

G. W. LEIBNIZ, J. BERNOUILLI
I LES INTERPRETACIONS DE LA PROBABILITAT
DE L'ARS COGITANDI A L'ARS CONJECTANDI

Dídac RAMÍREZ I SARRIÓ

La noció de probabilitat admet diverses interpretacions. Dilucidar quina d'elles és la més adequada per a captar la realitat que pretén significar ha estat, i encara ho segueix essent, un dels principals motius d'investigació de la filosofia de la ciència. Pretenc en aquest treball participar en el debat que al respecte es ve realitzant, oferint una visió crítica de les diferents interpretacions i mostrant que el sistema filosòfic leibnicià proveeix d'un marc conceptual que permet obtenir una resposta coherent als problemes que plantegen les classificacions usuals basades en la distinció entre concepcions «objectives» i «subjectives».

* * *

En la major part de les llengües europees existeix una relació entre el concepte de probabilitat i la conjunció del concepte de veritat amb el de semblança d'una banda, i el d'aparença d'altra. Així, en llatí, apart de probabilitats tenim *veri-similitudo*, en anglès *verisimilitude*, y 'probable' es tradueix per *likely*, en alemany *Wahrscheinlichkeit*. En català, segons el Diccionari, 'probabilitat' significa «qualitat de probable» en les accepcions següents: a) versemblant, o que es fonamenta en raó prudent, b) es diu d'allò que hi ha bones raons per creure que es verificarà o succeirà. En definitiva, advertim dues denotacions primàries del concepte de probabilitat que històricament s'han confós sovint: el de semblança amb la veritat i el de veritat aparent.¹

1. Per a més detalls cfr. K. POPPER (1963, pp. 399 i ss.) i I. NIINILUOTO (1987, p. 160).

La semblança es fonamenta en raons «estructurals»; l'aparença requereix de signes, indicis, raons, elements de judici, evidència en suma, que apunta envers la cosa que es manifesta a través d'ella. L'aparença és el succedani de la realitat en el qual es basa l'opinió, és a dir, la nostra capacitat de jutjar en absència del coneixement directe o demostratiu: quants més indicis i evidèncie tinguem de la veritat del que se'ns mostra, més confiança atorgarem al nostre coneixement incomplet, millor fonamentada estarà la nostra opinió i més versemblant serà. Però la *ver-semblança* no depèn forçosament de l'evidència: un relat d'uns fets pot ésser fruit de la imaginació i coincidir, total o parcialment, amb la realitat; pot ésser més o menys ver-semblant.

Dels dos sentits, és el de la probabilitat com «aparença de veritat» l'únic que hem de retenir aquí. És el sentit exposat per J. Locke (1690, IV, 15, 1) i no discutit per G. W. Leibniz (1703, IV, 15, 1):

«Si la *démonstration* fait voir la liaison des idées, la *probabilité* n'est autre chause que l'apparence de cette liaison fondée sur des preuves où l'on ne voit point de connexion immuable.

La *semblança amb la veritat* és un concepte diferent que inclou la idea d'una «aproximació» a la veritat. Així, mentre que la probabilitat d'una hipòtesi en relació amb una evidència que la refusa és nul·la, ver-semblança no té per que ser-ho, i fins i tot pot ser alta.

* * *

Hem apuntat una primera distinció rellevant. Ara bé, en emparentar-la amb l'aparença i l'opinió, la probabilitat es relaciona amb l'incompletesa del nostre coneixement, adquirint un sentit epistèmic —o «subjectiu»; no-gensmenys, hom sap que des del punt de vista freqüencial o del propensivista admet també un significat «objectiu», el que motiva una segona distinció que se sol emprar per a classificar comprensivament en dos grups totes les interpretacions de la probabilitat.

El primer es caracteritza per considerar l'assignació de probabilitat com una conseqüència de la imperfecció del nostre coneixement tocant a la veritat o falsedat d'una hipòtesi, denotada per 'H', en relació amb l'evidència de que disposem, denotada per 'E' essent 'H' i 'E' proposicions o els enunciats que les expressen; en el segon l'assignació de probabilitat mesura un fenomen que pertany a la pròpia naturalesa dels fets i que no depèn de l'observador, 'H' designa el *succés* en qüestió i 'E' l'estat de coses o conjunt de condicions antecedents sota les quals es realitza. Si, per exemple, s'atribueix una probabilitat de 1/6 a l'enunciat que expressa la proposició corresponent a un resultat concret en el llançament d'un dau, desde la concepció «subjectiva» s'interpretarà aquesta probabilitat com una valoració que, depenent d'un estat de coneixement \bar{E} , ens informa o bé del grau de creença sobre la veritat de H o bé del grau en que H es segueix d'E; en canvi, desde la concepció «objectiva» es mantindrà que '1—6' està mesurant una realitat extra-cognoscitiva —una propietat, observable o no, del dau o d'una successió de llançaments— que solament depèn de les condicions físiques sota les quals es realitza l'experiment. En la concepció «subjectiva», una

dada addicional —per exemple, que el dau estigui trucat— pot modificar la probabilitat d'un enunciat; en l'«objectiva» cap nova informació no pot variar la probabilitat d'un fet: en tot cas alterarà l'estimació, hipotètica, que fem de la mateixa.

Dins de la concepció «subjectiva» es poden distinguir tres interpretacions: *psicològica*, *racional* i *lògica*. En la primera, la probabilitat és un concepte psicològic que s'interpreta com el grau *actual* de creença en la veritat de la proposició H per una persona X en un moment T. L'evidència E ocupa aquí un lloc secundari. R. Carnap (1971a, p. 11) *utilitza el terme tècnic de grau de creença (degree of credence)* per a referir-se a aquest concepte. Els valors de la funció corresponent s'obtenen en base a l'aplicació de mètodes experimentals sobre el comportament de les persones en relació a les apostes i situacions semblants. Quan aquesta valoració es basa, no en experiments, sino en certs requisits de racionalitat que s'accepten a manera d'axiomes, de forma que l'enunciat probabilístic ' $P(H/E) = r$ ' significa que en les condicions determinades per l'evidència E, qualsevol persona racional hauria de creure H en grau r, la probabilitat s'interpreta com el *grau racional de creença* en H d'un subjecte ideal X al qual es suposa dotat d'una perfecta racionalitat i d'una memòria infal·lible, essent ara rellevant l'evidència E.² Finalment, si es prescindeix de tota referència a subjectes cognoscents, actuals o ideals, i l'enunciat ' $P(H/E) = r$ ' s'interpreta en el sentit que «E implica parcialment —o confirma— H en grau r», essent 'r' determinable *a priori* únicament a partir dels significats d'«E» i «H», *aleshores estem davant de la interpretació lògica de la probabilitat*, pròpia de la lògica inductiva.³

Pel que fa a la concepció «objectiva», les interpretacions bàsiques són la *frequencialista* i la *propensivista*. La primera⁴ es basa en la idea que la probabilitat d'un esdeveniment està essencialment vinculada a la freqüència de vegades en que el mateix s'escau en relació a un grup, col·lectiu o successió de proves suficientment nombrós.

R. v. Mises (1928) elaborarà la primera teoria freqüencial que desenvolupà aquesta idea, proporcionant uns fonaments per a tots els teoremes principals del càlcul de probabilitats,⁵ establint que la seqüència havia d'esser infinita i, de més a més, verificar els axiomes de convergència —les freqüències relatives de l'atribut que es considera han de posseir un valor límit definit— i d'aleatorietat; el límit ha de romandre invariant si una part dels elements es selecciona arbitràriament del total. La teoria de v. Mises ha estat objecte de diverses crítiques relacionades amb el caràcter infinit del col·lectiu i amb els axiomes esmentats,⁶ havent estat reformulada, entre d'altres, per J. Neymann (1950), qui defineix la probabilitat en base a una clas-

2. Sobre els requisits de racionalitat, cfr. R. CARNAP, (1971, pp. 13 i ss.), i P. HORWICH, (1982, pp. 32-3).

3. Sobre la interpretació lògica, cfr. P. HORWICH, (1982, pp. 36-42) i R. CARNAP, (1971a). Per a un examen crític de la problemàtica de la lògica inductiva s'ha de veure I. LAKATOS (1968).

4. Sobre la interpretació freqüencialista cfr. J.M. KEYNES, (1921, pp. 100 i ss.), R. CARNAP, (1950, pp. 25 i ss.) i K.R. POPPER (1959, c. 8.).

5. Cfr. K.R. POPPER (1959) p. 142.

6. Sobre aquestes crítiques es pot veure J.R. WEINBERG (1958, pp. 154-8), K.R. POPPER (1959, c. 8.).

se finita d'esdeveniments denominada *Fundamental Probability Set* de la que no s'especifica la grandària. En qualsevol cas, és comú a les teories freqüencialistes associar la probabilitat a una successió de successos, finita o infinita, de tal manera que si no es vol que quedin exclosos els enunciats probabilístics sobre un esdeveniment singular, aquests han d'ésser interpretats en el sentit que l'esdeveniment és un element d'una successió de successos amb una freqüència relativa; així, per exemple, l'enunciat 'existeix una probabilitat de 1/2 que en el proper llançament amb aquesta moneda surti cara' s'interpreta freqüencialment com «la freqüència relativa de les cares en una successió —finita o no— de llançament amb aquesta moneda és 1/2».

La interpretació *propensivista* elaborada inicialment per K. R. Popper,⁷ a diferència de la teoria freqüencial, permet considerar els enunciats probabilístics singulars sense necessitat de suposar que pertanyen a cap successió. En aquesta interpretació, la probabilitat es considera com una

«... propietat física real de qualsevol situació física única concreta, i, en conseqüència, també de l'experiment físic singular o, més exactament, de les condicions experimentals establertes per la regla que defineix les condicions per a la repetició (virtual) de l'experiment.» (Popper, 1982b, p. 91)

Mentre que en la interpretació freqüencial l'enunciat que la probabilitat de sortir cara en el llançament d'aquesta moneda és 1/2 s'ha de interpretar com una afirmació sobre el fenomen de l'estabilitat de les freqüències en successions repetides d'experiments, propensivament l'esmentat enunciat s'ha de veure com una hipòtesi sobre la mesura d'una propietat física —la propensió— de la moneda i de les condicions de llançament que tendeix a produir el fenomen observable de les freqüències relatives.

Sinòpticament, podem resumir les interpretacions ressenyades en el següent quadre:

probabilitat	{	concepció «subjectiva»	{	int. psicològica int. racional int. lògica
		concepció «objectiva»	{	int. freqüencialista int. propensivista

* * *

La descripció que explica l'anterior esquema deixa sense resposta qüestions que és del tot imprescindible plantejar si volem assolir una adequada conceptualització de la probabilitat. D'esquerra a dreta el quadre suggereix les observacions següents:

a) Notem que, si bé implícitament, hem donat per suposat que les diferents interpretacions de la probabilitat verificaven els axiomes de la teoria

7. També s'atribueix a C.S. PEIRCE. Al respecte cfr. K.R. POPPER, (1982a, p. 322, nota 2). Per a una exposició i crítica recent del propensivisme, cfr. P. MILNE (1987).

matemàtica del càlcul de probabilitats. Aixó no obstant, ¿potser és contrari al significat profund de la probabilitat l'incompliment dels esmentats axiomes?

b) Els termes 'subjectiu' i 'objectiu' que se solen emprar per a designar la classificació són inapropiats, havent estat criticats, principalment des del bàndol «subjectivista», adduint que l'opinió subjectiva és quelcom objectiu que pot ésser motiu d'un estudi rigorós sempre i quan d'ella es pugui dir que és o veritable falsa.⁸

c) Les discrepàncies entre partidaris de la concepció «subjectiva» i els de l'«objectiva» porten, en certs casos, a rebutjar el dualisme que implica la classificació considerant que l'altre posició manca de sentit.⁹ La qual cosa fa que ens preguntem: si, tal com hem vist, la noció de probabilitat es relaciona primàriament amb la falta de coneixement, de quina manera s'arriba a la concepció «objectiva»?; quina es la raó d'aquest dualisme i quin sentit té?

d) Malgrat que K. R. Popper (1982a, p. 334) defensa que la interpretació lògica entra, d'una manera indirecta, dins de les interpretacions subjectives donat que prescindeix de tota referència a subjectes cognoscents, ideals o actuals, no sembla que la seva conceptualització epistèmica estigui justificada. Però tampoc ho està l'«objectiva». On classificar-la doncs?

e) No figura la interpretació *clàssica o laplaciana* per la dificultat que hi ha en assimilar-la als criteris emprats en la classificació anterior. D'una banda, no és admissible incloure-la entre les interpretacions «objectives» com fa K. R. Popper (1982b, p. 87; vegi's, però, la nota afegida en 1980 en p. 86) ja que De Laplace considerà la probabilitat únicament en relació a la falta de coneixement i en cap moment com una propietat de les coses. D'altra banda, si prescindim de l'origen epistèmic, no és menys cert que la teoria clàssica pot ser considerada objectivament en alguns casos, com per exemple el del llançament d'un dau amb una simetria perfecta i de material homogeni. Aleshores?

Intentar respondre a aquestes preguntes demana orientar l'atenció envers l'evolució que ha experimentat la noció de probabilitat. Particularment, pel que fa al paper jugat per G. W. Leibniz i J. Bernouilli.

* * *

És un lloc comú que la idea moderna de la probabilitat s'origina cap a 1660, associant-se principalment als noms de De Méré, Pascal, Fermat i Huygens. En aquella època, a causa de l'herència terminològica i conceptual rebuda de l'Edat Mitjana la probabilitat es considerava un atribut de l'opinió (Cfr. I. Hacking, 1975, c. 3). Aquesta atribució comportava connotacions (Cfr. E. Byrne, 1968, p. 188), dues de les quals vull destacar. Una opinió es considerava *probable*, d'una banda quan tenia darrera d'ella una autoritat que l'acceptava, denotant, des d'aquest punt de vista, el terme 'pro-

8. Cfr. B. DE FINETTI (1970 pp. 8-9); J.M. KEYNES (1921, p. 4); R. CARNAP (1950, pp. 43, 238, i 1971a p. 13).

9. Cfr. B. DE FINETTI (1931, pp. 10-12); K.R. POPPER (1959, sec. 28, p. 140); I. HACKING (1975, pp. 14-15).

babilitat' tant l'aprovació de la proposició acceptada com la *probitat* de les autoritats que l'acceptaven. D'altra banda, quan hi havia arguments que es presentaven en el seu favor, i aleshores '*probabilitat*' significava *aprovabilitat*, qualitat que poseix la proposició d'esser provada. Fixem-nos en aquesta última connotació. Els arguments o *proves* presos en consideració *eran el testimoniatge* aportat per testimonis i l'*autoritat* conferida pel saber i el coneixement dels llibres antics. Ambdós, el testimoniatge i l'autoritat, constituïen l'aparença per la qual es jutjava sobre la veritat d'una opinió i proporcionaven evidència a l'opinió a-provable. Ara bé, quina classe d'evidència?

La Lògica de Port Royal introduí en 1662 la distinció entre evidència *externa* i evidència *interna* (Cfr. I) Hacking, 1975, c. 4, p. 33 y c. 9, p. 79). L'evidència que prové del testimoniatge i l'autoritat és del primer tipus; les petjades que deixa un animal són un exemple del segon. El concepte medieval de probabilitat, que solament considerava l'evidència externa i, dintre d'ella, privilegiava l'autoritat sobre el testimoniatge, era l'únic tingut en compte per les doctrines probabilistes del segle XVII, tan combatudes per B. Pascal en les seves *Lettres Provinciales*.¹⁰ A mesura que la discussió científica guanyava terreny als debats teològics en els quals era primordial el pes de l'autoritat exegètica, la concepció del probable que es limitava a considerar exclusivament les opinions de la majoria, o dels més autoritzats, es va anar revelant cada cop més insuficient. Al respecte, J. Locke (1690, IV, 15) assenyalava que, dels altres, sols el testimoniatge i no l'opinió havia de passar per un veritable fonament de la probabilitat.

* * *

També G. W. Leibniz critica als moralistes *relachés* per tenir una noció tan limitada del probable. La seva crítica era més penetrant que la de Locke: d'una banda no exclouïa l'opinió com a fonament de la probabilitat, si bé admetia que no era tan valuosa com el testimoniatge (1703, IV, 15, 6); d'altra banda, i això és el més significatiu, subsumia l'evidència externa en la interna.

«Mais le probable est plus étendu: il faut le tirer de la nature de choses; et l'opinion des personnes, dont l'autorité est de poids, est une des choses qui peuvent contribuer à rendre une opinion vraisemblable, mais ce n'est pas ce qui achève toute la vérisimilitude. Et lorsque Copernic était presque seul de son opinion, elle était toujours incomparablement plus vraisemblable que celle de tout le reste du genre humain.»

Com a jurista i historiador, Leibniz havia viscut molts casos en els que les circumstàncies no harmonitzaven amb els testimoniatsges i les opinions. Sabia molt bé, doncs, que l'evidència externa pot fer que una opinió sigui probable, fonamentar l'aparença de veritat, però no és tota l'evidència que

10. Cfr. «Sixième lettre» i els «Pensées» núms. 184-233; H. GUITTON (1951) p. 68, observa que, paradoxalment, PASCAL fou el filòsof que més ardor va posar en lluitar contra el probabilisme, una doctrina moral desenvolupada pels jesuïtes en el segle XVII que afirma s'ha de seguir sempre, en qüestions morals, l'opinió més probable. Cfr. I. HAKKING (1975 pp. 24-25).

podem utilitzar ni, com ens mostra el cas de Copèrnic, és sempre la més important. Es feia necessari acudir al testimoniatge que ofereix la propia naturalesa de les coses. Per això era peremptòria la investigació dels graus de probabilitat, la omissió dels quals Leibniz considerava com «un grand défaut de nos logiques», i de la que tan sols s'havien ocupat els juriconsults. Així, «en traitant des preuves, présomptions, conjectures et indices, ont dit quantité de bonnes choses sur cet sujet, et sont allés à quelques détails considérables» (1703, IV, 16, 5), començant amb la notorietat, que no necessita proves, passant per les proves senceres, proves més que plenes, proves plenes ordinàries, presumpcions que passen per proves senceres provisionalment, proves més que semiplenes, proves menys que semiplenes i, a més a més, gran quantitat de graus de conjectures i indicis, ad torturam, ad terrendum, ad capturam i ad inquirendum.

Tot això constitueix «une espèce de logique appliquée aux questions de droit» que, segons Leibniz, havia de servir com a inici per a la science des preuves, aplicable als més diversos ordres de la vida, la Teologia, la Dialèctica i la Jurisprudència naturals, per la qual es pugui aprendre demostrativament la manera d'estimar «les degrés des preuves. Car plusieurs arguments probables joins ensemble font quelques fois une certitude morale, et quelques fois non. Il faut donc une méthode certaine pour le pouvoir déterminer» (G. III, 194). Un mètode que permetés, no comptar el nombre de testimoniages o d'autoritats que hi ha en favor i en contra d'una opinió, sino pesar: «On dit souvent avec justice que les raisons ne doivent pas estre comptées, mais pesées.» (G. III, p. 194) El problema consistia en trobar una balança per a pesar la força de les raons.

Però el pas de l'evidència externa a l'evidència interna quedaria insuficientment explicat si solament féssim referència a la a-probabilitat de proposicions sobre esdeveniments passats, com és el cas de la Jurisprudència, la Història o l'Exegètica. A finals del segle XVII i començaments del XVIII l'aplicació de la Geometria a la Física havia propiciat grans avenços científics en tots els ordres, la qual cosa va fer concebre la idea de que es podia assolir el coneixement de les lleis que regeixen la Naturalesa. Una de les més velles aspiracions de l'ésser humà, la predicció científica dels esdeveniments futurs, es veia ja realitzable, si bé tan sols en el camp dels fenòmens naturals. Encara quedaven fora de l'abast de la ciència matèries concernents a qüestions polítiques, morals i civils en les quals la intervenció de la llibertat o de l'atzar feia que la Física els hi fos inaplicable. Per què no emprar els mètodes geomètrics que tan bons resultats havien donat en el seu maridatge amb la Física? No s'havien assolit alguns resultats en els jocs d'atzar i en el càlcul de les primes en les assegurances de vida?

P. Remond, en el Prefaci de (1713), expressava amb vehemència un sentiment compartit pels pensadors de l'època: «Quelle gloire seroit-ce pour cette science —es refereix a la Geometria— si elle pouvoit encore servir à regler les jugemens et la conduite des hommes dans la pratique des choses de la vie!» Darrera d'aquestes paraules es troba l'expressió d'un rept intel·lectual que no podia deixar d'ésser acceptat: s'havia de proporcionar regles per a fonamentar la probabilitat dels fets futurs. No bastava amb dirigir la vista al passat. S'havia de mirar al futur, passar de l'art de pensar a l'art de conjecturar o d'endevinar, del *Ars cogitandi* al *Ars conjectandi*. I aquest últim, del qual es va ocupar —segons Leibniz d'acord amb les seves

exhortacions— Jacob Bernouilli, requereix de l'evidència interna puix que, tractant-se de successos futurs, cap testimoniatge pot ser millor que el de les coses mateixes.

Per dues vies diferents arribava Leibniz, i amb ell la seva època, a sentir la necessitat de l'evidència interna com a fonament de la probabilitat i d'elaborar una «science de preuves», una nova Lògica que fes possible l'estimació dels graus de probabilitat i la realització de demostracions rigoroses fora del terreny de les argumentacions necessàries. En aquest punt hem de plantejar dues qüestions estretament relacionades amb les observacions efectuades a la classificació de les interpretacions de la probabilitat: en primer lloc, l'apel·lació a la «naturalesa de les coses», significa que en Leibniz ja es donava una concepció òntica de la probabilitat en contraposició a una epistèmica?; en segon lloc, l'estimació dels graus de probabilitat, s'havia d'efectuar *a priori* o també *a posteriori*?

* * *

En relació amb la primera qüestió, I. Hacking (p. 128) afirma que la concepció de la probabilitat de Leibniz és confusa. L'apreciació es correcta. Díficilment podia ser d'altra forma si tenim en compte l'estadi evolutiu en que es trobava la noció de probabilitat. Nogensmenys no es tracta d'una confusió irreductible. L'anàlisi dels seus escrits de maduresa, així com del seu sistema metafísic, permet distingir entre una concepció òntica i una epistèmica de la probabilitat. Precisar l'abast d'aquesta distinció ens serà molt útil a fi de posar de manifest alguns dels factors que, àdhuc avui dia, contribueixen a que persisteixi la confusió.

La primera cosa que cal fer es clarificar el sentit que es dona al dualisme òntic-epistèmic atribuït a la probabilitat. Ja he indicat que Leibniz convenia amb Locke en que la probabilitat és l'aparença de la relació entre les idees fonamentada en proves en les que no s'observa una connexió immutable. Per a estimar el grau de probabilitat, quan es basava en l'evidència externa, es *comptaven* els testimoniatsges i les autoritats: la probabilitat no era, consegüentment, «subjectiva», ans «objectiva», convenient-li la qualificació d'«epistèmica» per dos motius molt concrets: per ser atribuït de l'opinió —i en aquest sentit la probabilitat és un *grau de certesa*, expressió utilitzada per Leibniz desde 1678— i perquè les proves es basaven en el coneixement que tenien els altres. Això no obstant, quan l'estimació de les aparences va passar a fonamentar-se en l'evidència interna, en la naturalesa de les coses, la probabilitat va seguir tan «objectiva» com abans; però, en la mesura que el testimoniatge i l'autoritat eren inclosos entre les proves *ex datis*, únicament va conservar el caràcter epistèmic en tant que seguia essent un atribut de l'opinió. La probabilitat recobrava el sentit d'aparença de la veritat que, trobant el seu fonament en les coses, motivava que es pogués interpretar ònticament: l'estimació dels graus de probabilitat d'una opinió s'identificava a l'estimació de les aparences que ens ofereix la veritat que desconeixem amb un *fundamento in re*, no *in mente*. Responent a la pregunta formulada, podem dir que en el pensament leibnicià ja es donava una concepció òntica de la probabilitat, sempre que per 'òntica' no interpretem altra cosa que una propietat de les coses independentment del sub-

jecte cognoscent. Ara bé, si per 'òntica' es vol significar que la probabilitat és una propietat *absoluta* de les coses, originant una concepció associada a l'indeterminisme ontològic, la metafísica leibnicians porta a una resposta negativa.

Segons la meua manera de veure, la filosofia de Leibniz és l'única que proporciona un sistema conceptual en el que ambdós significats poden ésser diferenciats sense que això exigeixi sortir del pla òntic. De la doctrina leibnicians de l'existència, la possibilitat i la creació¹¹ es desprèn que la probabilitat es pot interpretar ònticament sempre i quan es faci d'una manera relacional, això és, *com a propietat d'un estat de coses en la seva relació amb totes les altres*, sense la implicació indeterminista que resulta d'una concepció absoluta. Dels infinits móns possibles, solament un és actual, existent. Cada estat de coses té una *facilitat, propensió o proclivitat* a l'existència a la qual accedeix pel fet de pertànyer al món que, d'entre tots els possibles, és el que poseix un major grau de perfecció, és a dir, el que admet més essències, el més «ple». D'aquí que Leibniz definís l'ens existent com aquell que és compatible amb més coses i que afirmés l'equipossibilitat de tots els co-existents: tots els possibles que han passat a l'existència són igualment compatibles amb la resta. En aquest món tot està determinat, tot té la seva raó suficient, i ni l'atzar cec ni el lliure albir hi tenen cabuda;¹² però abans de passar a l'existència cada ens propendeix a ella en raó del seu «grau d'essència» o de «possibilitat», que mesura la probabilitat òntica en aquest segon sentit i admet una interpretació propensivista si es posa l'accent en la idea de proclivitat a l'existència. Per a distingir entre ambdues *concepcions empraré els termes òntic-absoluta i òntic-relacional* respectivament.

* * *

En relació a la segona qüestió —els graus de probabilitat, han d'estimar-se *a priori* o *a posteriori*?— tota la filosofia leibnicians porta a una estimació apriorística com la que s'efectuava en els nombrosos tractats que sobre els jocs d'atzar s'escriuven durant l'època. Això no impedeix que, en el seu defecte, es considerés també el recurs a l'experiència, per exemple, per a saber que és igualment «probable» que el *nasciturus* sigui nen o nena, «parce que le nombre des garçons et des filles se trouve à peu près egal dans ce Monde» (G. III, p. 570).¹³

Y. Belaval (1960, p. 507) sosté que l'únic text leibnicians en el qual es fa esment a l'estimació empírica de la probabilitat no és suficient per a afirmar, com ho fa L. Couturat (1901, p. 275), que Leibniz es va convertir, a la fi de la seva vida, a l'ús experimental de les probabilitats. No és que es convertís, sino que arribà a considerar convenient l'esmentat ús donada la limitació del nostre coneixement. En un altre escrit (G. VII, 167) Leibniz especifica que quan la matèria no es més que probable i no hi ha suficients

11. Sobre aquest punt, Cfr. D. RAMIREZ (1982) pp. 497-502.

12. La idea que l'atzar no és cec, sino que té les seves regles que poden ésser conegudes, que no hi ha un poder fatal sense ordre, és comuna a l'època de LEIBNIZ, i està present també en J. BERNOUILLI i P. DE LAPLACE.

13. Segurament LEIBNIZ coneixia el Catàleg de nens i nenes nascuts a Londres desde 1629 fins 1710 que Nicolau BERNOUILLI va remetre a P. REMOND amb una lletra de 23. 1. 1713. Cfr. P. REMOND, (1713), p. 388-395.

condicions per a demostrar la certesa, sempre es poden donar, com a mínim, demostracions concernents a la probabilitat, no la dels Casuistes que es fonamenta en el nombre i en la reputació dels Doctors, sino de «celle qui se tire de la nature des choses à proportion de ce qu'on en connoît». Cert que l'estimació apriorística és la desitjable i, d'altra banda, l'única que pot determinar amb certesa absoluta la probabilitat «òntic-relacional»; amb tot no sempre és realitzable i, de més a més,

«(...) l'on peut dire que ce qui se fait le plus ou le moins est aussi le plus ou le moins faisable dans l'état present des choses, mettant toutes les considerations ensemble qui doivent concourir à la production d'un fait» (G. III. p. 570).

De l'observació i l'experimentació, *del que veiem que s'esdevé més i s'esdevé menys sota un conjunt de condicions donat*, podem treure conclusions sobre el que és més o menys *factible*, més o menys fàcil, més o menys *probable* en suma, sobre el que es fonamenta l'art de conjecturar.¹⁴ L'experiència també ens pot procurar *signes*, evidència interna, del grau de possibilitat que es determina a partir de la relació que cada possible té amb tots els compossibles que constitueixen el món actual. I és el coneixement que tenim d'aquests signes el que ens porta de nou a la concepció epistèmica de la probabilitat entesa com el grau de certesa; només que ara el contingut de l'opinió probable versa sobre una estimació de probabilitat òntic-relacional. Concepció que no deixa de ser «objectiva» en la mesura que l'esmentada probabilitat és de l'aparença de la veritat en proporció del nostre coneixement, no de la nostra creença subjectiva.

Pel que fa a la nova Lògica, Leibniz la va reclamar en diverses ocasions. Tot i això, fora dels treballs de joventut relacionats amb qüestions jurídiques, la seva aportació fou prioritàriament conceptual. Fou ell qui va *introduir la idea de la probabilitat com una relació objectiva* entre un conjunt de condicions i una hipòtesi, idea que no es desenvoluparia fins que H. Jeffreys i J. M. Keynes primer, i R. Carnap més endavant, es fessin resò d'ella i la convertissin en la raó d'esser de la lògica inductiva.¹⁵ Resulta, consegüentment, un judici erròni el que, basant-se en el fet que no va deixar cap tractat sobre la probabilitat como ho varen fer Pascal, Fermat, Huyguens, Remond, De Moivre o J. Bernouilli, s'afirmi, com ho fa M. Cantor, que la contribució de Leibniz a la teoria de la probabilitat és pobra.¹⁶ L'aportació leibniziana s'ha de situar en un context diferent que avui dia ens permet valorar la teoria lakatiana dels *programes d'investigació*: Leibniz va

14. «L'art de conjecturar est fondée sur ce qui est plus ou moins facile, ou bien plus ou moins faisable, car le latin *facilis* derivé a *faciendo* veut dire faisable mot à mot: par exemple, avec deux dés, il est aussi faisable de jeter douze points, que d'en jeter onze, car l'un et l'autre ne se peut faire que d'une seule maniere; mais il est trois fois plus faisable d'en jeter sept, parce que cela se peut fair en jettant 6 et 1, 5 et 2, et 4 et 3; et une combinaison icy est aussi faisable que l'autre.» (A Bourguet, 22.3.1714, G. III, 569-570). Observem que LEIBNIZ no incorre en l'error lògic de derivar conclusions estadístiques objectives de premises subjectives.

15. «Nunc vero characteristic nostrā cuncta ad numeros revocabit, et ut ponderari etiam rationes queant, velut quoddam staticae genus dabit. Nam etiam probabilitates calculo ad demonstrationi subjiciuntur, cum aestimari semper possit, quodnam ex datis circumstantiis probabilis sit futurum.» (G. VII, p. 188).

16. Cfr. Y. BELAVAL (1960, p. 506).

impulsar decisivament un programa d'investigació per a la teoria de la probabilitat establint les línies prioritàries —estimació i lògica—, proporcionant una sòlida base conceptual i exhortant a la seva realització amb tot el pes de la seva influència inqüestionable.

* * *

En definitiva, encara que d'una manera confusa, anaven formant-se la probabilitat òntica —en sentit relacional—, l'epistèmica —en sentit objectiu com a grau de certesa— i la lògica.

Al mateix temps, gradualment s'obria pas la idea que l'estimació de la probabilitat no depenia sols dels testimoniatges «personals» o «subjectius», sino també dels «naturals», i que aquests eran contrastables empíricament, com l'ofert per les regularitats observables en freqüències relatives derivades de certs jocs d'atzar, el catàleg de naixements, las taules de mortalitat que, a partir de 1603, publicava setmanalment la Companyia de Sagristans de Londres i que va tenir gran difusió a Europa gràcies a l'opuscle de J. Graunt (1662), o les «curioses tables» de Breslau, elaborades per E. Halley (1693).

Tot això, unit a l'exigència d'un rigorós tractament de les demostracions en l'àmbit de la probabilitat i al fet que autors com J. Cardano en el segle XVI, Galileo en el primer terç del segle XVII i Huygens a començaments de la segona meitat del mateix segle havien considerat les freqüències en la realització dels successos, havien preparat el terreny per a que els grans nombres i les lleis que els regeixen, que si bé, com indica J. Guittton (1951, p. 64), a dures penes podien captar l'atenció d'una època en la qual l'interès es dirigia envers les regularitats de les lleis o les singularitats de les excepcions abans que als intermediaris de la multitud, calessim en la ment d'algun pensador que impulsés decisivament el desenvolupament matemàtic, lògic i conceptual de la probabilitat.

* * *

Aquest pensador fou J. Bernouilli. Com assenyala I. Hacking (1975, p. 143), amb la seva obra *Ars Conjectandi*, publicada pòstumament en 1713, emergeix a la fi la probabilitat. Matemàticament, la demostració del primer teorema del límit justifica, per si sola, tota la significació que justament s'atribueix a l'obra. Però a més, en estreta relació amb les idees de Leibniz, va aportar innovacions conceptuals, algunes caigudes lamentablement en l'oblit, que és important destacar aquí.

* * *

L'*Ars Conjectandi* està dividit en quatre parts. Les tres primeres s'ocupen dels mètodes per a resoldre problemes sobre els jocs d'atzar. Malgrat la novetat d'alguns dels mètodes i solucions, l'originalitat de l'obra obeeix al contingut de la quart part. Comença el capítol distingint dues classes de *certesa d'una cosa*: *objectiva*, és a dir, en si mateixa considerada, indicant l'existència real, present o passada, de la cosa dita, i *subjectiva*, és a dir, respecte a nosaltres, consistint aleshores en la mesura del nostre coneixement

en relació a l'esmentada realitat. Qualsevol esdeveniment, passat, present o futur, és «objectivament» —ònticament— cert o determinant:¹⁷ l'omnisciència i l'omnipotència divines ho garanteixen. Però hi ha un contrast entre els nostres judicis individuals i aquest tipus de certesa. Cada cosa coneguda a través de la revelació, reflexió, observació o experiència i que no ens ofereix cap dubte, té per a nosaltres la més alta i absoluta certesa. Totes les altres coses reben un grau de certesa que és més gran o més petit segons existeixin més o menys probabilitats per a que una cosa, present, passada o futura, sigui.

És en aquest ordre d'idees que J. Bernouilli definia el concepte de probabilitat: *Probabilitas enim est gradus certitudines, & ab hac differt ut pars a toto*. La probabilitat és un grau de certesa, i difereix d'ella com la part del tot. Així, per exemple, si la certesa absoluta, que indiquem per 1, suposem que està composta per cinc probabilitat o parts, tres de les quals parlen a favor de la realització d'un fet passat o futur i les dues altres en contra, aleshores l'esdeveniment ha de tenir 3/5 de certesa. D'altra banda, de dues coses, la més probable és la que posseeix la major part de certesa. Quan la probabilitat d'un fet és molt alta, per exemple, més gran que 999/1000, aleshores és *moralment cert*, i quan és molt petita, per exemple, menor que 1/1000, és *moralment impossible*.

* * *

Quina és la interpretació correcta d'aquesta noció de probabilitat? Són diverses les respostes que s'han donat a aquesta pregunta. J. Bernouilli figura com el precursor de la major part de corrents probabilístiques, moltes incompatibles entre elles (Cfr. I. Hacking, p. 143). La raó d'aquesta diversitat és que J. Bernouilli, que, no ho oblidem, va morir el 1705, vuit anys abans de la publicació de l'*Ars conjectandi*, es debatia amb una noció de probabilitat molt marcada pel legat de la tradició, la qual cosa dificultava una clara distinció entre els nivells òntic i epistèmic. El mateix s'esdevenia amb els altres filòsofs de l'època. Això, junt a la influència exercida pel pensament de Leibniz en les idees contingudes en l'*Ars*, s'ha de tenir molt present per a oferir una resposta intel·ligible a la pregunta que inicia aquest paràgraf.

Sembla clar que si tots els fets, passats, presents o futurs, son ònticament determinats, parlar de grau de certesa òntica no té sentit, la qual cosa ens porta a la concepció epistèmica de la probabilitat. Ara bé, el qualificatiu d'«epistèmic» no té un caràcter unívoc.

La primera cosa que hem de precisar és que, en el context present, no s'ha d'entendre de la manera «subjectiva» o *personalista* de De Finetti o de L. J. Savage. Per haver emprat explícitament el terme 'subjectiu' per a referir-se a un dels dos tipus de certesa, haver afirmat que la certesa de les coses és variable i que la probabilitat és *gradus certitudines*, s'ha atribuït erròniament a J. Bernouilli la paternitat de la concepció «subjectiva». És un

17. Sobre la relació entre *cert* i *determinant*, LEIBNIZ aclaria en la Teodicea, art. 36: «On confond souvent le certain et le déterminé pour une même chose, parce qu'une vérité déterminée est en état de pouvoir être connue, de sorte qu'on peut dire que la détermination est une certitude objective».

error que hem d'evitar. No té res a veure la certesa «subjectiva» amb la pura creença, confiança o convicció, és a dir, amb un estat psicològic del subjecte, com no sigui la propia producció d'aquest estat.¹⁸ En el segon capítol de la seva obra J. Bernouilli es refereix a l'*ars coniectandi* com l'art de mesurar les probabilitats de les coses tan exactament com sigui possible amb la finalitat de poder elegir i seguir sempre, mitjançant els nostres judicis i accions, allò que ens sembla millor, més aconsellable o més segur, establint que les probabilitats esmentades es verificaran a partir tant del nombre com del pes o força provatòria dels arguments que, d'acord amb l'època, són classificats en interns i externs. Així, si volem provar que Maevius va matar Titus podem: a) preguntar si tenia una raó per fer-ho; b) observar si mostra algun efecte de l'acció, per exemple, empal·lideix quan se li pregunta; c) buscar signes del succés, com taques de sang; d) descobrir si hi ha alguna evidència circumstancial, per exemple, que Maevius estava en el mateix carrer on fou assassinat Titus; e) trobar algun testimoni. I la certesa variarà en funció de les proves aportades, no del subjecte cognoscent. Con a grau de creença, la probabilitat depen de tres variables, (C, H, E) —creença, hipòtesi i suport evidencial—, com a grau de certesa només de dues, (H, E). El que hem dit abans amb ocasió de l'examen del pensament leibnicià ens eximeix d'un comentari més extens sobre l'*objectivitat* de la concepció bernouilliana.

* * *

¿Potser hem de considerar a J. Bernouilli precursor de la interpretació lògica, com pretén P. M. Boudot (1967)? I. Hacking (p. 149) respon que aquest honor ha d'ésser reservat a G. W. Leibniz adduint que, si bé J. Bernouilli va titubear una mica, finalment en la part IV de l'*Ars* es va interessar pel descobriment experimental de probabilitats desconegudes. Aquest argument no és concloent, doncs hem vist que també Leibniz va tenir una preocupació semblant. En qualsevol cas, malgrat no hi hagi incompatibilitat, la interpretació lògica no és l'única que s'adequa al pensament de Bernouilli. I això és així perque en ell, de la mateixa manera que en el cas de Leibniz, ultra una vessant epistèmica o lògica de la probabilitat, hi ha també una vessant *òntic-relacional*.

Per tal de poder abordar la qüestió el més sintèticament possible convé recordar el teorema fonamental, conegut també com *la llei dèbil dels grans nombres*.¹⁹ J. Bernouilli dona per suposat un conjunt d'elements amb els quals es puguin realitzar experiments repetidament. El seu exemple favorit és el d'una urna amb 5000 boles, 3000 de blanques i 2000 de negres. Per a

18. H. RAIFFA (1973), en l'apartat que titula «Història de les probabilitats subjectives», inclou el següent comentari sobre J. BERNOUILLI: «il proposé une contreproposition au point de vue objectif qui dit que la probabilité est un concept physique comme la limite des fréquences relatives ou un rapport des cas décrits physiquement. Il suggéra que la probabilité est un «degré de confiance» —d'autres écrivains utilisent un degré de «conviction»— que les individus affectent à un certain événement, et que ce degré dépend de la connaissance qu'on en a et peut varier d'une personne à une autre.» (p. 295). El text de RAIFFA suggereix una adscripció de J. BERNOUILLI a la concepció «subjectiva» de la probabilitat que no es correspon amb la realitat.

19. Sobre el significat del teorema de J. BERNOUILLI, cfr. I. HHACKING (1975, c. 17), J. M. KEYNES (1921), pp. 369-378.

cada succés S existeix una constant desconeguda p que expressa la relació *objectiva* entre el número de «possibilitats» favorables i les desfavorables. En l'exemple de l'urna, si el succés és que surti una bola blanca, $p = 3/2$. Si es realitzen n experiments, S apareixerà en m ocasions. El teorema prova que a mesura que n és cada cop més gran, la «probabilitat» que la proporció *observada* de casos favorables i desfavorables s'aproximi a p anirà pujant fins arribar quasi a la certesa, és a dir, estarà tan propera a 1 com es vulgui. Analíticament, i expressant-ho en termes contemporanis, en les condicions exposades es verifica que per tot $a > 0$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[|(m/n) - p| < a] = 1.$$

D'altra banda, per a qualsevol error a , J. Bernouilli va mostrar la manera de calcular un número n tal que la «probabilitat» d'obtenir m/n en l'interval $[p - a, p + a]$ sigui superior a $1 - \mu$.

Aquest teorema, la demostració del qual figura en el capítol V de la 4a. part de l'*Ars*, pretén resoldre les dificultats que el mateix J. Bernouilli planteja en el capítol IV.

En primer lloc constata que es pot fer una hipòtesi correcta sobre un fet qualsevol coneixent el número de casos possibles i els favorables; però aquesta forma de procedir és aplicable apriorísticament a molt pocs fenòmens, gairebé exclusivament als jocs d'atzar. ¿Quin procediment seguir en pronòstics

«que depenen de factors confusos i que constantment defrauden el nostre enteniment per la complexitat sense fi de les seves interrelacions»,

com és el cas d'enfermetats, canvis atmosfèrics o jocs en que, ultra l'atzar, intervé la voluntat humana?

«Hi ha un altre camí que ens porta al que busquem i ens permet, almenys, trobar *a posteriori* el que no podem determinar *a priori*: averiguar-ho a partir dels resultats observats en nombrosos casos similars.»

J. Bernouilli adverteix que el procés de determinar empíricament el nombre de casos mitjançant l'observació no és res de nou, estant ja recollit en *L'Art de Penser*, com tampoc és cap novetat afirmar que no basta una sola observació per a basar en ella una predicció, sino que fa falta aconseguir un gran nombre d'observacions. I quant més gran sigui aquest nombre més petit és el risc de caure en l'error. Aquest principi és aplicat intuïtivament. La seva demostració científica constitueix una de les finalitats de l'*Ars*. Però no la més important.

«Hi ha alguna cosa més que s'ha de prendre en consideració, quelcom que potser no se li hagi ocorregut a ningú. El que encara ha d'esser esbrinat és si, quan s'incrementa el nombre d'observacions, també es segueix incrementant la probabilitat que la proporció registrada de casos favorables i desfavorables s'aproxima a la veritable relació, per la qual cosa aquesta probabilitat excedirà finalment qualsevol grau

desitjat de certesa, o si el problema té, al cap i a la fi, una assíptota. Això implicaria que existeix un grau particular de certesa de que la veritable relació ha estat trobada, el qual no pot ser mai ultrapassat per qualsevol augment del nombre d'experiències.»

Sigui la urna amb 3000 boles blanques i 2000 negres. Volem trobar empíricament la relació, que és desconeguda, entre el nombre d'unès i de les altres mitjançant extraccions successives amb devolució, anotant quantes vegades surt la bola blanca i quantes la negra. Bernouilli es pregunta

«si és possible, allargant el nombre d'experiències indefinidament, aconseguir que sigui 10, 100, 1000, etc., vegades més probable (i finalment, tenir la certesa moral) de que la relació entre el nombre de vegades que es treu una boleta blanca i una negra prendrà el mateix valor (3:2), igual a la relació real de boletes blanques i negres contingudes en la urna, o si la relació serà diferent.»

El teorema fonamental demostra que mitjançant aquest mètode és possible assolir la certesa moral de trobar la veritable relació, és a dir, determinar el nombre de boletes de cada color «*a posteriori* amb quasi tanta exactitud com si ho coneguéssim *a priori*». D'aquesta forma es podrà predir qualsevol fet en el què intervingui la sort amb la mateixa científicitat que en els pronòstics realitzats en els jocs d'atzar.

«Si en comptes del gerro prenem, per exemple, l'atmosfera o el cos humà, que amaguen en ells mateixos una infinitat dels més variats processos o enfermetats, iguals al gerro que amaga les boletes, aleshores, també per a aquests, podrem determinar mitjançant l'experiència quantes vegades un succés pot ocórrer amb més freqüència que un altre.»

* * *

Ara estem en disposició d'analitzar la complexa concepció bernouilliana de la probabilitat. Resulta evident que la *veritable, però desconeguda, relació p* no admet més interpretació que la de la probabilitat *òntic-relacional*, ja sigui en el sentit propensivista o purament lògic. Quina altra cosa, sinó, pot ésser una *relació objectiva* que es predica dels fenòmens naturals o morals en un context determinista?

Quan l'esmentada relació és coneguda *a priori* el més natural és que coincideixi amb el grau de certesa d'una cosa, no en si, sino per a nosaltres; quan és desconeguda i la volem conèixer *a posteriori* establim una hipòtesi, la de que és *p*, i per medi d'observacions repetides proporcionem proves de la veritat de la hipòtesi, la qual és la «cosa» el grau de certesa o probabilitat de la qual mesura *P*.

Tenim, consegüentment, dues nocions diferents de probabilitat. La diferència és més subtil del que sembla. *P* denota la probabilitat d'una hipòtesi conforme a una evidència. La hipòtesi és que «la veritable relació òntica és *p*», amb la qual cosa és la relació mateixa la que es converteix en l'objecte de coneixement. I el grau de certesa *quoad nos* d'aquesta relació el determinem aproximadament mitjançant l'evidència que ens proporciona una successió d'experiments. *P* és una probabilitat epistèmica, no en sentit «subjectivista», i *p* ho és òntic-relacional.

Segons la meua opinió, i contràriament al que afirma Hacking (p. 149) J. Bernouilli sí que va donar el pas de considerar la probabilitat de la probabilitat. Tanmateix, contra el que assevera K. R. Popper (1928b, p. 86), res hi ha en el raonament de J. Bernouilli que permeti concloure que cregués haver descobert una espècie de pont lògic-matemàtic que portés de supòsits no estadístics o «subjectius» a conclusions referents a la *frequència* d'alguns successos. D'altra banda, no és correcte afirmar, com ho fa J. Kamppe de Feriet (1980), que J. Bernouilli, en l'*Ars conjectandi*, va justificar per primera vegada la interpretació freqüencial: des d'un punt de vista conceptual, la «veritable relació» és una dada apriorística que podem conèixer *aproximadament a posteriori*, però en cap cas ve definit com el límit d'una successió de freqüències. Igualment és incorrecta l'apreciació de H. Raiffa (1968, p. 295).

Veiem, doncs, que la idea de probabilitat en J. Bernouilli ha estat generalment objecte d'interpretacions incorrectes, conseqüència de partir d'esquemes conceptuals inapropiats. Això explica tanta confusió i que alguns aspectes fonamentals de la mateixa hagin passat inadvertits durant molt de temps. A destacar la distinció entre diferents modes de proves, la combinació dels mateixos i la no additivitat de la probabilitat de successos independents ens certes condicions que analitzarem a continuació.

* * *

La probabilitat és el grau de certesa que posseïm sobre un fet i depèn de les proves que fonamenten l'evidència disponible. Conforme amb aquest supòsit J. Bernouilli va distingir, en el capítol tercer de la quarta part de la seva obra, els diferents modes que es poden donar en la relació entre el fonament evidencial i el fet. Designant ambdues per 'E' i 'H' respectivament, en el *raonament demostratiu* d'E es segueix necessàriament H. En el *raonament probable*, tres són els casos possibles:

- (i) E és necessàriament certa, però solament fa H probable;
- (ii) d'E es segueix necessàriament H, però E no es coneix amb certesa;
- (iii) E no és necessàriament certa i solament fa H probable.

J. Bernouilli il·lustrava el seu pensament amb un exemple explicatiu. És un fet que fa temps que no rebo carta del meu germà; contemplo tres possibles raons per a que això succeeïxi: la peresa, la mort o els negocis. La primera correspon al cas (i), doncs sé que el meu germà és peresós, però la peresa no és prova concloent de la falta de lletra puix que no impedeix necessàriament escriure. La segona raó correspon al cas (ii): és contingent que el meu germà hagi mort, posat que pot estar viu; amb tot i això, si és mort es segueix necessàriament l'absència de lletra, ja que un mort no pot escriure. La tercera raó correspon al cas (iii): no tinc la mateixa constància dels negocis del meu germà com de la seva peresa i, en qualsevol cas, estar molt ocupat no és un obstacle invencible per a escriure.

D'altra banda, Bernouilli distingia també entre proves *pures* i *mixtes*. Les primeres són aquelles que en uns casos proven un fet i en altres casos són neutres; les segones són aquelles que en uns casos proven una cosa i en altres casos proven el contrari. Per exemple, suposem que algú és assas-

sinat en una baralla multitudinària. Es sap que l'assasí anava emboçat amb una capa negra. Quatre persones, entre les quals es troba Gracchus, responen a aquesta descripció, per la qual cosa l'esmentada vestimenta constitueix una prova en favor de la hipòtesi que Gracchus és l'autor del crim. Però solament una prova mixta amb un pes de 1/4, puix que la capa prova en un únic cas la seva culpa i en tres casos la seva innocència: l'assassinat ha estat comès per ell o per una de les altres persones, i no pot haver estat realitzat per aquests últims sense que Gracchus sigui innocent. Ara bé, si en l'interrogatori Gracchus es posa pàl·lid, la pal·lidesa subministra una prova pura, ja que si la pal·lidesa és conseqüència de la mala consciència és prova de la culpa de Gracchus, mentre que no és testimoniatge de la seva innocència si està originada per un altra causa, com el dolor o el desconcert.

La significació epistemològica de J. Bernouilli radica en la seva distinció dels tipus d'evidència i en que va escometre, malgrat que sense èxit, la tasca de combinar-los en una teoria comuna. És aquí on radica el problema bàsic de la probabilitat epistèmica. El plantejament de Bernouilli és més ampli que el de la lògica inductiva, que únicament considera el cas (i) i l'evidència mixta. En general, en totes les aplicacions del càlcul de probabilitats es segueix el mateix criteri. Nogensmenys, la resta de casos són comuns en els raonaments quotidians en els quals s'estima la probabilitat d'un succés en virtut del suport evidencial al nostre abast.

* * *

La teoria matemàtica de la probabilitat no és adequada per a formalitzar el raonament probable en tota la seva complexitat. L'exemple més clar és el tractament de l'additivitat en els casos d'evidència pura. La probabilitat derivada de l'evidència mixta, i això ho va veure J. Bernouilli, és additiva, és a dir, si A i B són successos independents es verifica $P(A/E) + P(B/E)$, com també és additiva la probabilitat derivada de la freqüència i la del grau de creença racional en el sentit de De Finetti.

Nogensmenys, no succeeix el mateix quan el suport evidencial el constitueixen proves pures. Si suposem que seixanta de cada cent persones que empal·lideixen al ser interrogades són culpables del delictes de que són acusades, i E designa la pal·lidesa de Gracchus com a prova del seu crim, en virtut de l'evidència de que disposem podem afirmar que la probabilitat o grau de certesa que Gracchus sigui l'assasí és del 0,6, però d'això no es desprèn que la probabilitat que no ho sigui és 0,4. Segons J. Bernouilli havia d'esser 0. $P(H/E) + P(\text{no}H/E) = 0,6 + 0 < 1$. Resulta doncs que *una de les propietats fonamentals de la teoria axiomàtica del càlcul de probabilitats no s'acompleix. Interpretada com a grau de certesa quoad nos*, la probabilitat no verifica necessàriament que $P(H/E) + P(\text{no}H/E) = 1$.

* * *

Des d'un punt de vista conceptual, l'evolució històrica de la probabilitat és un desplegament de les idees contingudes en Leibniz i J. Bernouilli. Fins i tot, la línia truncada de les probabilitats no additives. Considero, doncs, que estem ja en disposició de respondre amb fonament a les preguntes sorgides amb motiu de les observacions suggerides per la classificació de les interpretacions de la probabilitat

a') No és contrari al significat profund de la probabilitat el fet que incompleixi els axiomes de la teoria matemàtica del càlcul de probabilitats.

b') La improcedència dels termes 'objectiu' i 'subjectiu' per a referir-se a la probabilitat és proporcional a l'extensió del seu ús. La concepció epistèmica de la probabilitat relaciona aquesta amb el nostre coneixement, el qual pot ésser objectiu o subjectiu. Les interpretacions de la probabilitat com a grau de certesa (en sentit bernouillià) i com a grau de creença racional (en sentit carnapià) són objectives en la mesura que fan dependre la probabilitat de la relació entre l'evidència disponible i la hipòtesi considerada, mentre que la probabilitat entesa com a grau de creença psicològica correspon a una interpretació subjectiva.

La concepció òntica relaciona la probabilitat amb els fets o estats de coses, i és independent del coneixement que tenim dels mateixos. Aquesta concepció admet dues modalitats: absoluta i relacional. *En sentit absolut*, la probabilitat òntica és una propietat d'un estat de coses en sí mateix considerat, estant associada a l'indeterminisme ontològic; *en sentit relacional* és una propietat d'un estat de coses en la seva relació amb tots els altres, sense més implicació indeterminista que l'epistèmica. Ambdues concepcions són compatibles amb les interpretacions freqüencialista i propensivista sempre i quan no establim cap hipòtesi metafísica sobre el determinisme ontològic. Amb tot, avui dia aquestes interpretacions corresponen a la concepció absoluta. Solament la filosofia leibniciansa proporciona un sistema en el qual ambdues modalitats poden ser distingides desde una posició determinista sense haver de sortir del pla òntic.

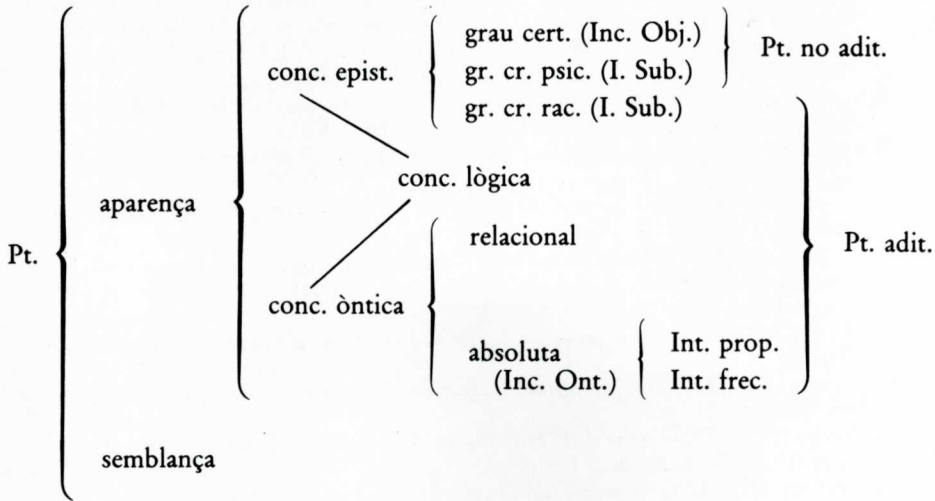
c') El pas de la probabilitat epistèmica a l'òntica s'explica en el seu paral·lel discórrer al pas de l'evidència externa a la interna. De l'opinió dels més autoritzats es passa a privilegiar el testimoniatge dels testimonis, i d'aquests al de les coses, *a priori* primerament, *a posteriori* després. A l'inici es pretenia ponderar la probabilitat d'una opinió sobre un fet: si era coneguda, la probabilitat òntic-relacional era el millor pes assignable. D'aquí a la probabilitat òntic-absoluta solament cal prescindir de la hipòtesi determinista.

d') Tal i com es concep en la lògica inductiva, la probabilitat interpretada lògicament és el grau de relació existent entre dues proposicions o enunciats. En la mesura que un d'ells respon a l'evidència que tenim de l'altre, la probabilitat depèn del coneixement, objectiu, i és, per tant, epistèmica. Amb tot, si aquesta evidència és tota la que humanament es pot assolir, per exemple, la de que un dau es homogèni i simètric respecte de totes les seves cares, la relació es podria arribar a interpretar òntic-relacionalment. Això no obstant, aquesta interpretació tindria un interès purament especulatiu i, ja que no seria incompatible amb l'epistèmica, no és necessari prendre-la en consideració.

e') La definició *clàssica* de la probabilitat com la raó entre el nombre de casos favorables i el nombre de casos possibles estava vigent un segle abans que De Laplace l'adoptés (Cfr. I. Hacking, p. 122). Leibniz ja l'havia emprat en 1678. Això facilita la comprensió del fet, aparentment paradoxal, que des d'una concepció ontològicament determinista es pugui proposar una teoria de la probabilitat *a priori* i «objectiva»: el determinisme de De Laplace era el de Leibniz i J. Bernouilli, amb la qual cosa queda tot dit res-

pecte d'aquest punt. Ara bé, així com aquests últims participaven d'un sistema, el leibnicià, capaç de fonamentar ònticament la probabilitat *a priori*, De Laplace en mancava. És per això que en De Laplace solament té cabuda la concepció epistèmica, mentre que en els seus antecessors hi cabien tant l'epistèmica com l'òntica. I és per això també que K. R. Popper pot incloure la interpretació clàssica entre les «objectives».

Les anteriors conclusions porten a una reformulació de la classificació de les interpretacions de la probabilitat.



* * *

La probabilitat, que originàriament va tenir un sentit purament epistèmic, a mesura que el testimoni va anar succeint a l'autoritat i l'evidència interna a l'externa, quan es girava la mirada dels fets pasats als fets futurs, *quan es passava de l'Ars cogitandi a l'Ars conjectandi*, de l'*a priori* a l'*a posteriori*, va anar evolucionant fins la concepció òntica, en sentit relacional primerament, absolut després.

Hi ha, doncs, un fil conductor entre la interpretació epistèmica i la òntica. I és la concepció òntic-relacional la que constitueix el pont lògic-metafísic que permet enllaçar la interpretació lògica amb l'epistèmica i l'òntica. La probabilitat, com a grau de certesa és de naturalesa epistèmica; com a grau de certesa determinant per la relació «objectiva» entre dues proposicions es així mateix de naturalesa lògica; com a grau de certesa determinant per la relació «objectiva» que expressa el «grau d'essència», de «possibilitat», de «facilitat», de «proclivitat» o de «propensió» a l'existència que té un estat de coses en relació amb un altre, denotats ambdós per proposicions, posseeix a més un caràcter òntic.

El sistema leibnicià, marc filosòfic que dona suport a la teoria bernoulliana de la probabilitat, és l'únic que permet explicar una evolució que originà un canvi qualitatiu que es manifesta plenament en el teorema fonamental de J. Bernouilli, i dota de significat la idea de la probabilitat de la probabilitat, o de les probabilitats de segon ordre.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- BELAVAL, Y. (1960), *Leibniz critique de Descartes*, Ed. Gallimard, Paris.
- BERNOUILLI, Jakob (1713), *Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ars conjectandi)*, trad. per R. Haussner, en *Klassiker des exacten Wissenschaften*, de Ostwald, Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig, 1899. En *Sigma. El mundo de las matemáticas*, selecció de textos matemàtics de tots els temps, amb notes i comentaris per J. R. Newman, t. 3., pp. 138-141, trad. de C. Villazón, Ed. Grijalbo, Barcelona, 1968. Hi ha traduït al castellà una selecció de la quarta part.
- BOUDOT, P.M. (1967), *Probabilité et logique de l'argumentation selon J. Bernouilli*, en *Les études philosophiques*, N. S. 28, pp. 265-288.
- BYRNE, E.F. (1968), *Probability and Opinion: A Study of Medieval Presuppositions of Post-Medieval Theories of Probability*, M. Nijhoff, The Hague.
- CARNAP, R. (1950), *The Logical Foundations of Probability*, Chicago University Press.
- CARNAP, R. (1971a) *Inductive Logic and Rational Decisions*, en *Studies in Inductive Logic and Probability*, vol. I, R. Carnap and R.C. Jeffrey eds., Univ. of California Press.
- COUTURAT, L. (1901), *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Alcan, Paris.
- DE FINETTI, B. (1931), *Sul significato soggettivo della probabilità*, *Fund. Math.* 17, pp. 298-329.
- DE FINETTI, B. (1970), *Teoria delle probabilità. Sintesi introduttiva con appendice critica*, Giulio Einaudi edit., Torino.
- DE LAPLACE, P.S. (1795), *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, trad. de P. Castriello, Alianza ed., Madrid, 1985.
- GRAUNT, J. (1662), *Fundamentos de las estadísticas de vida*, en *Sigma. El mundo de las matemáticas*, t. 3, pp. 122-133 (Vegis referència en J. Bernouilli).
- GUITTON, H. (1951), *Pascal et Leibniz. Étude sur deux types de penseurs*, Aubier-Montaigne, Paris.
- HACKING, I. (1975), *The emergence of Probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*, Cambridge University Press.
- HALLEY, E. (1693), *Las primeras tablas de seguros de vida*, en *Sigma. El mundo de las matemáticas*, t. 3, pp. 108-121.
- HORWICH, P. (1982), *Probability and Evidence*, Cambridge University Press.
- KAMPE DE FERIET, J. (1980), *Une interprétation des mesures de plausibilité et de crédibilité au sens de G. Shafer et de la fonction d'appartenance définissant un ensemble flou de L. Zadeh*, Pub. Irma, Lille, vol. 2, fasc. 6, núm. 2.
- KEYNES, J.M. (1921), *Treatise on Probability*, The Mac Millan Press, 1973.
- LAKATOS, I. (1968), *Cambios en el problema de la lògica inductiva*, en *Matemáticas, ciencia y epistemología*, trad. de D. Ribes, Alianza ed., Madrid, 1981.
- LEIBNIZ G.W. *Die Philosophischen Schriften von S.W.W. Leibniz*, —abreujadament (G)— vols. I-VII, ed. C.I. GERHARDT, Olms, Hidesheim, New York, 1978.
- LEIBNIZ, G.W. (1703) *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, Garnier Flammarion, Paris, 1966.
- LOCKE, J. (1690), *An Essay Concerning Humane Understanding*, London.

- MILNE, P. (1987), *Physical Probabilities*, Synthese 73, 329-59.
- NEWMAN, J.R. (1956), *Comentario a la ley de los grandes números*, trad. per César Villazón, en *Sigma. El Mundo de las matemáticas*, ed. Grijalbo, Barcelona, 1968.
- NEYMANN, J. (1950), *First Course in Probability and Statistics*, Henry Holt, New York.
- NIINILUOYO, I. (1987), *Truthlikeness*, D. Reidel, Dordrecht.
- POPPER, K.R. (1959), *The Logic of Scientific Discovery*, ed. Hutchinson & Co., Londres. (Versió castellana de V. Sánchez de Zavala, ed. Tecnos, Madrid, 1973).
- POPPER, K.R. (1965), *Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge* (3a. edició revisada), ed. Routledge and Kegan Paul, London.
- POPPER, K.R. (1982a), *Realismo y el objetivo de la ciencia. Vol. I*, trad. por M. San-sigre Vidal, ed. Tecnos, Madrid, 1985.
- POPPER, K.R. (1982b) *Teoría cuántica y el cisma en Física. Post Sriptum a la Lógica de la investigación científica. Vol III*. Tecnos, Madrid, 1985.
- RAIFFA, H. (1968), *Decision Analysis. Introductory Lectures on Choices under Uncertainty*, ed. Addison-Wesley, Massachussets, U.S.A.
- RAMIREZ, D. (1982), *El laberinto leibniciano*, Tesi doctoral.
- REMOND DE MONTMORT, P. (1713), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard* (2a. edició), Chez Jacques Quillau, Paris. Reimpresión en Chelsea Publishing Co., New York, 1980.
- WEINBERG, J.R. (1958), *Examen del Positivismo Lógico*, trad. por J.L. Fernandez de Castillejo, Aguilar, Madrid, 1959.