

LA INTRODUCCIÓ DE LA TRIANGULACIÓ COM A MÈTODE PER A «MESURAR» EL PLANETA TERRA

CARLES PUIG-PLA

Universitat Politècnica de Catalunya

IOLANDA GUEVARA

Universitat Politècnica de Catalunya

The introduction of triangulation as a method to «measure» planet Earth

La determinació de la forma i dimensions de la Terra va trobar en la triangulació un mètode pertinent que va establir les bases de la geodèsia. En aquest article s'incideix en les aportacions dels antics grecs, les d'alguns astrònoms islàmics i les dels europeus, com ara Jeroni Munyós, a partir del Renaixement. S'analitza el mètode de Snellius, les mesures de Picard, la polèmica sobre la forma de la Terra del segle XVIII i les expedicions geodèsiques que incidiren en la transferència de coneixement a Espanya i Catalunya. Jules Verne divulgà la triangulació a través de la literatura.

Paraules clau: triangulació, mesura de la Terra, Willebrord Snellius, Jean Picard, expedicions geodèsiques, Jules Verne.

Triangulation was applied to determine the shape and dimensions of the Earth and it established the foundations of geodesy. This paper points out several contributions, such as those of ancient Greeks, some Islamic astronomers and Europeans like Jeroni Munyós after Renaissance. We analyze the method of Snellius, the measurements of Picard and the controversy over the shape of the Earth of the 18th century. We also analyze the geodetic expeditions which helped to transfer scientific knowledge in Spain and Catalonia. Jules Verne was the main populariser of triangulation through literature.

Keywords: triangulation, measuring the Earth, Willebrord Snellius, Jean Picard, geodetic expeditions, Jules Verne.

Introducció

L'interès per conèixer la forma i l'extensió del nostre planeta es remunta a l'antiguitat. Personalitats com Eratòstenes o Ptolemeu van fer, en aquest sentit, contribucions remarcables en relació a la mesura de la Terra. Tanmateix, és a la segona meitat del segle XVII quan s'aconsegueixen valors força acurats de les dimensions del nostre planeta mitjançant el mètode de la triangulació.

El mètode emprat per l'astrònom i matemàtic holandès Willebrord Snellius (1580-1626), publicat el 1617 a la seva obra *Eratosthenes Batavus (Els Eratòstenes holandesos)*, va promoure l'ús generalitzat de la triangulació i va assentar les bases de la geodèsia. L'abat Jean-Felix Picard (1620-1682), astrònom francès, va utilitzar els principis de la triangulació geodèsica de Snellius i va aconseguir mesurar la grandària de la Terra amb un notable grau de precisió entre 1669 i 1670. El mètode s'utilitzà al segle XVIII per confirmar l'aplanament de la forma de la Terra i també per determinar el patró universal per mesurar longituds, el metre. La triangulació va traspasar l'àmbit estrictament científic i, al segle XIX, el genial novel·lista Jules Verne (1828-1905) va divulgar el mètode a través de la literatura.

Les primeres idees sobre la forma i l'extensió de la Terra

La preocupació sobre la forma i extensió de la Terra ve de lluny. Enfront de la creença més o menys generalitzada d'una Terra plana, ja els filòsofs grecs van considerar altres hipòtesis. S'atribueix a Anaximandre de Milet (c.610-c.546 aC) la idea que la Terra era un cilindre, el diàmetre del qual era el triple de la seva altura, que estava habitat només en el seu disc superior.¹ Es creu que va dissenyar un mapa de la Terra que més tard va corregir i perfeccionar Hecateu de Milet (c.550-c.476 aC). Que Hecateu fos o no un deixeble directe d'Anaximandre és encara una qüestió oberta, però en qualsevol cas sembla molt probable que va completar i millorar el darrer mapa del món d'aquell.² Heròdot va fer referència al mapa d'Hecateu:

«Per part meua, no puc menys que riure quan veig el nombre de persones que dissenyen mapes del món, sense tenir cap raó que els guiï, fent, com fan, córrer un flux-oceànic al voltant de la terra, i la terra mateixa essent com un cercle exacte, com si es descrivís per un parell de compassos, amb Europa i Àsia de la mateixa mida.»³

Com assenyala l'historiador holandès Jona Lendering, tot i que Hecateu no s'esmenta aquí explícitament, la majoria dels estudiosos coincideixen a dir que Heròdot s'estava rient del seu predecessor. La Mediterrània, el mar Roig i el mar Negre dividien en tres parts el mapa d'Hecateu (Europa, Àsia i Àfrica). Hi ha més indicis que el mapa d'Hecateu era extremadament esquemàtic —encara que menys esquemàtic que el que havia estat el mapa d'Anaximandre. Malgrat que Heròdot va argumentar sobre la inexactitud del mapa d'Hecateu, aquest va constituir un avenç en el sentit que entenia les posicions relatives dels continents.⁴

Els antics filòsofs grecs van proposar l'esfericitat de la Terra i van trobar arguments sòlids per defensar aquesta idea.⁵ Alguns arguments van ser de tipus estètic, ja que l'estètica, l'harmonia i la simetria van tenir un pes destacat en la cultura grega i no ha d'estranyar, doncs, que en fessin referència. Els filòsofs grecs van considerar que l'esfera era la figura més perfecta, aquella que quan gira sobre un eix que travessa el seu centre ocupa sempre el mateix espai. En les seves argumentacions, la Terra havia de ser esfèrica, no només per ser la figura més perfecta

1. Vegeu: COUPRIE, Dirk L. *Anaximander (c.610—546 BCE)* [En línia]. International Encyclopedia of Philosophy (IEP), A Peer-Reviewed Academic Resource. <<http://www.iep.utm.edu/anaximan/#SH6c>> [Consulta: 30 abril 2012]

2. MORRITT, Robert D. *Echoes from the Greek Bronze Age: An Anthology of Greek Thought in the Classical Age*. Newcastle: Cambridge Scholars Publishing, 2010. [Es pot trobar en línia a: <<http://www.e-s-p.org/Flyers/978-1-4438-2489-7-sample.pdf>>]

3. D'aquest fragment de l'obra d'Heròdot (corresponent a Heròdot, 4, 36), n'hem trobat versions molt diferents. La transcrita aquí es basa en la traducció clàssica grec-anglès de l'historiador i erudit anglès George Rawlinson (1812-1902): «For my part, I cannot but laugh when I see numbers of persons drawing maps of the world without having any reason to guide them; making, as they do, the ocean-stream to run all round the earth, and the earth itself to be an exact circle, as if described by a pair of compasses, with Europe and Asia just of the same size».

4. Vegeu: LENDERING, Jona. *Hecataeus of Miletus* [En línia]. Livius, Articles on Ancient History, 1995-2012. <<http://www.livius.org/he-hg/hecataeus/hecataeus.htm>> [Consulta: 30 abril 2012]

5. PUIG PLA, Carles. *El geocentrisme i la física antiga*. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 1996.



Figura 1. Esquerra: representació d'Anaximandre a *L'Escola d'Atenes* de Rafael. Dreta: Reconstrucció del mapa d'Hecateu del segle I aC (basat en un GIF de Marc Prins i Jona Lendering de www.livius.org; Wikipedia).

i perquè que es trobava al centre d'una altra esfera (l'esfera estel·lar) tot mantenint així l'harmonia del conjunt, sinó perquè, des d'un lloc elevat, s'observava que el cos d'una nau que s'allunyava desapareixia abans que el pal, i que aquest apareixia abans que el cos si el vaixell s'acostava.

Aristòtil (384-322 aC) ja va enunciar arguments contra la suposició d'una Terra plana, com, per exemple, el fet que l'ombra que la Terra projectava sobre la Lluna durant la fase parcial dels eclipsis lunars tingués sempre la vora circular, independentment de l'altura de la Lluna sobre l'horitzó. Quin cos sinó una esfera pot tenir una ombra circular en qualsevol direcció?

«L'evidència dels sentits corrobora encara més això. De quina altra manera podrien els eclipsis de lluna mostrar els segments de la forma com els veiem? Com ara, les formes com la Lluna es mostra cada mes són recta, gibosa, i còncava, però en els eclipsis la vora és sempre corbada: i, ja que és la interposició de la Terra allò que provoca l'eclipsi, la forma d'aquesta línia serà causada per la forma de la superfície terrestre, la qual és per tant esfèrica.»⁶

6. Vegeu: ARISTÒTIL. *De Caelo*. Llibre II, 14, 297b, 25-30. Hem consultat la traducció del grec a l'anglès de Stocks, John L. *De Caelo*. Oxford: Clarendon Press, 1922). La traducció al català és dels autors.

I també va argumentar que les estrelles varien la seva altura sobre l'horitzó segons el lloc d'observació; se sabia que un viatger que es desplaçava cap al sud veia que les constel·lacions en direcció sud pujaven a més altura sobre l'horitzó, la qual cosa indicava que aquest horitzó formava un cert angle respecte de l'horitzó d'un observador situat més cap al nord i, en conseqüència, la Terra no era plana.

«Un cop més, les nostres observacions de les estrelles fan evident, no només que la Terra és circular, sinó també que és un cercle no molt gran. Un petit canvi de posició cap al sud o cap al nord provoca una alteració manifesta de l'horitzó.

Hi ha molts canvis, vull dir, en els estels que estan damunt del cap, i les estrelles que es veuen són diferents, segons un es mogui cap al nord o cap al sud. De fet hi ha algunes estrelles que es veuen a Egipte i als voltants de Xipre que no es veuen a les regions del nord, i les estrelles, que al nord mai estan fora de l'abast de l'observació, en aquestes regions surten i es ponen. Tot això ve a demostrar no només que la Terra té forma circular, sinó també que és una esfera de no grans dimensions: perquè si no l'efecte d'un canvi tan lleu de lloc no seria tan ràpidament evident.

Per tant, un no ha d'estar massa segur de la incredulitat de l'opinió d'aquells que concebien que hi ha una continuïtat entre les parts sobre les columnes d'Hèrcules i les parts sobre l'Índia, i que d'aquesta manera l'oceà és un. Com una prova més a favor d'això citen el cas dels elefants, una espècie que es dona en cadascuna d'aquestes regions extremes, suggerint que la característica comuna d'aquests extrems s'explica per seva continuïtat. Així mateix, els matemàtics que tracten de calcular la mesura de la circumferència de la terra arriben a la figura de 400.000 estadis. Això indica no només que la massa de la Terra té forma esfèrica, sinó també que, en comparació amb les estrelles no és de grans dimensions.»⁷

La mesura de les dimensions de l'esfera terrestre

Pel que fa a les dimensions de la Terra, considerada com a esfera, és paradigmàtica l'estimació quantitativa de la circumferència terrestre realitzada en l'època hel·lenística per Eratòstenes (c.276-c.194 aC). Anomenat «Beta» (la segona lletra de l'alfabet grec) perquè era considerat el segon en multitud d'àrees de coneixement, Eratòstenes va ser l'artífex d'una primera estimació quantitativa de la circumferència terrestre. El fet d'encarregar-se de la Biblioteca d'Alexandria li va permetre accedir a moltes informacions. Així, va tenir coneixement que a Siena (l'actual Assuan), cap al sud d'Alexandria, al migdia local en el solstici d'estiu, el Sol il·luminava completament el fons d'un pou profund i els raigs solars no projectaven cap ombra sobre les vares verticals. Ell sabia, però, que en el mateix moment, a Alexandria, un gnòmon sí projectava ombra. Va considerar que el Sol es trobava molt allunyat de la Terra i que els seus rajos hi havien d'arribar paral·lels. Així doncs, el fet que s'observessin diferències en les ombres projectades per objectes iguals a la mateixa hora del mateix dia corroborava un cop més que la Terra no era plana.

7. ARISTÒTIL. *De Caelo*. Llibre II, 14, 297b, 30; 298a, 20.

Amb l'ajuda d'un gnòmon, Eratòstenes va mesurar, al migdia del solstici d'estiu a Alexandria, l'angle que formaven els raigs del sol amb la vertical i va trobar que era 1/50 d'un cercle (és a dir, $7^{\circ} 12'$). Amb la hipòtesi d'una Terra esfèrica (360°) i que Alexandria es trobava en el mateix meridià al nord de Siena, resultava immediat deduir geomètricament que el valor de l'angle central entre els dos radis terrestres corresponents a Siena i Alexandria era també aquell angle, és a dir una cinquantesena part de tota la circumferència.

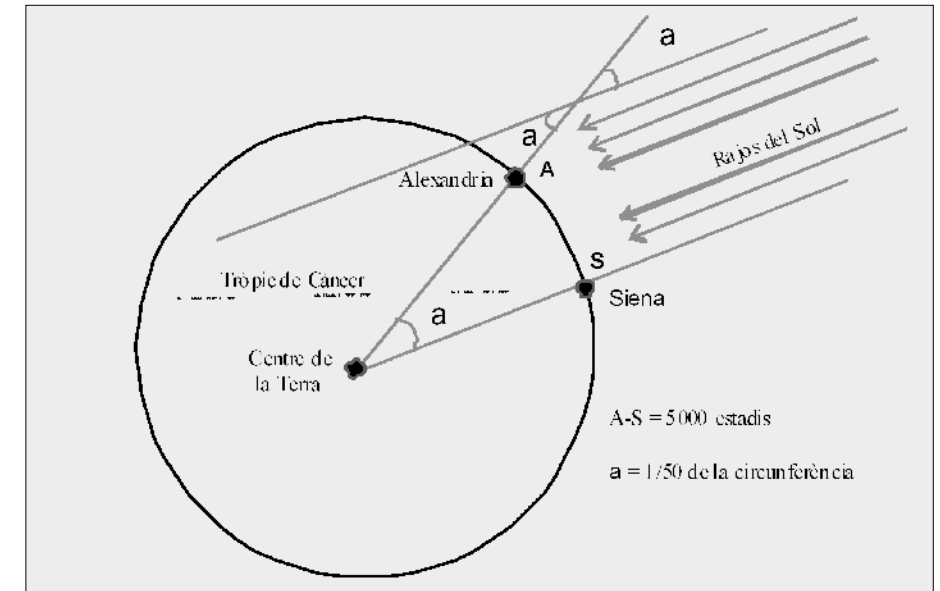


Figura 2. Il·lustració del raonament geomètric d'Eratòstenes (Font pròpia).

Com que coneixia la distància entre ambdues ciutats, que era de 5.000 estadis (uns 800 km), una simple proporció li va permetre deduir la circumferència de la Terra; 50 vegades la distància entre Siena i Alexandria, 250.000 estadis. Cal dir, però, que Eratòstenes va arrodonir el resultat, considerant un valor final de 700 estadis per grau, la qual cosa vol dir una circumferència de 252.000 estadis. Un punt clau és la mesura exacta de l'estadi utilitzat per Eratòstenes, una qüestió que ha estat força debatuda entre els historiadors. L'estadi grec (o estadi àtic comú) té un valor de proper als 185 m, la qual cosa implicaria una circumferència terrestre de 46.620 km (un 16,3% més gran que la real). No obstant això, si se suposa que Eratòstenes va fer servir l'estadi egipci, que era d'uns 157,5 m, el seu mesurament resulta ser 39.690 km (amb un error menor del 2%).⁸

8. Vegeu, per exemple: FERRAR, Michael J. *Eratosthenes, Hipparchus and Strabo: Geographia. The length of the oikoumene measured on an aslant line* [En línia]. Cartography Unchained, 2009. <<http://www.cartographyunchained.com/es1.html>> [Consulta: 15 maig 2012]

Tot i que no hi ha dubte del rigor en el raonament matemàtic d'Eratòstenes, cal fer alguna consideració sobre la precisió dels seus mesuraments: Siena es troba una mica al nord del tròpic de Càncer, no està directament al sud d'Alexandria sobre el mateix meridià i el Sol apareix com un disc que es troba a una distància finita de la Terra i no és un punt de llum a una distància infinita. A més, en l'antiguitat, els mesuraments de distància per terra no eren fiables (i menys encara si es viatjava al llarg d'un riu, el Nil, que no és lineal) i constituïen una font d'errors experimentals. Així doncs, sorprèn la precisió de la mesura atès el marge d'error per a cada un d'aquests factors.

A Eratòstenes també se li atribueix un mapa de la Terra llavors coneguda.⁹ Posteriorment, al segle I de la nostra era, se sap que Marc Vipsani Agripa (63 aC-12 dC), que va estudiar a Apol·lònia, una ciutat d'Il·líria, va traçar un mapa dels dominis de Roma que es pot reconstruir, en part, per dades de mapes medievals. Però va ser Claudi Ptolemeu (c.100-c.170) qui, a més de reunir arguments a favor de l'esfericitat de la Terra, va recopilar tècniques matemàtiques per elaborar mapes precisos, usant coordenades geogràfiques (latituds i longituds esfèriques) mitjançant un sistema de meridians i paral·lels. Les seves contribucions en aquest sentit van ser molt influents en la cartografia del Renaixement.

En relació a la cartografia, des de les darreries del segle XIII es varen incorporar els coneixements dels mariners als portolans, cartes nàutiques dissenyades per facilitar la navegació pel Mediterrani (després el mar Negre i la costa atlàntica europea). Oferien una representació realista de la costa i empraven una xarxa de derrotes al voltant de la rosa dels vents per expressar les distàncies i direccions entre dos punts qualssevol. La cartografia es va transformar decisivament amb la traducció al llatí de la *Geografia* de Ptolemeu a principis del segle XV, que va mostrar als europeus tècniques matemàtiques per representar un cos esfèric sobre una superfície plana.¹⁰ En l'edició, per exemple, de la *Geografia* editada a Lió el 1541 es mostra la projecció cònica que va utilitzar: representa els paral·lels com a arcs concèntrics i els meridians amb línies convergents en un focus situat al pol Nord.¹¹

L'obra de Ptolemeu i, més particularment, l'*Almagest* i la *Geografia* van ser textos de referència per a l'astronomia i la cartografia posteriors.

Algunes aportacions destacades dels astrònoms islàmics

A més de les fonts gregues, els astrònoms del món islàmic van beure també en les fonts índies, perses i d'altres. Gairebé totes les interpretacions dels models desenvolupats pels astrònoms islàmics parteixen de Ptolemeu, però ells van poder posar en marxa mètodes de càlcul i observació més potents que els grecs i van

9. Vegeu: BUNBURY, Edward H. *A History of Ancient Geography among the Greeks and Romans from the Earliest Ages till the Fall of the Roman Empire*. Londres: John Murray, 1883.

10. LINBERG, David C. *Los inicios de la ciencia occidental. La tradición científica europea en el contexto filosófico, religioso e institucional (desde el 600 a.C. hasta 1450)*. Barcelona: Paidós, 2002, p. 325-326.

11. PTOLEMEU, Claudi. *Claudii Ptolemaei Alexandrini Geographicae enarrationis libri octo; Ex Biblialdi Pircke traslatione...* Lió: Prostant Lugduni: Apud Hugonem à Porta, 1541.

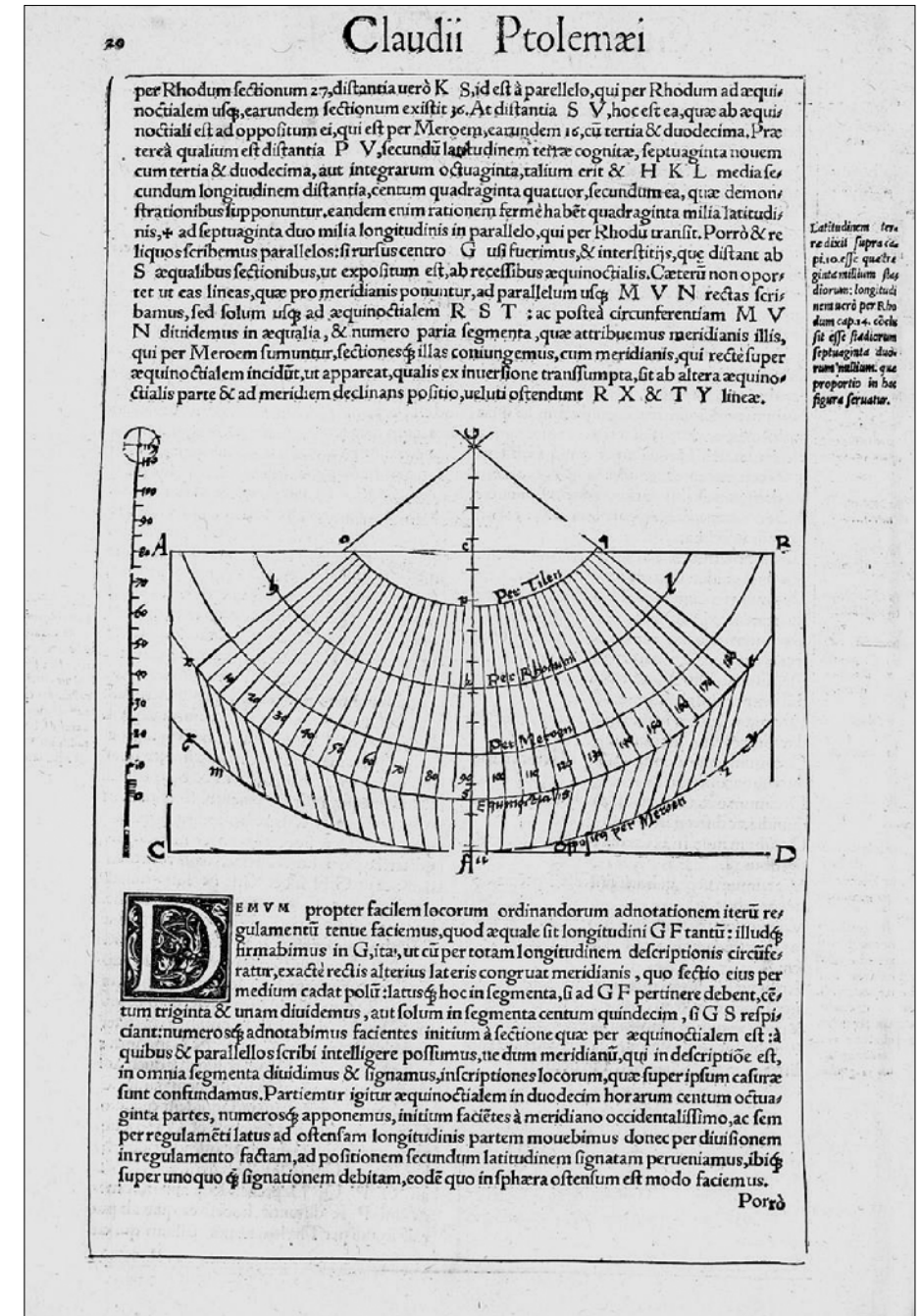


Figura 3. Projecció cònica de Ptolemeu (*Claudii Ptolemaei Alexandrini Geographicae enarrationis libri octo*, edició de 1541).

confeccionar millors taules astronòmiques.¹² Les primeres taules islàmiques basades, parcialment, en observacions noves es varen realitzar a Bagdad i Damasc per encàrrec d'al-Ma'mun (786-833). A la cort del califa abbàssida al-Ma'mun (que va regnar del 813 al 833), els astrònoms de la Bayt-al-Hikma (Casa de la Saviesa) van corregir en 10^o l'excés ptolemaic en relació a la longitud de la Mediterrània i van mesurar de nou el grau de meridiana terrestre cap a l'any 830.¹³

El jueu barceloní Abraham bar Hiyya (1065/70-1136/45), conegut també com a Savasorda, va ser un matemàtic i astrònom que va difondre la ciència islàmica en el món occidental. Se sap que tenia coneixement de les mesures dels astrònoms d'al-Ma'mun, ja que a la seva obra *Surat ha-ares (Forma de la Terra)*, a banda d'una anàlisi de l'esfericitat de la Terra i altres qüestions de geografia astronòmica, feia referència al mesurament del grau de meridiana realitzat pels astrònoms d'al-Ma'mun.¹⁴

Els treballs geodèsics de l'època d'al-Ma'mun es van dur a terme a la regió de les planes de Palmira i Sinjar, a Mesopotàmia. Un informe indica que es van realitzar mesures al llarg d'una línia dirigida cap al sud de Sinjar, un terreny molt pla i adequat per aquest treball; un altre fa referència a la zona que inclou Raqqa i Palmira (l'antiga Tadmor) que és un lloc menys adequat.¹⁵ Sembla que van obtenir un valor de 40.245 km de circumferència i un radi de la Terra de 6.405 km.¹⁶

El matemàtic i astrònom persa al-Biruni (973-1048), inicialment, va voler fer servir el mètode geodèsic habitual per mesurar la longitud de l'arc de meridiana a les planes del nord del Dihistan, prop de la costa sud-oest del mar Caspi, però, segons sembla, no hi va trobar suport. Tanmateix, va aconseguir mesurar el radi de la Terra mitjançant un mètode diferent que, com ell mateix va explicar, no requeria caminar pels deserts. Al-Biruni va escriure que quan es trobava a la fortalesa de Nandana (uns 110 km al sud d'Islamabad, al Pakistan), va utilitzar una muntanya propera per estimar el diàmetre de la Terra.¹⁷ Va mesurar l'altura d'aquesta muntanya (que és de 479 m sobre el nivell del mar) i, des d'allà, va determinar la depressió de l'horitzó visible.¹⁸ Quan l'estat de l'atmosfera permet visualitzar l'horitzó

12. BENOIT, Paul; MICHEAU, Françoise. «¿El intermedio árabe?». A: SERRES, Michel (ed.). *Historia de las Ciencias*. Madrid: Cátedra, 1991, p. 170-201.

13. COMES, Mercè. «La cartografia a Mallorca i a Barcelona». A: VERNET, Joan; PARÉS, Ramon, (dirs.). *La Ciència en la Història dels Països Catalans*. Vol. 1: Dels àrabs al Renaixement. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans; València: Universitat de València, 2004, p. 515-573.

14. SAMSÓ, Julio. «Traduccions i obres científiques originals elaborades en medis jueus. El desenvolupament de l'hebreu com a llengua científica. La seva projecció al Lenguadoc i la Provença». A: VERNET, Joan; PARÉS, Ramon, (dirs.). *La Ciència en la Història dels Països Catalans*. Vol. 1: Dels àrabs al Renaixement. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans; València: Universitat de València, 2004, p. 297-325.

15. MERCIER, Raymond P. «Geodesy». A: HARLEY, John B.; WOODWARD, David (eds.). *The History of Cartography*. Vol. 2, Book 1: Cartography in the Traditional Islamic and South Asian Societies. Chicago: University of Chicago Press, 1992, p. 175-188.

16. SEVILLA DE LERMA, Miguel J. «Historias de Matemáticas. Introducción histórica a la Geodesia». *Pensamiento Matemático*, núm. 2 (abril 2012), p. 14.

17. KENNEDY, E. S. *Al-Bīrūnī (or Bērūnī), Abū Rayhān (or Abu'l-Rayhān) Muhammad Ibn Ahmad* [En línia]. Encyclopedia.com; Complete Dictionary of Scientific Biography, 2008. <<http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830900460.html>> [Consulta: 14 juny 2012]

18. La depressió de l'horitzó és l'angle determinat pel pla horitzontal del lloc d'observació i la visual dirigida a l'horitzó des del punt d'observació quan aquest punt es troba en una posició elevada (com ara

cap al sud, la visual incideix sobre un punt la latitud del qual disminueix respecte de la de l'observador en una quantitat aproximadament igual a l'angle de depressió (d'uns 30 minuts o 55 km cap al sud).¹⁹ Així va poder mesurar el radi terrestre. Segons ell, els resultats obtinguts van ser similars als dels astrònoms d'al-Ma'mun, tot acceptant que aquells van ser més correctes atès l'instrumental emprat.²⁰

Amb tot, cal dir que la triangulació tal com s'entén en la topografia moderna sembla que no va jugar cap paper en la determinació de les longituds. No hi ha exemples en l'antiguitat clàssica en què la mesura d'angles en el pla horitzontal s'incorporés a una gradual acumulació de triangles que donés lloc, eventualment, a la determinació de la distància entre punts no visibles un de l'altre. El propi al-Biruni va determinar la longitud de Ghazna (l'actual Ghazni a l'est d'Afganistan) i per aconseguir-ho va aplicar l'anàlisi trigonomètrica a una successió de triangles esfèrics, però en cada cas els triangles inicialment coneguts es van trobar a partir de determinacions de la latitud i de les distàncies subministrades pels viatgers.²¹

Jeroni Munyós i l'ús de tècniques de triangulació en cartografia

L'erudit del segle XVI, Jeroni Munyós (c.1515-1591), hebraïsta, matemàtic i geògraf valencià, es creu que va tenir alguna participació en el primer mapa imprès del País Valencià, el *Valentiae Regni, olim Contestanorum* d'Abraham Oertel (1584), tal com han suggerit les investigacions de Víctor Navarro i Vicenç M. Rosselló. Se sap que en un manuscrit de Munyós de 1568 apareix una triangulació entre València, la Concepció i diversos pobles de l'Horta Nord (Puçol, el Puig de Santa Maria, Montcada, Alboraià i el Grau). D'altra banda, és molt versemblant que Munyós expliqués aquests mètodes i càlculs com a exercicis a la universitat, seguint els ensenyaments dels astrònoms, matemàtics i cartògrafs Gemma Frisius (1508-1555) i Oronce Finé (1494-1555).²²

Jeroni Munyós i els seus deixebles van introduir les teories copernicanes a Espanya; si bé Munyós elogiava els càlculs de Copèrnic, a les seves classes presentava la teoria per, immediatament, refutar-la amb arguments de caràcter principalment astronòmics. Va redactar un tractat d'astronomia i geografia, *Astrologiarum et Geographicarum institutionum libris sex*, on, al capítol 9 del llibre 5, s'ocupa del procediment de triangulació descrit per Gemma Frisius, el seu mestre. Frisius va explicar per primera vegada la tècnica de la triangulació geodèsica, alhora que descrivia alguns instruments necessaris per aplicar-la.²³ Com han posat de manifest Víctor Navarro i Enrique Rodríguez Galdeano:

una muntanya).

19. MERCIER, Raymond P. «Geodesy». A: HARLEY..., p. 182.

20. FERNÁNDEZ GARCÍA, Francisco R. (ed.). *Las Matemáticas del mundo y el mundo de las matemáticas*. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2002, p. 190.

21. MERCIER, Raymond P. «Geodesy». A: HARLEY..., p. 176.

22. ROSSELLÓ, Vicenç M. «Jeroni Munyós i la primera triangulació valenciana (per a Oertel?)». *Cuadernos de Geografía*, 67/68 (2000), p. 137-146.

23. NAVARRO, Víctor; SALAVERT, Vicent Lluís. «El conreu de les disciplines matemàtiques». A: VERNET, Joan; PARÉS, Ramon, (dirs.). *La Ciència en la Història dels Països Catalans*. Vol. 2: Del naixement de la ciència moderna a la Il·lustració. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans; València: Universitat de València, 2007, p. 141-175.

«[...] aquesta triangulació consistia, bàsicament, en la determinació, des d'un punt de partida, de les direccions (angles amb el meridià del lloc o de posició) de diversos punts visibles o estacions i en la repetició de dites observacions i l'estimació dels angles des d'aquestes estacions dirigint la visual a la primera i a les altres; tot això permetia traçar en un paper una xarxa de triangles mitjançant la intersecció de les línies corresponents a les visuals de les estacions. Mesurant la longitud d'una distància o línia base, es podien conèixer totes les altres distàncies, així com les coordenades geogràfiques dels llocs, i traçar el mapa de la regió».²⁴

Munyós va ser, doncs, un dels primers matemàtics europeus que va realitzar treballs cartogràfics utilitzant tècniques de triangulació geodèsica.²⁵

Mesurar un arc de meridià amb xarxes de triangulació

Al Renaixement, amb l'auge de la navegació i el descobriment de noves terres (cosa que va duplicar en menys d'un segle l'extensió del món conegut), es va arribar a la primera demostració directa de la rodonesa de la Terra gràcies al primer viatge de circumnavegació de Fernando de Magallanes (1480-1521) i Juan Sebastián de Elcano (1476-1526), realitzat entre 1519 i 1522. Un cop demostrada la suposada esfericitat del nostre planeta, aviat se'n van tornar a mesurar les dimensions.

Al segle XVII es realitzaren les primeres mesures de gran envergadura del globus terrestre amb la innovadora tècnica de la triangulació. En aquest sentit, cal esmentar Willebrord Snellius, que es pot considerar com el promotor de la triangulació, si bé es creu que devia conèixer els treballs previs de Jacob van Deventer (1500/1505-1575), professor de Gemma Frisius²⁶ i les seves teories de triangulació.

Willebrord Snellius (1580-1626), també anomenat Snell, és possiblement més conegut per haver enunciat, el 1621, la llei de refracció de la llum que porta el seu nom. Tanmateix, aquest astrònom i matemàtic holandès, professor a Leiden, va planejar i dur a terme l'any 1615 un conjunt de mesuraments propis. El 1617 va publicar els seus mètodes en la seva obra *Eratosthenes Batavus* (*Els Eratòstenes holandesos*).²⁷ Una obra fonamental, aquesta, que es considera va establir les bases de la geodèsia. Snellius va ser un promotor de la triangulació,

24. NAVARRO, Víctor; RODRÍGUEZ GALDEANO, Enrique. *Matemàtiques, cosmologia y humanismo en la España del siglo XVI. Los comentarios al segundo libro de la Historia Natural de Plinio de Jerónimo Muñoz*. València: Instituto de Estudios Documentales e Históricos sobre la Ciencia; Universitat de València; CSIC, 1998, p. 60. [Hem traduït el fragment al català.]

25. Sobre l'obra científica de Munyós vegeu: NAVARRO, Víctor. «Annex: Astronomia a la Universitat de València: l'obra científica de Jeroni Munyós i les seves contribucions a la crítica de la cosmologia aristotèlica i medieval». A: VERNET, Joan; PARÉS, Ramon, (dirs.). *La Ciència en la Història dels Països Catalans*. Vol. 2: Del naixement de la ciència moderna a la Il·lustració. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans; València: Universitat de València, 2007, p. 205-222.

26. RUIZ MORALES, Mario. «Eratosthenes Batavus. La triangulación de Snellius y su medida de la Tierra». *Mapping. Revista Internacional de Ciencias de la Tierra*, núm. 138 (2009), p. 40-51.

27. SNELLIUS, Willebrordus. *Eratosthenes Batavus, de terrae ambitus vera quantitate*. Leiden: Jodocus Colster, 1617.

un mètode que després seria universalment emprat en la topografia i la cartografia de zones de gran extensió.

El mètode de Snellius plantejava mesurar la circumferència terrestre per mitjà de la determinació de la longitud d'un arc de meridià calculat amb la nova tècnica de la triangulació. La idea bàsica consistia a conèixer amb la major precisió el costat d'un triangle, que anomenem «base», i des de cada extrem d'aquesta base mesurar els angles que la uneixen amb un tercer vèrtex, convenientment triat, i que determinarà un triangle. Aquest triangle serà el primer d'una xarxa que s'anirà estenent en afegir-n'hi d'altres adjacents, fins unir dos punts extrems d'un arc de meridià. D'aquests dos punts cal determinar amb la màxima exactitud les latituds i les longituds astronòmiques. Després s'hauran de reduir les mesures a la projecció horitzontal i fer les correccions oportunes. Així doncs, en aquesta operació intervé una doble metodologia: una de tipus astronòmic, el càlcul de l'amplitud angular d'un arc de meridià, i una altra de tipus topogràfic, la determinació del desenvolupament lineal d'aquest arc.

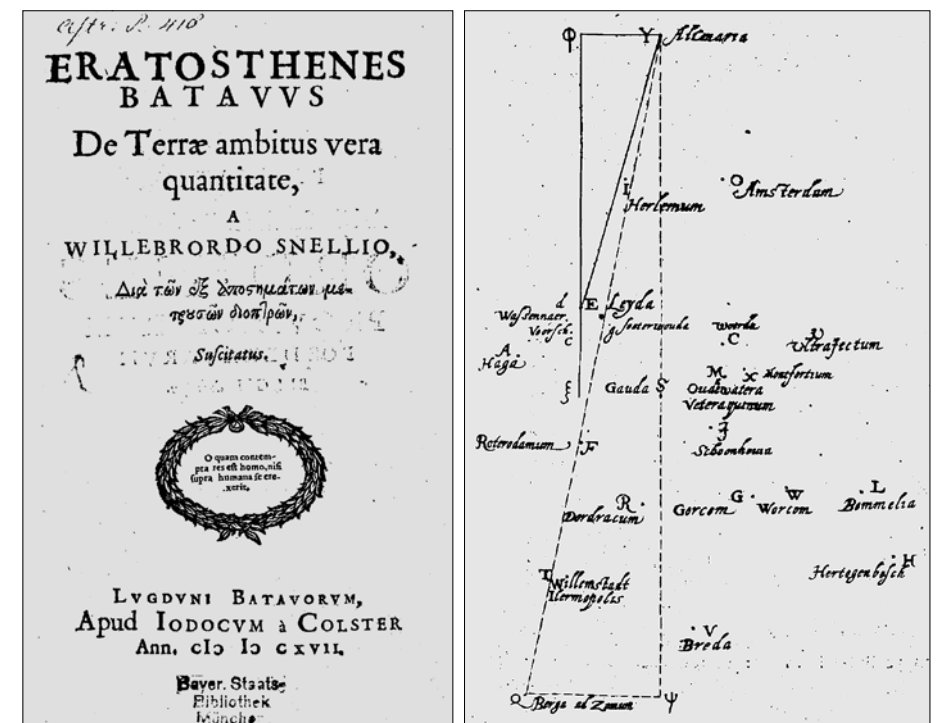


Figura 4. Portada del llibre *Eratosthenes Batavus* de W. Snellius i una imatge del mateix llibre.

Snellius va comptar amb la col·laboració de Willem Janszoon Blaeu (1571-1638), que coneixia la col·lecció d'instruments de l'observatori de l'illa de Hven i que li va construir un quadrant enorme similar al de Tycho Brahe. Així, Snellius va poder construir una cadena de 33 triangles per mesurar la distància entre Alkmaar i Berger op Zoom, separades aproximadament 1° de meridià. Va prendre com a referència la distància de casa seva a la torre de l'església local i va fixar els diferents vèrtexs de la triangulació (Leiden, Alkmaar, Haarlem, Amsterdam, Utrecht, Gouda, Oudewater, Rotterdam, La Haia, Zaltbommel, Breda, Willemsstad, Dordrecht i Berger op Zoom). Com a unitat va emprar el peu del Rin i la perxa del Rin, i el resultat arrodonit que va trobar va ser que 1° de meridià equivalia a 28.500 perxes, la qual cosa donava una longitud de circumferència terrestre de 38.600km (només un 3,5% menor de la real).²⁸

Algunes dècades més tard, l'abat Jean-Felix Picard (1620-1682), astrònom francès, va aconseguir mesurar la grandària de la Terra amb un notable grau de precisió. Entre 1669 i 1670, Picard va dur a terme una operació geodèsica de gran envergadura utilitzant els principis de la triangulació geodèsica de Snellius que ha passat als annals de la història.

Picard, que s'havia format al col·legi jesuïta de La Flèche, va treballar amb Pierre Gasendi, professor de matemàtiques al Collège Royale de París. El 1655 va ser nomenat professor d'astronomia al Collège de France i, pocs anys abans de realitzar el seu mesurament, va esdevenir un dels membres de l'Académie des Sciences, el mateix any que es va crear aquesta institució (1666). En relació als instruments de mesura, el 1667 Picard va afegir una mira telescòpica al quadrant i el féu així molt més útil en les observacions. Quatre anys després, va observar amb Ole Rømer (1644-1710), a l'Observatori d'Uraniborg, uns 140 eclipsis d'Io, el satèl·lit de Júpiter. A partir de les dades recollides per tots dos, Rømer va poder realitzar una primera mesura quantitativa de la velocitat de la llum.²⁹

Quant a la triangulació, Jean Picard va aconseguir una mesura força acurada de les dimensions de la Terra amb l'ajuda d'instruments que ell mateix va desenvolupar. Per primera vegada va usar quadrants mòbils amb ulleres de llarga vista quan va afegir mires telescòpiques a un micròmetre d'Adrien Auzout. Es va proposar calcular l'arc entre Malvoisine (prop de París) i Sourdon (prop d'Amiens). Com a patró de mesura va fer servir la toesa de Châtelet (o de París), equivalent a 1.949 m, i com a base va prendre la distància entre Villejuif i Juvisy-sur-Orge (5.663 toeses). Va obtenir resultats molt precisos per a 1° de meridià: 57.060 toeses, que equivalen a 110,46 km. El valor corresponent del radi terrestre va ser de 6.328,9 km. Va tenir marges d'error de 10'' de grau i va aconseguir anivellaments amb una precisió de l'ordre d'1 cm per km. El 1671 Picard va publicar el seu llibre *Mesure de la Terre*.³⁰

28. RUIZ MORALES, Mario. «Eratosthenes...», *op. cit.*

29. O'CONNOR John J.; ROBERTSON, Edmund F. *Jean Picard* [En línia]. The MacTutor History of Mathematics archive. Saint Andrews: University of St Andrews. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Picard_Jean.html> [Consulta: 2 abril 2012]; Vegeu també: *Jean Picard* [En línia]. Wikipedia. <http://en.wikipedia.org/wiki/Jean_Picard> [Consulta: febrer 2012]

30. PICARD, Jean. *Mesure de la terre [par l'abbé Picard]*. París: Imprimerie Royale, 1671.

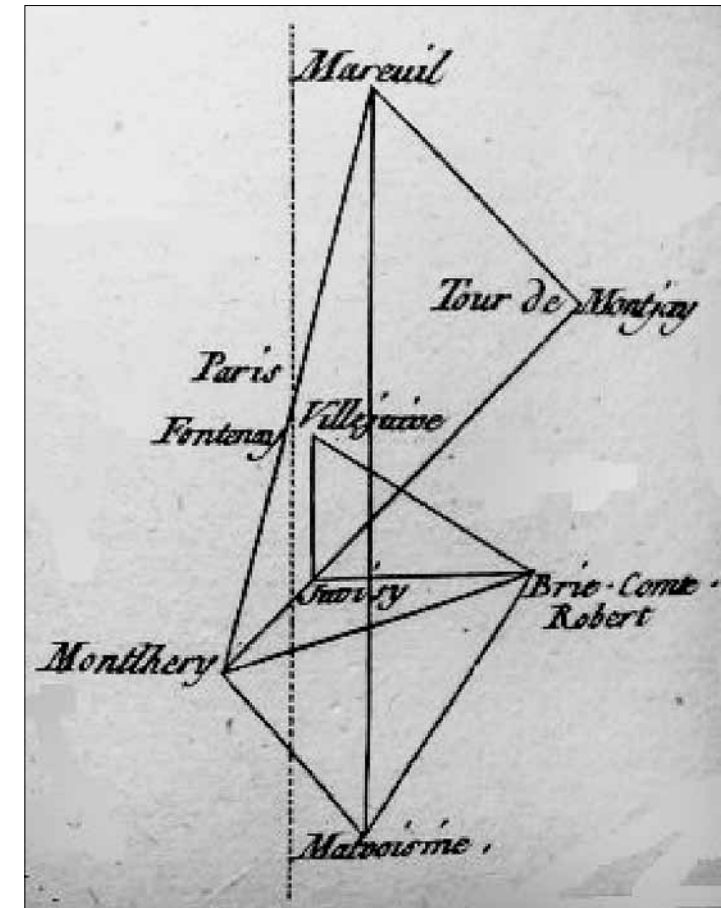


Figura 5. Esquema de la triangulació efectuada per Picard.

Triangulació per esbrinar la forma de la Terra: meló o síndria?

Després de les mesures de Picard, al segle XVIII es van efectuar altres mesures amb la tècnica de la triangulació. Es va perllongar el meridià de París, d'una banda cap al nord d'Amiens i, de l'altra, cap al sud de Malvoisine. Tot i ser una idea inicial de Picard, la direcció i realització del projecte està associada als Cassini i l'Observatori de París. Giovanni Domenico Cassini (1625-1712) i el seu fill Jacques Cassini (1677-1756), successor seu a l'Observatori, van treballar en aquest projecte que va durar des de 1683 fins a 1718 i que es va relacionar amb l'ambiciós objectiu de poder aconseguir el mapa de França. Però la discussió sobre la precisió de les mesures i la seva interpretació i defensa va conduir a la coneguda disputa sobre la forma de la Terra que va tenir lloc a París en la dècada de 1730.

Isaac Newton (1642-1727) i Christiaan Huygens (1629-1695), mitjançant els seus càlculs teòrics, havien deduït que la Terra havia de ser lleugerament aplanada als pols, tot i que havien treballat a partir de diferents teories de la gravetat. L'únic suport empíric de què disposaven provenia de les mesures de les oscil·lacions d'un pèndul prop de l'equador, que mostraven que l'efecte de la gravetat era menor que en latituds superiors, com per exemple a la de París.³¹ D'altra banda, en el projecte del mapa de França, els astrònoms francesos mesuraven arcs entre estels i distàncies terrestres, i el 1718 Jacques Cassini va afirmar que aquests mesuraments implicaven una Terra allargada cap als pols, més que no pas aplanada.

No va ser fins a principis de la dècada de 1730 que un grup de matemàtics de l'Académie des Sciences de París va posar en dubte la idoneïtat de les mesures locals establertes pels Cassini que fonamentaven aquella afirmació. Aviat es van posar de manifest les diferències entre Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759) i Jacques Cassini. Per als Cassini, la qüestió de la forma de la Terra havia sorgit com una branca de la cartografia i, al llarg de la disputa, Jacques Cassini es va veure obligat a defensar pràctiques que s'havien acceptat com a estàndards durant molts anys, i l'allargament de la Terra pels pols n'era una. Maupertuis va qüestionar la manera de fer dels astrònoms parisencs establerta per Giovanni Domenico Cassini cinquanta anys enrere i, juntament amb altres joves matemàtics de l'Académie, va iniciar una nova forma de pràctica geodèsica que incloïa la participació en viatges de llarga distància, despeses substancials, nous instruments i una gran diversitat d'eines matemàtiques. Alhora, va dur a terme estratègies de legitimitat d'aquesta nova geodèsia per tal de fer-la visible més enllà de l'Académie.³²

Acceptada la no esfericitat de la Terra amb l'objectiu de resoldre la controvèrsia sobre si la Terra tenia forma de meló o de síndria (emprant el símil usat per Voltaire), l'Académie des Sciences va acordar mesurar amb precisió la longitud de l'arc corresponent a un grau d'angle central sobre un meridià en latituds tan allunyades entre elles com fos possible. Amb aquesta finalitat, va organitzar dues expedicions científiques amb la participació d'astrònoms, matemàtics, naturalistes... La primera, comandada per Maupertuis, va dirigir-se a Lapònia i hi van participar Pierre Charles Lemonnier [o Le Monnier] (1715-1799), Alexis-Claude Clairaut (1713-1765), Charles Étienne Louis Camus (1699-1768), el suec Anders Celsius (1701-1744) i l'abat Reginald Outhier (1694-1774). La segona expedició va anar al Virregnat del Perú (a una zona que correspon a l'actual Equador) sota la direcció de l'astrònom Louis Godin (1704-1760), amb el geògraf Charles-Marie de la Condamine (1701-1774), l'astrònom i especialista en hidrografia Pierre Bouguer (1698-1758), el botànic Joseph de Jussieu (1704-1779) i els oficials espanyols Jorge Juan Santacilia (1713-1773) i Antonio d'Ulloa (1716-1795); van tenir la col·laboració del científic crioll Pedro Vicente Maldonado (1704-1748), que s'hi va incorporar a Guayaquil, i també van participar el rellotger Hugot, l'enginyer i

31. Entre 1671 i 1673, l'astrònom francès Jean Richer (1630-1696), assistent de Giovanni Domenico Cassini, va observar a Caiena, a la Guaiana Francesa, un canvi en la intensitat de la força gravitatòria terrestre en veure que l'oscil·lació del pèndul era allà més lenta que a París.

32. TERRALL, Mary. «Representing the Earth's Shape: The Polemics Surroundings Maupertuis's Expedition to Lapland». *Isis*, 83, núm. 2 (juny 1992), p. 218-237.

dibuixant J. de Morainville, el capità de fragata Couplet, el cirurgià i botànic N. Séniergues, l'instrumentista Godin des Odonnais, nebot de Godin, i el cartògraf i enginyer naval Verguin.

Com va ser que en una expedició organitzada per l'Académie francesa hi anessin espanyols? Això es deu al fet que el Virregnat del Perú en aquella època era territori espanyol i França va sol·licitar permís a Espanya per poder realitzar l'expedició en aquells dominis seus dels Andes equatorians. En contrapartida, l'expedició va haver d'acceptar incorporar a Jorge Juan i Antonio de Ulloa, dos joves oficials de l'Académie de Guardamarines de Cadis.

Sota la direcció de Maupertuis, l'expedició a Lapònia (1736-1737) va comptar amb la competència en el càlcul i l'astúcia del matemàtic Alexis-Claude Clairaut, que havia entrat a l'Académie el 1731 abans de tenir l'edat legal per fer-ho (18 anys). No va trigar gaire temps a tenir i donar resultats. L'exèrcit suec va ajudar l'expedició en qüestions d'equipament de les estacions. Durant els llargs dies de l'estiu septentrional, els científics van efectuar els treballs de triangulació establint una xarxa al llarg d'uns 100 km entre Kittis i Torneå. Les mesures astronòmiques les van fer a la primavera i a la tardor, aprofitant que les nits ja són llargues sense ser, però, excessivament fredes. La base de la triangulació es va mesurar aprofitant la superfície gelada d'un riu. Finalment, el resultat de les mesures de Maupertuis va ser de 57.438 toeses per al grau de meridià a la latitud mitjana de 66° 20'. La comparació amb les 57.060 toeses de Picard mesurades a una latitud de 48° aproximadament, prop de París, permetia ja confirmar que la Terra era un esferoide aplatat pels pols.³³

Per la seva banda, l'expedició a l'Amèrica meridional va constituir una veritable epopeia que es va perllongar una desena d'anys.³⁴ A la primavera de 1735 va partir de La Rochelle i va arribar a Quito un any després. Els expedicionaris van haver d'enfrontar-se a tot tipus de problemes relacionats amb les dificultats pròpies d'un terreny abrupte amb condicions climàtiques extremes, a les quals s'afegien els problemes financers i les contínues desavinences entre els científics francesos, cosa que va dur a l'escissió de la missió en dues l'any 1741. Els treballs geodèsics i la triangulació que van haver de realitzar van ser particularment difícils a causa de l'orografia del territori andí i les altituds, de més de 4.000 metres, que van haver d'assolir. A més, els científics de l'expedició van decidir fer una triangulació de gran envergadura: 43 triangles sobre una longitud de 354 km per aconseguir mesurar no 1°, sinó 3° de meridià. Els resultats finals per al grau de meridià van ser de 56.763 toeses segons Bouguer (1749) i 56.768 segons Ulloa (1748) i també segons

33. De fet, l'aplanament calculat per Newton era d'1/230 (és a dir, que si veiéssim la Terra seccionada com una el·lipse, l'eix major excediria el menor en la seva 230a part), però la mesura de Lapònia comparada amb les millors mesures de París donava un aplanament d'1/125 (PASSERON, Irene. «La forme de la Terre est-elle une preuve de la vérité du système newtonien?» A: LECOQ, Danielle; CHAMBARD, Antoine (dirs.). *Terre à découvrir, terres à parcourir* : Exploration et connaissance du monde, XIIe-XIXe siècles. París: L'Harmattan, 1998, p. 129-145); Vegeu també: *Expéditions géodésiques françaises* [En línia]. Wikipédia. <http://fr.wikipedia.org/wiki/Exp%C3%A9ditions_g%C3%A9od%C3%A9siques_fran%C3%A7aises> [Consulta: 2 maig 2012]

34. En relació a aquesta expedició, vegeu: LAFUENTE, Antonio; MAZUECOS, Antonio. *Los caballeros del punto fijo*. Barcelona: El Serbal, 1987.

La Condamine (1751).³⁵ Utilitzant el símil de «meló o síndria?», els mesuraments i els càlculs matemàtics semblaven finalment indicar que la Terra tenia forma més aviat d'una síndria que no pas d'un meló.

Les triangulacions efectuades en aquestes dues expedicions són emblemàtiques. Tenen un lloc destacat després de les que Willebrord Snellius i Jean Picard van efectuar al segle XVII. A les acaballes del segle XVIII s'iniciaria una altra de no menor significació i transcendència: la mesura de l'arc de meridià entre Dunkerque i Barcelona per establir el valor del metre i introduir el sistema mètric decimal. En aquest cas es varen haver de fer tres expedicions, la primera de les quals (1792-1799) fou encomanada als astrònoms Jean Baptiste-Joseph Delambre (1749-1822) i Pierre-François-André Méchain (1744-1804); la segona (1803-1804), per perllongar la medició fins a les illes Balears, es va encarregar a Méchain; i, finalment, una tercera (1806-1808), per poder acabar el treball de Méchain —que no va poder-ho fer a causa de la seva mort—, que es va comissionar a Jean Baptiste Biot (1774-1862) i a Francesc Aragó (1786-1853).

Des del punt de vista de la transferència de coneixement, les expedicions geodèsiques també van tenir un paper destacat. Així, el fet que Jorge Juan i Antonio de Ulloa s'integressin a l'equip que efectuà els treballs de triangulació de l'expedició de Godin al Virregnat del Perú, els va permetre treballar al costat de científics de primera fila. Això va tenir, posteriorment, conseqüències directes en la modernització de la ciència espanyola del segle XVIII. D'altra banda, si ens centrem en el cas de Catalunya, el fet que Agustí Canelles s'incorporés a la segona expedició de Méchain i es familiaritzés amb les operacions pròpies de la triangularització treballant amb el cercle de Borda, li va possibilitar, posteriorment, dissenyar un instrument geodèsic, el precisiu, així com fer avançar l'ensenyament de la navegació científica i iniciar els primers treballs geodèsics per a la realització del mapa de Catalunya prenent com a base un dels triangles calculats per Méchain.³⁶

Divulgació de la tècnica de triangularització

Per acabar, voldríem assenyalar que la tècnica científica de la triangulació va ser coneguda més enllà dels àmbits estrictament científics o acadèmics al segle XIX. De vegades els propis científics van fer una tasca de divulgadors; aquest és el cas, per exemple, de Francesc Aragó amb les seves *Lliçons d'astronomia per a tothom*, realitzades a l'Observatori de París. En referir-se a les dimensions de la Terra, feia al·lusió a la triangulació tot remarcant la importància de mesurar de forma rigorosa la base triada.³⁷

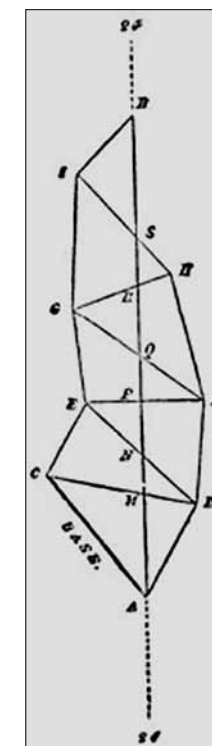
35. LAMY, Jérôme. «Histoire de l'Astronomie. Du 17ème au 18ème siècle. Expéditions et controverses» [En línia]. L'Observatoire de Paris-UFE. <http://media4.obspm.fr/public/AMC/pages_17-18e/ha-forme-terre-debat.html> [Consulta: 3 abril 2012]; El resum dels resultats dels científics el 1743, abans de presentar-los formalment, era lleugerament diferent (LAFUENTE, Antonio; MAZUECOS, Antonio. *Los caballeros ...*, p.185).

36. PUIG-PLA, Carles. «Agustí Canelles i Carrera (1765-1818), astrònom impulsor de la navegació científica a Catalunya». [Vic], *Ausa*, vol. XXIV, núm. 163 (2009), p. 49-83.

37. ARAGÓ, François. *Lecciones elementales de Astronomía esplicadas [sic] en el Real Observatorio de París, y consagradas á poner esta ciencia al alcance de todas las personas*. Madrid: Imprenta de D. José María Repullés [traducció al castellà de Cayetano Cortés], 1839, p. 130.

Però la divulgació no només es va limitar a conferències públiques dels científics. En l'àmbit de la divulgació científica té un lloc destacat el genial escriptor Jules Verne. El seu és un cas emblemàtic d'interès per donar a conèixer els avenços de la ciència. En aquest sentit, també va tractar de la triangulació en les seves novel·les, concretament, a la seva obra *Aventures de trois Russes et de trois Anglais dans l'Afrique australe* (*Aventures de tres russos i tres anglesos a l'Àfrica austral*). La novel·la va aparèixer de manera seriada al *Magasin d'Education et de Récréation* des del 20 de novembre de 1871 fins al 5 de setembre de 1872. El 29 d'agost de 1872 es va publicar de manera íntegra en un sol llibre il·lustrat. L'argument tracta d'una expedició conjunta entre Anglaterra i Rússia que porta sis experts a l'Àfrica per mesurar un arc de meridià al desert de Kalahari. Verne (1828-1905) va descriure de forma molt clara i didàctica el conjunt de les operacions que s'han d'efectuar en una triangulació d'aquest tipus. Per fer-ho, va recórrer a un fragment d'una obra que el seu cosí Paul Henri Garçet (1815-1871), professor de matemàtiques —primer a Reims i després a París—, havia escrit. En el capítol vuitè de la novel·la, l'escriptor francès explicava així el que és la triangulació:

«Per tal de fer comprendre millor a aquells dels nostres lectors que no estan prou familiaritzat amb la geometria el que és aquesta operació geodèsica que anomenem una triangulació, prenem prestades les següents línies de les *Leçons nouvelles de Cosmographie* de M. H. Garçet, professor de matemàtiques al Lycée Henri IV. Amb l'ajuda de la figura adjunta, aquest curiós treball és fàcil d'entendre:



Sigui AB l'arc del meridià en qüestió del qual volem trobar la longitud. Mesurem amb la major cura una base AC, anant des de l'extrem A del meridià a una primera estació C. A continuació, es trien a banda i banda del meridià les altres estacions D, E, F, G, H, I, etc. Des de cadascuna de les quals podem veure les estacions veïnes, i es mesuren amb el teodolit els angles de cada un dels triangles ACD, CDE, EDF, etc. que formen entre elles. Aquesta primera operació permet resoldre aquests diferents triangles: així doncs, en el primer es coneixen AC i els angles, i es pot calcular el costat CD. En el segon, es coneixen CD i els angles, i es pot calcular el costat DE. En el tercer, es coneixen DE i els angles, i es pot calcular el costat EF, i així successivament.

A continuació, es determina en A la direcció del meridià pel mètode ordinari i es mesura l'angle MAC que aquesta direcció forma amb la base AC: així que es coneix en el triangle ACM el costat AC i els angles adjacents, es pot calcular el primer tram AM del meridià. Es calcula al mateix temps l'angle M i el costat CM: es coneix ja que en el triangle MDN el costat DM = CD - CM i els angles adjacents, i es pot calcular el segon tram MN del meridià, l'angle N i el costat DN. Per tant sabem que en el triangle NEP el costat EN = DE - DN, i els angles adjacents, i es pot calcular el tercer tram NP del meridià, i així successivament. S'entén que així es podrà determinar per parts la longitud de l'arc total AB.»

Consideracions finals

La mesura de la forma i les dimensions del planeta Terra mitjançant el mètode de la triangulació va ser introduïda per astrònoms i matemàtics. En el procés per determinar mètodes que permetessin mesurar arcs de meridià, a banda de les inicials aportacions gregues, cal considerar contribucions com les dels astrònoms islàmics d'al-Ma'mun o la d'al-Batani. Al Renaixement, entre els matemàtics europeus que usaren tècniques de triangulació geodèsica, té un lloc destacat el valencià Jeroni Munyós, deixeble de Gemma Frisius. Al segle XVII, les mesures efectuades per Snellius i després per Picard van iniciar un període d'aplicació progressiva d'aquest tipus de mesuraments, que conduïren a la utilització sistemàtica de les modernes xarxes de triangulació.

El debat científic al voltant de la figura de la Terra que va tenir lloc al segle XVIII va portar a l'organització de grans expedicions geodèsiques per mesurar arcs de meridians mitjançant la triangulació. En particular, l'expedició al Virregnat del Perú i les de Dunkerque-Barcelona-Balears van tenir repercussions directes en l'avenç científic d'Espanya i Catalunya. Al segle XIX, la triangulació va sobrepassar l'àmbit científic i va arribar a un públic més ampli gràcies a la seva difusió per part de divulgadors com Francesc Aragó o Jules Verne.



Figura 6. Coberta de la novel·la de Jules Verne *Aventures de trois Russes et de trois Anglais dans l'Afrique australe* publicada el 1872 i il·lustració dels mesuraments goniomètrics per realitzar una triangulació. El dibuixant era Jules Férat.