



**EL BOSÓN DE HIGGS Y LA RUPTURA ESPONTÁNEA
DE LA SIMETRÍA**

Natalia Chueca Minguillón

11 de Julio 2020

Trabajo dirigido por: Siannah Peñaranda Rivas

Universidad de Zaragoza

Facultad de Ciencias

Índice

1. Introducción	1
2. Simetrías. Invariancia gauge y QED	2
3. Teoría Electrodébil	4
4. Toy model	6
5. Ruptura espontánea de la simetría y mecanismo de Higgs	7
5.1. Potencial asociado a una partícula escalar	11
6. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar	14
6.1. Masas de los bosones de gauge	15
6.2. Masas de los fermiones	17
7. El Higgs y la superconductividad	18
8. Conclusiones	23

1. Introducción

La importancia del estudio de las partículas radica en que éstas componen la materia y rigen el comportamiento de todo lo que nos rodea. Por lo tanto, un análisis de cuáles son los tipos y sus propiedades nos ayuda a comprender mejor nuestro alrededor e incluso nos permite predecir ciertos fenómenos. En el corazón de esta rama de la física se encuentra el Modelo Estándar (ME).

El ME de la física de partículas se puede ver como una recopilación y resumen del conocimiento sobre partículas y las interacciones que se dan entre ellas. Según este modelo, podemos clasificar las partículas en dos grupos principales: fermiones y bosones. A grandes rasgos podemos decir que los primeros son partículas materiales mientras que los segundos son responsables de las interacciones. Éstos a su vez pueden dividirse en otros subgrupos y familias, que suponen una clasificación más intensiva atendiendo a similitudes en sus características. Existen, por otra parte, combinaciones de los distintos fermiones para formar otro tipo de partículas, de manera que la cantidad que se ha descubierto hasta la actualidad es considerablemente grande y aumentando gracias a los nuevos avances científicos como la mejora de los aceleradores de partículas.

El ME supone un éxito en varios sentidos: ha sido verificado experimentalmente en los aceleradores de partículas con una precisión que supera el orden de la milésima, explica las interacciones de tipo fuerte y electrodébil (combinación de las electromagnéticas y débiles en una teoría unificada, uno de sus mayores logros desde un punto de vista teórico) con sus respectivos mediadores; e incluye la existencia de una partícula conocida como bosón de Higgs, responsable de dar masa al resto de partículas (fermiones y bosones de gauge) a través de la interacción con ellas. Cabe señalar que, aunque actualmente hablamos de este modelo con la inclusión del bosón de Higgs, el ME como teoría inicial no incluye la partícula de Higgs y no predice una masa no nula para fermiones y bosones. Sin embargo, todas estas partículas han sido encontradas experimentalmente y sabemos que su masa es distinta de cero, por lo tanto la teoría inicial era incompleta. El mecanismo de Higgs es el responsable de dotar de masa a todas las partículas del ME.

La partícula de Higgs está asociada a un campo escalar propuesto en 1964 por Brout, Englert y Higgs (este último de manera independiente) que toma un valor no nulo en el vacío. En consecuencia, se produce una ruptura espontánea de la simetría o invariancia gauge, de la que hablaré más adelante. Su detección, por los experimentos ATLAS y CMS del CERN, no fue posible hasta medio siglo más tarde, el 4 de julio de 2012. Este hecho supuso una revolución en el mundo de la física.

A pesar de la inclusión del Higgs y del notable éxito del ME, consideramos que este modelo falla todavía en otros aspectos o que no está completo: no incluye la gravitación, cuya partícula intermediaria se ha propuesto que sea el gravitón pero no se ha descubier-

to; no predice la masa de los neutrinos, que experimentalmente se ha probado que son ligeramente masivos; no explica la materia o energía oscuras, que serían los componentes mayoritarios del universo; etc.

En este trabajo de fin de grado voy a introducir algunas ideas básicas detrás del Modelo Estándar comenzando por el caso más sencillo, la Electrodinámica Cuántica o QED, para poder presentar más adelante el mecanismo de Higgs y sus consecuencias, en el cual me voy a centrar. Finalmente, veremos la relación de todo esto con el fenómeno de la superconductividad.

2. Simetrías. Invariancia gauge y QED

Como he dicho, voy a partir de la QED sin entrar en profundidad en el tema, que no es objetivo principal de este trabajo. Introduciremos el Lagrangiano de QED para fundamentar o explicar algunos conceptos básicos.

Para poder entender la física detrás de las teorías que componen el ME debemos hablar primero del concepto de simetría [6]. Vamos a distinguir entre dos tipos: simetrías globales,

$$U(\vec{\alpha}) = e^{i\sum_{j=1}^n \alpha_j T^j} \quad (1)$$

y simetrías locales,

$$U(\alpha) = e^{i\sum_{j=1}^n \alpha_j(x) T^j}, \quad (2)$$

donde α_j son los parámetros de la transformación, x las coordenadas, T^j son los generadores del grupo y n el número de estos últimos. Las segundas suponen una transformación punto a punto de los campos, puesto que el parámetro de la transformación depende de las coordenadas, mientras que las primeras no dependen de las coordenadas espacio-temporales.

Buscamos que las teorías sean invariantes bajo transformaciones tanto globales como locales, es decir, que el Lagrangiano que describa nuestro sistema no cambie bajo las simetrías nombradas anteriormente. En relación a esto, veremos en la sección 4 el fenómeno de la ruptura espontánea de la simetría. Veamos ahora cómo se traducen estas ideas en la QED.

El Lagrangiano correspondiente a los electrones libres se puede escribir a partir de la ecuación de Dirac como [1]:

$$\mathcal{L}_{0,QED} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (3)$$

siendo invariante bajo transformaciones globales del grupo de matrices unitarias $U(1)$, es decir, bajo la introducción de un cambio de fase global a la función.

En la expresión superior ψ es el campo del electrón (o fermión en general), m es su masa y γ^μ son las matrices Gamma de Dirac unitarias y definidas a partir de las matrices de Pauli σ_i ($i=1,2,3$). Como tenemos un único generador para el grupo de simetría, la carga de isospín del electrón, solamente necesitamos un campo fermiónico para desarrollar la teoría.

Sin embargo, si la transformación que realizamos es local, la derivada del campo no es invariante y hay que exigir que lo sea. Tenemos que introducir entonces la derivada covariante haciendo uso del campo gauge A_μ (asociado al fotón) y que se define de la siguiente manera:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu \quad (4)$$

con la transformación

$$A'_\mu \equiv A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu f \quad (5)$$

donde f es una función arbitraria y e es la carga del electrón. Dicha transformación se corresponde con una *transformación de gauge* $U(1)$. Las transformaciones gauge son locales, es decir, dependientes del punto espacio-temporal x .

De esta forma el Lagrangiano es simétrico bajo tales modificaciones locales y se cumplen las condiciones necesarias para la validez de la ecuación, es decir, la invariancia. La existencia de esta simetría local implica que $A_\mu(x)$ hace una descripción redundante del campo electromagnético y tenemos libertad de elección para restringir $A_\mu(x)$, lo que se conoce como *fixar el gauge*. Así, podemos imponer condiciones a A_μ y seguir manteniendo la simetría. La invariancia gauge es el principio que guía cómo deben ser las interacciones.

En función de esta derivada covariante, el Lagrangiano resultante es:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu)\psi - m\bar{\psi}\psi = \mathcal{L}_0 - eA_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \quad (6)$$

Esta última expresión describe la dinámica del fermión en presencia de un campo electromagnético. No obstante, debemos incluir también la propagación del campo y, por lo tanto, es necesario añadir un término cinético dependiente del campo del fotón A_μ que hemos introducido en (5):

$$\mathcal{L}_K \equiv -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (7)$$

con $F_{\mu\nu}$ el tensor electromagnético definido como $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Este término es invariante bajo la transformación de gauge (5).

Como además la partícula interacciona con el campo vectorial, necesitamos incluir este término que de cuenta de la magnitud de la interacción electrón (o en general, fermión)-fotón. De esta forma adicionamos un término de interacción tal que:

$$\mathcal{L}_{int} \equiv eJ^\mu A_\mu \quad (8)$$

donde J^μ es el cuadvivector de densidad carga-corriente $J^\mu=(\rho,j)$. Este término nos permite restaurar la simetría local. La corriente J^μ es una corriente conservada que surge de la invariancia global del Lagrangiano bajo transformaciones de fase $U(1)$.

Juntando las expresiones (7) y (8) con (6) obtenemos el Lagrangiano final de la QED formado por las tres contribuciones mencionadas.

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_0 - eA_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + eJ^\mu A_\mu \quad (9)$$

Cualquier nueva interacción supone un término adicional a la expresión. Vemos que los bosones de gauge (en este caso el fotón) no tienen masa. No existe un término con el campo del fotón al cuadrado cuyo coeficiente nos proporcionaría dicha masa.

3. Teoría Electrodébil

Vamos a extender ahora estos resultados a la teoría electrodébil [1], incluida también en el Modelo Estándar y que comprende además las interacciones de tipo débil. Éstas están relacionadas con los bosones Z y W que son importantes puesto que son portadoras responsables de estas interacciones y sirven para explicar fenómenos tales como las desintegraciones β , proceso mediante el cual un protón o neutrón emite una partícula beta para optimizar la relación neutrones y protones del núcleo, así como sus propiedades.

El grupo de simetría para describir la interacción es el $SU(2) \otimes U(1)$. El grupo $SU(2)$ (de matrices unitarias 2×2 con coeficientes complejos y determinante igual a la unidad) dará lugar a un doblete de isospín de quiralidad *left-handed* y el $U(1)$ será el que recoja las interacciones electromagnéticas comentadas anteriormente y entonces llevará asociados singletes. Así pues, tanto para quarks como para leptones introducimos la notación de doblete y singlete. ψ_1 será un doblete (y por tanto del grupo $SU(2)$), mientras que ψ_2 y ψ_3 serán singletes. Los generadores del grupo $SU(2)$ son las tres matrices de Pauli. De las 2×2 componentes de las matrices que forman parte del grupo de simetría, por la condición de $\det=1$ tres de ellas serán libres y una estará ligada a las demás. Es por ello que al final se necesitan 3 generadores en lugar de 4.

En este caso seguimos el mismo procedimiento que en QED, comenzando por plantear el Lagrangiano libre:

$$\mathcal{L}_{0,EW} = \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j \quad (10)$$

Vuelven a aparecer las matrices Gamma de Dirac γ^μ acompañadas de los campos fermiónicos ψ que en este caso son los quarks. Si introdujésemos un término de masa, se rompería la simetría por el hecho de que los dobletes (*left-handed*) y los singletes

(*right-handed*), al pertenecer a distintos grupos, transforman de manera diferente y no conjunta.

El Lagrangiano electrodébil que hemos introducido es únicamente invariante bajo transformaciones globales del grupo de simetría considerado. Por lo tanto, para que las transformaciones locales tampoco lo modifiquen debemos utilizar nuevamente la derivada covariante, cuya expresión viene dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\frac{1}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + ig'\frac{1}{2}YB_\mu \quad (11)$$

donde se introducen g y g' , las constantes de acoplo; $\vec{\tau} = \sigma_i$, siendo σ_i las tres matrices de Pauli; e Y es la hipercarga, una magnitud que se conserva en las interacciones electrodébiles y se obtiene como la diferencia entre la carga eléctrica y el isospín.

En (4) solo nos había hecho falta un bosón de gauge para la definición de la derivada. Sin embargo, vemos que para la teoría EW necesitamos hasta 4 campos, que son los \vec{W}_μ y B_μ que como veremos más adelante son los que se asocian a los bosones de gauge W^\pm , Z^0 y γ . La necesidad de incluir 4 campos surge del grupo de simetría considerado. Al tener 4 generadores (las 3 matrices de Pauli más la carga de isospín del electrón) es necesario utilizar 4 campos en este desarrollo. \vec{W} se define como

$$\vec{W}_\mu = \frac{\sigma_i}{2}W_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 + iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

Al igual que en QED teníamos la carga del electrón como constante de interacción aquí las constantes de acoplo son g y g' . Existe una relación entre todos estos parámetros tal que: $g = \frac{e}{\sin\theta_W}$, $g' = \frac{e}{\cos\theta_W}$, $\tan\theta_W = \frac{g'}{g}$ siendo θ_W el *ángulo de Weinberg*, que es una rotación de una base del espacio.

Siguiendo los pasos de la sección anterior, para que la teoría sea completa han de añadirse los términos cinéticos para los bosones de gauge:

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \quad (12)$$

donde $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ y $W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k$ son tensores análogos a $F_{\mu\nu}$, que también dependía del campo gauge usado en la derivada covariante (el del fotón A_μ). En estas expresiones hemos sustituido las constantes de estructura de $SU(2)$: $[\frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2}] = i\epsilon^{ijk}\frac{\sigma_k}{2}$.

Con la formulación covariante finalmente el Lagrangiano queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} &= \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j \gamma^\mu D_\mu \psi_j + \mathcal{L}_K \\ &= \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j \gamma^\mu D_\mu \psi_j - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (13)$$

Este Lagrangiano carece de término de masa para los bosones de gauge. La simetría gauge, que ha determinado cómo son las interacciones, prohíbe términos de masa para estos bosones y en consecuencia tienen masa nula. No obstante, sabemos que los bosones de gauge son en realidad masivos gracias a que sus masas se han determinado experimentalmente en los aceleradores de partículas. Por tanto, la teoría planteada hasta este punto está incompleta y será necesaria la incorporación del bosón de Higgs, que a través del denominado *mecanismo de Higgs* soluciona el problema de las masas.

4. Toy model

Una vez introducidos los conceptos de simetría e invariancia gauge y los principios claves de la QED y la teoría electrodébil, voy a presentar un modelo sencillo (*toy model*) [2] que sirve como base para entender la ruptura espontánea de la simetría que se produce en el mecanismo de Higgs. En apartados posteriores, desarrollaré esta idea con más profundidad, extendiendo el modelo inicial expuesto en esta sección.

Suponemos por simplicidad un campo escalar real ϕ con un Lagrangiano de la forma:

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad (14)$$

donde los dos últimos términos corresponden al potencial $V(\phi)$. Asumimos además que $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$ y que λ siempre es positiva para que exista un mínimo de la expresión (14), pero μ^2 puede cambiar de signo. El objetivo es desarrollar el Lagrangiano con el fin de identificar y dar un sentido físico a cada uno de los términos que se obtienen. Estudiando los dos casos posibles, ilustrados en la figura 1 encontramos:

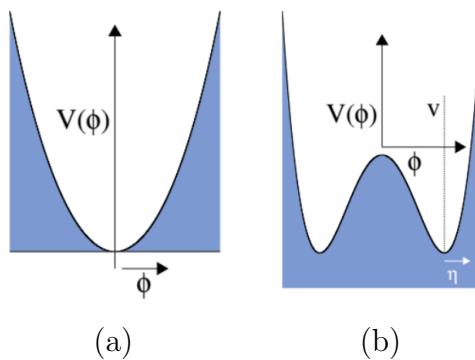


Figura 1: Caso (a): $\mu^2 > 0$ y (b): $\mu^2 < 0$.

a) $\mu^2 > 0$:

En este caso tenemos un único estado de vacío, es decir de mínima energía, en $\phi=0$, correspondiente al mínimo del potencial. Por lo tanto, el Lagrangiano describe un

sistema con una partícula libre de masa μ , correspondiendo al tercer término en (14) y una interacción de orden 4, dada por el último término.

b) $\mu^2 < 0$:

A diferencia del caso anterior, tenemos dos mínimos, con un estado de vacío no nulo que viene dado por:

$$v = \phi_0 = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (15)$$

v es el denominado *valor esperado en el vacío*.

Nótese que el origen es también un extremo de la función, pero no es un mínimo de energía, es decir, no es un punto estable (no hay localizado un vacío), por lo que no nos sirve para nuestro propósito.

Utilizando el resultado en (15) y realizando un cambio de variable $\phi = \eta + v$ (desplazamiento del sistema de coordenadas original) se puede reescribir el Lagrangiano de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 - \frac{1}{4} \lambda v^4 \quad (16)$$

Vemos que nuevamente tenemos una partícula libre cuya masa está dada por el coeficiente que acompaña al campo escalar η^2 , $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2}$. De los tres últimos términos, los primeros son de orden superior en η y el último es constante, dependiendo del valor de λ .

Este ejemplo sirve para visualizar en qué consiste la ruptura espontánea de la simetría. En la ecuación (14), el Lagrangiano es simétrico bajo inversión del signo del campo, mientras que con el cambio de variable realizado a posteriori, el Lagrangiano en (16) ya no lo es completamente debido a que el potencial no permanece invariante. Al tener en cuenta los nuevos términos de interacción obtenemos que el Lagrangiano ya no es simétrico respecto a los campos de los bosones escalares, es decir, hemos roto la simetría.

5. Ruptura espontánea de la simetría y mecanismo de Higgs

Antes de introducir el proceso de adquisición de masa debemos comprender en qué consiste el fenómeno de la *ruptura espontánea de la simetría* que ya hemos visto brevemente en la sección 4 de una manera simplificada.

El mismo razonamiento del *toy model* se puede seguir si en lugar de utilizar un campo escalar real, admitimos que pueda ser complejo con dos grados de libertad [2]. En esta situación tenemos:

$$\mathcal{L}(\phi) = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi) = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \mu^2 (\phi^* \phi) - \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (17)$$

donde los dos últimos sumandos corresponden al potencial y definimos $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$.

Este Lagrangiano es invariante bajo un cambio de fase global en simetría U(1), es decir, podemos añadir un término de la forma $e^{i\alpha}$ sin que se modifique la expresión, ya que todos los términos del campo están acompañados de sus conjugados por lo que se cancelarán las exponenciales complejas. El ejemplo que estoy exponiendo continúa como parte de la QED, puesto que el grupo de simetría U(1) es el asociado a dicha teoría, como menciono en la sección (2) de este trabajo.

En efecto, si desarrollamos (17) llegamos a:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi_1, \phi_2) &= \frac{1}{2} [\partial_\mu (\phi_1 - i\phi_2) \cdot \partial^\mu (\phi_1 + i\phi_2)] - \mu^2 \frac{1}{2} (\phi_1 - i\phi_2)(\phi_1 + i\phi_2) \\ &\quad - \lambda \frac{1}{4} [(\phi_1 - i\phi_2)(\phi_1 + i\phi_2)]^2 \\ &= \frac{1}{2} [\partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + i \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_2 - i \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_2 + \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2] \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \end{aligned} \quad (18)$$

siendo los dos primeros sumandos los que nos proporcionan la cinética de las partículas, el tercero sus masas y el último está relacionado con los términos de interacción.

Las características de los campos ϕ_1 y ϕ_2 , tales como su masa o sus interacciones, dependerán de la elección del signo en los dos parámetros libres del potencial, μ y λ . Ahora en los casos a) y b) anteriores aumentan el número de mínimos o vacíos que tenemos de la función (17) (figura 2).

Si $\mu^2 > 0$ existen dos partículas de igual masa μ que interaccionan entre sí. En esta situación encontramos un mínimo estable en el origen: $\phi_{10} = \phi_{20} = 0$ (figura 2a). Analíticamente también tendríamos un extremo de la función en $\sqrt{\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$, pero como $\mu^2 > 0$ y $\lambda > 0$ vemos que este es un número complejo y, por tanto, no tiene sentido considerarlo.

Para un valor negativo de μ^2 se tienen infinitos estados de vacío que cumplen que:

$$v = \phi_0 = \sqrt{\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}.$$

Tal y como ocurría en la figura 1b, tanto analítica como gráficamente (figura 2b), podemos ver que, aunque el origen es un extremo de la función, en este caso no es un mínimo

de energía, es decir, no se corresponde con un punto estable (no hay ubicado un vacío) y por tanto no nos sirve en nuestro estudio.

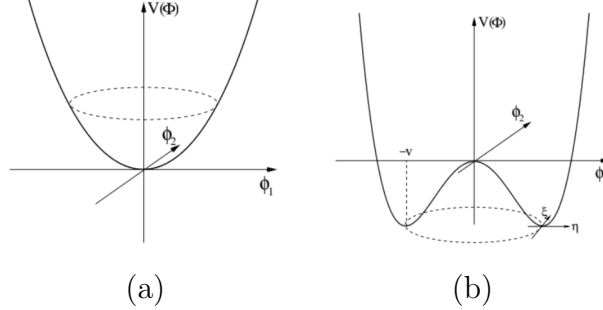


Figura 2: Caso (a): $\mu^2 > 0$ y (b): $\mu^2 < 0$.

Al igual que hicimos con el caso de un campo real, para identificar correctamente los términos realizaremos perturbaciones entorno al mínimo de energía introduciendo un cambio de variable en los dos campos escalares. Definimos:

$$\begin{cases} \phi_1 = \eta + v \\ \phi_2 = \xi \end{cases} \Rightarrow \phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\eta + v + i\xi] \quad (19)$$

De esta forma la simetría entorno al mínimo de energía se está rompiendo y nos definimos los nuevos campos reales, $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$, los cuales representan fluctuaciones entorno al vacío.

Sustituyendo en (18) obtenemos los términos cinéticos y el potencial en función de los nuevos campos η y ξ y del valor esperado en el vacío v :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4 - \lambda v \eta \xi^2 - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2 + \frac{1}{4} \lambda v^4 \quad (20)$$

Los dos primeros términos en esta expresión son términos cinéticos. El tercero lo podemos identificar con una partícula escalar η de masa $m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$ (utilizando la relación (15)) y vemos que la partícula ξ es sin masa ya que no hay término en ξ^2 . Esta última partícula ξ recibe el nombre de bosón de Goldstone. El resto son los términos de interacción (entre ξ y η) o autointeracción (ξ con ξ o η con η). Este Lagrangiano ya no es simétrico respecto al nuevo campo η , el Lagrangiano cambia con $\eta \rightarrow -\eta$ y por tanto hemos roto una simetría. Esto es una consecuencia de la ruptura de simetría local del mínimo de energía. En cambio, el Lagrangiano sí que es simétrico respecto a ξ .

La aparición de bosones de Goldstone es una consecuencia directa de la ruptura espontánea de la simetría. Se obtiene uno de estos bosones por cada generador que rompe la simetría del grupo original del sistema tratado. Su característica principal, como hemos visto, es que carecen de masa. En este caso, como hemos roto una simetría aparece un único bosón de Goldstone, el asociado a la partícula ξ sin masa.

Para que el Lagrangiano permanezca invariante, debemos utilizar la derivada covariante dependiente del campo A_μ definidos en (4) y (5). Así obtenemos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi) \\ &= (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2\end{aligned}\quad (21)$$

con el mismo potencial que habíamos visto con anterioridad y el tensor electromagnético $F_{\mu\nu}$ que rige la cinética del fotón o, en general, del campo gauge A_μ .

Tomando perturbaciones en torno al mínimo del potencial se encuentran los mismos resultados que se habían obtenido con la derivada normal. Sin embargo, si desarrollamos el Lagrangiano aparecerán nuevos términos procedentes del gauge local,

$$\mathcal{L}(\eta, \xi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 - \lambda v^2\eta^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu(\partial^\mu\xi) + int. \quad (22)$$

Vamos a identificar aquellos sumandos que han aparecido nuevos respecto a (20). Volvemos a tener las dos partículas η y ξ , la primera con masa y la segunda sin masa, además de los términos de interacción entre ellas. Por otra parte, como novedad se han obtenido términos relacionados con el campo del fotón (cuarto y quinto). Finalmente, hay un sumando que mezcla A_μ con ξ y para el cual no existe una interpretación directa. Con el fin de analizar el sentido de este sumando, podemos hacer uso de la libertad que ya he comentado en la sección (2) para fijar el gauge y redefinir A_μ . De esta forma se puede escribir:

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu(\partial^\mu\xi) = \frac{1}{2}e^2v^2[A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu\xi)]^2 = \frac{1}{2}e^2v^2(A'_\mu)^2 \quad (23)$$

donde hemos definido la siguiente transformación:

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu\xi) \quad (24)$$

Se ha producido una rotación de fase $-\frac{\xi}{v}$ del campo ϕ . Con esta nueva definición no hemos eliminado completamente el campo ξ ya que sigue apareciendo en los términos de interacción. Sin embargo, éste no aparecerá al medir las magnitudes físicas del sistema y, por lo tanto, sí que somos capaces de identificar los términos que aparecen y determinar su sentido físico. Se ha demostrado que al sumar todas las posibles contribuciones de todos los tipos de diagrama de un proceso físico éste desaparece. Este hecho no lo discutiremos en este trabajo.

La consecuencia de las ideas expuestas en esta sección es la adquisición de masa por parte de los bosones de gauge. Ya en la expresión (22) se puede ver que la partícula asociada al campo A_μ tiene masa dada por el término cuadrático en el campo, $m_{A_\mu}^2 = e^2v^2$. Aunque el fotón está comprobado que no tiene masa, este resultado se podrá extrapolar al resto de bosones del ME utilizando la teoría electrodébil, como explicaré en la sección 6.

5.1. Potencial asociado a una partícula escalar

En relación al potencial asociado a una partícula escalar, que puede ser el bosón de Higgs, voy a plantear y desarrollar 3 cuestiones que nos permitirán determinar la validez de diferentes formas de potenciales, además de llegar a una predicción para la masa de esta partícula [2]. Quiero mostrar que existen otras posibilidades de plantear el potencial pero que no son compatibles con lo que hemos discutido hasta ahora. En este ejercicio sencillo voy a trabajar con un campo real,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h), \quad (25)$$

siendo h la partícula del Higgs.

Caso 1 Supongamos que tenemos un potencial de Higgs

$$V(\phi^+\phi) = \mu^2\phi^2 + \lambda\phi^4$$

¿Cuál es la masa del Higgs? ¿Cuántos estados de vacío existen?

En primer lugar necesitamos conocer el valor de v , que corresponde al mínimo de potencial:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} &= 2\mu^2\phi_0 + 4\lambda\phi_0^3 = 0 \\ \mu^2 + 2\lambda\phi_0^2 &= 0 \\ \phi_0 &= \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} = v \Rightarrow \mu^2 = -2\lambda v^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Tenemos que escribir el potencial en función de h , usando (25).

$$\begin{aligned} V(h) &= \frac{1}{2}\mu^2(v + h)^2 + \frac{1}{4}\lambda(v + h)^4 \\ &= \frac{1}{2}\mu^2(v^2 + 2vh + h^2) + \frac{1}{4}\lambda(v^2 + 2vh + h^2)(v^2 + 2vh + h^2) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2(v^2 + 2vh + h^2) + \\ &\quad + \frac{1}{4}\lambda(v^4 + 2v^3h + v^2h^2 + 2v^3h + 4v^2h^2 + 2vh^3 + v^2h^2 + 2vh^3 + h^4) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^4 - \lambda v^3h - \frac{1}{2}\lambda v^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda(v^4 + 4v^3h + 6v^2h^2 + 4vh^3 + h^4) \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^4 - \lambda v^3h - \frac{1}{2}\lambda v^2h^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^3h + \frac{3}{2}\lambda v^2h^2 + \lambda v h^3 + \frac{1}{4}\lambda h^4 \\ &= \frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2h^2 + \lambda v h^3 + \frac{1}{4}\lambda h^4 \end{aligned} \quad (27)$$

El segundo sumando determina la masa de la partícula h , de manera que: $\frac{1}{2}m_h^2 = \lambda v^2$. El resto son constantes o términos de interacción de órdenes más altos que podríamos despreciar si solamente nos interesa obtener la masa, que entonces podemos quedarnos en segundo orden en la teoría de perturbaciones.

Observando el potencial, vemos que el número de estados de vacío o de mínimos de la función dependerá de los signos de los parámetros μ y λ . Analizando las diferentes posibilidades tenemos que si ambos son del mismo signo (tanto positivo como negativo) dará lugar a un único mínimo en 0, mientras que si son de signos opuestos habrá infinitos estados de vacío. Este caso sería equivalente al que hemos discutido previamente.

Caso 2 ¿Por qué no es válido un potencial

$$V(\phi^+\phi) = \mu^2\phi^2 + \beta\phi^3,$$

es decir, un potencial con exponentes impares? ¿Cuántos estados de vacío existen?

Repetimos el procedimiento anterior:

$$\begin{aligned} V(h) &= \frac{1}{2}\mu^2(v+h)^2 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\beta(v+h)^3 \\ &= \frac{1}{2}\mu^2(v^2 + 2vh + h^2) + \frac{\beta}{2\sqrt{2}}(v^2 + 2vh + h^2)(v+h) \\ &= \frac{1}{2}\mu^2v^2 + \mu^2vh + \frac{1}{2}\mu^2h^2 + \frac{\beta}{2\sqrt{2}}(v^3 + v^2h + 2v^2h + 2vh^2 + h^2v + h^3) \\ &= \frac{1}{2}\mu^2v^2 + \mu^2vh + \frac{1}{2}\mu^2h^2 + \frac{\beta}{2\sqrt{2}}(v^3 + 3v^2h + 3vh^2 + h^3) \end{aligned} \tag{28}$$

No hace falta seguir desarrollando los cálculos puesto que vemos que hay un término lineal con el campo h . Esto no es posible porque no tiene interpretación física, el Higgs como campo escalar con sentido físico supone una interacción entre dos o más campos. Es por ello que el potencial planteado no es válido. Cualquier potencial con exponentes impares dará lugar a un término lineal en h , por lo que solamente son válidos los pares.

En cuanto al número de vacíos en este caso, computamos la derivada del po-

tencial:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} &= 2\mu^2\phi_0 + 3\beta\phi_0^2 = 0 \\
2\mu^2 + 3\beta\phi_0 &= 0 \\
\phi_0 = -\frac{2\mu^2}{3\beta} = v &\Rightarrow \mu^2 = -\frac{3}{2}\beta v
\end{aligned} \tag{29}$$

Para todos las posibilidades de combinaciones de los signos de los parámetros μ y β esta vez habrá un único vacío en 0. Esto se debe a la aparición del término lineal.

Caso 3 Consideremos un potencial con un término par de mayor orden en ϕ (ϕ^6),

$$V(\phi) = \mu^2\phi^2 - \lambda\phi^4 + \frac{4}{3}\delta\phi^6$$

con $\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$ y $\delta = -\frac{2\lambda^2}{\mu^2}$ y analicemos la nueva masa que obtenemos para la partícula de Higgs.

Vemos que con estas condiciones δ también tiene que ser positivo.

En el apartado a) he obtenido la masa del Higgs sustituyendo directamente en el potencial el campo proporcionado y encontrando el término de masa. No obstante, existe también otra manera de calcularla. Para ello debemos determinar el estado de vacío dado por el mínimo del potencial.

Con las restricciones dadas, el número de estados de vacío es infinito. Sin embargo, debido a la adición del nuevo término al potencial, para cualquier posibilidad de signos obtendremos el mismo resultado.

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_0} &= 2\mu^2\phi_0 - 4\lambda\phi_0^3 + 8\delta\phi_0^5 = 0 \\
\mu^2 - 2\lambda\phi_0^2 + 4\delta\phi_0^4 &= 0 \\
\phi_0^2 &= \frac{2\lambda \pm \sqrt{4\lambda^2 - 16\delta\mu^2}}{8\delta} = \frac{\lambda}{4\delta} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\mu^2\delta}{\lambda^2}} \right] \\
&= \frac{\lambda}{4\delta} \left[1 \pm \sqrt{1 + 8} \right] = -\frac{\mu^2}{8\lambda} [1 \pm 3]
\end{aligned} \tag{30}$$

De aquí obtenemos dos resultados. Por un lado, $\phi_0^2 = \frac{\mu^2}{4\lambda}$ que no es válido por ser negativo y por otro, tenemos $\phi_0^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} > 0$. Esto nos da el valor esperado en el vacío v' :

$$\phi_0 = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} = v' \Rightarrow \mu^2 = -2\lambda v'^2 \tag{31}$$

Calculamos la segunda derivada:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 V(\phi)}{\partial \phi^2} \right|_{\phi=\phi_0} &= 2\mu^2 - 12\lambda\phi^2 + 40\delta\phi^4 \Big|_{\phi=\phi_0} = 2\mu^2 + 12\lambda\frac{\mu^2}{2\lambda} + 40\left(-\frac{2\lambda^2}{\mu^2}\right)\frac{\mu^4}{4\lambda^2} \\ &= 2\mu^2 + 6\mu^2 - 20\mu^2 = -12\mu^2 \end{aligned} \tag{32}$$

Por lo tanto queda $\frac{1}{2}m_h^2 = -12\mu^2 = 24\lambda v'^2$ (usando la igualdad (31)). Esta masa es diferente a la obtenida en el caso a). Podemos establecer la relación m_h (new) $= \sqrt{\frac{3}{2}} m_h$ (old), siendo m_h (new) la del apartado c) y m_h (old) la del a). Vemos entonces que el valor de la masa de la partícula depende del potencial escogido. La masa del Higgs entonces se determina únicamente a partir del potencial. El escogido en (17) es el mínimo potencial de un campo escalar válido para nuestro análisis.

Como conclusión, podemos decir que los campos elevados a exponentes impares aunque tienen sentido matemático no son válidos por no tener una interpretación física apropiada. Sin embargo, sí que podemos añadir términos al potencial de la forma ϕ^{2n} ($n=1,2,3,\dots$) que no son incompatibles con obtener infinitos estados de vacío. Según la cantidad de términos de este tipo que añadamos la masa del Higgs será diferente. Para que el Modelo Estándar funcione correctamente como una teoría cuántica de campos que describe las interacciones entre las partículas debe existir una relación entre la masa del Higgs y las masas tanto de los bosones de gauge como de los fermiones, establecida a través del mecanismo de Higgs que estudiaremos en la siguiente sección; además de unas determinadas interacciones entre las partículas que son también proporcionales a sus masas. Estas relaciones posicionan al modelo como una teoría cuántica de campos y algunas de ellas han sido probadas experimentalmente. Los términos de órdenes mayores a 4 en el campo escalar en el potencial no están incluidos en el ME.

La masa del Higgs obtenida en el último caso analizado es diferente a la predicha por el ME. No obstante, como hemos dicho, el ME es un modelo completo que a través del Mecanismo de Higgs genera las masas de los fermiones y de los bosones de gauge como veremos a continuación. Esto explica el hecho de que tendremos solamente el potencial más sencillo dado en (17).

6. Mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar

Como ya he mencionado, todas las partículas masivas adquieren su respectiva masa mediante la interacción con el campo de Higgs, el conocido como *mecanismo de Higgs*.

El hecho de que las masas sean más grandes o más pequeñas dependerá de la magnitud del acoplamiento entre los campos de las partículas y el Higgs. Vamos a particularizar a continuación dicho mecanismo para los dos grandes tipos de partículas del ME: los bosones de gauge y los fermiones.

Hemos visto ya en la sección anterior cuál tiene que ser la forma del potencial de Higgs, dado en la ecuación (17):

$$V(\phi) = \mu^2(\phi^+\phi) + \lambda(\phi^+\phi)^2 \quad (33)$$

Para poder estudiar el mecanismo de Higgs en el ME usaremos los resultados de la sección (5) y los extenderemos a la teoría electrodébil.

6.1. Masas de los bosones de gauge

Estudiamos las masas de los bosones Z , W^\pm y γ , que estarán relacionadas con los campos W y B introducidos por la formulación covariante electrodébil (recordamos la ecuación (11), donde se introducen cuatro campos, W_1, W_2, W_3 y B). El Lagrangiano escalar está dado por [2]:

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi)$$

Para extraer la masa de los bosones de gauge tenemos que encontrar los términos del tipo W^2 y B^2 . Introducimos el mismo potencial de Higgs que hemos considerado en la sección anterior, en la que deducíamos una masa del Higgs $\frac{1}{2}m_h^2 = \lambda v^2$. La existencia de cuatro bosones vectoriales en la teoría electrodébil obliga a que nuestro campo escalar complejo ϕ esté compuesto de cuatro campos reales ϕ_i ($i=1,2,3,4$), de tal forma que el Lagrangiano preserve su simetría. Por lo tanto, asumimos que el campo del Higgs es un doblete normalizado con componentes complejas tal que:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Como hemos discutido, elegimos los parámetros del potencial que nos aseguran un valor esperado del mínimo absoluto de energía no nulo y degenerado, es decir, $\lambda > 0$ y $\mu^2 < 0$. Así, encontraremos el mismo vacío, solo que ahora hay cuatro campos:

$$\sqrt{\phi_{1_0}^2 + \phi_{2_0}^2 + \phi_{3_0}^2 + \phi_{4_0}^2} = v$$

De las opciones que satisfacen esta igualdad, tomamos $\phi_{1_0} = \phi_{2_0} = \phi_{4_0} = 0$ y $\phi_{3_0} = v$ y, siguiendo el procedimiento que hemos utilizado en previas ocasiones, realizamos perturbaciones en torno a este mínimo para estudiar el Lagrangiano. Para ello, hacemos

el siguiente cambio de variable en los campos, que supone una traslación respecto a v :

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \quad (35)$$

Este es el valor del campo que hay que sustituir para calcular el Lagrangiano, del cual solamente necesitamos considerar la parte cinética para obtener la masa de los bosones. Se pueden separar los términos cinéticos según las contribuciones dadas por v y por h y según los valores que nos interesen calcular. Los términos de h nos darán la masa de esta partícula y sus autointeracciones. Otros términos proporcionales a v nos informarán sobre las masas de los bosones de gauge o serán constantes acompañadas de los parámetros del sistema como ocurría en casos anteriores. Además, si hacemos un cálculo conjunto obtendremos también las interacciones entre ambas. Vamos a centrarnos en primer lugar en encontrar las masas de los bosones de gauge, m_γ , m_Z y m_{W^\pm} , desarrollando el término cinético. En lo siguiente despreciamos el término ∂_μ en (11) ya que este solo nos introduce la cinética de los bosones y consideramos $h = 0$.

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - ig' \frac{1}{2} Y B_\mu \right) (0, v) \frac{1}{\sqrt{2}} \left(ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + ig' \frac{1}{2} Y B_\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{8} [g(\tau_1 W_1 - \tau_2 W_2 + \tau_3 W_3) + g' Y B_\mu] (0, v) [g(\tau_1 W_1 + \tau_2 W_2 + \tau_3 W_3) + g' Y B_\mu] \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{8} \left[g \left(\begin{pmatrix} 0 & W_1 \\ W_1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & W_2 \\ -iW_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_3 & 0 \\ 0 & -W_3 \end{pmatrix} \right) + g' \begin{pmatrix} Y B_\mu & 0 \\ 0 & Y B_\mu \end{pmatrix} \right] (0, v) \\ &\quad \left[g \left(\begin{pmatrix} 0 & W_1 \\ W_1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -W_2 \\ iW_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_3 & 0 \\ 0 & -W_3 \end{pmatrix} \right) + g' \begin{pmatrix} Y B_\mu & 0 \\ 0 & Y B_\mu \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} gW_3 + g'Y B_\mu & g(W_1 + iW_2) \\ g(W_1 - iW_2) & -g'W_3 + g'Y B_\mu \end{pmatrix} (0, v) \begin{pmatrix} gW_3 + g'Y B_\mu & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 + g'Y B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{8} (g(W_1 + iW_2), -gW_3 + g'Y B_\mu) \begin{pmatrix} g(W_1 - iW_2) \\ -gW_3 + g'Y B_\mu \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{8} [g^2(W_1^2 + W_2^2) + (-gW_3 + g'Y B_\mu)^2] \end{aligned} \quad (36)$$

Si establecemos la relación entre estos bosones y los bosones de gauge físicos reales del ME, es sencillo obtener las masas buscadas. Por un lado:

$$g^2(W_1^2 + W_2^2) = g^2(W^{+2} + W^{-2}) \quad (37)$$

y por otro,

$$(-gW_3 + g'Y B_\mu)^2 = (g^2 + g'^2)Z_\mu^2 + 0 \cdot A_\mu^2 \quad (38)$$

A partir de estas igualdades, las masas quedan:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m_{W^+}^2 &= \frac{1}{2}m_{W^-}^2 = \frac{1}{8}v^2g^2 \Rightarrow m_{W^+} = m_{W^-} = \frac{1}{2}vg \\ \frac{1}{2}m_Z^2 &= \frac{1}{8}v^2(g^2 + g'^2) \Rightarrow m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{(g^2 + g'^2)}\end{aligned}\tag{39}$$

y el coeficiente del campo A_μ es nulo por lo que el fotón no adquiere masa con este mecanismo. Al hacer actuar los generadores τ_i (matrices de Pauli) y la hipercarga Y (matriz identidad por ser $Y=1$) sobre el vacío ϕ_0 en cada uno de los cuatro campos W_1, W_2, W_3 y B_μ encontramos que el resultado es distinto de 0 en todos los casos, por lo que se rompen las 4 simetrías asociadas a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$. Debemos notar no obstante que la simetría $U(1)_{EM}$ del campo electromagnético, cuyo generador es el asociado a la carga Q , no se rompe. Este hecho tiene como consecuencia que el número total de bosones de Goldstone que aparecerán serán $4 - 1 = 3$ y es por ello que en realidad 3 de los bosones vectoriales tendrán masa, mientras que uno de ellos, el fotón, tendrá masa nula.

Hemos probado que el mecanismo de Higgs es capaz de dar masa a los bosones del ME. Vamos a ver que a través de este mecanismo también podemos obtener las masas de los fermiones.

6.2. Masas de los fermiones

El otro gran grupo de partículas del ME son los fermiones, que a su vez se subdividen en quarks y leptones. Todas estas son partículas masivas y por lo tanto interactúan con el Higgs para adquirir su masa mediante el mecanismo descrito previamente. Al seguir hablando del ME, el grupo de simetría con el que voy a trabajar en este apartado sigue siendo el de la teoría electrodébil, $SU(2) \otimes U(1)$.

De la forma que hemos explicado la teoría electrodébil en la sección 3 hemos visto [3] que no se pueden considerar términos de masa en el Lagrangiano con el fin de que se conserve la simetría gauge. Por consiguiente, el modelo no predice masas para los fermiones y es por ello que decimos que el ME inicial está incompleto. Sin embargo, esta restricción cambia al incluir el campo escalar del Higgs (34). Si añadimos al Lagrangiano un nuevo sumando de la forma [2]:

$$\mathcal{L}_f = -\lambda_f [\bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \bar{\phi} \psi_L]\tag{40}$$

se preserva la simetría bajo transformaciones del grupo estudiado. Los subíndices R y L hacen referencia a la propiedad de quiralidad que presentan los fermiones; y las barras sobre los campos indican que se trata de la antipartícula. En general, ψ podrá ser un quark o un leptón, teniendo en cuenta la correspondencia de L con dobletes de $SU(2)$ y

R con singletes de U(1). El parámetro λ_f asociado a cada familia fermiónica, se conoce como constante de acoplamiento de Yukawa.

Como ejemplo sencillo vamos a estudiar el caso del electrón. El resultado será extensible al resto de leptones y a los quarks. Como los campos *left-handed* son dobletes, las componentes serán el electrón con su correspondiente neutrino, mientras que los campos *right-handed* solamente incluyen al primero. Además de ver cuánto debe valer la masa del fermión, al hacer los cálculos veremos las interacciones entre el Higgs y el electrón. Desarrollamos el nuevo término del Lagrangiano:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_e &= -\lambda_e \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\bar{\nu}, \bar{e})_L \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (0, v+h) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right] \\
&= -\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} (v+h) [\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L] \\
&= -\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} (v+h) \bar{e}e \\
&= -\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \bar{e}e - \frac{\lambda_e h}{\sqrt{2}} \bar{e}e
\end{aligned} \tag{41}$$

Por un lado, el primer término da cuenta de la masa del electrón, $m_e = \frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}}$, que no está completamente determinada debido a que la constante de Yukawa es un parámetro libre. Lo mismo ocurre con el segundo término que indica la magnitud del acoplo entre la partícula del Higgs y el fermión que viene dado por $\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}}$. Vemos que existe una relación entre los parámetros tal que si sabemos la masa del electrón, y a su vez conocemos λ_e , podemos fijar v , que habíamos visto que nos dependía de los factores λ y μ del potencial.

De forma similar se pueden obtener las masas de todos los leptones: e , μ y τ . Para dotar de masa a los quarks se puede ampliar el mecanismo descrito anteriormente introduciendo el Lagrangiano correspondiente. Sin embargo, los neutrinos no adquieren masa con este modelo, que predice una masa nula; contrario a lo que se ha comprobado experimentalmente. En este caso necesitamos un mecanismo diferente que se denomina *seesaw model*, el cual no trataremos en este trabajo.

7. El Higgs y la superconductividad

Finalmente, voy a exponer cómo se relacionan las ideas vistas a lo largo de este trabajo sobre QED y el mecanismo de Higgs con el fenómeno de la superconductividad que se observa en algunos materiales a bajas temperaturas [4].

Para que un material se considere superconductor debe cumplir tres condiciones: no presentar resistencia al paso de la corriente ($\rho=0$), excluir el flujo magnético de su interior de manera que las líneas de campo no penetren (efecto Meissner) y tener un

gap de energías prohibidas consecuencia de la redistribución de estados al pasar de fase conductora a superconductora. El efecto Meissner no es una simple consecuencia de la resistividad nula, ya que esto implicaría solamente que el campo en el interior debe ser constante pero no necesariamente $\vec{B}=0$. En el superconductor los electrones forman estados ligados, emparejándose como pares de Cooper (bosones), que por debajo de una temperatura crítica condensan en el estado fundamental [5].

Partiendo del Lagrangiano escalar de QED podemos obtener la corriente de superconductividad en aproximación clásica, el efecto Meissner y la anulación de la resistividad, que es la inversa de la conductividad. La no resistencia al paso de la corriente es lo que se conoce como superconductividad. En primer lugar, vamos a ver el comportamiento del campo A . Planteamos el Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi^+)(D^\mu \phi) + \frac{\mu^2}{2} \phi^+ \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^+ \phi)^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (42)$$

donde D_μ es la derivada covariante definida en (4) y $F^{\mu\nu}$ es el tensor electromagnético introducido tras la ecuación (7).

Para el desarrollo de los cálculos tenemos que fijar restricciones que se adapten a las condiciones del sistema, por lo que vamos a considerar además el gauge $\partial^0 \phi = \partial^0 \vec{A} = 0$ y $A_0 = 0$.

Vamos a comenzar obteniendo la ecuación de movimiento para \vec{A} con las condiciones dadas. Estas ecuaciones se obtienen a partir de las de Euler-Lagrange,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} - \partial_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\sigma A_\rho)} = 0 \quad (43)$$

Para poder calcular correctamente las derivadas debemos desarrollar las derivadas covariantes del Lagrangiano (42), de forma que nos quede escrito en función de A :

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi^+)(D^\mu \phi) &= [(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi^+][(\partial^\mu + ieA^\mu)\phi] \\ &= (\partial_\mu \phi^+ - ieA_\mu \phi^+)(\partial^\mu \phi + ieA^\mu \phi) \\ &= (\partial_\mu \phi^+)(\partial^\mu \phi) + ie(\partial_\mu \phi^+)A^\mu \phi - ie\phi^+ A_\mu(\partial^\mu \phi) + e^2 A_\mu A^\mu (\phi^+ \phi) \end{aligned} \quad (44)$$

Así,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\rho} &= ie(\partial_\mu \phi^+) \frac{\partial A^\mu}{\partial A_\rho} \phi - ie\phi^+ \frac{\partial A_\mu}{\partial A_\rho} (\partial^\mu \phi) + e^2 \frac{\partial (A_\mu A^\mu)}{\partial A_\rho} (\phi^+ \phi) \\ &= ie(\partial_\mu \phi^+) \eta^{\mu\rho} \phi - ie\phi^+ \delta_{\mu\rho} (\partial^\mu \phi) + e^2 2A^\rho (\phi^+ \phi) \\ &= ie(\partial^\rho \phi^+) \phi - ie\phi^+ (\partial^\rho \phi) + 2e^2 A^\rho (\phi^+ \phi) \end{aligned} \quad (45)$$

y ya tenemos la primera derivada de la ecuación de Euler-Lagrange. Para la segunda, basta con centrarse en el término $-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ del Lagrangiano, que es el único que

contribuye al cálculo:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} &= -\frac{1}{4}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \\
&= -\frac{1}{4}[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu) - (\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu) - (\partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu) + (\partial^\nu A^\mu)(\partial_\nu A_\mu)] \\
&= -\frac{1}{2}[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu) - (\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)]
\end{aligned} \tag{46}$$

Entonces la segunda derivada queda:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} &= -\frac{1}{2}\frac{\partial[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu)]}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} + \frac{1}{2}\frac{\partial[(\partial^\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)]}{\partial(\partial_\sigma A_\rho)} \\
&= -\frac{1}{2} \cdot 2(\partial^\sigma A^\rho) + \frac{1}{2} \cdot 2(\partial^\rho A^\sigma) = -\partial^\sigma A^\rho + \partial^\rho A^\sigma = -F^{\sigma\rho}
\end{aligned} \tag{47}$$

Sustituyendo estos resultados en la ecuación (43) tenemos:

$$ie(\partial^\rho\phi^+)\phi - ie\phi^+(\partial^\rho\phi) + 2e^2A^\rho(\phi^+\phi) + \partial_\sigma F^{\sigma\rho} = 0 \tag{48}$$

Para resolver la ecuación que hemos obtenido, vamos a separar los términos correspondientes a la parte espacial y a la temporal.

Primeramente analizamos la parte temporal que es la correspondiente a $\rho = 0$:

$$\begin{aligned}
ie(\partial^0\phi^+)\phi - ie\phi^+(\partial^0\phi) + 2e^2A^0(\phi^+\phi) + \partial_\sigma F^{\sigma 0} &= 0 \\
\partial_\sigma F^{\sigma 0} = 0 \Rightarrow \partial_\sigma(\partial^\sigma A^0 - \partial^0 A^\sigma) = 0 \Rightarrow F^{\sigma 0} = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}
\end{aligned} \tag{49}$$

En ambas líneas se han cancelado varios términos cumpliendo con el gauge fijado inicialmente.

Continuamos desarrollando la parte espacial con $\rho = j = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned}
ie(\partial^j\phi^+)\phi - ie\phi^+(\partial^j\phi) + 2e^2A^j(\phi^+\phi) + \partial_\sigma F^{\sigma j} &= 0 \\
F^{\sigma 0} = 0 \Rightarrow -F^{0\sigma} = 0 \Rightarrow F^{0j} = 0 \Rightarrow \partial_0 F^{0j} = 0 \Rightarrow \partial_\sigma F^{\sigma j} = \partial_i F^{ij}
\end{aligned} \tag{50}$$

Juntando ambos resultados y recordando la definición del tensor electromagnético $F_{\mu\nu}$ sabemos que se cumple la relación:

$$\partial_i F^{ij} = (\vec{\nabla} \times \vec{B})^j$$

De esta forma la ecuación (48) queda de la siguiente manera:

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B})^j = -ie(\partial^j\phi^+)\phi + ie\phi^+(\partial^j\phi) - 2e^2A^j(\phi^+\phi) \tag{51}$$

Aplicando la ecuación inhomogénea de Maxwell

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B})^j = \frac{1}{c} J^j$$

y eligiendo por convenio $c = 1$ para simplificar la notación, definimos la corriente como:

$$\begin{aligned} \vec{J} &= -ie \left[\phi^+ (\vec{\nabla} - ie\vec{A}) \phi - \phi (\vec{\nabla} + ie\vec{A}) \phi^+ \right] \\ &= -ie \left[\phi^+ (\vec{\nabla} \phi) - ie\phi^+ \vec{A} \phi - (\vec{\nabla} \phi^+) \phi - ie\phi^+ \vec{A} \phi \right] \\ &= -ie \left[\phi^+ (\vec{\nabla} \phi) - (\vec{\nabla} \phi^+) \phi - 2ie\phi^+ \vec{A} \phi \right] \\ &= -ie \left[\phi^+ (\vec{\nabla} \phi) - (\vec{\nabla} \phi^+) \phi \right] - 2e^2 \phi^+ \vec{A} \phi \end{aligned} \quad (52)$$

Finalmente, como $\partial_i \equiv \vec{\nabla}_i$, $\partial^j = \eta^{ij} \partial_i \equiv -\vec{\nabla}^j$, vemos que se cumple

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B})^j = J^j \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} \quad (53)$$

donde \vec{J} es la corriente de superconductividad. Esta ecuación conforma la ecuación de movimiento para \vec{A} .

A continuación, vamos a particularizar la expresión obtenida de la corriente al caso de un superconductor. Para ello, se puede demostrar que la ruptura espontánea de la simetría o de la invariancia gauge (por la formación del condensado de pares de Cooper) da lugar al efecto Meissner. Si tomamos que el campo en el vacío es de la forma $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} v = \sqrt{\frac{\mu^2}{2\lambda}}$, dependiente de los parámetros μ y λ igual a la que hemos visto en diversas secciones de esta memoria, la corriente que surge de esta condición es

$$\vec{J} = -e^2 v^2 \vec{A} \quad (54)$$

y constituye la llamada corriente de superconductividad. Para obtener el efecto Meissner aplicamos el operador rotacional sobre (53) y tenemos en cuenta la definición $\vec{\nabla} \times \vec{A} \equiv \vec{B}$. Obtenemos que:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \vec{\nabla} \times \vec{J} \Rightarrow -\nabla^2 \vec{B} = -e^2 v^2 \vec{\nabla} \times \vec{A} \\ &\Rightarrow \nabla^2 \vec{B} = e^2 v^2 \vec{B} \end{aligned} \quad (55)$$

Esta última expresión es la que describe el efecto Meissner de los superconductores.

Por último, nos falta por ver cómo la ruptura espontánea de la simetría anterior da lugar a resistividad nula o, lo que es lo mismo, conductividad infinita. En (49) hemos visto que $\partial^{\sigma 0} = 0$, lo cual implica que el campo $\vec{E} = 0$. Además, $\vec{E} = \rho \vec{J}$ y como la corriente no se anula si $\vec{A} \neq \vec{0}$, según (54), tendremos que la resistividad vale

$$\rho = \frac{E}{J} = 0$$

Por tanto, en la ruptura espontánea de la simetría, tenemos que la resistividad es nula. Así hemos llegado finalmente a la definición de superconductividad.

8. Conclusiones

Hemos visto que la incorporación del mecanismo de Higgs y la partícula del Higgs son fundamentales para poder generar las masas de las partículas elementales y hacer corresponder la teoría del Modelo Estándar con los resultados experimentales. En este trabajo hemos tratado las ideas básicas detrás de la existencia del Higgs sin profundizar demasiado en la teoría cuántica de campos y a partir de casos sencillos que muestran un valor esperado en el vacío no nulo, consecuencia directa de la ruptura espontánea de la simetría. El valor de las masas de las partículas dependerá de la magnitud de su interacción con el campo de Higgs. Por este motivo consideramos que este hecho resuelve uno de los problemas fundamentales del modelo, la generación de las masas. No obstante, esto no resuelve todas las cuestiones del Modelo Estándar original. Por un lado, los neutrinos no adquieren masa con este mecanismo y, por otro, siguen sin obtenerse candidatos a materia y energía oscuras, así como siguen sin explicarse otros fenómenos de la naturaleza relacionados con la física de partículas. A pesar de ello, el mecanismo de Higgs supone un gran éxito en el desarrollo de esta rama de la física.

A partir del planteamiento de ejercicios simples hemos visto cuál es la forma asociada al potencial del Higgs y los motivos por los que se deben descartar otras expresiones. También hemos construido el Lagrangiano final correspondiente a la teoría QED y, posteriormente, a la teoría electrodébil del ME, entendiendo el significado de los grupos de simetrías y su importancia en la física.

Como cierre de este trabajo se ha planteado además la relación de lo estudiado con un caso práctico estrechamente ligado al fenómeno de la ruptura espontánea de la simetría y que necesita de ésta para su comprensión y explicación, la superconductividad.

En conclusión, este trabajo ha supuesto una revisión de algunos puntos relacionados con la teoría de campos que se ven superficialmente durante el grado, así como una profundización en los contenidos más importantes de este tema. Entre ellos cabe destacar: el análisis de Lagrangianos; la derivación de las reglas de Feynman y la realización de diagramas de Feynman a partir de los mismos; la comprensión de la importancia de las simetrías en la física de partículas; y la relación de estos nuevos conceptos aprendidos con temática de otras áreas de conocimiento estudiadas durante el grado como la superconductividad. Por otra parte, he aprendido a revisar y comparar diversas fuentes para la elaboración de la memoria, familiarizándome con las distintas notaciones utilizadas por diferentes autores, comprobando los resultados presentados ya sea analíticamente como mediante el uso de programas informáticos como *Mathematica* con el fin de interiorizar los contenidos y asegurar su comprensión.

Referencias

- [1] Antonio Pich Zardoya. IFIC, University of Valencia – CSIC. The Standard Model of Electroweak Interactions, 2012.
- [2] Ivo van Vulpen. The Standard Model Higgs Boson, 2013.
- [3] José Ignacio Illana. El modelo estándar y su fenomenología Parte 1: La teoría electrodébil y herramientas de cálculo, 2007.
- [4] Miguel Á. Vázquez-Mozo. “De la Superconductividad al bosón de Higgs”, INVESTIGACIÓN Y CIENCIA, julio 2014.
- [5] Apuntes de clase del curso del Grado en Física “Estado Sólido II”.
- [6] Notas para un curso introductorio al Modelo Estándar, Siannah Peñaranda.