiantes de primer ciclo de universidad en la resolución de problemas de probabilidad", *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 20, núm. 2, pp. 285-302.

Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982), "Judgment under uncertainty: heuristics and biases", New York, Cambridge University Press.

Kapadia, R. y Borovcnik, M., (1991), "*Chance encounters: probability in education*", Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Kilpatrick, J. (1997), "*Confronting Reform*", The American Mathematical Monthly, vol. 104 núm 10, pp. 955-962.

Leach, J. y Scott, P. (2002), "*The concept of learning demands as a tool for designing teaching sequences*", Studies in Science Education, núm 38, pp. 115-142.

Leitzel, J. R. C. (1991), "*A Call For Change: Recommendations For The Mathematical Preparation Of Teachers Of Mathematics*", USA, MAA Report.

National Council of Teachers Of Mathematics (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, consultado el 20 de julio de 2008 en <http://standards.nctm.org>

Niss, M. (1996), "Goals of Mathematical Teaching", en Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, y Laborde (eds), *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 11-47.

Osuna, L., Martínez-Torregrosa, J., Carrascosa, J. y Verdú, R. (2007), "*Planificando la enseñanza problematizada: El ejemplo de la óptica geométrica en educación secundaria*",

Enseñanza de las Ciencias, vol. 25, núm 2, pp. 277-294.

Romberg, TH. A. (1993), "*Cómo uno aprende: modelos y teorías del aprendizaje de las matemáticas*", *Sigma* núm 15, pp. 3-17.

Sáenz, C. (1998), "*Teaching Probability for Conceptual Change*", Educational Studies in Mathematics, vol. 35, núm 3, pp. 233-254.

Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996), "*Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education*", en Bishop et al. (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 827-876.

Solow, A. (1993), *Learning by discovery*, MAA notes, volumen 27, USA, MAA

Guershon, H. y Trgalová, J. (1996), "*Higher Mathematics Education*", en Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde, *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 675-700.

## CITACIÓN

BARRAGUÉS, J.; GUIASOLA, J.; GASCÓN, V.; ARRIETA, I.; MORAIS, A. y NIETO, P. (2009). Diseño y evaluación de una propuesta de enseñanza de la probabilidad en estudios técnicos universitarios basada en la resolución de problemas. *Enseñanza de las Ciencias*, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona, pp. 779-782

<http://ensciencias.uab.es/congreso09/numeroextra/art-779-782.pdf>