

Abstract

Roskilde University

Department of Science and Environment, INM

P.O. Box 260, DK - 4000 Roskilde

Tel: 4674 2263 Fax: 4674 3020



Teori-praksis-problematikken i matematiklæreruddannelsen – belyst gennem lektionsstudier

Af: Kaj Østergaard

IMFUFA tekst nr. 501/ 2016

- 322 pages -

ISSN: 0106-6242

Denne afhandling undersøger teori-praksis-problematikken i den danske matematiklæreruddannelse til grundskolen gennem brugen af lektionsstudier (lesson study). Der er specielt fokus på, hvordan lærerstuderende og lærere kan lære *i* og *fra* praksis.

I første del opstilles en model til beskrivelse og analyse af matematiklærerfaglighed. Modellen bygger på de to centrale begreber prakseologier og didaktisk transposition fra Antropologisk Teori om det Didaktiske (ATD) (Chevallard, 1999).

Herefter præsenteres data fra to empiriske studier. I det første undersøges danske matematiklærerstuderendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger i deres uddannelse gennem en interviewundersøgelse. På dette grundlag formuleres et projekt, hvor lærere og lærerstuderende i fællesskab gennemfører lektionsstudier. I det andet studie undersøges det, hvordan lektionsstudier kan bidrage til at udvikle de studerendes faglighed som matematiklærere i en dansk kontekst.

Konklusionen er, at lektionsstudier i matematiklæreruddannelsen i høj grad kan bidrage til udvikling af såvel studerendes som læreres faglighed. Specielt er formatet velegnet til at skabe sammenhæng mellem den matematiske og den fagdidaktiske teori i læreruddannelsen og praksis i skolen. Samarbejdet mellem lærere og studerende om at udvikle matematikundervisningen har samtidig vist sig særdeles frugtbart. Især har 'konfrontationen' af de studerendes overvejende teoretiske viden med lærernes overvejende praksis viden vist sig at være særdeles lærerig for begge grupper.

ATD-modellen er samtidig et selvstændigt resultat af det teoretiske arbejde. Modellen anvendes både som teoretisk forankring af det empiriske studie, som analytisk værktøj og som normativt redskab i forhold til at formulere anbefalinger til matematiklæreruddannelsen. I alle tre sammenhænge har modellen vist sig som et konstruktivt redskab. Det helt særlige og 'nye' ved modellen er, at den indfanger den samlede kompleksitet i matematiklæreruddannelse i én model, samtidig med at den giver mulighed for at adskille og forklare de forskellige centrale aspekter ved teori-praksis-problematikken.

Resume

This dissertation investigates the theory-practice problem in Danish mathematics teacher education by use of lesson study. It has a specific focus on how teachers and student teachers can learn *in* and *from* practice.

The dissertation asks two questions:

1. How do Danish mathematics teacher students experience theory-practice problems in their education?
2. How can lesson study contribute to develop student teachers' mathematics teacher knowledge in a Danish teacher education context?

After the first introductory chapter, the research questions are placed in the research field based on an analysis of international and national experiences with practice learning in mathematics teacher education. The analysis is mainly based on the 15th ICMI study (Even & Ball, 2009).

The predominant theoretical framework, Anthropological Theory of Didactics (ATD) (Chevallard, 1999 & Chevallard, 2012), is introduced in chapter 3. Two pivotal concepts, praxeology and didactical transposition, are combined in a model to describe mathematics teacher knowledge. In the rest of the dissertation, the model is used in three different contexts. Firstly, as a theoretical basis of the empirical study that is to design and develop the project and the related interview guides. Secondly, as an analytic tool to analyse the empirical data. Thirdly, as a normative tool to formulate recommendations for mathematics teacher education.

Chapter 4 is a presentation and analysis of the lesson study format with a special regard to the applications in mathematics teacher education. Lesson study is a Japanese tool, where a group of student teachers and/or teachers prepares, conducts and evaluates one single lesson as a 'practice answer' to an overall didactical problem. The main purpose of lesson study is to improve student teachers and teachers' teacher knowledge and to develop teaching in general.

The Ph.D. project consists of two studies designed to answer research question 1 and 2 respectively. The first study is an interview study with five student teachers in mathematics. The students have participated in two lesson study projects as a part of their teacher education. The study shows – among other things – that the student teachers have difficulties explaining the mathematical and didactical theories they have been working with in the theoretical education because they cannot connect their knowledge to practice in schools. At the same time, they say that what they learn from practicum is disconnected from the knowledge they achieve from the theoretical education. The supervision dialogue with the teachers in connection to the practicum does not help them to connect the two different kinds of knowledge.

The second study is designed on the basis of the results from the first study. The focus is on 1) creating coherence between the theoretical education and practice in schools and 2) developing the dialogue between teachers and student teachers. In this study, teachers and student teachers conduct lesson study together and the project is prepared in close connection to the math education at the university college. The empirical data from the study consist of lesson plans and video recordings of two completions of the eight study lessons, sound recordings of interviews with eight student teachers and eight teachers and eight articles written by the student teachers in the project.

The second study is analysed from two different approaches. In chapter 7 the lesson plans and video recordings of the study lessons are compared. The focus is on the student teachers and teachers' intention of the lesson compared to what actually happened. The student teachers' and the teachers' experiences of their own learning by participating in the lesson study are examined in chapter 8 by analysing the interviews and the articles. The analysis shows that both teachers and student teachers are very positive about their learning outcome from the lesson study and from the collaboration with the other group. Both groups describe the collaborators' knowledge and experiences as productive for their own learning. Furthermore, they are all very positive about implementing lesson study in the future both in teacher education and as a tool for developing math education in schools.

The ATD-model is in itself a contribution to research because it captures the complexity of teacher education with respect to the theory-practice relations in one model. Throughout the study, the model has shown a great explanatory force in describing and analysing the teachers' and student teachers' opportunities to acquire mathematical teacher knowledge. The model has its particular strength in identifying and characterizing the different types of theory-practice problems involved in mathematics teacher education.

Forord

Denne afhandling er et af resultaterne af fire års arbejde. Forud for dette var gået 2½ år med at designe projektet og skrive ansøgning om stipendium i forskellige sammenhænge, efter at jeg i vinteren 2009/2010 havde de første indledende samtaler med Carl Winsløw om at formulere et ph.d.-projekt om brugen af lektionsstudier i forbindelse med læreruddannelsen. I denne fase var Carl en helt uvurderlig hjælp som inspirator og medforfatter på ansøgninger – tusind tak for det.

Efter et par ansøgninger, som ikke blev imødekommet, opstod i foråret 2012 en mulighed for, at projektet kunne finansieres i et samarbejde mellem VIA og RUC. Jeg skylder i den sammenhæng min daværende leder, Else Skibsted, en stor tak for opbakning og tillid. Else var den afgørende forskel, som betød, at VIA i foråret 2012 besluttede at bevilge halvdelen af finansieringen af mit projekt, således at projektet kunne gennemføres.

I august 2012 begyndte jeg så som ph.d.-studerende ved Roskilde Universitet med Morten Blomhøj som vejleder. Vejledning, samtaler og samarbejdet med Morten har gennem hele forløbet været særdeles inspirerende, lærerigt og i det hele taget en helt uvurderlig hjælp. Tusind tak, Morten – jeg håber, at vi også i fremtiden finder anledninger til samarbejde i nye sammenhænge.

Empirien i projektet stammer fra to lektionsstudieprojekter med deltagelse af lærerstuderende på hold 12.32 på Læreruddannelsen i Aarhus samt 20 lærere fra fem folkeskoler i Aarhus Kommune. Tak til alle deltagerne i projektet, og en speciel tak til interviewpersonerne, som beredvilligt stillede sig til rådighed. Også en stor tak til min kollega, Arne Mogensen, som jeg har arbejdet sammen med om lektionsstudieprojektet med lærere og lærerstuderende samt undervisningen af hold 12.32.

I forbindelse med studiet har jeg to gange besøgt Japan. I den forbindelse skylder jeg en stor tak til Hiroyuki Kuno og Takeshi Miyakawa fra henholdsvis Nagoya University og Joetsu University of Education, som har arrangeret besøg på skoler og universiteter, formidlet kontakt til relevante forskere og sørget for alle de praktiske forhold under besøgene.

Til slut vil jeg benytte lejligheden til at takke min kone, Hanne. Din opbakning og støtte i det daglige arbejde har gennem hele processen været af uvurderlig betydning. Tusind tak for det.

Åbyhøj d. 14/4 2016

Kaj Østergaard

Indhold

Abstract	2
Resume	3
Forord	5
Indhold.....	6
1. Indledning.....	10
1.1 Motivering af problemstillingen.....	11
1.1.1 Lektionsstudier i Danmark.....	11
1.1.2 Teori-praksis-problemstillingen.....	13
1.2 Forskningsspørgsmål.....	15
1.3 Læsevejledning.....	15
1.4 Metode.....	16
1.4.1 Udvalget af studerende og lærere og metodernes validitet.....	19
1.4.2 Semistrukturerede livsverdensinterview	20
1.4.3 Etske aspekter ved interviewundersøgelsen.....	21
1.4.4 Transskribering og kodning med NVivo.....	23
1.4.5 Videoptagelser.....	23
1.4.6 Transskribering af videoptagelser	23
1.4.7 Om min rolle som forsker og underviser.....	24
1.4.8 Afsluttende bemærkninger	24
2. Teori og praksis i matematiklæreruddannelse.....	26
2.1 Matematiklæreruddannelse	27
2.1.1 Matematikfaglig viden.....	27
2.1.2 Fagdidaktisk viden	28
2.1.3 Pædagogisk viden	30
2.1.4 Matematiklærerviden.....	30
2.2 Praktik	30
2.3 Subjektive faktorer	32
2.4 Teori-praksis-problemstillinger.....	33
2.5 Lærerstuderendes læring i praksis.....	34
2.6 Matematiklæreruddannelse i Danmark	35
2.7 Om dette projekt.....	36

3.	En model til beskrivelse af matematiklærerfaglighed	37
3.1	Didaktisk transposition	38
3.2	Prakseologier	39
3.3	Opstilling af modellen	42
3.4	Eksempel: Addition af rationale tal	47
4.	Lektionsstudier	52
4.1	Oprindelse og udbredelse	52
4.2	Strukturen i lektionsstudier	54
4.2.1	Overordnet fagdidaktisk problemstilling	57
4.2.2	Forberedelse af studielektionen	58
4.2.3	Første gennemførelse af studielektionen	60
4.2.4	Evalueringsmøde	61
4.2.5	Anden gennemførelse og evalueringsmøde	63
4.2.6	Deling af resultaterne	63
4.3	Lektionsplanen	64
4.4	Lektionsstudier i læreruddannelsen	64
4.5	Lektionsstudier i forbindelse med praktik eller den teoretiske undervisning	67
5.	Første studie: De studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillingen	69
5.1	Undersøgelsens formål	69
5.2	Baggrund	70
5.3	Interviewguidens struktur	71
5.4	Interviewguide	72
5.5	Brug af citater	76
5.6	Resultater af interviewundersøgelsen	77
5.6.1	Læring i matematikundervisningen, praktikken og praktikvejledningen	78
5.6.2	Læring af videnskabelig teori	95
5.6.3	Fælles Måls betydning i matematikundervisningen og praktikken	107
5.6.4	Teoretisk og praktisk matematik i den teoretiske undervisning og i praktikken	112
5.6.5	Sammenhængen mellem de pædagogiske fag og matematik	115
5.6.6	De studerendes oplevelse af læring ved arbejdet med lektionsstudier	117
5.7	ATD-modellens forklaringskraft	129
5.8	Opsamling	130
6.	Andet studie: Lektionsstudier med lærere og lærerstuderende	131

6.1 Baggrund for projektet	131
6.2 Formål	132
6.3 Empiri og analyse.....	132
6.4 Gennemførelsen af projektet	133
6.5 Trigonometri i skolen	136
7. Lærerfaglighed gennem lektionsstudier – de otte studiektioner.....	138
7.1 Bavnehøjskolen 1	140
7.1.1 Beskrivelse af lektionen.....	140
7.1.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	143
7.1.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	146
7.2 Skåde Skole 1	148
7.2.1 Beskrivelse af lektionen.....	148
7.2.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	154
7.2.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	158
7.3 Skåde Skole 2	160
7.3.1 Beskrivelse af lektionen.....	160
7.3.2 Anden gennemførelse	163
7.3.3 Analyse – matematisk prakseologi.....	165
7.3.4 Analyse – didaktisk prakseologi.....	166
7.4 Virupskolen	169
7.4.1 Beskrivelse af lektionen.....	169
7.4.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	170
7.4.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	173
7.5 Bavnehøjskolen 2	175
7.5.1 Beskrivelse af lektionen.....	175
7.5.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	179
7.5.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	180
7.6 Kragelundskolen.....	181
7.6.1 Beskrivelse af lektionen.....	181
7.6.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	184
7.6.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	185
7.7 Holme Skole 1	186
7.7.1 Beskrivelse af lektionen.....	186
7.7.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	187

7.7.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	190
7.8 Holme Skole 2	191
7.8.1 Beskrivelse af lektionen.....	191
7.8.2 Analyse – matematisk prakseologi.....	193
7.8.3 Analyse – didaktisk prakseologi.....	194
7.9 Konklusion	194
7.10 Afsluttende bemærkninger	198
8. Lærerfaglighed gennem lektionsstudier – deltagernes oplevelse af egen læring.....	199
8.1 Interviewundersøgelsen.....	199
8.2 Interviewguidens struktur.....	201
8.3 Interviewguide.....	202
8.4 Resultater af undersøgelsen.....	207
8.4.1. Deltagernes oplevelse af det lærerfaglige udbytte	208
8.4.2. Den kollegiale samtale.....	246
8.4.3 Det matematikfaglige udgangspunkt	270
8.4.4. Udvikling af skolens matematikundervisning.....	276
8.4.5 Teori og praksis i læreruddannelsen	282
9. Konklusioner og anbefalinger	290
9.1 Konklusioner	290
9.2 Anbefalinger til matematiklæreruddannelsen	297
9.3 Perspektivering.....	299
10. Litteratur.....	301
Bilag	310

1. Indledning

Afsnittet indledes med en motivering af projektets to hovedproblemstillinger og formulering af forskningsspørgsmål. Herefter følger en læsevejledning, hvor de enkelte afsnit præsenteres og bindes sammen. Til sidst præsenteres og motiveres den valgte metode og den indsamlede empiri.

For snart ti år siden hørte jeg første gang om begrebet *lesson study* (herefter lektionsstudier). Jeg blev umiddelbart fascineret af ideen om at udvikle matematikundervisning gennem praksis med udgangspunkt i problemstillinger, som lærere oplever i deres daglige praksis. Efter ti år som lærer i skolen var tanken umiddelbart både oplagt og indlysende. Kort efter blev jeg regional centerleder af Nationalt Videncenter for Matematikdidaktik (NAVIMAT), hvilket gav mig mulighed for at iværksætte to projekter, hvor lektionsstudier var den bærende arbejdsmetode – begge med særdeles positive erfaringer.

Samtidig havde jeg min daglige gang som matematikunderviser på læreruddannelsen. Her har jeg gennem ti år oplevet, at en af de mest grundlæggende problemstillinger har været at skabe sammenhæng mellem matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praktikken i skolen. Problemstillingen har især udmøntet sig på to måder. For det første giver nogle studerende – både i den daglige undervisning og i større undersøgelser – udtryk for, at de ikke kan forbinde den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen med de erfaringer, de får i praktikken. I de mest grelle tilfælde siger de, at den viden, de præsenteres for i den teoretiske undervisning, er stort set ligegyldig og ikke kan bruges til noget i den 'virkelige verden' – praksis i skolen. I andre tilfælde siger de, at den viden, de tilegner sig i henholdsvis den teoretiske undervisning og i praktikken, er to adskilte elementer, som hverken kan eller skal forenes eller konfronteres med hinanden. For det andet har det været en tilbagevendende udfordring at inddrage de studerendes erfaringer fra praktikken i den teoretiske undervisning. Praktikken forberedes på læreruddannelsen, inden de studerende skal i praktik, og efterbehandles, når de kommer tilbage. Praksis behandles således før og efter, men ikke undervejs. I disse sammenhænge er det ofte svært for de studerende at indføre og inddrage deres medstuderende i de konkrete problemstillinger, som de har oplevet og arbejdet med i praktikken, hvilket gør det vanskeligt for dem at engagere sig i hinandens problemstillinger. Når et hold lærerstuderende skal behandle problemstillinger fra en praktikperiode, er såvel de didaktiske som de matematikfaglige problemstillinger oftest meget forskelligartede og afhængige af de konkrete elever og sammenhænge. For eksempel kan en gruppe arbejde med geometri i en 4. klasse med mange tosprogede elever, mens en anden gruppe arbejder med sandsynlighedsregning i en 8. klasse, hvor de bruger digitale hjælpemidler. Både ved behandlingen før og efter praktikken og ved eventuelle midtvejsmøder er det svært at arbejde med så forskelligartede problemstillinger på en måde, så den teoretiske viden forbindes til praksis. Problemstillingen gælder 'begge veje': Det er vanskeligt at arbejde med et fælles teoretisk indhold ved forberedelsen af praktikken, som alle

studerende kan finde anvendeligt og relevant i deres praksis, og det er vanskeligt at foretage en samlet efterbehandling af erfaringerne fra praktikken med inddragelse af teoretiske værktøjer.

De to ovenstående erfaringer fra henholdsvis lektionsstudier og læreruddannelsens matematikundervisning udviklede sig efterhånden til en ide om et 'tredje læringsrum', hvor lærerstuderende ved at deltage i lektionsstudier i højere grad får mulighed for at opleve sammenhæng mellem teori og praksis i deres uddannelse. Det er den grundlæggende ide bag dette projekt.

1.1 Motivering af problemstillingen

I det følgende motiveres valget af de to hovedproblemstillinger i projektet. Det første behandler potentialet ved lektionsstudier som udviklingsmetode i læreruddannelsen og som forskningsmetode. Det andet behandler teori-praksis-problemstillingen i læreruddannelsen.

1.1.1 Lektionsstudier i Danmark

Mit udgangspunkt for at formulere dette projekt var således en umiddelbar fascination af lektionsstudier, samt et ønske om at undersøge formatets potentiale i forhold til at indgå som et element i dansk matematiklæreruddannelse. Siden jeg første gang hørte om lektionsstudier, har formatet langsomt vokset sig større og større, således at det nu er et velkendt begreb blandt læreruddannere og forskere i Danmark og i nogen grad også blandt matematiklærere. Fra sin oprindelse i Japan er lektionsstudier blevet udbredt, først mange steder i USA og siden også flere steder i Europa. Antallet af publikationer om lektionsstudier er stærkt stigende, for eksempel (Hart, Alston & Murata, 2011) på Springer. På internationale konferencer, som for eksempel ICME og CERME, er der nu hver gang flere bidrag, som omhandler projekter med lektionsstudier. Formatet har desuden sin egen internationale sammenslutning, *World Association of Lesson Studies*, med en årlig konference¹ samt et forskningstidsskrift, *The international Journal for Lesson and Learning Studies*. Den internationale udbredelse (uden for Japan) blev igangsat med udgivelsen af *The Teaching Gap* (Stigler & Hiebert, 1999) efter TIMSS² videostudie i 1995 og er senere blevet drevet af især det store fokus på udvikling i og af praksis. I Norge er der flere steder, blandt andet i Bergen, Stavanger og Oslo, igangværende forsøg med brug af lektionsstudier, og i Sverige er især en variant, som kaldes *learning studies*, meget udbredt. Også i Danmark er der mange indikationer på, at lektionsstudier er et voksende fænomen:

- På flere læreruddannelsesinstitutioner, blandt andet VIA, UCC og Metropol, er der igangværende forsøg med brug af lektionsstudier i læreruddannelsen.

¹ I 2013 blev konferencen afholdt i Gøteborg, for første gang uden for Asien.

² Third International Mathematics and Science Study.

- En række publikationer behandler lektionsstudier. Det gælder både artikler i for eksempel MONA og bøger (Mogensen, 2015; Winsløw, 2006a, kap. 9).
- En række ph.d.-projekter behandler brugen af lektionsstudier. Ud over dette projekt drejer det sig om (Mogensen, 2011), (Rasmussen, 2016), (Elipane, 2012) og Jacob Bahns igangværende projekt på Københavns Universitet³.
- Flere matematikvejledere i skolen skriver om brugen af lektionsstudier i deres afsluttende projekt på matematikvejlederuddannelsen⁴. I matematikvejledermiljøet hører man desuden nu om mindre projekter på skoler, som dog oftest ikke beskrives i artikler eller rapporter.
- Der har været (i hvert fald) to *open lesson*-arrangementer. Det ene i forbindelse med den 4. Nordiske GeoGebra-konference i København 2013 og det andet i forbindelse med Jacob Bahns ph.d.-projekt i Lyngby-Tårnbæk Kommune i 2015.

I efteråret 2009 deltog jeg for første gang selv (som projektleder) i et lektionsstudieprojekt (Bilsted, 2010). Ud over at afprøve lektionsstudieformatet var et af formålene med projektet at udvikle konkrete eksempler på udmøntningen af de på daværende tidspunkt nye Fælles Mål 2009 (Undervisningsministeriet, 2009), herunder specielt brugen af de matematiske kompetencer (Niss & Jensen, 2002) som grundlag for tilrettelæggelse af matematikundervisning. I projektet deltog syv lærere fra forskellige skoler i Sønderjylland og på Fyn. Sideløbende med det projekt igangsatte jeg i foråret 2010 et nyt lektionsstudieprojekt med deltagelse af samtlige skoler i Hedensted Kommune samt Rosborg Gymnasium og HF. Formålet med dette projekt var at udvikle brugen af GeoGebra i matematikundervisningen med brug af lektionsstudier.

Det var meget bemærkelsesværdigt, at stort set alle de deltagende lærere ved de to projekter var meget begejstrede for lektionsstudieformatet. De gav i helt utvetydige vendinger udtryk for, at lektionsstudierne havde været endog særdeles lærerige. Især diskussionerne med kollegaer blev fremhævet. Mange gav udtryk for, at diskussionerne havde givet anledning til, at de kom til at tale med hinanden om væsentlige problemstillinger ved matematikundervisning, som de ellers ikke talte med kollegaer om. Det positive udbytte af lektionsstudierne fremgik også af evalueringen af de to projekter:

Det er meget givende at diskutere undervisningens enkeltheder med andre matematiklærere. Det kan ikke pointeres tydeligt nok, at sådanne netværk kan have en altafgørende effekt på implementeringen af kompetencerne i den daglige undervisning, men også i udviklingen af den enkelte matematiklærers forståelse af sin egen undervisning. (Lotte Bruun i Bilsted, 2010).

³ Der er endnu ikke publiceret noget i dette projekt.

⁴ Jeg har selv været vejleder for en studerende og hørt om yderligere to, men der findes ikke en samlet opgørelse.

Lektionsstudie formatet har efter min vurdering understøttet at lærerne har kunnet diskutere deres undervisning på en god måde. Der er så vidt jeg kan se to grunde til det. For det første har lektionsplanen været med til at objektivisere undervisningen og frigøre den fra den enkelte lærers person, og for det andet har de præcise foci for observation, der var lagt op til i projektet, medvirkende til at løfte diskussionen. (Morten Misfeldt i Østergaard, 2011).

På samme måde omtales udbyttet af lektionsstudier i stort set alle sammenhænge, både i Danmark og internationalt, i meget positive vendinger (se fx Dudley, 2015; Lewis, 2011). Det har faktisk ikke været muligt at finde publikationer, som omtaler lektionsstudier negativt – jeg vil komme nærmere ind på de nationale og internationale erfaringer i afsnittet om lektionsstudier (se afsnit 4).

Det er imidlertid ikke helt enkelt at implementere en arbejdsmetode fra en meget anderledes kultur i den danske skole og læreruddannelse. Der er i det ovenstående en række indikationer på, at lektionsstudier vil kunne blive en gevinst også i Danmark, men det vil naturligvis forde, at formatet undersøges nærmere og tilpasses en dansk kontekst. Et af de første spørgsmål er, *hvorfor* alle (herunder jeg selv) er så begejstrede for lektionsstudier – hvilke problemer i dansk læreruddannelse og udvikling af skolens undervisning vil lektionsstudier kunne medvirke til at løse? Med andre ord: Hvis lektionsstudier er svaret, hvad er så spørgsmålet?

Min umiddelbare hypotese og forventning er, at implementering af lektionsstudier i læreruddannelsen vil kunne bidrage til i højere grad at skabe sammenhæng mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og praksis i skolen.

1.1.2 Teori-praksis-problemstillingen

At skabe sammenhæng mellem teori og praksis er en af de væsentligste udfordringer i læreruddannelse. Teori-praksis-problemstillingen er alment anerkendt og velbeskrevet såvel specifikt i forhold til matematiklæreruddannelse som generelt i forhold til læreruddannelse og såvel internationalt som nationalt i Danmark (se fx Scherer & Steinbring, 2006; Jaworski, 2006; Bergsten & Grevholm, 2005; Carr, 1986; Nielsen, 2014). Talrige undersøgelser viser, at en del af de lærerstuderende oplever en manglende sammenhæng mellem teori og praksis. For eksempel viste en undersøgelse, foretaget af Anvendt KommunalForskning i 2008 (Jensen, Kamstrup & Haselmann, 2008), at mere end fire ud af ti lærerstuderende oplevede en manglende sammenhæng mellem den teoretiske viden, de tilegnede sig gennem deltagelse i undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, og den praksis, de møder i forbindelse med praktikken på skolerne.

Gennem de sidste årtier er læreruddannelsen i Danmark blevet stadig mere akademiseret og teoritung – hvilket jeg på mange måder opfatter som positivt – men samtidig har det uvægerligt været med til at forstærke en udvikling i retning af, at det bliver sværere for de studerende at skabe mening i forhold til at kunne anvende den viden, de opnår gennem at beskæftige sig med teori, i en stadig mere kompleks og udfordrende praksis med stigende krav til inklusion, undervisningsdifferentiering, fokus på den enkelte elev etc. De skærpede krav til praksis er samtidig med til, at en del lærerstuderende (og lærere) i højere grad

efterspørger konkrete, praktiske værktøjer frem for teoretisk viden, hvilket er med til at forstærke teori-praksis-problemstillingen.

I Danmark foregår matematiklæreruddannelsen til grundskolen på professionshøjskoler, mens matematiklæreruddannelsen til de gymnasiale uddannelser foregår på universitetet. De to uddannelser er meget forskellige. Læreruddannelsen til grundskolen har stor vægt på de pædagogiske fag og praktik, og matematikfaget har i høj grad fokus på fagdidaktik og kun i mindre grad på videnskabelig matematik. Matematiklæreruddannelsen til de gymnasiale uddannelser vægter derimod videnskabelig matematik højt og inddrager oftest først didaktisk og pædagogisk viden i forbindelse med pædagogikum, som foregår på gymnasierne efter universitetsuddannelsen. Undervisernes baggrunde de to steder er også meget forskellige. På matematiklæreruddannelsen til grundskolen er det fortrinsvis lærere, som efterfølgende har taget en akademisk, didaktisk kandidatuddannelse samt kandidater fra universitetet med speciel interesse i didaktik, der underviser, hvorimod det på matematiklæreruddannelsen til gymnasiet oftest er forskere i matematik.

De ovenfor beskrevne forskelle har – i samspil med andre faktorer – været med til at skabe en tradition og nogle mønstre i læreruddannelsen til grundskolen, som det er svært at ændre. Igennem de seneste ti år er der dog sket en række strukturelle tiltag, som på længere sigt kan være med til at ændre uddannelsen. Læreruddannelsen til grundskolen har været placeret på professionshøjskoler siden 2008, men stammer før det fra en ikke-akademisk seminarie-tradition uden forskning. Mange tiltag bevæger nu professionshøjskolerne hen imod i højere grad at ligne universiteterne. For eksempel skal en del af underviserne i fremtiden have en ph.d.-uddannelse, man har fået forskningsret og -pligt, der er stigende krav til, at undervisningen skal være forskningsbaseret, uddannelsen er blevet opdelt i moduler, og læreruddannelsen er blevet en uddannelse blandt mange i University Colleges, som i stadig højere grad samles på campusser. Disse – i høj grad positive – tiltag er samlet set med til yderligere at akademisere læreruddannelsen med risiko for, at de studerende i endnu højere grad oplever, at der mangler sammenhæng mellem teori og praksis. Der er således god grund til at være opmærksom på teori-praksis-problemstillingen og finde tiltag, som kan afhjælpe den i fremtidens læreruddannelse.

1.2 Forskningsspørgsmål

De følgende to forskningsspørgsmål er formuleret ud fra ovenstående motivering. Det første tager afsæt i teori-praksis-problemstillingen i dansk læreruddannelse og specielt i, hvordan de studerende *oplever* denne problemstilling. I det næste undersøges potentialet ved implementering af lektionsstudier i dansk læreruddannelse.

Forskningsspørgsmålene lyder:

1. Hvordan oplever danske matematiklærerstudierende teori-praksis-problemstillinger i deres uddannelse?
2. Hvordan kan lektionsstudier i en dansk læreruddannelseskontekst bidrage til at udvikle de studerendes faglighed som matematiklærere?

Efter en teoretisk analyse af teori-praksis-problemstillingen i matematiklæreruddannelse belyses de to forskningsspørgsmål gennem hvert sit studie:

- *De studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger.* Det første studie er en interviewundersøgelse af fem matematiklærerstudierende på første årgang, der som en del af deres lærerstudium har deltaget i to lektionsstudieforløb.
- *Lektionsstudier med lærere og lærerstudierende.* Det andet studie er en analyse af empiri fra et projekt, hvor studerende og lærere arbejdede sammen om lektionsstudier. Projektet blev formuleret på baggrund af resultater fra det første studie.

1.3 Læsevejledning

Afhandlingen er opdelt i fire dele. Ud over denne læsevejledning indeholder del I en motivering af problemstillingen, forskningsspørgsmål samt et metodeafsnit. Metodeafsnittet indeholder en overordnet gennemgang af den valgte metode samt mere specifikt den kvalitative metode, som er benyttet i forbindelse med interviewundersøgelserne: *Semistrukturerede livsverdensinterview* samt brugen af videooptagelser. Desuden beskrives det, hvordan empirien er transskriberet og kodet i NVivo i forbindelse med analysen.

Del II består af afsnit 2-4. I afsnit 2 placeres forskningsspørgsmålene i forskningsfeltet. Afsnittet er en indledende analyse af nationale og internationale erfaringer og forskningsresultater med praksislæring i matematiklæreruddannelse med udgangspunkt i det 15. ICMI-studium (Even & Ball, 2009). Specielt analyseres de eksisterende vilkår for praktikken i læreruddannelsen, herunder praktiske forhold, mål og sammenhæng med den øvrige undervisning.

Afsnit 3 er en teoretisk undersøgelse og analyse af teori-praksis-problemstillingen i matematiklæreruddannelsen. I afsnittet udvikles en model til beskrivelse af lærerfaglighed ud fra Yves Chevallards Antropologiske Teori om det Didaktiske (ATD) (Chevallard, 1999; Chevallard, 2012). Modellen har specielt fokus på teori-praksis-problemstillinger.

I afsnit 4 præsenteres og analyseres lektionsstudieformatet. I analysen af formatet er der specielt fokus på, hvordan formatet kan være med til at skabe sammenhæng mellem teori og praksis, når det anvendes i forbindelse med læreruddannelse. Analysen er således en indledende, teoretisk behandling af forskningsspørgsmål 2.

Del III består af tre analyseafsnit, 5-8. Først behandles forskningsspørgsmål 1 gennem en beskrivelse og analyse af det første studie i afsnit 5. Et hold lærerstuderende på første årgang har, ud over undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og i praktikken, gennemført to lektionsstudieforløb. I afsnittet undersøges de studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger i de forskellige dele af deres uddannelse ud fra en interviewundersøgelse af fem studerende. Ud over at besvare forskningsspørgsmål 1 er formålet at formulere konkrete problemfelter, som kan undersøges nærmere i det følgende studie. Samtidig afprøves den teoretiske model som analyseredskab.

Ud fra de konkrete problemfelter, som er fremkommet af det første studie, formuleres det andet studie i afsnit 6. I projektet arbejder lærere og lærerstuderende sammen om lektionsstudier. Empirien fra projektet består af videoptagelser af studielektionerne, lektionsplaner, artikler, de studerende har skrevet på baggrund af forløbet, og lydoptagelser af enkeltpersonsinterview med otte lærere og otte studerende. Analysen er opdelt i to dele. Første del (afsnit 7) behandler forskningsspørgsmål 2 gennem en analyse af de konkret gennemførte studielektioner ud fra videoptagelser og lektionsplaner. Anden del af analysen (afsnit 8) belyser de studerende og lærernes oplevelse af lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at styrke de studerendes tilegnelse af lærerfaglighed ud fra interviewundersøgelsen og de studerendes artikler. Analysen har specielt fokus på potentialet i forhold til at skabe mulighed for, at de studerende kan opleve sammenhæng mellem teori og praksis.

Del IV består af afsnit 9. I afsnit 9 samles analysens konklusioner til fem overordnede konklusioner. Herefter formuleres tre anbefalinger til matematiklæreruddannelsen i Danmark. Til sidst følger en kort perspektivering.

1.4 Metode

Forskningsspørgsmål 1 lyder:

1. Hvordan oplever danske matematiklærerstuderende teori-praksis-problemstillinger i deres uddannelse?

Sammenhængen mellem teori og praksis er en ofte omtalt problemstilling i matematiklæreruddannelse såvel i Danmark som internationalt. Det kan for eksempel handle om sammenhængen mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og i praktikken, overgangen fra læreruddannelse til lærerpraksis, eller relevansen af videnskabelig matematisk teori set i forhold til den 'skolematematik', der undervises i ude i skolen. Teori-praksis-problemstillinger er således ikke umiddelbart et præcist, veldefineret 'begreb'. For at gøre det muligt at undersøge forskningsspørgsmålet, er det derfor nødvendigt at præcisere begrebet nærmere. Til dette formål opstilles en teoretisk model, baseret på ATD, med det formål at afdække mulige teori-praksis-problemstillinger og sætte dem i system og

sammenhæng teoretisk. Der er flere gode grunde til at vælge ATD som teoretisk ramme for en model til præcisering. Først og fremmest er ATD et samlet teorikompleks, som beskriver matematisk og didaktisk viden i en sammenhæng med fokus på teori-praksis-relationen. Begrundelsen for valget af ATD bliver uddybet i afsnit 3. ATD's styrker og begrænsninger i forhold til analyse af forskningsspørgsmål diskuteres uddybende på grundlag af erfaringerne og resultaterne i analyseafsnittene.

Udviklingen og brugen af modellen er et væsentligt element i den metode, der anvendes til at svare på forskningsspørgsmål 1. Modellen præciserer teori-praksis-relationen/-problemstillingen, så forskningsspørgsmålet bliver tilgængeligt for belysning gennem den empirisk-analytiske undersøgelse, der gennemføres i det første studie (interviewundersøgelsen). Modellen bliver således også i sig selv et resultat af arbejdet med forskningsspørgsmål 1. Modellens anvendelsesmuligheder og kvalitet belyses gennem analyse og vurdering af dens forklaringskraft i forhold til at belyse det empiriske materiale.

Forskningsspørgsmål 1's fokus er, hvordan de studerende *oplever* de forskellige fremtrædelsesformer af teori-praksis-problemstillinger. Undervisningen kan tilrettelægges, så den i større eller mindre grad giver de studerende mulighed for at opleve sammenhæng. I hvor høj grad de egentlig oplever sammenhæng, kan imidlertid kun undersøges ved at indgå i dialog med dem. Dialogen skal give dem lejlighed til at give udtryk for, hvornår og hvordan de i praksis oplever sammenhæng mellem teori og praksis i deres studier, og hvornår de oplever manglende sammenhæng. I det første studie gennemføres derfor kvalitative forskningsinterview, hvor fem studerende ved afslutningen af første årgang deltager i et semistruktureret livsverdensinterview (se afsnit 1.4.2). De fem studerende har, ud over den almindelige undervisning og praktik, deltaget i to lektionsstudieforløb i løbet af det første studieår. Interviewene har fokus på de studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger i de tre forskellige elementer af uddannelsen: den teoretiske undervisning⁵ på læreruddannelsesinstitutionen, praktikken og lektionsstudierne.

ATD-modellen anvendes som grundlag for at formulere interviewguiden samt i analysen af interviewene. Undervejs udvikles modellen gennem analysen af interviewene. Efterfølgende vil modellen blive anvendt som analysemodel gennem resten af afhandlingen.

Forskningsspørgsmål 2 lyder:

2. Hvordan kan lektionsstudier i en dansk læreruddannelseskontekst bidrage til at udvikle de studerendes faglighed som matematiklærere?

Besvarelsen af forskningsspørgsmål 1 og opstillingen af ATD-modellen danner tilsammen udgangspunktet for det andet studie, hvor lærerstuderende og lærere i samarbejde gennemfører lektionsstudier. Empirien fra dette projekt bruges til at besvare

⁵ "Den teoretiske undervisning" bruges som betegnelse for al undervisning på læreruddannelsesinstitutionen, selv om denne undervisning naturligvis ikke altid er teoretisk.

forskningsspørgsmål 2. Analysen er opdelt i to dele (afsnit 7 og 8). I første del analyseres videooptagelser af den egentligt gennemførte undervisning i studielektionerne samt de tilhørende lektionsplaner. I analysen sammenholdes lektionernes mål og intentioner med den egentligt gennemførte undervisning. Det undersøges, i hvor høj grad grupperne formår at omsætte de teoretiske overvejelser fra undervisningen til praksis i skolen. Hvilken type af viden – i modellens forstand – har især været behandlet i gruppernes arbejde, og hvordan kan det have bidraget til at skabe sammenhæng mellem teori og praksis for deltagerne?

I anden del undersøges det, hvordan de studerende og lærerne oplever deres udvikling af lærerfaglighed gennem deltagelse i lektionsstudier, herunder muligheden for at skabe sammenhæng mellem teori og praksis. Derfor benyttes igen semistrukturerede livsverdensinterview. I det andet studie interviewes også deltagende lærere, idet de forventes at kunne bidrage specielt til belysningen af, hvad væsentlig lærerfaglighed er, set fra et praksissynspunkt. Ud over interviewene benyttes også artikler, som de studerende har skrevet efter lektionsstudierne, som grundlag for analysen. Analysen tager udgangspunkt i, hvilken rolle de enkelte elementer i lektionsstudieformatet spiller, og hvordan de kan komme til at 'spille sammen' med de øvrige elementer i læreruddannelsen i opbygningen af den studerendes lærerfaglighed. Hvordan oplever deltagerne effekten af deltagelsen, hvor ser de styrker, svagheder og potentialer, og hvordan vurderer de formatet i forhold til at skabe sammenhæng mellem teori og praksis?

Hele projektet har fokus på læreruddannelse, og forskningsspørgsmål 2 spørger derfor udelukkende til de studerendes udbytte. Alligevel inddrager analysen også lærernes tilegnelse af lærerfaglighed. Det skyldes, at lærernes udbytte er væsentligt – også set i en læreruddannelsessammenhæng. For det første vil et positivt udbytte for lærerne betyde, at skolerne har et incitament til at indgå i samarbejde med læreruddannelsen om lektionsstudier – ikke kun for at styrke læreruddannelsen, men også for at udvikle undervisningen og lærernes kompetencer på skolen. For det andet er en af de potentielle gevinster ved lektionsstudier, at de studerende erhverver et redskab til at lære i og af praksis, som kan anvendes gennem hele deres lærerkarriere.

Også i det andet studie anvendes ATD-modellen som grundlag for udformning af interviewguiden og for analysen. I modellen sammenkædes to væsentlige begreber i ATD, *didaktisk transposition* og *prakseologier*, til en samlet model for matematiklærerfaglighed. Dermed anvendes modellen til at præcisere begrebet matematiklærerfaglighed, som er centralt i forskningsspørgsmål 2, ved at opsplutte det i delelementer. Samtidig 'nedarves' ATD's fokus på sammenhængen mellem de enkelte elementer og på teori-praksis-relationen. Modellen udpeger tre væsentlige teori-praksis-relationer, som dermed også er væsentlige teori-praksis-problemstillinger i læreruddannelsen. Matematiklærerfaglighed og teori-praksis-problemstillinger er således knyttet sammen gennem modellen.

1.4.1 Udvalget af studerende og lærere og metodernes validitet

I det første studie interviewedes fem studerende, der meldte sig frivilligt. I det andet studie valgte jeg de samme fem. En ønskede dog ikke at deltage igen, da hun havde haft meget fravær i lektionsstudieforløbet. Jeg bad derfor hendes gruppe og de øvrige grupper, som ikke havde en interviewperson, om at vælge en. I alt deltog otte studerende ud af 29 i den anden interviewundersøgelse. De otte lærere til interviewundersøgelsen blev udvalgt ved lodtrækning – en fra hver gruppe.

Af pragmatiske grunde har jeg således valgt studerende fra Læreruddannelsen i Aarhus også i det første studie, hvor jeg kunne have valgt studerende fra andre institutioner. Denne metode blev valgt for at sikre, at interviewpersonerne havde gjort sig nogle relevante refleksioner over forløbet og var motiverede for at deltage. Der er samtidig ingen grund til at tro, at problemstillingen udspiller sig væsentligt anderledes på andre institutioner.

Den metodiske udfordring i forhold til forskningsspørgsmål 1 er at få tilvejebragt et empirisk grundlag, der er tilstrækkeligt til at kunne foretage en dækkende analyse af lærerstuderendes oplevelse af teori-praksis-problemstillingen i matematiklæreruddannelsen. Undersøgelsen søger at afdække, hvad der findes af sådanne opfattelser. Det er derfor relevant at overveje, om den anvendte metode kan betyde, at nogle væsentlige elementer af problemstillingen overses.

Interviewformatet giver som beskrevet nedenfor grundlag for at hævde, at enkelte interviewpersoner oplever, at teori-praksis-problematikken belyses dækkende. Spørgsmålet er så, om de fem udvalgte studerende giver tilstrækkeligt empirisk grundlag til at afdække mulighedsområdet for oplevelser af problemstillingen. Her kan modellen også anvendes som argument. De betydninger, der afdækkes teoretisk i modellen, bliver alle belyst i interviewundersøgelsen, og der afdækkes ikke væsentlige oplevelser af problemstillingen, som ikke kan placeres i modellen. Der er således belæg for at sige, at metoden er gyldig til at belyse forskningsspørgsmål 1.

Forskningsspørgsmål 2 undersøges ud fra to vinkler. For det første undersøges den konkrete praksis, hvor lærerstuderende gennemfører lektionsstudier. Her benyttes videooptagelser af de to gennemførelser af de otte lektioner og de tilhørende lektionsplaner. Begge dele er deltagerens 'læringsprodukter', det vil sige et produkt af den proces, deltagerne har været igennem. Lektionsplanerne er et udtryk for deltagerens intentioner med lektionen og dermed deltagerens 'ideelle svar' på den givne didaktiske problemstilling. Videooptagelsen er et udtryk for, i hvor høj grad intentionerne fra lektionsplanerne er blevet ført ud i praksis. Tilsammen belyser de to produkter deltagerens lærerfaglighed inden for det pågældende område. Den indeholdte lærerfaglighed er samtidig et udtryk for den potentielle tilegnelse af lærerfaglighed, deltagerne har opnået gennem lektionsstudiet. For det andet undersøges forskningsspørgsmålet gennem deltagerens egne oplevelser af læring ved at deltage i forløbet. Her benyttes igen en interviewundersøgelse med samme begrundelse som ovenfor. Interviewene suppleres med artikler til Danmarks Matematiklærerforenings tidsskrift, *Matematik*, som er skrevet af de studerende. I artiklerne reflekterer de studerende over det konkrete lektionsstudieforløb, deres læring, samt formatets anvendelighed i læreruddannelsen

og skoleudvikling. Alle de studerende har deltaget i artikelskrivningen, så her har alle haft mulighed for at komme til orde. Herved gives der mulighed for, at holdninger, som ikke er kommet frem i interviewundersøgelsen, alligevel kommer frem. Tilsammen belyser de to produkter således de studerendes oplevelse af mulighederne for at udvikle deres lærerfaglighed gennem deltagelse i lektionsstudier.

1.4.2 Semistrukturerede livsverdensinterview

Til at besvare forskningsspørgsmål 1 og anden del af forskningsspørgsmål 2 har jeg valgt *semistrukturerede livsverdensinterview*, hvor interviewpersonens (den studerende eller lærerens) *livsverden* er i fokus:

Det defineres som et interview, der har til formål at indhente beskrivelser af den interviewedes livsverden, med henblik på at fortolke betydningen af de beskrevne fænomener. (Kvale & Brinkmann, 2008, s. 19).

Livsverden skal her forstås som interviewpersonens nære, daglige omverden. For de studerende er det de forskellige miljøer i deres uddannelse. For lærerne er det primært undervisningen på den skole, hvor de er ansat, men også andre arbejdsrelaterede opgaver som for eksempel efteruddannelseskurser og deltagelse i fagteammøder. At interviewet er semistruktureret, betyder, at der på forhånd er fastlagt en overordnet struktur i en interviewguide, men at interviewpersonens beskrivelser uddybes gennem en dialog, hvor interviewerens forsøger at få interviewpersonen til at nuancere sine beskrivelser. I interviewene fokuseres der først og fremmest på interviewpersonens oplevelse af den daglige livsverden ud fra en *fænomenologisk* tilgang, som

... peger på en interesse i at forstå sociale fænomener ud fra aktørernes egne perspektiver og beskrive verden, som den opleves af informanterne, ud fra den antagelse at den vigtige virkelighed er den, mennesket opfatter. (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 44).

Intervieweren skal gennem uddybende spørgsmål sikre, at interviewpersonen får lejlighed til at afdække sin egen oplevelse af situationen så fuldstændigt som muligt, samt at han/hun har forstået interviewpersonens fortolkning af virkeligheden.

De to interviewguider er struktureret efter formålet med undersøgelserne, som igen er formuleret ud fra forskningsspørgsmålene. Samtidig er ATD-modellen brugt som 'ledetråd' for at sikre, at problemstillinger omkring de forskellige typer af viden, og specielt teori-praksis-akserne, bliver belyst. Hvert hovedområde i interviewguiden indledes med et åbent spørgsmål. I de fleste tilfælde bliver interviewpersonen bedt om at beskrive en situation, som har en positiv betydning i forhold til vedkommendes tilegnelse af lærerfaglighed. For eksempel spørgsmål 1.1 i det andet studie:

Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for lærerjobbet? (Interviewguide til det andet studie, afsnit 8.3).

Interviewpersonerne bliver således opfordret til at tage udgangspunkt i helt konkrete eksempler. Efterfølgende stiller interviewereren opfølgende spørgsmål, både til de konkrete situationer og til interviewpersonens mening om dem, for at få interviewpersonen til at uddybe beskrivelserne og argumentere for sine synspunkter. Hvad er det præcis, du lærer? Hvorfor er det relevant i forhold til lærerjobbet? Hvad er det ved situationen, som gør den specielt lærerig? etc. Disse spørgsmål er afhængige af sammenhængen og kan derfor ikke forberedes konkret. Det er imidlertid helt afgørende, at interviewereren på forhånd forbereder sig på at stille denne type spørgsmål. Det stiller store krav til interviewereren og er en af de væsentlige elementer i forhold til at lære *"håndværket"* (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 159). Ud over det første 'hovedspørgsmål' indeholder interviewguiden også en række underspørgsmål, som er underordnede elementer, der skal inddrages i samtalen af hensyn til at få opfyldt formålet med undersøgelsen og besvarelse af forskningsspørgsmålene. Underspørgsmålene stilles ikke slavisk, men er en hjælp for interviewereren i forhold til at huske væsentlige områder, som skal behandles i interviewet. I mange tilfælde kommer dialogen af sig selv ind på problemstillingerne fra underspørgsmålene, og så stilles de naturligvis ikke.

Efter hvert interview skrives et kort memo med min umiddelbare oplevelse af interviewet. Det kan for eksempel være stemningen under interviewet, bemærkelsesværdige udtalelser og specielle praktiske forhold, som interviewpersonen har beskrevet.

I analysen anvendes ofte flere citater fra forskellige interviewpersoner for at dokumentere og underbygge en væsentlig pointe eller konklusion. Da dialogen kan udvikle sig meget forskelligt, og interviewpersonerne ikke nødvendigvis bliver stillet de samme uddybende spørgsmål, vil der helt naturligt blive forskel på form og indhold i interviewpersonernes udtalelser. Det er derfor ofte nødvendigt med en nøje analyse af hver enkelt interviewpersons ordvalg for at afgøre ligheder, forskelle og nuancer.

Under interviewene oplevede jeg flere gange, at interviewpersoner ikke svarede på spørgsmålene, men i stedet eksempelvis drejede samtalen hen imod andre episoder eller emner, de var optagede af. Det kunne for eksempel være didaktiske problemstillinger, anekdoter fra undervisningen eller lignende. De fleste gange var det muligt at dreje dialogen tilbage på sporet, men i enkelte tilfælde lykkedes det ikke at få interviewpersonen til at udtale sig om den konkrete problemstilling. I disse tilfælde har jeg så ingen empiri fra de konkrete interviewpersoner. Ved to interview skete dette flere gange, og der bliver derfor ikke så ofte, som det er tilfældet for de øvrige, brugt udtalelser af disse interviewpersoner i analysen.

1.4.3 Ethiske aspekter ved interviewundersøgelsen

De etiske aspekter ved interviewundersøgelsen handler først og fremmest om mulige personlige konsekvenser for interviewpersonerne. Der kan imidlertid også være udtalelser, som senere offentliggøres, der kompromitterer andre deltagere i projektet. Ingen steder i interviewene behandles meget kontroversielle spørgsmål eller emner. Interviewene vil dog

behandle en række konkrete situationer, hvor interviewpersonen har indgået i samarbejde med kollegaer – studerende eller lærere – som kan betyde, at de ikke ønsker, at deres udtalelser, for eksempel om konkrete samarbejdspartnere, bliver offentliggjort i en form, hvor afsenderen eller den omtalte kollega kan identificeres. For de studerendes vedkommende er der, specielt i det første studie, yderligere en væsentlig problemstilling, idet en række situationer fra undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen behandles. De studerende kan være bekymrede for, at eventuelle kritiske udtalelser om en konkret underviser vil kunne påvirke deres indbyrdes relation i det fortsatte undervisningsforløb eller ligefrem eksamenssituationen. Denne problemstilling betyder endvidere, at der kan være ting, som den studerende vælger ikke at fortælle for at undgå en sådan konflikt. Risikoen forstærkes yderligere af, at interviewerens⁶ er kollega med underviseren og dermed fra de studerendes synspunkt kan opfattes som 'allieret' med underviseren.

De nævnte etiske aspekter søges imødekommet med en række tiltag, som interviewpersonen gøres bekendt med i starten af interviewet (se interviewguides, afsnit 5.4 og 8.3). Det væsentligste tiltag er, at interviewene anonymiseres allerede ved transskriberingen. Specielt for deltagerne i projektet er det imidlertid let alligevel at identificere interviewpersoner og eventuelt omtalte kollegaer, da antallet af interviewpersoner er forholdsvist lille. Derfor får interviewpersonerne at vide, at de efterfølgende kan kontakte mig, hvis der er udtalelser, de ønsker at trække tilbage, eller som de ønsker sløret yderligere ved eventuel offentliggørelse. Herudover vil jeg kontakte dem, hvis jeg bliver opmærksom på ting, som kan være kompromitterende for dem eller andre implicerede, så vi sammen kan afgøre, hvordan vi agerer. For i videst mulig omfang at undgå, at interviewpersonen under interviewet undlader at fortælle om kontroversielle episoder, har interviewpersonen altid mulighed for efterfølgende at beslutte, at udtalelser ikke skal offentliggøres. Ud over disse tiltag er tiden en væsentlig faktor i flere af de etiske problemstillinger, som er nævnt ovenfor. De studie- og arbejdsmæssige relationer – specielt relationen mellem studerende og henholdsvis undervisere på læreruddannelsen og lærere i skolen – er afsluttet, når resultatet af undersøgelsen offentliggøres. De studerende afslutter deres læreruddannelse i juni 2016 – samtidig med afslutningen af dette projekt og offentliggørelsen af afhandlingen.

Ingen interviewpersoner har efterfølgende henvendt sig til mig for at få udtalelser slettet eller sløret. I enkelte konkrete tilfælde, hvor jeg har skønnet, at der kunne være et problem, har jeg spurgt interviewpersonerne, om de ønskede yderligere tiltag, men det har de i alle tilfælde afvist. I to tilfælde har jeg valgt at sløre udtalelser. I begge tilfælde omtaler interviewpersoner andre deltagere i projektet på en så kompromitterende måde, at jeg ikke ønsker, at disse personer skal kunne identificeres.

⁶ Jeg foretog selv alle interview.

1.4.4 Transskribering og kodning med NVivo.

Alle interview er transskriberet og lagt ind i NVivo. Herefter har jeg formuleret en struktur af noder (se bilag 5 og 6), som har fulgt samme systematik som interviewguiden med udgangspunkt i forskningsspørgsmål, undersøgelses formål og ATD-modellen. De enkelte interview er herefter kodet i forhold til disse noder. På grund af det begrænsede omfang har det ikke været nødvendigt at have særskilte noder for eksempelvis positive og negative udtalelser i de enkelte kategorier eller forskellige argumenter for en given påstand. Det har i alle tilfælde været muligt at starte med at læse alle udsagn i de enkelte kategorier og så efterfølgende systematisere og analysere dem.

Også de studerendes artikler er lagt ind i NVivo og kodet efter de samme noder som interviewene. Kodningen af henholdsvis interviewene i det første studie og interview og artikler i det andet studie er grundlaget for analysen i afsnit 7 og 8.

1.4.5 Videooptagelser

I det andet studie videooptager de studerende begge gennemførelser af lektionerne til brug i deres studie af lektionen. For de studerende er formålet således deres eget brug, men de får også på forhånd at vide, at jeg skal bruge dem i min forskning. Videooptagelserne er således et 'studieprodukt', og de studerende tilrettelægger optagelserne med dette formål. Begrundelsen for dette er, at forløbet skal være så tæt på 'almindelig' undervisning som muligt for de studerende, således at resultaterne kan bruges til at sige noget om tilsvarende undervisning i fremtiden. Videooptagelse er helt sædvanligt i forbindelse med lektionsstudier.

Ved lærergennemgange og classesamtaler filmes hele klasserummet, således at både underviser og elever kan ses på billedet. Når eleverne arbejder selvstændigt, parvis eller i grupper, 'bevæger' kameraet sig rundt i klassen. Nogle gange følger det læreren, i andre tilfælde fokuseres der i længere tid på grupper af elever.

I samarbejde med Aarhus Kommune har jeg formuleret en blanket, som skolerne skal anvende til at informere forældrene om videooptagelsen af deres børn⁷. Aarhus Kommune vurderer, at det er tilstrækkeligt, at forældrene skal give besked, hvis de ikke ønsker, at deres barn bliver videooptaget. Der er (mig bekendt) ingen tilfælde, hvor forældre ikke har ønsket, at deres barn bliver videooptaget.

1.4.6 Transskribering af videooptagelser

Videooptagelserne er lagt ind i NVivo sammen med de tilhørende lektionsplaner. Optagelserne er herefter inddelt i afsnit efter arbejdsform, for eksempel lærergennemgang, gruppearbejde og classesamtale, sådan som det også fremgår af analysen af de enkelte lektioner i afsnit 7. Hvert afsnit er beskrevet udførligt, og en del situationer, herunder alle

⁷ Dokumentet kan tilvejebringes, hvis det ønskes.

situationer, hvor hele klassen deltager, er transskriberet. Til hver studielektion har jeg desuden skrevet et kort memo, den første gang jeg gennemså videoerne. Videoptagelser og lektionsplaner er grundlaget for analysen i afsnit 7.

1.4.7 Om min rolle som forsker og underviser

Al empiri er indsamlet på det samme hold af lærerstuderende med matematik som første⁸ linjefag. Holdet gennemførte på første årgang to mindre lektionsstudieforløb ud over den almindelige undervisning og praktik. Jeg har ikke deltaget i hverken planlægning eller gennemførelse af lektionsstudierne, som omtales i det første studie. De var arrangeret af holdets undervisere i matematik og de pædagogiske fag.

Jeg mødte holdet første gang i foråret 2013, hvor de nærmede sig afslutningen af første år. Efter en kort præsentation af mit projekt (ca. 10 minutter) spurgte jeg, om nogle af dem kunne tænke sig at deltage i en interviewundersøgelse, som blandt andet ville omhandle lektionsstudieforløbene. Seks studerende meldte sig, men en sprang senere fra af private årsager. De fem tilbageværende havde ikke været i samme gruppe ved lektionsstudierne og i praktikken⁹. I løbet af april og maj måned 2013 gennemførte jeg de fem interview til det første studie. På det tidspunkt kendte de studerende og jeg ikke hinanden, og det var endnu ikke besluttet, at det andet studie skulle gennemføres på det samme hold. For de studerende var jeg således 'udefrakommende forsker' ved disse interview, selv om de vidste, at jeg tidligere havde undervist på læreruddannelsen.

Lektionsstudieforløbet, som ligger til grund for det andet studie, er planlagt og gennemført i samarbejde med min kollega, Arne Mogensen. I dette forløb mødte de studerende mig både som organisator af forløbet og som underviser i forløbet om trigonometri og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer, som var en del af det samlede projekt. Ved de efterfølgende interviews kendte de studerende mig derfor som deres underviser. Da interviewene blev gennemført, var forløbet afsluttet, og det var ikke planlagt, at jeg senere igen skulle undervise på holdet. De studerende havde således ikke umiddelbart nogen grund til at være bekymret for, om deres udtalelser kunne have negative konsekvenser for deres relation til underviseren (mig) i det videre undervisningsforløb, hvis de for eksempel var kritiske over for forløbet. Senere blev det imidlertid besluttet, at jeg skulle varetage undervisningen i to efterfølgende perioder også. Det var dog stadig min kollega, der førte holdet til eksamen.

1.4.8 Afsluttende bemærkninger

Det er et helt centralt kriterie for tilrettelæggelsen af lektionsstudieforløbet i det andet studie, at det i videst muligt omfang skal være muligt at gentage det på et andet hold, uden at der

⁸ Det vil sige matematik er det første linjefag, de har valgt. Valget er foretaget, inden de starter på studiet.

⁹ Grupperne i praktik og lektionsstudier var identiske.

tilføres yderligere økonomiske midler. Det betyder for eksempel, at hverken min kollega eller jeg deltog ved gruppedrøftelser og gennemførelse af lektionerne.

I afhandlingen nævnes en række 'grundlagsdokumenter': memoer, jeg har skrevet efter hvert interview, og efter jeg har set lektionerne første gang, studieplan for forløbet i det andet studie samt tilladelse til at videooptage eleverne. Herudover er der den egentlige empiri, som består af delvist transskriberede videooptagelser af studielektionerne, de otte lektionsplaner, lydoptagelser og transskriberinger af interviewene samt de studeredes artikler. Alle disse dokumenter er tilgængelige, og kan rekvireres, hvis det ønskes.

I løbet af mit ph.d.-studium har jeg præsenteret papers ved to konferencer (Østergaard, 2013; Østergaard, 2015), som samtidig udgør centrale elementer af afsnit 3 i denne afhandling. Der kan derfor forekomme passager, som er stort set identiske.

2. Teori og praksis i matematiklæreruddannelse

Det følgende afsnit er en indledende analyse af nationale og internationale erfaringer og forskningsresultater med praksislæring i matematiklæreruddannelse baseret på det 15. ICMI-studium (Even & Ball, 2009). Begrebet matematiklærerviden beskrives og analyseres med udgangspunkt i Shulmans (1987) opdeling i content knowledge, pedagogical knowledge og pedagogical content knowledge. Desuden præsenteres væsentlige forskningsresultater om teori-praksis-relationen i matematiklæreruddannelse, herunder specielt læring gennem praksis.

Det følgende afsnit er hovedsageligt baseret på det 15. ICMI study: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics (Even & Ball, 2009). Studiet blev igangsat og ledet af International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) og er designet til at undersøge læreruddannelsesprogrammer og praksis i forskellige lande over hele verden. Det er inddelt i to dele: I første del, ”Teacher Preparation and the Early Years of Teaching”, undersøges det, hvordan lærerstuderende uddannes til matematiklærere med specielt fokus på, hvordan den specifikke matematiklæreruddannelse indgår i samspil med andre elementer i uddannelsen. Desuden undersøges overgangen fra læreruddannelse til de første år som lærer. I anden del, ”Professional Learning for and in Practice”, undersøges teori-praksis-problemstillingen i matematiklæreruddannelse og forskellige tiltag for at skabe sammenhæng mellem teori og praksis. Specielt er der fokus på tiltag, hvor såvel lærerstuderende som uerfarne og erfarne lærere kan lære i og fra praksis.

ICMI-studiet er opdelt i tre faser. I første fase formuleres et *discussion document* sammen med en indbydelse til relevante deltagere i hele verden til at deltage i en *study conference*. Anden fase er konferencen, som blev afholdt i Brasilien i 2005. Tredje fase er sammenskrivning af papers, erfaringer og resultater. De forskellige temaer redigeres af specielt udpegede specialister. Der var meget stor interesse for at deltage i arbejdet – ikke mindre en 147 forskere og praktikere deltog i konferencen.

ICMI-studiet er således et oplagt udgangspunkt for en indledende analyse af internationale erfaringer med praksislæring i matematiklæreuddannelse. Øvrig litteratur er udvalgt blandt andet efter litteratursøgninger i ERIC¹⁰. En søgning på reviews gav ingen relevante resultater¹¹ i hverken ERIC, Academic Search Premier eller Teacher Reference Center.

10 Education Resource Information Center

¹¹ Søgestreng: ("Communities of Practice" OR "teaching practice" OR practicum) AND "preservice teacher education" AND mathematic* AND review*

2.1 Matematiklæreruddannelse

Matematiklæreruddannelsens struktur, det vil sige varighed, udbyderinstitutioner, indhold, praktikkens placering, omfang og så videre varierer i høj grad fra land til land, på trods af forskellige tiltag for at harmonisere, som eksempelvis Bologna-processen i EU (Even & Ball, 2009, s. 16). De fleste steder foregår matematiklæreruddannelsen på universiteter, men en del lande har særskilte *teacher colleges*, som det er tilfældet i Danmark¹². Enkelte steder kan man herudover uddanne sig direkte på skoler som en slags mesterlære. Endelig er fjernundervisning efterhånden blevet en mulighed flere steder, heriblandt i Danmark. I Danmark har der desuden gennem de senere år været en række forskellige forsøg, hvor universiteter i samarbejde med professionshøjskoler udbyder læreruddannelse til grundskolen.

Matematiklæreruddannelse skal naturligvis beskæftige sig med vigtige aspekter af at være matematiklærer. Matematiklæreres professionelle viden kan inddeles i delelementer på forskellig vis (Liljedahl, 2009, s. 25-26), men ofte bruges en variation eller videreudvikling af Shulmans (1987) opdeling i tre elementer (se fx Durrand-Guerrier & Winsløw, 2005, s. 2):

- *Content knowledge* (CK). Viden om indholdet. I dette tilfælde matematik.
- *Pedagogical knowledge* (PK). Viden om at undervise.
- *Pedagogical content knowledge* (PCK). Didaktisk/fagdidaktisk viden.

Indholdet i de tre delelementer varierer, ligesom omfanget og placeringen i forhold til hinanden, fra land til land. De matematiklæreruddannelsesprogrammer, der blev præsenteret i konferencerapporterne ved *15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics* i Brasilien i 2005, kunne overordnet opdeles i to forskellige typer. I den første undervises sideløbende i generel pædagogik og faget matematik, suppleret af praktikforløb. På den måde gives der mulighed for at skabe sammenhæng imellem de tre fag og dermed de tre vidensformer, som er nævnt ovenfor. I den anden type undervises i tre separate forløb i faget matematik, en professionsrettet del og en praktikdel (Tatto, Lerman & Novotná, 2009, s. 18) – oftest i denne rækkefølge. Dette giver naturligvis langt mindre mulighed for at integrere de tre dele. I stedet opnås en uddannelse, hvor lærerens (ofte videnskabelige) matematikfaglige viden er hendes væsentligste grundlag for at undervise.

2.1.1 Matematikfaglig viden

Indholdet og omfanget af matematikfaglig viden (CK) i læreruddannelse er sædvanligvis genstand for intens diskussion. I de forskellige programmer, som deltog i ICMI 15, er der således en stor variation, fra hvad der kan betegnes som generalistviden til specialistviden. Ofte uddannes lærere til *secondary school*¹³ på specialistniveau, det vil sige universitetets

¹² På læreruddannelsesinstitutioner, som er en del af et University College, også kaldet professionshøjskole.

¹³ Svarer til 7.-10. klassetrin og gymnasiale uddannelser i Danmark.

faglige opdeling og niveau (som naturligvis varierer), hvorimod lærere til *primary school*¹⁴ uddannes på et lavere generalistniveau (Liljedahl, 2009, s. 28). Det problematiseres ofte, at lærere i begynderundervisning (uden en akademisk matematikuddannelse) er gode til at igangsætte læring gennem oplevelse og kollektiv problemløsning, men har for lidt viden om matematikfaglig teori til selv at kunne formulere relevante problemstillinger inden for en given ramme. Lærere med en akademisk uddannelse har derimod stor viden om matematikfaglig teori, men til gengæld har de svært ved at omsætte det til matematiske aktiviteter for eleverne (Gellert, 2009, s. 35).

Ud over forskellene i det matematikfaglige niveau, der undervises i på forskellige læreruddannelser, er det vigtigt at være opmærksom på den grundlæggende forskel, der er på den matematikfaglige teori, der undervises i på henholdsvis læreruddannelsen og i skolen (Moreira & David, 2005), blandt andet i struktur og krav til konsistens og argumentation. Den videnskabelige, matematikfaglige teori, der ofte undervises i på læreruddannelsen, kan således kun sjældent overføres direkte til brug i skolen. Rowland, Thwaites & Huckstep (2005) indfører fire *dimensioner* til at analysere den matematikfaglige viden i en undervisningssituation på baggrund af studier af lærerstuderendes praksis. Tilsammen udgør dimensionerne en *Knowledge Quartet* for matematikfaglig viden i klasserummet. Den første dimension er den *grundlæggende viden* om matematik samt holdning til og forståelse af undervisning og læring af matematik, som den studerende opnår gennem undervisningen på læreruddannelsen. Den anden dimension er *transformation* af den grundlæggende matematik til en undervisningssituation, herunder valg af undervisningsmateriale, rækkefølge, detaljeringsgrad og eksempler. Den tredje dimension er at *skabe sammenhæng* til relaterede emner og tidligere viden, og den fjerde er at forholde sig til *uforudsete tilfælde*, det vil sige at kunne indse og fortolke forskellige faglige tilgange og forståelser, som måtte opstå i undervisningssituationen.

2.1.2 Fagdidaktisk viden

PCK, på dansk *fagdidaktisk viden*, er den pædagogiske, didaktiske viden, der ligger bag undervisningen i og læringen af det specifikke (i dette tilfælde) matematikfaglige indhold, herunder for eksempel kendskab til relevante repræsentationer, illustrationer, eksempler, udbredte misopfattelser etc. (Shulman, 1987). PCK er tæt forbundet med CK, og der er en stærk korrelation mellem læreres CK og PCK (Brunner m.fl., 2006). Det er imidlertid stadig et ubesvaret spørgsmål, om det er muligt, og i givet fald i hvor høj grad og hvordan, at tilegne sig PCK inden for et givet fagligt område uafhængigt af CK (M. Neubrand, Seago & Wood, 2009, s. 214). Forskningen viser imidlertid, at læreres CK er vigtig for at kunne udvikle egen matematikfaglige og didaktiske/pædagogiske viden gennem praksis (Leikin, Lavav-Waynberg, Gurevich & Mednikov, 2006), og at matematikfaglig og pædagogisk/didaktisk

¹⁴ Svarer til 0.-6. klasse i Danmark.

viden er de vigtigste elementer for at kunne gennemføre en fleksibel undervisning (Leikin & Dinur, 2003).

På baggrund af Schulmans opdeling introducerer Ball og Bass (2002) *mathematical knowledge for teaching* (MKT). MKT er den matematikfaglige viden, der er nødvendig for at kunne undervise i matematik. I modsætning til andre professioner, der bruger matematik i forskellige sammenhænge, er MKT kendetegnet ved at være den matematiske viden, som er nødvendig og brugbar i forbindelse med undervisning. Det vil sige kendskab til forskellige repræsentationsformer, som på en hensigtsmæssig måde kan udfolde det matematiske indhold, samt alternative metoder, ideer, strukturer og relevante eksempler. MKT indeholder altså både matematisk viden (CK) og en viden om brugen af denne i en undervisningssituation (PCK) og kan således forstås som en måde at sammentænke disse to på.

MKT opdeles i fire underkategorier i "*a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*" (Ball, Bass, Sleep & Thames, 2005).

- *Common content knowledge* (CCK). Den matematiske viden, eleverne skal opnå.
- *Specialized content knowledge* (SCK). Den ekstra matematiske viden, lærere bruger for at undervise i læseplanens indhold.
- *Knowledge of students and content* (KSC). Viden om elever og indhold, for eksempel hvilke matematiske emner og eksempler der kan være interessante og udfordrende for elever, og hvordan elever vil behandle matematiske problemstillinger.
- *Knowledge of teaching and content* (KTC). Viden om undervisning og indhold, for eksempel fordelagtig rækkefølge af de forskellige elementer i indholdet, relevante eksempler, relevante repræsentationsformer etc.

I modsætning til Rowland m.fl. (2005) ovenfor tager denne opdeling udgangspunkt i elevernes viden. Såvel Rowland m.fl. som Ball m.fl. (2005) har udviklet teorien ud fra praksisforsøg med henholdsvis lærerstuderende og lærere.

Leikin og Dinur (2003) opdeler matematiklærerviden i *preliminary* og *momentary* viden. Det første er den viden – både PCK og CK – læreren har present, kan forberede sig ud fra, og som hun vil kunne gøre rede for i for eksempel en samtale. Det sidste er den viden, som 'opstår' i situationen, som man ikke er forberedt på, men som er et resultat af viden og erfaringer. De to former for viden hænger tæt sammen og er afhængige af hinanden.

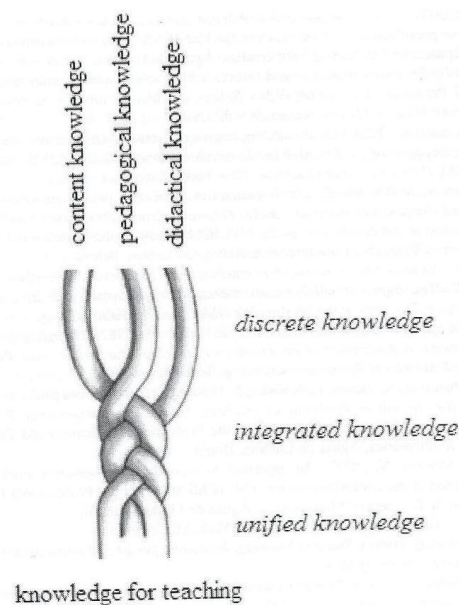
ICMI-studiet viste, at uddannelser til lærer i secondary school lagde større vægt på PCK end uddannelser til lærer i primary school (Tatto m.fl., 2009, s. 19). Det manglende fokus på PCK i uddannelsen af lærere til primary school kan være problematisk og bør derfor udforskes nærmere. I den danske læreruddannelse til grundskolen (primary og lower secondary) er der umiddelbart mere fokus på PCK end i uddannelsen til underviser i gymnasieskolen (upper secondary school).

2.1.3 Pædagogisk viden

Pædagogisk viden (PK) defineres i denne sammenhæng som den viden om undervisning og læring, der er uafhængig af fag. ICMI-studiet viste en klar tendens til, at uddannelsen til lærer i primary school lagde meget vægt på denne viden, hvorimod der var en meget lille – måske problematisk – vægt på dette i uddannelser til lærer i secondary school (Tatto m.fl., 2009, s. 19).

2.1.4 Matematiklærerviden

Opdelingen af matematiklærerens professionelle viden i delelementer kan være hensigtsmæssig i en uddannelsessammenhæng, idet forskning, teoridannelse og dermed undervisning på de videregående uddannelser er opdelt i disse elementer, og undervisere derfor ofte er specialiserede i hvert deres felt. Målet er imidlertid en integreret *matematiklærerviden*, forstået som den funktionelle viden, der ligger til grund for at udføre matematikundervisning i praksis. Liljedahl (2009, s. 30-31) bruger et billede med tre strenge, som flettes sammen til et reb (se figur 2.1). I starten af uddannelsen ses de tre former for viden som adskilte elementer (strenge), der studeres hver for sig, men i løbet af uddannelsen skal den lærerstuderende i højere og højere grad se de tre i en tættere sammenhæng som et hele. De tre vil stadig kunne skilles ad og studeres hver for sig, men altid med det mål igen at se den nye tilegnede viden i en sammenhæng – viden om undervisning i matematik.



Figur 2.1. I en analyse kan det være hensigtsmæssigt at opsplitte matematiklærerviden i delelementer, men målet for uddannelse er en integreret forståelse (Kilde: Liljedahl, 2009, s. 31).

2.2 Praktik

Det er almindeligt anerkendt, at det er hensigtsmæssigt, at lærerstuderende som en del af deres uddannelse kommer i praktik i skolen (Tatto m.fl., 2009, s. 20). Når det er sagt, rejser der sig imidlertid en række spørgsmål om, hvilket udbytte de studerende skal have af praktikken, og hvordan det intenderede udbytte opnås.

En undersøgelse udført af Jensen m.fl. (2008) viser, at studerende ved professionsuddannelserne i Danmark oplever en manglende sammenhæng mellem teori og praksis. Tendensen er specielt udpræget i læreruddannelsen, hvor 39 % af de studerende, som ikke overvejer at afbryde studiet, og 54 % af de studerende, som overvejer at afbryde studiet, vurderer, at der er dårlig sammenhæng mellem den undervisning, de møder på uddannelsesstedet, og den praksis, de møder i praktikken (Jensen m.fl., 2008).

Af strukturelle og institutionelle grunde undervises der i læreruddannelsen, som beskrevet ovenfor, ofte i fag, fagdidaktik og pædagogik hver for sig. Kun sjældent betones sammenhængen, hvorfor der opstår en *didaktisk kløft*¹⁵ mellem matematikfaglig og fagdidaktisk viden (Bergsten, Grevholm & Favilli, 2009, s. 60). Bergsten m.fl. peger videre på praktikken som det oplagte element i læreruddannelse, der har potentiale til at bygge bro over denne didaktiske kløft. Det vil dog kræve, at praktikken integreres med de andre studieelementer, og at de studerende gives mulighed for at tage ansvar for praktikken.

For at udvikle praktikkens rolle foreslår Bergsten m.fl. at integrere forskningsbaserede, teoretiske redskaber og teorier i uddannelsen (Bergsten m.fl., 2009, s. 61), som de studerende kan bruge til en mere systematisk og fokuseret refleksion over og analyse af praktikerfaringer. Det er vigtigt, at efterbehandlingen er deskriptiv og ikke normativ, at den ikke bliver en evaluering af forløbet, men har fokus på epistemologiske aspekter af undervisning og læring. Formålet skal være at skabe mening frem for at bedømme undervisningen eller lærervirksomheden (Bergsten m.fl., 2009, s. 64).

Omfang, placering og indhold af praktikken i læreruddannelser er meget forskellig i de forskellige deltagende ICMI-programmer, men stort set alle har en praktikdel, og der er en tendens til at prioritere længere, sammenhængende praktikforløb (Tatto m.fl., 2009, s. 20), antageligt for at opnå en bedre sammenhæng mellem teori og praksis. Denne sammenhæng er dog ikke påvist. Det er en udbredt opfattelse blandt lærerstuderende, at det er i praktikken, 'man virkelig lærer noget' (Bergsten m.fl., 2009, s. 57), og det er også påvist, at praktik er meget relevant, specielt når de lærerstuderende afprøver nye didaktiske tiltag, som de har været med til at udvikle (Favilli, 2006).

Den mesterlæretanke, der tidligere lå bag brugen af praktik i læreruddannelsen, er blevet kritiseret for at understøtte en konservativ, ikke-udviklende lærervirksomhed (Bergsten m.fl., 2009, s. 58). Dette har flere steder medført en ændring i praktikkens omfang og rolle i læreruddannelsen, som også hænger sammen med den ændrede terminologi fra at tale om *teacher training* til i stedet at bruge termen *teacher education*.

Bednarz og Proulx (2005) foreslår, at integrationen af viden fra praktikken og den teoretiske del af læreruddannelsen understøttes ved, at den samme lærer underviser i det matematikfaglige indhold, det fagdidaktiske indhold og samtidig er vejleder i forbindelse med praktikken. På den måde kan undervisningssituationen i praktikken i højere grad sættes i sammenhæng med de faglige begreber og fagdidaktikken fra den teoretiske del af uddannelsen. For at give den lærerstuderende mulighed for at skabe sammenhænge, er det desuden nødvendigt, at hun i videst mulig omfang bliver forpligtet – og føler sig forpligtet på – undervisningen i praktikken. Det kan for eksempel tilstræbes ved, at de lærerstuderende får det fulde ansvar for undervisningen af et helt område på en given årgang. Bergsten m.fl., (2009, s. 61) nævner et eksempel på et forløb, gennemført af Tirosh & Tsamir (2005), hvor

¹⁵ På engelsk *didactical divide*.

lærerstuderende på tredje årgang skal gennemføre al geometriundervisningen i en niende klasse.

Det stiller den lærerstuderende over for en stor udfordring, når hun i praktikken – og senere som nyuddannet lærer – skal sammenkæde de tre, både organisatorisk og personligt adskilte, elementer af viden fra den teoretiske undervisning på læreruddannelsen i en meget kompleks undervisningssammenhæng, hvor de tre elementer er uløseligt forbundet og afhængige af hinanden. Som eksempel på dette nævner Gellert (2009, s. 42) arbejdet med sprogets rolle ved læring. Det er almindeligt anerkendt, at sprog er et afgørende element i forbindelse med læring af matematik, men det er på ingen måde oplagt, hvordan sproget 'sættes i spil' i undervisningen, det vil sige, hvordan man får skabt et miljø, hvor der er en lærerig samtale. En sådan problemstilling er et oplagt eksempel, som kan behandles ud fra såvel en matematikfaglighed som en fagdidaktik og en pædagogisk synsvinkel, og hvor den lærerstuderende således i praktikken skal samle elementer fra hver af disse i en form for syntese.

2.3 Subjektive faktorer

Læreren eller den lærerstuderende bringer naturligvis også andet af betydning for undervisningen end sin viden med ind i klasserummet. I den matematikdidaktiske forskning bruges ofte ordet *belief*, på dansk nogle gange lidt upræcist oversat til fagsyn, om lærerens opfattelse af, hvad matematik, matematikundervisning og matematiklæring er, og hvordan det føres ud i livet. Belief nævnes ofte i sammenhæng med en række mere subjektive faktorer, som er afgørende for kvaliteten af undervisningen, for eksempel forventninger, mål, holdning og indstilling til såvel faget som undervisningen i faget (Lerman, 2009).

I en sammenligning af danske og franske lærerstuderende viser Durand-Guerrier og Winsløw (2005), hvordan de lærerstuderendes holdning til matematik får direkte indflydelse på deres planlægning af en undervisningssituation, hvor det faglige indhold er regnereglen $(-2) \cdot (-3) = 6$. De franske lærerstuderende insisterede på at finde eksempler på reglen i situationer fra den virkelige verden, mens de danske lærerstuderende søgte tilbage til de matematiske forklaringer, de havde fået gennem deres egen uddannelse. Da det viste sig for de danske lærerstuderende, at de ikke havde den grundlæggende forståelse af den konkrete matematiske sammenhæng, eller at de kun havde nogle huskeregler, konkluderede de, at en faglig forklaring på problemstillingen var for svær for eleverne, og at de derfor blot måtte sige, at 'sådan er det'.

Ud over lærerviden, som – i en forenklet model – består af matematikfaglig viden, fagdidaktisk viden og pædagogisk viden, peger Neubrand m.fl. (2009, s. 216) på et element yderligere med betydning for læreres undervisning, *social viden*, som er viden om institutionelle og andre sociale interessenter i skolen. I nogle casestudier i Colombia påviser Agudelo-Valderrama og Clarke (2005), hvordan skolens holdning og forældrenes forventninger har en større betydning for nyuddannede lærere, når de skal videreudvikle deres

pædagogiske praksis, end den matematikfaglige og fagdidaktiske viden, de har opnået gennem deres studie (Neubrand m.fl., 2009, s. 215).

2.4 Teori-praksis-problemstillinger

At skabe sammenhæng mellem en fortrinsvis teoretisk uddannelse på en læreruddannelsesinstitution og varetagelse af en konkret profession som lærer i skolen er helt centralt for læreruddannelsen. Winsløw m.fl. (2009, s. 93) opstiller overgangen fra læreruddannelse til lærerprofessionen i tre niveauer:

- Et *epistemologisk* niveau. Tilpasning af den tilegnede, teoretiske lærerviden, ofte opdelt i delelementer som omtalt ovenfor, til brug i en praktisk løsning af undervisningsopgaver.
- Et *institutionelt* niveau. Overgangen fra en videregående uddannelsesinstitution til skolen med de forskellige normer og kulturer, der gælder de to steder.
- Et *personligt* niveau. Overgangen fra at være studerende til at være lærer.

Disse 'overgange' er naturligvis også aktuelle i forbindelse med, at lærerstuderende er i praktik i skolen, men her er der dog en større grad af at være 'på vej', idet det i højere grad accepteres af for eksempel elever, lærerkollegaer, ledelse og forældre, at den studerende endnu ikke har påtaget sig lærerrollen fuldstændigt.

Bergsten og Grevholm (2005) peger på to centrale teori-praksis-problemstillinger på det epistemologiske niveau. For det første skal den overvejende teoretiske viden, som er erhvervet i læreruddannelsens pædagogiske og matematiske fag, omsættes til en praktisk brug i en undervisningssammenhæng. For matematik betyder det, at et teoretisk fag, som er udviklet og udvikles gennem forskning på universiteterne og desuden i en række andre sammenhænge (herunder kommercielle og erhvervsmæssige), skal transponeres til et indhold, som elever på et givet alderstrin kan arbejde med og tilegne sig. Den studerende vil i læreruddannelsen stifte bekendtskab med både videnskabelig, teoretisk matematikteori og matematik på et undervisningsniveau til skolen. Det er imidlertid helt afgørende, at den lærerstuderende lærer at omsætte mellem disse to, således at hun for eksempel kan udlede centrale faglige pointer af undervisningsmateriale og indsætte dem i en større teoretisk sammenhæng eller omsætte faglige begreber i læseplaner til relevant matematisk teori for eleverne. For det andet skal den pædagogiske og den matematikfaglige viden forenes i en praksis, hvor den lærerstuderende eller læreren skal løse konkrete problemstillinger i forbindelse med matematikundervisning. Ud over at de enkelte delelementer af viden hver især indeholder en teori-praksis-problemstilling, skal den samlede lærerviden omsættes til en praksis, hvor de enkelte elementer ofte indgår i meget komplekse sammenhænge. Bergsten og Grevholm (2005) peger i denne sammenhæng på den manglende teoridannelse, som kan sammenkæde den faglige og den pædagogiske viden i en samlet skolebaseret, fagdidaktisk viden om, hvad det vil sige at være matematiklærer. Uden en sådan samlet teoridannelse er lærerne ofte overladt til at tage udgangspunkt udelukkende i deres faglige viden, og

kommunikationen med eleverne om det faglige indhold bliver derfor meget instrumentel (Bergsten & Grevholm, 2005).

På det institutionelle niveau er læreruddannelsen i de senere år i en række lande, herunder eksempelvis Sverige, flyttet fra en ikke-akademisk institution (seminarium) til universitetet (Winsløw m.fl., 2009, s. 96). Overgangen til det akademiske miljø betyder, at praktisk og teoretisk viden om matematikundervisning og læring antager en mere teoretisk, systematisk og videnskabelig form, men øger samtidig gabet mellem teori- og praksisviden om lærervirksomhed (Bergsten & Grevholm, 2005). Seminariets erfaringsbaserede tilgang og direkte orientering imod skolemiljøet giver gode muligheder for at forene faglig og pædagogisk viden, men begrænser samtidig den teoretiske udforskning af de enkelte elementer.

En mulighed for at forbedre sammenhængen mellem teori og praksis i en læreruddannelse i et forskningsbaseret miljø er ifølge Wood (2005), at matematikdidaktiske forskere i højere grad deltager i forskningsprojekter i skolen. Det vil medvirke til at skabe mere sammenhæng mellem læreruddannelse og skole og dermed hjælpe til en mere smidig overgang fra uddannelse til profession.

Den personlige udfordring, som lærerstuderende oplever ved at skulle gå fra at være studerende til at være lærer, varierer fra person til person. Det er derfor svært at undervise i på den teoretiske del af læreruddannelsen, hvorimod det indgår naturligt i praktikdelen. Der viser sig imidlertid ofte et 'praksischock', når den studerende går fra uddannelsen til professionen. Det kan blandt andet være fremkaldt af en skolekultur, hvor læreren er overladt til sig selv med en stor grad af frihed, men også ansvar, i forhold til valg af indhold og arbejdsmåde (Skott, 2001). Det er i denne sammenhæng vigtigt, at den studerende tilegner sig arbejdsformer og værktøjer, som sætter hende i stand til fortsat at udvikle sin lærerviden og lærerpraksis gennem selve undervisningen og i samspil med kolleger.

2.5 Lærerstuderendes læring i praksis

Viden om undervisning og læring er yderst kompleks og tilegnes i mange forskellige sammenhænge. Lærerstuderende og lærere lærer blandt andet i praksis, men meget viden om undervisning og læring tilegnes i egen praksis og forbliver derfor privat viden, som ikke bliver delt (Neubrand m.fl., 2009, s. 211).

Udviklingstendenserne inden for praktikfaget i læreruddannelsen er påvirket af den ændrede forståelse af læring fra en forståelse af læring ved metaforen *tilegnelse* til en forståelse ved metaforen *deltagelse* (Sfard, 1998). Denne ændring af forståelsen af læring har været med til at ændre opfattelsen af praktikken fra at være øvelse til en praksisbaseret model, fokuseret på at udvikle lærerstuderendes deltagelse i læringens praksis (Davis, Brown & Jaworski, 2009). Det er i denne forbindelse afgørende, at de studerendes læring sker i samspil med medstuderende og eventuelt erfarne lærere og læreruddannere, så praktikken ikke blot bliver en individuel – ofte stressfyldt – korttidsperformance. På den måde flyttes fokus til samarbejde og læring i et kollektiv. Målet er at få den studerende til at reflektere over egen

praksis som matematiklærer og uddanner i samarbejde med medstuderende og eventuelt lærere (Davis m.fl., 2009, s. 161). Denne tendens er en del af en udvikling væk fra *teacher training*-paradigmet, som går ud på at undervise i foruddefinerede undervisningsfærdigheder og en fast stamme af matematikfaget, hen imod et *læreruddannelsesparadigme*, som udvikler undervisningskompetence i matematik (Bergsten m.fl., 2009, s. 67).

Flere bidrag til ICMI 15 (Winsløw m.fl., 2009, s. 95-96) peger på, at læreruddannelse ikke kan løse alle problemer i forhold til at udvikle dygtige matematikundervisere – udviklingen skal fortsættes og videreudvikles, specielt i de første år som lærer, men også igennem et helt lærerliv. Der er imidlertid meget forskel på, i hvor høj grad forskellige lande har udviklet programmer for videreudvikling af nyuddannede læreres undervisningskompetence (Winsløw m.fl., 2009, s. 98). Et af de største problemer i forhold til udvikling af matematikundervisning i USA er således, ifølge Stigler og Hiebert (1999, s. 123), lærerens isolation i klasserummet. På samme måde beskriver Skott (2001), hvordan nyuddannede lærere i Danmark føler sig isolerede i de første år som lærer og ser et modsætningsforhold imellem det, de har lært i læreruddannelsen, og den konkrete virkelighed i skolen, for eksempel i forhold til at etablere konstruktivistiske principper for undervisning. Problemet med manglende samarbejde mellem lærere er naturligvis mest udbredt for nyuddannede lærere.

En af de mest iøjnefaldende tendenser ved de projekter i ICMI 15, som forsøger at udvikle matematikundervisning i og fra praksis, er, at der samarbejdes i fællesskaber, og at lærerne opfatter sig selv som udviklere af undervisning og ikke lærende (Davis m.fl., 2009, s. 155). Professionel udvikling er gået fra en individuel proces til en kollektiv proces med det formål at udvikle både egen matematikundervisning og matematikundervisningen generelt.

2.6 Matematiklæreruddannelse i Danmark

Som professionsuddannelse er læreruddannelsen i Danmark kendetegnet ved at være målrettet en helt specifik profession som lærer i den danske folkeskole. Dette gælder derfor naturligvis også for matematiklæreruddannelsen, som er en del af læreruddannelsen. Med læreruddannelsen 2007¹⁶ (LU07) blev matematiklæreruddannelsen delt i to specialiseringer mod henholdsvis begynder- og mellemtrin og mellem- og sluttrin. Der er således to matematiklæreruddannelser til folkeskolen, rettet mod henholdsvis begyndertrin og sluttrin, og med overlap på mellemtrinnet. I LU07 er første halvdel af uddannelsen fælles, hvorefter den studerende vælger mellem de to specialiseringer på anden halvdel. Strukturen på de to specialiseringer er helt ens, kun indholdet er forskelligt ved at være rettet mod den aktuelle målgruppe. Opdelingen i disse specialiseringer opretholdes med den nye læreruddannelse fra 2013, men der opereres ikke længere med en fællesdel. De studerende skal vælge specialiseringsdel ved starten af uddannelsen.

¹⁶ Projekterne i denne afhandling er gennemført på et læreruddannelseshold under denne ordning.

I indledningen (se afsnit 1.1.2) har jeg nævnt en række strukturelle ændringer over de sidste 10-15 år, som har været væsentlige faktorer i den akademisering af læreruddannelsen, der er sket. En udvikling, som også tidligere er set i for eksempel Norge og Sverige, hvor professionshøjskolerne i stadig stigende grad kommer til at ligne universiteterne. Som Bergsten og Grevholm (2005) påpeger i eksemplet med Sverige ovenfor, indebærer denne udvikling en risiko for, at de studerende i mindre grad får mulighed for at skabe sammenhæng mellem teori og praksis. Der er derfor god grund til at sætte yderligere fokus på denne problemstilling.

2.7 Om dette projekt

Matematiklærerfaglighed er sammensat af en række forskelligartede elementer fra såvel det teoretiske matematiske og pædagogiske videnskabsområde som fra praksisområdet om skolematematik og praksis. Den institutionelle kontekst, det vil sige henholdsvis læreruddannelsesinstitution og skole, er væsentlig for de studerendes læring. Hver for sig har begge institutioner dog en begrænsning i forhold til at tilbyde et relevant læringsmiljø. Der er derfor behov for et 'tredje læringsrum', hvor de studerende kan få erfaringer med overgangen mellem de to institutioner på alle tre niveauer (Winsløw m.fl., 2009, s. 93), det vil sige mulighed for at koble viden fra den teoretiske undervisning til praksis i skolen.

Dette projekts overordnede hensigt er at udvikle ny viden om, hvordan lærerviden og lærerpraksis kan udvikles i en dansk sammenhæng. Den grundlæggende ide er, at professionel lærerviden på en gang er knyttet til selve undervisningens praksis og til lærerens viden om pædagogik, didaktik og undervisningsfag, og en sådan professionel viden skal udvikles gennem hele lærerens undervisningskarriere. Det er derfor vigtigt, at uddannelsen giver læreren redskaber til at 'lære i og fra praksis' og til at dele sin viden og læring med kolleger.

Det er imidlertid fortsat et åbent og aktuelt forskningstema at identificere stabile betingelser for, at lærere kan lære gennem en fælles praksis. Dette projekt vil bidrage til det tema ved at udforske og udvikle modeller, redskaber og strategier, som kan støtte lærerstuderendes læring fra praksis i en dansk læreruddannelsessammenhæng, og som kan anvendes på tværs af for eksempel matematisk tema, alder og kultur.

Sigtet med dette projekt er, at det kan bidrage til at udvikle praksisformer, som, i højere grad end det er tilfældet nu, kan skabe sammenhæng mellem teori og praksis for lærere og lærerstuderende, og specielt styrke sammenhængen mellem teoretiske og praktiske elementer i læreruddannelsen. Herudover skal projektet udvikle nye praksisformer, som, i højere grad end det er tilfældet i dag, kan styrke sammenhængen mellem teori og praksis i læreruddannelsen og skabe grobund for, at lærere kan videreudvikle såvel egen matematikundervisning som matematikundervisningen generelt igennem hele lærerlivet.

3. En model til beskrivelse af matematiklærerfaglighed

I dette afsnit præsenteres en model til beskrivelse af lærerfaglighed med fokus på teori-praksis-relationer på baggrund af ATD, som er grundlagt af den franske matematikdidaktiker Yves Chevallard. ATD præsenteres i det omfang, det er nødvendigt for at kunne følge modeludviklingen. Den opstillede model udgør det teoretiske grundlag for afhandlingen og vil således blive anvendt såvel ved udarbejdelse af interviewguides som ved analyse af empirien.

Der findes forskellige begrebsrammer til beskrivelse af matematiklærerviden. En søgning i ERIC gav ingen relevante reviews¹⁷ over forskellige begrebsrammer. En overordnet gennemgang af 101 hits på 'teacher knowledge' og 'mathematics' og 'teacher education' og 'knowledge base for teaching'¹⁸ giver imidlertid et tydeligt billede af, at stort set alle bruger forskellige variationer af Shulmans (1987) tredeling samt forskellige videreudviklinger, specielt *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball & Bass, 2002). Begge er omtalt i afsnit 2. For eksempel sammenligner Kaarstein (2014) tre forskellige begrebsapparater (heriblandt MKT), som alle bygger på Shulman. Schoenfeld og Kilpatrick (2008) præsenterer *A Provisional Framework for Proficiency in Teaching Mathematics*, men også de relaterer de enkelte elementer til Shulman og Ball med forskellige kollegaer (Ball & Bass, 2002; Ball m.fl., 2005; Ball, Thames & Phelps, 2008):

- *Knowing school mathematics in depth and breadth*
- *Knowing students as thinkers*
- *Knowing students as learners*
- *Crafting and managing learning environments*
- *Developing classroom norms and supporting classroom discourse as part of "teaching for understanding"*
- *Building relationships that support learning*
- *Reflecting on one's practice*

(Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 322)

En væsentlig undtagelse, som ikke bygger på hverken Shulman eller Bass og kollegaer, er Niss & Jensens (2002) *kompetencebeskrivelse* af seks matematiklærerkompetencer:

- *Læseplanskompetence*
- *Undervisningskompetence*

¹⁷ Søgestreng: ("teacher knowledge" OR "teacher competencies") AND mathematics AND "teacher education" AND "knowledge base for teaching" AND review

¹⁸ Søgestrengen ("teacher knowledge" OR "teacher competencies") AND mathematics AND "teacher education" AND "knowledge base for teaching"

- *Læringsafdækningskompetence*
- *Evalueringskompetence*
- *Samarbejdskompetence*
- *Professionel udviklingskompetence*

(Niss & Jensen, 2002, s. 77 ff.).

Disse seks indeholder didaktiske og pædagogiske kompetencer. Herudover beskrives ”*Matematiklærerens matematiske kompetencer*” (Niss og Jensen, 2002, s. 81 ff.) med de otte matematiske kompetencer¹⁹, hver suppleret med nogle ”*didaktiske og pædagogiske kommentarer*” og eksempler på væsentlige matematiklærerkompetencer i tilknytning til den enkelte matematiske kompetence.

I det følgende opbygges og præsenteres en ny model til beskrivelse af matematiklærerfaglighed ud fra ATD (Chevallard, 1985; Chevallard, 1999; Chevallard, 2012)²⁰. ATD fremsætter en epistemologisk ramme for matematisk viden. Grundlæggeren af teorien, Yves Chevallard, har, sammen med andre internationale forskere, udviklet et samlet fagdidaktisk teorikompleks til beskrivelse af sammenhængen mellem teori og praksis i matematikundervisning og mellem matematisk og didaktisk viden. Teorien er antropologisk på en teoretisk videnskabelig basis, da den beskriver både matematisk og didaktisk viden som funderet på og vedrørende konkret menneskelig aktivitet. Den tilvejebringer redskaber til at analysere, modellere og designe sammenhængende ’enheder’ af menneskelig viden og praksis på et empirisk grundlag.

ATD tilbyder således en og samme ramme til analyse af de forskellige teori-praksis-problemstillinger i matematiklæreruddannelse. Det gør teorien velegnet i forhold til både at beskrive og analysere forskellige fremtrædelsesformer af teori-praksis-problemstillinger i matematiklæreruddannelsen (forskningsspørgsmål 1) og til at udvikle, analysere og vurdere lektionsstudier som ny praksisform i matematiklæreruddannelsen (forskningsspørgsmål 2) med henblik på at forberede de lærerstuderende på livslang læring gennem praksis.

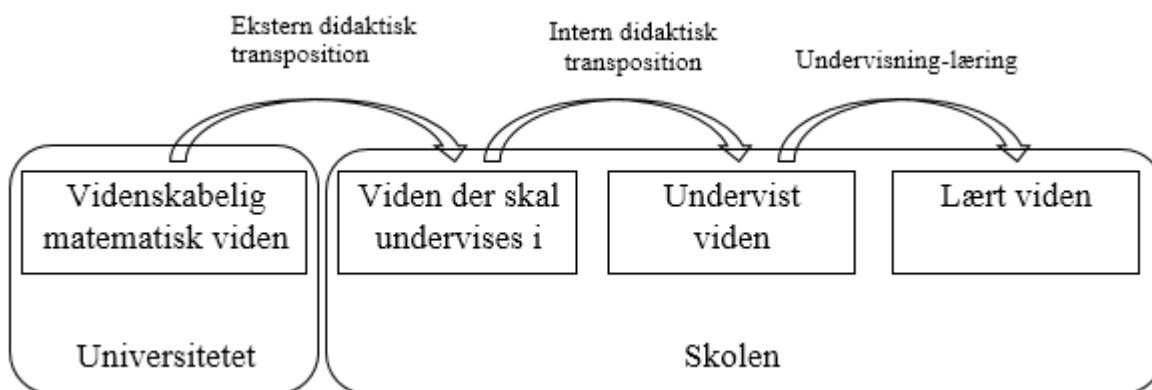
I afsnittet anvendes især litteratur af Chevallard og de forskere, som han har arbejdet tæt sammen med i udviklingen af teorien, specielt i Frankrig og Spanien.

3.1 Didaktisk transposition

Den videnskabelige matematiske viden (på engelsk *scholarly knowledge*), som udvikles fortrinsvis på universiteter, bearbejdes i tre trin, inden den ender som den viden, eleven lærer i skolen. Chevallard (1985) benævner denne bearbejdning *didaktisk transposition* (figur 3.1).

¹⁹ Tankegangskompetence, problemløsningskompetence, modelleringskompetence, ræsonnementskompetence, repræsentationskompetence, symbol- og formalismekompetence, kommunikationskompetence og hjælpemiddelkompetence.

²⁰ Det er bemærkelsesværdigt, at Chevallard (i de tekster jeg har læst) ikke på noget tidspunkt henviser til Shulman.



Figur 3.1. Didaktisk transposition. Beskrivelse af den matematiske videns transposition fra den 'skabes', fortrinsvis på universiteter, til elever lærer den i skolen.

Det første trin er den *eksterne didaktiske transposition*, som foregår uden for skolen, fra *videnskabelig matematisk viden* (herefter VMV) til *viden, der skal undervises i* (herefter VSU), det vil sige den viden, som formidles i curriculum og lærebøger. Den eksterne didaktiske transposition foretages af, hvad Chevallard kalder *the noosphere*, som er forholdsvist få specielt udvalgte personer til opgaven. Disse personer kan være tilknyttet skolen, for eksempel som lærere, eller det kan være andre udefrakomne, for eksempel undervisere på læreruddannelsen, forskere eller konsulenter. Den videre bearbejdelse fra VSU til den viden, der egentlig undervises i i skolen, *undervist viden* (herefter UV), kalder Chevallard *intern didaktisk transposition*. Dette arbejde varetages internt i skolen af lærerne og er ofte baseret på lærebøger. Mens kun få lærere deltager i den eksterne didaktiske transposition, er intern didaktisk transposition altså noget, alle beskæftiger sig med som en meget væsentlig del af lærerarbejdet. Det sidste trin er relationen mellem UV og den viden, eleven egentlig lærer, *lært viden* (herefter LV). Denne relation beskriver sammenhængen mellem undervisning og læring, i modellen kaldet *undervisning-læring*, det vil sige samspillet mellem underviseren og eleven i den konkrete læringsituation under indflydelse af blandt andet læringsmiljøet og de øvrige elever i situationen.

3.2 Prakseologier

Chevallard præsenterer første gang i 1999 i en artikel på fransk (Chevallard, 1999)²¹ begrebet *prakseologi* til at beskrive og analysere menneskelig aktivitet. Begrebet blev hurtigt et nøglebegreb i ATD (Bosch & Gascón, 2006). Prakseologi er en sammentrækning af praksis og logos, det græske ord for fornuft, argumentation og tænkning. Menneskelig aktivitet opfattes således som en sammenhængende kombination af praksis og viden. Al menneskelig

²¹ Chevallard introducerer senere begrebet i en engelsksproget artikel også (Chevallard, 2006).

praksis er motiveret af og begrundet i tænkning, fornuft og viden, og samtidig påvirker og ændrer menneskelig praksis en persons tænkning, fornuft og viden.

En prakseologi (figur 3.2) beskrives med en *4t-model* – et 4-tupel $(T, \tau, \theta, \Theta)$ bestående af *type af opgaver* (T), *teknik* (τ), *teknologi* (θ) og *teori* (Θ).

Menneskelig aktivitet initieres af en opgave – i skolen skal opgaverne motivere eleverne til at udføre handlinger, som giver dem mulighed for at lære. For at løse en opgave skal man bruge en teknik – i matematik kunne det for eksempel være en metode til subtraktion. En teknik er ofte anvendelig til at løse flere opgaver – en bestemt type af opgaver. Type af opgaver og teknik udgør tilsammen en praksis blok, som behandler knowhow eller hvordan-spørgsmål. Teknologi består af forklaringer og argumenter for teknik – i matematik kan det for eksempel være matematiske sætninger, beviser og egenskaber. Teori er forklaringer og argumenter for teknologi – i matematik kan det være definitioner og aksiomer. Mange matematiske begreber og sammenhænge kan behandles i forskellige teoretiske kontekster (Winsløw, 2012, s. 4), for eksempel behandles funktionsbegrebet i skolen i talområdet de reelle tal, hvorimod det i andre sammenhænge (for eksempel videregående uddannelser) behandles i talområdet de komplekse tal. Dermed er der også forskel på, hvilken type af opgaver, der kan behandles, samt hvilke teknikker og teknologier der kan anvendes. Tilsammen udgør teori og teknologi en teoriblok, som behandler begrundelser eller hvorfor-spørgsmål. Det er en væsentlig pointe, at teori udspringer af praksis (Winsløw, 2012, s. 4), man kan således ikke forestille sig en teoretisk blok uden en tilhørende praksis blok. Matematik er specielt kendetegnet ved at have meget præcise formuleringer af den teoretiske blok til at formulere generelle forklaringer på teknikker til løsning af typer af opgaver.

Prakseologier, som behandler situationer, der indeholder matematik, det vil sige hvor typen af opgaver kan løses med redskaber fra matematik, kaldes *matematiske organisationer* eller *matematiske prakseologier* (Bosch & Gascón, 2006, s. 59). I mange tilfælde kan en type af opgaver løses med samme teknik, disse kaldes *punktorganisationer*, og tilsvarende kaldes prakseologier, som forenes af en teknologi, *lokale organisationer*, og prakseologier, som forenes af en teori, *regionale organisationer* (Madsen & Winsløw, 2009, s. 746).

I forbindelse med undervisningssituationer opstår andre typer af opgaver, som ikke behandler matematiske spørgsmål, men spørgsmål om undervisning og læring af den matematiske prakseologi – disse kaldes *didaktiske prakseologier*. Didaktiske prakseologier, som behandler elevens læring af matematik, kaldes *elevens didaktiske prakseologi*, og didaktiske prakseologier, der behandler undervisning, kaldes *lærerens didaktiske prakseologi* (Barbé Bosch, Espinoza & Gascón, 2005, s. 239). Didaktiske prakseologier kan på samme måde som matematiske prakseologier beskrives med en 4t-model – type af opgaver, teknik, teknologi og teori.

Teori blok	Teori
	Teknologi
Praksis blok	Teknik
	Type af opgave

Figur 3.2. Prakseologi. En prakseologi består af en praksis blok, indeholdende teknik og type af opgaver, og en teoriblok, indeholdende teknologi og teori.

Matematiske og didaktiske prakseologier er indbyrdes afhængige – didaktiske prakseologier er meningsløse uden matematiske prakseologier (eller prakseologier fra andre fag) – med Chevallards ord er de to *co-determined* (Winsløw, 2011, s. 125). Lærerens didaktiske prakseologi kan bruges til at beskrive og analysere, *hvad* læreren skal gøre (type af opgaver), når hun skal undervise i en given matematisk prakseologi, *hvordan* hun skal gøre (teknik), og *hvorfor* hun skal gøre sådan (teoriblokken) (Madsen & Winsløw, 2009).

Didaktiske og matematiske prakseologier bindes sammen igennem didaktiske processer, det vil i ATD sige, at eleverne 'skaber' eller 'genskaber' matematiske prakseologier igennem seks *didaktiske øjeblikke* eller didaktiske faser (på engelsk *didactic moments*) (Barbé m.fl., 2005, s. 238):

1. Første møde (med den matematiske prakseologi)
2. Udforskningsfasen
3. Teknologi-teori-fasen
4. Teknikoptimeringsfasen
5. Institutionaliseringsfasen
6. Evalueringsfasen (min oversættelse)

Disse seks 'øjeblikke' i processen, som er direkte forbundet til den matematiske prakseologi, er helt afgørende punkter for læringsprocessen. Det første punkt er elevens første møde med en ny matematisk prakseologi, ofte repræsenteret ved en opgave, som er eksemplarisk for en type af opgaver, T_i . Herefter udforsker eleven flere lignende opgaver i udforskningsfasen med henblik på at udvikle en egnet teknik, τ_i , som kan anvendes til at løse denne type af opgaver. I teknologi-teori-fasen formuleres der forklaringer af og argumenter for den anvendte teknik, hvorved teoriblokken (θ, Θ) etableres. I teknikoptimeringsfasen arbejder eleven med at forbedre teknikken med henblik på at opnå færdigheder og rutine i udøvelsen. De sidste to faser er tæt forbundne: I institutionaliseringsfasen knyttes den matematiske prakseologi til andre matematiske prakseologier gennem teoriblokkene (θ, Θ) , og til sidst, i evalueringsfasen, relateres typen af opgaver, T_i , til den formulerede matematiske prakseologi, og processen valideres.

De seks didaktiske øjeblikke minder på mange måder om Brousseau's (1997) inddeling af undervisningsforløb i fem faser: devolution, handling, formulering, validering og institutionalisering. Hvor Brousseau imidlertid især fokuserer på lærerens rolle og opgave – didaktiske og adidaktiske situationer – fokuserer Chevallards inddeling i højere grad på udviklingen fra det konkrete eksempel til formulering af en generel matematisk sammenhæng.

Hver af de seks øjeblikke indeholder didaktiske udfordringer, flere typer af opgaver, som kan bruges som udgangspunkt for arbejde med den tilhørende didaktiske prakseologi. I læreruddannelsen kan de didaktiske øjeblikke således bruges som redskab til at skabe sammenhæng mellem matematiske og didaktiske prakseologier og vise, hvordan de er uløseligt forbundet med hinanden. Øjeblikkene kan beskrives og analyseres i den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og afprøves af de studerende som værktøj i skolens praksis.

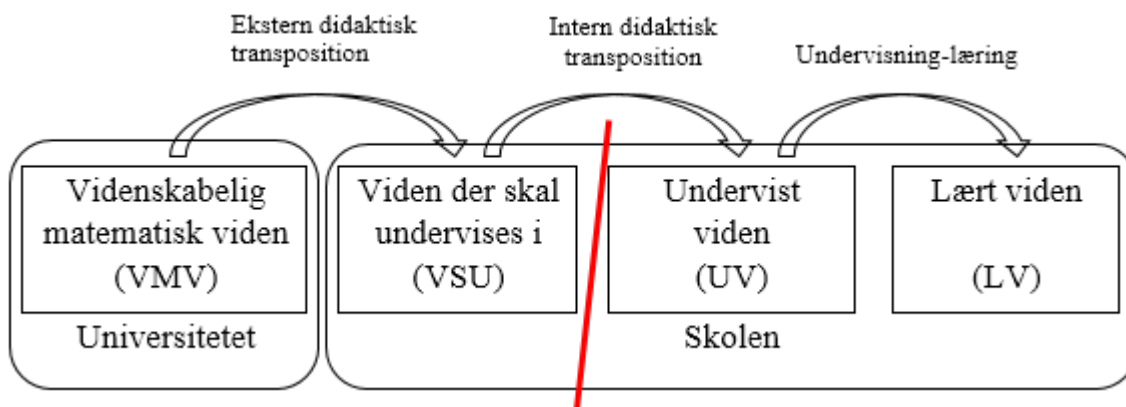
3.3 Opstilling af modellen

I det følgende afsnit kombineres de to modeller fra ATD – didaktisk transposition (figur 3.1) og prakseologier (figur 3.2) – til en samlet model til beskrivelse af matematiklærerfaglighed med specielt fokus på teori-praksis-relationer og -problemstillinger. Matematiklærerfaglighed forstås bredt som færdigheder, viden og kompetencer, som er væsentlige i forhold til at være en dygtig matematiklærer.

Modellen er udviklet til brug i forbindelse med læreruddannelse, men er også velegnet til brug i forbindelse med beskrivelse og analyse af matematiklærerfaglighed generelt. Til gengæld er den ikke egnet til at bedømme en lærerstuderende eller en lærers matematiklærerfaglighed. Dertil er hele modellen, og de mange indbyrdes sammenhænge mellem enkeltelementer, for kompleks. I stedet sætter den fokus på de mange forskellige elementer, som lærerfaglighed består af, samt specielt sammenhænge mellem de enkelte elementer. Man kan dog sige, at hvis enkelte af elementerne er meget svage for en given lærerstuderende eller lærer, vil matematiklærerfagligheden være mangelfuld – man kan ikke kompensere ved tilsvarende større viden på andre områder. De sædvanlige eksempler er lærerstuderende eller lærere, som har meget videnskabelig matematisk viden, men meget lidt viden om eksempelvis lærerens didaktiske prakseologi eller omvendt. Begge dele er oplagte eksempler på en utilstrækkeligt samlet matematiklærerfaglighed.

Udgangspunktet for konstruktionen af modellen er modeller over den didaktiske transposition, som er beskrevet i figur 3.1. De fire typer af viden, som er beskrevet i modellen, og det indbyrdes forhold imellem dem, beskriver tilsammen netop den viden, som er væsentlig i forhold til matematiklærerfaglighed. En professionel lærer skal have viden om, kunne analysere og reflektere over matematisk viden i hele processen fra VMV til LV.

I modellen over den didaktiske transposition går skillelinjen mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og praktikundervisningen på skolerne i hovedsagen mellem VSU og UV (figur 3.3). Denne skillelinje, som i modellen er rød, kaldes i den nye model for en *teori-praksis-akse*. Det er ofte den, der beskrives og analyseres i forbindelse med teori-praksis-problemstillingen i læreruddannelsen.



Figur 3.3. Den røde teori-praksis-akse markerer den ofte beskrevne teori-praksis-problemstilling i læreruddannelsen.

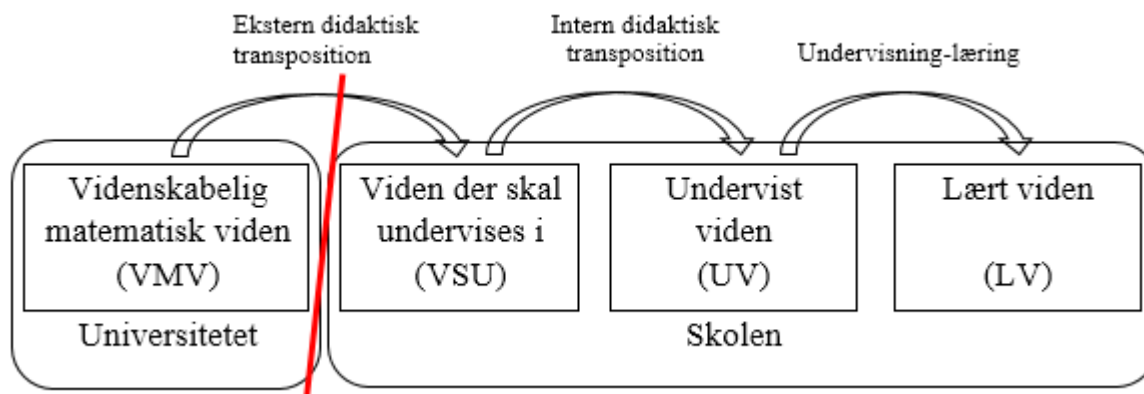
Undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen beskæftiger sig først og fremmest med VMV og VSU – det sidste i form af analyse af curriculum og lærebøger – hvorimod både UV og LV er umiddelbart vanskeligt tilgængelige. Det kan dog lade sig gøre at inddrage beskrivelser af egentlig gennemført undervisning, for eksempel i form af videooptagelser, ligesom elevprodukter kan bruges til at behandle LV. I praksis vil analyse ud fra sådanne beskrivelser imidlertid oftest indeholde en række ubesvarede spørgsmål og derfor blive mangelfulde. En analyse af, hvad der egentlig er sket, kan foretages mere præcist og fyldestgørende – og derfor blive mere udbytterig – af en person, som har været til stede i undervisningen.

Den overvejende del af indholdet i praktikken omhandler tilsvarende de to søjler til højre i modellen. VMV behandles ikke i praktikken, hvorimod VSU, i form af Fælles Mål (FM), kan (og bør) blive inddraget, men i praksis kun bliver det i meget begrænset omfang. Oftest tager de studerendes arbejde i praktikken – det vil sige forberedelse af den konkrete undervisning af eleverne – udgangspunkt i den interne didaktiske transposition med brug af konkret undervisningsmateriale (lærebøger). I nogle tilfælde anvender de studerende målformuleringer fra FM som udgangspunkt for forberedelsen (ofte på foranledning af undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen) – og med lærebøger som hjælpemiddel – men behandlingen af VSU er oftest 'ureflekteret brug' med henblik på at foretage den interne didaktiske transposition og bevæge sig mod højre i modellen. I modsætning til dette er undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, hvor behandlingen i højere grad er analytisk og kritisk – mod venstre i modellen. Der er derfor kun et ganske lille – om noget – overlap i behandlingen af VSU i undervisningen på læreruddannelsen og praktikken, og derfor også kun ringe mulighed for at skabe sammenhæng for de studerende.

Det er en vigtig pointe, at teori-praksis-aksen ikke er det samme som intern didaktisk transposition. Intern didaktisk transposition beskriver en proces, hvor viden transponeres fra VSU til UV, hvorimod teori-praksis-aksen markerer en væsentlig teori-praksis-problemstilling i forhold til lærerfaglighed og dermed læreruddannelse. Intern didaktisk transposition, i form af udformning af undervisningsforløb på baggrund af curriculum og lærebøger, er således en ofte anvendt aktivitet i matematikundervisningen på

læreruddannelsesinstitutionen. Oftest får denne aktivitet imidlertid ingen direkte forbindelse til UV, idet undervisningsforløbene ikke gennemføres i en egentlig skolepraksis.

Ud over denne 'sædvanlige' teori-praksis-problemstilling peger modellen også umiddelbart på en anden, nemlig forskellen på 'videnskabelig matematik' og 'skolematematik'.

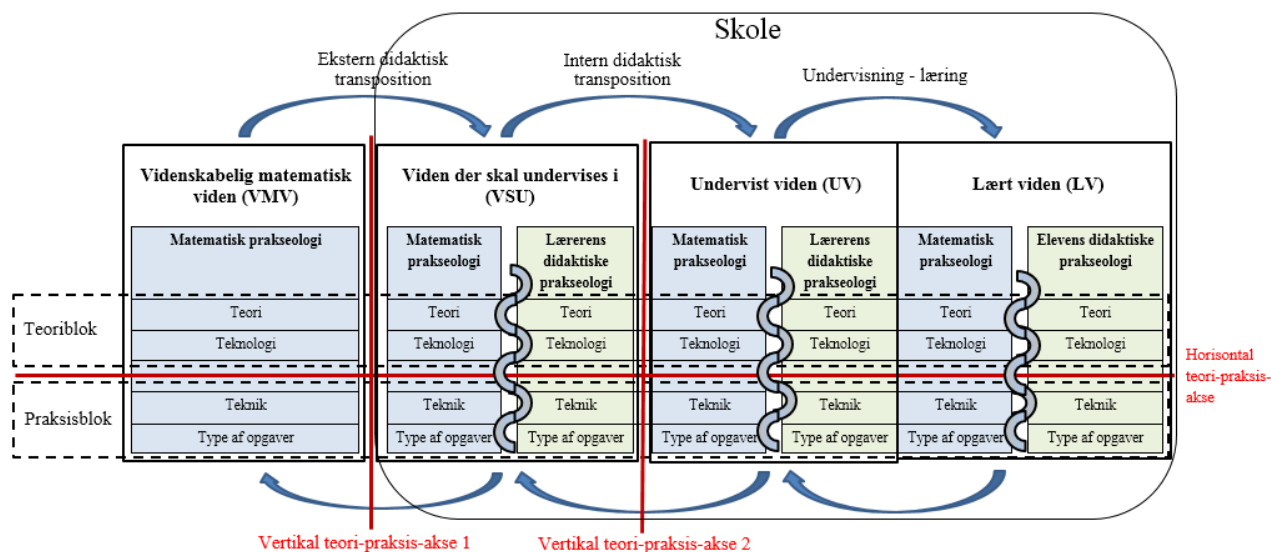


Figur 3.4. Den røde teori-praksis-akse markerer 'overgangen' fra videnskabelig matematik til skolematematik.

Den matematik, der behandles på videregående uddannelser – specielt universitetsuddannelser – er meget forskellig fra den, der behandles i skolen, hvilket fremgår af for eksempel curriculumbeskrivelser og lærebøger. Specielt er den aksiomatisk-deduktive opbygning på videregående uddannelser meget forskellig fra den mere praktiske, anvendelsesorienterede tilgang i skolen, men også sproget og brugen af symboler er helt forskelligt. Denne problemstilling udtales ofte af studerende ved, at de sætter spørgsmålstegn ved, hvad de kan bruge den videnskabelige matematik, som der undervises i på læreruddannelsesinstitutionen, til i deres fremtidige lærerarbejde ude i skolen. Modellen giver en del af svaret, idet det er væsentligt for en lærer at kunne analysere den eksterne didaktiske transposition kritisk, da der i udvælgelsen af det faglige stof til skolen foretages valg og fravalg, som er afgørende for den undervisning, lærerne skal gennemføre. At kunne analysere curriculum og lærebøger, VSU, blandt andet ud fra VMV, er således en væsentlig del af en lærerfaglighed og derfor også en væsentlig aktivitet i matematikundervisningen på læreruddannelsen.

De fire 'typer' af viden i den didaktiske transposition kan hver beskrives med matematiske og didaktiske prakseologier. Den samlede model kommer dermed til at bestå af fire søjler, indeholdende de fire forskellige former for viden i den didaktiske transposition beskrevet med prakseologier (figur 3.5). De tre typer af viden til højre i modellen – 'inde' i skolen – er hver beskrevet med en matematisk prakseologi og en tilhørende didaktisk prakseologi, som bindes sammen af de seks didaktiske øjeblikke, som er illustreret med en spiral med seks viklinger. VMV er kun beskrevet med en matematisk prakseologi, da viden om undervisning og læring i dette tilfælde ikke er væsentlig for lærere i skolen (men for lærere på videregående uddannelser). Det skal dog bemærkes, at lærerstuderendes opmærksomhed på, erkendelse af

og refleksion over egen læring i mange tilfælde kan være en yderst frugtbar grobund for læring om, hvordan mennesker generelt – herunder elever i skolen – lærer.



Figur 3.5. Model til beskrivelse af matematiklærerfaglighed. Modellen består af fire søjler med de fire 'typer' af viden fra den didaktiske transposition. VMV, som er uden for skolen, er beskrevet med en matematisk prakseologi, og de tre øvrige søjler, som er inde i skolen, er beskrevet med både en matematisk og en didaktisk prakseologi. To vertikale og en horisontal teori-praksis-akse, alle røde, markerer væsentlige teori-praksis-problemstillinger i læreruddannelsen.







Pilene i modellen går både mod højre (øverst), som i den oprindelige model over didaktisk transposition, men også mod venstre (nederst). Det skyldes, at det er væsentligt for lærere at kunne forbinde de fire typer viden i denne retning også. For eksempel skal lærere kunne vurdere og forholde sig kritisk til UV ud fra LV, og de skal kunne analysere og forholde sig kritisk til VSU ud fra LV. I mange fremstillinger af den didaktiske transposition er der på samme måde pile i begge retninger (Chevallard & Bosch, 2014), idet de fire forskellige typer af viden påvirker hinanden indbyrdes – der er endda også eksempler på, at VMV bliver påvirket af de tre andre typer viden:

Moreover, there are certain teaching processes in which the scholarly body of knowledge is created afterwards, because of the need to teach a given content that has to be organized, labeled and recognized as something relevant (an illustrative example is the case of accounting and its corresponding body of knowledge, accountancy). It is also possible that something that is not even commonly recognized as a proper body of knowledge may appear as “scholarly knowledge” for the role it assumes in a given educational process. For instance, in the teaching of sports, the scholarly knowledge, albeit not academically tailored, includes that of high level sport players, even if they are a far cry from what we normally consider “scholars” to be! (Chevallard & Bosch, 2014).

Transpositionen af viden mellem de to søjler til højre i modellen, UV og LV, er forskellig fra de andre relationer, idet den ikke kan beskrives som en teori-praksis-problemstilling. De to typer af viden kan analyseres hver for sig, men er i praksis knyttet tæt sammen og indgår i et mere direkte indbyrdes samspil end de øvrige relationer. I undervisningssituationen reagerer og handler læreren ud fra elevernes kommunikation og en umiddelbar afkodning af deres viden og læring, for eksempel gennem dialog. På samme måde reagerer eleven på lærerens kommunikation og ageren. UV og LV er således uløseligt forbundet med hinanden og indgår i en konstant vekselvirkning, hvor underviseren handler ud fra sin umiddelbare refleksion og intuition. Den nære sammenhæng er illustreret i modellen ved, at de to søjler er placeret helt tæt på hinanden uden noget mellemrum imellem.

De matematiske og didaktiske prakseologier er, som beskrevet ovenfor, opdelt i en teoriblok og en praksisblok, som angiver endnu en teori-praksis-problemstilling. Denne teori-praksis-akse er, som de to andre, der er omtalt ovenfor, markeret med en rød akse i modellen. Aksen kaldes den *horisontale teori-praksis-akse*, og de to andre kaldes vertikal teori-praksis-akse 1 og 2. Problemstillingen i forhold til den horisontale akse er 'intern' i henholdsvis den matematiske og den didaktiske prakseologi, i modsætning til de to vertikale, som hver er mellem to par af prakseologier – matematisk og didaktisk. I forhold til de matematiske prakseologier deler den horisontale teori-praksis-akse den praktiske, procedurale matematik med fokus på teknikker til at løse typer af opgaver fra den teoretiske matematik med fokus på forklaringer, argumenter, beviser, matematiske begreber og sammenhænge. At skabe sammenhæng mellem disse to blokke er en grundlæggende problemstilling og en afgørende pointe for matematikundervisning, såvel i skolen som på læreruddannelsen. Den højere grad af abstraktion i den teoretiske blok er en helt central egenskab ved matematisk teori, men også ofte en meget vanskelig barriere at krydse for såvel elever som lærerstuderende, og derfor en væsentlig problemstilling for læreruddannelse både hvad angår undervisningen i skolen og undervisningen af de studerende på læreruddannelsesinstitutionen. De didaktiske prakseologier deles på samme måde som de matematiske prakseologier af den horisontale teori-praksis-akse, og også her er evnen til at skabe sammenhæng mellem den praktiske blok, hvor der formuleres centrale problemer og teknikker til at løse dem, og den teoretiske blok, hvor der argumenteres for de valgte teknikker ud fra mere teoretiske overvejelser, en helt afgørende del af matematiklærerens faglighed.

Modellen, og specielt de tre teori-praksis-akser, vil i resten af afhandlingen blive anvendt både analytisk deskriptivt som analysemodel i forhold til empirien med det formål at opnå indsigt i væsentlige teori-praksis-problemstillinger i læreruddannelsen, og normativt præsriptivt til at klargøre de udfordringer, der skal overkommes i forbindelse med didaktiske design af nye læringsmiljøer til læreruddannelsen med henblik på, at de studerende i højere grad oplever sammenhæng mellem teori og praksis i deres uddannelse. Ved illustrationerne vil centrale elementer og sammenhænge i modellen blive markeret på følgende måde:

	Rød ellipse	Element, der fokuseres på
	Stiplet rød ellipse	Element, som delvist behandles eller som potentielt kan behandles
	Rød udfyldt dobbelpil med sort kant	Sammenhæng på tværs af teori-praksis-akse
	Rød udfyldt dobbelpil med sort stiplet kant	Sammenhæng på tværs af teori-praksis-akse, som kun delvist opnås eller potentielt kan opnås
	Rød udfyldt dobbelpil	Sammenhæng – ikke på tværs af teori-praksis-akse
	Stiplet, rød dobbelpil	Sammenhæng – ikke på tværs af teori-praksis-akse, som delvist opnås eller som potentielt kan opnås

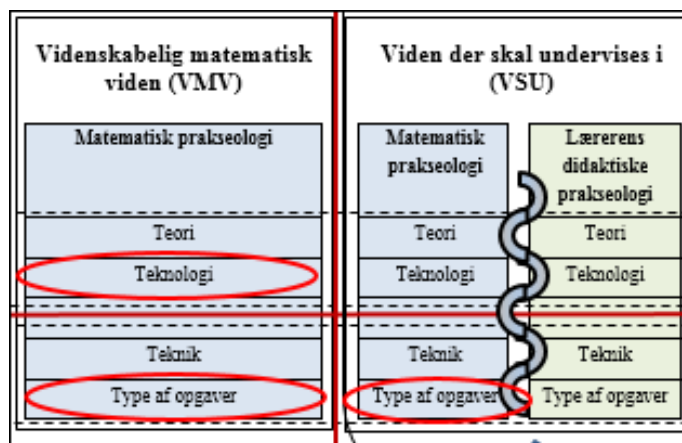
3.4 Eksempel: Addition af rationale tal

Det følgende er et eksempel på en overordnet beskrivelse af et undervisningsforløb til brug i læreruddannelsens matematikundervisning med udgangspunkt i den fremsatte model. Formålet er at vise, hvordan modellen kan bruges i en læreruddannelsespraksis til at sætte fokus på forskellige væsentlige elementer af lærerfaglighed inden for et afgrænset matematisk emne, og hvordan fokus på teori-praksis-akserne kan hjælpe til, at de studerende får mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af akserne. Da eksemplet er formuleret i forhold til den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen, vil det især være de to søjler til venstre i modellen, VMV og VSU, der bliver behandlet. Til sidst vil der dog blive givet enkelte forslag til, hvordan emnet også kan behandles med fokus på UV og LV – de to søjler til højre i modellen.

For at tydeliggøre mere komplekse problemstillinger's 'placering' i modellen, vil teksten blive suppleret af illustrationer af afgrænsede udsnit af modellen (figur 3.6-3.8). Dette gælder for resten af afhandlingen, dog vil mere enkle problemstillinger, som for eksempel kun berører et enkelt element i modellen, ikke blive illustreret.

De studerendes første møde med den matematiske prakseologi kan for eksempel være spørgsmålet: *Hvad er summen af $\frac{a}{b}$ og $\frac{c}{d}$, $a, b, c, d \in N$ – for eksempel hvad er summen af $\frac{1}{6}$ og $\frac{3}{4}$?* De to spørgsmål behandler henholdsvis teknologi i VMV og type af opgaver i VSU og VMV (figur 3.6) og er således placeret på hver sin side af vertikal teori-praksis-akse 1 og den horisontale teori-praksis-akse. Den oftest anvendte teknik til at løse denne type af opgaver, som alle studerende naturligvis kender, er at bestemme en fælles nævner, eventuelt mindste

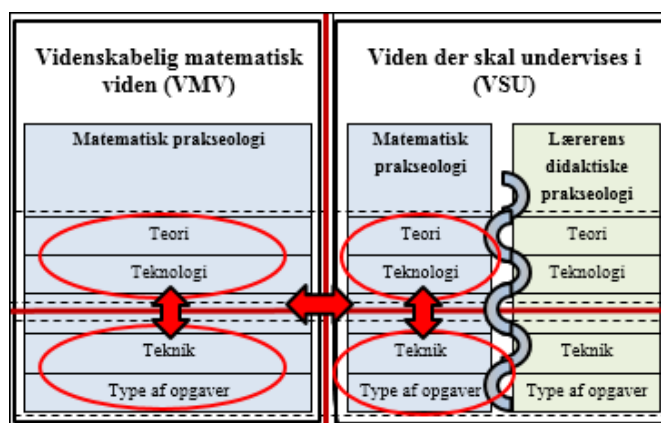
fælles multiplum, forlænge begge brøker, så de har samme nævner, og til sidst lægge tællerne sammen og beholde nævneren. At addere $\frac{1}{6}$ og $\frac{3}{4}$ er naturligvis en enkel opgave for lærerstuderende, hvorimod $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ er udfordrende for en del af dem, selv om man kan sige, at det burde være kendt stof, efter at de har gennemført en gymnasial uddannelse. Ved sideløbende at beskæftige sig med VSU og VMV får de studerende mulighed for at bruge erfaringer fra deres egen læreproces direkte i forbindelse med analysen af VSU.



Figur 3.6. Eksempel på konkret udgangspunkt for undervisningsforløb i læreruddannelsen.

Sammenhængen mellem de to eksempler – det vil sige skiftet i abstraktionsniveau fra konkret eksempel til generel regel – er udfordrende for en del lærerstuderende og derfor et velegnet udgangspunkt for at studere den tilhørende teknologi, det vil sige forklaringer og begrundelser for regler om aritmetik inden for de rationale tal. I forhold til VMV kan det for eksempel være et argument eller bevis for følgende sætning: Hvis $\frac{a}{b}$ er en vilkårlig brøk og n er et vilkårligt helt tal, ikke 0, så gælder, at $\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$.

Teori begrunder og argumenterer for teknologi – i dette tilfælde er det for eksempel definitionen af rationale tal, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ og } q \in \mathbb{N} \right\}$. Denne undersøgelse og analyse inden for VMV er netop et eksempel på, at der skabes sammenhæng mellem praksis- og teoriblokken på tværs af den horisontale teori-praksis-akse, og dermed et oplagt udgangspunkt for, at de studerende arbejder med, hvordan undervisningen i skolen kan tilrettelægges, så den giver eleverne mulighed for at skabe sammenhæng (figur 3.7). Herved skabes



Figur 3.7. Illustration af muligheder for inddragelse af forskellige elementer i modellen i et undervisningsforløb i læreruddannelsen.

samtidig sammenhæng mellem VMV og VSU og samspillet mellem matematisk prakseologi og lærerens didaktiske prakseologi inddrages. Ud fra det ene konkrete eksempel, og eventuelt med inddragelse af de seks didaktiske øjeblikke, kan de studerende formulere eksempler på undervisningssekvenser og analysere sammenhængene mellem den matematiske og den didaktiske prakseologi. Det kan for eksempel være forskellige sværhedsgrader i udforskningsfasen som $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$, $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ og $\frac{3}{4} + \frac{1}{7}$ samt elevernes muligheder for at formulere forklaringer og argumenter i teknologi-teori-fasen. Derved skabes der mulighed for også at involvere teoriblokken i den matematiske prakseologi i VSU. Ud fra et udgangspunkt i den

praktiske blok af den matematiske praksis i VSU, er forløbet således udvidet til at behandle hele den venstre halvdel af modellen.

Ved den første behandling af emnet blev det postuleret, at $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$ er en del af VSU. Det vil lærerstuderende næppe sætte spørgsmålstegn ved, idet de alle har mødt lignende opgaver i deres skoletid. Det vil imidlertid være oplagt at fortsætte med at undersøge VSU nærmere, for eksempel ved at analysere curriculum og behandling af emnet i lærebøger. I FM, 4.-6. klasse, tal og algebra, regnestrategier, fase 2 står der:

Færdighedsmål: Eleven kan udvikle metoder til beregninger med decimaltal, enkle brøker og negative hele tal.

Vidensmål: Eleven har viden om strategier til beregninger med decimaltal, enkle brøker og negative tal. (Undervisningsministeriet, 2014a).

Og fra læseplanen:

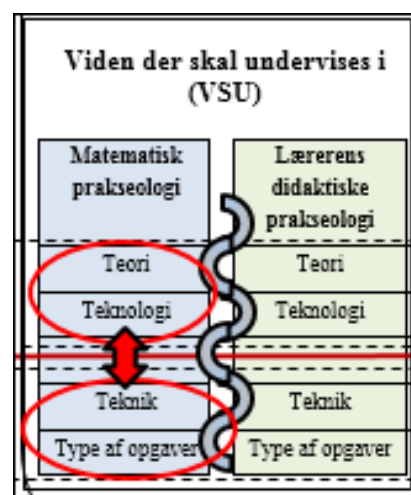
Senere i trinforløbet videreudvikles regnestrategier med beregningsmetoder knyttet til enkle brøker, decimaltal, procent og enkle negative tal. I dette arbejde skal eleverne fortsat have mulighed for at anvende konkrete og billedlige repræsentationer. Ved beregninger kan brøker ofte med fordel erstattes med decimaltal.

I forbindelse med beregninger med rationale tal skal elevernes færdigheder i hovedregning og i regning med skriftlige notater vedrøre talstørrelser, der anvendes i hverdagsliv. Til beregninger, der rækker ud over denne anvendelse, skal eleverne kunne anvende digitale værktøjer, herunder lommeregner, regneark og CAS. (Undervisningsministeriet, 2014a).

Målene, og hvordan de opnås, er formuleret i meget åbne vendinger, så meget er overladt til læreren. Et væsentligt element i forhold til, at eleven kan "udvikle metoder" og "have viden om strategier" (begge dele i flertal) er imidlertid, at hun kan argumentere for, hvorfor en metode er gyldig, altså den teoretiske blok af den matematiske praksis. Det er til gengæld op til læreren at fortolke, hvad begrebet "enkle brøker" indeholder, samt hvornår der er tale om "talstørrelser, der anvendes i hverdagsliv", hvor eleverne skal kunne foretage beregninger ved hjælp af hovedregning og notatregning. Eksempler som det ovenfor nævnte, $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$, vil kunne findes i alle lærebøger til mellemtrinnet som noget af det mest avancerede inden for emnet, eleverne præsenteres for, idet ingen af de to nævnere i addenderne kan bruges som fællesnævner. Det andet eksempel, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, er i denne 'rene' form ikke indeholdt i formuleringen fra FM og derfor ikke umiddelbart relevant for elever i skolen – i hvert tilfælde ikke for alle elever. Til gengæld er det yderst relevant i læreruddannelsen, da den generelle løsning er et væsentligt værktøj for en lærer, når elever skal udvikle metoder og erhverve viden om strategier.

Formuleringerne om teknologi i forhold til den matematiske praksis er i FM generelt beskrevet implicit som ovenfor eller i uformelle termer. Det gælder specielt i indskoling og på mellemtrinnet. Det mest eksplicite eksempel, som kunne anvendes i tilknytning til dette forløb, er: "Eleven kan anvende ræsonnementer i undersøgende arbejde" (ræsonnement og tankegang, 4.-6. klasse). Elevernes argumentation for en metodes gyldighed vil bygge på

sådanne ræsonnementer. Kun et sted i målene (og tilsvarende et sted i læseplanen) bruges ordet bevis: ”Eleven har viden om enkle matematiske beviser” (ræsonnement og tankegang, 7.-9. klasse). På mellemtrinnet bruges ordet ”ræsonnementer” samt implicite formuleringer som i citatet ovenfor. Tanken bag disse formuleringer er, at eleverne skal bringes i situationer, hvor de skal undersøge enkelttilfælde med henblik på at udforme, begrunde og optimere egne metoder (teknik). Niveaue af præcision og konsistens fremgår imidlertid (helt bevidst) ikke klart af formuleringerne i FM – i praksis er det forskelligt fra elev til elev. Kravene til præcision og konsistens er ikke, at eleverne når frem til formuleringer, som ligner det, der kendes i den videnskabelige matematik. I stedet er målet, at elevernes teknik optimeres (teknikoptimeringsfasen) i en vekselvirkning med teknologi-teori-fasen, hvor argumenterne for de valgte metoder sideløbende skærpes, så den teoretiske blok bliver så præcis og konsistent som det er muligt for den enkelte elev i den givne situation. Praksis- og teoriblok behandles og udvikles således sideløbende (figur 3.8).



Figur 3.8. Formuleringerne i Fælles Mål lægger op til, at eleverne arbejder med praksis- og teoriblokken sideløbende.

Det er – i hvert tilfælde i nogen grad – op til læreren at afgøre, hvilke typer af opgaver eleverne skal kunne løse som henholdsvis hovedregning, notaregning og ved hjælp af digitale hjælpemidler. Folkeskolens prøver efter 9. og 10. klasse giver dog samtidig en væsentlig indikation, specielt prøven i matematiske færdigheder efter 9. klasse, hvor eleverne ikke må benytte digitale hjælpemidler. Eksempler herfra de sidste år er $\frac{3}{4} + \frac{3}{2}$ (Undervisningsministeriet 2015, opgave 38) og $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$ (Undervisningsministeriet, 2014b, opgave 41). Der er forskel på sværhedsgraden fra år til år, fordi niveaue afstemmes med de øvrige opgaver, ved at de forskellige faglige emner prøves på varierende niveau fra år til år, således at sværhedsgraden ved den samlede prøve så vidt muligt er konstant. Inden for denne ramme kan læreren vægte hovedregning, notaregning og brugen af digitale hjælpemidler. Det kan være forskelligt fra elev til elev, også i den enkelte klasse, hvilken af metoderne de vælger i forskellige situationer. En oplagt aktivitet er derfor at sammenligne metoder i forskellige tilfælde – idealet er at vælge en relevant metode, hvilket vil sige den hurtigste med mindst risiko for fejlregning. Det er en pointe, at det varierer fra elev til elev.

Den teoretiske blok af den matematiske prakselogi behandles traditionelt kun i meget lille omfang i skolen. I nogle sammenhænge argumenteres der for matematiske sammenhænge (teknologi), men generelt er det overvejende fokus på praksisblokken. Specielt teori er fraværende – definitioner og aksiomer forekommer stort set ikke i lærebøger til skolen. Dette forhold er en iøjnefaldende modsætning til de gymnasiale uddannelser, hvor der er meget fokus på teori og teknologi. Dette forhold hænger blandt andet sammen med traditionen i de to institutioner, som er præget af den store forskel i lærernes uddannelsesbaggrund, som er

omtalt i afsnit 1.1.2. Med de nye FM fra 2014 er der imidlertid blevet sat yderligere fokus på teori, idet eleverne på det afsluttende trin skal kunne ”*skelne mellem hypoteser, definitioner og sætninger*” (ræsonnement og tankegang, 7.-9. klasse). Der er dog ikke lignende formuleringer i målene for mellemtrinnet.

Addition af rationale tal kan også beskrives og analyseres ved hjælp af 4T-modellen udelukkende ud fra VMV. Dette inkluderer velkendte spørgsmål som *Hvad er addition?* og *Hvad er et rationalt tal?*, definitioner af algebraiske strukturer, herunder legemer, kompositionerne + og \cdot samt beviser af teoremer som $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ er et legeme. En sådan – i matematiske uddannelser forholdsvist traditionel – behandling vil ikke blive uddybet yderligere i denne sammenhæng.

Som tidligere omtalt er det ofte svært at inddrage perspektiver fra UV og LV på en kvalificeret måde i arbejdet på læreruddannelsesinstitutionen, fordi de beskriver den egentlige undervisningspraksis og læring i skolen. Det er dog muligt at arbejde med temaet ud fra disse to ’typer’ af viden ved at inddrage de studerendes oplevelser og erfaringer fra skolen, oftest i forbindelse med praktikken. UV kan behandles ud fra observationer og beskrivelser af egentlig gennemført undervisning og LV ud fra for eksempel elevproduceret materiale, interview med elever eller testresultater. Det er et grundlæggende problem ved praktikken i læreruddannelsen, at det ikke kan forventes, at de studerende får mulighed for at deltage i undervisning inden for samme emneområde – i dette tilfælde vil det således normalt kun være et lille antal af de studerende på et hold, der vil få mulighed for at erhverve erfaringer med addition af rationale tal. Det er derfor ofte vanskeligt at inddrage UV og LV meningsfuldt og dermed skabe mulighed for, at de studerende oplever sammenhæng mellem højre og venstre side af modellen på tværs af vertikal teori-praksis-akse 2.

Den samlede beskrivelse og analyse af addition af rationale tal fra de forskellige perspektiver i modellen, som er beskrevet ovenfor, fremstiller tilsammen, hvad der i ATD kaldes en *reference epistemological model* (REM) (Bosch & Gascón, 2006). En REM beskriver matematisk viden inden for et afgrænset emne ved at stille en række fundamentale spørgsmål fra forskellige perspektiver i den didaktiske transposition, og kan anvendes til at tilrettelægge, undervise og evaluere undervisning, men også til at udvikle og forbedre undervisningen generelt. For eksempel kan en REM om rationale tal indeholde analyse og svar fra forskellige perspektiver på spørgsmål som: Hvad er rationale tal? Hvad er sammenhængen til andre matematiske prakseologier, for eksempel andre talområder? Hvordan regner man med rationale tal? Hvorfor er addition af rationale tal placeret på mellemtrinnet? Hvilke vanskeligheder er forbundet med elevers læring af aritmetik med de rationale tal? Målet med at formulere en REM er at fremsætte en specifik måde at anskue det matematiske indhold på, for eksempel addition af rationale tal, for at undersøge og sætte spørgsmålstejn ved den måde, der undervises på i emnet, og for at udvikle nye måder at anskue området og dermed også at undervise i emnet på. Svaret på spørgsmålene kan munde ud i en række didaktiske beslutninger i forhold til, hvilket indhold der skal undervises i på forskellige niveauer, hvorfor og hvordan der skal undervises i det, og eventuelt også, hvad der ikke skal undervises i. En REM er således et eksemplarisk værktøj til behandling af et matematisk område i læreruddannelsen.

4. Lektionsstudier

I dette afsnit beskrives lektionsstudieformatet. Efter en kort historisk gennemgang af oprindelsen beskrives de enkelte faser i et lektionsstudie, og centrale elementer ved formatet, herunder lektionsplanen, præsenteres. Til sidst diskuteres formatets anvendelse i dansk matematiklæreruddannelse, herunder muligheden for at gennemføre lektionsstudier i forbindelse med praktikken i forhold til uden for praktikperioderne.

Det følgende afsnit bygger på tre typer af litteratur om lektionsstudier. For det første internationale forskningsresultater fra projekter, som har anvendt lektionsstudier. Her har Hart m.fl. (2011) været en af de centrale kilder. For det andet litteratur om lektionsstudiers historie og forskellige fremtrædelsesformer forskellige steder i verden, herunder forskellige problemstillinger i forbindelse med implementering af formatet. For det tredje litteratur om danske forsøg med lektionsstudier. Endelig har mine tre studiebesøg, to i Japan og et i Chicago, givet inspiration og erfaringer med meget forskelligartede anvendelsesmuligheder og resultater af lektionsstudier.

4.1 Oprindelse og udbredelse

Lektionsstudier er et japansk format for aktionsbaseret udvikling af undervisning samt lærere og lærerstuderendes undervisningskompetence. Formatet anvendes både i forbindelse med læreruddannelse og løbende udvikling af undervisningen i stort set alle grundskoler i Japan (Stiegler og Hiebert, 1999; Miyakawa & Winsløw, 2009). Gennem de seneste 20 år er lektionsstudier blevet udbredt uden for Japan, specielt i forbindelse med matematikundervisning. I første omgang bredte formatet sig især i USA (Lewis, Perry & Murata, 2006), men siden også til Asien, Europa, Afrika og Mellemøsten (Xu & Pedder, 2015, s. 49). Flere steder er der etableret egentlige netværk af lærere og forskere, som arbejder systematisk med lektionsstudier, for eksempel i Chicago, San Francisco, Lausanne og Leicester.

Metoden har veldokumenterede positive effekter (se fx Dudley, 2015) og er i dag en internationalt veletableret metode til udvikling af undervisningspraksis og lærerkompetencer (Isoda, Stephens, Ohara & Miyakawa, 2007; Miyakawa & Winsløw, 2009). I Danmark er der endnu kun få eksempler på litteratur og projekter med brug af lektionsstudier, men de seneste år er der kommet en del mere opmærksomhed om formatet, og der er i øjeblikket en række igangværende projekter, især på Professionshøjskolen UCC og Professionshøjskolen Metropol. De første eksempler på litteratur er Winsløw (2006a) og Winsløw (2009), som behandler læreres brug af lektionsstudier i Japan. Det første lektionsstudieprojekt i Danmark gennemførte jeg i efteråret 2009 i samarbejde med Erik Bilsted og Carl Winsløw (Bilsted, 2010), ligeledes med deltagelse af lærere. Siden har også Mogensen (2011 og 2015) og Skott & Kaas (2015) beskrevet gennemførte lektionsstudier med lærere, og i øjeblikket

gennemfører Jacob Bahn et ph.d.-projekt med lærere i Lyngby-Taarbæk Kommune²². Der findes desuden en række forsøg med brugen af lektionsstudier i læreruddannelsen. I ASTE-projektet (Rasmussen, 2016; Nyboe & Rasmussen, 2015) bruges lektionsstudier i forbindelse med matematik og naturfag, både monofagligt og tværfagligt. ASTE-projektet er sammen med Rasmussen (2015), som beskriver et projekt i danskfaget, de eneste eksempler i Danmark på brug af lektionsstudier, som ikke er i matematik. Der er desuden publiceret om lektionsstudieforsøg på Professionshøjskolen Metropol (Skott & Østergaard, 2015) og på Læreruddannelsen Blaagaard-KDAS (Rønn & Henriksen, 2013). Fælles for disse forsøg er, at lektionsstudierne udføres i forbindelse med praktikken, og at der kun deltager studerende²³. De lektionsstudieprojekter, der omtales senere (se afsnit 5-8), er i modsætning hertil gennemført uden for praktikken, og i det sidste tilfælde i samarbejde mellem lærere og studerende.

Lektionsstudieformatet stammer som nævnt oprindeligt fra Japan. Her er det udviklet i Meiji-tiden i slutningen af det 19. århundrede og fremad, sideløbende med indførelsen af et nyt, for første gang statsligt, skolesystem, kaldet Gaku-sei (Makinae, 2010). Med udvikling af et moderne, vestligt inspireret skolesystem opstod samtidig behovet for en læreruddannelse, som forberedte lærerne på klasseundervisning, som vi kender det, hvor en lærer underviser en større gruppe elever med brug af tavle og kridt. Derfor inviterede man amerikanske læreruddannere, som havde erfaring med at uddanne lærere til denne type opgave, til at komme og undervise de lærerstuderende og hjælpe med udviklingen af den nye læreruddannelse. I den forbindelse blev det amerikanske begreb *object lesson* introduceret, en lektion som på eksemplarisk vis anvendte ønskede pædagogiske principper, og som de lærerstuderende blev trænet til at kunne introducere ude i skolen, når de var færdige med deres uddannelse. Der var således tale om en meget instrumentel tilgang, hvor målet var at implementere erklærede pædagogiske principper. Object lesson blev udgangspunktet for det, der i dag kendes som lektionsstudier, men i modsætning til object lesson er formålet ved lektionsstudier ikke at udbrede produktet i form af 'superlektioner', men i højere grad deltagernes læring gennem deltagelse i processen. De bedste eksempler på lektioner, udført af dygtige lærere, udgives, men ikke med den hensigt blot at kopiere lektionerne. I stedet er formålet at inspirere lærere samt at fungere som oplæg til diskussion af, hvad god undervisning er.

Lektionsstudier er blevet en velintegreret del af den japanske læreruddannelse, som alle lærerstuderende stifter bekendtskab med i forbindelse med deres uddannelse. Formatet har desuden siden midten af 1960'erne været en del af efteruddannelsen af lærere i Japan – specielt i Elementary School (1. til 6. klasse) bruges det stort set af alle skoler og lærere.

²² Projektet er et ph.d.-projekt i samarbejde mellem skoler i Lyngby-Taarbæk Kommune, Professionshøjskolen UCC og Institut for Naturfagenes Didaktik, KU. Der er endnu ikke (april, 2016) publiceret noget i forbindelse med projektet.

²³ Der er dog eksempler på, at lærere deltager som observatører eller vejledere.

Uden for Japan er lektionsstudieformatet blevet udbredt, siden *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS)²⁴ i 1995 indeholdt et videostudie af 231 enkeltstående matematiklektioner, gennemført i 8. klasser i USA, Tyskland og Japan. En af de væsentligste hovedkonklusioner fra studiet var – højst overraskende – at mens undervisningen inden for de enkelte lande i høj grad lignede hinanden, var der stor forskel landene imellem:

Through this process, we began to see something that surprised us: The systems of teaching within each country look similar from lesson to lesson. At least, there are certain recurring features that typify many of the lessons within a country and distinguish the lessons among countries. These recurring features, or patterns, define different parts of a lesson and the way the parts are sequenced (Stigler & Hiebert, 1999, p. 77-78).

Japansk matematikundervisning skilte sig specielt ud fra de to øvrige landes ved i langt højere grad at have implementeret elementer fra den reformorienterede undervisning.

På baggrund af videostudierne definerer Stigler & Hiebert undervisning som en *kulturel aktivitet*, som er kendetegnet ved at være vanskelig – eller helt umulig – at ændre ved (for eksempel politiske) tiltag 'oppefra'. Da der er tale om kultur, skabes ændringer i stedet i fællesskabet – det vil sige 'nedefra' med inddragelse af lærerne – ved lange seje træk, som består af mange små step.

Improving something as complex and culturally embedded as teaching requires the efforts of all players, including students, parents, and politicians. But teachers must be the primary driving force behind change. They are best positioned to understand the problems that students face and to generate possible solutions. In fact, almost all successful attempts to improve teaching have involved teachers working together to improve students' learning (Stigler & Hiebert, 1999, s. 135).

Den meget markante forskel mellem japansk og især amerikansk matematikundervisning forklarer Stigler & Hiebert hovedsageligt med brugen af lektionsstudier i Japan, som netop forsøger at ændre undervisningen med udgangspunkt i lærerens aktuelle praksis.

4.2 Strukturen i lektionsstudier

Lektionsstudier er ikke entydigt defineret, men et mangfoldigt og forskelligartet begreb, som har udviklet sig forskelligt forskellige steder i verden.

As is evident in this volume, the exact nature of lesson study is difficult to describe. There is no simple answer to the question 'What is lesson study?' (Yu, 2011, s. 117).

De studielektioner, man kan opleve forskellige steder i verden og læse om i litteraturen, er således også meget forskelligartede. For eksempel er nogle enkeltstående, mens andre er dele af forløb (se fx Miyakawa & Winsløw, 2013). Nogle lektioner planlægges af en lærer, mens

²⁴ Se <http://timssandpirls.bc.edu/timss1995.html> (Hentet frem 8/4 2016)

der oftest indgår 3-5 lærere i en gruppe. I nogle tilfælde observeres kun en eller meget få elever (eventuelt ud fra specielle kriterier som 'elever med særlige behov') (Xu & Pedder, 2015, s. 41-42), mens det i andre studier er hele klassen eller læreren, der observeres (Mogensen, 2015, s. 182-83). Endelig er der eksempler på lektionsstudier i forbindelse med læreruddannelse, hvor blandt andet praktiske forhold bevirker, at der gennemføres 'begrænsede' lektionsstudier, hvor de studerende for eksempel underviser hinanden i stedet for 'rigtige' elever (Fernández & Zilliox, 2011), eller hvor lektionen gennemføres i en mindre gruppe på for eksempel seks elever (Yu, 2011), hvilket ikke umiddelbart kan sammenlignes med undervisning af en hel klasse.

Der er således meget store forskelle i de konkrete udformninger af lektionsstudier, men der er naturligvis også en række grundlæggende træk, som kendetegner formatet. Først og fremmest er lektionsstudier en metode til udvikling af undervisning og deltageres undervisningskompetence, og altså ikke en undervisningsmetode. Det betyder, at formålet er, at lærerne og de lærerstuderende lærer af forløbet – for at eleverne i skolen efterfølgende vil lære mere. Dernæst handler lektionsstudier om at lære *i* praksis og lære *af* praksis. Der ligger ikke en teori til grund for formatet – det er opstået og udviklet i praksis og kan derfor anvendes meget fleksibelt. Den professionelle udvikling tager således udgangspunkt i deltageres undersøgelse af egen praksis. Til sidst er lektionsstudier *målstyrede* på flere niveauer: Skoler arbejder som regel med det samme overordnede mål for lektionsstudierne i en længere periode og lektionsstudiegruppen formulerer underordnede mål, som den kan arbejde med gennem flere lektionsstudieforløb samt lektionsspecifikke mål for den enkelte lektion.

Hovedprincippet bag lektionsstudier er, at deltagerne gennem fælles forberedelse, gennemførelse og evaluering af en enkelt eksemplarisk undervisningslektion – *studielektionen* – behandler en udvalgt fagdidaktisk problemstilling, som er væsentlig for deres egen praksis. Det er en væsentlig pointe, at læringsudbyttet af et lektionsstudie ikke alene – eller bare hovedsageligt – angår den pågældende lektion, men at lektionen er en eksemplarisk behandling af den valgte problemstilling i tæt tilknytning til praksis. Den nære praksistilknytning sikrer, at behandlingen af problemstillingen ikke forbliver på et teoretisk plan, men konfronteres med lærerens daglige praksis:

This way, the discussion provides a space – an “ecology” in the sense of Chevallard (1988, p. 99) – for developing teacher knowledge that is neither narrowly limited to teaching a particular lesson nor drifting into discussions of teaching philosophies which are more or less detached from the reality of schools and teaching. (Miyakawa & Winsløw, 2013, s. 204).

Selv om lektionsstudieformatet er udviklet gennem praksis uden umiddelbar teoribaggrund, kan den potentielle læring naturligvis forklares ud fra et læringsteoretisk perspektiv. Fernández og Zilliox (2011, s. 86) og Dudley (2015, s. 17) peger begge på Vygotsky og sociokulturel læringsteori som en teoretisk ramme til at forklare læringsudbyttet, idet tre væsentlige elementer i den sociokulturelle læringsteori samtidig er meget væsentlige i lektionsstudieformatet. For det første foregår læringen i et socialt fællesskab – læringen 'opnås' i hele forløbet igennem de fælles aktiviteter i gruppen af lærere og/eller lærerstuderende. For det andet er disse aktiviteter langt overvejende samtale i gruppen, som

Vygotsky fremhæver som den væsentligste kilde til læring (Vygotsky, 1986). For det tredje tager deltagernes læring udgangspunkt i deres egen opfattelse af undervisning og elevs læring, som med guidning fra kollegaer med forskellige kompetencer (og gerne input udefra fra for eksempel læreruddanner eller forsker) udvikles via det, Vygotsky kalder for *Zonen for den Nærmeste Udvikling* (ZNU²⁵).

Den grundlæggende ide bag ved lektionsstudier er altså helt simpel, og det er umiddelbart let at gå i gang med at lave lektionsstudier:

It requires minimal training – the best way to get good at it is to do it. (...) The beauty of its simplicity is that any small group of teachers can do it. (Dudley, 2015, s. 5).

På trods af simpliciteten, er der dog en række afgørende elementer, som lektionsstudier skal indeholde, hvis det potentielle udbytte skal realiseres. Der ligger en latent fare i en for overfladisk 'det kan vi hurtigt lige ordne'-holdning:

The danger in the simplicity of LS, however, is that it is easily adapted and corrupted by a teaching profession that too often has been encouraged simply to innovate for innovation's sake, to play fast and loose with an 'adapt adopt' approach to practice transfer and which even in the twenty-first century, is still unused to adopting professional levels of clinical discipline when applying and honing classroom interventions or innovations. (Dudley, 2015, s. 5)

En af de væsentligste risici er, at der fokuseres på produkt frem for proces, så formatet kommer til at fremme en instrumentel tilgang til undervisning, hvor hovedformålet bliver deling af 'gode, afprøvede undervisningsforløb'.

Der er således en række forhold, man skal være opmærksom på, når man planlægger et lektionsstudieforløb. I det følgende gennemgås de væsentligste elementer i syv faser, som et lektionsstudie kan opdeles i:

1. Formulering af overordnet fagdidaktisk problemstilling, som skal danne baggrund for lektionsstudiet.
2. Fælles forberedelse af studielektionen i gruppen af lærere og/eller lærerstuderende.
3. Første gennemførelse af studielektionen.
4. Evaluering af første gennemførelse og efterfølgende revidering af lektionen.
5. Anden gennemførelse af studielektionen (herefter kan punkt 4 og 5 eventuelt gentages en eller flere gange).
6. Evaluering af anden gennemførelse, analyse og refleksion over konsekvenser af de ændringer, der er foretaget, samt evaluering af hele lektionsstudieforløbet.
7. Deling af resultaterne, for eksempel ved publicering, oplæg for kollegaer eller lignende.

²⁵ Bedst kendt på engelsk: ZPD, Zone of Proximal Development.

4.2.1 Overordnet fagdidaktisk problemstilling

Som udgangspunkt for et lektionsstudie formuleres en overordnet fagdidaktisk problemstilling, som både omfatter generelle og specifikke faglige udfordringer for eleverne. Det er afgørende, at deltagerne oplever problemstillingen som væsentlig for deres egen praksis, samtidig med at den generelt er væsentlig for undervisningen i faget. Ved lektionsstudier med deltagelse af lærere er det derfor helt oplagt, at deltagerne i fællesskab formulerer og begrundet problemstillingen.

I Japan arbejder skoler ofte med den samme overordnede problemstilling gennem flere år og formulerer så løbende underliggende delproblemstillinger. Den valgte problemstilling skal behandle et tema, som lærerne oplever som en udfordring i deres daglige arbejde, for eksempel nye emner i læreplanen eller nye pædagogiske principper, som man ønsker at implementere. I Danmark kunne det for eksempel være problemstillinger som 'Undervisningsdifferentiering i praksis', 'Styrkelse af den mundtlige dimension i matematikundervisning' eller matematikfaglige temaer som 'Argumentation og bevisførelse' og 'Enkel trigonometri', som kom ind i den danske læreplan med FM 2009 (Undervisningsministeriet, 2009). Den fælles overordnede problemstilling er med til at sikre, at deltagerne opbygger fælles viden på baggrund af konkrete fælles erfaringer, som kan danne grundlag for mere kvalificerede drøftelser af fagdidaktiske problemstillinger i teamet af fagundervisere og dermed medvirke til at udvikle undervisningen på skolen i en ønsket retning.

Formulering af en overordnet fagdidaktisk problemstilling er lidt anderledes, når der deltager lærerstuderende, idet de ikke på samme måde som lærere umiddelbart kan identificere problemstillinger fra egen praksis.

In ITE²⁶ settings, for example, due to student teachers' lack of direct classroom experience, ITE course lecturers often assign student teachers a study focus or provide them with topics to choose instead of asking them to identify a LS focus independently. (Xu & Pedder, 2015, s. 36).

I stedet for at de studerende vælger problemstillinger fra deres egen sparsomme praksis, er det ofte mere hensigtsmæssigt, at underviseren på læreruddannelsen formulerer problemstillingen i direkte tilknytning til de faglige og fagdidaktiske temaer, der behandles i matematikundervisningen på læreruddannelsen (se fx Yu, 2011). Derved får de studerende mulighed for at opnå konkrete praksiserfaringer med centrale problemstillinger i den teoretiske undervisning og kan dermed skabe en meget konkret og umiddelbar sammenhæng mellem matematikundervisningen på læreruddannelsen og praksis i skolen. Sammenhænge kan opnås både i form af, at ideer og principper fra den teoretiske undervisning udmøntes i praksis, og ved at de studerendes praksiserfaringer kan bruges som udgangspunkt for kritik og perspektivering af teorien. På den måde kan lektionsstudier være med til at give de studerende en udviklingsorienteret tilgang til undervisning, baseret på en praksisnær tilgang,

²⁶ Initial Teacher Education.

der opleves som meningsfuld i hverdagen, og som de kan tage med videre til arbejdet som lærere.

Ved lektionsstudier, som gennemføres i samarbejde mellem lærere og studerende, kan man vælge at formulere problemstillinger ud fra egen oplevet praksis – som så ofte vil være lærernes praksis – eller ud fra undervisningen på læreruddannelsen. I disse situationer kan det naturligtvis være en lidt større udfordring at formulere problemstillinger, som er relevante og interessante for begge grupper – men det er absolut ikke umuligt.

4.2.2 Forberedelse af studielektionen

Ud fra den overordnede fagdidaktiske problemstilling skal gruppen forberede en enkelt lektion, som forsøger at give et eksemplarisk 'praksisvar' på problemstillingen. Det vil sige en lektion, som giver et (ud af mange) konkrete eksempler på en lektion, hvor problemstillingen 'er løst'. I nogle tilfælde er lektionen en del af et mindre forløb på 4-5 lektioner²⁷ og skal ses og analyseres i denne sammenhæng. Lektionen forberedes og beskrives ved hjælp af en *lektionsplan*, som blandt andet indeholder et detaljeret manuskript for lektionen. Lektionsplanen er et meget centralt dokument i hele forløbet, og en velegnet skabelon (se bilag 3) med alle relevante informationer er derfor væsentlig for, at deltagerne opnår det optimale udbytte.

Forberedelsen af lektionen kan ikke sammenlignes med sædvanlig forberedelse af undervisning. Det er ikke blot selve tilrettelæggelsen af lektionen, der er formålet, men i langt højere grad de diskussioner, hvor gruppens medlemmer forsøger i fællesskab at omsætte den overordnede didaktiske problemstilling til en lektion i praksis. Den overordnede didaktiske problemstilling er således hele tiden omdrejningspunkt for diskussionen. Hvordan opnår vi i videst muligt omfang at...? Hvilke 'håndtag' er der, som vi kan dreje på? Hvordan forventer vi, at eleverne reagerer – og hvordan skal underviseren reagere på forskellige elevreaktioner? Hvilke elevreaktioner ønsker vi – og hvordan opnår vi dem bedst? Hvilke(n) organisationsform(er) er mest hensigtsmæssig? Hvor meget fortæller læreren – og hvad? Skal der indføres specielle foranstaltninger for at tilgodese 'specielle' (dygtige, svage, stille, højtråbende etc.) elever?

Lektionen forberedes meget detaljeret, og alle begrundelser for beslutninger søger i videst muligt omfang at give et 'praksisvar' på den didaktiske problemstilling. I denne proces ligger et stort læringspotentiale, idet de teoretiske problemstillinger ikke udelukkende diskuteres på det teoretiske niveau, men skal omsættes til praksis, på samme måde som det forventes, at lærere i det daglige arbejde omsætter fagdidaktiske problemstillinger til praktisk undervisning. Mine erfaringer fra lektionsstudier i Danmark og mine oplevelser fra besøg i andre sammenhænge – blandt andet i USA og Japan – er, at der kan bruges rigtig meget tid på denne fase. Deltagere har ofte med forbløffelse givet udtryk for, at de efter ti timer stadig oplever, at der er elementer, som de finder det relevant at diskutere. I nogle tilfælde vil

²⁷ Det så jeg blandt andet på mit studiebesøg i Chicago.

ressourcetildelingen naturligvis være en barriere for så stort et tidsforbrug. Jeg har gode erfaringer med forløb, hvor der er afsat fire timer, hvilket har vist sig at være tilstrækkeligt til at opnå et stort læringsudbytte for deltagerne. Mindre end fire timer vil imidlertid ofte medføre, at de meget væsentlige diskussioner af den didaktiske problemstilling bliver for overfladiske, hvilket mindsker læringspotentialer betragteligt.

Ved forberedelse af en studielektion formulerer og diskuterer gruppens deltagere hypoteser om, hvordan lektionen tilrettelægges, så eleverne lærer mest muligt. Dudley (2015) kalder dette for *hypothesising*, og i et studie fra 2013 (Dudley, 2013) finder han, at det er den fase i lektionsstudier, som oftest genererer et *teacher learning point*, som han bruger som målestok for lærernes læring:

*I found that the interaction type that is most frequently generative of a teacher learning point is **hypothesising**. When teachers are raising and testing hypotheses about what might improve a pupil's learning or what might have improved a pupil's learning in a lesson just observed, teachers tend to have their minds open to changes in belief and practice.* (Dudley, 2015, s. 19).

Formulering af denne type hypoteser om, hvordan elevernes læring optimeres, som også finder sted i evalueringsfasen, giver anledning til, at deltagerne ændrer deres tænkning om undervisningens praksis og kan på den måde være små step i en kulturændring, som langsomt ændrer den enkeltes undervisning og matematikundervisningen generelt.

Ud over at forberede, hvad underviseren skal gøre i lektionen, skal gruppen overveje, hvordan eleverne vil reagere på undervisningen, hvad er sandsynlige og mulige elevstrategier, hvad de vil have svært ved, og er der grupper af elever, som for eksempel skal udfordres ekstra eller have ekstra hjælp. I japanske lektionsplaner er der i manuskriptet til lektionen ofte afsat en kolonne til disse overvejelser, som står parallelt med en kolonne, som beskriver, hvad underviseren gør. I forberedelsen kan deltagerne så diskutere disse to i forhold til hinanden – hvordan skal underviseren reagere på forskellige forventede elevstrategier og svar. Ved på denne måde at skabe forestillinger om, hvordan lektionen forløber, bliver deltagerne ansporet til for det første at tage stilling til, hvordan de ønsker, at den skal forløbe, således at eleverne lærer mest muligt, og for det andet at overveje, hvilke parametre de kan ændre og hvordan – og hvilke konsekvenser det vil få – sådan at de i videst muligt omfang opnår det ønskede resultat. Deltagerne skal *forestille* sig undervisning, inden den gennemføres, i modsætning til evaluering, hvor deltagerne diskuterer *oplevet* undervisning.

Sideløbende med forberedelsen af lektionen planlægges fokuspunkter for observationen af lektionen, således at observationerne målrettes de problemstillinger, som diskuteres i forberedelsen. På den måde sikres det, at observationerne efterfølgende kan bruges til at underbygge argumentationen for de konklusioner, der drages. Ud over observationerne er det også hensigtsmæssigt, at lektionen videofilmes, således at gruppen (og andre) efterfølgende kan vende tilbage og gense hele eller dele af lektionen, ligesom indsamling af elevproduktioner kan give konkrete data til den efterfølgende analyse og dermed være med til at underbygge analysen af elevernes læring. I lektionsplanen kan der afsættes en kolonne til observationer, parallelt med hvad læreren gør, og hvad det forventes, at eleverne gør, eller der kan afsættes plads i de to allerede eksisterende kolonner. Observatørerne skal have

mulighed for at notere i lektionsplanen, samtidig med at de følger med i manuskriptet for lektionen.

Det er en god ide at vente så længe som muligt med at beslutte, hvem fra gruppen der skal være underviser i lektionen. Herved sikrer man, at alle deltagere gennem hele processen tænker sig selv som eventuel underviser og dermed gennemtænker de problemstillinger, der kommer op, som om det var 'deres egen' undervisning. Det er med til at gøre situationen autentisk for den enkelte og dermed styrke erfaringernes overførselsværdi til deres praksis. Hvis gruppen for tidligt beslutter sig for, hvem der skal undervise, risikerer man, at de øvrige deltagere ikke i lige så høj grad kan involvere sig i forberedelsen og dermed ikke opnår det fornødne ejerskab til lektionen.

4.2.3 Første gennemførelse af studielektionen

Lektionen gennemføres med en fra gruppen som underviser, mens de øvrige observerer. Ud over gruppen kan der være andre professionelle deltagere, der også observerer ud fra lektionsplanen, som de har læst på forhånd. I Japan er det almindeligt, at skolens ledere og øvrige kollegaer, som har mulighed for det, samt undervisere og forskere fra universitetet deltager. I nogle tilfælde deltager også kollegaer og ledere fra andre skoler i nærheden. Det betyder, at der i nogle tilfælde kan være rigtig mange observatører i klassen til lektionen, som alle noterer, fotograferer og kigger eleverne over skulderen, samtidig med at der kører et eller flere videokameraer. Denne situation er tilsyneladende så almindelig for de japanske elever, at de ikke lader sig forstyrre. Ved nogle lejligheder gennemfører særligt dygtige lærere endog afprøvede lektioner med helt op til 1000 lærere og andre interessenter som tilskuere ved såkaldte *public lesson*-arrangementer (Dudley, 2015, s. 20; Xu & Pedder, 2015, s. 34.). Min erfaring fra lektionsstudier i Danmark er, at specielt de mindre elever hurtigt 'glemmer' observatørerne, og at også de ældre elever tilsyneladende agerer 'naturligt' i situationen.

Den valgte underviser skal gennemføre lektionen så loyalt som muligt i forhold til de valg, gruppen har foretaget, og som er beskrevet i lektionsplanen. Da undervisning er en kompleks situation, vil der naturligvis opstå situationer, som gruppen ikke har forudset. I disse situationer må underviseren tage beslutninger, som i så høj grad som muligt er loyale over for intentionerne bag lektionen. Det er væsentligt, at det er gruppens lektion, der gennemføres.

Lærere agerer både bevidst og ubevidst i klasserummet. Der er mange spontane handlinger. Erfarne lærere vil ofte lade undervisningen udvikle sig ud fra, hvad der sker i klasserummet. De improviserer og tager mere eller mindre spontane beslutninger, mens undervisningen pågår. Det er der rigtig mange kvaliteter ved – det er endda en væsentlig lærerkompetence. Ved lektionsstudier er intentionen imidlertid at afprøve og bevidstgøre underviserens handlinger i bestemte forudsete situationer. Det er således ikke den konkrete *underviser*, der er i fokus, men *undervisning*, hvorfor lærerpersonligheden skal spille en så lille rolle som muligt. Ved at bevidstgøre og diskutere lærerens beslutninger og handlinger i klasserummet gives der mulighed for, at den enkelte deltager bliver mere bevidst om egne beslutninger og overvejer alternative løsninger, hvorved handlingerne kvalificeres.

Mens en af deltagerne fra gruppen underviser, observerer de øvrige ud fra det eller de på forhånd aftalte fokuspunkter. Observationerne skal bruges til yderligere at belyse de problemstillinger, som er blevet diskuteret i forberedelsesfasen. Det kan for eksempel være at observere elevernes udtalelser, herunder brug af faglige termer, tegn på (begyndende) forståelse af faglige pointer, antallet af forskellige elevformulerede løsningsmetoder, elevernes motivation og deltagelse, antallet af elever, der deltager i klassesamtaler, eller hvordan udvalgte 'typer' (fagligt svage, fagligt stærke, 'stille' eller andet) af elever reagerer på undervisningsoplægget. Det afgørende er, at der observeres på eleverne og deres møde med undervisningsoplægget og underviseren.

So rather than observing teaching, they observe pupils learning in the context of being taught. This process of jointly observing learning in the context of teaching and learning in a lesson is the essence of LS (Dudley, 2015, s. 10).

Det er altså elevernes læring, der er central for observationerne. Men da læring oftest ikke kan observeres direkte, vil observationerne være forskellige tegn, som indikerer, at en ønsket virkning af undervisning er opnået eller ikke. Observationer, for eksempel elevers reaktioner, ytringer og handlinger, kan sandsynliggøre en ønsket effekt af undervisningen, som man vurderer er med til at sikre, at eleverne opnår en given læring.

Videoptagelse af lektionen kan være en god hjælp i forbindelse med en senere mere tilbundsående analyse af lektionen og til at gense centrale passager som for eksempel klassesamtaler. Video kan imidlertid på ingen måde erstatte observationerne, idet det er langt sværere at opfange tegn på elevers læring som enkeltelevers ytringer og handlinger, herunder kropssprog og mimik. Samtidig skal man være opmærksom på, at arbejde med videoptagelser er uhyre tidskrævende og derfor kun vanskeligt kan indgå i en gruppediskussion – i mange tilfælde vil langsommeligheden i brugen hæmme diskussionen i gruppen. Videoptagelse skal derfor opfattes som et supplement til observationer og ikke et alternativ.

Det er en god ide, at eleverne i lektionen producerer et konkret produkt i form af tekst, udregninger, tegninger, billeder eller lignende, som efterfølgende kan bruges til at analysere elevernes læring. Kombineret med observationerne kan det være med til at underbygge en argumentation for, at en given effekt (læring) er opnået eller det modsatte.

Både videoptagelse og elevproduktioner kan således fungere som supplement til deltagerens observationer, men det er – som Dudley pointerer i citatet ovenfor – de fælles observationer af læring i en undervisningssituation, der er den centrale essens af lektionsstudier. Det afgørende er de erfaringer, deltagerne opnår ved at observere og senere diskutere elevernes reaktion på den læringsituation, de i samarbejde har forberedt.

4.1.4 Evalueringsmøde

Evalueringsmødet skal gennemføres så kort tid efter lektionen som muligt, for at alle deltagerne har indtrykkene fra lektionen helt præsent – det er optimalt, hvis det kan foregå i umiddelbar forlængelse af studielektionen. Det er desuden væsentligt med en på forhånd

fastlagt (stram) dagsorden, sådan at diskussionen fokuserer på de temaer, som er væsentlige for lektionsstudiet. Det vil sige, at deltageres observationer sammenholdes med de mål, der er sat for lektionen. For at fastholde fokus i diskussionen og samtidig sikre, at dagsordenen følges, vælges en ordstyrer og en referent (som ikke er underviseren).

Både studerende og lærere oplever det ofte – især de første gange – som en stor udfordring at skulle være den, der underviser i lektionen. For det første skal man forsøge loyalt at udmønte alle ideerne fra gruppen i forberedelsesfasen i praksis og forsøge at agere og sige nøjagtigt, som det er blevet besluttet i fællesskab. For det andet er der, ud over et eventuelt videokamera, rigtig mange tilskuerøjne, som er rettet mod en, hvilket er uvant og sårbart for mange lærere, for hvem undervisning sædvanligvis foregår med lukket dør. For at opbygge et tillidsfuldt fællesskab er det derfor vigtigt, at evalueringen af lektionen ikke bliver en evaluering af den konkrete underviser, således af hun kan føle det som en personlig bedømmelse.

In Japan, there are whole books devoted to the etiquette of lesson study discussion. No wonder! A U.S. teacher described feeling 'naked' as she taught a research lesson in front of colleagues. A good agenda for the discussion can go a long way toward easing this sense of vulnerability and making the discussion safe and productive (Lewis & Hurd, 2011, s. 60).

Det er en helt afgørende pointe ved lektionsstudier, at det gennem hele forløbet er undervisningen og ikke underviseren, der er genstand for diskussion. Det er derfor væsentligt, at deltagerne ved evalueringsmødet fokuserer på, at det er gruppens lektion og de valg, gruppen har foretaget, der diskuteres, frem for underviseren. Det opnås blandt andet ved at deltagerne omtaler lektionen som 'vores lektion' og siger *vi valgte... måske kunne vi i stedet ... frem for du gjorde...* Ordstyreren skal hele tiden være meget opmærksom på dette forhold og afbryde eventuelle indlæg i diskussionen. Formålet med diskussionen er i fællesskab at udvikle lektionen – hvis for eksempel underviseren under diskussionen går i forsvarsposition, er det et tegn på, at diskussionen er på afveje.

Hvis der er gæster udefra – det vil sige observatører, som ikke har deltaget i forberedelsen af lektionen – indledes evalueringsmødet med, at en af deltagerne fra gruppen fortæller om de mål, tanker og diskussioner, som ligger bag lektionen, samt hvilke temaer gruppen ønsker at diskutere. Herefter har underviseren ordet i cirka fem minutter til nogle indledende kommentarer. Her ridses de overordnede mål for lektionen op, og underviseren beskriver lektionens forløb og kommer med umiddelbare kommentarer. Hvad skete der i forhold til intentionerne og planen for lektionen, og hvilke vanskeligheder og overraskelser opstod. Herudover kan underviseren udpege enkelte elementer fra lektionen, som han/hun ønsker at få diskuteret.

Efter underviseren får hver observatør (ved public lessons kun medlemmer af gruppen og enkelte forskere eller lignende) på skift nogle få minutter til at fortælle om deres væsentligste observationer fra lektionen, hvorefter observationerne diskuteres i hele gruppen under inddragelse af målene for lektionen og de problemstillinger, som har været udgangspunkt for lektionen. Diskussionen munder ud i forslag til ændringer af lektionen, som gruppen kan vedtage at implementere og afprøve ved næste gennemførelse. Manuskriptet i lektionsplanen rettes til med de nye ændringer.

I Japan afsluttes diskussionen af lektionen ofte med, at en deltagende forsker fra universitetet kommenterer mere overordnet på lektionen, hvad man kan lære af den, og eventuelt sætter den ind i en større sammenhæng med tidligere lektioner og faget, skolen eller regionens overordnede mål. Til slut evaluerer gruppen hele forløbet – forberedelse, gennemførelse og evaluering.

Evalueringsmøderne er grundstenen i opbygningen af en tillidsfuld lektionsstudiekultur, hvor kollegaer tør udfordre hinanden og blive udfordret samt foreslå og afprøve nye tiltag. En sådan samarbejdskultur udvikles ikke fra dag til dag men gennem kontinuerligt samarbejde over længere tid. Det fulde læringspotentiale ved lektionsstudiet opnås således ved gentagne erfaringer med formatet samtidig med en længere tids kontinuerligt samarbejde med de samme kollegaer.

4.2.5 Anden gennemførelse og evalueringsmøde

Lektionen gennemføres nu af en ny underviser fra gruppen i en ny klasse efter den tilrettede version af lektionsplanen. Ved det efterfølgende evalueringsmøde lægges der specielt vægt på resultatet af ændringerne fra første gennemførelse. Lektionsplanen kan eventuelt ændres igen, og lektionen kan gentages i en ny klasse, indtil gruppen vurderer, at den nye viden, de kan opnå ved at gentage den, er begrænset. I praksis vil det ofte ikke være hensigtsmæssigt at gentage en lektion mere end højst tre eller fire gange – begrænsning i midler vil ofte betyde, at en lektion kun gentages to gange.

Efter sidste gennemførelse redigeres lektionsplanen færdig som en syntese af de indvundne erfaringer.

4.2.6 Deling af resultaterne

Som afslutning på lektionsstudiet skal de indvundne erfaringer deles med fagkollegaer, ledelse og eventuelt andre. Det kan gøres på forskellige måder, afhængigt af hvor lang tid deltagerne har til rådighed til opgaven og de praktiske omstændigheder og muligheder. Lektionsplanen udgør et skriftligt produkt, som – sammen med referater fra evalueringsmøder – umiddelbart kan deles med kollegaer og andre på skolen, eller den kan være udgangspunkt for, at deltagerne skriver artikler til tidsskrifter eller lignende.

Ofte indgår lektionsstudier som en del i en større sammenhæng, for eksempel en skole eller et læreruddannelseshold, hvor de forskellige teams eller grupper gennemfører lektionsstudier med det samme tema. I denne sammenhæng kan de øvrige deltagere læse lektionsplanen og referat fra evalueringsmødet som forberedelse til teammøder, hvor gruppen holder oplæg med efterfølgende diskussion af lektionsstudiet. Relevante dele af videooptagelserne vil også kunne bruges til at give et dybere indblik i lektionen ved sådanne lejligheder. I situationer, hvor et lektionsstudie fremlægges og diskuteres i fora med kollegaer, som ikke har deltaget i studiet, er det stadig erfaringer fra egentlig gennemført undervisning, der danner baggrund for diskussionerne. Det gør erfaringerne umiddelbart relevante og nemmere at forholde sig til

for kollegaer, som kan relatere til egen praksis og eventuelt egne lektionsstudier. Fremlæggelser og diskussion af forskellige gruppers lektionsstudier vil kunne danne udgangspunkt for formuleringen af nye lektionsstudier med samme eller et nyt tema.

4.3 Lektionsplanen

Som det fremgår ovenfor, er den skriftlige lektionsplan et meget centralt dokument i hele forløbet fra de første overvejelser over mål for lektionen til delingen af erfaringerne, efter at lektionsstudiet er afsluttet. Lektionsplanen indeholder blandt andet et detaljeret manuskript for studielektionen, eksplicite overvejelser over faglige og pædagogiske mål samt hypoteser om elevernes strategier i forhold til de opgaver, de stilles overfor. Bilag 3 er den skabelon, som blev brugt i forbindelse med lektionsstudierne i denne afhandling. Skabelonen er udviklet i tilknytning til Fælles Mål 2009 (Undervisningsministeriet, 2009).

4.4 Lektionsstudier i læreruddannelsen

Der findes en lang række eksempler på beskrivelser af lektionsstudieprojekter, både med lærere i skolen og i forbindelse med læreruddannelse. For eksempel oplister Cajkler og Wood (2015, s. 110 og 112) en række eksempler i forbindelse med læreruddannelse, især fra USA. Brugen af lektionsstudier i forbindelse med læreruddannelse rejser en række specifikke problemstillinger, som er forskellige fra lektionsstudier, hvor der kun deltager lærere – den væsentligst forskel er i forbindelse med formulering af overordnet fagdidaktisk problemstilling.

Begrundelsen for at bruge lektionsstudier i læreruddannelsen handler ofte om at bringe læreruddannelsens teoretiske undervisning tættere på lærerens daglige praksis. For eksempel skriver Fernández og Zilliox:

We proposed to provide our teacher education students with authentic learning experiences to support their development as teachers of mathematics. (Fernández & Zilliox, 2011, s. 86)

Authentic learning experiences for lærerstuderende er praksiserfaringer, som er væsentlige for undervisning (Punam & Borko, 2000, citeret i Fernández & Zilliox, 2011, s. 86). Fire aspekter ved lektionsstudier nævnes som vigtige for undervisning: forberedelse af en lektion ud fra specifikke faglige mål, undervisning af lektionen for elever, som ikke på forhånd har stiftet bekendtskab med det faglige indhold, refleksion over lektionen og elevernes læring samt revidering af lektionen til fremtidig gennemførelse. Disse fire aspekter er autentiske, idet der er tale om problemstillinger, som indgår i lærernes daglige arbejde. Dermed kan lektionsstudier være med til at løse et helt grundlæggende (og meget velbeskrevet og veldokumenteret) problem ved læreruddannelse, nemlig den manglende sammenhæng mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praksis i skolen. For eksempel skriver Kotelawala:

What is taught in education classes is disconnected from teachers' work in the classroom. (Kotelawala, 2012, citeret i Cajkler & Wood, 2015, s. 107).

Opgaven med at forbinde lærerens arbejde i klasserummet med den teoretiske undervisning i læreruddannelsen er oftest overladt til praktikken i skolen, men på trods af en mangfoldighed af forskelligartede tiltag for at skabe denne sammenhæng, har det ofte vist sig vanskeligt i praksis, blandt andet fordi successen i høj grad har vist sig at afhænge af den enkelte praktiklærers kompetencer og kvaliteten af samarbejdsrelationen mellem praktiklæreren og den studerende (Cajkler & Wood, 2015, s. 108). På den baggrund er der flere steder foretaget succesfulde forsøg med at anvende lektionsstudier som 'bindeled':

Fernández and Robinson (2007) found that prospective teachers overwhelmingly perceived a lesson study approach (specifically, MLS²⁸) as important to their learning by helping them connect theory and practice. (Fernández & Zilliox, 2011, s. 99).

Against this frequently changing background, we describe an innovative use of Lesson Study (LS) in ITE, an approach which helps both student-teachers and mentors to bridge the gap between what is taught in ITE programmes and what is practiced in schools. (Cajkler & Wood, 2015 s. 108).

Et væsentligt kendetegn ved lærerarbejdet er uforudsigeligheden i klasserummet, som i forhold til det traditionelle "individual 'technicist' approach" (Cajkler & Wood, 2015, s. 108) fordrer, at den studerende bliver forudseende i forhold til forskellige elevreaktioner og deraf følgende hensigtsmæssige lærerhandlinger, hvilket netop er et af elementerne i forberedelsesfasen ved lektionsstudier. Herudover er lærerjobbet underlagt en konstant forandringsproces som følge af tiltag 'ovenfra' og samfundets generelle udvikling, herunder ændringer i børne- og ungdomskulturen. Det er derfor ikke hensigtsmæssigt at tænke på læreruddannelse udelukkende som tilegnelse af nogle kompetencer, som afsluttes efter for eksempel fire eller fem år. I stedet bør læreruddannelse indeholde kompetencer til at lære, hvordan man udvikler sine lærerkompetencer gennem hele lærerlivet:

The model we propose claims that it is both more realistic and more powerful to help prospective teachers learn how to learn to teach mathematics effectively when they begin teaching. In other words, preparation programs can be more effective by focusing on helping students acquire the tools they will need to learn to teach rather than the finished competencies of effective teaching. (Hiebert, Morris & Glass, 2003, s. 202).

Den grundlæggende tanke er altså en mere dynamisk forståelse af lærerfaglighed og undervisning, som noget lærere i fællesskab til stadighed skal udvikle gennem praksis. Læreren bliver dermed 'forsker i egen praksis', og læreruddannelsens opgave bliver at forberede de kommende lærere på dette arbejde. En lignende tilgang ses hos Yu (2011), som beskriver formålet med et kursus i læreruddannelsen, som indeholdt lektionsstudier, således:

Two goals of the course were (1) to help students develop a deep conceptual understanding of mathematics, while exposing them to research-based pedagogy and (2) to provide them with a meaningful field-based experience to investigate children's understanding of mathematics

²⁸ Microteaching Lesson Study. Lektionsstudie med kort undervisningssekvens og få 'elever' – i dette tilfælde agerede 5 medstuderende 'elever', og lektionerne varede ca. 30 minutter.

while experimenting with the pedagogical principles that were presented in the course. The purpose was to create a classroom culture that was explicitly collaborative across all learning activities in the course. Thus, the expectation to investigate children's understanding of mathematics, experiment with pedagogy, and work collaboratively in a lesson study were consistent with the students' overall experiences in the course. (Yu, 2011, s. 118-19).

Arbejdsformen i kurset – samarbejde, udforskning, eksperimenterende – er således den samme som den ønskede arbejdsform i lærerarbejdet i skolen, og lektionsstudier kan på den måde bygge bro – også som arbejdsform – mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praksis i skolen. Samtidig giver arbejdsformen de studerende erfaringer med et samarbejdsfællesskab omkring undervisning, som indeholder væsentlige lærerkompetencer i forhold til at blive socialiseret ind i et lærerfællesskab efter afslutning af uddannelsen.

Learning reported in the three chapters refers to the development of content knowledge, knowledge of students' mathematical thinking, and pedagogy, as well as the ability to cooperate with others and develop a sense of belonging to a community. (Potari, 2011, s. 130).

Det er bemærkelsesværdigt, at Potari nævner *content knowledge*, idet de studerende naturligvis er på et betydeligt højere uddannelsesmæssigt niveau end de elever, de skal undervise, og derfor må formodes at have overblik over det faglige stof, der skal undervises i. Det viser sig imidlertid, at når lærerstuderende skal forberede undervisning med specifikke faglige mål – og specielt når der bruges så meget tid på forberedelsen, som det er tilfældet ved lektionsstudier – ansføres de til at sætte sig meget detaljeret ind i det faglige stof og forsøge at anskue det fra forskellige vinkler, hvilket i høj grad kan være med til at styrke deres faglige indsigt. De studerende er naturligvis opmærksomme på de mange tilskuere og det store arbejde, der skal 'kulminere' ved gennemførelsen af lektionen. Samtidig motiverer bevidstheden om, at deres faglige viden er væsentlig for elevernes læring, i høj grad til at tilegne sig det faglige stof 'i dybden'.

The secondary prospective teachers were observed and reported as working diligently to learn and deepen their understanding of their mathematics topic in preparation for teaching it. One secondary teacher commented: 'I tried to learn as much about the topic as possible prior to teaching the lesson so that I could answer any question given and explore ideas and connections more fully' (Fernández & Zilliox, 2011, s. 92).

En ændret arbejdsform i læreruddannelsen hen imod en 'undersøgende forskning i praksis' ændrer samtidig lærerrollen for underviseren på læreruddannelsen. I de tre beskrevne lektionsstudieprojekter i læreruddannelsen i Hart m.fl. (2011) vurderes læreruddannerens rolle til at være helt afgørende:

In general, the teacher educator played a crucial role in the learning that occurred during the lesson study process in all three cases. (Potari, 2011, s. 131).

Læreruddannerens nye rolle rejser en række nye spørgsmål. I hvor høj grad og hvordan skal læreruddanneren indgå i lektionsstudierne? Skal han/hun deltage i alle faser? Hvilken rolle har læreruddanneren – for eksempel 'medforsker' eller vejleder? Hvordan er samarbejdet og

forholdet mellem praktislærer på skolen og underviser på læreruddannelsen, som begge skal facilitere de studerendes læring? Læreruddannerens medvirken i lektionsstudiet er begrænset af ressourcetildelingen – det er urealistisk, at en læreruddanner vil kunne deltage i samtlige faser af et lektionsstudie, så deltagelsen må prioriteres i de sammenhænge, hvor den giver størst udbytte for de studerende. Fernández og Zilliox argumenterer for, at det er vigtigt, at læreruddanneren giver feedback under forløbet, som kan fungere som formativ evaluering:

...the course instructor's discussion with lesson study group member during the MLS cycles and the use of videotaped lessons for self-reflection as well as peer and instructor analysis during the cycles contributed to the effectiveness of the MLS approach for prospective teacher learning. Both forms of feedback were available to the prospective teachers in the midst of the lesson study cycle when they had opportunities to revise and retrial their research lessons. Such formative feedback during the lesson study cycles by individuals with pertinent mathematics teaching expertise (e.g. course instructor) can help bridging the prospective teachers' ZPD (Vygotsky 1978) and is said to add to the opportunity for learning by prospective teachers within authentic instructional tasks (Iverson et al. 2008; Darling-Hammond and Snyder 2000). (Fernández & Zilliox, 2011, s. 98).

Underviseren på læreruddannelsen får således rollen som den mere vidende person, som skal vejlede de studerende til at bevæge sig ind i det, Vygotsky kalder zonen for den nærmeste udvikling. Han/hun skal se læringspotentiale og udfordre den studerende, så hun 'når længere', end hun ville uden vejledning. Det er derfor vigtigt, at læreruddanneren vejleder, mens den studerende er i læreprocessen – mens lektionsstudieforløbet pågår. En eventuel afsluttende feedback efter at lektionsstudiet er afsluttet, for eksempel på baggrund af lektionsplanen, vil ikke give den studerende samme mulighed for at anvende vejledningen konstruktivt i læreprocessen.

4.5 Lektionsstudier i forbindelse med praktik eller den teoretiske undervisning

Det følgende afsnit er skrevet ud fra forholdene i dansk læreruddannelse. Der er mindre forskelle på, hvordan de enkelte læreruddannelsesinstitutioner organiserer studiet, herunder praktikkens organisering og placering i forhold til det øvrige studie. Det er imidlertid ikke afgørende forskelle i forhold til de problemstillinger, der ridses op.

Lektionsstudier i læreruddannelsen kan enten implementeres som en del af praktikken eller gennemføres uden for praktikperioderne i tilknytning til matematikundervisningen. Det er umiddelbart lettest tilgængeligt, og derfor mest oplagt, at organisere lektionsstudier i forbindelse med praktikken, hvor der på forhånd er indgået aftaler med skoler og praktislærere, og alle de praktiske forhold er arrangeret. Samtidig kan den på forhånd givne organisering i form af for eksempel regler og praktiske forhold betyde, at man bliver nødt til at gå på kompromis med forhold, som er væsentlige for lektionsstudieformatet. For det første skal indholdet i den undervisning, de studerende skal gennemføre i praktikforløbet, aftales med praktislæreren ud fra klassens årsplan. Det er derfor oftest ikke muligt at skabe en tæt sammenhæng mellem matematikundervisningen på læreruddannelsen og

lektionsstudieforløbet ved at et helt hold underviser i et specifikt fagligt emne, som er blevet behandlet på læreruddannelsen. Den overordnede fagdidaktiske problemstilling for lektionsstudiet skal derfor være så bred, at den kan indgå i rigtig mange faglige sammenhænge. Det kan være problemstillinger inden for inklusion, brug af it, dialogen i undervisningen eller lignende alment didaktiske problemstillinger, men altså ikke matematikfaglige problemstillinger, som er specifikke for eksempelvis trigonometri, sandsynlighedsregning eller figur- og talmønstre. En mulighed for at arbejde med et fagligt tema er dog at tage udgangspunkt i en eller to af de matematiske kompetencer. For eksempel kunne en overordnet problemstilling handle om arbejdet med ræsonnementer og bevisførelse eller matematisk modellering. Sådanne temaer vil kunne implementeres på alle klassetrin og i alle faglige stofområder. For det andet vil en implementering af lektionsstudier i praktikken medføre en ændring af praktislærers rolle og opgaver, idet den grundlæggende tanke om at være 'forsker i egen praksis' i langt højere grad fordrer en ligeværdig dialog²⁹, hvor hver deltager indgår med sine forskellige kompetencer og erfaringer. Relationen mellem studerende og lærer i praktikken er på forhånd defineret som et asymmetrisk studerende-vejleder-forhold, hvor læreren ydermere til sidst skal være med til at bedømme, om den studerende består praktikforløbet. Det kan betyde, at den studerende ikke tør stille 'dumme' spørgsmål, og i det hele taget hæmme dialogen, som er helt afgørende i lektionsstudieformatet. Samtidig er der med tiden opbygget nogle rutiner og en rollefordeling op, som blandt andet er styret af regler om tildeling af midler til praktislæreren, men også traditioner og vaner. Det kan derfor være nødvendig at gøre op med traditioner, vaner og aftaler, hvis lektionsstudier skal implementeres på en optimal måde i praktikken. Denne type af ændringer af kultur er ikke noget, der blot ændres fra dag til dag, men må være et resultat af en længere udvikling.

Den ovenfor beskrevne mulighed for at skabe sammenhæng mellem matematikundervisningen på læreruddannelsen og skolens praksis handler i høj grad om at skabe sammenhæng *fra* læreruddannelse *til* praksis (mod højre i modellen, som er præsenteret i afsnit 3.3). Lektionsstudier giver imidlertid rig lejlighed til også at skabe sammenhæng 'den anden vej': fra skolens praksis til læreruddannelse. Specielt giver de konkrete produkter som lektionsplan, videooptagelse af lektionen og elevproduceret materiale mulighed for en nærmere analyse af den konkrete undervisning og konkrete elevers læring, som så kan sammenholdes med målene for undervisningen (mod venstre i modellen, der er opstillet i afsnit 3.3). Det er således oplagt at afsætte tid til efterbehandling af lektionsstudiet, hvor de studerende får lejlighed til at studere videooptagelse og elevsvar til bunds, for eksempel som udgangspunkt for artikelskrivning eller oplæg for resten af holdet.

²⁹ Denne problemstilling blev jeg opmærksom på ved analyse af interviewene i det første studie (se afsnit 5.6).

5. Første studie: De studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillingen

Dette afsnit behandler det første studie om de studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger i læreruddannelsen. Undersøgelsen består af interviews af fem lærerstuderende på første årgang, som i forbindelse med det første uddannelsesår har gennemført to lektionsstudieprojekter med de matematiske kompetencer som fagdidaktisk fokusområde. Interviewene blev gennemført i foråret 2013.

I foråret 2013 gennemførtes det første studie, som er en interviewundersøgelse af fem lærerstuderende på 1. årgang ved Læreruddannelsen i Aarhus på baggrund af deres oplevelser og erfaringer i det første studieår. Jeg valgte 1. årsstuderende, fordi de allerede har nogle erfaringer med læreruddannelsen, samtidig med at de har to år tilbage med matematikundervisning³⁰, hvilket giver mulighed for at indgå i forsøg med forskellige tiltag. De fem studerende gik alle på et hold, der ud over den normale undervisning og praktik havde gennemført to lektionsstudieprojekter i matematik i løbet af det første studieår. De studerende på netop dette hold kunne derfor, ud over at vurdere udbytte og sammenhæng mellem teori og praksis i den 'sædvanlige' undervisning, også vurdere brugen af lektionsstudier i læreruddannelsen og eventuelt udpege problemstillinger og potentialer, som kunne være relevante for den senere undersøgelse.

Den opstillede ATD-model (se afsnit 3.3) bliver brugt som baggrund for at formulere en interviewguide og efterfølgende til at tematisere og analysere de studerendes udsagn.

5.1 Undersøgelsens formål

Formålet er:

- At undersøge, hvordan de studerende vurderer relevansen og anvendeligheden af den viden, de opnår igennem deltagelse i henholdsvis matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, praktikken og praktikundervisningen, samt via samspillet mellem disse elementer i forhold til deres fremtidige arbejde som lærere.
- At undersøge, hvordan de studerende vurderer relevansen og anvendeligheden af den viden og de erfaringer, de har fået ved at deltage i lektionsstudier, herunder sammenhængen til de øvrige elementer i læreruddannelsen, i forhold til deres fremtidige arbejde som lærere.

³⁰ Matematik blev på dette tidspunkt afsluttet ved udgangen af 3. studieår på Læreruddannelsen i Aarhus.

- At undersøge ATD-modellens forklaringskraft i forhold til de studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillinger i matematiklæreruddannelsen.

Det første punkt handler om de studerendes oplevelse af deres læring i den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen, praktikken og praktikundervisning. De to første er de langt største i omfang. De studerendes vurdering af den lærerfaglighed, de har tilegnet sig ved at deltage i disse læringsrum, bliver analyseret med brug af modellen.

Det næste punkt behandler, hvordan de studerende oplever den lærerfaglighed, de opnår gennem arbejdet med lektionsstudier. Også her analyseres ud fra såvel modellens fire forskellige former for viden og sammenhængen mellem disse som mere overordnet i forhold til sammenhængen med den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og praktikken.

Det sidste punkt er en undersøgelse af ATD-modellen med henblik på at afdække dens anvendelighed og forklaringskraft, for på den baggrund at kunne foretage nødvendige justeringer, inden den skal bruges i formuleringen og analysen af det næste studie.

5.2 Baggrund

De fem studerende blev interviewet i april og maj 2013 efter at have gået næsten et år på læreruddannelsen med matematik som linjefag. De er ikke tilfældigt udvalgte, men de fem, der meldte sig, da hele holdet blev adspurgt. Ud over at have arbejdet med lektionsstudier er deres hold lige som andre hold – deres undervisnings- og praktikforløb har således fulgt de helt sædvanlige rammer.

Som introduktion til arbejdet med lektionsstudier læste og arbejdede holdet med *The Teaching Gap* (Stigler & Hiebert, 1999), og der var læreroplæg, som blandt andet fokuserede på det særlige ved japansk matematikundervisning og viste videoklip herfra. På den måde blev holdet sat grundigt ind i tankegangen bag lektionsstudieformatet, herunder blandt andet brugen af en lektionsplan (se afsnit 4.3), som er et helt centralt element.

Ud over introduktionen til lektionsstudier arbejdede de studerende med de otte matematiske kompetencer, som er defineret og beskrevet i rapporten *Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (herefter KOM-rapporten) (Niss & Jensen, 2002). De studerende læste pixiudgaven af rapporten samt FM 2009³¹, hvor de otte kompetencer har en central placering som baggrund for et ud af fire overordnede CKF-områder. Da de matematiske kompetencer anvendes direkte i FM, må kompetencebegrebet anses som obligatorisk indhold i matematikundervisningen på læreruddannelsen, så der er tale om et helt sædvanligt indhold i undervisningen.

På baggrund af arbejdet med lektionsstudieformatet og kompetencebegrebet i matematikundervisningen på læreruddannelsen gennemførte de studerende i grupper på 4-6 deltagere to lektionsstudieforløb. Lektionerne blev gennemført i henholdsvis uge 47, 2012 og

³¹ På dette tidspunkt var Fælles Mål 2009 gældende for folkeskolens matematikundervisning.

uge 5, 2013. I det første forløb havde holdets underviser i matematik valgt ræsonnementskompetencen og kommunikationskompetencen som fælles omdrejningspunkt for alle seks grupper af studerende, og hver gruppe formulerede derudfra nogle specifikke matematikfaglige mål. I det andet forløb fik hver gruppe tildelt en af de resterende seks kompetencer og skulle herudover selv vælge yderligere en. På den måde blev alle otte matematiske kompetencer fra KOM-rapporten udgangspunkt for mindst et lektionsstudieforløb.

Hvert lektionsstudieforløb bestod af de syv faser³², som er præsenteret i afsnit 4.2. Formulering af overordnet fagdidaktisk problemstilling – brugen af de matematiske kompetencer som udgangspunkt for formulering af undervisningsaktiviteter – blev foretaget af holdets matematikunderviser. Den efterfølgende planlægning af lektionerne indgik som en integreret del af matematikundervisningen på læreruddannelsen med vejledning af holdets underviser. Hver lektion blev, som det fremgår, gennemført to gange i to forskellige klasser. Ved hver gennemførelse deltog en lærer fra den pågældende skole som observatør. I forbindelse med deling af resultaterne skrev hver gruppe i det første forløb en artikel, som blev publiceret i Danmarks Matematiklærerforenings blad, *Matematik*, således at hvert af numrene 2, 3 og 4 fra 2013 indeholder to grupper artikler. Resultaterne fra det andet forløb blev delt ved, at de studerende afslutningsvist skrev en rapport og fremlagde et diskussionsoplæg for resten af holdet på baggrund af et ca. 5 minutter langt videoklip fra lektionen.

5.3 Interviewguidens struktur

Nedenstående interviewguide til undersøgelsen er struktureret efter formålet for undersøgelsen. Ud over de mindre afsnit – introduktionen (Q0), de sidste generelle spørgsmål om oplevelse af sammenhæng mellem teori og praksis i læreruddannelsen (Q7) og debriefingen (Q8) – er undersøgelsen delt i to hoveddele. Den første del (Q1-Q5) behandler de sædvanlige dele af dansk matematiklæreruddannelse til grundskolen, undervisning i matematik og pædagogiske fag samt praktik, praktikvejledning og praktikundervisning. Anden del (Q6) behandler det specielle for dette hold – gennemførelsen af to lektionsstudieforløb på første årgang, herunder samspillet med den øvrige, sædvanlige undervisning.

Interviewet indledes med en kort introduktion (Q0), hvor formålet med undersøgelsen beskrives for den studerende, og der gøres opmærksom på forskellige etiske problemstillinger i forbindelse med at deltage i undersøgelsen.

Den første del består af fem sektioner af spørgsmål, Q1 til Q5, som alle behandler det første punkt i formålet: de studerendes oplevelse af læring i forskellige læringsituationer i læreruddannelsen set i forhold til elementerne i modellen og teori-praksis-akserne. Q1 behandler teori-praksis-problemstillingen mellem indholdet i den teoretiske undervisning på

³² Bemærk, at punkt 4 er opsplittet i to punkter i det materiale, der er brugt på holdet.

læreruddannelsesinstitutionen og den praktiske undervisning i praktikken. Q2 behandler problemstillingen mellem videnskabelig teori, både matematikfaglig og fagdidaktisk, og skolens praksis. Q3 behandler VSU i form af FM i forhold til den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og den praktiske anvendelse i praktikken. Q4 behandler matematikundervisningen i skolen i forhold til på læreruddannelsen, set i forhold til Chevallards (1999) opdeling i praksisblok og teoriblok, som det er beskrevet i afsnit 3.2. I Q5 behandles den didaktiske kløft mellem de pædagogiske fag og matematik, som er beskrevet af Bergsten m.fl. (2009, s. 60) (se afsnit 2.2).

Anden del, Q6, behandler det andet punkt i formålet: De studerendes oplevelse af relevansen af den lærerfaglighed, de har opnået gennem arbejdet med lektionsstudier samt sammenhængen til den øvrige undervisning i læreruddannelsen.

Til sidst inden debriefingen blev de studerende spurgt mere overordnet til deres oplevelse af sammenhængen mellem teori og praksis i læreruddannelsen. Herudover blev de bedt om at give forslag til tiltag, som kan forbedre muligheden for at opleve sammenhæng.

Det sidste punkt i formålet er ikke en integreret del af spørgsmålene til de studerende, men en teoretisk vurdering af ATD-modellens anvendelighed, som vil blive behandlet og vurderet til sidst efter analysen af resultaterne.

I Q1, Q2 og Q6 bliver de studerende med enslydende formuleringer bedt om at give en beskrivelse af en situation fra uddannelsen, hvor de oplever, at de har lært noget, som er relevant i forhold til lærerjobbet. I Q3, Q4, Q5 og Q7 bliver de spurgt til deres *oplevelse* af de forskellige forhold og problemstillinger. Efterfølgende stilles der uddybende spørgsmål til de studerendes beskrivelser og svar med udgangspunkt i de resterende spørgsmål. For at sikre, at de studerende ved, hvad der menes med de forskellige termer, der anvendes i spørgsmålene, for eksempel *fagdidaktisk teori*, startes hver sektion af spørgsmål med at forklare centrale termer, for eksempel ved at give relevante eksempler fra deres studieplan.

I Q4 var det nødvendigt med en hurtig indføring i Chevallards opdeling i praksisblok og teoriblok. Det gjorde jeg med nedenstående indledende formulering, hvor jeg blandt andet brugte ordene 'hvordan-matematik' og 'hvorfor-matematik'.

5.4 Interviewguide

Q0: Indledning.

Interviewpersonen præsenteres kort for formålet med undersøgelsen:

Jeg søger en mere nuanceret forståelse af teori-praksis-problemstillinger i læreruddannelsen, det vil sige en belysning af forskellige aspekter af teori-praksis-problemstillinger. Jeg er interesseret i din oplevelse af de forskellige forhold – ikke et 'rigtigt' svar. Det er vigtigt, at du beskriver situationen, som *du* oplever den. Det, der er

vigtigt for mig, er, hvad der virker meningsfyldt for dig, og hvad du oplever som udbytterigt i forhold til din læreruddannelse og dit fremtidige virke som lærer.

Etiske overvejelser i forbindelse med interviewet:

Der kan være identificerbar information, som offentliggøres, da det er meget svært at sløre oplysninger, når kun fem personer interviewes. Hvis jeg vurderer, at oplysninger kan skade dig, vil de enten blive sløret eller ikke offentliggjort, før denne skade ikke mere er aktuel. Hvis du udtaler dig om specifikke personer, vil navne og identitet blive sløret. Du har mulighed for selv at gøre opmærksom på, hvis du ønsker, at noget skal sløres. I givet fald får du mulighed for selv at skulle godkende en eventuel offentliggørelse. Du kan til enhver tid bede om en 'time out', hvor vi slukker for optageudstyret, og hvor vores samtale så er fortrolig og ikke refereres andetsteds.

Du skal naturligvis spørge, hvis der er spørgsmål, du ikke forstår, eller der er ting, du er i tvivl om.

Q1 Indledende spørgsmål om oplevelser af læring i forskellige sammenhænge i læreruddannelsen

1.1 Kan du give en beskrivelse af en situation i matematikundervisningen på læreruddannelsen³³, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

1.2 Kan du give en beskrivelse af en situation i praktikken, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

1.3 Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af den viden, du opnår ved aktiviteterne på læreruddannelsen i forhold til praktikken?

1.4 Oplever du et modsætningsforhold imellem den viden, du tilegner dig i praktikken, og den viden, du tilegner dig ved undervisningen på læreruddannelsen, eller indgår de i et frugtbart samspil?

1.5 Kan du give en beskrivelse af en situation i praktikundervisningen (det vil sige den undervisning, der er specielt tilknyttet forberedelse og efterbehandling af praktikken, for eksempel mødesteder, praktikopsamling etc.), hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

³³ Den rigtige term her er egentlig læreruddannelsesinstitutionen, idet læreruddannelsen også indbefatter praktikken. Der er imidlertid intet, der tyder på, at de studerende har misforstået dette. De opfatter "på læreruddannelsen" som "på læreruddannelsesinstitutionen".

1.6 Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af den viden, du opnår gennem praktikundervisningen?

Q2A Vurdering af videnskabelig teori i uddannelsen, fagdidaktik

De følgende spørgsmål handler om den fagdidaktiske teori i læreruddannelsen. Med fagdidaktisk teori tænker jeg specielt på videnskabelige teorier om fagdidaktik. Jeg kan se af jeres studieplan, at I for eksempel har beskæftiget jer med den hollandske skole (Freudenthal), teorien om didaktiske situationer (Brousseau), Poul Cobbs teorier og The Teaching Gap.

2.1 Kan du give en beskrivelse af en situation, hvor I har arbejdet med fagdidaktisk teori i matematikundervisningen her på læreruddannelsen, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

2.2 Hvordan oplever du generelt udbytte, anvendelighed og relevans af arbejdet med fagdidaktisk teori?

Q2B Vurdering af videnskabelig teori i uddannelsen, videnskabelig matematik

De følgende spørgsmål handler om den matematiske teori i læreruddannelsen. Med matematisk teori tænkes specielt på akademiske³⁴ teorier om matematik. Jeg kan se af jeres studieplan, at I for eksempel har beskæftiget jer med legemer, isomorfier (i forbindelse med algebra), estimationsteori (i forbindelse med stikprøveudtag) og euklidisk geometri. Der er for eksempel tale om matematisk teori, når det handler om aksiomer, definitioner, sætninger, beviser etc.

2.3 Kan du give en beskrivelse af en situation, hvor I har arbejdet med matematisk teori i matematikundervisningen på læreruddannelsen, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

2.4 Hvordan oplever du generelt udbytte, anvendelighed og relevans af arbejdet med matematisk teori? Oplever du det problematisk eller frugtbart at skulle tilegne sig matematisk teori på læreruddannelsen i forhold til den 'skolematematik', du skal undervise i i skolen? Kan du give eksempler?

Q3 Vurdering af formelle bestemmelser, specielt FM's, betydning i forhold til henholdsvis læreruddannelsens matematikundervisning og praktikken

De næste spørgsmål handler om FM, matematik.

³⁴ Ved interviewet brugte jeg ordet *akademisk*. I alle andre sammenhænge anvender jeg (synonymt) *videnskabelig*.

3.1 Hvordan oplever du betydningen af FM i undervisningen på læreruddannelsen? Har I brugt matematiklektioner på specielt at beskæftige jer med FM? Har FM været inddraget i forbindelse med behandlingen af andre emner?

3.2 I hvor høj grad brugte I FM i forbindelse med jeres praktik?

3.3 Hvordan oplever du betydningen af FM i forbindelse med praktikken? Var den anvendelig i forhold til planlægning af undervisning? Gav praktikken anledning til diskussion, med hinanden eller med praktiklæreren, af FM?

3.4 Hvordan vil du betegne dit kendskab til FM? Indgående, nogenlunde, ringe...

Q4: Praktisk og teoretisk matematik i læreruddannelse og praktik

De næste spørgsmål handler om to forskellige aspekter ved matematik. For det første kan matematik indeholde praktisk opgaveløsning med vægt på algoritme og procedurer ('hvordan-matematik'). For det andet kan matematik indeholde mere teoretiske/abstrakte aspekter som argumentation, ræsonnementer, formel teoribygning og beviser ('hvorfor-matematik').

4.1 Hvordan oplever du relevansen af de to forskellige aspekter af matematik i forhold til folkeskolens matematikundervisning? Oplever du, at der er en hensigtsmæssig prioritering af de to i folkeskolens matematikundervisning?

4.2 Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af de to forskellige aspekter af matematik i forhold til læreruddannelsens matematikundervisning? Oplever du, at der er en hensigtsmæssig prioritering af de to?

4.3 Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af de to forskellige aspekter af matematik i forhold til at være matematiklærer?

Q5 De pædagogiske fag og matematik

De næste spørgsmål handler om de pædagogiske fag og matematik i forhold til hinanden.

5.1 Hvordan oplever du sammenhængen mellem den viden, du tilegner dig i de pædagogiske fag og matematik?

5.2 Er der slet ingen sammenhæng, eller kan viden fra de to fag bruges i et samspil i forhold til de udfordringer, du møder i praktikken? Kan du give et eksempel?

Q6: Lesson study

6.1 Kan du give en beskrivelse af en situation i forbindelse med arbejdet med lesson study³⁵, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for at være lærer?

6.2 Hvordan vurderer du dit udbytte af arbejdet med lesson study i forhold til praktikken?

6.3 Hvordan vurderer du sammenhængen mellem undervisningen på læreruddannelsen og arbejdet med lesson study?

6.4 Hvordan vurderer du sammenhængen mellem arbejdet med lesson study og praktikken?

Q7 Teori og praksis - sammenhæng

7.1 Hvordan oplever du sammenhængen mellem teori og praksis i læreruddannelsen generelt (specielt matematik)?

7.2 Er der elementer i læreruddannelsen (for eksempel praktikundervisningen eller vejledningen), hvor du oplever en specielt god mulighed for at skabe sammenhænge mellem teori og praksis?

7.3 Har du forslag til, hvordan sammenhængen mellem teori og praksis i læreruddannelsen kan styrkes?

Fase 8: Debriefing

8.1 Har du mere at tilføje eller spørge om?

8.2 Hvordan oplevede du interviewet?

5.5 Brug af citater

I det næste afsnit (og i afsnit 8.4) analyseres interview, og der er derfor mange citater fra disse. Da der er tale om samtaler, er det ofte tungt at læse, hvis transskriptionerne anvendes direkte. Talesprog indeholder ofte mange gentagelser, brug af øh og andre ord, blandt andet for at give tid til at overveje et svar. For at øge læsbarheden er disse elementer korrigeret i teksten for eksempel som følgende transskribering:

³⁵ I interviewene med de studerende (og i det næste studie med lærerne) bruges den engelske betegnelse lesson study, da det var den, de havde brugt i undervisningen. I alle andre sammenhænge bruges den danske betegnelse, lektionsstudier.

Jamen altså, det var for eksempel i en samtale med læreren, hvor – hvor han også snakkede om, det var – altså det var vigtigt, at – hvad skal man sige – at man – og begrænse sig selv.

Som er rettet til:

Jamen det var for eksempel i en samtale med læreren, hvor han også snakkede om, at det var vigtigt, at man begrænser sig selv.

I interviewsamtalerne kommer intervieweren ofte med imødekomende og opmuntrende kommentarer – for eksempel *ja-ja, nej, ok* – mens interviewpersonen taler eller under mindre pauser, for at få hende eller ham til at uddybe sine betragtninger, føle sig godt tilpas osv. Disse kommentarer er udeladt af citaterne.

I nogle tilfælde er dele af udtalelser indforståede, for eksempel kan de henvise til dele af samtalen, som ikke er citeret. Her er forklarende tekst sat ind i citaterne i parenteser uden kursivering.

I enkelte tilfælde kan usikre formuleringer være en pointe i sig selv – for eksempel hvor de er med til at understrege, at den studerende har svært ved at udtrykke sig om et fagligt indhold. I disse tilfælde er citaterne ikke rettet, men fremstår med alle gentagelser, pauser, brug af *øh* etc.

I de tilfælde hvor interviewpersonen betoner ord ekstra, markeres dette i transskriptionerne ved at anvende fed skrift.

5.6 Resultater af interviewundersøgelsen

De følgende resultater af interviewundersøgelsen er struktureret efter interviewguiden og dermed de tre formål for undersøgelsen, som er beskrevet i det foregående afsnit. Afsnittet er opdelt i seks underafsnit, svarende til de seks sektioner af spørgsmål, Q1 til Q6. Hvert underafsnit har et antal konklusioner, som er nummeret fortløbende efter det afsnit, de er placeret i, for eksempel konklusion 1.1, 1.2 osv. i afsnit 1, omhandlende spørgsmålene i Q1. De enkelte konklusioner er formuleret indledningsvist i afsnittet og bliver så efterfølgende underbygget og dokumenteret med citater fra interviewene med de fem studerende.

Spørgsmålene i Q7 er meget overordnede i forhold til de andre sektioner, og svarene har derfor ikke givet anledning til selvstændige konklusioner, men er i mange tilfælde blevet brugt til at underbygge konklusioner i de øvrige sammenhænge, afhængigt af, hvad de studerende har fokuseret på i deres svar.

Det er en vigtig pointe, at resultaterne er udtryk for den måde, de studerende *oplever* deres læring og uddannelse på, og altså ikke nødvendigvis et udtryk for den fulde sandhed om virkeligheden (se afsnit 1.4.2). Dette kommer blandt andet til udtryk, hvor de fem studerende fremstiller oplevelsen af et givent element i deres uddannelse helt forskelligt, på trods af at de har deltaget i den samme aktivitet.

5.6.1 Læring i matematikundervisningen, praktikken og praktikvejledningen

De fire konklusioner i dette afsnit handler om de studerendes oplevelse af den læring, de har opnået gennem deltagelsen i matematikundervisningen på læreruddannelsen (1.1), praktikken (1.2), vejledningen i forbindelse med praktikken (1.3) samt sammenhængen mellem den teoretiske undervisning og praktikken (1.4). Det har ikke været muligt at uddrage noget generelt om de studerendes erfaringer fra praktikundervisningen, da udtalelserne herfra er meget forskelligartede og kun i ringe grad fokuserer på de studerendes læring i forløbene. Mange udtalelser beskriver i stedet forløbene, for eksempel oplæg af mentorer, eller de er kritiske i forhold til organiseringen. Der er således ingen eksempler på beskrivelser af situationer, hvor de studerende har oplevet en læringsmæssig gevinst ved at deltage i et læringsrum, hvor der både er lærere (mentorer) fra skolen og undervisere fra læreruddannelsen til stede, som er det specielle ved dette forum.

1.1 De studerende oplever eksemplariske situationer i matematikundervisningen, hvor de kan se en direkte sammenhæng til undervisningen i skolen, som specielt lærerige og relevante. De fokuserer imidlertid overvejende på anvendelsen i skolen frem for tilegnelse af videnskabelig matematisk viden. Oplevelsen af denne sammenhæng influerer positivt på deres generelle oplevelse af udbytte af undervisningen.

Når de studerende bliver spurgt om en situation fra matematikundervisningen på læreruddannelsen, hvor de lærte noget væsentligt i forhold til lærerjobbet, nævner fire ud af de fem som det første et eksemplarisk arbejde med et matematikfagligt område. Med eksemplarisk menes her, at situationen indeholder et matematisk indhold på læreruddannelsesniveau, i det første eksempel neden for et induktionsbevis, som behandles på en måde, som den studerende direkte kan relatere til lærerarbejdet i skolen. Eksempelvis oplever Mille denne sammenhæng ved, at de studerende skal øve sig i at forklare et fagligt indhold for hinanden – en situation, hun direkte kan relatere til lærergerningen i skolen.

Mille: Jeg synes, jeg har lært meget, når vi har gennemgået for eksempel induktionsbevis på tavlen, hvor vi har stået over for hinanden – eller gået sammen to og to – så den ene beviser et induktionsbevis, og den anden gør så bagefter, fordi så får man både lov til at prøve det af, man skal lige som stå over for nogen. Man skal åbne munden, og man skal tænke over, hvordan man retorisk får det sagt, og lade som om at det er et barn, man skal fortælle det til, samtidig med at man også får set, hvordan andre gør det, så man kan se – erfaring – altså, det at sparre med hinanden. Det synes jeg virkelig er noget, som jeg lærer meget af.

Mille giver her udtryk for, at det at blive bedre til at forklare et fagligt indhold for andre (elever) er direkte brugbart for hende i forhold til jobbet som lærer. Hun lægger ikke umiddelbart meget vægt på læringen af den videnskabelige matematiske viden. Induktionsbeviset er 'blot' et eksempel, men arbejdsformen er for hende det væsentlige indhold i undervisningen. Tilegnelse af VMV bliver således, på trods af underviserens eventuelle hensigter, underordnet Milles oplevelse af situationen som eksemplarisk for lærerens didaktiske praksis, måske fordi sidstnævnte kan relateres direkte til praksis.

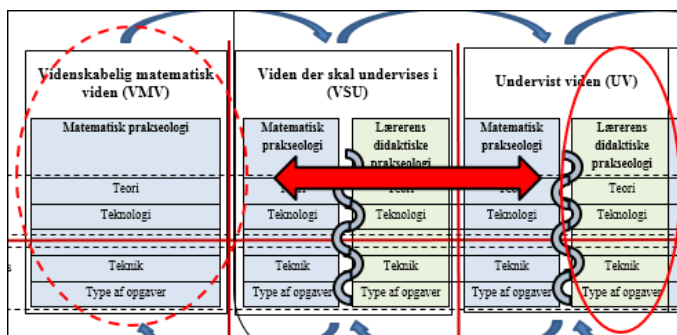
Mille oplever situationen som en eksemplarisk lærer-elev-situation, hvor læreren forklarer eleven en faglig sammenhæng. Situationen kan imidlertid også opfattes som en eksemplarisk elev-elev-situation – at man altså tilsvarende kunne have en undervisningssituation i skolen, hvor to elever skiftevis skulle forklare hinanden en faglig sammenhæng, men det giver Mille, i hvert tilfælde umiddelbart, ikke udtryk for, at hun har overvejet. I andre – nogle gange mere oplagte tilfælde – oplever de studerende, at arbejdsformen på denne måde direkte kan anvendes i skolen. I disse tilfælde er det altså ikke kun det valgte indhold, men også den måde, undervisningssituationen tilrettelægges på, som de finder inspirerende og eksemplarisk i forhold til deres kommende lærerarbejde. For eksempel siger Søren:

Søren: Men jeg synes så, at i vores undervisning er vi blevet nærmest undervist, som om vi var børn på nogle punkter. Der har jeg lært noget ved – selv at stå i det. Det der med at blive undervist anderledes.

I: Så man kan sige, at selve undervisningen er et eksempel på – at du sådan ligesom kan gentage som lærer. Altså et eksempel på en måde at undervise på?

Søren: Det kunne for eksempel være, at vi lavede på et tidspunkt noget med sådan nogle QR-koder med mobiltelefoner. Og det har så også noget med tiden at gøre, at det kunne vi ikke gøre den gang (i Sørens egen skoletid). Men simpelthen at lave nogle opgaver på de her QR-koder, hvor man laver det til hinanden, og så skal man gå rundt, og så bliver det en form for en skattejagt og sådan noget. Jeg ved, der var nogen fra skolen (her menes læreruddannelsen), de gjorde det blandt andet også i deres lesson study. De lavede sådan en QR-kode. Det synes jeg var meget sjovt, og det var sådan med til at åbne ens indsigt i, hvordan man kan undervise på forskellige måder og inddrage det.

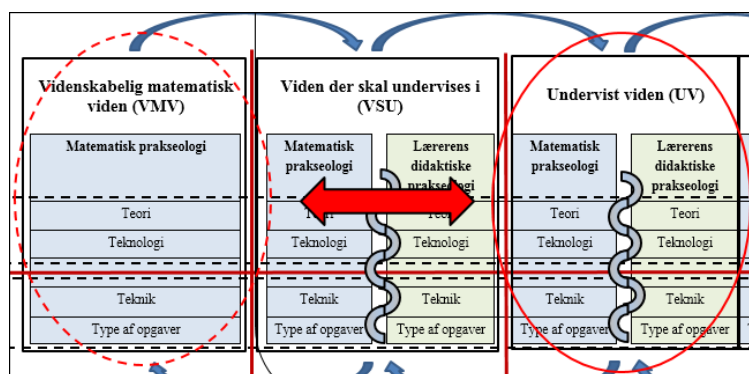
Også sådan noget som i matematik bare at stille sig ud på en græsplæne, og så bare stå – altså, det virker banalt, men – stå og hoppe rundt i tabeller – i stor størrelse. Det havde jeg heller ikke prøvet før. Og så sagde Arne³⁶ en masse ting, og så dannede det så forskellige mønstre og sådan noget. Og det er også sådan noget, hvor man får sådan en oplevelse af, det er meget med at få de der ting frem, med at – man ved det jo egentlig godt, men når så lige det bliver præsenteret for en, så er det også klart for en, hvis altså det er til at forstå på den måde.



Figur 5.1. Mille fokuserer på lærerens didaktiske prakselogi frem for VMV og sammenhængen mellem de to.

³⁶ Arne er holdets underviser i matematik.

Søren nævner to eksempler på undervisningsforløb, hvor såvel fagligt indhold som arbejdsform tydeligvis har været inspirerende i forhold til hans fremtidige arbejde som lærer. Det fremgår ikke direkte, om det faglige indhold har været hentet fra skolematematikken eller VMV, for eksempel kan der i det sidste eksempel have været illustreret både simple egenskaber ved de naturlige tal³⁷ og mere avancerede talteoretiske pointer³⁸ – det har sandsynligvis været en kombination. Søren nævner imidlertid slet ikke det konkrete faglige indhold, men fokuserer udelukkende på arbejdsformens direkte overførbare fra sammenhængen mellem den matematiske og den didaktiske praksologi i VMV og relationen til de tilsvarende sammenhæng i UV. Den didaktiske praksologi i VMV er ikke med i modellen, da den ikke direkte er et væsentligt element i forhold til lærerfaglighed (se afsnit 3.3), men her er et eksempel på, at den studerendes erfaring med egen læring kan relateres til undervisningssituationen i skolen, hvorved den indirekte bliver væsentlig som middel til at opnå væsentlig lærerfaglighed.



Figur 5.2. Også Søren fokuserer ensidigt på UV frem for VMV. I modsætning til Mille dog både den matematiske og den didaktiske praksologi.

Det er karakteristisk, at både Søren, Mille og de to andre, der som det første nævner et eksemplarisk forløb, vælger at fokusere på arbejdsformen, når de skal uddybe, hvorfor en aktivitet i matematikundervisningen har været specielt lærerig og altså ikke det matematikfaglige indhold. For eksempel siger Anne om en situation, hvor de studerende skulle undervise hinanden i et givet indhold:

Anne: Ja, det var det vigtigste – det der med at stå og undervise. Men selvfølgelig – man føler sig også mere sikker, og det går bedre, hvis man sætter sig ordentligt ind i det matematiske indhold, ikke.

Anne vurderer altså det at undervise de medstuderende – arbejdsformen – som vigtigere for hendes læring end det matematikfaglige indhold, samtidig med at hun pointerer vigtigheden af at have faglig viden for at kunne undervise.

Det er bemærkelsesværdigt, at de fire studerende, som nævner eksemplariske forløb som det første, samtidig er dem, der udtrykker sig mest positivt om deres udbytte ved matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen. De fire siger samstemmende, at de lærer meget ved matematikundervisningen. For eksempel siger Andreas:

³⁷ For eksempel kan deltagerne stå på tal i 5-tabellen.

³⁸ For eksempel stiller alle pigerne sig på et tal i 6-tabellen, hvorefter drengene stiller sig på et primtal. Dette illustrerer, at ethvert primtal (større end 3) er nabotal til et tal i 6-tabellen.

Andreas: *Jamen, der kan jeg jo starte med for eksempel, da vi havde vores arbejdskort, som vi kørte rigtig meget med i starten. Og vi ligesom havde nogle forskellige øvelser med et eller andet emne, og så skulle man ligesom udvælge, hvad kunne være godt at lære fra sig. Helt konkret, hvor vi simpelthen også skulle agere lærere og så prøve at formidle det her på en god måde. Det er jo en rigtig god start, når det er, man ikke har prøvet andet end at være vikar eller været baskettræner.*

(...)

Der lærte jeg at tænke over, når vi har det her materiale, hvad kan så repræsentere hele emnet. Hvad kan skæres fra og sådan en prioritering i det. Så synes jeg også, jeg har lært noget – rigtig meget – jeg kan godt lide det sådan lidt højere niveau (her menes matematisk niveau), hvor man ligesom sådan kan vise, at det her, det er noget, man brænder for, og det er man rigtig, rigtig god til.

Ligesom Anne fokuserer Andreas først på arbejdsformen – at de skulle udvælge og forberede stof til undervisning af medstuderende – for derefter at inddrage den matematikfaglige vinkel, som også han finder væsentlig som grundlag for udførelsen af undervisningen.

De fire studerende, som er citeret ovenfor, oplever altså alle en sammenhæng mellem deres egen tilegnelse af VMV og UV, specielt lærerens didaktiske praksisologi, men de er tydeligvis mere optaget af det sidste end af det første. De giver dog samtidig udtryk for, at VMV er en nødvendig forudsætning for at kunne træffe valg i forbindelse med UV.

Den sidste studerende, Clara, fokuserer på det matematikfaglige indhold, når hun bliver spurgt til sin læring i læreruddannelsens matematikundervisning:

Clara: *I matematik – ja. Åh, men det er jo lang tid siden, vi har haft undervisning, og vi har lige haft to skriveuger (pause). Jamen, altså. Bare sådan generelt, når vi får – når vi får gennemgået – når vi sidder og læser i Ypsilon³⁹, så er der rigtig mange eksempler på – hvordan det kan gøres – sådan matematisk. Men jeg føler mere, at jeg lærer matematikfaglige ting, end hvordan jeg skal gøre det sådan, som lærer – ude i – på skolerne. Men der har vi jo så småt – vi har jo nogle egenskaber, sådan at vi automatisk tænker den vej, men det er ikke sådan, jeg synes, jeg direkte lærer det helt enorme. Det tænker jeg kommer, nu er vi også kun førsteårs, så...*

Clara fokuserer ensidigt på VMV og ser ikke, som de øvrige, sammenhængen med den didaktiske praksisologi og relationen til matematikundervisningen i skolen i form af UV. Samtidig vurderer hun, at hendes læringsudbytte ikke er særlig stort, og motivationen er tydeligvis lav. Det er karakteristisk, at hun bruger vendinger som ”får gennemgået og sidder og læser”, som kan forbindes til, hvad man kan kalde traditionel klasseundervisning,

³⁹ Grundbog til matematikundervisning i læreruddannelsen.

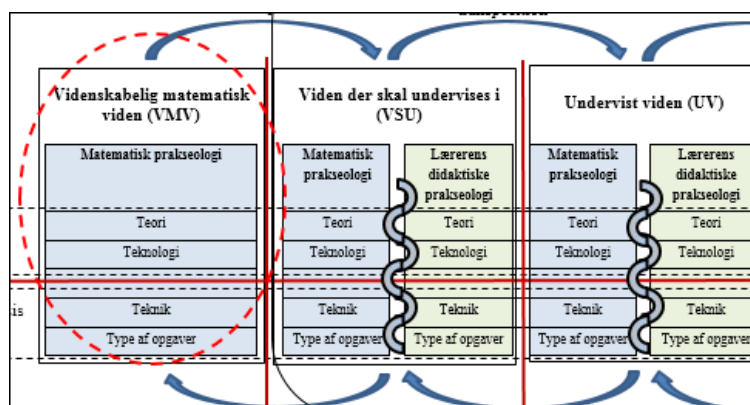
hvorimod de andre bruger langt mere positivt ladede ord som for eksempel ”oplevelse” og ”formidle”. I modsætning til de øvrige oplever Clara ikke, at det matematiske indhold er relevant for hendes fremtidige arbejde som lærer. Dog nævner hun til sidst i interviewet, hvor der spørges til den generelle sammenhæng mellem teori og praksis i læreruddannelsen, en eksemplarisk situation fra matematikundervisningen:

Clara: (Sukker) *Jamen der er meget*

teori, synes jeg (griner). Men det er så også, fordi vi har så lidt praktik, som vi har. Så er det jo svært at få noget mere praksis ind over. Altså nu har Arne været god til, at så har vi for eksempel haft de der arbejdsbøger, hvor vi så skulle have et kapitel hver, og så skulle vi lige som op og undervise resten af vores klasse. Så der synes jeg, det har hængt meget godt sammen.

Claras grundlæggende oplevelse er tydeligvis, at der er meget teori – alt det, der foregår på læreruddannelsesinstitutionen – og kun lidt praksis – i praktikken. Generelt finder hun teorien ’tung’ (hun sukker) og praktikken mere anvendelig, og så har hun svært ved at se sammenhængen mellem de to. I modsætning til de fire andre fremstår den eksemplariske situation for Clara som en enkelt god oplevelse i en ellers overvejende frustrerende teoretisk matematikundervisning, som hun har svært ved at forbinde til praksis.

Det er min erfaring gennem 13 år som læreruddanner, herunder samarbejde og samtaler med kollegaer i blandt andet Seminariernes Matematiklærerforening (SEMAT) og i forbindelse med censorvirksomhed, at eksemplarisk undervisning, som den fremstilles af fire af interviewpersonerne, er karakteristisk for en stor del af matematikundervisningen i dansk læreruddannelse. Denne undervisningsform støttes i udpræget grad af lærebøger, udgivet til matematikundervisningen i læreruddannelsen, som i høj grad arbejder med denne type problemstillinger. De studerendes udsagn tyder imidlertid på, at det af i hvert tilfælde to grunde er afgørende, at de oplever og erkender det eksemplariske i situationen. For det første for, at de bliver opmærksomme på sammenhængen mellem den matematiske og den didaktiske prakseologi i både VMV og UV, samt relationen mellem disse to – en sammenhæng, som ofte ligger i den valgte arbejdsform. For det andet påvirker erkendelsen af, at undervisningen er eksemplarisk, de studerendes oplevelse af eget læringsudbytte og dermed også deres motivation, positivt, idet det betyder, at de finder indholdet i undervisningen mere relevant og anvendeligt i forhold til lærerjobbet. De fire studerende ser tydeligt det eksemplariske i situationerne fra undervisningen og vurderer derfor relevansen og anvendeligheden til at være stor, hvilket naturligtvis påvirker opfattelsen af eget læringsudbytte og motivationen positivt. Den sidste studerende oplever ikke i nær så høj grad denne sammenhæng og har derfor sværere ved at se relevansen i forhold til folkeskolens



Figur 5.3. Clara fokuserer ensidigt på VMV og ser ingen sammenhæng til skolens praksis. Hun vurderer sin egen læring lavt.

matematikundervisning, hvorfor hun også vurderer udbyttet som lavt og udviser en lav grad af motivation.

Den ovenstående problemstilling handler især om at skabe sammenhæng på tværs af de to vertikale teori-praksis-akser, mellem VMV og skolematematik og mellem undervisningssituationen på læreruddannelsesinstitutionen og undervisningssituationen på skolen. Der er ikke tale om UV i sædvanlig forstand, idet alt foregår på læreruddannelsesinstitutionen, men i kraft af, at undervisningen umiddelbart henleder de studerendes opmærksomhed på relevante situationer og problemstillinger i skolens matematikundervisning, opnås, at de studerende oplever en direkte sammenhæng med praksis. Ved at arbejde med eksemplariske situationer opnås dermed en stærkere legitimering af matematikundervisningen i læreruddannelsen og en følgende motivation for de studerende. Der er dog samtidig en fare forbundet med denne undervisningsform, idet de studerende tydeligvis oplever formen, eller det, der har direkte relation til folkeskolens undervisning, som væsentligere end VMV. Dermed er der en risiko for, at VMV bliver nedprioriteret i de studerendes bevidsthed om, hvad der er vigtig lærerfaglighed.

1.2 Fra praktikken fremhæver de studerende især konkrete, praktiske, ofte helt personlige, erfaringer med underviserrollen som væsentligt læringsudbytte. De studerende er optagede af at lykkes som lærer, hvilket blandt andet betyder, at deres undervisning skal ligne det, de kender som matematikundervisning.

I det følgende om de studerendes oplevelse af læring i praktikken skal man være opmærksom på, at der er tale om studerende, som er på første studieår. For fleres vedkommende er der tale om de allerførste erfaringer med det at være lærer og at stå over for en klasse.

Når de studerende bliver bedt om at nævne en situation fra praktikken, som har været specielt lærerig, nævner de alle meget konkrete erfaringer i forbindelse med planlægning og gennemførelse af undervisningen. For eksempel har Clara gjort sig nogle erfaringer med elevernes niveau og tidsforbruget, som ofte blev undervurderet:

Clara: Åh, men det er jo næsten alle de lektioner, jeg har haft. Fordi hver gang så er der jo kommet et eller andet med, nå ja, det skal man jo også lige huske. Men altså, vi havde en 5. klasse, hvor vi havde forberedt nogle opgaver med brøker, hvor vi så havde brugt navnene af dem fra klassen. Fordi så ville det være lidt sjovere for dem at sidde og læse det igennem. Og da havde vi rigtig tit undervurderet, hvor lang tid det egentlig tager for en 5. klasseelev at læse sådan en opgave igennem og forstå den og så derefter svare. Og vi har jo lært rigtig meget om, hvilket niveau man egentlig har i 5. klasse, fordi – jeg har aldrig været vikar før, så læreruddannelsen var meget, meget nyt for mig. Så det er sådan lidt at blive kastet ud i det, og så bare sådan nogenlunde prøve at fornemme sig frem til, hvilket niveau de har. For det har man jo slet ikke noget billede af. Det er jo virkelig lang tid siden, man selv har gået i 5. klasse. Så lige med sådan noget, der synes jeg, jeg har lært rigtig meget om, hvor lang tid det egentlig tager, fordi det undervurderer jeg godt nok tit. Det gjorde vi næsten til hver lektion.

Og Søren nævner den megen tid, de må bruge på planlægning:

Søren: *Jeg har helt klart lært noget, man ikke tager højde for, når man kommer og skal være med i sådan noget undervisning. Det er, hvor meget planlægning der er, altså i bare det at skulle afvikle en time. Det har jeg helt sikkert lært derigennem også. Også sådan noget som – ude på skolerne – det organisatoriske kaos, der kan være derude sådan en mandag morgen, når man kommer og møder ind. Og så er der lige fire lærere, der har besluttet, at de skal bruge et eller andet middel, og så skal de så til at finde ud af – hov – hvad gør vi så og sådan noget. Det har jeg i hvert tilfælde fundet ud af, at der skal lige lidt mere planlægning til – måske at man lige ugen forinden sørger for, at man har alle de ting, man skal bruge og sådan noget.*

Det er karakteristisk, at de studerende oplever det praktiske lærerarbejde som meget komplekst og svært overskueligt. I ovenstående citater kommer det for eksempel frem ved Claras formulering: *”det skal man jo også lige huske”*, og Søren: *”hvor meget planlægning der er, altså i bare det at skulle afvikle en time”*. De studerende oplever det derfor som værdifuldt at få nogle konkrete erfaringer, som gør dem i stand til bedre at kunne overskue og håndtere praksis. Deres udtalelser giver imidlertid indtryk af, at det er ret tilfældigt, hvilke erfaringer de får – de hæfter sig ved forskellige ting, som de har bidt mærke i. Der er således ikke noget, der tyder på, at der er tale om systematiske, fokuserede oplevelser af praksis.

Det konkrete læringsindhold de studerende oplever, at de tilegner sig gennem deltagelse i praktikken, handler i høj grad om at kunne påtage sig lærerrollen, det vil sige at kunne lede undervisningen, stå foran klassen, tale med eleverne og så videre – at kunne planlægge og gennemføre undervisning, så den ligner det, de og eleverne kender som matematikundervisning. For eksempel siger Anne:

Anne: *Jamen, det er det der simpelthen med at øve sig i at være lærer og stå foran en klasse og have – altså have med eleverne at gøre. Det er det. (...) ... hvordan man sådan går ind og tager styringen og prøver at få elevernes respekt.*

Og tilsvarende Mille:

Mille: *... så er det selvfølgelig, når man stod foran tavlen og stod og skulle lave det der, som vi havde planlagt. Det lærte man også rigtig meget af, for det var igen det der med at præstere.*

Og Andreas:

Andreas: *... når man så skal træne – træne sig, som det jo er at være i praktik...*

Og Clara:

Clara: *Og det er der (i praktik), man får føling for, kan jeg overhovedet det her, og fungerer jeg sammen med en klasse. Og hvordan fungerer jeg ved tavlen, og hvordan skal jeg forklare det her, så en elev forstår det?*

De studerende bruger ofte formuleringer som ovenfor: *”at stå foran en klasse”*, *”tage styring”*, *”stå foran tavlen”*, *”forklare for eleverne”* som helt centrale læringsmål for deres praktik. Den beskrevne lærerfaglighed handler i langt overvejende grad om lærerens rolle i den konkrete situation i undervisningslokalet – lærerens didaktiske praksisologi. Det fremstår – måske ikke så overraskende – som mest væsentligt for dem at lykkes som lærere, at lære at lede klasserummet og undervisningen – at den undervisning, de gennemfører, ser ud som det,

de kender som matematikundervisning. Flere nævner også personlige bekymringer i forhold til lærerjobbet, som for eksempel Clara: *"kan jeg overhovedet det her, og fungerer jeg sammen med en klasse"*. Det er samtidig karakteristisk, at de studerende ikke hverken omtaler eleverne og LV, eller hvordan lærerens didaktiske praksis hænger sammen med den matematiske praksis, og hvordan UV hænger sammen med VSU. De studerende er tilsyneladende så optagede af deres egen ageren i klasserummet, at de ikke inddrager de større sammenhænge.

De studerendes formuleringer kan samtidig opfattes som udtryk for en meget traditionel opfattelse af matematikundervisning – læreren styrer, står foran tavlen og forklarer eleverne stoffet. Man kan naturligvis ikke ud fra dette sige noget om, hvor vidt de studerendes undervisning udelukkende eller i høj grad har bestået af denne type aktiviteter, men det er denne del af undervisningen, de studerende er særligt optagede af. De ønsker at kunne gennemføre 'traditionel' matematikundervisning, som de kender den, det vil sige som den undervisning, de selv har modtaget i skolen, og som er 'almindelige menneskers' opfattelse af matematikundervisning. Slet ingen af dem nævner erfaringer med specifikke fagdidaktiske temaer, som eksempelvis undervisningsdifferentiering eller lignende, som grundlag for konkret læring fra praktikken. Dette kan som før nævnt skyldes, at der er tale om førsteårsstuderende, som for de flestes vedkommende står i lærerrollen for første gang og derfor har svært ved at overskue ret meget mere end gennemførelsen af den konkrete undervisningssituation.

1.3 Fra vejledningen med praktiklæreren fremhæver de studerende den direkte, personlige feedback på gennemført undervisning som lærerig. Metoden kan ofte beskrives som *"trial and error"*, hvor de studerende afprøver mere eller mindre tilfældige tiltag, som så efterfølgende evalueres, eventuelt i samarbejde med praktiklæreren.

De studerende giver generelt udtryk for, at de opnår væsentlig læring gennem praktiklærerens vejledning og tilbagemeldinger. De fremhæver specielt meget konkrete forhold i forbindelse med deres individuelle præstation i klasselokalet. Tre studerende, Anne, Mille og Andreas, nævner som det første en vejledningssituation med praktiklæreren, da de blev spurgt om en væsentlig læringssituation i forbindelse med praktikken. Kun en studerende, Clara, nævner slet ikke praktiklæreren i forbindelse med væsentlige læringssituationer i praktikken. For eksempel siger Anne:

Anne: *Jeg synes, man får meget ud af vejledningen med sin praktiklærer derude, fordi man lige som får en feedback på det, man har lavet. En ting er, hvordan du selv står og oplever det i klassen, og man kan have forberedt sig nok så godt, men det er rigtig rart ligesom at få noget feedback fra den, der har med klassen at gøre til daglig, og som har noget erfaring også.*

Og Andreas:

Andreas: *Jamen altså, det var for eksempel i en samtale med læreren, hvor han også snakkede om, det var vigtigt, at man begrænser sig selv. Det var også det mål, vi fik med fra praktikken,*

det var, at vi skulle begrænse os. Sådan at vi ikke fik forberedt alt for meget, og så – det her, det var det vi skulle nå, og så åh nej, nu nåede jeg ikke det, og hvordan gjorde jeg lige det.

I andre situationer er det ikke den personlige fremtræden i klasselokalet, men i stedet den konkrete undervisning, som bliver genstand for vejledningen. For eksempel siger Søren:

Søren: De er jo meget situationsbestemt – ud fra hvad der er sket i undervisningen i dag. Den sidste dag vi var der, lavede vi noget konkurrence blandt andet. Sådan noget matematikkonkurrence – Jeopardy-agtigt noget. Og så sagde han jo også, at de elever, der normalt ikke plejer at være med, de var lige pludselig med. Det er sådan noget, vi sidder og snakker om – primært.

Fælles for situationerne er, at de, som Søren udtrykker det, er ”*situationsbestemte*”. Det vil sige, at praktiklæreren griber situationer fra den konkrete undervisning, de studerende har gennemført, og gør dem til genstand for vejledning. Fokus er i overvejende grad på lærerens didaktiske prakseologi, lige som det er tilfældet for praktikken generelt (konklusion 1.1). Der er ikke eksempler på, at de studerende nævner, at en matematisk prakseologi har været gjort til genstand for diskussion. I det sidste eksempel vælger praktiklæreren yderligere at inddrage elevens didaktiske prakseologi – nogle elever, som ifølge praktiklæreren ikke plejer at *være med* i undervisningen, deltager i denne aktivitet. Om det så medfører, at disse elever opnår en intenderet læring, og hvordan det hænger sammen med den konkrete aktivitet, bliver ikke nævnt. På den måde centrerer de studerendes læring i praktikken omkring konkrete, praktiske, ofte helt personlige elementer i forbindelse med lærerens didaktiske prakseologi. Der er dog en enkelt undtagelse, Mille, som nævner vejledningen i forbindelse med planlægningen af undervisningen, hvor de har fået en didaktisk udfordring omkring to ”*fagligt stærke*” elever:

Mille: Jamen, jeg var rigtig heldig at have en rigtig god praktiklærer, som satte sig sammen med os og hjalp os med at planlægge undervisningen. Hun kom med nogle ideer til emne, vi skal arbejde med det og det og det. Vi skulle for eksempel arbejde med problemregning, og vi skulle arbejde med ligninger og med brøker. Og vi var tre studerende, så vi kom til at have et hovedområde hver, hvor jeg så havde problemregning. Og så sagde hun, at vi skulle tænke på hvilke opgaver, vi kunne forestille os, man kunne bruge, og hvilke opgaver kunne vi forvente, at hun måske hjalp os med at finde, fordi det kunne være svært for os at finde en masse opgaver, men vi kunne måske formulere nogen selv. Og hvordan kunne vi tænke os at gribe undervisningen an. Og så lavede vi ligesom en plan over, hvordan vi ville gøre det, og så godkendte hun den der plan, inden vi skulle ud og gøre det, fordi så havde vi for eksempel ikke tænkt så meget på, hvad de helt stærke elever – fagligt stærke elever – hvad de skulle lave, og de kunne måske komme til at kede sig ved at sidde inde i klassen. Det var vores erfaring, fra nogen af de tidligere forløb, at der var to drenge, som særlig kunne komme til at kede sig og bare sidde: “Tsk-åh – det ved vi godt”.

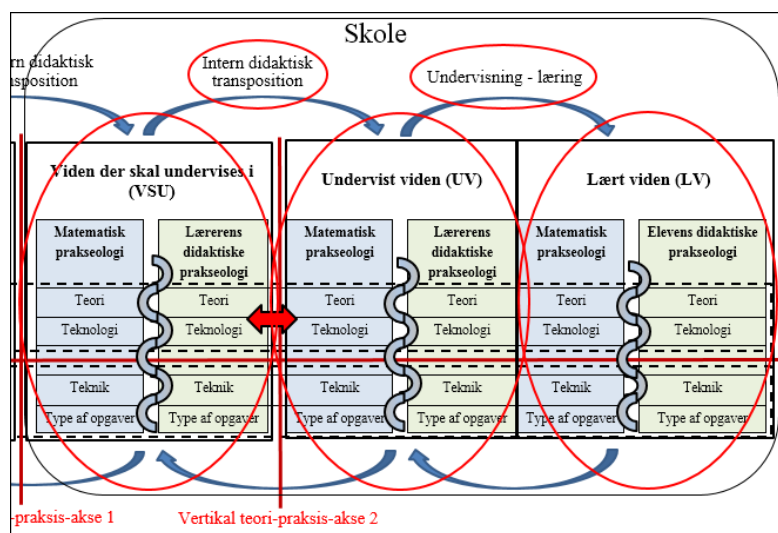
Mille nævner, som de øvrige, helt konkrete problemstillinger og erfaringer i forbindelse med lærerens didaktiske prakselogi. Forskellen er, at praktiklæreren samtidig inddrager en række yderligere elementer: for det første den matematiske prakselogi i form af det faglige indhold i undervisningen. For det andet VSU og den interne didaktiske transposition i form af udvælgelse og eventuel formulering af nyt undervisningsmateriale. Og for det tredje overvejelser over elevens didaktiske prakselogi i form af særligt stærke elevers læring.

Den mest markante praktiske forskel ligger i, at praktiklæreren vejleder de studerende inden gennemførelsen af undervisningen. Praktiklæreren responderer således ikke blot på de studerendes handlinger i undervisningssituationen, men forsøger at fokusere deres overvejelser ved forberedelsen af undervisningen og supplerer herudover med en 'didaktisk udfordring':

Mille: *Hun spurgte, hvad har I tænkt jer at gøre med de to drenge (fagligt stærke elever)?*

På den måde inddrages overvejelser over undervisning-læring-relationen og VSU i de studerendes forberedelse og vejledningssamtalerne med praktiklæreren, hvilket giver de studerende mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af vertikal teori-praksis-akse 2 mellem VSU og UV.

Man kan naturligvis ikke ud fra interviewene sige noget om, hvorvidt der har været tilsvarende situationer i de øvrige studerendes vejledning, men hvis det er tilfældet, er det ikke noget, de nævner som specielt lærerigt. I nogle tilfælde gav de studerende udtryk for, at al vejledning med praktiklæreren var placeret efter undervisningssituationen og dermed 'så tilbage', hvilket stemmer overens med det generelle indtryk jeg har, ud fra erfaringer med praktiktilbagemeldinger gennem mine 10 år som underviser på læreruddannelsen. De fire studerende, som nævner praktiklæreren, giver imidlertid alle udtryk for en positiv læringsoplevelse i forbindelse med, at der blev sat spørgsmålstejn ved de ting, de foretog sig i undervisningssituationen. Alligevel skiller Mille sig ud som den, der udtaler sig meget positivt om praktiklæreren, for eksempel i ovenstående citat: *"jeg var rigtig heldig at have en rigtig god praktiklærer"*. Dette kan blandt andet hænge sammen med, at Mille er den eneste, som beskriver en situation, hvor praktiklæreren er proaktiv og vejleder inden forberedelsen



Figur 5.4. Vejledningen i forbindelse med praktikken i Milles praktik adskiller sig fra de øvrige ved både at inddrage VSU, UV og LV. I praksis adskiller vejledningssamtalerne sig desuden ved også at foregå, inden undervisningen gennemføres.

og ikke kun reaktivt, det vil sige reagerer på for eksempel de studerendes ageren i klasserummet.

Når de studerende beskriver, *hvordan* de lærer gennem deltagelse i praktikken, er der to ting, som skinner igennem. For det første bruger de ofte ord som at ”øve” og ”træne”. De opfatter lærerens didaktiske praksisologi som et håndværk, man kan lære ved at øve sig, men hvor det at lykkes samtidig hænger sammen med ens personlighed. De er altså meget fokuserede på den praktiske blok frem for på den teoretiske blok, som de slet ikke omtaler. For det andet kan den metode, de beskriver, oftest betegnes som ’trial and error’ – man prøver sig frem, og så evaluerer vi efterfølgende, gerne sammen med en praktiklærer, som har den praktiske erfaring. For eksempel siger Mille:

Mille: Altså at se hvad virker, og hvad virker ikke. Og så satte vi os ned og evaluerede på det sammen med vores praktiklærer. Hvad kunne man have gjort bedre?

Tilsvarende siger Clara:

Clara: Så det er sådan lidt, at blive kastet ud i det og så bare sådan nogenlunde prøve at fornemme sig frem til, hvilket niveau de har, for det har man jo slet ikke noget billede af.

Og Søren:

Søren: Så synes jeg, at jeg får mere ud af at få evalueret, hvis jeg har stået og undervist for eksempel. Hvordan er det gået? Hvad ku jeg ha’ gjort bedre?

De studerende kaster sig ud i opgaven – ofte virker det, som om det nærmest er på må og få. Fire ud af fem nævner slet ikke, at de bruger praktiklæreren i forberedelsesfasen, og ingen nævner, at de – i hvert tilfælde direkte – bruger den teoretiske undervisning fra læreruddannelsesinstitutionen. Søren nævner ligefrem, ”at nu er vi altså i den virkelige verden”, mens de andre blot mere eller mindre eksplicit giver udtryk for, at sammenhængen og tiden ikke er til at reflektere over den lærte teori. Det ser således ud til, at de i praksissituationen oplever UV som løsrevet fra de øvrige typer af viden – også LV, som kun nævnes meget sjældent. Det kan hænge sammen med, at de er underlagt en handletvang – de skal undervise i et givet fagligt stof på et givet tidspunkt i den nærmeste fremtid, hvilket, som det fremgår af flere citater ovenfor, i nogen grad presser dem. De koncentrerer sig derfor udelukkende om UV og fravælger – bevidst eller ubevidst – de to nabosøjler, LV og VSU. En medvirkende årsag kan være, at de opfatter undervisningssituationen som meget kompleks og derfor ikke inddrager yderligere kompleksitet i form af for eksempel teoretiske overvejelser fra undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen. Situationen, hvor Mille og hendes praktikgruppe bliver udfordret til at overveje, hvordan de vil udfordre de to stærke elever, viser imidlertid, at det – i hvert tilfælde i denne situation med netop disse studerende – var muligt for praktiklæreren under vejledningen at relatere til de to nabosøjler og dermed inddrage en afgrænset didaktisk problemstilling allerede inden forberedelsen, således at de studerendes erfaring ikke udelukkende opstår på baggrund af oplevelser af erfaringer som Claras: ”Så det er sådan lidt, at blive kastet ud i det og så bare sådan nogenlunde prøve at fornemme sig frem...” og Søren: ”Hvordan er det gået? Hvad ku’ jeg ha’ gjort bedre?”

1.4 De studerende har svært ved at forbinde den teoretiske undervisning med den konkrete undervisningspraksis, de møder i praktikken – og der er meget stor forskel på, hvordan de oplever denne sammenhæng.

Som det fremgår af flere af citaterne i det foregående afsnit, spiller hverken praktislæreren eller den teoretiske undervisning, de studerende har modtaget på læreruddannelsen, umiddelbart nogen særlig stor rolle for de studerende, når de forbereder og gennemfører undervisningsaktiviteter i praktikken. Mille er dog, som det fremgår af både tidligere og nedenstående citater, undtagelsen fra dette. De fire andre giver udtryk for, at de ikke for eksempel i valg af indhold, arbejds måder og materialer har kunnet hente hjælp i den læring, de har opnået gennem den teoretiske undervisning. Inspirationen er således hentet andetsteds fra, for eksempel egen skolegang, vikararbejde og lignende. I det ene tilfælde, hvor der er arbejdet med en afgrænset didaktisk problemstilling – eksemplet med de to fagligt stærke elever, som Mille omtaler ovenfor – har problemstillingen heller ikke nogen direkte forbindelse til den teoretiske undervisning, men er formuleret af praktislæreren ud fra en konkret kontekst i den pågældende klasse.

Selv om fire af de studerende ikke umiddelbart bruger den opnåede læring fra undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, når de planlægger undervisningen i praktikken, er der store forskelle på de måder, de opfatter denne sammenhæng. I det følgende vil de fem interviewpersoners forskellige opfattelser derfor blive præsenteret hver for sig på en skala fra at opleve en stor grad af sammenhæng til ikke at opleve nogen sammenhæng.

Mille er som sagt den eneste, der giver udtryk for, at den læring, der er opnået gennem den teoretiske undervisning, har været direkte brugbar i forbindelse med planlægning og gennemførelse af praktikundervisningen. Hun er dog først blevet opmærksom på denne læring, efter at hun er kommet ud i praktik:

Mille: Jeg synes først man mærker, at man har lært noget teori, når man kommer ud i praktik. Og der synes jeg så til gengæld også, at man bliver meget bevidst om, hvorfor man gør, som man gør. Nu arbejdede jeg som lærervikar, inden jeg startede her på uddannelsen, og gør det også stadigvæk, når jeg har tid, men jeg kan bare mærke, at jeg er blevet meget mere selvsikker, når jeg står foran klassen nu her end inden, jeg startede på læreruddannelsen.

I: Og vurderer du det simpelthen er nogle teoretiske ting, der gør det – den forskel?

Mille: Jamen, altså det kommer lidt an på, hvad det er for noget teoretisk noget. Altså hvis det er i forhold til forskellige didaktikker og sådan noget, så synes jeg det er, men i forhold til matematik er det måske ikke helt så meget. Det er kun i de store klasser, hvor jeg nu godt kan finde på at udfordre dem lidt – give dem sådan en lidt svær ting, fordi jeg tænker, det har de godt af at prøve, hvor at før hen så ville jeg bare – ja gøre, som der stod på vikarsedlen, ikke.

Specielt læring af didaktik (uden at det fremgår præcis, hvad det er) oplever Mille som direkte anvendelig, hvorimod hun kun i mindre omfang har fundet den tilegnede matematiske viden anvendelig. Mille lægger desuden vægt på betydningen af de skriftlige produkter, som de studerende har skullet udarbejde i forbindelse med den teoretiske undervisning. Disse har haft stor betydning i forhold til at blive bevidst om den opnåede læring:

Mille: Men jo mere vi har lært, og jo mere vi skal lave af skriftlige oplæg, for eksempel med artikeludgivelsen og sammenkoblingen til KLM⁴⁰ og sammenkoblingen til de her skriveuger, med de opgaver vi har skrevet, der kan jeg virkelig mærke, at jeg faktisk har lært rigtig, rigtig meget – at jeg kan utrolig meget viden, og at jeg også bruger det meget. Da vi var ude i praktikken, så tænkte vi meget på, nå men hvad kunne vi gøre af ting, for at gøre det her bedre. Og så siger Dewey, vi kan gøre sådan her, at man lærer meget af det og det, og Vygotsky siger, at det er en god ide at gøre sådan, og så gik vi ind og afvejede de forskellige situationer, jamen hvad er det, vi har brug for. Hvilke teoretikere siger noget om det her, og er der faktisk noget hold i det, teoretikerne siger? Er det noget, vi kan bruge til noget, eller er det bare noget vi lærer for at lære det?

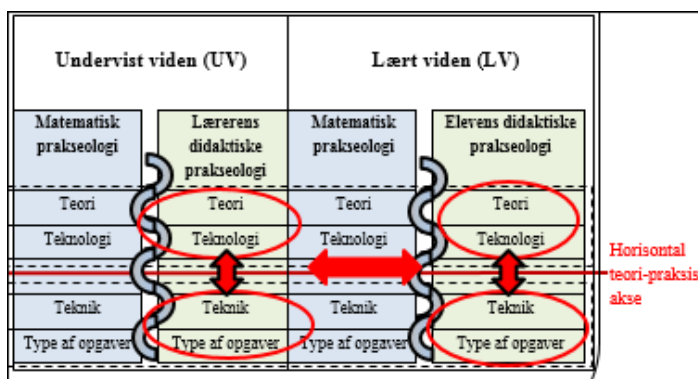
Mille er tydeligvis meget bevidst om den teoretiske viden, hun har tilegnet sig, og dens konkrete betydning, når hun står i undervisningssituationen, og når hun indgår i en gruppe af studerende, som forbereder undervisning til praktikken. Som den eneste giver hun eksempler på, hvordan samspillet mellem den praktiske og den teoretiske blok af henholdsvis lærerens didaktiske prakseologi og elevens didaktiske prakseologi, på tværs af den horisontale teori-praksis-akse, har indgået i overvejelserne i praktikken.

Hun nævner dog ikke noget om sammenhængen med den matematiske prakseologi. De øvrige fire interviewpersoner har ikke umiddelbart oplevet, at de har kunnet bruge den tilegnede læring fra den teoretiske undervisning, når de har skullet planlægge og gennemføre undervisning i praktikken. På trods af det giver Anne dog udtryk for, at den teori, hun har tilegnet sig, alligevel har spillet en rolle, selv om det ikke eksplicit har været udtrykt i hendes arbejde med for eksempel forberedelsen af undervisningen:

Anne: Altså man finder måske mere ud af det, når man sætter sig og skriver den der opgave efter praktikken, end man måske tænker over det undervejs. Altså der kommer man virkelig til at tænke over – okay – vi har egentlig brugt alle de her teorier.

I: Så der er faktisk den opgave bagefter (en skriftlig opgave, de studerende skrev efter praktikken), kan man sige, den binder faktisk sammen – er det det, du siger?

Anne: Ja, det synes jeg, den gør. Men altså rækkefølgen er nok sådan, at vi først har planlagt noget, og så bagefter har vi måske oplevet, at det hang sammen i teorien. At man måske ikke har brugt så meget teorien i sin planlægning, men alligevel oplever man, at det hænger sammen.



Figur 5.5. Mille giver, som den eneste, eksempler på en høj grad af sammenhæng mellem teori- og praksisblokken i den didaktiske prakseologi.

⁴⁰ Kristendomskundskab/livsoplysning/medborgerskab – et fag i læreruddannelsen.

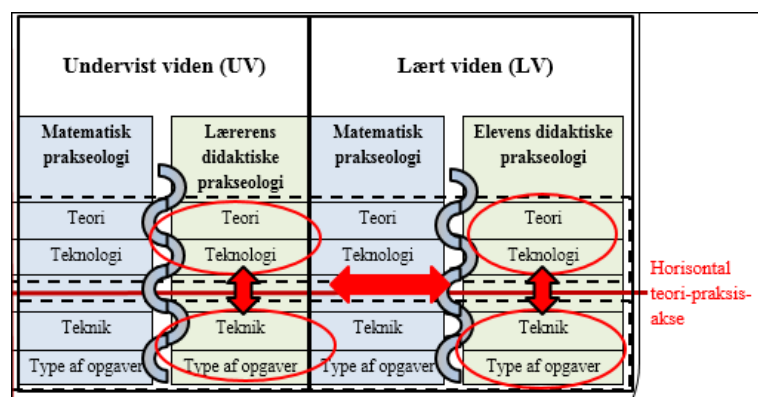
Ligesom Mille peger Anne altså på efterbehandlingen af praktikken, hvor de studerende har udarbejdet forskellige skriftlige produkter, som afgørende for at skærpe hendes opmærksomhed på den mere eller mindre ubevidste brug af tilegnet teoretisk viden. Som nævnt under punkt 1.1 giver Anne ikke nogen konkrete eksempler på lærerige situationer, hvor der har været arbejdet med VMV – hun synes ikke, der har været ”vildt meget af det”. Til gengæld giver hun udtryk for, at meget af den undervisning, der har været i faglig matematik, har været brugbar i forhold til undervisningen i skolen:

Anne: *Ja, altså jeg synes ikke, at der har været vildt meget af det der akademiske matematik, og det synes jeg egentlig er fint.*

I: *Og ofte så kan du godt forbinde den matematik, I har haft her, til skolen?*

Anne: *Ja, det synes jeg i langt de fleste tilfælde. Der kan man godt.*

Anne oplever altså ikke en frustration over ikke at kunne forbinde den teoretiske matematikundervisning på læreruddannelsen med praksis – det hænger sammen i ”langt de fleste tilfælde”. Men samtidig kan hun altså hverken nævne situationer fra arbejdet med VMV eller give eksempler på sammenhænge med undervisningen i folkeskolen. Hun oplever, at der er sammenhæng, men hun har svært ved at konkretisere det nærmere, når hun bliver spurgt om konkrete eksempler.



Figur 5.6. Anne oplever, at der er sammenhæng mellem VMV og UV, men kan ikke nævne konkrete eksempler.

I modsætning til Mille og Anne giver Søren meget stærkt udtryk for, at der er langt fra de teorier, man beskæftiger sig med i den teoretiske undervisning, til den ”virkelige verden” i praktikken:

Søren: *Og så har jeg lært det, at der er kæmpe forskel på, hvad vi lærer herinde i teori – det er en ting – det bliver altså ikke brugt ude i – i hvert tilfælde ikke direkte – det er ikke noget, de gør sig bevidste tanker om.*

I: *Kan du give et eksempel, eller kan du komme lidt tættere – i hvert tilfælde på, hvad der sker derude?*

Søren: *Det er mest i forhold til de pædagogiske fag, jeg har. Man kan sige, jeg synes, tilstedeværelse af de pædagogiske fag ude på den skole vi var i hvert tilfælde, den var – altså den var selvfølgelig tilstede, men der bliver ikke gjort så direkte overvejelser, lige som vi lærer her, man skal gøre, når man tilrettelægger undervisning. Sådan noget med, hvordan børn lærer*

og sådan noget. Det var der ikke så meget af. Så på den måde så er der også blevet skubbet lidt til det virkelighedsbillede, man får herinde, contra det man så møder, når man kommer ud. Fordi at, jeg kan da godt se, at det kan være svært for en lærer at skulle indtænke alle de der ting ved hver undervisningstime – selvfølgelig er det optimalt, men...

I: Men I har vel også haft noget i matematik om, hvordan børn lærer? Er det noget, der kunne bruges derude, eller er det bare det, I har haft i de pædagogiske fag? Har I ikke haft noget om Vygotsky og sådan nogle ting?

Søren: Jo, jo, nemlig. Det er også det, jeg tænkte på. Altså, vi har haft rigtig meget om det, men vi har aldrig hørt en lærer (i skolen) sige det, eller – direkte...

I: Nej, okay. Så det er ikke noget, man taler om ude i skolen, eller hvad skal man sige, sådan?

Søren: Vores mentor nævnte det, men på hende lød det også som om, det bare var noget man bare havde på seminariet, altså – forstå mig ret..

I: Ja, ja. Jeg forstår.

Søren: Det er teori, og nu er vi altså ude i den virkelige verden. Og der er måske lidt mere fart på, end vi lige har tid til at tænke på Vygotsky og Gardner, eller hvem det nu er.

(...)

Og så, jamen altså i forhold til det sådan teoretiske herinde (på læreruddannelsesinstitutionen) – jeg tror faktisk ikke, vi har været i en eneste samtale i forhold til matematik med vores vejleder, hvor vi har snakket undervisningsteorier – jo lesson study – fordi han også var lidt interesseret i det. Men det har været det eneste, hvor vi sådan har snakket om det.

Som det fremgår direkte af Sørens udtalelser, er det specielt i forhold til didaktisk/pædagogisk teori, han oplever en manglende sammenhæng mellem teorien, som behandles på læreruddannelsesinstitutionen, og praksis på skolen. På trods af denne oplevelse af manglende sammenhæng giver Søren lidt overraskende udtryk for en meget positiv holdning til den teoretiske undervisning på læreruddannelsen. Specielt er han optaget af at dygtiggøre sig fagligt, og han finder det vigtigt i forhold til det fremtidige lærerarbejde:

Søren: Jeg synes, at herinde der lærer man – man lærer meget – og dygtiggør sig selv – selvfølgelig. Og det er også derfor, jeg kommer her. Altså oppe i mit hoved er jeg indstillet på, i dag skal jeg på seminariet. Og det er primært for at dygtiggøre mig selv, fordi det er også der, jeg synes, jeg mangler noget. Så det er selvfølgelig der, man kommer for at dygtiggøre sig. Men jeg synes, at når man kommer ud i praktikken, jamen så lærer du netop det der med, at det kan godt være, at der er en elev, der skal have det forklaret på en helt anden måde. Vi får det også at vide herinde. Men når man så kommer ud og prøver det selv, så hænger det altså bare bedre fast. Man får mere indsigt i, hvor svært det kan være. Vi kan sidde nok så mange herinde – her på seminariet – og så kan Arne sige, vi har lavet en øvelse, hvor vi skal forklare noget på flere forskellige måder. Det kan vi sidde herinde og gøre, men når du så kommer ud til en elev, der stadigvæk bliver ved med at sige det. Og man tænker jo, at det er løgn, når man sidder og laver øvelsen, at han ikke forstår det her. Men når man så kommer ud og prøver det i praksis, det der med, at de forstår det stadig ikke, når man forklarer det, og det hjælper ikke noget bare at

forklare det igen på samme måde – altså, det er jo nytteløst. Og så skulle finde en ny måde og (pause) – det er svært.

I: Men kan man faktisk sige, at der er en eller anden form for sammenhæng. Altså, der er både noget nytte af at lave øvelsen ved Arne og så noget nytte af at komme ud og prøve noget, og det er to forskellige ting, som ikke kan stå alene – kan man sige det?

Søren: Jeg synes, det er godt i hvert fald at være beredt over for eksempel til det med, hvad skal man bruge den til. Det er dejligt, at herinde på seminariet at have fået at vide: Prøv at høre, I kan komme ud i de her situationer. Især når man er ude her i anden praktik på første år, hvor vi skal til at undervise lidt, fordi der får du spørgsmålet, og så er det rigtig dejligt at være forberedt. Det synes jeg, det er rigtig godt.

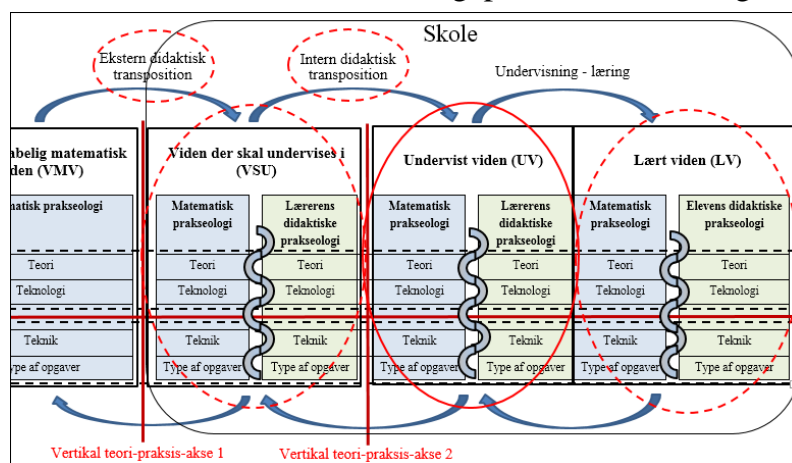
Søren peger her på to eksempler på konkrete undervisningsmæssige problemstillinger, matematikunderviseren på læreruddannelsesinstitutionen har fortalt, man som lærer kan blive konfronteret med, og som man derfor nødvendigvis må forholde sig til. For det første nødvendigheden af at kunne forklare en matematisk sammenhæng på flere måder, og de faglige krav, det stiller til læreren.

For det andet nødvendigheden af at kunne begrunde over for elever, hvorfor de skal lære et givet indhold. De to problemstillinger berører to centrale og velbeskrevne temaer i fagdidaktikken. For det første undervisnings samtale, som er lærerens og elevens didaktiske prakselogi. For det andet begrundelse for valg af indhold, det vil sige den eksterne og den interne didaktiske transposition.

Alligevel giver Søren, i modsætning til Mille og Anne, ikke udtryk for på nogen måde at kunne forbinde løsningen af disse problemstillinger til den fagdidaktiske teori. I stedet opfatter han det som problemstillinger, han selv skal have overvejet, inden han går i gang med undervisningen. For Søren er der således tale om personlige, praktiske problemstillinger – det er godt, at han bliver gjort opmærksom på problemstillingerne, men løsningen må han selv finde i praksis.

I modsætning til de tre tidligere oplever Andreas slet ikke et behov for at kæde den teoretiske undervisning til forberedelsen og gennemførelsen af praktikundervisningen:

Andreas: Det er svært sådan rigtigt at – altså når man er i praktik, og når man planlægger en lektion – en hel plan – altså jeg tror, det er svært – så skulle man decideret lære det på læreruddannelsen – hvordan laver jeg en plan. Det gør vi sikkert også senere og bedre, kunne jeg forestille mig, men jeg tror også meget, det er en træningssag. Altså da vi kom ud i praktik,



Figur 5.7. Søren søger sine egne personlige løsninger på problemstillinger i UV frem for at søge svar i den teoretiske viden.

nå, nu skal jeg lave et forløb omkring brøker. Okay, jamen hvad skal de kunne – så må vi jo gå i gang. Altså..

I: Der manglede I redskaber eller hvad?

Andreas: Nej, det synes jeg ikke. Vi havde en bog. Vi vidste lidt om, hvad de skulle kunne, ikke. Og så var det noget med at udvælge materiale og finde på de gode forklaringer. Det synes jeg ikke, vi manglede, men vi har ikke prøvet det som sådan før. Nu siger du, du adskiller praktik og lesson study – vi har prøvet det i lesson study, men der var vi jo også på bar bund. Altså det er jo bare en træningssag, hvordan man – altså det er jo noget, man gerne skulle kunne ud fra det, man har lært. Men det er også noget, enten så kan du, eller også kan du overhovedet ikke, og så tilegner du dig nogle bedre redskaber til, hvordan man gør det på en god måde, tænker jeg.

For Andreas er praktikken helt løsrevet fra den teoretiske undervisning og opfattes som et håndværk, som man ”enten kan eller ikke kan”, og som man så bliver bedre til ved at ”træne” i praktikken. Hans opfattelse er tilsyneladende, at hvis man har en bog, så handler det om at ”udvælge materiale og finde på de gode forklaringer”. Han nævner ingen specifik teoretisk viden om hverken fagdidaktik eller matematik som grundlag for forberedelse og gennemførelse af undervisningen. At undervise er ”jo noget, man gerne skulle kunne ud fra det, man har lært” (på læreruddannelsesinstitutionen). Andreas oplever derfor ikke nogen dilemmaer, modsætninger eller manglende sammenhæng i forholdet mellem den teoretiske undervisning og praktikken – fordi han tilsyneladende ikke forventer en sammenhæng.

Den sidste studerende er Clara, som igen skiller sig ud ved at give udtryk for store frustrationer i forhold til at forbinde den teoretiske undervisning med praktikken:

I: Hvordan oplever du relevans og anvendelighed – i forhold til hinanden – af det, du lærer her på stedet, og det, du lærer i praktikken?

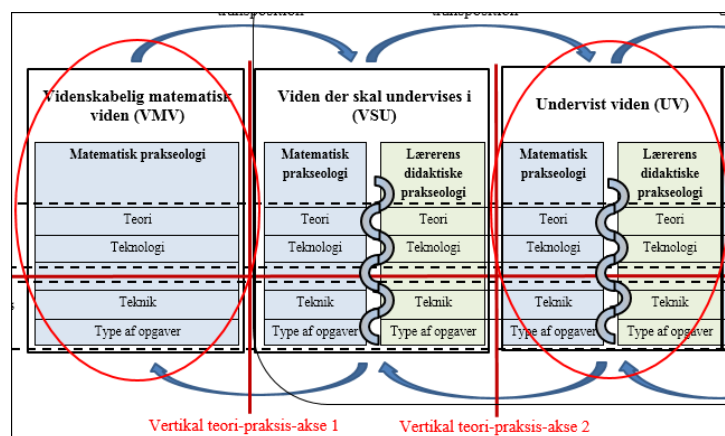
Clara: Men altså (pause) – for at være helt ærlig – så ved jeg ikke, hvor relevant det er i forhold til vores praktik, fordi – som jeg siger – det er jo meget matematikfaglige ting, vi lærer lige nu her, og skal man ikke lige bruge det i sin praktik, så har det måske ikke lige været så relevant, det, vi har lært. Men vi skal jo bare have den der grundviden inden for alt matematik, så på den måde synes jeg jo, det er relevant. Men til de konkrete praktikforløb, vi har haft nu her, der har vi bare ikke rigtig haft om det samme.

I: Nej. Så det har været lidt svært at lave en kobling kan man sige, fra de ting I sådan direkte har lavet her?

Clara: Ja fordi, altså – i vores 7. klasse – der spurgte vi vores lærer, hvad de var nået til i bogen, så vi kunne få noget ud fra det. Og det har vi måske haft lidt om oppe i skolen (læreruddannelsesinstitutionen), men det har ikke været sådan, at vi kunne koble særlig meget på det.

Som tidligere nævnt oplever Clara indholdet i matematikundervisningen på læreruddannelsen som meget matematikfaglig og meget lidt fagdidaktisk og undervisningsrelateret. Den eneste sammenhæng hun kan se imellem matematikundervisningen på læreruddannelsen og i skolen

er derfor, hvis det samme matematiske stofområde har været behandlet begge steder. Selv om der har været *lidt om* (det) *oppe i skolen* (læreruddannelsen), er det altså ikke tilstrækkeligt til, at hun kan bruge det i forbindelse med undervisningen i praktikken. I modsætning til de fire andre er Clara tydeligt frustreret over den manglende sammenhæng, hvilket fremgår både eksplicit og mere implicit af ovenstående citater: ”så ved jeg ikke, hvor relevant det er” og ”men det har ikke været sådan, at vi kunne koble særlig meget på det”. Det er tydeligt, at hun forsøger at udtrykke sig diplomatisk, samtidig med at hun vil have budskabet ud – det fremgår blandt andet af pausen, inden hun svarer på første spørgsmål, og formuleringen ”for at være helt ærlig” – hun vil gerne give udtryk for sin frustration på en ’ordentlig’ måde.



Figur 5.8. Clara oplever ingen sammenhæng mellem den viden, hun tilegner sig i den teoretiske undervisning, og praktikken.

Denne problemstilling handler overordnet om de to vertikale teori-praksis-akser, og hvordan de studerende oplever muligheden for at skabe sammenhæng på tværs af dem. I praksis handler det om sammenhængen mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, som hovedsageligt beskæftiger sig med viden i de to søjler til venstre, og praktikken i skolen, som hovedsageligt beskæftiger sig med viden i de to søjler til højre. En væsentlig del af problemstillingen er sammenhængen mellem videnskabelig matematik og skolematematik. Det mest karakteristiske ved de studerendes udsagn er den forskel i deres opfattelse af nødvendigheden og muligheden for at skabe sammenhæng på tværs af akserne. De studerendes opfattelse af dette spørgsmål spænder helt fra at se nogle (om end svært tilgængelige) muligheder, som Mille og Anne, til at mene, at der ikke er nogen sammenhæng, som Søren og Andreas, og til sidst Clara, som er frustreret over ikke at kunne skabe sammenhængen. Hvis målet således er at skabe sammenhæng på tværs af disse akser mellem den teoretiske undervisning og praktikken, må der lægges vægt på, for det første, at de studerende indser nødvendigheden, og for det andet, at der skabes rammer for se denne sammenhæng. De skriftlige produkter nævnes af to studerende som en mulighed og kan derfor være et udgangspunkt for nærmere undersøgelse.

5.6.2 Læring af videnskabelig teori

De to konklusioner i dette afsnit handler om de studerendes oplevelse af den læring, de har opnået gennem deltagelsen i matematikundervisningen på læreruddannelsen, opdelt i læring af henholdsvis matematisk teori (2.1) og fagdidaktisk teori (2.2), samt deres oplevelse af teoriens sammenhæng med de øvrige dele af deres lærerfaglighed. I modellen er den

matematiske teori naturligvis placeret i søjlen til venstre, mens den fagdidaktiske teori er placeret i den teoretiske blok af de didaktiske prakseologier, som ofte behandles i tæt tilknytning til praksisblokkene, samt i den interne og den eksterne didaktiske transposition.

2.1 De studerende har svært ved at give eksempler på den matematiske teori, de har arbejdet med i læreruddannelsens matematikundervisning. De giver udtryk for, at det er vigtigt at kende til matematisk teori på et højt niveau, hovedsageligt begrundet i den helt direkte anvendelse i forhold til især stærke elever i skolen, men de finder det samtidig meget udfordrende og svært.

Som beskrevet i interviewguiden indledes spørgsmålene om den matematiske teori med at give nogle eksempler på, hvad der menes med akademisk, matematisk teori. Eksemplerne er hentet fra holdets studieplan for at sikre, at de studerende har en forståelse af, hvad der menes. Specielt eksemplet med euklidisk geometri, en traditionel, deduktiv, aksiomatisk opbygget matematisk teori, viste sig at skabe genklang hos de studerende. Derfor nævner flere i det nedenstående netop begrebet aksiomer, som er et meget væsentligt begreb fra denne teori (lige som for anden matematisk teori).

De studerende blev bedt om at give en beskrivelse af en situation, hvor de havde arbejdet med akademisk, matematisk teori i matematikundervisningen på læreruddannelsen, som de oplevede som lærerig og relevant for lærerjobbet. Det viste sig imidlertid at være svært for de studerende overhovedet at fortælle om en situation, hvor der var blevet arbejdet med akademisk, matematisk teori. For eksempel svarer Anne:

Anne: *Jeg synes, det er svært at give et eksempel fra det der, som netop er med aksiomer – det der sådan meget overordnede. Altså jeg synes mere, at når man sådan kommer ind og beskæftiger sig med sådan de enkelte emner, som også er nogen, man har ude i folkeskolen – også selv om det, vi lærer her, ligesom er på et højere plan end det ude i skolen, men det er det, der er nemmere at huske, fordi at vi også skal bruge i hvert fald elementer af det ude i skolen.*

Og Clara:

Clara: *Altså, det synes jeg har været rigtig svært, men altså... Jeg synes, det er blevet gennemgået på en god måde, så – så jeg – at man har – altså jeg ved godt, hvad et aksiom er, men jeg kan ikke så direkte nævne, hvad er aksiom 1 og 2 og alt det der, men jeg ved, hvor jeg kan finde det i mine noter.*

I: *Ja. Synes du, det har været udbytterigt for dig at få kendskab til sådan nogle ting – for eksempel aksiomer? Altså, det er jo sådan meget teoretisk?*

Clara: *Ja, men altså – nok mest fordi den måde, som Arne han har lagt op til det på. Fordi han jo siger, at – jamen det kan godt være, at I bliver matematiklærere i – fra 5. til 9. klasse⁴¹ og egentlig ikke rigtig skal bruge det her, men I skal stadig vide, hvad der sker bagved, for I skal kunne forklare, hvis der kommer en eller anden elev hen og siger, jamen hvorfor? Så skal man*

⁴¹ Uddannelsen sigter mod 4. til 10. klasse

ikke bare sige, jamen sådan er det bare. Så der synes jeg, det er superrelevant, at vi kan de der aksiomer bagved, så man ikke bare er sådan en eller anden hovsa-matematiklærer, der egentlig kun kan det der, der står i bogen – og kun kan det, de (eleverne) skal kunne.

Det er rigtig svært for de studerende at fortælle om den matematiske teori, de har arbejdet med i matematikundervisningen. De har tilsyneladende kun tilegnet sig brudstykker og har ikke et overblik over den samlede matematiske teori. Det samme gør sig gældende i det næste citat fra interviewet med Andreas. Han nævner en situation, hvor der var blevet arbejdet med nogle geometriske beviser, men også han har svært ved helt at huske, hvad det gik ud på, og sætte ord på, hvorfor han fandt netop disse erfaringer lærerige:

Andreas: Ja. Der havde vi – der havde vi nogen trekanter udenfor. Hvad filen var det nu, det var? Og så skulle vi – jeg kan ikke huske, hvad det var – vi skulle vise nogle – nogle mediansætninger og også sådan noget, og så skulle vi lave nogle beviser for dem, og det var meget – det var meget illustrative mundtlige beviser, der var ikke sådan konkrete – nu ganger vi med 4a på den anden side. Men meget visuelt – men stadigvæk skal du jo have de gode argumenter – du kan ikke bare snakke dig ud af det. Men det synes jeg faktisk, fordi det var meget let, og det var beviser, som jeg godt mener, du kunne køre i folkeskolen i princippet – du skal have fat i de dygtige, ik’.

(...)

I: *Hvad er det i det, du tænkte, du kunne bruge til at være lærer?*

Andreas: Jamen, det er jo for eksempel sådan noget med at spørge ind: Hvad gør man der? Men også bare det, at jeg gerne vil være den, der har det der høje faglige niveau, sådan så hvis det er, at de spørger om noget, så vil jeg kunne svare. Det skal jeg kunne. Ellers så vil jeg finde ud af det med det samme. Det kan da godt være, at jeg møder nogen, der er klogere end mig, men så må jeg jo tage den udfordring op.

Når de studerende skal begrunde, hvorfor det er vigtigt at lære akademisk, matematisk teori i læreruddannelsen, nævner både Anne, Andreas og Clara den meget direkte anvendelse i forbindelse med undervisningen i folkeskolen. Specielt nævner både Andreas og Clara, at det er vigtigt for at kunne svare på de spørgsmål, eleverne måtte stille, samt for at kunne udfordre de dygtige elever. Det samme siger Mille:

Mille: Jamen for eksempel de der induktionsbeviser. Og generelt det vi har læst i Ypsilon⁴². Der står rigtig meget teori, og der er vores underviser rigtig god til, at vi prøver det af. Vi laver nogle af de opgaver, der står der. Og hvis der er nogen svære beviser, som er vigtige, at vi kan eller i hvert tilfælde bevis for en keglestub og sådan noget – hvordan man lige finder det – så bliver vi kastet ud i det. Vi får lov til at stå foran tavlen, og vi får lov til at få nogle problemer, hvor vi går i stå og så – så skal vi tænke over det – så skal vi selv finde frem til løsningen. Han kommer ikke bare med en løsning på det. Og det tænker jeg også er noget, som vi kan bruge fremover, fordi jeg tror godt, at man kan – igen det der ’zonen for nærmeste udvikling’ – vi kan

⁴² Ypsilon 1 og 2 er de lærebøger til matematikundervisningen, som blev brugt på det pågældende hold.

godt præsentere børnene for noget, der er lidt sværere, altså til de stærke elever – så kan de godt få lov til at tage hul på noget med nogen formler. Ikke at de skal kunne udrede formlerne nødvendigvis, men så kan de bruge dem og så i gymnasiet senere hen, så bliver de så præsenteret for dem.

Begrundelsen for at skulle arbejde med videnskabelig, matematiske teori finder de studerende altså meget i den direkte overførselsværdi fra videnskabelig matematik til skolematematik. Det er vigtigt for dem ikke at komme til kort fagligt, når de står i undervisningen. Kun Søren nævner et mere overordnet mål som at have et overblik over matematisk teori:

Søren: Jeg synes jo, når man havde blandt andet det med aksiomer – det der med, at der er noget, der falder tilbage på en ting – og vi kan stole hundrede procent på.

I: Er det euklidisk geometri, hvor I har haft det, eller er det et andet sted?

Søren: Ja, det tror jeg, det har været, ja.

I: Ja, det skal nok passe. Det er sådan set lige meget. Men det der med nogle aksiomer, som alt falder tilbage på?

Søren: Lige præcis. Det der med at selv blive klar over at okay, det falder altid tilbage på noget – at have det, når man så står ude ved eleverne. Det er mest den der vished om, at der er en sammenhæng med det hele, så du ved, at det du står og siger til eleverne, det er ikke ren volapyk. Få det ud – få det med i bevidstheden i hvert fald, når man står derude. Det synes jeg, det er godt, fordi det gør også, at man kan sige, prøv at hør', der er en sammenhæng mellem det hele til eleverne. Det var i hvert fald noget, der gjorde mig klar over, jamen hold da kæft, det hele hænger sammen. Og det der med at få forklaret eleverne, jamen prøv at hør', der er nogle ting, dem antager vi bare, de er rigtige, dem godtager vi på forhånd. Det synes jeg, det var noget, du ku' bruge, når vi stod derude, fordi vi skulle undervise i noget med tangens og jamen, det er noget, der er svært for dem. Og så det der med at sige nogen ting, det er sådan, fordi det er bevist. Det var godt. Det var så ganske få gode elever, der kunne begynde at stille spørgsmål til det og sådan noget, men der er det meget dejligt at kunne sige, jamen prøv at hør', sådan er det, fordi at – jamen sådan er reglerne, når du bytter om.

Søren nævner altså som den eneste det at have overblik over overordnede matematiske begreber og sammenhænge samt den argumentation og de begrundelser, der ligger bag. Men selv om de studerende har svært ved at fortælle om, endsige begrunde og redegøre for, den matematiske teori, de har arbejdet med i matematikundervisningen på læreruddannelsen, er de alligevel bemærkelsesværdigt enige om, at det er meget relevant at tilegne sig matematisk teori, også på meget højere niveau end folkeskolens matematikundervisning. For eksempel siger Mille:

I: Så der var du sådan lige ved at synes, at det gik for stærkt?

Mille: Ja.

I: Men føler du så også, at det var irrelevant eller?

Mille: Nej. Jeg har aldrig følt, at det, vi har lært i – altså af faglig viden i matematikundervisningen heroppe, at det har været spild. Det synes jeg har været meget

relevant, også fordi jeg synes, vi går også på en videregående uddannelse – jeg synes også, det er vigtigt, at vi bliver klogere, og at vi ikke bare sidder fast i det, vi godt kan – at vi bliver udfordret.

Og fra interviewet med Clara:

I: Så du har ikke sådan syntes, at det var overkill?

Clara: Nej. Men jeg ved ikke, om det er fordi, at Arne han har været god til at præsentere det for os, så man kan se relevansen i det.

Og Andreas:

I: Hvordan oplever du sådan generelt det udbytte, du får af den akademiske matematikundervisning, der er her på stedet? Er det sådan anvendeligt og godt?

Andreas: Ja, ja – ja og nej. Jeg synes jo, at det er anvendeligt i forhold til det, vi skal kunne, og vi får de forholdsvis generelle forklaringer i hvert fald. Jeg kunne dog godt – og det efterlyser jeg lidt – et samarbejde med Aarhus Universitet, sådan at du kunne bruge de point, du nu optjener derovre, også i deres regi og altså måske endda lige som i Finland, hvor folkeskole og gymnasie er tæt beslægtet. For jeg var da meget i tvivl, om jeg skulle vælge det ene eller det andet.

Det kan forekomme paradoksalt, at de studerende på samme tid finder den matematiske teori meget vigtig og har så svært ved at lære den. At de studerende har svært ved den matematiske teori fremgår både implicit af, at de har så svært ved at fortælle om det i citaterne ovenfor, men flere af dem formulerer det også direkte. For eksempel siger Mille:

Mille: På et tidspunkt sad jeg og syntes, puha, det var godt nok noget hårdt, det her. Men så fik jeg snakket med nogle af mine medstuderende om det, og vi fik snakket med Arne, vores underviser om det, og så kunne jeg egentlig godt se, at – altså jeg kan godt bruge det til noget, og jeg kan faktisk godt noget. Fordi jeg følte lige på det tidspunkt, at jeg var bagud med det hele, at huha – at nu kunne jeg slet ikke, altså nu kunne jeg ikke en gang finde ud af matematik længere (griner). Og det havde altid været min stærke side.

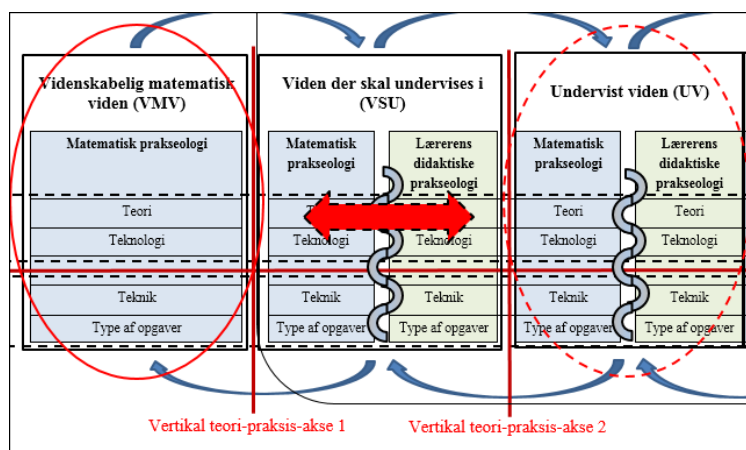
Og Clara:

Clara: Altså lige da vi startede, da syntes jeg, at det var supersvært og superhårdt, for – det kunne have været rart at starte sådan lidt langsomt op, måske med noget 9. klasses matematik, så man lige sådan kunne få genopfrisket, nå – ja det er egentlig det her, det er det sværeste, vi kan komme ud for i skolen, og nu skal vi så have noget, der er mere relevant for os, som vi kan bruge senere hen. Det manglede måske lidt, men det er også fordi, at det er 5 år siden, at jeg havde gymnasiematematik – og det er jo også noget helt andet, så det er lang tid siden, at man havde folkeskolematematik. Så mange af de ting er enormt langt væk, og jeg synes, det tog lang tid at komme i gang igen med at tænke i lidt simple baner. Og så bliver man jo så udfordret med universitetsniveau igen, men jeg synes – ud over lige i starten – så synes jeg, det hænger meget godt sammen, men jeg kunne godt have brugt en lidt blidere start, måske. Og det var vi da et par stykker, der snakkede om, at – vi skulle lige have genopfrisket et par ting. Og det kan godt være, man lige skulle skaffe sig en formelsamling, så man lige kunne...

De studerende har tilsyneladende kun i ringe grad opnået et overblik, som gør dem i stand til umiddelbart at indgå i en samtale om den videnskabelige, matematiske viden, som de har behandlet i matematikundervisningen på læreruddannelsen. De giver alle udtryk for, at det er vigtigt i forhold til lærerjobbet, at de tilegner sig et indgående kendskab til den matematiske teori, som ligger bag skolematematikken, og sætter således ikke spørgsmålstejn ved relevansen – tværtimod. Når de skal begrunde, hvorfor det er vigtigt, nævner de oftest hypotetiske situationer, hvor de for eksempel som lærere risikerer ikke at kunne svare på et spørgsmål fra en dygtig elev. De fokuserer således meget ensidigt på den konkrete situation i forbindelse med UV og overser dermed både LV, VSU og den eksterne og interne didaktiske transposition. Også i denne sammenhæng lægger de studerende meget vægt på den konkrete gennemførelse af undervisningen og deres egen fremtræden i lærerrollen. Det er vigtigt for dem at gennemføre undervisningen uden at falde ud af rollen, for eksempel ved at komme fagligt til kort. Ingen nævner, at faglig teori for eksempel også kan bruges til at problematisere den eksterne didaktiske transposition og indholdet i VSU eller til at analysere LV. I forhold til LV omtaler de godt nok de dygtige elever, men deres problem er i langt højere grad, at de risikerer at falde ud af rollen som den alvidende lærer, frem for at de risikerer ikke at kunne indgå i dialog og skabe udfordrende læringssituationer for dygtige (eller andre) elever. De studerende er tilsyneladende langt mere optagede af deres egen situation og ageren, end de er af LV.

Det er således en udfordring i læreruddannelsens matematikundervisning i højere grad at koble den matematiske teori til en mere overordnet tænkning om elevernes matematiklæring og ikke kun lærerens ageren i undervisningssituationen. En bedre forståelse af anvendeligheden er det første skridt i forhold til, at de studerende også bliver bedre til at redegøre for og diskutere matematisk teori. VMV er særdeles væsentlig i forhold til lærernes kritiske vurdering af den eksterne didaktiske transposition, i forhold til det daglige arbejde med den interne didaktiske transposition samt, ikke mindst, i forhold til vurdering og analyse af LV, herunder refleksion over konsekvenser for den fremtidige undervisning.

2.2 De studerende har meget svært ved at redegøre for den fagdidaktiske teori, de udelukkende har arbejdet med i den teoretiske undervisning, i modsætning til den, de også har gjort sig mere praktiske erfaringer med i forbindelse med deres arbejde med lektionsstudier.



Figur 5.9. De studerende finder tilegnelsen af VMV særdeles vigtig. De begrundet det især med, at de er bekymrede for at komme til kort i konkrete undervisningssituationer. Dermed overser de en række væsentlige begrundelser for VMV.

Af de studerendes studieplan fremgik det, at de inden for det fagdidaktiske område blandt andet havde arbejdet (kortvarigt) med de tre fagdidaktiske 'skoler', som er formuleret af Brousseau, Freudenthal og Cobb (Skott, Jess & Hansen, 2008). Herudover havde de i forbindelse med arbejdet med lektionsstudier læst *The Teaching Gap* (Stigler & Hiebert, 1999) og KOM-rapporten (Niss & Jensen, 2002). Som indledning til dette afsnit blev der derfor henvist til disse teoretikere og publikationer for at sikre, at de studerende havde en forståelse af begrebet fagdidaktisk teori.

Igen blev de studerende indledningsvist bedt om at beskrive en situation fra matematikundervisning på læreruddannelsesinstitutionen, som de fandt specielt lærerig og relevant i forhold til jobbet som lærer – i dette tilfælde en situation, som behandlede fagdidaktisk teori. Flere af de studerende havde imidlertid meget svært ved overhovedet at huske noget, der handlede om fagdidaktisk teori. For eksempel siger Anne:

Anne: Altså jeg mener, vi havde det efter den første – vi havde været i første praktik i det der pædagogiske element. Og så har vi ikke beskæftiget os med det siden, så jeg har faktisk meget svært ved at ligesom huske, hvad det er, vi havde der. Sådan tror jeg, det er for mange af de andre også – at det var noget, vi havde lige der, og så er det sådan lagt til side, og så har vi ikke beskæftiget os med det igen.

I: Kan du huske, hvordan du oplevede det? Oplevede du det som spændende, eller var det meget teoretisk og – hvad skal man sige – 'universitets-tænksomt' – langt fra virkeligheden, eller hvordan oplevede du det dengang?

Anne: Jeg synes egentlig, at noget af det var spændende, og det gav også mening. Men jeg synes også, det var meget sådan – teoretisk – og sådan – altså – lidt langtrukket, eller hvad skal man sige. At det var ikke bare sådan at tage og så sætte ned og okay, det her har jeg også oplevet ude i skolen. Det er jo på et mere overordnet plan.

Og Andreas:

Andreas: Jamen altså, vi har jo haft det der med – det der med arbejdskortene – men direkte didaktik – jeg synes ikke det sådan – der ikke sådan har været konkret snak om, hvornår gør man hvad og – det synes jeg faktisk – det er en opbygning af en – af en time, det synes jeg faktisk ikke, der har været så meget af.

(...)

I: De andre – sådan noget som for eksempel den hollandske skole – det er ikke sådan noget, der har – du sådan har tænkt, at det var meget inspirerende, eller det var sådan noget, du kunne bruge til noget?

Andreas: Det – jeg kan ikke lige huske det. Det er for længe siden, jeg har...

Og Clara:

Clara: Jamen altså – jeg ved ikke, om jeg kan give sådan en konkret situation, fordi jeg har – jeg har været i den lidt uheldige situation i sådan et forløb på næsten to måneder eller sådan noget, der har jeg været rigtig meget syg – sådan næsten hele tiden. Så der er jeg gået glip af

rigtig meget, men når jeg hører navnene, så dæmrer det, og jeg får sådan et nogenlunde billede af, hvad det egentlig handler om, men jeg kan ikke komme med sådan noget konkret eksempel.

I: Nej. Kan du så sige noget om sådan generelt, hvordan det der, man kunne kalde fagdidaktisk teori – hvordan du har opfattet det, her på stedet? Altså, har det været svært, eller har det været relevant, eller har det været...

Clara: Altså, jeg synes, det er relevant, fordi man får en anden synsvinkel på det – men jeg synes også, det er lidt svært.

Og Mille:

Mille: Altså jeg synes, noget af det, der står i Delta⁴³, at det kan være lidt svært at forstå. Men jeg synes, at når jeg så har siddet og læst lidt og så blevet enig med mig selv om, jeg får måske mere ud af at søge på nettet om dem og så læse noget om dem derinde, at så synes jeg, at jeg lærer mere, og så kan jeg sagtens deltage i klasseundervisningen heroppe alligevel, og vi har arbejdet meget med de der – det ved jeg ikke helt, om det er – altså vi har arbejdet meget med kompetencer i matematik.

Citaterne er et udtryk for, at de studerende ikke kan sige ret meget om arbejdet med den fagdidaktiske teori, som er behandlet i undervisningen. Det er overraskende – og tankevækkende. En enkelt studerende, Søren, nævner dog med det samme The Teaching Gap:

Søren: Primært så synes jeg mest, at det, der skinner igennem, af det du siger, vi har arbejdet med, det har været Teaching Gap, altså lesson study. Og der synes jeg, at det vi har lært af det, det var, jeg synes, det var rigtig godt, men det er igen også, hvad skal vi, hvis man kun tager det teoretiske her på skolen og ikke selve det praktiske, vi har lavet med Teaching Gap, eller med lesson study, så synes jeg, at da vi arbejdede med Teaching Gap – det var en god måde at blive introduceret til selve begrebet lesson study.

Til gengæld har heller ikke Søren bidt mærke i de andre didaktikere. Da han senere bliver spurgt til forløbene om Freudenthal og Brousseau, svarer han:

Søren: Ikke lige præcis Brousseau, jeg har bidt mest mærke i.

Senere viser det sig dog, at han husker Brousseaus begreb *adidaktisk situation*. Selv om han åbenbart ikke umiddelbart kan koble navnet til teorien, er der alligevel elementer, han har tilegnet sig:

Søren: Men der har jeg bidt mærke i det der med, at han opstiller en adidaktisk situation, fordi at han jo laver opgaverne så åbne, så eleverne selv kan finde ud af det. Og det synes jeg var interessant, fordi vi på samme tid i KLM også havde det der med det pædagogiske kompleks, altså hvordan lærer man uden at prædike.

⁴³ Den fagdidaktiske grundbog, der har været benyttet i undervisningen.

Efter de meget vigende svar ovenfor blev to af de interviewede, Anne og Andreas, spurgt direkte til The Teaching Gap, og her havde de begge en helt anden oplevelse. For eksempel siger Anne:

I: I har også læst The Teaching Gap – det er jo sådan lidt specielt for jer, kan man sige. Hvad tænkte du om at læse den?

Anne: Det synes jeg var noget helt andet. Altså det er også noget, jeg har taget med mig, og noget jeg kan huske. Men selvfølgelig også fordi vi så i den forbindelse har lavet lesson study-forløb. Det betyder også noget, at man har arbejdet med det.

I: Ja. Så der har været sådan en praktisk tilknytning til det teoretiske, kan man sige?

Anne: (Afbryder) Ja, det har der nemlig. Det hele har jo heller ikke været teoretisk, det har også været sådan meget refererende – så fandt vi ud af det her – hvordan det var i de tre lande, og lesson study går du på det her. Så det har været mere sådan til at gå til, synes jeg.

I: Ja. Men måske også fordi der så har været den der praktiske tilknytning til?⁴⁴

Anne: Ja.

I: Man kunne jo også bare have læst bogen og ikke lavet lesson study – det kunne man faktisk sagtens forestille sig. Og så kunne det måske

Anne: (Afbryder) Så havde jeg nok haft den samme oplevelse som med Delta.

Og Andreas:

I: Sådan noget som The Teaching Gap. Det er jo lidt specielt, I har læst det. Hvad tænkte du om at læse den?

Andreas: Det tænkte jeg, det var virkelig spændende at få en anden vinkel på, hvad undervisning er. Og lige så snart jeg fandt ud af, hvad det var, det handlede om, da synes jeg faktisk, det var en utrolig god tilgang til det. Jeg synes, det er rigtig, rigtig spændende, det der med at sparre sammen og sørge for at højne hinandens niveau. Og så kan jeg egentlig også godt lide ideen om, at der kommer nogle produkter ud af det, som man så kan prøve, og så – nu skal vi til at forberede os mindre, ikke⁴⁵, så haps, vi har det her emne – lad os da lige prøve at se den her perfekte time og så se, om det er noget, man kan køre, ikke? Man kan lige så godt udnytte hinandens arbejde og så bruge sit eget arbejde på et andet tidspunkt. Og så er det jo også en virkelig velovervejet lektion, men det er ikke sikkert, at den passer på alle, men så kan man jo måske justere den lidt og sådan.

For de studerende er det altså helt afgørende at kunne koble teorierne til nogle praktiske erfaringer. Det kom frem i flere andre sammenhænge, for eksempel i interviewet med Clara:

⁴⁴ Her bliver interviewerens (mine) spørgsmål desværre nok for ledende.

⁴⁵ Interviewet blev foretaget under konflikten mellem Kommunernes Landsforening og Danmarks Lærerforening i april/maj 2013, hvor lærerne var lockoutet.

Clara: *Ja, men jeg tror, jeg vil kunne huske Guy Brousseau og Cobb og alle de der meget bedre, hvis jeg sådan direkte kunne huske tilbage til en situation – en undervisningssituation – hvor jeg havde brugt det. Fordi her bliver det jo bare sådan noget remset op, og så kan man sidde og tænke, jamen så kunne jeg bruge det sådan her og sådan her, og så visner det sådan lidt af igen, fordi jeg ikke rigtig når at få det brugt.*

I: *Så man kan sige, teorien måtte gerne være lidt mere aktuel i forhold til noget undervisningsrelateret?*

Clara: *Ja, eller bare, altså når man har det der – når man har nogle didaktikere, så lave et eller andet, som sådan – håndgribeligt – som man kan tænke tilbage på, i stedet for bare at sidde og snakke om det. Altså der synes jeg, det er der, jeg synes vi mangler noget praktik.*

I: *Så man kan sige, at teorien bliver lidt mere praktisk?*

Clara: *Ja.*

I: *Eller den bliver i hvert fald afprøvet i praksis?*

Clara: *Ja, og det behøver ikke være ude i en skole, altså det kunne også bare være lige som Arne, han har gjort, hvor vi står sådan og underviser, men bare et eller andet, hvor man har et billede på en situation, hvor man kan sige, okay det her, det er Cobb, super. Fordi der har jeg et meget flyvsk billede på de der didaktikere. Altså dem har jeg ikke særlig godt styr på, fordi det bare er noget på papir.*

Ovenstående citater tegner et helt entydigt billede af en meget markant forskel på de studerendes omtale af de fagdidaktiske skoler, som de har arbejdet med i undervisningen, og The Teaching Gap, som de både har arbejdet med i undervisningen, og som har ligget til grund for deres arbejde med lektionsstudier. I det første tilfælde er de studerendes udtalelser meget mangelfulde, i det andet giver de udtryk for, at det har gjort stort indtryk og har stor betydning for deres lærerfaglighed. Flere af de studerende giver som Clara helt eksplicit udtryk for betydningen af at kunne knytte nogle praktiske erfaringer til, når de skal tilegne sig teoretisk viden. Det er tilsyneladende en helt afgørende forskel, at The Teaching Gap har haft den direkte sammenhæng til de lektionsstudier, de studerende har gennemført i praksis på skolerne. Man skal dog være opmærksom på mindst tre forhold i denne sammenhæng. For det første er The Teaching Gap ikke samme type af fagdidaktisk teori som de tre fagdidaktiske skoler⁴⁶, men en beskrivelse og analyse af en undersøgelse, TIMSS videostudier 1995, med didaktiske begrundelser for forskelle og ligheder imellem de tre landes matematikundervisning. Specielt fokuseres der på Japans brug af lektionsstudier som metode til at udvikle matematikundervisning gennem praksis. For det andet er den litteratur, som blev anvendt ved behandlingen af RME og TDS (Hansen, Skott & Jess, 2007, s. 265 ff.) på holdet, en meget overordnet og introducerende fremstilling, hvor de to teorier bliver præsenteret i

⁴⁶ Fagdidaktisk teori beskæftiger sig med forskellige elementer i modellen, for eksempel lærerens didaktiske prakseologi, elevens didaktisk prakseologi, intern og ekstern didaktisk transposition samt sammenhængen mellem matematisk og didaktisk prakseologi. Derfor er modellen ikke brugt til at illustrere her.

tilknytning til et konkret fagområde, nemlig brøkgregning. På den måde forsøger fremstillingen at koble teorien til praksis i skolen, men de studerende har ikke haft lejlighed til at arbejde med dette i en skolepraksis. For det tredje er The Teaching Gap en engelsk tekst, hvilket ikke er særlig sædvanligt på læreruddannelsen og normalt anses for at være vanskeligt, i modsætning til Ypsilon, som er skrevet til lærerstuderende på dansk.

De studerende giver udtryk for samme oplevelse som ovenstående i forhold til kompetencebegrebet (Niss & Jensen, 2002), som de har arbejdet med i matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, og som sideløbende var det centrale fokusområde for deres lektionsstudier. Dette kom også frem ved interviewene, hvor for eksempel Anne sagde følgende om sammenhængen mellem kompetencebegrebet og lektionsstudierne.

Anne: Jeg vil sige, det er i lesson study-forløbene, at man for alvor er blevet dus med de der kompetencer. Fordi vi har fået tildelt nogen, altså i det første forløb kunne vi vælge mellem to. Vi skulle bruge en af dem. Og i det andet forløb fik hver gruppe så en specifik kompetence, man skulle arbejde med, så vi har ligesom været tvunget til at se, jamen hvordan arbejder man med den her kompetence, og også ligesom oplevet, at det får indflydelse på, hvad det er for en time, man kan lave. Altså, hvis man for eksempel får hjælpemiddelkompetencen, jamen så er du nødt til at bruge noget it eller noget andet hjælpemidler.

Og Andreas:

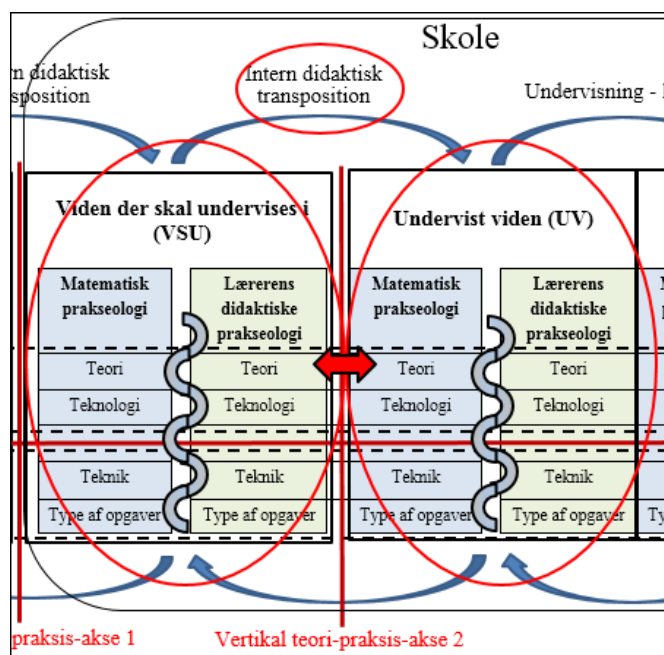
Andreas: Altså vi har talt rigtig meget om kompetencer – specielt i starten – fået koblet de forskellige kompetencer på – nu har vi fokus på den her kompetence, nu har vi fokus på den her kompetence. Jeg synes også, der har været en god fokus på at perspektivere til FM – altså man kan jo ikke sige, at vi gør det her, fordi det står i FM, men i FM står der, at vi skal det her – så derfor er det en god ide at gøre det på den måde.

Og Mille:

Mille: Vi har skullet planlægge et undervisningsforløb (i forbindelse med et lektionsstudie), som tog særligt hensyn til en bestemt kompetence. Hvor vi fik styrket elevernes kompetencer inden for det emne, og det synes jeg har været spændende. Det har givet en bevidsthed om, jamen vi kan faktisk godt bruge det, der står i FM eller det, som de forskellige teoretikere siger.

I forbindelse med den konkrete forberedelse, gennemførelse og evaluering af lektionen har de studerende gjort sig en række meget praktiske erfaringer i skolen i tilknytning til den teoretiske undervisning i kompetencebegrebet – en teori, som sædvanligvis opleves som svært tilgængelig af de studerende. De studerende giver også her udtryk for, at den tætte tilknytning til skolens praksis har givet dem en god forståelse af denne teoretiske viden. En forståelse, som også skinnede meget tydeligt igennem i undervisningen med holdet, hvor de ofte anvendte kompetencetermerne, også uopfordret. Der var tydeligvis tale om et begrebsapparat, som de beherskede, som de var trygge ved, og som gav dem et godt redskab til at udtrykke sig i mange fagdidaktiske sammenhænge.

Kompetencebegrebet er et vigtigt begreb i skolens matematikundervisning, idet det har en meget central placering i FM. Derfor er det både et teoretisk fagdidaktisk tema i læreruddannelsen, et væsentligt element i VSU og en væsentlig problemstilling i forbindelse med den interne didaktiske transposition, når formuleringerne i kompetencetermer fra FM skal omsættes til UV og et begrebsapparat, som kan bruges til at beskrive og analysere LV. I udgangspunktet er kompetencebegrebet en anden måde at beskrive matematisk viden på. Derfor kan de matematiske kompetencer beskrives med matematiske prakseologier, men ved samtidig at beskæftige sig med, hvad der er væsentligt at kunne i matematik, er det også en fagdidaktisk teori. På den måde kan kompetencebegrebet behandles med fokus på alle søjler i modellen og er derfor oplagt i forbindelse med lektionsstudier, hvor der forsøges at skabe sammenhæng mellem teori og praksis.



Figur 5.10. De studerende giver udtryk for, at arbejdet med de matematiske kompetencer i lektionsstudierne har givet dem mulighed for at skabe sammenhæng mellem VSU og UV.

Den helt centrale og entydige konklusion på dette afsnit er, at de studerende i høj grad er motiverede for at lære fagdidaktisk teori. De oplever, at det giver dem viden, de kan bruge til noget i deres fremtidige lærerarbejde – dog kun når denne viden samtidig bearbejdes i en form for praksis, således at de får nogle konkrete erfaringer, som de kan kæde teorien sammen med. Til gengæld er de studerendes udbytte af at arbejde med fagdidaktisk teori tilsyneladende meget begrænset, når det kun behandles i den teoretisk undervisning i læreruddannelsen.

I begge de tilfælde, som de studerende oplever som positive, har den praksis, som den teoretiske undervisning er blevet behandlet i, været i form af lektionsstudier. Der er ikke eksempler på, at det samme er sket i forbindelse med praktikken. Det betyder imidlertid ikke, at det ikke kan lade sig gøre at opnå denne effekt i praktikken, men er i stedet et udtryk for, at det er nemmere at kæde lektionsstudierne meget tæt sammen med undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, end det er tilfældet for praktikken (se afsnit 2.2)

I forhold til de studerendes mangelfulde udtalelser om fagdidaktisk teori skal det bemærkes, at selv om en studerende ikke umiddelbart kan huske noget om en nævnt teori, for eksempel Brousseaus teori om didaktiske situationer, betyder det ikke nødvendigvis, at den studerende ikke har opnået nogen læring ved at arbejde med teorien. Den studerende kan naturligvis have opnået mange værdifulde erfaringer, selv om han/hun ikke umiddelbart kan relatere det til for eksempel navnet på teoriens ophavsmand – på mange måder er det at koble erfaringerne til et navn jo langt fra det vigtigste, ud over at det giver nogle fordele i kommunikationen med

andre fagpersoner. En mere overordnet forståelse af en teori indebærer imidlertid ofte et eksplicit kendskab til og sammenkædning af navne, publikationer, centrale begreber etc.

5.6.3 Fælles Måls betydning i matematikundervisningen og praktikken

Den næste konklusion handler om betydningen af FM, som er en væsentlig del af VSU, set i forhold til den teoretiske undervisning i læreruddannelsen og praktikken – det vil sige spørgsmålene under Q3 i interviewguiden.

3.1 Selv om de studerende har arbejdet med FM i matematikundervisning på læreruddannelsen, både som selvstændigt tema og ved løbende inddragelse, bliver den kun inddraget sporadisk i praktikken og kun i den udstrækning, de studerende selv vælger det – ikke i vejledninger med praktikvejledere.

Det fremgår af de næste citater, at FM er blevet taget op som selvstændigt tema i matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen. Herudover giver de studerende udtryk for, at de har inddraget den løbende, når de har skrevet opgaver. Der er dog nogen forskel på, hvor indgående de studerende mener, arbejdet med FM har været. Som det første under dette punkt Q3 blev de spurgt:

I: *Hvordan oplever du betydningen af FM i undervisningen på læreruddannelsen?*

Til det svarede Mille:

Mille: *På vores hold har vi kigget utrolig meget i FM. Vi blev bedt om – til at starte med – at købe den og fik som nogle af de første undervisningsgange at vide, at vi skulle læse stykker i FM. Så vores underviser har hele tiden inddraget FM i undervisningen, og det gør også, at jeg føler mig ret sådan bekendt med, at det er noget, vi skal bruge, og at det er et værktøj – en hjælp til os i stedet for at det er strenge punkter, og nu skal man det, og man skal det og sådan noget – at det er sådan en vejledning til, hvordan man skal undervise, og hvordan man kan sikre sig, at vi lærer noget – eller at vi lærer børnene noget.*

Og Clara:

Clara: *Jamen, det har nok mest været med henblik på praktik – for at vi kunne være sikre på, at vi opfyldte noget af det – og sådan. Også når vi har snakket lesson study, så er den jo også kommet frem. Og ellers er det egentlig mest bare, når vi skriver opgaver, synes jeg, at så ved man, det er godt lige at henvise til FM. Og det er egentlig sådan det eneste tidspunkt, jeg sådan rigtig læser i den. Men i starten – da vi fik den – der mener jeg, at Arne han gennemgik noget af det med os, så vi havde sådan en fornemmelse af, hvad vi kunne bruge FM til.*

Og Anne:

Anne: *Her på stedet (læreruddannelsesinstitutionen) synes jeg, at vi har lige som fået dem præsenteret, og vi har fået at vide, at det var en, vi skulle have, fordi det var en, vi skulle bruge. Og vi har også brugt den både i praktikken, og vi har brugt den i lesson study. Vi har ikke brugt den så meget heroppe (på læreruddannelsesinstitutionen) og kigget så meget i den her på stedet,*

men vi er blevet opfordret til at bruge den, og det har vi også gjort og haft meget gavn af, synes jeg.

Og Søren:

Søren: Ja, altså, vi er blevet – lige for at tage det, der er mest nærliggende. Vi har gennemgået dem.

I: Hvor I sådan sagde: Nu skal I læse FM og så taler vi om FM?

Søren: Vi har fået uddraget det vigtigste. Blandt andet kompetencerne, og så har vi fået fortalt lidt om opbygningen af FM og sådan noget. Og så har vi så også fået at vide, at hvis vi vil læse mere, så må vi gå ind og læse selv i den. Så har vi fået uddrag af kompetencerne, hvor det er blevet grundigt forklaret, hvad det er, og det synes jeg, det er en rigtig god måde at være med til på en eller anden måde at sætte lidt system oppe i hovedet om, hvad er matematik i folkeskolen. Det er med til at, ja, netop at systematisere det lidt mere og gør også, at man kan komme et lag dybere ned i sin opfattelse af det. Så på den måde, så synes jeg, at det er særdeles relevant, også fordi det er det, man i princippet skal ud og arbejde ud efter, altså det er det, der styrer selve målet for undervisningen. Så derfor synes jeg, at den er relevant også.

Det er bemærkelsesværdigt, så forskelligt de studerende beskriver omfanget af behandlingen af FM i ovenstående udtalelser. Fra Mille, der siger ”*utrolig meget*”, til Anne, der siger, at de har ”*fået den præsenteret*” og ”*ikke brugt den så meget*”. Alligevel siger fire af de studerende, at de har et godt kendskab til indholdet i den. For eksempel siger Mille ovenfor, ”*jeg føler mig ret sådan bekendt med*”, og senere i interviewet siger Anne:

I: Hvordan vil du sådan betegne dit eget kendskab til FM – synes du, at du har et godt indblik i, hvad der står og meningen bag det og sådan? Føler du dig godt hjemme i den?

Anne: Ja, det synes jeg egentlig – selvfølgelig har jeg ikke læst det hele fra ende til anden, men det er en, jeg lige som vender tilbage til både praktisk, men også når vi skriver opgaver og lige som kan begrunde det ud fra det.

I: Ja. Men du bruger den som opslagsværk eller sådan?

Anne: Til at finde ud af, hvor de ligger henne ad, og hvad de skal kunne.

Og Andreas:

I: Hvordan vil du sådan generelt sige, dit kendskab til FM er? Synes du, du er godt inde i, hvad der står, eller hvad tænker du?

Andreas: Jeg synes, jeg er nogenlunde inde i, hvad der står. Altså jeg kender – jeg kender hovedpointerne, og jeg ved det, jeg synes, der er vigtigt.

Undtagelsen er Clara, som ikke mener, at hun har et godt kendskab til FM. Det tager hun dog selv ansvaret for:

I: Hvordan vil du betegne dit eget kendskab til FM? Synes du, du har et rigtig godt kendskab til den – eller hvad tænker du om det?

Clara: *Nej, jeg synes ikke, jeg har et særlig godt kendskab til det, men det tror jeg også er min egen skyld, fordi jeg bruger dem som sagt kun, når vi skal skrive en opgave, og så finder jeg det, der er relevant for mig – og så er det egentlig det. Jeg tror mere, det er sådan praktik, eller når jeg kommer ud og skal være lærer lige i starten, at den har meget fokus.*

FM er altså blevet behandlet i matematikundervisningen, og de studerende – undtagen Clara – synes de har en god indsigt i indholdet. Alligevel har to ud af de fem studerende – og Clara er ikke en af de to – slet ikke brugt FM i forbindelse med praktikken. Fra interviewet med Andreas:

I: *Hvad med ude i praktikken? Hvor stor en rolle spillede FM, da du var i praktik?*

Andreas: *Overhovedet ingen rolle, synes jeg ikke rigtig.*

Lidt mere overraskende er det, at også Mille, som er den studerende, der giver udtryk for det bedste kendskab til FM, heller ikke har brugt FM i praktikken, ud over at praktiklæreren ”nævnte (den) et par gange”:

I: *Hvad med praktikken – hvilken rolle spillede FM ude i praktikken?*

Mille: *Der sad vi ikke sådan direkte med FM, men vores praktiklærer nævnte et par gange, at noget af det hun sagde, det også var fra FM, og hvor jeg godt kunne huske, at det var også noget, som vi havde lært. Det vidste jeg godt, det stod deri. Og jeg tror, hun tænker meget over det, når hun planlægger et undervisningsforløb, men måske ikke sådan sidder decideret med den og planlægger til hver enkelt undervisning, men sidder mest – jeg tror de fleste – også hvad vi kunne høre sådan på de der evaluering fra praktikerne, at lærerne, de sidder med den, når de planlægger årsplanen – at der sidder man og sørger for, at man har det hele med. Og at de så bruger den lidt som opslagsværk til resten af året.*

I: *Var der i forhold til det, I lavede ude i praktikken, nogen steder, hvor det sådan blev taget ind i forhold til at sige, det her det følger ikke FM, eller hvad ved jeg. Eller I blev opfordret til at bruge den, eller?*

Mille: *Nej. Det synes jeg ikke, jeg har oplevet.*

Der er altså ikke umiddelbart nogen sammenhæng mellem det at have kendskab til FM og så bruge den ude i praktikken. Clara, som giver udtryk for det dårligste kendskab, bruger den, og Mille som giver udtryk for et rigtig godt kendskab til FM, bruger den ikke.

Tre af de studerende siger, at de bruger FM i planlægningen. Det er især trinmålene, de studerende finder anvendelige, både som en indikator på, hvad eleverne kan i forvejen, og som pejlemærker, man sigter imod. For eksempel siger Søren:

I: *Når du så har været ude i praktikken. Brugte I FM eller – hvor meget fyldte det i praktikken?*

Søren: *Den fyldte jo det i praktikken, i og med vi var ret usikre på (griner), hvad eleverne de skulle kunne i 8. klasse, hvor ligger niveauet henne? Der brugte vi den til at gå ind og se, jamen hvad skal de kunne efter 7. klasse? Altså hvad skal de kunne, når de er færdige med niende? Altså de trinmål, der er. Dem har vi jo helt klart brugt forkert (griner). Altså selvfølgelig har vi også søgt inspiration i lærebogen fra året før for at se, hvor de var henne, men lige så meget*

også for at se: Jamen det kan godt være, de skriver en ting i lærebogen, men hvad forventes det i hvert fald i forhold til FM, at vi laver af undervisning?

Og Clara:

Clara: Ja, nu taler vi kun praktik, ja. Men der brugte vi den også. For lige som at finde ud af – fordi så havde vi en 5. klasse og 9. klasse, og så var det meget rart at vide, jamen hvad skal de kunne i 5. klasse, når de kommer ud, så hvad skal vi arbejde henimod, og hvad skal de kunne i 7. klasse? Så det var egentlig det, vi sådan brugte den til.

I: Var den anvendelig til det?

Clara: Jah. Altså jeg synes nogen gange, der står lidt nogle snørklede forklaringer – rundt omkring – men så finder man ud af det.

Det fremgår altså ikke, hvordan de studerende har forsøgt at omsætte de overordnede målformuleringer i FM til konkrete undervisningsaktiviteter. Kun Anne nævner andet end trinmålene:

I: Men ude i praktikken, der har I brugt den (FM) eller hvad?

Anne: Ja.

I: Hvordan?

Anne: Jamen dels for at se, hvad er det egentlig vi skal kunne lære her, men der er også lige som den anden del af den, den der med undervisningsvejledningen, hvor man godt kan gå ind og se, hvordan man arbejder med kompetencer. Altså kompetencer er noget, vi brugt meget her på stedet og snakket om, hvad det går ud på. Også i forbindelse med lesson study.

Selv om de studerende giver udtryk for, at de har et rimeligt kendskab til indholdet i FM, er der ingen af dem, der bruger de enkelte afsnit – fagets formål, trinmål, læseplan og undervisningsvejledning – på en mere systematisk måde i forbindelse med forberedelse og gennemførelse af deres undervisning i praktikken. I stedet bruger de FM til at orientere sig om, hvad eleverne skal kunne på tidligere klassetrin, og hvad de skal lære på det aktuelle klassetrin. Søren er efterfølgende kritisk i forhold til denne brug, og det er også tvivlsomt, i hvor høj grad FM kan bruges til at sige noget om, hvad eleverne egentlig kan. Dette er imidlertid en meget væsentlig problemstilling for lærerstuderende – de udtaler ofte en meget stor usikkerhed i forhold til, hvad eleverne kan på de enkelte klassetrin, og hvornår de skal lære hvad.

FM har altså været behandlet i matematikundervisningen på læreruddannelsen, og de studerende giver udtryk for, at de har en god indsigt i indholdet, men alligevel blev FM stort set ikke inddraget i vejledningerne med praktiklærerne. Direkte adspurgte nævnte kun to af de fem studerende meget sporadiske og overfladiske situationer i forbindelse med vejledningerne, hvor FM blev nævnt. Den ene var Milles udtalelse ovenfor: ”vores praktiklærer nævnte et par gange, at noget af det, hun sagde, det også var fra FM”. Den anden var Søren:

I: Diskuterede i FM med jeres praktiklærer?

Søren: Jeg tror nok, vi gjorde det ganske kort. På det allerførste forventningsafstemningsmøde, der var den oppe at vende. Han forklarede lidt om hans system, med at han havde årsplaner, og så havde han nogle emner, han fordelte ud. Og så bruger han selvfølgelig FM til at manøvrere efter, hvad skal jeg sørge for, at de skal nå at have lært i år. Han siger jo så bare, at han ved jo sådan cirka, hvad der står deri, men i princippet er det det, han opererer efter – med hvad de skal have lært og sådan noget. Men der er det meget trinmålene, det handlede om, og ikke så meget kompetencerne.

De tre sidste studerende gav direkte udtryk for, at FM slet ikke var noget, de talte med deres praktislærer om. For eksempel sagde Anne:

Anne: Nej, det gjorde vi faktisk ikke, og det er også lidt min opfattelse, at den ikke bliver brugt lige så meget ude i skolen, som det egentlig er sådan tiltænkt fra politisk hold. Altså jeg ved også min egen far for eksempel er lærer, han bruger den ikke ret meget. Og Arne sagde også – jeg tror, det var en gang efter jul, at man lige som havde fundet ud af, at lærerne de brugte egentlig ikke den her ret meget.

I: Ja. Så man kan sige i praktikken, der bruger I den måske, fordi I har den her (på læreruddannelsesinstitutionen) – ikke så meget fordi jeres praktislærer sådan går i clinch med jer omkring FM?

Anne: Ja, det er helt klart. Det kommer herfra. Vi er blevet opfordret til det herfra.

Og Clara:

I: Og det var ikke sådan noget – et redskab man så brugte, når man spurgte, om det her var relevant?

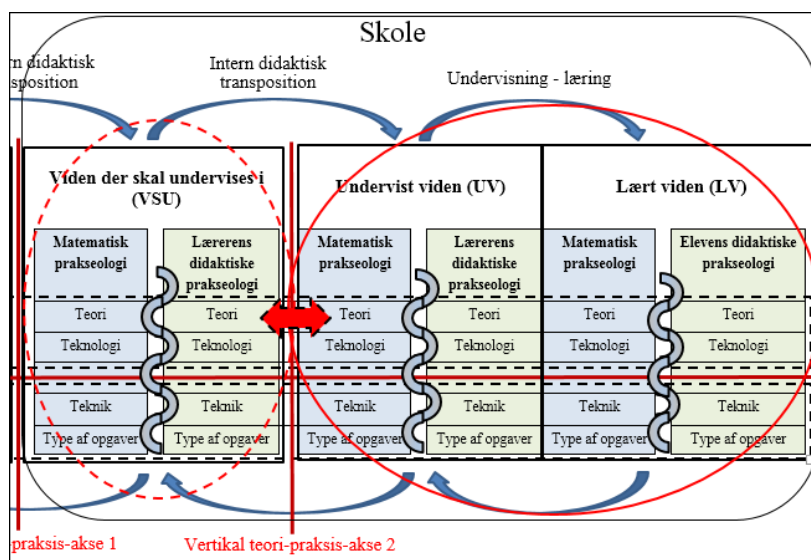
Clara: Nej, ikke når vi spurgte vores praktislærer. Det var kun noget, vi havde indbyrdes.

Og Andreas:

I: I talte ikke med jeres praktislærer om FM?

Andreas: Nej, det tror jeg ikke.

FM indgår altså kun i begrænset omfang i forbindelse med de studerendes forberedelse og gennemførelse af undervisning i praktikken, og stort set ikke i praktikvejledningerne, på trods af, at de studerende har et godt kendskab til den fra matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen. Selv et godt kendskab skaber således ikke nødvendigvis en sammenhæng fra den teoretiske



Figur 5.11. Selv om de studerende har et indgående kendskab til FM gennem den teoretiske undervisning, inddrages den oftest ikke i samtalerne med praktislæreren.

undervisning på læreruddannelsesinstitutionen til praktikundervisningen og den tilhørende praktikvejledning.

Set i forhold til modellen kan VSU potentielt blive et bindeled mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og praksis i skolen i form af praktikken. I den teoretiske undervisning kan VSU analyseres ud fra en overordnet matematisk og didaktisk synsvinkel. I praktikken vil en yderligere inddragelse give mulighed for at behandle VSU ud fra en helt konkret undervisning-læring-situation i skolen. Det vil dog kræve en langt mere systematisk inddragelse af FM i de studerendes forberedelse, gennemførelse og evaluering af praktikundervisningen samt praktikvejledningen. En sådan styrkelse af inddragelsen af FM i praktikken vil samtidig give anledning til en praksis-vinkel på den ellers teoretiske behandling af FM på læreruddannelsesinstitutionen – og dermed skabe en oplagt mulighed for at opnå en oplevelse af sammenhæng mellem teori og praksis for de studerende.

5.6.4 Teoretisk og praktisk matematik i den teoretiske undervisning og i praktikken

Det næste tema i interviewundersøgelsen bliver kaldt *teoretisk* og *praktisk* matematikundervisning i interviewene. Opdelingen er hentet fra Chevallards opdeling af prakseologier i en teoriblok og en praksisblok (se afsnit 3.2), som adskilles i modellen af den vandrette teori-praksis-akse. I forbindelse med interviewene var det nødvendigt først af indføre de studerende meget hurtigt i denne tankegang. Som det fremgår af interviewguiden fik de forklaret, at matematik kan opdeles i to fremtrædelsesformer. For det første *hvordan-spørgsmål*, som er praktisk opgaveløsning med vægt på algoritme og procedurer, og for det andet *hvorfor-spørgsmål*, som er mere teoretiske, abstrakte aspekter som argumentation, formel teoribygning og eksempelvis argumenter og beviser. Herudover fik de enkelte eksempler, som *hvordan* multipliceres to negative tal, og *hvorfor* er produktet af to negative tal positivt⁴⁷.

4.1 De studerende oplever, at matematikundervisningen på læreruddannelsen fortrinsvis fokuserer på teoriblokken, hvorimod matematikundervisningen i folkeskolen fortrinsvis fokuserer på praksisblokken.

Flere af de studerendes udtalelser om dette tema er noget upræcise. Det er tydeligt, at det er svært for dem at sætte sig ind i denne teoretiske opdeling på den meget begrænsede tid. For eksempel kommer flere af dem nogle gange til at bytte om på de to fremtrædelsesformer – ofte retter de dog selv. Det er, ikke overraskende, ikke så let at forklare en sådan teoretisk opdeling på få minutter, så de studerende forstår den og kan sætte den i forhold til deres undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og deres praktik. Derfor skal denne konklusion tages med et vist forbehold.

⁴⁷ I interviewene blev den gængse skoleformulering, *minus gange minus giver plus*, brugt, for at sikre, at de studerende forstod.

De studerende kategoriserer generelt den matematik, de arbejder med i matematikundervisningen på læreruddannelsen, som fortrinsvis tilhørende teoriblokken – altså vægt på hvorfor-spørgsmål. For eksempel siger Mille:

Mille: Jeg synes her på stedet, der har vi rigtig med hvordan gør man det her – nej altså hvorfor er man kommet frem til, at man gør sådan her, hvem har lavet det, altså Euklid og Pythagoras og alt sådan noget. Vi får noget viden omkring det, og så kan vi også – hvis der er nogle elever, som er klar til det – jeg brugte det lidt i praktikken, hvor jeg sad med de der stærke elever: Hvorfor er det, man gør sådan der? Altså dem som stiller spørgsmål til matematikken, og som kan rumme noget mere matematisk viden eller noget mere sådan teori omkring hvorfor. At der kan man præsentere det for dem. I stedet for bare at give dem endnu flere brøkopgaver, så fortælle dem noget teori om brøker. Det er måske fint nok, at de lærer en formel til at starte med, og så finder ud af, hvorfor formlen ser sådan ud, når de er klar til at kunne forstå det.

Og fra interviewet med Andreas:

I: Hvad med den type spørgsmål som hvorfor – giver minus gange minus plus?

Andreas: Altså det har vi faktisk beskæftiget os med. Det var også et af de arbejdskort, vi havde.

I: Ja. Er der meget af den type matematik her på stedet – tænker du eller hvad? Altså – hvorfor?

Andreas: Ja, det er der. Men jeg synes, den hvorfor-prægede del ville være endnu mere – altså jeg synes, den er der rigtig meget, men jeg synes, den ville være endnu skarpere, hvis man havde nogle flere konkrete eksempler, hvor man så – nu løser vi det – hvorfor gør vi så sådan. Simpelthen også at få løsningen på.

Og fra interviewet med Clara:

I: Hvis man nu kigger på matematikken her på stedet – hvordan har du så oplevet den i forhold til det – altså det der med hvordan eller hvorfor?

Clara: Oh. Der regner vi ikke særlig meget – synes jeg ikke, men der har vi rigtig meget af teorien bag ved det.

(...)

I: Så det du egentlig siger, det er faktisk, at her på stedet er der meget hvorfor og ude i skolen er der meget hvordan – eller hvad?

Clara: Jo, ja – joo (griner). Altså, jeg synes i hvert fald ikke vi – folkeskolen regner ikke sådan – hvis jeg skal tænke tilbage på gymnasiet for eksempel. Altså, det var jo meget lig folkeskolen, hvor man sidder og regner en masse opgaver, og det gør vi ikke særlig meget her. Det er mere sådan noget – så sidder vi og spiller nogle spil, og så skal vi forstå matematikken bag ved det spil. Eller vi gennemgår nogle didaktikere, og så skal forstå noget bag ved det.

I modsætning til matematikken på læreruddannelsen oplever de studerende, at matematikken i skolen stort set udelukkende beskæftiger sig med praksisblokken – hvordan-spørgsmål. For eksempel siger Anne:

Anne: *Jeg oplever derude, at der er meget mere hvordan end egentlig hvorfor – at det bliver meget man – man lærer eleverne, det er sådan her, I skal gøre, og så øver de sig i det og så – men at man måske ikke stiller så meget spørgsmålstejn ved, hvorfor er det egentlig, at det her gælder.*

I: *Ja. Og hvad tænker du om det? Har du overvejet det forhold?*

Anne: *Ja. Jeg synes egentlig også, at det har noget med lærebøgerne at gøre. At lærebøgerne måske lægger meget op til at lære nogle algoritmer og nogle måder at løse opgaver på og så øve sig i dem. De lægger ikke op til, at man stiller spørgsmålstejn ved – og dermed ligesom opnår forståelsen for, hvorfor det er, det her gælder, og hvordan kan jeg bruge det i andre sammenhænge.*

Og Clara:

Clara: *Og nogen gange starter de også lige med noget teori, men det er jo sådan det meget typiske, slaviske system – og det så man meget derude. Der er jo begge former for matematik, men det er nok mest den første med bare sådan at regne og forstå. Altså, jeg så ikke særlig meget samtale omkring, hvorfor er det sådan her, og hvad kan vi bruge det til. Og der ved jeg ikke, om det er fordi vi kom midt ind i et forløb, og de måske har haft det eller skal have det senere eller – det ved man jo ikke helt efter to uger.*

I: *Nej. Så det du siger, det er i skolen der er mest af den første type, kan man sige det?*

Clara: *Det synes jeg.*

Og Mille:

Mille: *Altså i praktikken? Jeg synes ikke, man ser så meget med beviser. Det er mere for eksempel minus gange minus det giver plus, og så laver man på klassen en fælles regel om, at jamen så kan man tage det ene minus og vende på højkant, og så kan man se, at så giver det plus. Og det er jo ikke noget bevis, men det kan være en fin nok huskeregel. Eller tælleren i top og nævneren for nederen.*

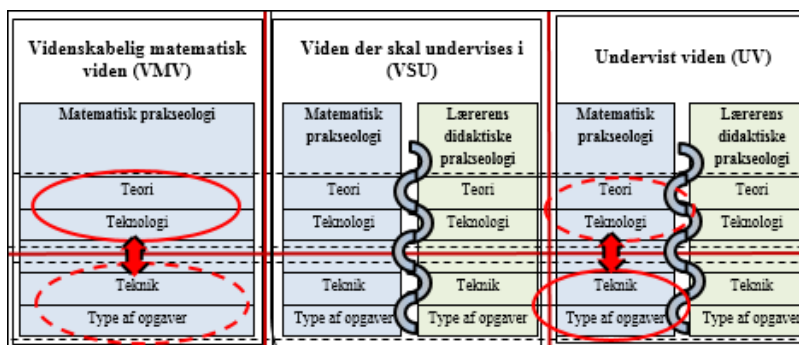
Eksemplet i det sidste citat, hvor en begrundelse for en matematisk sammenhæng erstattes af en huskeregel, er meget uheldig, men det er ikke usædvanligt, at de studerende refererer denne type eksempler. I stedet for at ræsonnere sig frem til en matematisk sammenhæng og argumentere for den formuleres en huskeregel – 'sådan er det'. I dette tilfælde konstruerer man oven i købet en 'forklaring', som baseres på tegnenes udseende. På den måde besvares hvorfor-spørgsmålet om multiplikation af negative tal med noget, der ligner en procedure – altså et hvordan-svar. Eksemplet kan ses som et udtryk for det manglende fokus på den teoretiske blok i skolen.

Der er en tydelig – måske ikke overraskende – forskel på den måde, de studerende oplever den matematik på, der arbejdes med i skolen, og den matematik, der arbejdes med på læreruddannelsen. På læreruddannelsen arbejdes der overvejende med teoriblokken, og i skolen arbejdes der overvejende med praksisblokken. Det var dog svært at få de studerende til at reflektere over denne forskel – måske fordi den teoretiske opdeling var helt ny for dem. En enkelt studerende, Mille, havde dog undret sig og tænkt over forskellen:

I: Synes du, man ligefrem kan sige, at skolen det er hvordan-matematik, og det her (på læreruddannelsesinstitutionen) er hvorfor – at det sådan giver en modsætning – er der et problem i det, eller er det bare naturligt, at det er sådan?

Mille: Jeg ved ikke, om det er et problem, men det overraskede mig, da jeg kom ud i praktikken, at der var så stor forskel på den måde, vi har undervisning på, og den måde de har undervisning på. Altså, jeg er godt klar over, at man ikke kan lære dem beviser nede i de små klasser i folkeskolen, og jeg er godt klar over, at vi ikke bare kan lege os frem til alt, fordi vi har en viden også, som skal bruges. Men man kunne måske godt i hvert fald heroppe være lidt mere sådan vekslende, hvor man siger, nu lærer I det her – i folkeskolen ville man gribe det sådan her an.

Udtalelserne indikerer, at der er en grundlæggende forskel i matematikfagets fremtrædelsesform på læreruddannelsen og i skolen – en forskel, som kan indeholde teori-praksis-problemstillinger, som komplicerer sammenhængen mellem læreruddannelse og skole. Der er ikke tale om et modsætningsforhold, som de studerende udtaler eksplicit, men en yderligere undersøgelse og analyse vil muligvis kunne sætte fokus på problemstillingen og dermed udvikle metoder til at afhjælpe dette mulige modsætningsforhold. Det er svært ud fra denne undersøgelse at konkludere mere om forskellen på matematikundervisningens fremtrædelsesformer på de to institutioner, end at de studerende oplever, at den er der. Skal man sige mere om denne forskel, kræver det andre undersøgelsesmetoder som for eksempel observation eller en interviewundersøgelse, hvor interviewpersonerne på forhånd i højere grad er fortrolige med teorien.



Figur 5.12. Matematikundervisningen på læreruddannelsen beskæftiger sig især med den teoretiske blok, mens matematikundervisningen i skolen især beskæftiger sig med den praktiske blok.

5.6.5 Sammenhængen mellem de pædagogiske fag og matematik

Det følgende afsnit handler om sammenhængen mellem de pædagogiske fag og matematik på læreruddannelsen – en af de to didaktiske kløfter (Bergsten m.fl., 2009), som er beskrevet i afsnit 2.2. Bergsten m.fl. peger på praktikken som en mulighed for, at de studerende kan skabe sammenhæng mellem de to fagområder, med andre ord at praksis kan være med til at kæde de to teoretiske elementer sammen.

I forhold til modellen kan denne problemstilling placeres i forbindelse med de didaktiske transpositioner og de didaktiske prakselogier, herunder sammenhængen med de tilhørende

matematiske prakselogier, da det netop er disse elementer, begge fag beskæftiger sig med - selvfølgelig ud fra hvert sit faglige udgangspunkt.

5.1 De studerende oplever de pædagogiske fag og matematik som meget adskilte på læreruddannelsen, men praktikken giver dem mulighed for at skabe sammenhænge.

Det indledende spørgsmål i dette tema lød:

I: Hvordan oplever du sammenhængen mellem den viden, du tilegner dig i de pædagogiske fag og matematik?

De studerende oplever de pædagogiske fag og matematik som to meget adskilte og forskellige fag på læreruddannelsen, både med hensyn til arbejdsform, indhold og niveau. For eksempel siger Mille:

Mille: Jeg havde meget svært ved at se, hvordan det lige hang sammen. Jeg synes egentlig, det var meget adskilte fag, fordi vi havde meget af det der teori – noget om, hvordan man udfører beviser og alt sådan noget matematik, og i pædagogik var det meget sådan noget med, jamen nu skal vi sidde i rundkreds, og så skal vi prøve – så skal man have forskellige roller, og så skal man sige noget på forskellige tidspunkter og sådan noget. Så det var meget sådan højt akademisk niveau i matematik, hvor jeg synes det var lidt mere leg i pædagogikken. Men jeg synes, når jeg har siddet med nogen opgaver og skullet skrive og har siddet og skulle ud i praktikken og så skulle sige noget om, hvordan vil man lige gribe det her an – så hænger det fint sammen. Men heroppe synes jeg ikke, det hænger så meget sammen.

Og Clara:

I: Nu taler vi om undervisningen her på stedet. I de pædagogiske fag og i matematik. Hvordan oplever du den sammenhæng mellem de to ting?

Clara: Jamen, jeg synes ikke rigtig, der er nogen sammenhæng, altså.

(...)

I: Så det kan være – så det er svært at se sådan nogen steder, hvor de mødes, de to fag eller?

Clara: Altså, det er kun i praktikken, at jeg kan se, at der er en sammenhæng.

Og Anne:

Anne: Jeg synes, det er mest i praktikken, man oplever det. Altså når vi er her på stedet, så er det meget sådan, at matematik er et fag, og de pædagogiske fag er et andet fag, synes jeg. Selvfølgelig oplever man ind imellem noget, nå ja, det er rigtigt, det hænger egentlig sammen det her, men ellers synes jeg meget, at de kører hver deres løb.

I: Men praktikken kan faktisk godt binde dem sammen, kan man sige?

A: Ja, det synes jeg, at det kan.

Alle fem studerende er enige om den manglende sammenhæng mellem de pædagogiske fag og matematik i læreruddannelsens undervisning. Nogle studerende giver, som Mille, udtryk for, at den manglende sammenhæng til tider har været frustrerende, men siger samtidig, at de har overvundet frustrationen ved at finde sammenhænge, især i forbindelse med praktikken og opgaveskrivning. Når de studerende bliver spurgt til elementer i uddannelsen, hvor de kan skabe sammenhæng mellem de pædagogiske fag og matematik, nævner de alle helt umiddelbart praktik, hvilket er i overensstemmelse med Bergsten m.fl. (2009). De studerende blev desværre ikke bedt om at komme med konkrete eksempler, så undersøgelsen kan ikke fortælle noget mere præcist om, hvordan de oplever sammenhængen. Det er oplagt, at de kan møde problemstillinger fra begge fagområder i praktikken, men om det blot er det, de studerende mener, eller de har oplevet eksempler, hvor viden fra de to fagområder for eksempel kunne supplere hinanden på konstruktiv vis, er uvist, da der ikke blev spurgt direkte til det, og ingen af interviewpersonerne selv nævner det.

5.6.6 De studerendes oplevelse af læring ved arbejdet med lektionsstudier

Det følgende afsnit er resultaterne af anden del af interviewundersøgelsen, som behandler, hvordan de studerende oplever deres læring i forbindelse med arbejdet med lektionsstudier i sammenhæng med læreruddannelsens øvrige elementer.

Afsnittet er opdelt i underafsnit efter de forskellige faser i lektionsstudieforløbet – forberedelse, gennemførelse med observation og evaluering – og efter sammenhængen med den øvrige del af læreruddannelsen.

6.1 De studerende giver udtryk for, at lektionsstudier i høj grad giver dem mulighed for at tilegne sig fagdidaktisk teori og omsætte denne viden til udvikling af praksis. De lægger vægt på, at den meget omfattende planlægningsfase indgår som en integreret del af undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen.

På trods af, at der er valgt en svært tilgængelig litteratur og et svært tilgængeligt teorikompleks, et det karakteristisk, hvordan de studerende giver udtryk for en oplevelse af, at arbejdet med lektionsstudierne har understøttet deres forståelse af det teoretiske stof. For eksempel siger Anne:

Anne: Ja, altså jeg vil sige, det er i lesson study-forløbene, at man for alvor er blevet sådan dus med de der kompetencer.

Og Mille:

Mille: Men det er mest det der med, at vi har været ude og prøve en enkelt lesson study-lektion af og så hjem og snakke om, hvordan det gik. Fordi der har vi jo netop arbejdet med teori, og så kommer vi ud og prøver i praksis og så tilbage igen, og så arbejde videre med teori.

Søren udtrykker ligefrem, at denne sammenhæng kommer helt automatisk:

I: Så det er nemmere at lave en kobling til noget teoretisk, når man laver lesson study eller...?

Søren: *Det kom helt automatisk. Jeg ved ikke hvorfor, det kom bare helt automatisk. Det kan være fordi, du er sammen i din gruppe, hvor nogen de har simpelthen bare fanget alt det der teori. Det kan være, de så ikke forstår det praktiske i det, men de siger, jamen i forhold til hvad er det for en teoretiker, vi arbejder ud fra. Og så sidder man så og tager snakken om det. Det var bare et eksempel.*

De studerende giver altså udtryk for, at arbejdet med lektionsstudierne har givet dem lejlighed til at sammentænke elementer fra den teoretiske undervisning med praksis ude i skolen ved blandt andet at skulle udvikle helt konkrete bud på, hvordan en valgt teori (her kompetencetænkningen) kan udmøntes i praksis. Den valgte teori om matematiske kompetencer er i FM 2009 brugt som grundlag for at formulere trinmål for undervisningen i folkeskolen, VSU, og derfor umiddelbart oplagt at omsætte til praksis. Andre didaktiske teorier kan umiddelbart være vanskeligere at omsætte til praksis. Når Søren siger, at sammenkoblingen mellem teori og praksis sker helt automatisk, er det naturligvis kun et udtryk for hans oplevelse i det konkrete tilfælde. Det ligger i lektionsstudieformatet, at man vælger en udfordrende problemstilling fra undervisningssituationen – noget, deltagerne oplever som svært. Hvis det valgte, som her er en fagdidaktisk problemstilling/teori, vil der således altid være en sammenhæng til praksis, men deltagerens oplevelse af sammenhæng mellem den valgte teori og praksis vil naturligvis afhænge af valget af teori og den konkrete planlægning af lektionsstudieforløbet. I forhold til dette nævner flere studerende læsningen af The Teaching Gap og den måde, planlægningen af lektionerne var en del af undervisningen og vejledningen på læreruddannelsen på som væsentlige. For eksempel siger Anne:

Anne: *Det hænger selvfølgelig sammen med, at vi har læst The Teaching Gap. Det havde været svært at lave lesson study uden. Altså det er primært den måde, det er blevet koblet på, synes jeg, men vi har også brugt undervisningstiden heroppe på ligesom at planlægge og fået vejledning og sådan noget. Så det er ikke bare noget, vi sådan har kørt selvstændigt ved siden af studiet. Det er blevet inddraget meget.*

Og Mille:

Mille: *Men det er også fordi, der er mere tid til planlægning af lesson study, og vi har brugt tid heroppe, så vi har mere tid til at tænke over, hvilke teoretikere bruger vi, og hvorfor bruger vi dem? Og hvorfor vil vi undervise på den måde, og hvad vil der ske, hvis vi gjorde sådan her i stedet for? Hvor at når man skal planlægge almindelige lektioner, så noget af det bliver rutine, at det gør man fordi sådan og sådan, men her er der virkelig tid til at stille spørgsmål til, hvorfor gør vi sådan. Det tror jeg kan give os noget mere til, når vi engang er færdige.*

Det fremgår af citaterne, at de studerende oplever det som afgørende, at arbejdet med lektionerne – her forberedelsesfasen – har været en integreret del af undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, hvor de blandt andet har modtaget vejledning fra underviseren i matematik. Der er her specielt tale om den interne didaktiske transposition – sammenhængen mellem VSU, kompetencebegrebet som trinmål, og UV. Mille peger på den grundlæggende problemstilling ved, at det at *planlægge almindelige lektioner* bliver rutine, når lærere (og lærerstuderende) er underlagt dagligdagens tidsskema og handletvang. Samtidig er det nødvendigt, at denne praksis udfordres og problematiseres – for eksempel ved at gennemføre

lektionsstudier. Senere i interviewet peger Mille på, hvordan arbejdet med målsætning for undervisningen i lektionsstudierne, som et eksempel på en helt central tanke i FM, har givet hende nyttige erfaringer, som hun kan udnytte i sin praktik og fremtidige undervisning.

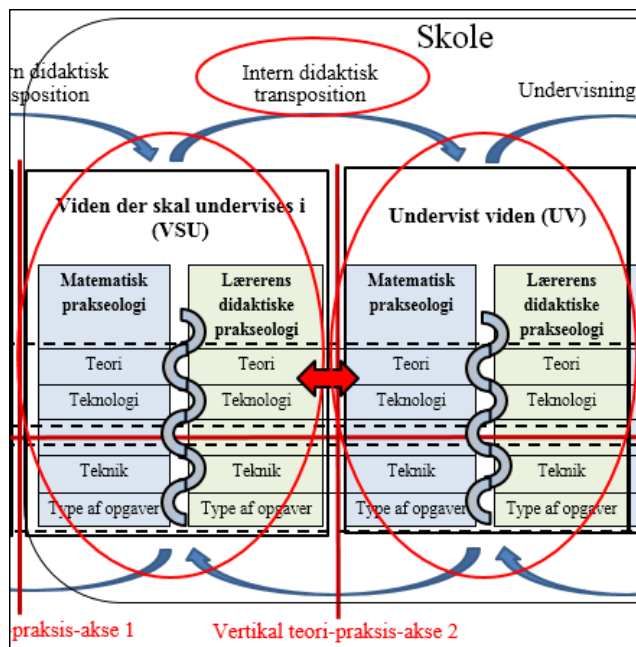
Mille: Jeg synes, at selve planlægningen af lesson study og det der med at være bevidst om, at vi skal have et mål med undervisningen – det synes jeg er utrolig vigtigt for alle undervisningslektioner. At vi ikke bare skal lære det, fordi det er det næste punkt i FM eller noget, men vi skal undervise på denne her måde, fordi nu skal vi have styrket de og de kompetencer, eller vi skal have styrket det sociale i klassen. Så det synes jeg lesson study er rigtig god til at skabe en bevidsthed om, hvad sker der i klassen, hvordan kan vi gøre klassen bedre.

Formuleringen af faglige mål som udgangspunkt for forberedelsen og gennemførelsen af undervisningen er en del af den grundlæggende tanke i udformningen af faghæftet siden folkeskoleloven fra 1993. Flere evalueringer og undersøgelser har imidlertid vist, at denne tænkning ikke er slået igennem i folkeskolen. For eksempel skriver Danmarks Evalueringsinstitut (EVA) i en rapport om lærernes brug af FM i 2012:

En mulig forklaring er, at en undersøgelse af Fælles Mål spørger ind til en målsætningslogik, der ikke afspejler, hvordan undervisningen normalt udtænkes og planlægges på skolerne. (...) Når EVA for eksempel spurgte matematiklærerne om, hvordan de brugte Fælles Mål i deres planlægning af undervisningen, fortalte de om, hvordan de brugte deres bogsystem. Når EVA spurgte om mål i undervisningen, fortalte lærerne om alt fra sociale mål til inklusion som indsatsområde. Når EVA spurgte skolelederne om betydningen af målsætningsarbejdet, fremhævede de, at andre områder af lærergerningen også var vigtige – for eksempel, at lærerne er gode klasserumsledere (Danmarks Evalueringsinstitut, 2012, s. 26).

Den grundlæggende tanke i faghæftet om formulering af mål for undervisningen er altså ifølge EVA ikke slået igennem ude på skolerne, hvilket også fremgår af citaterne fra konklusion 3.1, hvor de studerende samstemmende siger, at FM kun i meget ringe grad anvendes i skolen og heller ikke inddrages i praktikvejledningerne (se afsnit 5.6.3).

Den centrale problemstilling i det ovenstående er den interne didaktiske transposition og sammenhængen på tværs af vertikal teori-praksis-akse 2 mellem VSU og UV. I modsætning til praktikken, hvor de studerende ofte ikke oplever denne sammenhæng særlig tydeligt på grund af



Figur 5.13. Lektionsstudier giver, i langt højere grad en praktikken, de studerende mulighed for at skabe sammenhæng mellem VSU og UV.

fraværet af FM, får de ved arbejdet med lektionsstudierne lejlighed til at knytte forberedelsen af undervisningen tættere til FM og den teoretiske undervisning på læreruddannelsen, hvilket giver dem mulighed for i højere grad at sætte spørgsmålstejn ved *hvorfor vil vi undervise på den måde, og hvad vil der ske, hvis vi gjorde sådan her i stedet for?* – som Mille udtrykker det i ovenstående citat. Dermed skabes der mulighed for at arbejde med at udvikle skolens undervisning og ikke blot en reproduktion af det, der sker i forvejen – en udvikling som de studerende giver udtryk for kan have effekt på deres fremtidige praktik og lærervirksomhed, jævnfør for eksempel ovenstående citat af Mille. Ud over at skabe større sammenhæng mellem den teoretiske undervisning og praksis kan lektionsstudier således medvirke til, at de studerende opnår de første erfaringer med at lære i og af praksis og bliver mere bevidste om, at undervisning ikke er en statisk størrelse eller *rutine*, som Mille udtrykker det, men kan og skal udvikles gennem hele lærerlivet – gerne i samarbejde med kollegaer.

6.2 De studerende oplever forberedelsesfasen som den mest lærerige i lektionsstudieforløbet, og de lægger specielt vægt på, at de har været mange deltagere i grupperne (4-6), som skulle diskutere sig frem til enighed.

Det første spørgsmål, de studerende blev stillet i denne del af interviewet om lektionsstudier, var:

I: Kan du give en beskrivelse af en situation i forbindelse med jeres arbejde med lesson study, hvor du synes, du har lært noget, som er væsentligt for at være lærer?

Fire ud af de fem studerende nævner som det første forberedelsesfasen. For eksempel svarer Clara:

Clara: Jamen det har nok været den grundige planlægningsdel, hvor vi sad sammen fire personer og skulle blive enige. Fordi der kunne man jo også mærke, at det vil nok også være nogenlunde det samme, selv om det er fire forskellige fakulteter, der skal sidde og arbejde sammen. Fordi vi havde meget forskellige holdninger til, jamen hvad skal vi lave her, og hvordan skal vi få dem til at lære det? Så der synes jeg, jeg lærte rigtig meget.

Og Mille:

Mille: Jamen, i forbindelse med lesson study, der har vi jo arbejdet meget i grupper, hvor vi skulle sparre med hinanden, hvor man jo får en masse input. Altså, det der med at sidde og blive enige om – fordi jeg tror på, at det som der er flest mulige, der bliver enige om, det er der nok noget om, at det er nok en af de bedste måder at gøre det på. I stedet for at man bare er stædig og siger, det skal være på min måde. Så jeg tror, man lærer rigtig meget af at snakke sammen og så ligesådan med at komme ud og få det prøvet af og se – virkede det faktisk.

Og Andreas:

Andreas: Jamen så. Altså det med, at det er vigtigt, at man har en god progression i undervisningen. Og sådan at du ikke kan gå til det skridt, før du har det skridt med og – det er jo sådan simpelthen – nøje planlægge hvad der skal ske, synes jeg er rigtig, rigtig vigtigt. Men det kan jo så godt være, at din plan bliver ødelagt. Det kan også være, at den ikke – det er jo

også vigtigt at have med – at du skal ikke bare kører efter din plan, hvis det viser sig, den ikke passer. Så må du...

I: Men det at sidde og planlægge nøje – det var faktisk noget, du fik noget ud af eller hvad?

Andreas: Det var det. Helt bestemt. Også fordi så begyndte man at diskutere – det skulle også med – så begynder man at diskutere – jeg har måske en god forklaring, der er måske en, der har en rigtig god forklaring, og så er der måske en, der har den allerbedste forklaring. Og så hvis vi laver en – en (griner) sammenkobling af dem, så har vi måske en endnu bedre forklaring.

De studerende finder altså den fælles forberedelse af lektionen, hvor de i en større gruppe er tvunget til at blive enige helt ned til mindre detaljer, specielt lærerig. Det er bemærkelsesværdigt, at forskellige opfattelser og uenigheder udelukkende bliver opfattet som positivt. Det understreger, at de studerendes mål for arbejdet ikke umiddelbart kun er at få forberedt og gennemført lektionen, men derimod processen – at diskutere og overveje begrundelser for forskellige valg i forberedelsesfasen og undersøge deres konsekvenser for den gennemførte undervisningslektion.

Den sidste, Anne, nævner som det første oplevelsen af, at man ved at lave nogle mindre justeringer efter den første gennemførelse af lektionen kan opnå en *kæmpebetydning* for, hvordan den næste lektion lykkes. Selv om hun altså som den eneste ikke nævner planlægningsfasen som det første, var hun – direkte adspurgt – helt enig i denne fases betydning. Også hun nævnte konkret betydningen af at indgå i en større gruppe, som skulle blive enig:

I: Hvordan med selve planlægningsfasen? Hvad tænkte du om den? Kunne man lære noget af det?

Anne: Ja, det kunne man helt sikkert. Altså det er jo noget anderledes end at planlægge en enkelt time sådan normalt som lærer. Altså, det er jo en meget lang fase, og man er flere om det, og man skal blive enige. Men det er jo en fordel, det der med at man er mange, fordi der kommer rigtig mange inputs, og man kan få gode ideer og – altså man kan lære af hinanden. Der vil altid være nogen, der kommer med noget, man ikke lige selv har tænkt over.

Igen pointeres fordelene ved at være flere med forskellige holdninger i gruppen, som skal blive enige. De studerende er tydeligvis optaget af både at dygtigøre sig og udvikle undervisningen og ser 'forstyrrelser' i forhold til egen opfattelse af undervisningen som en styrke, de kan lære af.

6.3 De studerende oplever, at de lærer rigtig meget af gennemførelsesfasen i lektionsstudierne – og det er noget andet end det, de lærer ved praktikken.

Når de studerende bliver spurgt om den opnåede læring ved gennemførelsen af lektionen i deres lektionsstudie, nævner flere af dem, at det er første gang, de prøver at undervise. Enkelte har undervist lidt før, for eksempel via vikararbejde, men det opfatter de ikke som 'rigtig' undervisning. Flere af dem lægger derfor vægt på, at det er deres første erfaringer, og at det alene af den grund har været lærerigt. For eksempel Andreas:

I: Hvad så da I gennemførte jeres time. Fik du noget ud af – lærte du noget af det?

Andreas: Rigtig meget. Det var første gang, jeg stod over for en klasse – altså ud over at være vikar, men der skulle jeg jo bare sige, her er de her ark. Så det var noget helt andet at sætte en klasse i gang og så måske gå rundt og hjælpe enkeltvise elever, end det er at stå og undervise en hel klasse. Det er jo noget helt, helt andet. Så det lærte jeg rigtig, rigtig meget af. Også igen det der med at være rolig og tage sig god tid – vente på at eleverne får tid til at tænke sig om, sådan at de får mulighed for at svare, sådan at man ikke bare tager den første og den bedste, der rækker hånden op.

Og Clara:

I: Var det især planlægningsfasen, du synes, du lærte noget ved?

Clara: Nej, altså. Da jeg så først var ude og undervise – men det var jo så fordi, at det var den allerførste gang, at jeg nogensinde underviste. Så det var helt klart der.

I: Det var i lesson study?

Clara: Ja, det var i lesson study. Så der var det jo supergrænseoverskridende, og jeg var ikke helt tilfreds med det i starten, fordi at i praktikken måtte vi jo slet ikke undervise i starten, så vi synes jo, at det var sådan lidt mærkeligt, at nu skal vi ud og undervise en enkelt lektion, og den skal være en perfekt superlektion – og jeg har aldrig undervist før. Så det var helt vildt grænseoverskridende, men jeg lærte så meget af det.

De studerende siger samstemmende, at de lærer rigtig meget ved gennemførelsen af lektionen. Da flere af dem som det første nævner, at det ved den lejlighed var første gang, de underviste 'rigtigt', er det dog umiddelbart lidt svært at konkludere på, hvor vidt det var lektionsstudieformatet eller 'blot' det, at det var første gang, der gjorde, at de fandt gennemførelsen af lektionen så lærerig. Når de studerende videre blev bedt om at sammenligne gennemførelsen af lektionen med praktikken, var det imidlertid bemærkelsesværdigt, at de oplevede en meget stor forskel på de to forskellige typer praksis. For eksempel siger Anne:

Anne: Ja. Jamen det har jo egentlig været ret tydeligt, at i de her lesson study har vi lige som villet prøve noget af. Vi har haft en eller anden ting, vi ville prøve af i praksis, hvor at i praktikken har vi måske mere været styret af vores praktiklærer og den måde, det plejer at foregå på. Da vi lavede lesson study første gang, kendte vi ikke klassen ret godt, og vi vidste ikke helt, hvad de brugte af materialer og sådan noget, så der lavede vi bare selv nogen, og kom så med det. Og vi havde egentlig også en hensigt om at lave noget anderledes end det, de var vant til.

Og Søren:

I: Hvordan opfatter du det, du lærer i lesson study-forløbene i forhold til praktikken?

Søren: I forhold til praktikken så er der ingen tvivl om, at vi snakkede meget mere teori, når vi planlægger, contra det vi gør, når vi sidder i praktikgrupper på praktikskolerne og sidder og får stillet den her opgave – selvfølgelig også på grund af tiden. Praktikplanlægningen er bare mere presset end selve lesson study'en er. Selvfølgelig bruger vi tidsmæssigt mere, men det er

også meget mere perioden, det strækker sig over, lesson study. Der har vi tid til at gå og tænke over det, og det er ikke sikkert, at det er lige når vi mødes, men det kan godt være, at der kommer nogen en dag og siger: Prøv at hør, jeg har tænkt over det her i forhold til det og det og det. Det har du ikke, når vi sidder koncentrerede fra fredag, og så havde vi den første time tirsdag, og så havde vi timer onsdag og torsdag. Så når du ikke at have et kæmperum, hvor du kan stå og tænke over noget. Og så er man bare meget fokuseret på at – okay inden mandag så skal vi gerne have timen til tirsdag klar, og når den så er klar, så skal vi – mandag der skal vi både afvikle den, men vi skal også have lavet den onsdag – eller de to der er onsdag og så lavet de sidste tre torsdag. Så det bliver meget mere sammenpresset.

Og Mille:

I: Den læring du så kan uddrage af det – som lærer – er det forskelligt, det du kan lære af lesson study i forhold til det, du kan lære af praktikken?

Mille: Jeg synes, det jeg lærer af praktikken er meget, hvordan foregår en dagligdag i skolen, og det jeg lærer af lesson study er mere – hvad sker der, når jeg gør sådan, og hvad sker der, når jeg gør sådan i stedet for. Altså at lesson study går mere ind og giver mig et billede af, hvordan er jeg som lærer, og den anden giver mig mere et billede af, hvad er det skolen giver – altså praktikken.

Og Andreas:

I: Hvad tænker du om den viden, du kan få ved at arbejde med lesson study i forhold til den viden, du kan opnå ved almindelig praktik? Hvordan er de to former i forhold til hinanden?

Andreas: Ved at arbejde med almindelig praktik kan jeg få en ide om, hvordan det er at være ganske almindelig dagligdags lærer. Hvor god man skal være til at jonglere i situationen og kunne meget på forhånd. Hvorimod man i lesson study træner den gode forklaring – træner at ha' dem på hånden – træner – simpelthen højner sit niveau til at forklare på en bedre måde, og lidt hjælper sig selv med hvis man nu – jeg tænker det lidt sådan, hvis man nu i starten – inden et skoleår – planlægger et langt forløb – eller en masse forløb for den sags skyld. Hvad for nogle ting skal jeg så have i højsædet – hvad er vigtigt at fokus på bliver forklaret på en god måde. Så man har et godt overblik over, hvad det er, man skal, så man ikke bare står og hu – hej.

De studerende skelner altså skarpt imellem den læring, de kan opnå gennem praktikken og lektionsstudierne. Praktikken handler om det at være ”ganske almindelig dagligdags lærer” (Andreas), ”hvordan foregår en dagligdag” (Mille) eller ”den måde, det plejer at foregå” (Anne) – der er udelukkende fokus på UV. Når de studerende taler om praktikken, er det her, man kan lære ’håndværket’, hvordan ’man gør’ ude i skolen – alle de ting, som lærere ved om at gennemføre undervisning, herunder hvordan man ’overlever’ i en ofte stresset hverdag, hvor man som lærer hele tiden er underlagt ’handletvang’ – der er undervisning, der skal forberedes og gennemføres i morgen. Lektionsstudier er derimod muligheden for at ”prøve noget af” (Anne), ”snakkede mere teori” (Søren) eller ”hvad sker der, når jeg gør sådan, og hvad sker der, når jeg gør sådan i stedet for” (Mille) – altså at eksperimentere med undervisningen, prøve teori af i virkeligheden, reflektere over mål, metode etc. – at udvikle

undervisning. Det er den meget længere tid til planlægning, som umiddelbart udgør den mest markante forskel ved lektionsstudierne, men herudover nævner flere af de studerende også det at være mange i gruppen, som sammen skal blive enige om planlægningen af lektionen samt en meget vigtig pointe ved lektionsstudieformatet (se afsnit 4.1.4): Lektionen planlægges i fællesskab og er derfor et fælles ansvar – når man observerer og evaluerer, er det derfor lektionen, der diskuteres, og ikke den underviser, som har gennemført lektionen. For eksempel siger Anne:

I: Hvad med det med selv at gennemføre timen, var det anderledes end at gennemføre andre timer – altså hvis du har gennemført undervisning i din praktik – var det så anderledes at gennemføre en lektionsstudie-time?

Anne: Ja, det synes jeg, det var. Altså dels er der jo forskel, om der er seks mennesker, der sidder og kigger på en, eller der er to. Det betyder jo noget. Men også fordi at man netop har brugt så lang tid på det her, og man har virkelig arbejdet for, at det skal bare blive en rigtig god time, så er der et større pres, synes jeg. Ikke fra de andre, men måske mere fra en selv. Så vil man rigtig gerne lykkes med den her time, og det skal gå godt, selv om man selvfølgelig tænker på, at det her er jo netop et fælles ansvar – det er meget sådan karakteristisk for lesson study, også når man evaluerer. Det er ikke mig, der bliver evalueret, det er timen, og de andre føler sig egentlig også ansvarlige for det, vi har lavet.

Som det fremgår, udtrykker de studerende alle en meget positiv holdning til lektionsstudieforløbet og vurderer det som yderst lærerigt og anvendeligt i forhold til deres fremtidige lærerjob. Det betyder imidlertid ikke, at de finder lektionsstudierne bedre eller mere relevante end praktikken. De giver tværtimod udtryk for, at det er to forskellige ting, man kan lære ved de to typer af praksis, og de mener, at begge dele er vigtige elementer i forhold til deres kommende lærerhverv. For eksempel siger Søren:

I: Betyder det, at du synes, at lesson study er bedre end praktikken eller omvendt?

Søren: Nej, absolut ikke. Hverken enten eller. Jeg synes, begge oplevelser er gode, men jeg synes netop også for at give et mere realistisk billede, at praktikken har sin styrke. Det er det der med, at den viser, hvad det er, og så skal du ikke forvente, at du har otte timer til at forberede dig næste gang. Omvendt så har lesson study helt sikkert sine styrker i, at du får virkelig lov til at arbejde igennem med det, og du kommer ned i nogle lag i undervisningen, som du ikke vil gøre ellers. Også bare det at have prøvet at være dernede og grave i det allerede nu her på første år. Det synes jeg egentlig er meget tilfredsstillende. Fordi så kan man hurtigt lige reflektere til den, når man kommer ud. I hvert fald her anden gang, da vi skulle lave alle de her opgaver – jamen så kan vi hurtigere trække på noget viden om, hvad ved vi måske, hvordan de skal organiseres – hvad ved jeg.

Og Clara:

I: Hvis man sådan ser lesson study i forhold til praktik. Hvordan synes du relevansen af dem er i forhold til hinanden? Er det ene bedre end det andet eller mere relevant eller – hvad tænker du om det?

Clara: *Jeg ved ikke – jeg tror, de er lige relevante, men jeg er superglad for, at vi har haft lesson study. Fordi ellers så tror jeg ikke, at jeg havde lært lige så meget nu, som jeg har, undervisningsmæssigt.*

Det er karakteristisk, at de studerende ikke umiddelbart sidestiller praktikken og lektionsstudierne. De oplever, at den læring, de tilegner sig gennem lektionsstudierne, både hænger rigtig godt sammen med den teoretiske undervisning på læreruddannelsen og samtidig kan bruges i forhold til praktikken. For eksempel siger Anne:

I: *De ting, som du har lavet i lesson study – kunne du ligesom tage dem med videre til praktikken også – eller hvad?*

Anne: *Ja. Helt sikkert.*

Og Clara:

I: *Det, du lærer i lesson study, kan du bruge det i forhold til praktikken?*

Clara: *Ja, meget. Fordi der havde jeg jo fået en feedback, som jeg så kunne bruge, når jeg kom ind i praktikken. Altså, jeg var jo meget mere rolig, da vores anden praktik begyndte, end jeg ellers ville have været, hvis ikke der havde været lesson study. Og jeg tror også, vi har taget det med i planlægningen, fordi det er jo første gang, vi har planlagt en undervisning, det har været med lesson study. Så tror jeg også bare, at så var det helt naturligt, at man tager det med igen i næste. Vi filmede så ikke, men vi havde selvfølgelig stadig – hvor vi observerede hinanden og sådan noget.*

Og Søren:

I: *Så man kan sige, at faktisk nogle af de erfaringer, I har gjort jer – nu skal jeg lige høre, om jeg har forstået det rigtigt – erfaringer I har gjort jer fra lesson study – dem kan I faktisk bruge i praktikken eller hvad – var det det, du sagde?*

Søren: *Ja, det synes jeg. Altså det der med at oparbejde nogle rutiner inden for et vist punkt – blandt andet det der med at tage højde for forskellige ting. Det kommer lidt mere naturligt, at få taget højde for.*

De studerende oplever altså, at lektionsstudierne hænger rigtig godt sammen med både den teoretiske undervisning og praktikken. Der er således mulighed for, at lektionsstudier kan blive en slags bindeled mellem teori og praksis. Søren placerede faktisk lektionsstudier midt mellem den teoretiske undervisning og praktikken på en imaginær skala:

Søren: *Alligevel ligger den stadig mellem – den gråzone kan man sige – skole eller seminarier (markerer til venstre) og så praktikken (markerer til højre). Der synes jeg, lesson study den ligger et eller andet sted herude (markerer mellem de to første markeringer).*

I: *Så hvis jeg prøver at lægge lesson study over til praktikken, så er du faktisk ikke enig – du sætter den faktisk ind midt imellem?*

Søren: *Det vil jeg mene...*

I: *Det er fint.*

Søren: *Altså det – jeg synes ikke, det er praktik, fordi det er noget andet. Der er andre faktorer, der spiller ind.*

I: *Ja. Så det er egentlig mere en kombination af de to?*

Søren: *Ja. Jamen det er lidt at sidde og arbejde med praktikken oppe i trygge rammer oppe på seminariet – sådan vil jeg sige det. Det er derfor, jeg mener, at det lander et eller andet sted imellem der, for du sidder ikke derude, og der er kun en time du sidder – det er altså ikke 4-5-6 timer, som vi havde.*

De studerende oplever således lektionsstudierne som en mulighed for at udvikle undervisningen og praktikken som en indføring i den 'almindelige lærergerning'. Alligevel er det karakteristisk, at de studerende på samme måde som når de taler om praktikken (se afsnit 5.6.1), i forhold til undervisnings-lærings-situationen er langt mere optagede af undervisningen end elevernes læring. I modsætning til praktikken er der dog i denne sammenhæng enkelte ytringer, som skifter perspektiv og handler om LV. For eksempel siger Clara i citatet ovenfor: "hvordan skal vi få dem til at lære det?" og Andreas: "man skal give dem noget tid at ræsonnere, fordi så kommer de rent faktisk frem til noget" (...) "bare prøve sidde og lade dem rode med det".

6.4 Det er svært for de studerende at sætte ord på, hvad de lærer ved at observere lektionerne og efterbehandlingsmøderne i lesson study – men de finder dem lærerige.

Når man spørger de studerende om deres udbytte ved at observere lektionerne i deres lektionsstudier, har de generelt svært ved at sætte ord på, hvad de har lært. De lægger dog vægt på, at man som observatør ser mange ting, som underviseren ikke ser. De er blevet opmærksomme på, at det at have udenforstående til at observere undervisningen kan åbne underviserens øjne for, at han/hun ikke ser/oplever alt, hvad der sker i klassen, og at det derfor kan være et værdifuldt redskab til udvikling af undervisning. For eksempel siger Andreas:

I: *Hvad med for eksempel når du skulle observere. Kunne du lære noget, der var vigtigt, der?*

Andreas: *Ja. Altså der kunne jeg jo se på undervisningen og se om den forløb, som den skulle. Der kiggede man så på, hvordan reagerede de så, og man så nogle sjove ting. Der var nogen, der ikke helt havde forstået os, som man på ingen måde havde set som lærer, for eksempel hvor vi skulle i gang med Excel – regne i Excel. Hvor de så sad og tastede det ind på lommeregner, og så tastede det ind i Excel. Så har man jo slet ikke forstået, hvad det er, programmet kan (griner).*

I: *Nej. Så der ser man nogle andre ting, end læreren ser?*

Andreas: *Ja. Du ser, hvad der fungerer, og hvad der ikke fungerer, hvorimod du som lærer har det mere overordnede billede af, er det her – er det en succes, eller er der uro eller..*

Og Clara:

I: *I nogle andre situationer var du så den, der observerede. Kunne man lære noget af det?*

Clara: *Ja, altså ikke lige så meget som ved at undervise, synes jeg ikke. Fordi at – det var så timen lige bagefter inde i den gode klasse, hvor der var helt ro på. Det var meget sådan noget gruppearbejde, hvor jeg så sad og observerede på, hvad min klassekammerat lavede som underviser. Og det fik jeg ikke særlig meget ud af, fordi han kom ikke rigtig ud i nogen ydersituationer. Og jeg tror, at det er der, jeg lærer mest, det er ved ydersituationer. Altså han var meget heldigere og havde en meget rolig klasse, og alt gik, som det skulle. Så han tullede egentlig bare sådan rundt og lige sådan hurtigt var henne og sige: Hvad så her? og sådan noget. Så lige der fik jeg ikke voldsomt meget ud af det, men der var det nok også mere i fasen bagefter, hvor man skal sidde og fortælle ham, hvad man har oplevet, at man får noget ud af det.*

Og Anne:

I: *Hvad med det med at observere? Var det nemt at få noget læring ud af det at skulle observere på den måde, man gør i lesson study?*

Anne: *Ja, altså der er det jo sådan meget specifikt, altså for eksempel at man holder sit fokus på læreren, og hvordan svarer læreren på elevernes spørgsmål. Så man får en mere – hvad skal man sige – en bred eller grundigere observation, fordi man netop er flere, og man kan kigge på forskellige ting, og det er struktureret. I stedet for at der bare lige sidder fire og lige kigger på det, der lige falder en ind.*

På spørgsmålet om, hvad de lærte, svarer de studerende, hvad de observerede, for eksempel at Excel blev brugt uhensigtsmæssigt eller at de observerede læreren. Ingen af dem siger noget om, hvad de har lært ved at observere, for eksempel om at arbejde ud fra de matematiske kompetencer i folkeskolen, som var fokuspunkt for deres lektionsstudier. Flere nævner, at de, når de har undervist i lektionsstudieforløbet, har haft meget udbytte af de tilbagemeldinger, som de har fået af observatørerne. Selv om flere af dem som tidligere nævnt pointerer, at lektionen er et fælles ansvar, og at det ikke er underviseren, der evalueres, er det alligevel den personlige feedback, flere nævner. For eksempel svarer Clara, da hun blev spurgt, om hun fik noget ud af efterbehandlingsmødet:

Clara: *Ja, nå mødet jo. Det synes jeg, fordi at jeg kan jo godt stå med en fornemmelse af, at det her, det er gået helt vildt godt, og klassen lærte det, den skulle. Det var så ikke den opfattelse, jeg stod med. Jeg stod med, at det var gået helt ad helvede til, og det var noget lort. Og så fik jeg feedback om, at det, jeg havde gjort, var faktisk rigtig godt, men vores niveau var for højt til den klasse. Fordi der var en god klasse, og så var der en dårlig klasse, og jeg skulle starte med at undervise i den dårlige klasse, som havde krudt i røven. Så der var rigtig mange ting, vi ikke nåede, og alt sådan noget, og der var rigtig meget uro. Jeg prøvede sådan at dæmpe dem ned og være sådan pædagogisk korrekt og sådan noget. Men jeg fik så at vide af praktiklæreren, at det var gået rigtig godt, og så specielt når man tænkte på, at det var min første time, så der fik jeg jo supermeget ud af det der, for ellers var jeg jo gået hjem med en følelse af, at jeg aldrig nogensinde skulle være lærer, og det gik helt ad helvede til – der var ikke nogen, der lærte noget, og jeg har ødelagt alle de børn for evigt (griner).*

I: *Hvad med dine medstuderendes kommentarer på det?*

Clara: *Dem fik jeg også meget ud af, fordi de har jo en anden vinkel, end læreren havde, så de lagde mærke til nogle andre ting – sådan noget med, om jeg måske mere fokuserede til højre for mig, med de elever, der rakte hånden op der, end jeg gjorde til venstre. Det var jo ikke noget, man selv tænker over.*

Clara har tydeligt fokus på, hvordan hun selv har klaret opgaven som underviser. Ud fra hendes udtalelse ser det også ud til, at det er det, observatørerne har fokuseret på og altså ikke lektionen, som det egentlig er meningen i lektionsstudier. Der kan naturligvis være flere grunde til denne misforståelse. Måske refererer Clara kun til en kort, afgrænset del af evalueringsmødet, som måske har været det mest væsentlige for hende, eller måske har det meget stærke fokus på at lykkes som underviser, som er omtalt i konklusionen om praktikken ovenfor, fået fokus til at skride fra det, der egentlig var meningen. I hvert tilfælde er der udtalelser fra andre studerende, som tyder på, at de i højere grad har kunnet holde fokus på det oprindeligt tiltænkte. For eksempel Andreas:

I: *Og så havde I sådan en eller anden form for evaluering bagefter. Var det også noget, du kunne lære noget af, eller hvad tænkte du om det? Der er sådan et evalueringsmøde lige efter, er det ikke rigtigt?*

Andreas: *Jamen det synes jeg helt sikkert. Det synes jeg faktisk, for der snakkede vi nemlig om det med læreren, og så forbedrede vi timen – den skulle vi så ind og udføre en halv time efter. Hvor vi faktisk – altså vi kørte jo efter samme model, men vi overlod det mere til eleverne selv, og det var faktisk en stor succes.*

I: *Ja. Var det så lærerigt?*

Andreas: *Ja. Det var konklusionen, at de kan godt mere, end man lige forventer. Men det handler selvfølgelig også om lige at kende sin klasse.*

Andreas er altså nået til den erkendelse, at man ved at ændre nogle mindre parametre, kan forbedre en lektion væsentligt. Han kommer dog ikke nærmere ind på det konkrete om kompetencerne, men det lidt mere overordnede ”*de kan godt mere end man lige forventer*”, da de ”*overlod det mere til eleverne selv*”. Andreas giver godt nok udtryk for, at denne justering er kommet, efter at de ”*snakkede (vi nemlig) om det med læreren*”, hvilket kan tyde på, at det i højere grad er praktklærerens erfaring end konkrete observationer, der er baggrund for justeringen.

De studerende er meget bevidste om, at det er lektionen og ikke underviseren, der evalueres og udvikles i lektionsstudieformatet. Alligevel har flere svært ved at abstrahere fra deres egen ageren som lærer, når de omtaler gennemførelsen af lektionen. Set i sammenhæng med de studerendes naturlige usikkerhed på deres egen fremtoning i undervisningssituationen, som alle i større eller mindre grad giver udtryk for i ovenstående citater, har lektionsstudieformatet et stort potentiale, også i starten af læreruddannelsen, specielt hvis det kan lykkes at flytte det store fokus fra den enkelte studerendes ageren som underviser til undersøgelse og afprøvning af det didaktiske design af lektionen.

5.7 ATD-modellens forklaringskraft

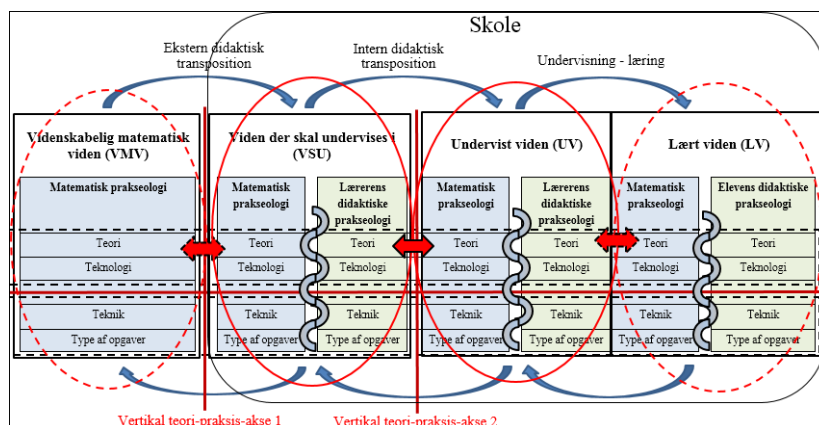
Gennem analysen er ATD-modellen blevet brugt til at illustrere væsentlige pointer. Specielt har modellen vist sig at være dækkende for de teori-praksis-relationer, som kommer frem i studiet. Der har ikke på noget tidspunkt været eksempler på væsentlig matematiklærerfaglighed, som ikke kunne illustreres i modellen. Modellen har samtidig medvirket til at sætte fokus på forskellige teori-praksis-relationer ud over den mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praktikken (vertikal teori-praksis-akse 2), som ofte er beskrevet i litteraturen (se afsnit 2.4). Alle elementer i modellen er blevet behandlet i analysen. Der er dog kun meget få eksempler på, at ekstern didaktisk transposition og pilene mod venstre i bunden af modellen er blevet berørt. Det skyldes imidlertid ikke, at de er mindre vigtige for matematiklærerfagligheden. Ekstern didaktisk transposition udføres af personer uden for skolen, men det er alligevel en væsentlig del af matematiklærerfagligheden at kunne analysere og forholde sig kritisk til denne. Pilene mod venstre er ofte svære at 'aktivere' i læreruddannelsen, specielt fordi de erfaringer de studerende tager med tilbage fra praktikken er så forskelligartede med hensyn til matematisk indhold og klassetrin, at det er svært at lave en fælles undervisning om dette. Til gengæld tyder undersøgelsen på, at lektionsstudier vil muliggøre et udvidet fokus på disse elementer.

Modellen har vist sig specielt stærk i forhold til at fokusere på sammenhænge mellem de forskellige 'typer' af viden, både når den er til stede og når den er fraværende. Et eksempel på manglende sammenhæng er den meget ensidige fokusering på lærerens didaktiske praksisologi i forbindelse med praktikken og praktikvejledningen (konklusion 1.2 og 1.3). Det er en væsentlig problemstilling, også selv om de studerende ikke umiddelbart oplever det som et problem. Milles eksempel, hvor praktiklæreren vejleder inden gennemførelsen af undervisningen, viser et potentiale for at inddrage andre elementer i modellen, hvorved de studerende får mulighed for at opleve sammenhænge – i nogle tilfælde også på tværs af en teori-praksis-akse. Potentialet i denne lille ændring illustreres fint i modellen. Og Milles meget positive bedømmelse understreger kvaliteten i at skabe sammenhænge mellem flere elementer i modellen – helst på tværs af en teori-praksis-akse. Et andet eksempel er de studerendes oplevelse af sammenhæng mellem den VMV, de beskæftiger sig med i matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, og UV (konklusion 1.1). Eksemplet viser, at det er helt afgørende, at de studerende erkender det eksemplariske, så de netop oplever sammenhængen med UV. Et sidste eksempel er den fagdidaktiske teori (konklusion 2.2), hvor analysen giver et helt entydigt billede af, at inddragelse af praksis er helt afgørende for de studerendes udbytte.

5.8 Opsamling

Konklusionerne i afsnit 5.6 giver et meget entydigt, positivt billede af de studerendes oplevelse af deltagelsen i lektionsstudierne. Specielt de positive tilkendegivelser omkring oplevelsen af sammenhæng mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praksis i skolen angiver et stort potentiale.

Den samlede analyse viser, at de studerende tilsyneladende prioriterer de to midterste søjler (VSU og UV) frem for de to yderste søjler (VMV og LV). Selv i det tilfælde, hvor matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen umiddelbart har fokus på VMV (konklusion 1.1), vælger de studerende i langt højere grad at fokusere på sammenhængen til UV. I forhold til praktikken er der meget få udtalelser, hvor de studerende omtaler elevernes læring (LV). De er i stedet fokuserede på UV og specielt lærerens didaktiske prakseologi. I disse tilfælde angiver modellen problemstillinger, som kan anvendes til fremtidige design af læringsmiljøer for studerende med henblik på i højere grad at inddrage VMV og LV samt sammenhængen mellem disse og de øvrige elementer i modellen.



Figur 5.14. De studerende fokuserer i langt overvejende grad på de to midterste søjler i modellen frem for de to yderste.

Konklusionerne i den ovenstående analyse peger på en række problemstillinger i forbindelse med matematiklæreruddannelsen og på nogle potentialer i forhold til at benytte lektionsstudier som en integreret del. Ud fra disse problemstillinger og potentialer er formålet for det næste studie af brugen af lektionsstudier i læreruddannelsen formuleret. Denne undersøgelse behandles i det næste afsnit.

6. Andet studie: Lektionsstudier med lærere og lærerstuderende

I dette afsnit præsenteres det projekt, som ligger til grund for det andet studie. I projektet gennemførte et hold studerende lektionsstudier i samarbejde med lærere. Projektet er et konkret eksempel på, hvordan lektionsstudier med en meget lille merudgift kan implementeres i en dansk læreruddannelseskontekst. Dermed kan det danne baggrund for den efterfølgende analyse af, hvordan lektionsstudier kan bidrage til at udvikle de studerendes matematiklærerfaglighed. I afsnittet beskrives praktiske forhold og baggrunden for projektet, og de grundlæggende beslutninger om projektets formål og indhold begrundes.

På baggrund af resultaterne af analysen af det første studie gennemførtes i efteråret 2013 et lektionsstudieforløb med deltagelse af det samme hold lærerstuderende, men denne gang i samarbejde med 20 lærere fra fem folkeskoler i Aarhus Kommune. Ud over at de studerende nu skulle arbejde sammen med lærere om lektionsstudierne, adskiller dette forløb sig ved, at den overordnede fagdidaktiske problemstilling er undervisning i et specifikt matematikfagligt emne, trigonometri. Det nye studie skulle bygge videre på de studerendes positive erfaringer med lektionsstudier (konklusion 6.1-6.4) og samtidig sætte yderligere fokus på specielt to centrale resultater fra det første studie. For det første er de studerende i praktikken meget fokuserede på at lære at gennemføre en matematikundervisning, som lever op til elevernes, lærernes og ikke mindst deres egen forståelse af, hvad matematikundervisning er. De giver derimod ikke udtryk for, at de er optagede af elevernes konkrete læring i praktikken, hvad eleverne skal lære, eller hvordan de kan anvende den fagdidaktiske teori, de har beskæftiget sig med i den teoretiske del af deres studie (konklusion 1.2). For det andet gav de studerende udtryk for, at dialogen mellem praktiklæreren og den studerende ofte behandler meget personlige egenskaber ved den enkelte studerendes lærerpersonlighed (konklusion 1.3). Det kan yderligere forstærke fokus på den enkelte studerendes evne til at gennemføre en undervisningsform, som lever op til normen, og dermed medføre en risiko for videreførelse af en traditionel undervisningsform. For at ændre på dialogen mellem studerende og lærere tilstræbte vi, at der i videst muligt omfang skulle skabes forudsætninger for, at de kunne indgå i et ligeværdigt samarbejde. Samtidig ændrede vi på 'omstændighederne' omkring mødet mellem lærere og studerende. Vi besluttede, at der skulle være mindst to lærere i hver gruppe, således at deltagerne kunne distancere sig fra erfaringerne fra vejledningssamtalerne i praktikken.

6.1 Baggrund for projektet

I foråret 2013 indgik Aarhus Kommune, Børn og Unge (ved Jørgen Korsgaard) og Læreruddannelsen i Aarhus (ved Arne Mogensen og Kaj Østergaard) en aftale om at gennemføre et udviklingsprojekt med det formål at afprøve og udvikle lektionsstudieformatet

i et samarbejde mellem matematiklærerstudierende og matematiklærere (se bilag 1). Fem skoler, med lærere som på forhånd havde tilkendegivet interesse i at deltage i projektet, blev udvalgt til at deltage, og der blev etableret otte grupper, som hver bestod af 2-4 studerende og to lærere fra samme skole (i et enkelt tilfælde tre lærere). Aarhus Kommune bevilgede de 17 lærere hver ti arbejdstimer, som skulle anvendes på følgende måde:

Fælles seminar inklusiv to timer til begyndende forberedelse af lektionen.	4 timer
Forberedelse af lektionen.	2 timer
Første gennemførelse af lektionen. En af de lærerstudierende underviser, mens resten observerer.	1 time
Efterbehandling af lektionen med fælles refleksion og revidering af lektionen.	1 time
Gentagelse af lektionen i en parallelklasse eller i en klasse på klassetrinnet over eller under.	1 time
Evaluerings af anden gennemførelse, lektionen og forløbet.	1 time

6.2 Formål

Formålet for projektet *Lektionsstudier med lærere og lærerstudierende* er:

- At udvikle og støtte den kollegiale samtale mellem lærere med praksiserfaring og lærerstudierende med teoretisk viden om lesson study for en styrket faglighed (med faglige pointer) i skolens matematikundervisning.
- At opnå erfaringer med en metode til kollegial faglig sparring i forbindelse med konkret matematikundervisning.
- At opnå erfaringer med, hvordan lesson study kan hjælpe med at implementere nye metoder og faglige emner.
- At identificere, hvilke (gerne nye) tilgange til undervisning, de involverede lærere og lærerstudierende selv ønsker at afprøve.
- At undersøge, hvordan man kan inddrage eleverne aktivt og fremme deres læring gennem lesson study.

6.3 Empiri og analyse

Projektdeltagerne blev inddelt i otte grupper, som hver gennemførte et lektionsstudieforløb med to gennemførelser af studielektionen. Den samlede empiri fra forløbet består af følgende elementer fra hver af de otte grupper:

- Videoptagelser af de to gennemførelser af studielektionen.
- Lektionsplanen.
- Lydoptagelser af to interviews med henholdsvis en lærer og en lærerstuderende.
- En artikel, som de studerende skrev på baggrund af projektet.

Analysen af empirien er delt i to dele. I afsnit 7 analyseres de otte lektionsstudier med udgangspunkt i lektionsplanerne og videoptagelserne af de to gennemførelser af lektionen. I dette afsnit er der specielt fokus på, hvad der egentlig skete i lektionerne. Enkelte mindre udsnit fra de andre dele af empirien bliver inddraget, hvor det er hensigtsmæssigt for at underbygge konklusionerne. I afsnit 8 er fokus på deltagerenes oplevelse af deres egen tilegnelse af matematiklærerfaglighed gennem deltagelse i lektionsstudiet samt deres vurdering af lektionsstudieformatets potentiale. I denne del tages der udgangspunkt i interviewundersøgelserne og de studerendes artikler, og igen inddrages mindre dele af den øvrige empiri, hvor det er hensigtsmæssigt.

6.4 Gennemførelsen af projektet

Projektet blev gennemført i september og oktober 2013. Det indledtes med et opstartsseminar på fire timer (se bilag 2), hvor vi (de to undervisere fra læreruddannelsen) holdt oplæg om henholdsvis lektionsstudier generelt og den konkrete udmøntning af formatet i dette projekt. Herefter var der afsat to timer til, at deltagerne kunne begynde forberedelsen af lektionen.

Lektionsstudieforløbet bestod af de samme syv faser som det første studie (se afsnit 4.2). Vi (de to undervisere på læreruddannelsen) valgte at definere den overordnede fagdidaktiske problemstilling for lektionsstudiet uden at inddrage deltagerne. Det gjorde vi for det første for i videst mulig omfang at skabe mulighed for, at de studerende ville opleve sammenhæng mellem undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen og praksis på skolen. For det andet vurderede vi, at det ville være vanskeligt og tidskrævende at opnå enighed i en så stor gruppe af lærerstuderende og lærere fra forskellige skoler. Hvis hver gruppe fik mulighed for hver for sig at definere deres egen problemstilling, ville det samtidig være vanskeligt at skabe sammenhæng med undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen. At deltagerne ikke er med til at formulere den overordnede didaktiske problemstilling medfører imidlertid, at der er en risiko for, at de ikke finder problemstillingen relevant eller væsentlig. Vi forsøgte at imødegå denne risiko ved at vælge to problemstillinger, som er yderst relevante i forhold til FM, og som vi havde erfaret, at både lærerstuderende og lærere oplevede som udfordrende, nemlig trigonometri og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer. Lektionsstudieformatet lægger op til, at man vælger et emne, som deltagerne oplever som udfordrende og vanskeligt, og hvor der er behov for udvikling (se afsnit 4.2.1). Trigonometri blev efter ti års fravær igen en del af det obligatoriske stof med FM 2009. Bogsystemerne til skolens matematikundervisning behandlede derfor ikke emnet, og lærere og lærerstuderende havde ingen eller kun meget lidt erfaring med undervisning i det. Samtidig blev de emner, som danner baggrund for trigonometri, endnu vigtigere. I FM nævnes specifikt målestokstegning, lighedannethed og kongruens (Undervisningsministeriet 2009, s. 27). Specielt begrebet lighedannethed er en helt central forudsætning for at kunne opnå en

indledende forståelse af trigonometri, herunder konkrete anvendelsesmuligheder. Valget af trigonometri gav desuden mulighed for at afprøve lektionsstudier med et matematikfagligt fokuspunkt som supplement til det fagdidaktiske fokuspunkt omkring kompetencebegrebet i det første studie.

Det andet fokuspunkt, undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer, er valgt, fordi der er en centralt formuleret fordring om at arbejde på denne måde, udtrykt igennem FM 2009, hvor en simpel søgning på 'undersøg' giver ikke mindre end 206 forekomster – specielt nævnes begrebet helt eksplicit i trinmålet om trigonometri. Undersøgende matematikundervisning er en dansk oversættelse af en international strømning gennem det sidste årti, *Inquiry Based Education* (IBE), som bygger på erfaringspædagogikken, specielt Deweys teori om erkendelsesformer, viden og handling, som ofte udtrykkes populært i slagordet *learning by doing* (Blomhøj, 2013).

For at styrke sammenhængen mellem den teoretiske undervisning og skolens praksis arbejdede de lærerstuderende sideløbende med lektionsstudieforløbet med trigonometri⁴⁸ og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer i matematikundervisningen på læreruddannelsen. I forhold til trigonometri anvendtes grundbogen *Omega* (Schou, Skott, Jess & Hansen, 2008) og i forhold til undersøgende arbejdsformer blandt andet Blomhøj (2013). Desuden alle relevante dele af Fælles Mål, herunder undervisningsforløbet *Afstande der ikke kan måles* (Undervisningsministeriet, 2009, s. 80-89) i undervisningsvejledningen. Herudover fik de studerende undervejs i forløbet lejlighed til at bearbejde og diskutere udvalgte problemstillinger fra deres lektion i matematikundervisningen på læreruddannelsen. Ud over at de studerende havde både erfaringer og viden om lektionsstudieformatet, var de således rigtig godt forberedte, både i forhold til det faglige indhold, relevante arbejdsformer og FM's beskrivelse af arbejdet med trigonometri. De studerende havde derfor gode forudsætninger for at indgå i et ligeværdigt samarbejde med de erfarne lærere.

Som afslutning på forløbet skrev hver gruppe af studerende en artikel, som blev publiceret i Danmarks Matematiklærerforenings blad, *Matematik*. Det var intentionen, at de deltagende lærere skulle indgå som konsulenter eller medskribenter på disse artikler, hvilket også skete, dog i varierende omfang afhængigt af det konkrete samarbejde i grupperne. Desuden præsenterede hver gruppe af studerende efterfølgende deres forløb for resten af holdet på læreruddannelsen ud fra følgende oplæg:

⁴⁸ Trigonometri nævnes eksplicit som et emne, der skal arbejdes med i studieordningen for matematik - aldersspecialiseringen mod mellem- og afsluttende trin i læreruddannelsen.

I skal præsentere jeres netop gennemførte lesson study torsdag d. 31/10 kl. 13.30-16.05. Hver gruppe har 15-20 minutter til præsentation inklusiv et 5-minutters videoklip fra lektionen.

I præsentationen skal I komme ind på følgende punkter:

- Hvad var den faglige pointe? Kort og præcist formuleret.
- Hvad gjorde I for at få eleverne til at arbejde undersøgende og eksperimenterende?
- Hvad havde I forventet, der ville komme til at ske i lektionen (i forhold til eleverne)?
- Hvad skete der? Forventet – overraskende? Forklaring?
- Hvad er hovedkonklusionen af lektionsstudiet – hvad har I lært, som I kan bruge videre i lærerjobbet/lærerstudiet?

Igennem hele planlægningen og gennemførelsen af projektet var det en grundlæggende præmis, at forløbet efterfølgende skulle kunne gentages inden for læreruddannelsens sædvanlige økonomiske ramme, det vil sige uden at tilføje ekstra midler. Formålet var at undersøge muligheder og begrænsninger ved brug af lektionsstudier i læreruddannelsen inden for de nuværende rammer. Hvis lignende aktiviteter herefter skal gennemføres i læreruddannelsen, eventuelt som en obligatorisk del, skal der dog enten tilføjes disse ekstra ti arbejdstimer per deltagende lærer fra skolerne eller fra andre områder i uddannelsen. Det kan eventuelt være nødvendigt at justere på antallet af deltagende lærere og/eller den tid, de skal deltage. Skal de ekstra midler findes i skolevæsenet eller på skolerne, er det specielt afgørende, at også lærernes udbytte optimeres. Det blev derfor tilstræbt i projektet. Målet var således ikke kun, at de lærerstuderende skulle tilegne sig relevant matematiklærerfaglighed, men også, at lærerne skulle. At Aarhus Kommune valgte at bevilge penge til projektet, indikerer, at man så et potentiale for dette i lektionsstudieformatet – et potentiale, som efterfølgende kan belyses blandt andet med denne undersøgelse. Mange af forløbets elementer kan imidlertid gennemføres uden brug af ekstra ressourcer udefra – i så fald vil lærernes deltagelse eventuelt skulle reduceres og hentes for eksempel fra de midler, der er afsat til vejledning i forbindelse med praktikken. En reduktion i lærernes tidsforbrug vil naturligvis betyde en risiko for at reducere de deltagende læreres udbytte, lige som potentialet for de studerendes udbytte vil ændre sig.

Som tidligere nævnt har der tidligere været udført forsøg med lektionsstudier i Danmark. Dette projekt adskiller sig fra de hidtidigt gennemførte⁴⁹ lektionsstudieprojekter, som er gennemført i forbindelse med læreruddannelse i Danmark på følgende to afgørende punkter:

1. Lektionsstudierne er ikke tilknyttet praktikken. I stedet er de gennemført i tæt tilknytning til den teoretiske undervisning.
2. Lektionsstudierne er gennemført i et samarbejde mellem lærere og studerende.

Med hensyn til punkt to har jeg heller ikke ved litteratursøgning kunnet finde lignende eksempler i internationale publikationer⁵⁰.

6.5 Trigonometri i skolen

Valget af undervisning i trigonometri som overordnet problemstilling var – som forventet – en udfordring for deltagerne. For det første var det en faglig udfordring. Lærerne gav udtryk for, at det var meget længe siden, de havde beskæftiget sig med emnet på seminarier eller i gymnasiet, og at de ikke havde undervist i det tidligere. For det andet var det en udfordring i forhold til VSU, idet de sædvanlige lærebøger som før omtalt ikke indeholdt noget om emnet, og det således kun var de meget overordnede formuleringer i FM at gå ud fra. I FM er der kun et enkelt trinmål for 9. klasse, der direkte omhandler trigonometri:

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til, i arbejdet med geometri, at arbejde undersøgende med enkel trigonometri i forbindelse med retvinklede trekanter og beregne sider og vinkler. (Undervisningsministeriet, 2009, s. 9).

Læreren skal altså foretage den interne didaktiske transposition, så eleverne kan opnå målet at kunne ”arbejde undersøgende med enkel trigonometri i forbindelse med retvinklede trekanter og beregne sider og vinkler”. Denne meget kortfattede formulering stiller store krav til, at læreren kan overskue de faglige valg, der er foretaget ved den eksterne didaktiske transposition. Den faglige sammenhæng uddybes dog lidt i læseplanen, hvor der står:

Arbejdet med målestoksforhold, lighedannethed og kongruens danner baggrund for trigonometrien, der bygger på elevernes undersøgelser af sammenhængen mellem vinkler og sidelængder i retvinklede trekanter. (Undervisningsministeriet, 2009, s. 27).

Det kræver en stor faglig indsigt af læreren at kunne ’omsætte’ den faglige sammenhæng mellem målestoksforhold, lighedannethed, kongruens og trigonometri til mål, indhold og arbejdsformer i undervisningen – eller med andre ord at kunne foretage den interne didaktiske transposition. Andre faglige områder er beskrevet med lige så overordnet formulerede

⁴⁹ Her medtages kun de projekter, der omtales i publikationer.

⁵⁰ Bemærk, at det er vanskeligt at søge på denne type parametre ved litteratursøgning. Jeg har derfor gennemset et antal publikationer, hvor der benyttes lektionsstudier i læreruddannelse – uden at finde eksempler på samarbejde mellem lærere og studerende.

trinmål, men forskellen er for det første, at trigonometri opfattes som et svært fagligt emne, og for det andet, at matematiklærerne sædvanligvis støtter sig meget til lærebogssystemer, hvor trigonometri altså ikke bliver behandlet. At matematiklærere i meget høj grad læner sig op ad lærebogssystemer, er veldokumenteret igennem talrige undersøgelser, for eksempel i Danmarks evalueringsinstituts evaluering af lærernes brug af FM. Heraf fremgår det blandt andet at:

Resultatet er først og fremmest, at Fælles Mål ikke er i fokus i planlægningen og tilrettelæggelsen af undervisningen, og i nogle tilfælde, at lærebogssystemet erstatter lærernes overvejelser om, hvordan trinmålene operationaliseres i undervisningen. Bogsystemet har i undersøgelsen særligt betydning for matematiklærernes brug af Fælles Mål, da matematiklærerne både i den observerede undervisning og i interviewene gav indtryk af at følge lærebogsmaterialet tæt. (Danmarks Evalueringsinstitut, 2012, s. 42).

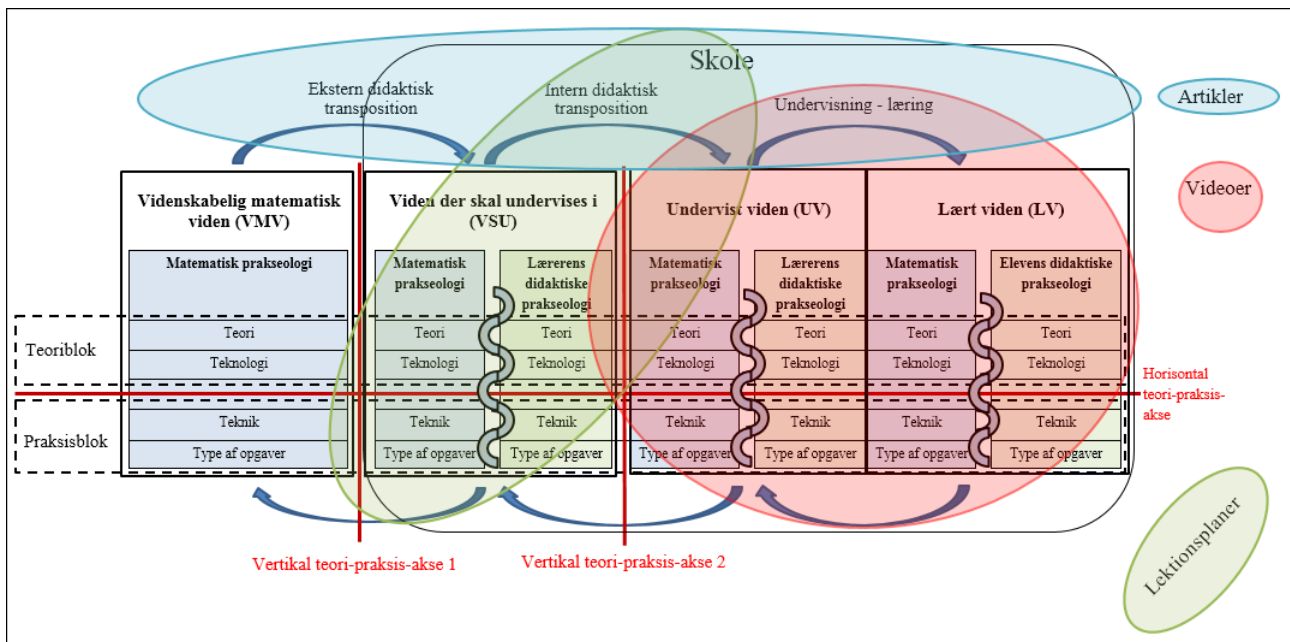
Den interne didaktiske transposition er således en skærpet udfordring i dette lektionsstudie. Læseplanen beskriver dog, ud over det ovenstående citat, hvordan man kan arbejde med stoffet ved "konkrete aktiviteter", "måle", "tegne", "knytte vinkler og sider", "it og lommeregner indgår" mm. (Undervisningsministeriet 2009, s. 27). I undervisningsvejledningen er der ydermere forslag til konkrete undervisningsaktiviteter. Denne hjælp er imidlertid væsentligt forskellig fra sædvanlige lærebøger i formen og stiller højere krav til lærere og lærerstuderende i forhold til at foretage den interne didaktiske transposition end sædvanlige lærebøger. Lærebøger er udarbejdet, så de umiddelbart kan 'omsættes' til konkret undervisning, om end en vis bearbejdning i forhold til den konkrete undervisningssituation oftest er hensigtsmæssig. Det skal nævnes, at der faktisk var udgivet mindre temahæfter om trigonometri til brug i skolens ældste klasser, og de lærerstuderende var blevet præsenteret for disse i undervisningen, men ingen valgte at bruge dem. Til gengæld valgte en enkelt gruppe (Skåde Skole 2) at bruge elementer fra et undervisningsforløb om højden på drager i forhold til snorlængde og vinkel, som er beskrevet på side 85-89 i undervisningsvejledningen i FM 2009 (Undervisningsministeriet, 2009).

7. Lærerfaglighed gennem lektionsstudier – de otte studiektioner

Det følgende afsnit er den første analyse af det andet studie. De otte studiektioner analyseres enkeltvis med udgangspunkt i lektionsplanerne og videooptagelser. Hovedfokus er på, hvad der egentlig skete ved gennemførelserne af lektionerne, og dermed hvilket potentielt læringsudbytte, lektionerne indeholder. Hvert delafsnit består af en beskrivelse af lektionen og en analyse af henholdsvis den matematiske og den didaktiske praksisologi. I den afsluttende sammenfatning formuleres nogle fælles konklusioner for de otte lektioner.

Videooptagelserne er specielt velegnede til at undersøge og analysere UV, men kan også i nogen grad anvendes til at dokumentere, undersøge og analysere LV og undervisning-læring-relationen (se figur 7.1). UV er ikke nødvendigvis 'bare', hvad underviseren siger og gør i klassen, eller hvad gruppen har besluttet, der skal undervises i, men den viden, som – eksplicit eller implicit – behandles gennem de handlinger, underviseren og eleverne foretager i klassen. Denne viden kan være tilsigtet eller utilsigtet, hensigtsmæssig eller uhensigtsmæssig. Det kan være viden, som underviseren ikke er bevidst om, lige som der kan være viden, som underviseren formidler til klassen, men som ikke bliver til UV, for eksempel hvis den bare nævnes perifert og ikke gøres til genstand for egentlig behandling. Ved at analysere UV og sammenligne med lektionsplanerne, som beskriver VSU og den interne didaktiske transposition (se figur 7.1), indkredses deltagerens potentielle læringsudbytte ved lektionsstudiet. I nogle artikler beskrives intentioner og mål for lektionen mere udførligt end i lektionsplanen. I disse tilfælde vil formuleringer fra artiklerne blive anvendt.

Videooptagelserne giver samtidig mulighed for at analysere LV ud fra elevudtalelser, især i forbindelse med lærer-elev-samtaler og classesamtaler. Kun i enkelte tilfælde indeholder optagelserne egnede elev-elev-samtaler. Elevudtalelser vil blive analyseret og sammenlignet med UV, den interne didaktiske transposition og VSU. En tilsvarende analyse, som naturligvis er en central læreropgave og en oplagt opgave for de studerende, er foretaget af deltagerne i forbindelse med evalueringsmøderne og kommer blandt andet til udtryk i forbindelse med de studerendes artikelskrivning. Ved at sammenholde LV med UV, VSU og den interne didaktiske transposition indkredses, hvilke konkrete erfaringer og hvilken konkret læring, de studerende har opnået ved lektionsstudierne og dermed den potentielle læring ved lektionsstudiet.



Figur 7.1. De forskellige typer empiris anvendelse i analysen.

Alle lektioner er gennemført i to klasser og videooptaget begge gange. De to gennemførelser ligner naturligvis hinanden. Beskrivelserne af lektionerne i dette afsnit er hovedsageligt lavet ud fra første gennemførelse, og væsentlige forskelle mellem de to gennemførelser er kommenteret i analysen, uanset om de er resultat af bevidste ændringer i lektionsplanen, som er besluttet på evalueringsmødet mellem de to gennemførelser, eller de skyldes, at underviseren eller klasserne agerer forskelligt.

Den fælles problemstilling for lektionsstudiet var, som tidligere omtalt, trigonometri og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer. Da de fleste af de deltagende klasser var på et yngre klassetrin end det, hvor trigonometri normalt introduceres, har deltagerne valgt at beskæftige sig med faglige områder, som er forberedende til trigonometri – som det vil fremgå, har alle valgt begrebet lighedannedhed. Den matematiske prakselogi er således meget ens i de otte lektioner. På samme måde handler den væsentligste didaktiske prakselogi i de fleste lektioner om at opstille læringssituationer, hvor eleverne kan tilegne sig viden gennem undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer.

I dette afsnit benyttes ATD-modellen lidt anderledes end i de øvrige analyseafsnit, idet videooptagelserne og lektionsplanerne kun i mindre grad kan sige noget direkte om deltagerens lærerfaglighed. I stedet kan modellen identificere centrale problemstillinger i lektionsstudierne og dermed pege på et potentielt læringsudbytte for deltagerne – samt i nogen grad den opnåede. I nogle tilfælde vil eksempelvis manglende inddragelse af centrale elementer desuden kunne tyde på manglende lærerfaglighed i lektionsstudiegruppen eller hos underviseren.

I det følgende omtales lektionsstudiegruppen, som består af lærere og lærerstuderende, som 'gruppen'. Eventuelle grupper af elever, for eksempel ved gruppearbejde, omtales som elevgrupper. I transskriberingerne af undervisningen kaldes eleverne E_1 , E_2 osv., så det

fremgår, hvor mange forskellige elever, der deltager i dialogen. Underviseren kaldes U_S , når der er tale om en studerende, og U_L , når der er tale om en lærer.

Beskrivelserne af lektionerne indledes med et skema, som viser udvalgte kategorier fra lektionsplanen. Teksterne i disse tabeller er direkte citater fra lektionsplanerne. Herefter følger en punktvise beskrivelse af lektionen, inddelt i faser, som jeg har foretaget. I de tilfælde, hvor grupperne har foretaget en lignende inddeling, kan der være afvigelser i forhold til min inddeling, idet jeg har forsøgt at opdele efter arbejdsformen, det vil sige om der for eksempel er tale om klassesamtale, gruppearbejde eller pararbejde.

7.1 Bavnehøjskolen 1

7.1.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Lighedannethed
Klassetrin	3. klasse
Nøglebegreber/læringsmål	At finde ud af hvad lighedannethed er? Lighedannethed i trekantede Vinkler

Figur 7.2. Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Bavnehøjskolen 1.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Intro. Klassesamtale (10:15/12:20).
 - Dagens program præsenteres.
 - Lighedannethed introduceres.
 - To arbejdsopgaver introduceres: *Klippe trekantede* og *Sømbret*.
2. Parvis arbejde med de to arbejdsopgaver (21:00/21:00).
3. Opsamling. Klassesamtale (7:00/2:45).

Hvad har vi lært?

 - De to arbejdsopgaver.
 - Samlet opsamling af dagens væsentlige begreb: Lighedannethed.

Lektionen indledes med, at underviseren præsenterer programmet for lektionen og introducerer begrebet lighedannethed:

U_S: I dag skal vi lære om noget, der hedder lighedannethed.

(Planen for dagen præsenteres).

U_S: Målet for den her time er, at I skal finde ud af, hvad lighedannethed er (skriver målet på tavlen).

(...)

U_S: Hvis nu man har sådan to colaflasker her (læreren viser to colaflasker med henholdsvis 0,5 L og 1,5 L), så kan I godt se, at de ligner hinanden rigtig meget, men de er ikke helt lige store. Men de har den **samme form** – det vil sige, at de er lignedannede. Den her kunne vi forstørre op, så bliver det til den her. Og den her kunne vi formindske, så bliver det til den her. Så de her to flasker, de er lignedannede.

E: Du sagde, at vi skulle finde ud af, hvad det var.

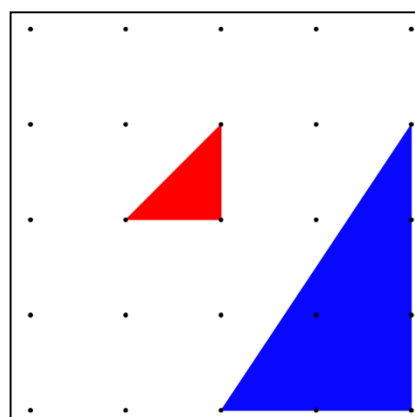
U_S: Ja, men nu forklarer jeg jer det, så skal I nemlig selv undersøge nogle ting lige om lidt. Det vi skal kigge på er nemlig trekanter. Vi skal finde ud af, hvornår trekanter er lignedannede. Hvis nu vi tager denne her trekant, så for at finde en trekant, der er lignedannet med den, så skal man kigge på vinklerne, altså hjørnerne. Ved I godt, at de hedder vinkler, de her hjørner?

Flere elever: Ja

U_S: Supergodt. Det er vinklerne, der skal være lige store med en anden trekant, for at de er lignedannede. Vi skal ikke kigge så meget på siderne.

Herefter prøves forskellige eksempler af. Eleverne skal gætte på, hvilken af de ca. 20 forskellige trekanter, som hænger på tavlen, der er lignedannet med den, underviseren har valgt. For at afgøre, om to trekanter er lignedannede, lægger underviseren skiftevis de tre parvis ens vinkler oven på hinanden. Denne metode omtales eller diskuteres ikke nærmere. Introduktionsfasen afsluttes med, at underviseren præsenterer de to efterfølgende elevaktiviteter.

Efter introduktionen arbejder eleverne parvis med to opgaver: I den første skal de klippe ca. 20 trekanter ud af to ark karton, hvorefter de skal afgøre, hvilke trekanter der (parvis) er lignedannede. Når de er færdige, kan de hente et retteark ved underviseren og selv kontrollere deres besvarelse. I den anden opgave får eleverne udleveret to trekanter i karton (en rød og en blå) og et sømbræt (se figur 7.3). Eleverne skal nu lave nye trekanter på sømbrættet, som er lignedannede med henholdsvis den røde og den blå.



Figur 7.3. To trekanter på sømbræt, som eleverne får til den anden opgave.

Eleverne arbejder koncentreret med opgaverne, og der er kun meget få, der spørger underviseren om hjælp. De få henvendelser til underviseren handler om praktiske ting som at få udleveret rettearket, og enkelte elever, der har glemt, hvad de skulle i opgave 2. Eleverne har tydeligvis alle forstået opgaveformuleringerne og har forholdsvis let ved at afgøre, hvilke trekanter der er lignedannede, og ved at konstruere lignedannede trekanter på sømbrættet. Da nogle elever er færdige med begge opgaver, henvender de sig til underviseren med sømbrættet for at vise deres løsning. Underviseren stiller to spørgsmål til disse elever:

U_S: Hvordan kan du tjekke det (at de er lignedannede)?

U_S: *Kan du prøve at finde ud af, hvor mange forskellige du kan lave på det her sømbræt?*

Lektionen afsluttes med, at der samles op på klassen. Underviseren indleder opsamlingen med at sige:

U_S: *Vi skal have samlet op på, hvad lighedannede er. Om vi har nået vores mål for den her time.*

Underviseren tager to forskellige trekanter fra tavlen og spørger eleverne, om de er lighedannede. Rigtig mange elever deltager i klassesamtalen, og de svarer alle rigtigt, med undtagelse af et par eksempler, hvor trekanterne er meget tæt på at være lighedannede uden at være det. Det er tydeligt, at rigtig mange af eleverne kan bruge metoden til at afgøre, om to trekanter er lighedannede. Alligevel er det rigtig svært for dem at indgå i den faglige dialog med læreren:"

U_S: *Er de to her lighedannede (viser to trekanter)?*

Mange elever (i kor): *Nej*

U_S: *Det er rigtigt, det er de ikke. Er der nogen, der kan række hånden op og sige, hvorfor de ikke er?*

E₁: *De ligner ikke hinanden på siderne, og de kan ikke sættes sammen, sådan helt.*

U_S: *Hvad er det, der ikke kan sættes sammen?*

E₁: *Det er på grund af, at den er kortere. Altså nogen sider kan den sættes sammen, nogen sider kan den ikke, på grund af den er en anden form-agtig.*

U_S: *Nu siger du siderne?*

E₁: *Ja, kanterne...*

U_S: *Kanterne – men for eksempel i den her (peger på to lighedannede trekanter på tavlen, som sidder oven på hinanden). Den her kant er jo længere end den her. De passer jo sammen. Er det noget andet, du måske mener, der ikke kan sættes sammen?*

E₁: *Jeg ved ikke, hvordan man helt siger det, men jeg mener på den måde...*

U_S: *Jamen jeg tror nemlig også, at det – det er bare fordi, der er lige et bestemt ord, jeg gerne vil have frem. Det kan være, at du i den lilla kan hjælpe?*

E₂: *De har ikke samme facon.*

U_S: *De har ikke samme facon. Hvad er det, der gør*

E₃: (afbryder) *Samme vinkel.*

U_S: *Det, der gør, at de ikke har samme facon, det er hvad for noget, siger du?*

E₃: *Vinklen.*

U_S: *Det er vinklen. Det var lige det ord, vi manglede. Så de passer ikke sammen, fordi vinklerne ikke passer sammen. De er ikke lige store. Så jeg kunne ikke helt snyde jer, selv om det var to blå. Det var godt set.*

Efter endnu et eksempel, hvor en elev med det samme (korrekt) svarer, at de to trekanter har samme vinkler, vælger underviseren to kongruente trekanter. Eleverne kommer med forskellige svar, hvorefter underviseren hurtigt konkluderer, at kongruente trekanter er ligedannede, da de har lige store vinkler, men ”*det var ikke noget, vi skulle lære i dag*”. Som det sidste eksempel vælger læreren to retvinklede trekanter, hvor de to resterende vinkler er næsten ens. Igen er eleverne uenige, men uenigheden skyldes, at det er svært for dem at se den lille forskel, og underviseren konkluderer igen hurtigt ved at lægge de to trekanter ovenpå hinanden og konstatere, at der er en lille forskel.

Søbrætøpgaven samles op ved at underviseren præsenterer tre forskellige elevløsninger. Eleverne bliver ikke bedt om at kommentere, men underviseren viser i to tilfælde, hvordan vinklerne kan bringes til at dække hinanden. I det sidste tilfælde har en elev lavet rigtig mange trekanter, idet hun har forsøgt at lave så mange ligedannede trekanter som muligt.

Til sidst samles der op på, hvad eleverne har lært i forhold til dagens mål:

U_S: *Godt. Det, vi har lært i dag om ligedannethed. Hvad vil det sige? Hvad er ligedannethed? Er der nogen, der kan sige det til mig? (venter) Jeg vil gerne se nogle flere hænder, for jeg tror godt, at I alle sammen kan. Ja (peger).*

E₁: *Når de er lige i begge hjørner.*

U_S: *Ja, når de er lige i hjørnerne, og de der hjørner, hvad hedder de?*

E₁: *Det ved jeg ikke, det kan jeg ikke huske.*

U_S: *Hvad er det, hjørnerne i en trekant hedder?*

E₂: *Vinkler.*

U_S: *Vinkler. Så det er nu, når at (peger på tidligere elev) – prøv at sige det du sagde før, og så sig vinkler i stedet for hjørner.*

E₁: *Jeg kan ikke huske, hvad jeg sagde.*

U_S: *Det var noget med at være lige store.*

E₁: *Ligedannet har lige store hjørner – nej lige store vinkler.*

U_S: *Ja, lige store vinkler. Når vinklerne er lige store. Det er nemlig rigtigt. Så ligedannethed det er, når en trekant har lige store vinkler. Ja, det var faktisk det, vi skulle lære i dag, så nu skal vi have ryddet op.*

7.1.2 Analyse – matematisk prakseologi

Efter at have beskrevet målet med lektionen for eleverne præsenterer underviseren en situation fra elevernes dagligdag – to colaflasker har ”*samme form*”, og de to flasker er en forstørrelse/formindskelse af hinanden. Disse to egenskaber bruges til at definere det

matematikfaglige begreb ligedannethed⁵¹. Definitionen er en 'løs' gengivelse af en videnskabelig, matematisk formulering i mere dagligdags termer, som er umiddelbart forståelige i 3. klasse.

Ved en ligedannethed i planen forstås en afbildning af planen ind i sig selv, for hvilken afstanden mellem billederne af to vilkårlige punkter er m gange så stor som afstanden mellem punkterne selv (hvor m er et positivt reelt tal, som kaldes målestoksforholdet for ligedannetheden). (Bomann, 1979)⁵².

"Samme form" er en bredere og mere upræcis gengivelse af "afbildning af planen i sig selv", og forstørrelse/formindskelse er dagligdags ord for forholdet mellem "afstanden mellem billederne af to vilkårlige punkter og afstanden mellem punkterne selv". For at give eleverne et umiddelbart billede af begrebet ligedannethed vælger gruppen at illustrere med to flasker og bruge termen "samme form", som kun får denne betydning på grund af colaflaskerne – i andre tilfælde kan man tale om, at for eksempel cylindere eller trekanter har samme form – uden at være ligedannede. Selv med disse nuancer er der imidlertid tale om en forholdsvis præcis definition, og det er bemærkelsesværdigt, at lektionen tager udgangspunkt på teoriniveauet af den matematiske praksisologi – det siger min erfaring er helt usædvanligt i 3. klasse.

Deltagerne kommenterer eller problematiserer ikke, at de vælger at bruge rumlige figurer – i øvrigt uden vinkler, der umiddelbart kan måles – til at introducere problemstillingen, hvorefter eleverne så skal arbejde med plane figurer, hvor de skal sammenligne vinkler. Det bliver heller ikke på nogen måde godtgjort over for eleverne, at de to colaflasker vitterligt er ligedannede; det fremstår som en påstand ud fra hverdagsbegrebet samme form – de ligner hinanden. Det står heller ikke klart, om deltagerne selv har efterprøvet denne påstand, hvilket ville være oplagt. I den forbindelse er det værd at bemærke, at alle tværsnit i de rumlige figurer ikke blot skal være ligedannede, men også skal have samme målestoksforhold, for at de to figurer er ligedannede.

Underviserens definition af ligedannethed har altså en høj grad af præcision i forhold til, at det er 3. klassetrin, men de beskrevne uklarheder i forhold til colaflaskerne kan meget nemt have medvirket til at forvirre elevernes forståelse af begrebet ligedannethed – LV. Havde gruppen i stedet valgt todimensionale figurer som for eksempel blade fra et ahorntræ, supermandslogoet eller trykte bogstaver i forskellig størrelse, kunne det have givet eleverne bedre mulighed for at skabe sammenhæng mellem den indledende definition og den efterfølgende opgave.

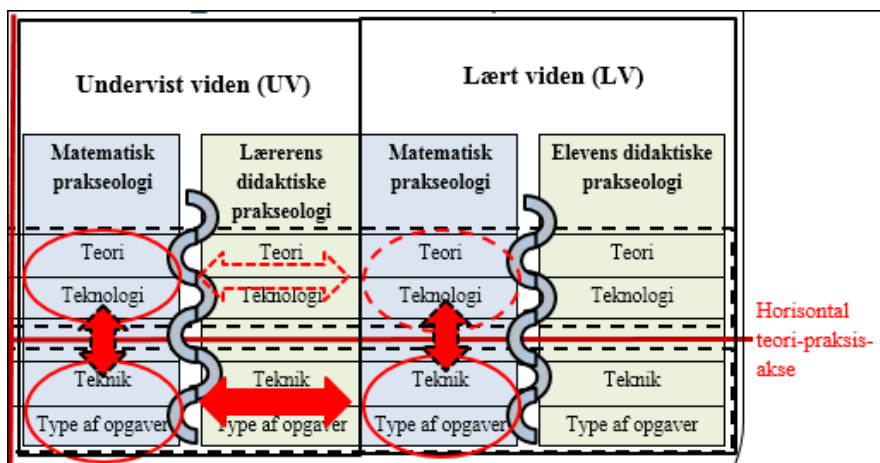
Herefter går underviseren direkte videre til at beskrive en metode til at afgøre, om to trekanter er ligedannede. *Type af opgaver* er: Hvordan kan man afgøre, om to trekanter er ligedannede?

⁵¹ Flaskerne er kun 'tilnærmelsesvis ligedannede'. Da lågene er identiske, og volumen/højde er forskelligt, er det umiddelbart oplagt.

⁵² Bemærk, at denne definition gælder i planen, mens definitionen med flaskerne gælder i rummet. Resten af arbejdet foregår imidlertid i planen.

Og *teknik* er: Læg de to trekanter oven på hinanden, således at man på skift kan sammenligne de tre vinkler. Hvis de tre vinkler er parvis ens, er de to trekanter ligedannede. For at afgøre, om to trekanter er ligedannede, skal eleverne altså ikke anvende den præsenterede definition af ligedannethed (teknologi), men i stedet en afledt sætning: *Ensvinklede trekanter er ligedannede*.

I UV etableres der således ikke sammenhæng mellem den valgte *teknologi*, sætningen om ensvinklede trekanter, og *teori* – definitionen af ligedannethed. Denne sammenhæng er på ingen måde triviel, idet sætningen om sammenhængen mellem ensvinklede og ligedannede polygoner kun gælder for trekanter. Denne mangel på sammenhæng kan være medvirkende årsag til, at eleverne har svært ved at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken. Mens stort set alle elever kan anvende teknikken til at løse opgavetyper, viser de to klassesamtaler, at de har svært ved at besvare hvorfor-spørgsmålet og anvende fagsprog til at beskrive og begrunde praksis. Det tyder på, at kun et fåtal, om nogen, har skabt sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken – på tværs af den horisontale teori-praksis-akse.



Figur 7.4. UV behandler både teori og praksis blokken, men giver ikke eleverne mulighed for at skabe sammenhæng mellem de to. LV bliver derfor reduceret til praksis blokken.

LV bliver således i høj grad den del af UV, hvor eleverne arbejder selv med opgaverne og opsamlingen til sidst. Underviserens indledende gennemgang af, hvad ligedannethed er, kommer derimod til at stå løsrevet fra resten uden at blive taget op senere i lektionen, og bliver derfor ikke UV og følgelig heller ikke LV. Hverken videooptagelsen eller den artikel, de studerende efterfølgende har skrevet, tyder imidlertid på, at gruppen har været opmærksom på dette forhold:

Vi er overbeviste om, at det undersøgende arbejde skabte læring om ligedannethed. Som tegn herpå kan nævnes, at flere elever til slut i lektionerne var i stand til at formulere den faglige pointe om ligedannethed med deres egne ord. Selv en urolig elev, som ikke umiddelbart deltog i undervisningen, kunne efterfølgende formulere: ”De har det der ligedannethed, når sidespidserne er lige store!” (Petersen, Krogh, Asmussen & Helgesen, 2014).

Der er væsentlig forskel på de to formuleringer ”at finde ud af, hvad ligedannethed er” (lektionens mål) og ”skabte læring om ligedannethed” (Petersen m.fl., 2014). Det ser imidlertid ikke ud til, at deltagerne skelner mellem disse to. Problemet opstår i forbindelse med den interne didaktiske transposition. UV lever ikke op til deltagerens intention, at

eleverne skal finde ud af, hvad lighedannethed er, men bliver i stedet reduceret til en metode, som kan afgøre, om to trekanter er lighedannede. Dermed bliver LV også denne metode frem for en indsigt i begrebet lighedannethed.

7.1.3 Analyse – didaktisk prakseologi

Gruppen har valgt en deduktiv form, hvor man introducerer teori, teknologi og teknik, som eleverne skal anvende til at løse en type af opgaver. De to klassesamtaler, som indleder og afslutter lektionen, er begge meget grundige, systematiske og tilrettelagt i mindste detalje. For eksempel fremgår det af lektionsplanen, at underviseren skal gentage ordene *vinkel* og *lighedannethed*. Derfor forløber lektionen også (specielt i første gennemførelse) meget flydende. Der er ingen konflikter, eleverne ved, hvad de skal og bliver ikke frustrerede over for eksempel ikke at vide, hvordan de skal løse en opgave. Med til at skabe en høj grad af elevdeltagelse i den indledende klassesamtale er også, at man vælger at tage udgangspunkt i kendte genstande (colaflasker) og et kendt hverdagsprog for eleverne – ”samme form”. Begge gennemførelser kan således også afsluttes med en opsamling, hvor udvalgte elever udtaler den ønskede konklusion med en vis grad af præcision: ”Lighedannede trekanter har ens vinkler”.

Af lektionsplanen fremgår det, at målet er, at eleverne ”arbejder undersøgende med konkrete materialer og undersøger, systematiserer og begrundes”. I forhold til lærerens didaktiske prakseologi er typen af opgaver altså, hvordan man skaber et læringsmiljø, som giver eleverne mulighed for at lære gennem en undersøgende virksomhed. Videoerne viser imidlertid ikke nogen tegn på, at eleverne arbejder undersøgende. Tværtimod anvender de en på forhånd lærerdefineret metode til at afgøre, om to trekanter er lighedannede. Den valgte teknik løser således ikke typen af opgaver. Den største del af lektionen, hvor eleverne arbejder med de to opgaver, ændrer ikke den efterfølgende klassesamtale. Den konklusion, der drages i den afsluttende klassesamtale, er den samme som den løsningsmetode, underviseren præsenterede ved den indledende samtale – at ensvinklede trekanter er lighedannede. Der har således ikke været nogen undersøgelse, systematisering eller begrundelse, men anvendelse af sætningen til at løse en række opgaver. Citatet fra gruppens artikel ovenfor tyder imidlertid på, at gruppen ikke opdager dette problem. Ifølge citatet ”er (de) overbeviste om, at det undersøgende arbejde skabte læring om lighedannethed” (Petersen m.fl., 2014).

En stor del af eleverne har lært, at ensvinklede trekanter er lighedannede, eller de kan i hvert tilfælde formulere konklusionen ved lektionens afslutning, om end brugen af faglige termer er rigtig svær for mange. Det er dog helt sædvanligt på 3. årgang. Til gengæld er det meget mere uklart, i hvor høj grad eleverne har opnået målet: ”At finde ud af hvad lighedannethed er”, som er det, der er skrevet i lektionsplanen og på tavlen i begyndelsen af lektionen. I starten af lektionen definerer underviseren lighedannethed, hvilket kunne være et glimrende udgangspunkt for at undersøge, ”hvad lighedannethed er”, og en elev påpeger ligefrem dette forhold:

E: Du sagde, vi skulle finde ud af, hvad det (lighedannethed) var.

Hvortil underviseren svarer:

Us: Ja, men nu forklarer jeg jer det, så skal I nemlig selv undersøge nogle ting lige om lidt.

Eleven 'afslører' således misforholdet mellem det, underviseren siger og gør, men der er intet, der tyder på, at denne kommentar får deltagerne til at overveje dette problem. Efterfølgende går underviseren over til at introducere sætningen om ensvinklede trekanter, og i resten af lektionen omtales målet ikke mere. I stedet fokuseres der udelukkende på løsning af opgaverne ved brug af sætningen, og resultatet af opgaveløsningen bliver, at eleverne gentager sætningen. Det lykkedes altså ikke for gruppen at få eleverne til at arbejde undersøgende – måske fordi gruppen i høj grad forsøger at styre og strukturere lektionen stramt.

Gruppen lavede en enkelt ændring af lektionsplanen mellem første og anden gennemførelse. I stedet for at inddrage alle elever i den indledende klasesamtale udvalgte de to elever til at komme op til tavlen. Begrundelsen for dette valg var, at eleverne lettere kunne afgøre, om to trekanter var ligedannede, når de stod ved tavlen og kunne sammenligne.

Tag 2 elever op til tavlen og lad dem hjælpe hinanden med at give eksempler under introen. Tag f.eks. en usikker elev for at gøre hende tryk hurtigt. (evt. Emilie). (Lektionsplan Bavnehøjskolen 1).

Det viste sig imidlertid, at de øvrige elever i langt højere grad blev passive og uopmærksomme, fordi de ikke længere kunne deltage i samtalen, hvilket de studerende også skriver i deres artikel:

Ved den anden evaluering var vi dog enige om, at det ikke havde fungeret optimalt, da resten af eleverne blev for passive. (Petersen m.fl., 2014).

Eksemplet er imidlertid en god illustration af, at de studerende kan afprøve forskellige didaktiske redskaber direkte i praksis og dermed erhverve erfaringer med løsninger på helt konkrete problemstillinger i den daglige undervisning.

De to elever, der kommer op til tavlen, hjælper ikke hinanden, som det er intentionen ifølge lektionsplanen. I stedet udspørges de skiftevis af underviserne i forsøget på at finde to trekanter, der er ligedannede. Det lykkedes tydeligvis ikke at få eleverne til at arbejde sammen, men det kommenteres hverken i artiklen eller i interviewene.

7.2 Skåde Skole 1

7.2.1 Beskrivelse af lektionen

Klassetrin	7. klasse
Titel	Ligedannethed og målestoksforhold
Nøglebegreber/læringsmål	Ligedannethed generelt Ligedannethed i retvinklede trekanter Målestoksforhold
	Eleverne skal kunne genkende betingelserne for, hvornår to trekanter er ligedannede. ⁵³

Figur 7.5. Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Skåde Skole 1.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Intro på klassen (2:33/1:20).
2. Problemstilling 1.
 - Introduktion (0:51/0:55).
 - Pararbejde (1:09/2:31).
 - Klasesamtale (8:53/7:10).
3. Problemstilling 2.
 - Introduktion (0:57/1:38).
 - Pararbejde⁵⁴ (10:04/4:54).
 - Klasesamtale (2:40/0:54).
4. Problemstilling 3.
 - Introduktion (1:06/0:29).
 - Pararbejde (4:44+1:27⁵⁵/4:32).
 - Klasesamtale (1:32+0:31/2:22).
5. Opsamling på lektionen (2:31/4:08).
 - Hvilke begreber har vi arbejdet med i dag?
6. Eksempel med at bestemme højden af skolens klatrevæg (2:45/4:42).

Lektionen er bygget op over tre problemstillinger, som alle introduceres mundtligt af underviseren. Eleverne arbejder parvis (enkelte grupper med tre elever) med

⁵³ Denne målformulering står ikke i feltet med læringsmål, men under *Plan for lektionen*

⁵⁴ Ved anden gennemførelse blev der ikke arbejdet med det andet delspørgsmål ved pararbejdet – spørgsmålet blev kun behandlet ved klasesamtalen.

⁵⁵ Ved første gennemførelse blev Problemstilling 3 delt i to, således at de to underspørgsmål blev behandlet hver for sig.

problemstillingerne, og hvert delforløb afsluttes med en klassesamtale, hvor elevernes resultater fremlægges og diskuteres.

De tre problemstillinger er:

- 1) Underviseren viser eleverne to Tobleroneæsker i forskellige størrelser. Hvilke forskelle og ligheder er der på de to Tobleroner? I skal have fokus både på hele figuren og på endefluden.
- 2) Eleverne får udleveret fire trekanter i karton, hvoraf to er ligedannede. Er nogen af de her trekanter ligedannede? Hvorfor er de ligedannede?
- 3) Hvad er målestoksforholdet mellem de to ligedannede trekanter? Hvordan kan man udregne højden på den store trekant uden at måle den, når man kender målestoksforholdet?

Efter en meget kort præsentation af sig selv, kameraet og observatørerne introducerer underviseren mundtligt den første problemstilling meget kort. Han viser eleverne to Tobleroneæsker (prismer med ligesidet trekant som grundflade) i forskellig størrelse og beder dem om parvis at beskrive ligheder og forskelle:

Us: Skriv ned, hvad der er af forskelle, og hvad der er af ligheder på de her to Tobleroner. I kan kigge på hele figuren, og jeg vil også gerne have, at I fokuserer lidt på endefluden. Så det kan I lige prøve at snakke sammen om.

Mens eleverne diskuterer problemstillingen, tegner underviseren en tabel med to kolonner på tavlen til at notere henholdsvis ligheder og forskelle. Efter kort tid samles der op på klassen. Underviseren skriver nogle af elevernes forslag ind i tabellen, men flere af forslagene, for eksempel at vinkelsummen er den samme i trekanterne, bliver ikke noteret. I nogle tilfælde siger underviseren, at elevernes forslag svarer til tidligere forslag, og at de derfor ikke noteres i skemaet, i andre tilfælde kommenterer underviseren ikke, hvorfor han undlader at skrive forslag i tabellen. I figur 7.6 ses elevernes forslag – de forslag, som ikke blev noteret af læreren, er skrevet i parentes.

	Forskelle	Ligheder
Gennemførelse 1	Den ene er større end den anden. (De har forskellig størrelse skrift). (Den ene har større rumfang end den anden).	De er begge to trekanter. Samme vinkler. (Ligebenet trekant eller sådan noget. Altså alle sider er lige lange).
Gennemførelse 2	Rumfanget er større i den ene, end den er i den anden. Forskellige længder.	Samme form. (Indholdet er chokolade). (Begge endeflader er trekanter). Samme formel til udregning af areal og rumfang. Samme vinkler lige meget hvor store trekanterne er. (I trekanterne der er vinkelsummen den samme).

Figur 7.6. Elevernes udsagn om ligheder og forskelle mellem to Tobleroner i forskellige størrelser.

Efter elevernes forslag samler underviseren op og definerer herudfra begrebet lighedannet:

U_S: *Nu har vi skrevet det her op. De har forskellig størrelse, og det er den samme form og de samme vinkler. Når man kigger på nogle figurer, hvor de her krav er opfyldt, så snakker man om, at figurerne er lighedannede* (skriver 'lighedannet' på tavlen).

Klassesamtalen fortsættes med, at begrebet målestoksforhold introduceres. Dette forløb ændres fra første til anden gennemførelse, da de præcise mål af Tobleronerne viser sig at volde eleverne store problemer:

U_S: *Så vi skal vi finde frem til, hvor mange gange den store Toblerone er større end den lille. Så vil jeg bede dig om at måle siderne* (giver Tobleronerne til en elev). *Bare mål en side, de er jo lige lange.*

E₁: *6,5 og den anden er 3,5 centimeter.*

U_S: *Hvordan kan vi udregne, hvor mange gange den store er større end den lille?*

E₂: *Minus dem.*

U_S: *Så er det jo differensen – det er ikke altid – altså det er ikke sådan* (peger på en ny elev).

E₃: *Kan man ikke – vi skal vel først have arealet, skal vi ikke... ?*

U₅: Vi prøver bare at kigge på den ene side.

E₃: Kan vi så ikke bare plusse 6 – nej gange 6,5 gange 3,5?

U₅: Vi skal prøve at finde forholdet mellem de to (peger på de to tal på tavlen). Hvor mange gange.

E₃: (afbryder) Men så kan vi jo tage den lille og gøre det samme, og så kan vi...

U₅: Altså, du siger, at vi kan gange 6,5 med 3.

E₃: Nej, først vil jeg – den store gange med 3. Nej plus – så får jeg omkredsen. Det vil jeg så også gøre med den lille.

U₅: Men for at finde forholdet mellem de to, så skal vi ikke plusse dem sammen. Altså et tal for, hvor mange gange den store er større end den lille.

E₄: Skal vi så ikke plusse dem sammen og så dividere med to?

U₅: Nej. Man skal dividere de to (tegner en brøkstreg mellem de to tal). Altså, man siger forholdet. Kan I regne det ud på lommeregneren? (pause – ikke mange elever gør noget) Er der nogen, der har et facit på?

E₅: 1,857.

U₅: 1,85 – vi tager det bare med to decimaler. Så forholdet mellem den store side – eller den store Toblerone og den lille er 1,85. Det vil så sige, at 1 centimeter på den lille er 1,85 centimeter på den store.

Ved anden gennemførelse ændres fremgangsmåden, så man i stedet for at måle og beregne forholdet vælger at angive de to sidelængder, så forholdet bliver præcis 1 til 3:

U₅: Hvis vi nu lige prøver at kigge på endefloden, som er en trekant, og forestiller os, at den her side var 6 cm, og den tilsvarende side herovre måske var 2 cm. Hvor mange gange kan den her sidelængde så være ovre på den store sidelængde?

E₂: Tre.

U₅: Flot. Hvordan fandt du ud af det?

E₂: Det er bare sådan noget, man ved.

U₅: Det er bare sådan noget man ved? Hvis nu den havde været 27 centimeter og den anden den havde været 9 centimeter?

E₂: Så tager man 9, 18, 27. Tre gange.

U₅: Mm. Så du har taget 27 divideret med 9.

E₂: Ja.

U₅: Det kan man faktisk skrive op sådan her. Og det kalder vi for målestok eller størrelsesforhold. Så man kan sige – hvis vi nu tager den med 6 centimeter og 2 centimeter, så 1 centimeter på den store – eller på den lille, 1 centimeter svarer til 3 centimeter. Og det her, det kalder vi for målestok (skriver på tavlen). Det vil altså sige, at hvis I har den lille her, og I

så skal tegne den store i målestoksforhold 1 til 3, så skal I gange siderne med 3 for at få den herovre. Er I med på det?

Flere elever spredt: *Ja.*

Efter definitionen af målestoksforhold giver underviseren et enkelt eksempel, som eleverne tydeligvis kender, nemlig landkort.

Den mundtlige definition af lighedannede skal eleverne nu anvende i problemstilling 2 til at afgøre, hvilke af fire udleverede trekanter der er lighedannede. Herudover skal de redegøre for, hvorfor de er lighedannede. Eleverne arbejder koncentreret med opgaven. De måler sidelængder og vinkler i trekanterne og taler sammen om opgaven. Enkelte elever henvender sig til læreren med spørgsmål, men de fleste arbejder med opgaven uden hjælp. Ved samtalerne gentager læreren spørgsmålet om, hvorfor de to trekanter er lighedannede, og opfordrer eleverne til at formulere svaret skriftligt. Ved den efterfølgende klassesamtale markerer mange elever for at svare på lærerens spørgsmål, og det ser ud til, at i hvert tilfælde de fleste har opnået relevante erfaringer med lighedannede trekanter:

U_S: *Er der nogen, der kan fortælle mig, hvilke af de fire trekanter, der er lighedannede?*

E₁: *Nr. 1 og 2.*

U_S: *Hvorfor er de lighedannede?*

E₁: *Fordi nr. 1 er tre gange så stor som nr. 2.*

U_S: *Er det derfor, de er lighedannede?*

E₁: *Fordi det er samme figur.*

U_S: *Ja, det er samme figur, og hvorfor er det samme figur? Hvad betyder det, at de er samme figur i forhold til det, vi snakkede om?*

E₁: *De er lighedannede.*

U_S: *Ja. Måske et andet kendetegn. Det er samme figur, men de er også...?*

E₂: *1 og 2 er lighedannede, fordi de har samme vinkler.*

U_S: *Ja. Samme vinkler og samme figur – det går jo hånd i hånd. Hvad var jeres fremgangsmåde?*

E₃: *Vi målte vinkler, og så kunne vi se, at det var samme vinkler.*

U_S: *Fordi at alle tre var det samme.*

E₃: *Ja.*

Den tredje problemstilling består af to opgaver om målestoksforholdet mellem de to lighedannede trekanter. Igen arbejder eleverne koncentreret og målrettet med opgaven, og mange elever deltager i den efterfølgende klassesamtale. Langt de fleste elever klarer at bestemme målestoksforholdet, hvorimod udregningen af højden i den største trekant giver problemer, i hvert tilfælde for nogle af eleverne.

Lektionen afsluttes med en klassesamtale om lektionens to centrale begreber, ligedannethed og målestoksforhold, og et eksempel på anvendelse af teorien til udregning af højden på skolens klatrevæg. Klassesamtalen viser, at mange elever tydeligvis har opnået relevante erfaringer med de to begreber, men det er alligevel svært for dem at indgå i en faglig dialog med læreren, hvor de skal redegøre for begreberne, hvilket blandt andet ses af følgende dialog:

E₄: *Det betyder, at hvis en trekant nu – det betyder at to ting, det er den samme figur, uanset hvor store de er. Det er det samme.*

U₅: *Ja, for eksempel at det er trekantede eller det er firkanter.*

E₄: *Det er en trekant, der er lille og en trekant, der er rigtig stor, der har de samme mål, så er de ligedannede.*

U₅: *Hvis de har de samme mål?*

E₄: *Hvis de har de samme vinkler.*

U₅: *Ja.*

E₄: *Hvis de ser samme ud – hvis de er helt ens.*

U₅: *Så det er faktisk en lille figur, der er forstørret op til en stor figur.*

E₄: *Eller omvendt.*

U₅: *Eller omvendt, ja.*

Og om målestoksforhold:

E₅: *Størrelsesforhold. Altså størrelsen på dem. Hvor mange, der kunne være inde i hver.*

U₅: *Målestoksforhold eller størrelsesforhold. Ja. Og hvad betyder det?*

E₅: *Var det ikke, hvor mange der kunne være i en?*

U₅: *Jo, hvor mange gange den store var større end den lille.*

E₅: *Det er derfor jeg siger størrelsesforhold – altså noget med størrelsen.*

Til sidst viser underviseren et billede af skolens klatrevæg, hvor der er indtegnet en retvinklet trekant med højden af klatrevæggen som den ene side. Trekanten kan bruges i forbindelse med udregning af højden på klatrevæggen. Klassesamtalen forløber meget forskelligt i de to gennemførelser af lektionen. I den første opgiver underviseren meget hurtigt at få løsningsforslag fra eleverne og gennemgår i stedet et løsningsforslag. I den anden gennemførelse deltager mange elever med flere forskellige løsningsmetoder:

U₅: *Kunne man forestille sig, at med det vi nu kender til om ligedannethed og målestoksforhold, at man kunne udregne klatrevæggens højde, uden at man behøver at klatre hele vejen op med et målebånd?*

En elev foreslår, at man stiller en elev ved klatrevæggen og så estimerer, hvor mange gange klatrevæggen er større end elevens højde. En anden elev foreslår, at man tager et billede, hvor der er en meterstok på, som man så kan bruge som målestok. En tredje elev kombinerer (måske ubevidst) de to ideer:

E₁: *Man kan jo stille en person der (ved klatrevæggen), sådan at man tager et billede af en person, der står der. Og så, hvis man ved, hvor høj personen er, så kan man måle, hvor høj personen er med sin lineal – altså på billedet. Og så – hvis nu personen er 5 centimeter, så kan man se, hvor mange gange man kan få 5 centimeter i højden. Og hvis nu man kan få det tre gange, så skal man bare gange højden på personen med tre, og så får man højden på den der.*

Underviseren bekræfter løsningen og udfordrer yderligere:

U_S: *Det er en smart metode. Det er, hvis man har billedet. (...) Hvis man overhovedet ikke tager noget billede, men står foran klatrevæggen, og kan se den fysisk foran dig. Så vil vi gerne kunne udregne højden af den.*

E₂: *Så skal man bruge den der trekant (den store trekant på billedet). Og hvis man så har en trekant, der er ligedannet med den der bare mindre, så kan man måle den nederste længde. Og så kan du måle begge længder nederst, og så finde ud af, hvad størrelsesforholdet er på de to trekanter, og så måle den linje, der er her ('højden') på den lille trekant, og så gange det med størrelsesforholdet.*

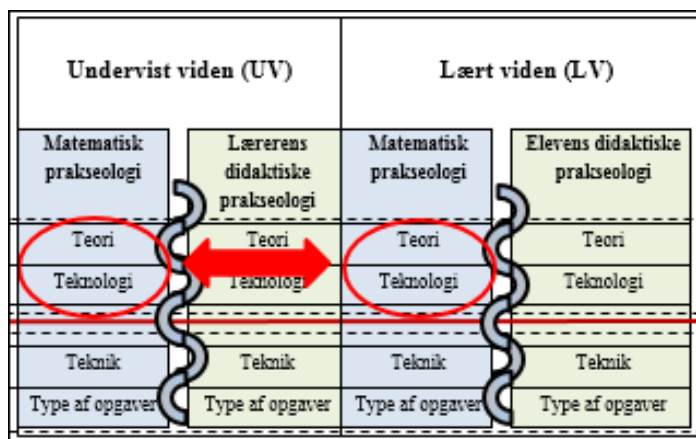
Mange elever deltager konstruktivt i klassesamtalen med brug af den nyerhvervede viden og erfaringer om ligedannethed og målestoksforhold. Eleverne arbejder sig i fællesskab hen imod gode løsningsforslag ved at bygge videre på hinandens forslag. Som det fremgår af citaterne, er det svært for eleverne at udtrykke sig præcist om problemstillingen, selv om de tydeligvis har gode ideer. Der er dog flere eksempler på, at de bruger de nyerhvervede faglige begreber, og at de hjælper hinanden med at sætte ord på deres ideer.

7.2.2 Analyse – matematisk prakseologi

Problemstilling 1 tager udgangspunkt i sammenhængen mellem det matematiske begreb ligedannethed, som på forhånd er ukendt for eleverne, og en observation fra elevernes nære omverden: To figurer har 'samme form' men forskellig størrelse. I udgangspunktet er 'definitionen' (teori) af ligedannethed altså de to Tobleroner. Undervisen underbygger på ingen måde påstanden i klassen, og der er ingen tegn på, at deltagerne har sikret sig, at det faktisk er tilfældet. Ud fra definitionen udledes så i den første problemstilling teknologi – sætninger om ligedannede figurer. I den efterfølgende klassesamtale ekspliciteres definitionen ud fra elevernes undersøgelse:

U_S: *De har forskellig størrelse, og det er den samme form og de samme vinkler. Når man kigger på nogle figurer, hvor de her krav er opfyldt, så snakker man om, at figurerne er ligedannede.*

Første problemstilling omhandler således udelukkende teoriblokken, og teori og teknologi introduceres ved hjælp af hinanden, uden at der egentlig skelnes mellem definition og sætninger. Derfor udledes sætningen *ensvinklede figurer er ligedannede* fejlagtigt ud fra den sande sætning *ligedannede figurer er ensvinklede*, hvilket dog ikke får nogen betydning, idet lektionen kun behandler trekanter. Det vil således være muligt i en efterfølgende lektion for eksempel at undersøge sammenhængen mellem ensvinklede og ligedannede firkanter. Der er imidlertid ikke noget, der tyder på, at gruppen er bevidste om denne fejlslutning.



Figur 7.7. Problemstilling 1 behandler udelukkende teoriblokken af den matematiske prakselogi.

Inden anden problemstilling spørger underviseren, hvor mange gange den lille Toblerone kan være inde i den store Toblerone. Som det fremgår af citatet ovenfor, er det svært for eleverne, fordi forholdet mellem sidelængderne ikke er et helt tal. Efter mange forkerte svar må underviseren give svaret. Af interviewet med den studerende fremgår det, at deltagerne ved det efterfølgende evalueringsmøde derfor beslutter at ændre lektionen, således at eleverne får runde tal i stedet for de eksakte:

S: De skulle udregne forholdet mellem siderne, og det var sådan nogle skæve tal, så redigerede vi sådan, at man måske skulle sige, at det var 2 og 6 og så forholdet – at man måske kunne gøre det mere nemt, og så senere kommer de svære opgaver.

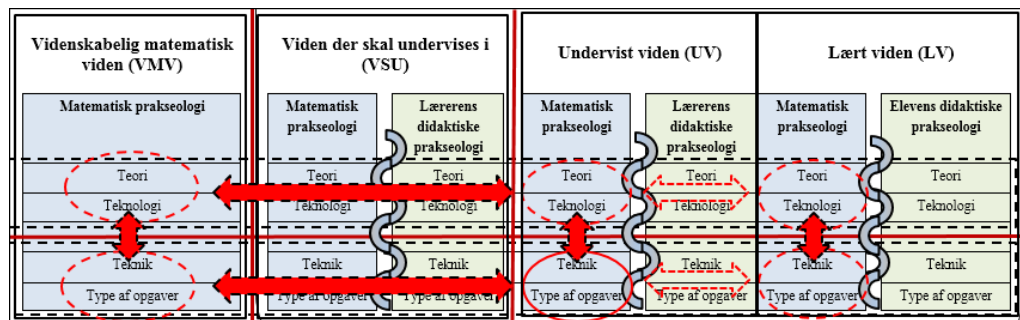
Denne ændring viser sig at gøre det nemmere for eleverne. I hvert tilfælde foreslår en elev umiddelbart forholdet 1 til 3 ved anden gennemførelse. Herved flyttes fokus fra udregning af forhold til det ønskede – forståelse af begrebet målestoksforhold. Eleven forbinder stadig ikke udregningen med division – ”det er bare sådan noget, man ved”. Det er altså en intuitiv forståelse af forholdet mellem to størrelser, som ikke umiddelbart kan tages i anvendelse, hvis der er tale om ’skæve tal’ som ved første gennemførelse. Ved det efterfølgende eksempel med 9 og 27 fremsiger eleven 9-tabellen og kommer frem til resultatet 3, men hun forbinder stadig ikke udregningen til division. Typen af opgaver er den samme, men eleverne kan kun anvende teknikken, når forholdet er et helt tal. De forbinder ikke umiddelbart den tilhørende teori, at division per definition er den omvendte regningsart til multiplikation, og de er derfor ikke i stand til at løse opgaven.

Ved at introducere en teknik til at udregne målestoksforholdet indføres samtidig implicit en sætning (teknologi) om forholdet mellem ensliggende sider i ensvinklede trekanter (’den ene del’ af Thales⁵⁶ sætning):

⁵⁶ Sætningen tilskrives ofte Thales, men det er usikkert, om han var den første til at formulere den.

I problemstilling 2 introduceres praksisblokken med følgende type af opgaver: Givet to trekanter – er de ligedannede? Eleverne har teknologien fra problemstilling 1 og kan på denne baggrund formulere en relevant teknik, for eksempel: Mål trekanternes vinkler – hvis de er parvis ens, er trekanterne ligedannede. Underviseren i den første gennemførelse accepterer ikke forklaringen ”fordi nr. 1 er tre gange så stor som nr. 2”, men det fremgår ikke, hvorfor han afviser. Det ville være en oplagt lejlighed til at sammenkæde de to væsentligste begreber, ligedannedhed og målestoksforhold. Forklaringen ’samme form’ ønsker underviseren uddybet til ’samme vinkler’, som så accepteres. Den konklusion, underviseren efterspørger, er således,

at ensvinklede trekanter er ligedannede. Det ser ud til, at underviseren er så opsat på at få dette svar, at han overser, at det første svar er korrekt. Dette er en risiko, når underviseren går målrettet efter at



Figur 7.9. Underviseren er så fokuseret på netop en teknik, at han/hun helt overser andre (korrekte) løsninger. Det tyder på en svag VMV. LV bliver instrumentel og ufuldstændig.

få en faglig pointe ekspliciteret i klasserummet, og understreger nødvendigheden af, at underviseren er i besiddelse af en solid faglighed.

I problemstilling 3 skal eleverne anvende sætningen om forholdet mellem ensliggende sider i ensvinklede trekanter (teknologi). Sætningen introduceres ikke for eleverne, og de vil højst sandsynligt ikke kunne gengive den, men alligevel lykkes det for nogle af eleverne at løse opgaven. I dette tilfælde (første delopgave) er det altså typen af opgaver: Hvad er målestoksforholdet mellem to ligedannede trekanter? Teknikken kan for eksempel være at måle og beregne forholdet mellem to ensliggende sider. I denne sammenhæng omtales den teoretiske blok ikke.

Det er karakteristisk for denne lektion, at gruppen har valgt at starte med teoriblokken i problemstilling 1 og så efterfølgende behandle to forskellige eksempler på praksisblokken i problemstilling 2 og 3 (se figur 7.10).

Teori	<div style="border: 1px dashed blue; border-radius: 15px; padding: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px; margin-bottom: 5px;">1</div> <p style="text-align: center;">Definition af lighedannethed</p> </div>	
Teknologi	Ensvinklede trekanter er lighedannede	Thales sætning
Teknik	<div style="border: 1px dashed blue; border-radius: 15px; padding: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px; margin-bottom: 5px;">2</div> <p>Mål trekanternes vinkler. Hvis de er parvis ens, er trekanterne lighedannede.</p> </div>	<div style="border: 1px dashed blue; border-radius: 15px; padding: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px; margin-bottom: 5px;">3</div> <p>Mål længden af to ensliggende sider og beregn forholdet.</p> </div>
Type af opgaver	Er to givne trekanter lighedannede?	Hvad er målestoksforholdet mellem to lighedannede trekanter?

Figur 7.10. Skematisk opstilling af de tre problemstillinger i lektionen.

Den afsluttende klassesamtale inddrager både teoriblokken og praksisblokken. Den første del handler især om teoriblokken – lighedannethed og målestoksforhold, og den anden del om praksisblokken – udregning af højden på klatrevæggen. Mange elever udtaler sig i forholdsvis præcise vendinger om den teoretiske blok, hvorimod det tydeligvis er sværere for dem at indgå i dialogen om den praktiske problemstilling, hvor den opnåede viden fra alle tre problemstillinger skal anvendes. Elevudtalelserne ved klassesamtalerne tyder på, at en stor del af eleverne har tilegnet sig væsentlige elementer fra både teoriblokken og praksisblokken, specielt i forhold til begrebet lighedannethed. Der er tydeligvis flere, der har vanskeligheder med begrebet målestoksforhold. Målet med lektionen er således i nogen grad opnået: *”Eleverne skal kunne genkende betingelserne for, hvornår to trekanter er lighedannede”*. Der er altså en fin overensstemmelse mellem den interne didaktiske transposition (beskrevet i lektionsplanen), UV og LV. Det er dog meget vanskeligt for eleverne at anvende et præcist fagligt sprog i dialogen i klassen.

7.2.3 Analyse – didaktisk prakseologi

For at sikre sig, at så mange elever som muligt kunne deltage i lektionen, valgte gruppen at tage udgangspunkt i en genstand fra elevernes hverdag og deres hverdagsprog – *”ligheder”* og *”forskelle”*. I artiklen skriver de studerende:

Vi ville gerne starte lektionen med en opgave, hvor alle elever kunne være med uanset niveau, så derfor valgte vi at tage udgangspunkt i to Tobleroner af forskellig størrelse. Tobleronerne var genkendelige for eleverne fra hverdagen, og det var ligetil for eleverne at komme med forskelle og ligheder på de to Tobleroner. Vores tanke var, at underviseren i samarbejde med eleverne skulle opstille kriterierne for, hvornår to trekanter er lighedannede ud fra forskellene og lighederne på de to Tobleroner (Köhler, Kjær, Pedersen, Duus & Jensen, 2014).

Den bagvedliggende teori er, at elever blandt andet lærer ved at indgå i dialog med hinanden og læreren om faglige problemstillinger, så typen af opgaver er: Hvordan får vi så mange elever som muligt til at indgå i en faglig dialog, og teknikken er at inddrage genstande fra deres nære hverdag og termer fra hverdagssproget.

Det lykkes i høj grad at få mange elever til at deltage aktivt og konstruktivt i såvel det parvise arbejde som klassesamtalerne – specielt i starten af lektionen. Den første problemstilling er meget åben for undersøgelse, og eleverne kommer derfor også med meget forskelligartede forslag. Ud over de svar, underviseren håber på og forventer, kommer eleverne med forslag, som er ækvivalente med svar, som andre elever allerede er kommet med, forslag, som er irrelevante for netop denne sammenhæng, for eksempel at trekkanterne har samme vinkelsum, og forslag, som ikke sædvanligvis har interesse i matematik, for eksempel at begge æsker indeholder chokolade. Det er tydeligvis svært for underviseren at håndtere disse ikke umiddelbart relevante forslag. Han noterer i de fleste tilfælde ikke forslagene på tavlen, men affærdiger dem hurtigt eller ignorerer dem i stedet for at indgå i en dialog. Derved foretager han en sortering af forslagene, som er uigennemskuelig for i hvert tilfælde en del af eleverne, og han risikerer – i modsætning til intentionen – at skabe ringere vilkår for den fortsatte dialog.

De studerende giver i deres artikel udtryk for, at det var hensigten, at eleverne skulle arbejde undersøgende:

Eleverne skulle arbejde undersøgende med begreberne lighedannedhed og målestoksforhold.
(Köhler m.fl., 2014).

Som beskrevet ovenfor ser det ud til i hvert tilfælde i nogen grad at lykkes i arbejdet med den første problemstilling, mens det ikke lykkes at bibeholde den undersøgende tilgang i den efterfølgende klassesamtale. Det samme gør sig gældende for problemstilling 2. Eleverne benytter sig af forskellige løsningsmetoder, hvilket både fremgår af dialogerne og af, at de anvender både lineal og vinkelmåler og sammenligner vinkler ved at lægge kartonfigurerne oven på hinanden. Ved den efterfølgende klassesamtale bliver elevernes svar dog igen hurtigt evalueret som rigtigt eller forkert af underviseren (se analyse af matematisk praksisologi ovenfor), som tydeligvis ikke formår at indgå i en undersøgende dialog med eleverne. I stedet 'fischer' læreren efter det rigtige svar og ender således, efter tre elevsvar, som ikke accepteres, med at sige:

U: *Ja. Måske et andet kendetegn. Det er samme figur, men de er også...?*

Ved den anden gennemførelse giver den første elev det svar, som underviseren efterspørger, og klassesamtalen varer derfor kun 54 sekunder. Underviseren efterspørger ikke andre muligheder og indikerer dermed, at der kun er denne ene rigtige løsning.

Den sidste problemstilling – specielt det første delspørgsmål – er væsentlig mere lukket end de to øvrige, idet den har et rigtigt svar og i høj grad lægger op til en bestemt løsningsmetode. Eleverne er mere usikre på denne problemstilling, for eksempel viser videooptagelsen to elever, som udregner arealet af trekanten og tydeligvis ikke har forstået, hvad de skal gøre. Da de ikke har forstået opgaven, udregner de arealet – måske for i hvert tilfælde at gøre noget.

Ved opsamlingen er der dog ved begge gennemførelser elever, der kan formulere det rigtige svar, som læreren accepterer, hvorefter samtalen hurtigt afsluttes.

I løbet af lektionen bevæger arbejdsformen sig således fra undersøgende hen imod en højere grad af traditionel matematisk opgaveløsning, og der bliver stadig færre, der deltager aktivt i klasesamtalen. Der er imidlertid ikke noget, der tyder på, at gruppen er bevidst om dette skred. I artiklen skriver de studerende således:

Eleverne arbejdede meget koncentreret, og de fleste var med hele vejen igennem lektionen. Fx i den første lektion markerede 14 forskellige elever ud af de 19 elever, der var i klassen. (Köhler m.fl., 2014).

En væsentlig årsag til, at de studerende ikke opdager denne udvikling, kan være den begrænsede tid, der var afsat til efterbehandling af lektionen.

7.3 Skåde Skole 2

7.3.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Hvor højt flyver dragen?
Klassetrin	7. kl.
Lektionens pointe	Eleverne skal kunne forholde sig til lighedannethed i retvinklede trekanter og ved hjælp af dette finde længden af sider i trekanten.

Figur 7.11. Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Skåde Skole 2.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Indledende problemstilling.
 - Indledende introduktion: Hvor højt flyver dragen? (1:00/2:50).
 - Eleverne diskuterer problemstillingen parvist (3:20/1:20).
 - Klasesamtale. Elevernes præsenterer deres ideer (2:45/2:30).
2. Underviseren giver et hint til løsning af problemstillingen (0:45/0:40).
 - Eleverne diskuterer problemstillingen parvist (5:00/7:07).
 - Klasesamtale. Eleverne præsenterer deres løsningsforslag (3:52/6:42).
3. Opgaver med nye vinkler og snorlængder.
 - Introduktion og uddeling af to ark med henholdsvis opgaver og hints (3:00/3:06).
 - Eleverne arbejder med opgaverne (6:15/8:51).
 - Klasesamtale. Eleverne præsenterer deres løsningsforslag (7:30/4:15).
4. Opsamling. Hvad har vi lært i dag? Perspektivering (2:08⁵⁹/2:00).

⁵⁹ Denne tidsangivelse er usikker, da filmen klippes brat, inden lektionen afsluttes.

Denne lektion forløber meget forskelligt ved de to gennemførelser. Det skyldes ikke ændringer i lektionsplanen, men at underviseren ved anden gennemførelse i flere tilfælde ikke følger lektionsplanen. Den følgende beskrivelse og analyse vil derfor hovedsageligt behandle første gennemførelse. Anden gennemførelse vil herudover blive analyseret specielt i forhold til de forskellige afvigelser fra lektionsplanen.

Lektionen starter med en kort introduktion, hvor dagens fokuspunkt, lighedannethed, nævnes for eleverne, og den første problemstilling introduceres: På tavlen er ophængt en drage med en snor, som udgør hypotenusen i en retvinklet trekant

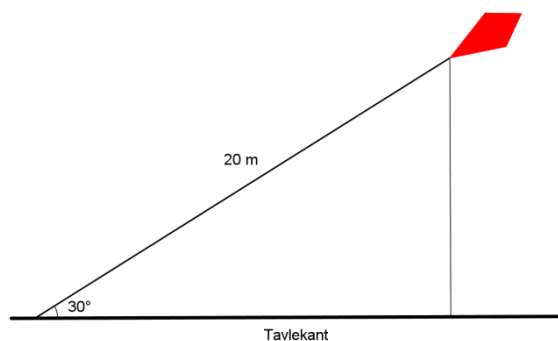
trekant, hvor den vandrette kant af tavlen og et lodret linjestykke fra dragen til kanten af tavlen udgør de to kateter (se figur 7.12). Af tegningen fremgår det, at dragesnoren er 20 meter lang og vinklen mellem vandret og snoren er 30° ⁶⁰. Eleverne får nu spørgsmålet: "Hvor højt flyver dragen?" Eleverne diskuterer kortvarigt dette spørgsmål parvist, hvorefter der samles op på klassen. Ved begge gennemførelser foreslår flere elever, at højden er en tredjedel af 20 meter, da vinklen på 30° er en tredjedel af 90° , hvor højden ville være 20 meter. Der kommer ikke andre løsningsforslag, og underviseren hverken be- eller afkræfter forslaget. I stedet gentager han begrebet 'ligedannet', som han nævnte i indledningen, og giver eleverne et 'hint': Han tegner en mindre retvinklet trekant (figur 7.13), hvor hypotenusen er 1 cm og vinklen er 30° og fortæller dem, at 'højden' i dette tilfælde er 0,5 cm⁶¹. Herefter får eleverne igen lejlighed til at diskutere problemstillingen parvist. Ved den efterfølgende klassesamtale deltager mange elever aktivt:

E₁: Vi tror, at når vi ved – når vinklen den er 30° nede i hjørnet, så kan vi sige, at den længde vi skal finde her, den er halvdelen af den anden vinkel (side). Det var sådan, vi havde tænkt, fordi vi ved, at den der er 1 centimeter, og den der den så er halvdelen af det, så tænkte vi, at det var 10 centimeter ved dragen – 10 meter.

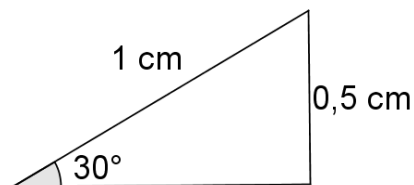
U_S: 10 meter? Ja.

E₂: Det har vi også.

U_S: Det har I også.



Figur 7.12. Illustration 1 på tavlen. En rigtig drage med dragesnor er ophængt på tavlen, således at snoren udgør hypotenusen i en retvinklet trekant.



Figur 7.13. Illustration 2 på tavlen.

⁶⁰ Ved anden gennemførelse nævner underviseren ikke vinklen, men den står på tavlen.

⁶¹ Ved anden gennemførelse udleverer underviseren i stedet – fejlagtigt – arket med hints til de senere opgaver.

En del elever siger uden at blive spurgt, at de har samme løsning, og en enkelt elev forklarer uopfordret sin løsningsmetode.

E₃: *Men vi ved bare ikke, hvorfor det lige præcis er 30...*

U_S: *Hvad er det, I kan bruge den her figur til (peger på enhedstrekanten)? Hvordan bruger I den til at hjælpe jer?*

E₄: *At det er 30° på begge, og fordi det er halvdelen af linens længde.*

U_S: *Ja.*

E₅: *Den der figur, den er nærmest den store figur, bare formindsket, og så står der jo, at den der linje er halvdelen af den der.*

U_S: *Ja. Hvad var det nu, jeg sagde i starten af timen – at vi skulle have om lighedannethed i retvinklede trekanter. Så hvad er de her to trekanter?*

E₂: *De er lighedannede.*

U_S: *De er nemlig lighedannede. Hvad nu, hvis der ikke havde stået en halv her (peger), men der havde stået et andet tal, så vi ikke bare kunne sige halvdelen? Hvad skulle man så gøre – hvis nu der havde stået 0,4?*

E₄: *Jamen, så er det ikke 30 grader.*

U_S: *Det har du fuldstændig ret i, men nu leger vi lige... Hvordan vil I så finde højden på dragen? Hvad er det egentlig, I har gjort?*

E₄: *Divideret i 2.*

U_S: *Hvad har du divideret i 2?*

E₄: *Nå nej – det er svært.*

U_S: *Hvad er det, I har gjort med det her tal for at finde ud af, at det giver 10 her?*

(...)

E₅: *Du siger 0,5 gange med 1. Hvis det er 0,4, så er det 0,4 gange 1.*

U_S: *Hvad er 0,4 gange 1?*

E₅: *Det ved jeg ikke. Hvis nu det var 20 meter, der stod deroppe, det var 0,4... Nej, nu ved jeg ikke.*

U_S: *Jeg tror, du er tæt på at være der.*

E₆: *Jeg ville nok sige 0,4 gange 20.*

U_S: *Ja, og hvad får I så, hvis I siger 0,5 gange 20?*

E₇: *Så får vi 10.*

U_S: *Ja. Er I med på den?*

Elever (spredt): *Ja.*

Efter klassesamtalen får eleverne udleveret en række opgaver, hvor de på tilsvarende vis skal udregne dragehøjder ud fra vinklen og snorlængden. De får desuden et ark med 'hints', som er de relevante enhedstrekanten med angivelse af længden af den modstående katete ('højden' eller sinus til vinklen). Underviseren introducerer begrebet enhedstrekant ud fra arket. Eleverne arbejder igen parvist med opgaverne.

Lektionen afsluttes med en klassesamtale, hvor en elev først kommer til tavlen og viser, hvordan han har løst en af opgaverne. Herefter er der en klassesamtale, som initieres af to spørgsmål, som underviseren stiller:

U_S: *Hvordan finder I ud af, hvad det er for en drage på sedlen, I skal bruge?*

U_S: *Er alle vinklerne de samme i den lille og den store trekant?*

Klassesamtalen omhandler især lighedannedhed og vinkelsum i en trekant. Til sidst samles der op på lektionen ved at underviseren spørger:

U_S: *Hvad har vi lært i dag?*

U_S: *Ved vi noget nu, som vi ikke vidste i morges?*

En elev svarer, og herefter fortæller underviseren, at dette var en indledning til noget, der hedder trigonometri, og at de senere skal lære om nogle begreber, som hedder sinus og cosinus.

7.3.2 Anden gennemførelse

Som nævnt i indledningen forløber den anden gennemførelse markant anderledes end den første, hvilket især skyldes, at underviseren tidligt i lektionen laver en fejl: Efter det første pararbejde, hvor eleverne overvejer, hvor højt dragen flyver, uden at have de fornødne redskaber til at løse problemet, udleverer han fejlagtigt arket med hints til opgaverne (det vil sige illustrationer af fire trekanter med angivelse af længderne af de modstående kateter til vinklerne 20° , 40° , 60° og 80° i retvinklede trekanter) i stedet for illustrationen med angivelse af længden af den modstående katete til vinklen 30° (figur 7.13). Eleverne kan således ikke bruge hintet, og ved anden klassesamtale er de derfor stadig helt uforstående. Det ser ikke ud til, at underviseren på noget tidspunkt bliver opmærksom på fejlen. Da ingen elever kan/vil fremlægge et løsningsforslag ved den anden klassesamtale, opdeler han i stedet problemet i meget små delelementer og forsøger på denne måde at guide eleverne igennem en løsning:

U_L: *Den strimmel her (arket med hints). Hvor mange forskellige trekanter er der på den?*

E₁: *Fire*

U_L: *Er der nogen tal, der er ens ved de tre trekanter?*

På denne måde fortsættes, indtil man til sidst er kommet frem til en løsning, hvis vinklen havde været 40° . Herefter fortæller han så eleverne, at den modstående katete til vinklen 30° i enhedstrekanten er 0,5. Det er meget tydeligt, at meget få elever (måske ingen) kan følge underviserens tankegang, hvilket er helt forståeligt. Meget få elever kan/vil svare, og flere

elevudtalelser vidner om meget stor usikkerhed. De fleste svar er enkeltord eller meget korte sætninger. Kun i et enkelt tilfælde deltager en (dygtig) elev aktivt i en afgrænset del af samtalen.

Først ved den afsluttende klassesamtale kan en elev redegøre for en løsning på den indledende problemstilling. De øvrige opgaver bliver ikke nævnt, så det fremgår ikke, om nogen af eleverne har løst dem. Det er tydeligt, at meget få elever har forstået, hvad der er foregået, og flere elever udtaler åbent deres frustration:

E₂: *Hvad nu, hvis man ikke forstod det?*

U_L: *Så skal man glæde sig over, at man kommer igennem det en gang, to gange, tre gange mere i løbet af sin skoletid.*

Lektionen afsluttes med følgende dialog:

U_L: *Hvad har I fået med jer? Jeg påstår jo, at det skulle handle om lignedannede trekantede, og hvad man kan bruge teorien til. Kan I sætte nogle ord på? Er der nogen af jer, der ved noget nu, som I ikke vidste, da I stod op i morges?*

Ingen elever markerer.

U_L: *Nej? I har simpelthen ikke lært noget? Det er jeg godt nok ked af. Ja* (peger på elev, der rækker hånden op).

E₃: *Vi har lidt hvordan. Normalt ville jeg ikke kunne finde ud af, hvor højt dragen flyver.*

U_L: *Så der har du lært lidt nu.*

E₃: *Ja, men jeg kan det ikke helt 100 %.*

U_L: *Nej. Ja* (peger på ny elev, som rækker hånden op).

E₄: *Jeg synes, det var lidt svært at nå på 45 minutter, fordi det var et svært emne. Det var sådan lidt svært at komme ind på, og altså finde ud af, hvad højden var. Det synes jeg var lidt svært.*

Læreren, som underviser ved denne anden gennemførelse, deltog ikke i det indledende seminar og var dermed heller ikke med ved den indledende planlægning af forløbet. Det kan være en af forklaringerne på, at han ikke har det fulde overblik over tankerne bag lektionen, og at denne gennemførelse derfor – efter min vurdering – går så galt i forhold til den første. Selv siger han i interviewet:

L: *Jeg afveg undervejs, efter hvad vi faktisk havde besluttet os for. Så jeg fulgte ikke den der minutplan hundrede procent. Jeg byttede rundt på et par af punkterne, men jeg startede flot med introduktionen, og vi kom punkterne igennem, og jeg sluttede flot med introduktion, med hvor langt hænger dragen så oppe i luften. Det var det, vi skulle arbejde med. Og der studsede de så lidt, fordi jeg havde jo ikke fulgt, og det er jo det, vi lærer på seminarierne – fancy minutplan – men når du kommer ud som lærer, så finder du jo hurtigt ud af – ligesom når du får kørekort – at teoretisk set, så foregår trafikken sådan, men den allerførste regel er at køre efter forholdene. Og der var jo åbenbart et eller andet i mig – vi var jo inde i en klasse, hvor*

jeg ikke underviser til daglig. Der er sket et eller andet, der gjorde, at jeg pr. intuition vendte rundt på et par punkter.

I stedet for at gennemføre den forberedte lektion ud fra lektionsplanen lægger læreren sin egen lærerpersonlighed ned over den og improviserer ud fra lektionsplanen, på samme måde som lærere gør, når de gennemfører undervisning ud fra et undervisningsmateriale. Læreren har tydeligvis ikke forstået forskellen på et lektionsstudie og anden undervisning, herunder vigtigheden af, at lektionsplanen følges, således at man kan observere og evaluere på de beslutninger, der er taget i fællesskab i forberedelsesfasen. Situationen understreger, hvor vigtigt det er at kende til lektionsstudieformatet og ideerne bag, således at væsentlige elementer overholdes, og at deltagerne deltager i hele forløbet, således at de har lektionen helt 'inde under huden', inden den gennemføres.

7.3.3 Analyse – matematisk prakseologi

Typen af opgaver i den indledende problemstilling er: Bestem længden af den ene katete i en retvinklet trekant, givet den modstående vinkels størrelse og hypotenusens længde. Hvis eleverne havde haft yderligere tid til at undersøge problemstillingen, havde de måske haft mulighed for at udvikle en teknik, som kunne løse opgaven. De kunne for eksempel tegne en målfast tegning og måle længden. Det får eleverne imidlertid ikke mulighed for, idet de i første omgang kun får henholdsvis 3:20 og 1:20 til at løse opgaven i de to gennemførelser (selv om lektionsplanen angiver 5 minutter). Ved begge gennemførelser præsenterer eleverne kun en teknik ved den første classesamtale. Til gengæld præsenteres denne teknik ved begge gennemførelser af flere elever. Den foreslåede teknik bygger på, at forholdet mellem ensliggende vinkler er det samme som forholdet mellem ensliggende sidelængder, hvilket som bekendt ikke er rigtigt, men det må alligevel betegnes som et godt intuitivt forslag og et godt udgangspunkt for den videre undersøgelse, idet teknikken virker for sidelængder – blot ikke for vinkler. Underviseren afviser ikke forslaget, men lader det stå åbent:

Us: Det er et bud. Andre bud?

Det eneste andet bud er, at *"den er i hvert fald ikke 20 meter oppe"*, hvilket er en væsentlig iagttagelse.

Efter det meget kortvarige indledende arbejde med problemstillingen præsenteres eleverne for et hint (se ovenfor), som de kan anvende i det videre arbejde. Den forventede teknik er herefter, at højden på dragen er $0,5 \cdot 20 \text{ m} = 10 \text{ m}$. Eleverne har på forhånd hverken hørt om begrebet lighedannethed (teori) eller sætningen om konstant forhold mellem længderne af ensliggende sider i lighedannede trekanter (teknologi). Tanken bag lektionen er imidlertid, at de skal indse eller gætte denne sammenhæng, hvilket også sker for en stor del af eleverne ved den første gennemførelse. Efterfølgende 'generaliseres' den intuitive forståelse af sætningen ved at eleverne efterfølgende bruger samme teknik.

Begrebet lighedannethed (teori) præsenteres i løbet af lektionen – første gang ved underviserens indledning:

Us: *Det, vi skal arbejde med, det handler om lighedannethed i retvinklede trekanter.*

I løbet af lektionen nævner underviseren lighedannethed ved flere lejligheder (se for eksempel citatet i beskrivelsen af lektionen), og ved den afsluttende opsamling tages begrebet op igen:

Us: *Hvad er trekanterne så? Hvad hedder det? Det, vi kalder det, når to trekanter minder om hinanden eller ser ud på samme måde, bare den ene er lidt mindre eller større?*

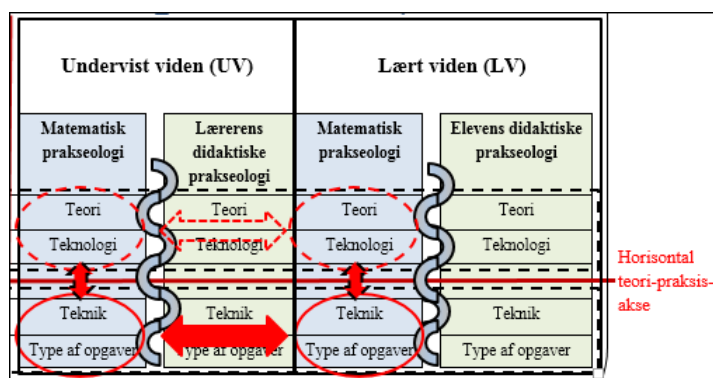
E: *En lighedannet trekant.*

Us: *Lighedannede trekanter.*

(...)

Us: *I kommer til at arbejde meget mere med lighedannede trekanter, når I kommer længere hen. Og som jeg sagde til at starte med, så er det en introduktion til noget, der hedder trigonometri, hvor man kommer til at arbejde med nogle begreber, der hedder cosinus og sinus, som har noget med det her at gøre.*

Teoriblokken introduceres altså intuitivt ud fra praksisblokken uden at blive formuleret eksplicit som en matematisk definition og sætning. Lektionen er tænkt som den første indledende erfaring med teoriblokken, og målet er derfor også 'kun', at "eleverne skal kunne *forholde sig til lighedannethed*" (min fremhævnings) – en lidt uklar formulering. Det er også tydeligt ved den afsluttende opsamling, at begrebet er vanskeligt at bruge for de fleste elever. I forhold til de seks didaktiske øjeblikke (se afsnit 3.2) arbejdes der i lektionen med punkt et og to, første møde og udforskningsfasen. Det videre arbejde i teknologi-teorifasen vil således bestå i at begynde at argumentere for, at den valgte teknik er gyldig. Det kunne være en oplagt opfølgning på lektionen, som dog ikke kommenteres af gruppen. Det lykkes for langt de fleste af eleverne (måske alle) at løse opgaverne (ved første gennemførelse). Eleverne virker således fortrolige med praksisblokken. Det er mere uklart, i hvor høj grad de skaber sammenhæng mellem praksisblokken og teoriblokken. En del af elevernes usikkerhed i forhold til de teoretiske dele af klassesamtalen tyder på, at de har lært en mere procedureorienteret tilgang: Aflæs højden på figuren med samme vinkel (fra arket med hints) og multiplicer med snorlængden.



Figur 7.14. Lektionen har fokus på praksisblokken, specielt teknik, og teoriblokken introduceres kun intuitivt.

7.3.4 Analyse – didaktisk prakseologi

Denne gruppe valgte at forsøge at få eleverne til at arbejde undersøgende ved at stille åbne spørgsmål og veksle mellem pararbejde og klassesamtale. I artiklen skriver den:

Vi havde valgt, at undervisningen skulle være undersøgende med åbne spørgsmål, og at eleverne skulle kunne kommunikere matematik med hinanden og læreren. (Sørensen, Wendelboe & Platz, 2014).

Herudover skulle undervisningen være virkelighedsnær for at motivere eleverne:

Fordi vi ville arbejde undersøgende med matematik, fokuserede vi på at vække elevernes interesse for emnet fra starten med noget virkelighedsnær matematik, som de kunne forholde sig til. (Sørensen m.fl., 2014).

Typen af opgaver er, hvordan man får eleverne til at indgå i en undersøgende dialog med hinanden og i klassesamtalen om en matematisk problemstilling. Teknikken er en kombination af åbne spørgsmål og et virkelighedsnært emne, og teoriblokken, at elever lærer ved at indgå i dialog med hinanden og læreren – altså en socialkonstruktivistisk tankegang, som blandt andet bygger på Lev Vygotskys tanker, herunder sprogets centrale betydning for begrebsdannelsen (Vygotsky, 1986).

Ved iscenesættelsen understreges det virkelighedsnære ved at ophænge en rigtig drage med snor på tavlen. Det gør det umiddelbart let for alle elever at genkende og forholde sig til problemstillingen. Indgangsspørgsmålet er åbent, ved at eleverne selv skal udarbejde en teknik – de har ikke umiddelbart de fornødne redskaber til at løse opgaven. Teknikken skal desuden begrundes, det vil sige, at de skal redegøre for en teknologi. Ingen elever kan altså umiddelbart løse problemet. I stedet guides de ind i en undersøgende dialog med det formål i fællesskab at finde en løsning. Det lykkes i høj grad at få rigtig mange af eleverne inddraget i en undersøgende dialog ved klassesamtalerne og dermed sandsynligvis også i de mellemliggende pararbejder (men det er der ikke dokumentation for i videooptagelserne, hvor der ikke er tydelige dialoger fra pararbejdet). Det fremgår blandt andet af flere lange dialoger, hvor flere elever deltager med ytringer, som de tydeligvis ikke er helt sikre på. I den citerede dialog fra beskrivelsen af lektionen (afsnit 7.3.1) er der for eksempel følgende tre eksempler:

E₁: Vi tror, at når vi ved...

E₃: Men vi ved bare ikke, hvorfor det lige præcis er 30...

E₆: Jeg ville nok sige...

I denne dialog deltager syv elever aktivt. Disse elever er tydeligvis ikke bange for at vise deres usikkerhed, men forsøger selv at sætte spørgsmålstejn ved deres egne løsninger. Uopfordret stiller E₃ spørgsmålet *hvorfor*. Udgangen på dialogen styres dog af underviseren hen imod en løsningsmetode: Dragehøjden udregnes ved at gange længden af den modstående katete i enhedstrekanten med snorlængden, men her er det tydeligvis kun meget få af eleverne, der kan deltage.

Ved den afsluttende klassesamtale er eleverne stadig engagerede, og mange deltager aktivt. De virker søgende, og der er flere eksempler på elevudtalelser, som indikerer, at eleverne er på vej til at tilegne sig væsentlige faglige begreber og sammenhænge om lighedannedhed. Dette fremgår blandt andet af, at eleverne uopfordret forsøger at argumentere for deres forslag. For eksempel:

U₃: *Er alle vinkler de samme i den lille og den store trekant?*

E: *Det vil jeg tro, de er. Fordi, hvis der er 20, og den går lige ned – det vil den jo altid gøre og så ind til siden – det vil jo så være 90 grader. Så den sidste, så skal det jo være det samme, skal det ikke? Fordi ellers så kan det jo ikke gå op til, at det bliver 180° i alt.*

Og fra det andet spørgsmål ved den afsluttende klassesamtale:

U₅: *Hvordan finder I ud af, hvad det er for en drage på sedlen, I skal bruge?*

E₁: *Vi kigger da bare på graderne.*

E₂: *Der står jo grader på dem, og så kan du se på tegningen, hvor mange grader.*

U₅: *Ja (peger på en ny elev).*

E₃: *Du kan også se på figuren, hvordan den er. Hvis der ikke stod grader, så kan du jo se, hvordan den er formet, om den er (markerer en hældning med hænderne) – det der med vinklerne – om den er meget nedad eller opad.*

Elevernes sprog er ufuldstændigt i forhold til et præcist fagsprog, og hver gang et ord som ligedannet bruges, er det underviseren, der spørger direkte til det. De sproglige mangler gør det svært for eleverne at formulere sig præcist om hvorfor-spørgsmålene i teoriblokken, hvilket dog ikke afholder dem fra at forsøge at skabe sammenhæng mellem praksisblokken og teoriblokken. Men selv om denne sammenhæng langt fra fremstår tydeligt efter lektionen – hverken for enkelte elever eller som konklusion på lektionen – er det tydeligt, at mange elever er på vej og forsøger at skabe sammenhæng. Den åbne tilgang bevirker, at lektionen får stort fokus på sammenhængen mellem praksisblokken og teoriblokken, det vil sige begrundelser for de valgte teknikker. Det bliver derfor heller ikke et problem, at kun en enkelt af opgaverne gennemgås ved den afsluttende klassesamtale. I stedet for fire ens udregninger fokuserer også eleverne på begrundelser – besvarelse af hvorfor-spørgsmålene. Derfor kan de studerende også konkludere, at det overordnede mål for lektionen er opfyldt:

I begge lektioner kom eleverne til at arbejde eksperimenterende med beregning af dragens afstand fra jorden, og herved blev det overordnede mål for lektionen opfyldt. Vi er dog mere usikre på, om den faglige pointe for lektionen kom til at stå klart for eleverne i den anden udførelse af lektionen, da lektionen ikke forløb helt som planlagt. (Sørensen m.fl., 2014).

7.4 Virupskolen

7.4.1 Beskrivelse af lektionen

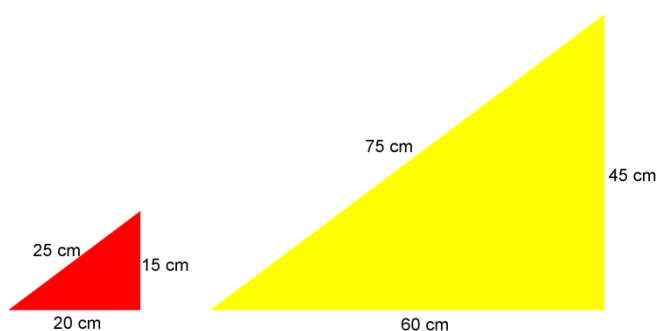
Titel	De usynlige ligedannede trekanter
Klassetrin	7. og 8. Klasse
Nøglebegreber/læringsmål for lektionen	Eleverne skal arbejde eksperimenterende og undersøge hvordan man måler højden af forskellige genstande. Her skal de komme frem til metoder. Hvordan man anvender ligedannethed og ikke mindst matematik i praksis.

Figur 7.15. Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Virupskolen.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Intro på klassen (6:27/4:30).
 - Definition af ligedannethed ud fra to retvinklede trekanter.
2. Præsentation af dagens opgave og inddeling af eleverne i grupper (5:50⁶²/4:41).
 - Find en metode til at beregne højden af flagstangen/gavlen/lygtepælen⁶³.
3. Arbejde i grupper med opgaven (20:00⁶⁴/20:00).
 - Der er på forhånd formuleret ”fødselshjælper spørgsmål” til underviseren.
4. Eleverne fremlægger deres resultater (10:17/11:32).
 - Alle grupper sætter deres A3-ark med løsning op på tavlen.
 - 1-2 grupper fremlægger.
 - Læreren fortæller, hvad de rigtige højder er.

Lektionen indledes med en klassesamtale, hvor underviseren introducerer begrebet ligedannethed ud fra to ligedannede, retvinklede trekanter. De to trekanter er på forhånd klippet ud i henholdsvis rødt og gult karton og ophængt på tavlen, hvorefter der er skrevet sidelængder på (se figur 7.16). Underviseren styrer samtalen med udgangspunkt i en række spørgsmål, som er



Figur 7.16. Illustration af to ligedannede trekanter på tavlen.

⁶² Ved første gennemførelse måtte underviseren gentage opgaveformuleringen, da eleverne var usikre på, hvad de skulle.

⁶³ Hver gruppe får tildelt en genstand.

⁶⁴ Estimerede tider, da videooptagelserne er delt op i en række deloptagelser.

beskrevet i lektionsplanen. Spørgsmålene fokuserer på ligheder og forskelle på de to trekanter samt forholdet mellem sidelængderne. Ud fra dette definerer læreren lignedannede trekanter:

Det der kendetegner lignedannede trekanter er, at vinklerne er parvis lige store og forholdene mellem kateterne og hypotenusen i de to trekanter er ens. (Lektionsplanen Virupskolen).

Herefter præsenteres Jakobsstaven med en tegning af en mand, som holder staven ud foran sig og måler højden på et træ. Tegningen sættes op på tavlen og skal fungere som inspiration:

Us: Der er også noget med lignedannet i den her tegning. Der er noget med en trekant her (peger) og en lidt større trekant her, og meget mere tror jeg ikke, jeg vil sige, men det er også to trekanter, som er lignedannede. Så denne her kan være en lille smule inspiration til jer, til hvordan I skal prøve at beregne højden.

Nu introduceres dagens opgave mundtligt:

Us: I skal prøve at finde den her metode til, hvordan I kan beregne højden på de her forskellige ting. Man laver en skitse over den tegning, man nu kunne lave, og man skriver sine resultater ned på papiret.

Eleverne inddeles i grupper på 3-4 deltagere, som hver får udleveret et blankt A3-ark. Der er desuden målebånd, målepinde, tommestokke og meterhjul, som de kan bruge.

Mens eleverne arbejder med opgaven, går underviseren rundt og hjælper og taler med eleverne. Underviseren er meget omhyggelig med ikke at forære eleverne hele løsningen men kun stille inspirerende spørgsmål. Til dette formål er der i lektionsplanen formuleret en række "fødselshjælper spørgsmål":

Kan I forestille jer to lignedannede trekanter, hvor flagstangen er den lodrette katete i den store trekant?

Kan I forestille jer to lignedannede trekanter, hvor den vandrette katete er langs jorden?

Hvordan kan I lave den lille trekant? (Lektionsplanen Virupskolen)

Når eleverne kommer tilbage, skal de hænge deres A3-ark op på tavlen, hvorefter underviseren udvælger to grupper, som skal forklare deres metode for klassen. Fremlæggelserne er udgangspunkt for en samtale på klassen. Til sidst sammenlignes gruppernes resultater på de enkelte genstande, og underviseren afslører deres rigtige højde (dog kender de ikke højden på lygtepælen).

7.4.2 Analyse – matematisk prakseologi

I denne lektion er typen af opgaver: Hvordan kan man ved hjælp af teorien om lignedannede trekanter beregne højden af en genstand, som det ikke umiddelbart er praktisk muligt at måle? Den forventede teknik er, at eleverne konstruerer en trekant, som er lignedannet med en retvinklet trekant, hvor genstanden udgør den ene katete, og hvor den anden katete kan måles langs jorden. Der er ikke på forhånd lagt op til en bestemt metode til at konstruere 'den lille trekant', men eleverne inspireres ved at vise Jakobsstaven, og ved, at der er medbragt

forskellige målepinde. Teknologi er sætningen om konstant forhold mellem ensliggende sider i lignedannede trekanter, og teori er definitionen af lighedannedhed.

I opgaveformuleringen fokuseres der direkte på at finde en metode, teknik, frem for resultatet. Underviseren fokuserer både ved den indledende klassesamtale, i samtalerne med eleverne og ved den afsluttende klassesamtale på, *hvordan* eleverne finder højden, herunder hvilke størrelser de har målt, og hvilke beregninger de har foretaget. Der er ikke på videooptagelserne eksempler på, at underviseren spørger eleverne, *hvorfor* deres metode er gyldig (teknologi). Eleverne er tydeligvis også optaget af at finde metoder og meget lidt fokuseret på resultatet og forklaringer. Skitsen og udregningerne på A3-arket kunne give god anledning til, at eleverne skulle gøre rede for, hvorfor deres teknik virker, for eksempel hvorfor to trekanter er lignedannede, men det sker altså ikke – i hvert tilfælde er der ingen eksempler på det i videooptagelserne.

Eleverne foreslår og afprøver mange forskellige eksempler på teknik til løsning af problemet. Eksemplerne kan opdeles i tre typer: For det første er der eksempler, hvor teorien om lignedannede trekanter slet ikke anvendes. Det er for eksempel at tælle mursten på gavlhøjden og så multiplicere antallet med murstenshøjden (inklusive fuger), at klatre op i flagstangen med et målebånd (denne metode afprøves ikke), og en elev, der står på en anden elevs skuldre, imens en tredje elev skønner, hvor mange gange lygtepælen er højere end de to elever. For det andet er der et par eksempler, hvor eleverne på forskellig måde konstruerer en ligebenet, retvinklet trekant, hvor højden er den ene katete, som så har samme længde som kateten langs jorden, der kan måles. Et eksempel på dette er tidligere blevet anvendt i klassen ved anden gennemførelse (dette vidste gruppen ikke på forhånd), så her bruger rigtig mange denne metode, inden de af underviseren opfordres til at finde andre metoder også. Metoden går ud på, at en elev holder en målepind (for eksempel en blyant) i strakt arm, så dens top og bund flugter med genstandens (for eksempel flagstangens) top og bund. Herefter 'vippes' målepinden til vandret (samme afstand til øjet), så den flugter med bunden af genstanden. En anden elev går nu væk fra genstanden, indtil hans fødder flugter med den anden ende af målepinden. Afstanden fra dette punkt til genstanden er lig med højden. For det tredje er der en række forskellige eksempler på, at eleverne har konstrueret en mindre trekant, som er lighedannet med en større trekant, hvor genstanden udgør højden, sådan som det var forventet af gruppen. En elevgruppe har for eksempel målt længden af flagstangens skygge og en elevs skygge samt elevens højde. I en anden gruppe ligger en elev ned på jorden og kigger på toppen af genstanden, mens en anden elev placeres, så hårtoppen nøjagtigt flugter med toppen. Endelig er der flere grupper, som (med mindre variationer) holder en pind ud i strakt arm – altså en situation, som ligner Jakobsstaven.

Opgaven er tydeligvis svær for eleverne, og flere grupper har problemer med at komme i gang. I disse tilfælde bruger underviseren fødselshjælpersspørgsmålene. Der er flere eksempler på, at spørgsmålene virker inspirerende for eleverne, og at de sætter gode faglige dialoger i gang, hvorefter underviseren forlader gruppen og siger, at de selv må tænke videre. Fødselshjælpersspørgsmålene bruges også til at inspirere elever til at komme med nye, alternative eksempler på teknik. Men selv om eleverne finder på mange eksempler på teknik, og der er flere eksempler på fagligt relevante – og ganske givet lærerige – dialoger mellem

elever, er det alligevel meget svært for dem at gøre rede for deres teknik ved fremlæggelserne. Ved den første gennemførelse præsenteres tre forskellige metoder – alle rigtige, og alle med brug af lighedannedhed. To af metoderne præsenteres af elevgrupper, som kommer til tavlen, hvor deres A3-ark er hængt op. Nedenstående dialog er fra den første gruppe:

(Eleverne kommer meget modstræbende til tavlen)

U_S: *I har lavet en rigtig fin skitse. Er der nogen af jer, der kan forklare, hvordan I har gjort?*

E₁: *Vi har fundet den lille trekant og fundet ud af, hvor stor den var. Og så har vi divideret det her mål (peger på den vandrette katete i den lille trekant) med det her mål (peger på afstanden til flagstangen) for at finde ud af, hvor mange gange det her stykke (peger) er på det her stykke (peger). Og så har vi ganget det op, lige som vi gjorde med det her (peger på den røde trekant fra indledningen af lektionen), så den er blevet så mange gange større (peger på højden af den lille, røde trekant). Ligesom vi tog de 20 cm (peger på den røde trekant igen), som var tre gange større, så blev den her 4,6 gange større, så gangede vi med 4,6.*

U_S: *Prøv lige at forklare, hvordan var det, I stod?*

E₁: *Jeg stod med tommestokken sådan (viser, at hun stod med tommestokken lodret i strakt arm), at den lige præcis dækkede lygtepælen.*

U_S: *(Ud mod klassen): Er I nogenlunde med?*

En enkelt elev fra klassen siger tøvende *jah*.

U_S: *Må jeg ikke lige låne den lineal? Sådan som jeg forstår det, så står man sådan her ... (Underviseren viser, hvordan eleverne har stået med en målepind og forklarer metoden).*

U_S: *Og så afstanden fra personen og helt hen til lygtepælen. Hvad for en linje var det (på tegningen)? Det kan du svare på (peger på E₂ fra gruppen, der er oppe ved tavlen).*

E₂: –

U_S: *Fra personen og helt hen til lygtepælen. Hvad var det for en katete?*

E₂: –

E₁: *Hvor stor en afstand der var?*

U_S: *Nej, den der (peger på tegningen). Ikke den lange, det spurgte jeg ikke om. Jeg spurgte bare, hvad for en det var.*

U_S: *Og så havde vi vores øjne, i den store – den der hedder hypotenusen – den der (peger på den gule trekant fra indledningen). Hvor kom den fra (kigger mod E₂)?*

E₂: *(uforståeligt)*

U_S: *Og hvor kom den så helt op til?*

E₂: *Nej, altså.*

U_S: *Jo, jo, jo.*

E₂: *Lygtepælen.*

Us: *Ja, toppen af lygtepælen. Så det er jo den der (peger på elevernes tegning). Det er jo vores store retvinklede trekant. Super. Fik I et resultat ud af det? Det er jo også interessant.*

E₁: *Vi fandt, at den var sådan cirka – otte komme to – var det otteogtyve (kigger spørgende på de andre)?*

E₃: *Ja, 28 tror jeg.*

E₁: *8,28.*

Us: *Det tror jeg ikke er helt galt.*

E₁ er tydeligvis den eneste af eleverne, der kan redegøre for gruppens metode. De tre andre er meget usikre og prøver at undgå at komme til at sige noget. Selv om underviseren forsøger at stille meget enkle spørgsmål, er de tavse, og E₂ svarer kun meget modvilligt og kortfattet. Ved gruppearbejdet arbejdede gruppen fint sammen – styret af E₁, men alle deltog og indgik i dialogen. Alligevel er tre af gruppemedlemmerne altså slet ikke sikre nok på, hvad der er foregået, til at de kan redegøre for gruppens arbejde.

Gruppen har i lektionsplanen angivet en række spørgsmål, som underviseren kan bruge ved den afsluttende klassesamtale:

Hvad var det for en viden I gjorde brug af?

Viden om vinkler, om størrelsesforhold, om lighedannethed?

Hvilken metode er mest præcis?

Hvilke måleusikkerheder er der? (løft hovedet, når man ligger ned)

(Lektionsplanen Virupskolen)

Ved ingen af de to gennemførelser bruger underviseren imidlertid disse spørgsmål, måske fordi eleverne har så svært ved blot at redegøre for deres metode. Underviseren spørger, *hvordan* eleverne gjorde – ordet *hvordan* indgår i de to første spørgsmål, underviseren stiller i dialogen ovenfor. Herudover forsøger han at skabe sammenhæng til elevernes tegning, som også er en del af metoden – han fokuserer altså udelukkende på teknik. I modsætning hertil behandler de to første af ovennævnte spørgsmål fra lektionsplanen den ”*viden om vinkler, størrelsesforhold og lighedannethed*”, eleverne gjorde brug af, altså teoretiske begrundelser for, at deres teknik er gyldig – teknologi og teori, som blev præsenteret i starten af lektionen. Men denne del vælger underviseren altså – bevidst eller ubevidst – at udelade. Derfor får eleverne heller ikke muligheden for at skabe sammenhæng på tværs af den horisontale teori-praksis-akse. Alt fokus holdes på teknik, og til sidst kontrolleres denne så ved at se på elevernes konkrete resultat – svaret på typen af opgaver.

7.4.3 Analyse – didaktisk prakseologi

Også for denne gruppe handlede den væsentligste didaktiske prakseologi om at få elever til at arbejde undersøgende og eksperimenterende. Ud over denne nævner gruppen dog en anden type af opgaver i deres lektionsplan: Hvordan får man eleverne til at opleve, at matematik er

et væsentligt og anvendeligt redskab til løsning af problemer i deres omverden, men denne prakseologi omtales ikke nærmere. Af lektionsplanen fremgår det:

Eleverne skal arbejde eksperimenterende og undersøge hvordan man måler højden af forskellige genstande. Her skal de komme frem til metoder. Hvordan man anvender ligedannethed og ikke mindst matematik i praksis. (Lektionsplanen Virupskolen).

Både i lektionsplanen og i de studerendes artikel fokuseres der på, at målet er at få eleverne til at arbejde undersøgende og eksperimenterende. Typen af opgaver er således: Hvordan får vi eleverne til at arbejde undersøgende og eksperimenterende? Teknikken er, at eleverne selv skal udvikle metoder. I forhold til den matematiske prakseologi giver man eleverne typen af opgaver, teknologi og teori, og beder dem så om selv at udvikle forskellige eksempler på teknik. Som inspiration til teknikken gives yderligere Jakobsstaven. Den teoretiske blok af den didaktiske prakseologi er i dette tilfælde en socialkonstruktivistisk forståelse, hvor elever i fællesskab opnår ny viden gennem dialog og fælles problemløsning, som bygger videre på den viden, de allerede har. Ved at stille den forholdsvis åbne opgave, og ved at bede eleverne finde flere metoder, signaleres, at der er flere relevante metoder. Alligevel skinner det tydeligt igennem, at underviseren især ønsker en metode inspireret af Jakobsstaven, hvor der konstrueres en mindre, retvinklet trekant, som er ligedannet med en større trekant, hvor højden er den ene katete. Dette kommer blandt andet til udtryk ved samtalerne mellem underviser og elever i problemløsningsfasen, hvor underviseren hver gang vejleder eleverne i forhold til denne løsning (fødselshjælper spørgsmål), samt ved den afsluttende klassesamtale, hvor underviseren siger:

Us: Den her metode (peger på en elevløsning) var faktisk lidt det, vi havde håbet på, I måske kunne finde frem til. Altså noget med at arbejde med den lille trekant (peger på den røde trekant) og så kunne finde ud af, hvad den større trekant er (peger på den gule trekant). Så på den måde kunne beregne højden.

Videoptagelserne viser, at det i høj grad lykkes at få eleverne til at arbejde undersøgende, hvilket også fremgår af de mange forskellige løsninger, eleverne kommer frem til. De studerende fremhæver også dette i deres artikel, men er alligevel ikke helt tilfredse:

Alle grupper arbejdede matematisk eksperimenterende og kreativt, men ikke alle elever arbejdede med ligedannethed og trekanter. For eksempel tog en gruppe udgangspunkt i skyggen. De målte både skyggelængde og højde på et gruppemedlem og udregnede forholdet. Her fandt de, at skyggen var 3 gange længere end højden. Herefter målte de flagstangens skygge og dividerede med 3. (Anesen, Lund, Hven, Nørgaard & Christensen, 2014).

Her er tale om en central problemstilling mellem at bruge en åben problemstilling for at få eleverne til selv at undersøge, og samtidig forsøge at lede dem i en bestemt retning for at stifte bekendtskab med en specifik matematisk pointe. I dette tilfælde indser underviseren ikke, at elevernes metode faktisk bygger på samme teknologi (Thales Sætning) som den ønskede metode. Selv om eleverne fremlægger metoden helt rigtigt, formår underviseren ikke i situationen at forstå elevernes forklaring. I stedet virker han uforstående og afslutter med at sige:

Us: Der er også en metode, hvor man kan bruge skyggerne lidt til at regne med. Jeg tror ikke, I har ramt helt den rigtige metode, men det er rigtig godt tænkt i hvert fald.

Her ville en nærmere undersøgelse af teknologien, som hjælpespørgsmålene i lektionsplanen lægger op til, være relevant. En skitse af situationen kunne have været brugt til at vise de to lignedannede trekanten og eventuelt sammenligne med den lignende løsning fra en anden gruppe, men som tidligere nævnt behandles teknologien slet ikke i den sidste del af lektionen. Situationen understreger nødvendigheden af, at underviseren er i besiddelse af en solid faglig forståelse, i dette tilfælde specielt sammenhængen på tværs af den horisontale teori-praksis-akse, for at kunne reagere hensigtsmæssigt i situationer, som ikke umiddelbart kan forudsiges på grund af problemstillingens åbenhed.

De studerende beskriver i artiklen en anden uventet situation fra den anden gennemførelse, som også gav underviseren problemer:

Men alle elever anvendte den samme metode, som ikke var matematisk udfordrende. Eleverne havde arbejdet med højdemåling tilbage i 3. klasse, hvor de havde anvendt en bestemt metode, dog med en anden lærer. Det var derfor vanskeligt at få dem til at arbejde eksperimenterende og ræsonnerende med at finde forskellige metoder til udregningen af højder. De anvendte heller ikke deres viden om lighedannede. Og det var svært for underviseren at få eleverne til at tænke kreativt. Først ved den afsluttende opsamling i klassen blev metoder for lighedannede diskuteret. (Anesen m.fl., 2014).

Også i dette tilfælde ville det være hensigtsmæssigt at udfordre eleverne på teknologien – hvorfor virker metoden? Igen kunne de allerede forberedte spørgsmål danne grundlaget for at eleverne for eksempel tegnede en skitse af situationen og derudfra brugte deres nyerhvervede viden om lighedannede trekanten – og på den måde skabte sammenhæng på tværs af den horisontale teori-praksis-akse. Men det skete altså ikke.

7.5 Bavnehøjskolen 2

7.5.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Lighedannede
Klassetrin	6. klasse
Nøglebegreber/læringsmål for lektionen	Finde sammenhænge i trekanten, og forstå begrebet lighedannede

Figur 7.17: Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Bavnehøjskolen 2.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Præsentation og dagsorden (1:21/1:13).
2. Klassesamtale (3:09/3:57).
 - Retvinklet trekant. Måling af vinkler. Vinkelsum i trekant.

3. Præsentation af stationer og opgaver samt inddeling i grupper (3:21/ 3:06).
4. Arbejde ved stationerne (25:00/23:37).
5. Opsamling (6:14/7:56).
 - Eleverne præsenterer resultater.
 - Underviser samler op og introducerer begrebet ligedannethed.

Denne lektion forløber lidt forskelligt ved de to gennemgange. Derfor beskrives begge gennemførelser, hvor der er væsentlige afvigelser.

Efter en kort præsentation og gennemgang af dagsorden indledes lektionen med en klassesamtale ud fra en tegning af en retvinklet trekant (ved første gennemførelse to trekantede). Begreberne vinkel, side og retvinklet trekant samt sætningen om vinkelsummen i en trekant behandles. Herudover viser en elev ved tavlen, hvordan man måler vinkler med en vinkelmåler. Det faglige indhold i samtalen er tydeligvis repetition – i hvert tilfælde svarer de elever, der bliver spurgt, rigtigt på lærerens spørgsmål, så samtalen forløber gnidningsfrit. Klassesamtalen afsluttes med, at eleverne inddelles i fire grupper med 6-7 elever i hver, og fire værksteder præsenteres kort.

- Værksted 1: Eleverne skal konstruere to retvinklede (ligedannede) trekantede i GeoGebra (ved den elektroniske tavle) ud fra givne sidelængder.
- Værksted 2: Eleverne skal finde forskelle og ligheder på tre retvinklede (ligedannede) trekantede, som er klippet ud i karton.
- Værksted 3: Der er ophængt 18 trekantede, som er klippet ud i karton. Eleverne skal parre trekantede, som *"de synes passer sammen"*.
- Værksted 4: Eleverne skal konstruere trekantede, som parvis har samme vinkelstørrelser, men forskellige sidelængder.

Herefter arbejder grupperne skiftevis i de fire værksteder – cirka fem minutter i hver.

Mens eleverne arbejder, går underviseren rundt og taler med dem. Specielt ved anden gennemførelse stiller han spørgsmål, som fokuserer på vinkler og sidelængder samt ligheder og forskelle mellem de ligedannede trekantede:

U_L: *Hvad har I fundet ud af, hvad kan man sige om de to trekantede?*

U_L: *Hvad kan man sige om vinklerne?*

U_L: *Hvad er ens ved trekantede? Hvad er forskelligt?*

U_L: *Er der nogen sammenhæng mellem størrelserne?*

Den afsluttende opsamling forløber meget forskelligt ved de to gennemførelser. Ved den første har underviseren svært ved at få eleverne til at sige noget – i hvert tilfælde siger de ikke det, han forventer (og måske håber). Underviseren indleder klassesamtalen meget åbent med spørgsmålet:

U_S: *Er der nogen, der har lært noget nyt i dag?*

U_S: *I vidste alle sammen godt, at der var 180 grader i en trekant?*

U_S: Især dem, der har siddet derovre (værksted 2), har måske fundet ud af, at selv om den ene trekant er større end den anden, så deler de måske en egenskab alligevel? Er der nogen, der har (peger på en elev)?

E₁: At de begge to er 9 meter (elever griner) – nej, hvad var det, 9 centimeter, altså på den side – jeg kan ikke lige huske det.

U_S: Hvis vi nu snakker om vinkler. Jeg vil helst snakke om vinkler – ikke så meget om, hvor store de er. Mange af de trekanter, I har arbejdet med i dag – var der noget, de delte?

E₂: De er retvinklede, er de ikke?

U_S: Joh, det var de ikke allesammen, dem heroppe på tavlen (station 3) var ikke retvinklede, særligt mange. Hvad siger du?

E₃: De var alle sammen 180 grader.

U_S: Ja, det er alle trekanter.

E₃: De var alle sammen trekanter.

U_S: Hm (peger på en ny elev). Hvad siger du?

E₅: Var de ikke spidse?

U_S: Hvad betyder det, at de er spidse?

E₅: Er det ikke, når de er under 90?

Herfra fortsætter samtalen, uden at eleverne omtaler de forventede pointer, så underviseren må til sidst gennemgå, hvad ligedannet er ud fra trekanterne i værksted 2. Underviseren viser, at de tre trekanter har parvis lige store vinkler, og herudfra introducerer han ligedannedhed:

U_S: Så har de alle sammen den samme vinkel i alle hjørnerne. Så er trekanterne ligedannede (skriver 'ligedannede' på tavlen).

Forholdet mellem ensliggende sidelængder nævnes ikke ved denne gennemførelse.

Ved anden gennemførelse bliver hver gruppe bedt om at fortælle, hvad den har fundet ud af i et af værkstederne, således at alle værksteder gennemgås hver for sig. Underviseren spørger konsekvent ind til forskelle og ligheder ved trekanterne. For eksempel ved værksted 2:

U_L: Gruppe 2. Havde I noget herovre? (Peger på whiteboard med trekanter i karton, hvor eleverne skulle forbinde trekanter, som 'passer sammen'). Hvad skulle I lave derovre?

E: Øh, der skulle vi – der skulle vi sætte nogle ting sammen.

U_L: Ja?

E: Altså det var sådan en slags vendespil

U_L: Ja, det er rigtigt. Hvad var det, I skulle sætte sammen?

E: Øh, nogle trekanter, der var ens.

U_L: Ja. På hvad måde var de ens?

E: Øh, vinklerne.

U_L: Var vinklerne ens?

E: Nej, trekkanterne var ens.

U_L: Ja. Hvordan kan det være, at de var ens? Jeg kan da se her, at de..

E: (afbryder) Nej, de er ikke ens, de har forskellig størrelse, men det var den samme form.

U_L: Ja, og hvorfor er det den samme form?

E: Fordi (uforståeligt)

U_L: Du sagde det lige før. Hvad sagde du lige før?

E: At vinklerne...

U_L: At vinklerne var?

E: Ens.

U_L: Ja.

Efter at alle værksteder er gennemgået, introducerer underviseren begrebet ligedannet. Gruppen har på forhånd formuleret en tekst, som kommer op på den elektroniske tavle:

Ligedannethed er, hvis:

a) vinklerne er lige store

b) alle sider i den figur er forstørret eller formindsket med samme størrelsesforhold i forhold til de tilsvarende i den anden.⁶⁵

Underviseren bruger de to egenskaber i teksten til at introducere begrebet ligedannethed og spørger derefter til trekkanterne i de forskellige værksteder:

E: Vi skulle bare tegne trekkanter. De var lige store.

U_L: Hvad var lige store?

E: Øh. Vinklerne.

U_L: Det er den første, ja (peger på punkt a) Hvad med siderne?

E: De var knap så lange. Den ene var dobbelt så lang som den anden.

U_L: Var de to figurer så ligedannede?

E: Ja.

U_L: Ja, det er rigtigt.

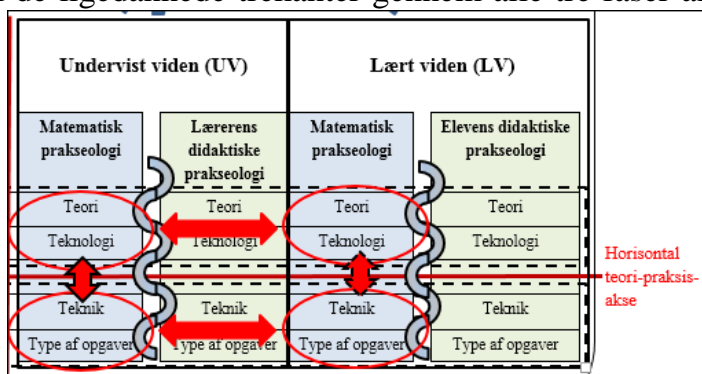
De øvrige værksteder gennemgås på samme måde, hvor underviseren forholder elevernes udtalelser til de to punkter på tavlen.

⁶⁵ For trekkanter skal kun et af punkterne være opfyldt, for andre polygoner skal begge. Det fremgår ikke i lektionen.

7.5.2 Analyse – matematisk prakseologi

De fire værksteder omhandler alle den samme matematiske prakseologi, selv om de fire værksteder har forskellige indgangsvinkler. Type af opgaver er: Undersøg to (eller tre) lignedannede trekkanter – find forskelle og ligheder. I de fire værksteder tilvejebringes de lignedannede trekkanter på forskellig vis – ved at eleverne konstruerer dem ud fra henholdsvis sidelængder og vinkler og ved at udlevere dem i karton. Den forventede teknik er at måle vinkler og sidelængder samt eventuelt at beregne forholdet mellem længderne af ensliggende sider. Det sidste er specielt oplagt i værksted 1, hvor trekkanterne konstrueres ud fra sidelængder og det derfor er ret indlysende, at sidelængderne i den ene er dobbelt så store som i den anden. Teknologi er sætningen om ensvinklede trekkanter – punkt a i den afsluttende klassesamtale i anden gennemførelse ovenfor. Teori er definition af lighedannedhed.

Gruppen foretager en række ændringer fra første til anden gennemførelse for at forbedre lektionens faglige fokus. Den vigtigste ændring består i, at underviseren i højere grad skal fokusere på ligheder og forskelle mellem de lignedannede trekkanter gennem alle tre faser af lektionen. Herudover vælger de ved den afsluttende opsamling at vende tilbage til eksemplerne fra værkstedsarbejdet, efter at den afsluttende tekst om lighedannedhed er præsenteret for eleverne. De to punkter i tavleteksten (se ovenfor) efterprøves på eksemplerne. Ændringerne betyder, at der skabes en højere grad af sammenhæng mellem de tre faser i lektionen og dermed sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken. Den meget udprægede lærerstyring indikerede dog, at det kun var et mindretal af eleverne, der oplever denne sammenhæng.



Figur 7.18. Lektionen forsøger at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken, men kun en mindre andel af eleverne lykkedes tilsyneladende med at skabe denne sammenhæng.

Eleverne i de to klasser er imidlertid meget forskellige, hvilket fremgår af såvel videooptagelserne som de studerendes artikel:

I første lektion arbejdede eleverne koncentreret, men manglede mere udførlige stationsbeskrivelser. Det betød, at deres fokus ikke blev rettet mod lektionens mål: at opnå en forståelse af begrebet lighedannedhed. (...)

(om anden gennemførelse) ... fungerede stationsarbejdet overhovedet ikke. Eleverne var nemlig urolige og ukoncentrerede, og i lektionens opsamling var der meget få elever, der viste forståelse for lighedannedhed. (Bendix, Jensen & Dammeyer, 2014).

Da eleverne agerer så forskellige i de to klasser, er det svært for gruppen at vurdere de ændringer, de foretager i lektionsplanen. De giver dog tydeligt udtryk for, at ændringerne

forbedrede lektionen betydeligt, hvilket blandt andet fremgår af interviewet med en af de studerende:

S: Selve undervisningen – de opgaver, vi havde lavet, var forbedret til anden gang og havde helt sikkert fungeret på den første klasse, men det gik alligevel fuldstændig galt, fordi det var en helt anden klasse, vi var inde i.

Gruppen giver flere steder udtryk for stor frustration over elevernes opførsel ved den anden gennemførelse. Senere i interviewet siger den studerende:

S: De var enormt urolige, og så forstyrrede de hinanden afsindig meget. Og der var rigtig mange, der fyldte rigtig, rigtig meget.

De studerendes konklusion er altså, at selv om lektionsplanen bliver væsentlig forbedret, *gik det fuldstændig galt*, og der var *meget få elever, der viste forståelse*. Det er imidlertid ikke det billede man får, når man ser videooptagelserne af de to lektioner. Opsamlingen ved den anden gennemførelse viser, som det blandt andet fremgår af citatet fra anden gennemførelse ovenfor, at en del elever har opnået nogle væsentlige erfaringer med de to centrale faglige pointer om lignedannede trekanten. I modsætning hertil lykkedes det ikke for underviseren at få eleverne til at sige noget om disse i den første gennemførelse. Uro, ukoncentrerede elever og elever som direkte modarbejder undervisningen giver altså de studerende et så negativt billede af lektionen, at de tilsyneladende overser, at en del elever har tilegnet sig væsentlige elementer af det faglige stof. Det tyder på, at de i højere grad vurderer lektionen ud fra, om der er 'ro og orden' – specielt lærerens didaktiske praksis i UV, frem for elevernes læring – LV. Det ligger på mange måder i forlængelse af deres egne forventninger til lærerrollen, som i højere grad er at lykkes som lærer, og at undervisningen ligner det, de kender fra deres egen skolegang frem for altså elevernes læring (se afsnit 5.6.1).

7.5.3 Analyse – didaktisk praksis

Den centrale didaktiske problemstilling i denne lektion handler om organiseringen af undervisningen i værkstedsarbejde eller 'stationsarbejde':

Gennem stationsarbejde kunne vi inddrage eleverne aktivt, da de i grupper skulle undersøge og diskutere matematikken ved stationerne. Det er en arbejdsform, der planlægningsmæssigt er så tidskrævende, at det nok sjældent kan lade sig gøre til dagligt. (Bendix m.fl., 2014).

Type af opgaver er altså igen, hvordan man får eleverne til at arbejde undersøgende og i dette tilfælde også at "*diskutere matematikken*", og teknik er organiseringen i stationer med problemstillinger som (i forskellig grad) kan undersøges og diskuteres. Den tilhørende teoriblok er, at elever lærer gennem at undersøge (matematiske) problemstillinger – en international strømning gennem det sidste årti, *Inquiry Based Education (IBE)*, som bygger på erfaringspædagogikken, specielt Deweys teori om erkendelsesformer, viden og handling, som ofte udtrykkes populært i slagordet *learning by doing* (Blomhøj, 2013). Lektionsstudiet viser imidlertid, at organiseringen (ikke overraskende) ikke gør det alene. Evalueringen efter første gennemførelse sætter i stedet fokus på to andre elementer. For det første den konkrete

formulering af problemstillingerne ved stationerne og underviserens styrende spørgsmål i dialogen med eleverne. For det andet hvordan underviseren skaber sammenhæng mellem de tre faser i lektionen ved at stille de samme spørgsmål. Begge disse ting ændres til anden gennemførelse, hvorved lektionen forbedres markant. Det er specielt interessant, hvordan opsamlingen til sidst er forbedret ved at ændre på indgangsspørgsmålet samt ved at inddrage arbejdet fra stationerne mere direkte i forhold til lektionens afsluttende pointe om lignedannede trekanter.

7.6 Kragelundskolen

7.6.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Lighedannethed
Klassetrin	7. klasse
Nøglebegreber/læringsmål for lektionen	Lighedannethed Størrelsesforhold/målestoksforhold
Vigtigste undervisningsmål/faglig pointe	a) Få en faglig forståelse for begrebet lighedannethed b) Og finde ud af, ved at finde forholdet mellem den samme hosliggende katete i to lighedannede trekanter, kan man finde den modstående katete i den store trekant. Evt. også omvendt.

Figur 7.19. Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Kragelundskolen.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Præsentation (0:20/?⁶⁶).
2. Klassesamtale (6:30/?).
- Induktiv introduktion af Thales sætning.
3. Introduktion af opgaven og inddeling i grupper (9:06/2:30).
4. Arbejde i 3-mands-grupper med opgaven (19:16/21:38).
5. Opsamling på klassen (8:00/?).

⁶⁶ Tiderne ved anden gennemførelse er usikre, da der mangler lidt af lektionen både i starten og i slutningen af videooptagelsen.

Lektionen starter med en meget kort præsentation, hvorefter underviseren indleder en klassesamtale om lignedannede trekanter. På tavlen er på forhånd ophængt fem lignedannede, retvinklede trekanter (se figur 7.20). I alle trekanterne er forholdet mellem de to kateter 1:2, og sidelængderne i den røde trekant er dobbelt så lange som sidelængderne i de grønne trekanter, hvis sidelængder igen er dobbelt så lange som sidelængderne i de gule trekanter. Underviseren spørger først, hvad de fem trekanter har til fælles. En elev foreslår, at de alle er retvinklede, og en anden, at de alle er halve firkanter. Underviseren bekræfter svarene, men da det ikke er det ønskede svar, sætter han den ene af de grønne trekanter oven på den røde trekant, så man kan se, at to af vinklerne er ens (se figur 7.21):



Figur 7.20. Tavlen ved lektionens start.

U_S: Hvis jeg nu sætter den her herved. Kan vi så sige noget andet om de der to?

E₁: De passer sådan lidt sammen. Det er nærmest bare de store, der er blevet skåret lidt mindre, måske lidt mindre stykker.

U_S: Ja, det er fuldstændig rigtigt. Så hvad kan vi sige – om vinklen?

E₂: De har alle sammen helt samme vinkler.

U_S: Ja, det er fuldstændig rigtig.

Underviseren sætter nu den anden grønne trekant oven på den røde trekant (se figur 7.22) og definerer begrebet lignedannet for eleverne:

U_S: Det kalder vi, at de er lignedannede. De er dannet på samme måde. Det vil altså sige, at de har de samme vinkler, men som I kan se, så har de ikke samme størrelse. Det er stadig den samme trekant. Den er bare blevet forstørret eller formindsket.

Herefter går underviseren videre til sidelængderne:

U_S: Når vi kigger på det her nu med de to grønne trekanter oven på den røde, kan vi så sige noget om deres størrelse i forhold til hinanden? Hvor stor er den røde i forhold til en grøn?

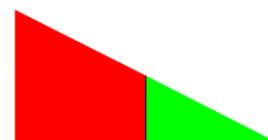
E₃: Dobbelt så stor.

U_S: Ja. Hvad er det, der er dobbelt så stor på den?

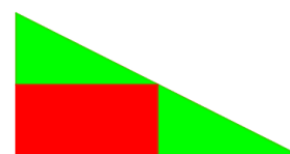
E₃: Altså selve firkanten er dobbelt så stor.

(...)

U_S: Kan vi sige noget om siderne?



Figur 7.21. En af de grønne trekanter oven på den røde.

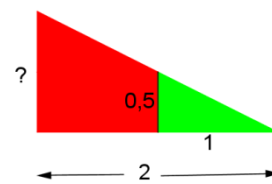


Figur 7.22. To grønne trekanter oven på den røde.

E₄: Er arealet ikke fire gange så stort?

U₅: Jo, det er fuldstændig rigtigt. (...) Hvis vi skal se på siderne, hvad kan vi så sige?

E₅: De er dobbelt så lange.



Figur 7.23.
Tegning med mål

Nu tager underviseren den ene grønne trekant væk, sætter mål på tegningen, som det er vist på figur 7.23 og spørger eleverne, hvor lang den lodrette katete i den røde trekant er. Mange elever rækker hånden op.

E₆: Den er 1.

U₅: Ja, hvorfor er den det?

E₆: Fordi den er dobbelt så stor.

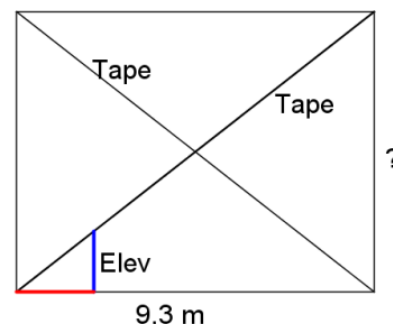
U₅: Den er dobbelt så stor, ja. Hvad kan vi så sige? Kan vi sige noget om forholdet?

E₂: Det er 1 til 2.

U₅: Ja. Det er fuldstændig rigtigt. Og hvis vi skulle regne den anden vej, så ville det så være omvendt. Det ville så være 2 til 1.

Til sidst introduceres dagens opgave mundtligt med hjælp af en tegning på den elektroniske tavle (se figur 7.24):

I det rektangulære klasseværelse er de to diagonaler markeret med tape. Den ene væg er 9,3 meter. I skal placere en elev som vist med det blå linjestykke og samtidig måle det røde linjestykke. Dette gentages med tre forskellige elever. Ved hjælp af personernes højde og det vi lige har talt om, skal I beregne længden af den anden væg. Der udleveres et hjælpeark, hvor elevhøjden og afstanden til væggen skal noteres på en brøkstreg.



Figur 7.24. Tegning af klasselokalet. De to diagonaler er markeret med tape.

Efter klassesamtalen arbejder eleverne i grupper på tre elever med opgaven, mens underviseren går rundt og hjælper. Eleverne følger hjælpearket slavisk, det vil sige at de finder tre samhörige værdier af elevhøjde og afstand til væggen, som skrives ind på de fortrykte brøkstreger, hvorefter de udregner de tre forhold og til sidst middelværdien af disse. Opgavearket hjælper alle til at vide, hvad de skal gøre, men binder samtidig eleverne til en fast procedure, som de tydeligvis har svært ved at gennemskue. Det kan være en medvirkende årsag til, at en del elever får problemer, når de skal til at bruge forholdet til at udregne længden af væggen. Flere spørger underviseren, og selv om der er eksempler på, at de er på vej til at finde en løsning, er det generelt meget svært for dem at komme frem til en metode til beregning af væggens længde.

Ved opsamlingen viser det sig derfor også, at rigtig mange – måske alle – elever har beregnet gennemsnittet af de tre forhold, men ved den første gennemførelse kan ingen umiddelbart sige

noget om, hvad det skal bruges til. Underviseren må derfor forklare, at forholdet (ca. 0,8) skal ganges med 9,3 meter, fordi de to trekanter er ligedannede. Han henviser til de grønne og røde trekanter fra introduktionen. Efter underviserens gennemgang forklarer en elev, at de – helt korrekt – har taget de 9,3 meter og divideret med længden til væggen, og så ganget med elevens højde. Underviseren kommenterer ikke dette forslag men gentager, at forholdet 0,8 skal ganges med 9,3 meter. Eleverne udregner dette til 7,44 meter og sammenligner med det rigtige mål på 7,7 meter, hvilket giver anledning til en enkelt kommentar om måleusikkerhed. Ved anden gennemførelse giver en elev det rigtige svar – at forholdet skal ganges med 9,3 meter, men han giver ikke nogen forklaring på fremgangsmåden, og da underviseren spørger, om det 'giver mening' for andre, er der ikke nogen, der responderer.

7.6.2 Analyse – matematisk prakseologi

I denne lektion er type af opgaver: Beregn længden af den ene katete i en retvinklet trekant, givet længden af den anden katete og længden af begge kateter i en ligedannet trekant. Den forventede teknik er at finde forholdet mellem kateterne i den ene trekant og multiplicere med længden af kateten i den anden. Teknologi er Thales sætning og teori definitionen af ligedannethed. Lektionen tager udgangspunkt i teoriblokken i den indledende classesamtale. Herefter behandles teoriblokken i den efterfølgende opgave.

Det er bemærkelsesværdigt, at rigtig mange elever kan svare på, at den lodrette katete (se figur 7.23) i den røde trekant er 1, selv om de endnu ikke er blevet præsenteret for den teori, som er nødvendig for at udregne den. Eleverne kan altså intuitivt anvende Thales sætning uden egentlig at kende den – i hvert tilfælde i forhold til de standardiserede trekanter på tavlen, hvor forholdet mellem siderne er hele, 'pæne' tal. Det er til gengæld meget vanskeligt for eleverne at anvende denne intuitive viden til at løse en konkret problemstilling fra virkeligheden, hvor forholdet mellem kateterne er ca. 0,8. I en situation fra undersøgelsesfasen ved første gennemførelse er eleverne tydeligt overraskede over, at forholdet mellem kateterne bliver tilnærmelsesvis det samme ved de tre eksempler. Denne problemstilling kan også observeres i andre lektioner, for eksempel ved første gennemførelse på Skåde Skole 1, hvor de to Tobleroneæskers sidelængder måles til 6,5 cm og 3,5 cm. Eleverne har meget svært ved at indgå i en dialog om forholdet i dette eksempel, men da gruppen ved næste gennemførelse ændrer, således at underviseren i stedet blot ansætter længderne til 6 cm og 2 cm, kan eleverne i langt højere grad indgå i classesamtalen. Ved denne lektion på Kragelundskolen lykkedes det kun for meget få elever – om nogen – at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken – på tværs af den horisontale teori-praksis-akse. Eksemplerne tyder imidlertid på, at det er muligt for langt flere, hvis der arbejdes med heltallige værdier, som kan bygge på elevernes intuitive fornemmelse af, at sidelængderne i en trekant eksempelvis er tre gange større end en anden. Dette vil til gengæld oftest gå på kompromis med ønsket om at anvende konkrete eksempler fra elevernes omgivelser, som denne gruppe af studerende lægger vægt på i deres artikel:

Derudover var en stor del af undervisningen baseret på, at elever kunne bruge lærerens oplæg i forhold til virkeligheden. (Jensen m.fl., 2014).

7.6.3 Analyse – didaktisk prakseologi

Lige som ved flere af de øvrige lektioner handler den væsentligste didaktiske prakseologi om at få eleverne til at arbejde undersøgende:

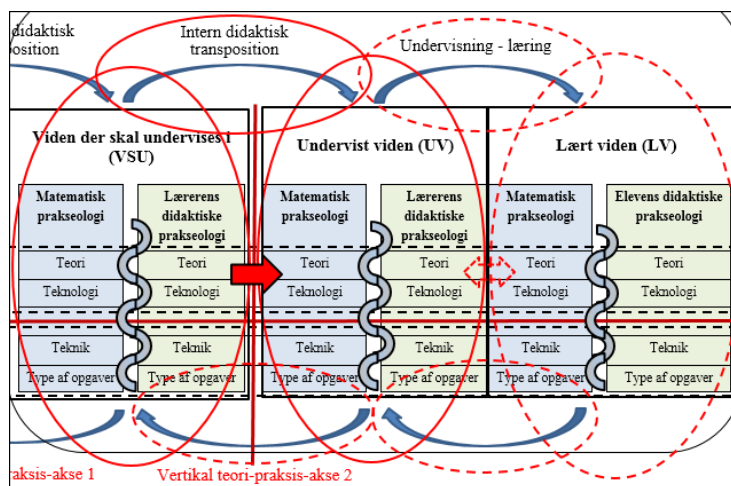
Arbejde undersøgende efter lærers oplæg af det teoretiske emne (Lektionsplanen Kragelundskolen).

Teknik er i dette tilfælde at præsentere en matematisk teori (sætningen om lignedannede trekanter), og så lade eleverne i grupper bruge den på en praktisk problemstilling i virkeligheden. Videooptagelserne giver imidlertid ikke indtryk af, at eleverne arbejder undersøgende, idet de tilsyneladende 'blot' måler og noterer længder i hjælpeskemaet, hvorefter de beregner forholdet mellem kateterne ud fra den brøkstreg, som er opstillet på forhånd. Den stramme styring, som hjælpearbejdet er en væsentlig del af, ser ud til at forhindre eleverne i at overskue hvorfor, de skal måle netop disse længder og beregne forholdet. De kan derfor ikke selv bruge dette til at beregne længden af væggen, selv om de principielt 'blot' skal kopiere fremgangsmåden fra klassesamtalen omkring figur 7.23. Det er en umiddelbar fordel, at eleverne nemt kan gå i gang med opgaven og ikke på samme måde som i andre lektioner oplever en frustrationsfase, hvor de skal prøve sig frem, formulere hypoteser og så videre. Denne fordel overskygges imidlertid i nogen grad af, at eleverne indtager en opgavediskurs frem for en undersøgelsesdiskurs. Der er derfor heller ikke meget, det tyder på, at gruppen opnår det, de ifølge de studerendes artikel ønsker:

Oplægget lagde op til, at eleverne selv skulle ræsonnere sig frem til, hvordan det er muligt at beregne en ukendt side i en trekant ved hjælp af viden om lighedannede. (Jensen, Light & Christensen, 2014).

De studerende kommenterer ikke dette forhold, hverken i deres artikel eller i interviewet. De er i stedet optaget af UV og deres eget udbytte af samarbejdet med lærerne. I artiklen beskriver og analyserer de undervisningen og de diskussioner, der ligger bag (intern didaktisk transposition), mens LV ikke nævnes.

De studerende har således i langt højere grad fokus på processen fra venstre mod højre i modellen – fra VSU til UV – og i mindre grad på undervisnings-lærings-forholdet og processen mod venstre fra LV til UV og VSU.



Figur 7.25. De studerende har fokus på interne didaktisk transposition - sammenhængen fra VSU til UV. De overser derimod LV og sammenhængen 'mod venstre' i modellen.

7.7 Holme Skole 1

7.7.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Ligedannethed – hvad betyder det?
Klassetrin	6. og 7. klasse
Nøglebegreber/læringsmål for lektionen	Ligedannethed i retvinklede trekanter – eleverne skal ræsonnere sig frem til, at vinkelmål og sideforhold er ens i ligedannede trekanter.

Figur 7.26: Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Holme Skole 1.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Introduktion (ca. 2:00⁶⁷/2:12).
 - Introduktion af begrebet ligedannet uden en matematisk definition.
2. Præsentation af opgaven og udlevering af trekanter (3:09/3:00).
 - Lav en forstørret og en formindsket udgave af trekanten.
3. Pararbejde med opgaven (32:10/24:20).
4. Klassesamtale (2:54/3:37).
 - Eleverne præsenterer deres metoder for klassen.
5. Afsluttende opsamling (6:35/2:04).
 - Underviseren formulerer den centrale pointe.

Lektionen indledes med, at underviseren laver en uformel introduktion af begrebet ligedannethed. På den elektroniske tavle vises to billeder, først et af en golfbold og en fodbold og efterfølgende et af to Tobleroneæsker i forskellig størrelse. Underviseren fortæller, at figurerne er ligedannede, fordi de ”ikke ændrer form, men bliver forstørrede”. Herefter vises et billede af en shetlandspony og en araber (hest), og underviseren spørger eleverne, om de to er ligedannede. Dette afvises af en elev, og der følger en klassesamtale, hvor denne påstand begrundes med henvisning til de to hestes tykkelse i forhold til højde, deres hals’ tykkelse i forhold til længde og deres bens længde i forhold til resten af kroppen.

Efter den indledende klassesamtale får hvert elevpar udleveret en retvinklet trekant, klippet ud af karton, og underviseren introducerer mundtligt dagens opgave:

U_S: Nu skal I lege kopimaskine. Den trekant, I har fået, den skal I lave både en forstørret udgave af og en formindsket udgave af. Og det skal I tegne på et blankt papir. Og så skal I prøve at overbevise mig om, at det er en forstørret og en formindsket udgave, I har lavet – at de trekanter, I har lavet, er ligedannede.

Eleverne arbejder parvis med opgaven, mens underviseren går rundt og hjælper og taler med dem. Ved den første gennemførelse (6. kl.) finder mange elever en løsning, hvor de kopierer

⁶⁷ Da der er klippet lidt i videooptagelsen er det tiderene for første gennemførelse behæftet med en lille usikkerhed.

vinklerne, mens kun meget få finder en løsning, hvor de anvender sidelængderne. Ved anden gennemførelse (7. kl.) vælger rigtig mange elever umiddelbart at måle sidelængderne og så henholdsvis fordoble og halvere disse. I lektionsplanen er der på forhånd formuleret en række nye udfordringer og spørgsmål, som underviseren kan stille til de elever, der har fundet en eller flere løsninger. For det første kan underviseren spørge, hvordan trekkanterne er konstruerede, og hvordan de kan overbevise hende om, at de to trekkanter er ligedannede. Dette spørgsmål stiller underviseren ofte ved den første gennemførelse, når eleverne viser en løsning, hvor de har kopieret vinklerne. Dernæst kan underviseren bede eleverne løse opgaven uden at bruge linealen til at måle sidelængder eller uden at bruge vinkelmåler til at måle vinklerne. Denne opgave stiller underviseren ofte ved den anden gennemførelse, hvilket i flere tilfælde afføder en dialog om, hvad man ellers kan måle, og det bevirker, at mange elever finder to forskellige metoder. Som en sidste mulighed foreslås det i lektionsplanen, at underviseren kan bede de elever, som har fundet flere løsningsmetoder, og som kan argumentere for deres metoders gyldighed, om at skrive en 'opskrift' på, hvordan man kan forstørre og formindske en trekant.

Opsamlingen til sidst i lektionen forløber i nogen grad forskelligt ved de to gennemførelser. Ved første gennemførelse præsenterer en elev en metode, hvor vinklerne kopieres ved at 'tegne efter' kartontrekanten og så ændre sidelængderne. Det er derimod svært for underviseren at få nogle elever til at fortælle om en løsning, hvor de har brugt sidelængderne. Det lykkes dog at få en gruppe til at fortælle, at de har "*gjort siderne dobbelt så lange*", men de er – på grund af usikkerhed – meget tilbageholdende med at uddybe det. Ved anden gennemførelse præsenterer to elever hver en metode, hvor de henholdsvis fordobler/halverer sidelængderne og 'kopierer' vinklerne. En stor del af eleverne har brugt begge metoder. Det diskuteres desuden, hvordan man kan forstørre med andre faktorer end to. Begge gennemførelser afsluttes med, at underviseren summerer op ved hjælp af en sætning, som er skrevet på den elektroniske tavle:

To trekkanter er ligedannede, når vinklerne parvis er ens og når forholdet mellem siderne er det samme.

7.7.2 Analyse – matematisk prakseologi

Den centrale type af opgaver i denne lektion er, hvordan forstørres/formindskes man en retvinklet trekant uden at ændre 'formen'. Eleverne vælger især to forskellige typer af teknik. Ved den første multipliceres alle sidelængder med en konstant, og ved den anden 'kopieres' vinklerne enten ved at måle og konstruere tilsvarende vinkler, eller ved at lægge kartontrekanten og 'tegne efter'. Teknologi er i forhold til de to forskellige typer teknik henholdsvis at forholdet mellem enslyggende sider i ligedannede trekkanter er konstant, og at ensvinklede trekkanter er ligedannede. Teori er definitionen af ligedannedhed.

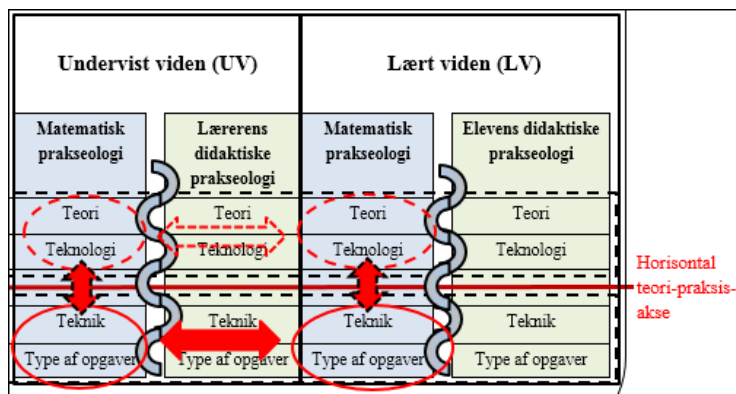
Lektionen tager udgangspunkt i teknologi i form af elevernes umiddelbare forståelse af at forstørre og formindske, som de for eksempel kender fra en kopimaskine, og ting, der ligner hinanden eller har samme form, men forskellig størrelse. Den centrale opgave er i første

omgang at udvikle en teknik, som kan løse problemet. Ved den anden gennemførelse er underviseren – både ved dialogerne under pararbejdet og ved den afsluttende opsamling – fokuseret på, at eleverne finder såvel en metode, der inddrager vinkelmaal, som en der inddrager sidelængder. For eksempel indleder hun den fælles opsamling således:

U_S: Vi skal i fællesskab opsummere, **hvordan** man forstørrer og formindsker trekanter, så man får to ligedannede trekanter. Hvad kunne en **metode** være?

På denne måde fastholdes arbejdet og dialogen i metoder og hvordan-spørgsmål – den praktiske blok. Først til allersidst, hvor underviseren formulerer lektionens centrale pointe, behandles den teoretiske blok:

U_S: Så når vi har vores ligedannede trekanter, så er de altså ensvinklede, og forholdet mellem siderne er det samme. Så det er altså det, vi skal huske fra timen i dag om ligedannede trekanter (går hen til den elektroniske tavle). Vi har den her regel om ligedannede trekanter (læser op): To trekanter er ligedannede, når vinklerne parvis er ens og når forholdet mellem siderne er det samme.



Figur 7.27. Ved anden gennemførelse (7. kl.) er underviseren fokuseret på to forskellige teknikker. Den teoretiske blok og sammenhængen mellem blokkene berøres kun perifert.

I modsætning til dette er underviseren ved første gennemførelse mere fokuseret på at få eleverne til at begrunde deres løsninger. For eksempel ved en dialog under pararbejdet:

E₁: Den er dobbelt så stor.

U_S: Hvordan vil I overbevise mig om, at den er den samme, den tegning der? Kan I komme med nogle argumenter for, at de skulle være ligedannede?

E₁: Altså, det er jo den samme form – og der er tre kanter.

E₂: Og de er retvinklede.

U_S: Ja. Men det har denne trekant også (viser et eksempel på en retvinklet trekant fra en anden gruppe, som helt tydeligt ikke er ligedannet med deres). Prøv at se den her. Er de ligedannede?

E₁: Nej.

Us: *Nej, men de har begge to en ret vinkel og tre kanter. Kan I finde nogle ting, som de to her har til fælles, som er ligedannede, men som de her ikke har til fælles? Det kan I lige sidde og tænke lidt over* (underviseren går).

Eleverne har både i dette og andre lignende tilfælde svært ved at afkode, hvad underviseren vil have dem til at gøre. I dette tilfælde siger en af eleverne, at trekantene har "samme form", men eleven får ikke lejlighed til at skabe en sammenhæng mellem dette udsagn og det tilsvarende matematiske udsagn – samme vinkler. Dette er et afgørende punkt i lektionen, hvor eleverne får mulighed for at skabe sammenhæng mellem den praktiske og den teoretiske blok, og det fremgår tydeligt af lektionen, hvor svært det er for eleverne. Det skaber frustration hos eleverne (og måske underviseren), da pointen i lektionen kommer til at fremstå lidt uklar. Underviseren afslutter dialogen med at spørge:

Us: *Kan I finde nogle ting, som de to her har til fælles, som er ligedannede, men som de her ikke har til fælles?*

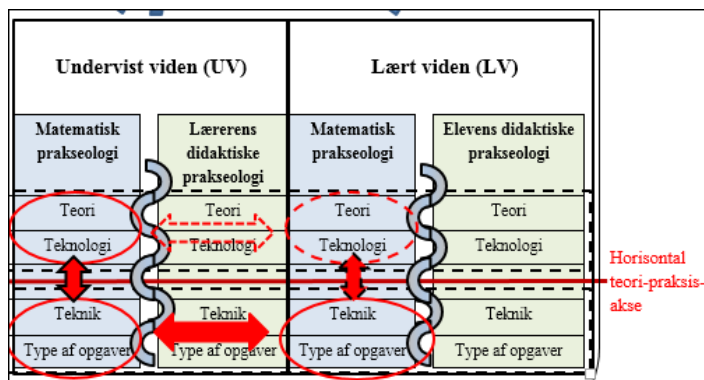
Dette spørgsmål skal lede eleverne hen imod en undersøgelse af forskellige matematiske størrelser, og det umiddelbart oplagte svar er, at de to trekanter har parvis lige store vinkler, hvilket vil fremgå umiddelbart af en undersøgelse. Derimod fremstår det konstante forhold mellem ensliggende sidelængder ikke nær så umiddelbart ved en undersøgelse af to trekanter, hvor den ene er fremstilet som en forstørrelse af den anden ved at kopiere vinkler.

De studerende vurderer i artiklen, at lektionen egner sig bedst til 7. klasse frem for 6. klasse:

Det er vores klare opfattelse, at det planlagte undervisningsindhold generelt egnede sig bedre til 7. klassens elever end 6. klassens. (Bünger, Lind & Halkjær, 2014).

Vurderingen begrundes med, at de fleste af eleverne i 6. klasse, i modsætning til eleverne i 7. klasse, kun havde forstået, at ligedannede trekanter er ensvinklede, og ikke at forholdet mellem ensliggende sider er konstant:

Ved timens slutning virkede det i 6. klasse ikke som om, at eleverne havde forstået begrebet ligedannethed. Nogle få havde forstået, at vinklerne i den forstørrede og formindskede trekant var bevaret, men at forholdet mellem sidelængderne også er ens, havde eleverne tilsyneladende ikke indset. I 7. klasse derimod virkede det til, at eleverne forstod "den fulde" definition af ligedannethed, hvilket også afspejlede sig i, at alle elever nåede skriftligt at formulere en "opskrift" på, hvordan man kan forstørre og formindskede en trekant (Bünger m.fl., 2014).



Figur 7.28. Ved den første gennemførelse (6. kl.) forsøger underviseren i højere grad at skabe sammenhæng mellem praksisblokken og teori-blokken. Det er tydeligvis svært for eleverne.

Videoptagelserne af de to gennemførelser underbygger i nogen grad, at eleverne i 7. klasse i højere grad har 'indset' de to egenskaber ved lignedannede trekanter, men samtidig fremgår det, at undervisningen og elevernes ytringer stort set udelukkende behandler, "*hvordan man kan forstørre og formindske en trekant*" (Bünger m.fl., 2014), altså den praktiske blok. Den større fokus på sammenhængen med den teoretiske blok ved gennemførelsen i 6. klasse bevirker, at eleverne i højere grad kommer til at ytre sig usikkert, men giver samtidig eleverne mulighed for at opnå nogle indledende erfaringer i forhold til at forbinde praksisblokken og teoriblokken. Forskellen mellem elevernes ageren ved de to gennemførelser er således ikke nødvendigvis kun begrundet i aldersforskellen, men kan også have at gøre med en anderledes vinkling af problemstillingen, som underviseren åbenbart ubevidst foretager, og som gruppen ikke lader til at være opmærksom på.

7.7.3 Analyse – didaktisk prakseologi

Også denne gruppe vælger undersøgende arbejdsformer som en central didaktisk prakseologi, hvilket blandt andet fremgår af lektionsplanen: "*pararbejde herunder undersøgende/eksperimenterende arbejde*" (Lektionsplanen Holme Skole 1). Problemstillingen præciseres i de studerendes artikel:

Efter en kort introduktion til begrebet lighedannethed skulle eleverne selv opdage egenskaberne knyttet til lignedannede retvinklede trekanter ved at "lege kopimaskine" og på papir tegne en forstørret og en formindsket udgave af en udklippet retvinklet trekant (Bünger m.fl., 2014).

Type af opgaver er således, hvordan man opstiller et læringsmiljø, hvor eleverne gennem undersøgende og eksperimenterende arbejdsformer opnår færdigheder og viden om begrebet lighedannethed. Teknik er at få eleverne til at lave en matematisk beskrivelse af et fænomen, de kender fra hverdagen (forstørrelse og formindskelse med en kopimaskine) og derved forhåbentlig *opdage* nogle karakteristiske egenskaber (vinkler og sidelængder) for lignedannede trekanter, så de får mulighed for at "*ræsonnere sig frem til, at vinkelmaal og sideforhold er ens i lignedannede trekanter*" (Lektionsplanen Holme Skole 1). Den teoretiske blok er identisk med den, der tidligere er beskrevet om undersøgende arbejdsformer (se afsnit 7.5.3).

Af lektionsplanen fremgår det desuden, at underviseren skal "*pas(se) på ikke at 'afsløre' for meget*". Underviserne ved begge gennemførelser lever i høj grad op til dette. Det er meget karakteristisk, hvordan de både ved pararbejdet og classesamtalerne stiller spørgsmålene til eleverne og kun i meget få tilfælde svarer på spørgsmål. Det ovenstående citat fra første gennemførelse er et godt eksempel på dette, hvor underviseren afsluttende stiller et spørgsmål og forlader eleverne. Dette er imidlertid ikke nogen nem strategi, hverken for underviseren eller for eleverne. I citatet ovenfor stiller underviseren spørgsmålet fra lektionsplanen:

U: *Hvordan vil I overbevise mig om, at den er den samme, den tegning der? Kan I komme med nogle argumenter for, at de skulle være lignedannede?*

Eleverne har meget svært ved at besvare dette spørgsmål, så underviseren omformulerer:

U: *Kan I finde nogen ting, som de to her har til fælles, som er lignedannede, men som de her ikke har til fælles?*

Da spørgsmålet er stillet i en matematiktime, er det ret oplagt – også for eleverne – at de skal undersøge matematiske størrelser, og dette spørgsmål er tydeligvis nemmere for dem at undersøge. Som tidligere nævnt er det imidlertid noget vanskeligere for eleverne at 'opdage', at forholdet mellem sidelængder er konstant. En ny didaktisk opgave er derfor, hvordan underviseren kan stille et spørgsmål, som får eleverne til at undersøge forholdet mellem sidelængder uden at "afsløre for meget". En mulighed kunne for eksempel være at stille spørgsmålet: Hvad sker der, hvis alle sidelængder multipliceres med det samme tal – for eksempel 2? Eksemplet viser, hvordan problemstillinger omkring den didaktiske praksisologi i nogle tilfælde kræver en analyse af den tilhørende matematiske praksisologi.

7.8 Holme Skole 2

7.8.1 Beskrivelse af lektionen

Titel	Lignedannede og kongruente trekants-par
Klassetrin	7. kl.
Nøglebegreber/læringsmål for lektionen	Eleverne skal blive bekendte med, og kunne kende forskellen på lignedannede og kongruente trekanter, samt kunne konstruere disse ved forskellige præsentationsformer.

Figur 7.29: Udvalgte kategorier fra lektionsplanen, Holme Skole 2.

Væsentlige faser i lektionen (tidsangivelse for henholdsvis 1. og 2. gennemførelse i parentes):

1. Underviseren introducerer opgaven og uddeler ark med trekanter (2:39/1:28).
2. Individuelt arbejde med opgaven (6:23/3:54).
3. Underviseren inddeler i grupper og introducerer den næste opgave (1:55/0:52).
4. Gruppearbejde (10:13/11:30).
5. Klassesamtale (12:16/4:08).
 - Elever præsenterer eksempler på par af kongruente og lignedannede trekanter.
6. Underviseren samler op (2:50/1:17).
 - Gennemgår begreberne kongruente og lignedannede.
7. Klassesamtale (3:00/1:05).
 - Et eksempel med to lignedannede trekanter og et eksempel med to kongruente trekanter på den elektroniske tavle.
8. Evaluering ved håndsoprækning (0/1:29).

Denne lektion forløber meget forskelligt ved de to gennemførelser. Ved første gennemførelse underviser en studerende, som ikke har deltaget i forberedelsen. Det gav nogle problemer:

L: Det var faktisk rigtig godt. Det var en stor skam, at ham den ene var fraværende under forberedelsen og så skulle køre den første lektion (fra interview med lærer).

Den pågældende studerende er samtidig meget utilfreds med dele af det arbejde, resten af gruppen har lavet. I interviewet siger han:

S: Jeg kunne bare se, at det her, det bliver et helvede, men nu bliver jeg nødt til at gøre det. Og jeg var godt nok ikke glad for, at jeg igen skulle være prøvekanin på et lesson study-forløb. Især når jeg syntes, at materialet var så mangelfuldt, fordi jeg syntes virkelig, at jeg stod med armene bundet på ryggen. (...) Det var simpelthen for ringe, og det var makværk.

Det er naturligvis helt afgørende, at underviseren kan stå inde for den planlagte undervisning, hvilket tydeligvis ikke er tilfældet her. Det er samtidig et helt centralt element ved lektionsstudieformatet, at underviseren har deltaget i hele forberedelsesfasen, kender begrundelsen for de valg, der er truffet, og kan stå inde for dem. Underviserens manglende deltagelse i forberedelsesfasen viser sig flere gange i løbet af lektionen ved, at han er usikker på, hvordan han skal gribe forskellige situationer an og derfor er meget uklar i sine udmeldinger. Eleverne er tydeligvis forvirrede og kan ikke finde ud af, hvad de skal. I løbet af lektionen kører underviseren og eleverne mere og mere skævt af hinanden, og den dårlige stemning er tydelig. Dette præger klassesamtalerne, hvor eleverne ikke ønsker at deltage, og underviseren derfor må sige det meste selv.

På grund af ovennævnte vil resten af analysen behandle anden gennemførelse af lektionen, som også blev gennemført af en studerende.

Lektionen starter med, at underviseren uddeler et A4-ark med et antal trekanter og formulerer følgende opgave mundtligt for eleverne:

Us: I skal måle jeres trekanter. I skal finde sidelængderne, og I skal finde vinklerne. Og så skal I se, om der er nogle af trekanterne, som I sådan kan finde sammenhænge imellem, så I kan sætte dem to sammen, så I finder et par.

Eleverne arbejder først individuelt med opgaven i cirka fem minutter, hvorefter de inddeles i fire grupper, som sammenligner deres første resultater og i fællesskab arbejder videre med opgaven i ca. 10 minutter. Herefter præsenterer udvalgte elever eksempler ved tavlen:

Us: Hvorfor passer de sammen?

E: Fordi de har samme vinkler.

Us: De har de samme vinkler. Ja. Kan man sige noget mere om dem?

E: De har samme størrelse.

Us: De har samme vinkler, og de har samme størrelse. Altså sidelængderne er ens.

Igennem klassesamtalen inddeles elevernes eksempler i to grupper, en hvor både vinkler og sidelængder er parvis lige store, og en hvor vinklerne er parvis lige store, men sidelængderne er forskellige. Herefter fortæller underviseren:

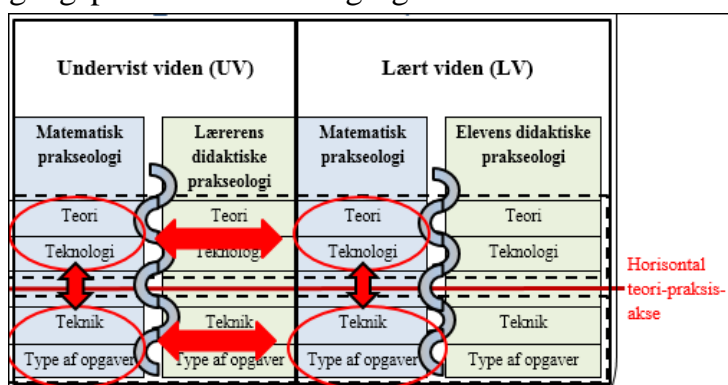
Us: *Dem herovre, når de er helt ens, så siger man, at de er kongruente. Det er sådan et fint matematikord (skriver 'kongruente' på tavlen). Trekanter, der er helt ens, altså har ens vinkler og ens sidelængder, de er kongruente. Trekanter, som har de samme vinkler, men sidelængderne er forskellige, dem siger man er lignedannede (skriver 'lignedannede' på tavlen). Så vi har kongruente trekanter, og vi har lignedannede trekanter.*

Definitionen efterfølges af en klassesamtale ud fra to eksempler på henholdsvis to lignedannede og to kongruente trekanter på den elektroniske tavle. Til sidst foretages en meget kort evaluering, hvor eleverne skal række hånden højt op, hvis de har forstået fuldstændigt, halvhøjt op hvis de synes, de har forstået det nogenlunde, og lavt, hvis de slet ikke forstår. Rigtig mange elever rækker hånden højt op og et mindre antal halvhøjt.

7.8.2 Analyse – matematisk prakseologi

Typen af opgaver er: Inddel trekanter i grupper (par), som har egenskaber til fælles – specielt vinkler og sidelængder er interessante. 'Forventet teknik' er at måle vinkler og sidelængder på trekanterne og gruppere i to grupper. En hvor trekanterne har parvis ens vinkler, men forskellige sidelængder, og en anden gruppe, hvor trekanteren har både parvis ens vinkler og sidelængder. Teknologi er sætningen om, at ensvinklede trekanter er lignedannede og at ensvinklede trekanter med parvis samme sidelængder er kongruente⁶⁸. Teori er definitionerne af kongruens og lignedannethed.

I forhold til den matematiske prakseologi ligner denne lektion flere af de lektioner, som tidligere er beskrevet, hvor der tages udgangspunkt i forskelle og ligheder mellem trekanter, som 'ligner hinanden', har 'samme form' eller som underviseren siger her: "om der er nogle af trekanterne, som I sådan kan finde sammenhænge imellem". Det bemærkelsesværdige i denne lektion er, at det lykkedes at få rigtig mange elever til at skabe sammenhæng mellem den praktiske blok og den teoretiske blok – på tværs af den horisontale teori-praksis-akse. Dette viser sig ved, at de med stor sikkerhed placerer parrene af trekanter i de to grupper – lignedannede og kongruente – ud fra både deres



Figur 7.30. Det lykkedes i høj grad at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken i både UV og LV.

⁶⁸ Det er som bekendt tilstrækkeligt, at sidelængderne er parvis ens.

intuitive opfattelse af 'samme form' og deres undersøgelse af vinkler og sidelængder, om end deres kommunikation stadig er upræcis. Herudover reflekterer flere over et specialtilfælde med to figurer, som er spejlvendte, og kommer frem til, at de er kongruente, fordi de har samme størrelse vinkler og sidelængder. Ved den afsluttende opsamling markerer mange elever – og de elever, der bliver spurgt, svarer rigtigt. Til sidst vises to trekanter, hvor den ene er drejet, men eleverne svarer stadig, at de to trekanter er kongruente. En stor del af eleverne har således tydeligvis opnået nogle værdifulde indledende erfaringer med begreberne lighedannet og kongruent. Erfaringerne er begrænsede til at handle om trekanter, men det er alligevel nogle erfaringer og en viden, som der kan bygges videre på hen imod en introduktion af trigonometri.

7.8.3 Analyse – didaktisk prakseologi

Den didaktiske prakseologi ligner i høj grad flere af de lektioner, som tidligere er beskrevet. Type af opgaver er, hvordan man opstiller en læringssituation, således at eleverne får mulighed for at tilegne sig viden gennem undersøgende arbejde, og teknik er i dette tilfælde at lade eleverne måle vinkler og sidelængder i et antal trekanter og derudfra inddele dem i grupper ud fra, hvor der er 'sammenhæng imellem' dem. Efterfølgende præsenteres eleverne så for den teoretiske blok af den matematiske prakseologi ud fra deres egen kategorisering. Den teoretiske blok af den didaktiske prakseologi i forhold til undersøgende arbejdsformer er beskrevet i et tidligere afsnit (se afsnit 7.5.3)

Det er karakteristisk, hvordan mindre forskelle mellem de to gennemførelser resulterer i store forskelle i forhold til elevernes undersøgende arbejde. Underviseren ved anden gennemførelse er mere præcis i sine udmeldinger og holder sig meget stramt til strukturen. Hun bruger derfor væsentlig mindre tid på classesamtalerne, som det fremgår af tidsangivelserne på de enkelte faser ovenfor. Samtidig udtrykker hun mere sikkerhed i forhold til lektionen i forhold til underviseren ved første gennemførelse. Det bevirker, at eleverne ved, hvad de skal, at de i langt højere grad går ind i en undersøgelse af problemstillingen, og at de deltager med flere løsninger og præcise formuleringer ved classesamtalerne.

7.9 Konklusion

I det følgende afsnit konkluderes der samlet på de otte lektionsstudier med brug af ATD-modellen. Ligesom i analysen af det første studie og analysen i det næste afsnit formuleres konklusionen først, hvorefter den underbygges med data fra ovenstående analyse af de otte lektionsstudieforløb.

1. I samtlige lektioner arbejdes der både med den teoretiske og den praktiske blok i den matematiske prakseologi i undervist viden, og der er eksempler på, at undervisningen tager udgangspunkt i begge blokke. Der er imidlertid forskel på, i hvor høj grad lektionerne skaber mulighed for, at eleverne kan skabe sammenhæng på tværs af den horisontale teori-praksis-akse i lært viden. Den

teoretiske blok er ifølge deltagerne mere fremtrædende ved studielektionerne sammenlignet med 'sædvanlig' matematikundervisning i skolen.

Ligedannethed er det centrale faglige begreb i samtlige otte lektioner. Eleverne skal tilegne sig indledende erfaringer og viden om dette begreb. Fokus er på definitionen (teori) af ligedannethed, formuleret med forskellig grad af præcision i de otte lektionsplaner. Med hensyn til teknologi går to sætninger om henholdsvis vinkler og forhold mellem sidelængder i ligedannede, retvinklede⁶⁹ trekanter igen i alle lektioner, med undtagelse af Bavnehøjskolen 1⁷⁰, hvor forholdet mellem sidelængder ikke behandles, og Holme Skole 2, hvor der fokuseres på forskellen på kongruens og ligedannethed i stedet for sætningen om forholdet mellem sidelængder. Den teoretiske blok er således stort set identisk i samtlige lektioner, hvorimod den praktiske blok varierer. Et fælles træk er dog, at grupperne har forsøgt at opstille læringsmiljøer, hvor eleverne skal undersøge nogle fælles egenskaber ved trekanter, som 'ligner' hinanden.

Fem grupper vælger at tage udgangspunkt i teoriblokken, mens 3 (Skåde 2, Bavnehøj 2 og Holme 2) vælger at tage udgangspunkt i praksisblokken. De lektioner, der tager udgangspunkt i teoriblokken, har en deduktiv karakter, idet eleverne først præsenteres for den teoretiske blok, som så skal bruges til at løse problemstillinger. De lektioner, der tager udgangspunkt i den praktiske blok, får derimod en mere induktiv karakter, hvor eleverne skal være med til at udvikle teorien ud fra undersøgelser af enkelttilfælde. Det er karakteristisk, at både teoriblok og praksisblok er til stede i UV i alle lektioner. Specielt er det bemærkelsesværdigt, at teoriblokken er så fremtrædende i samtlige lektioner. Det er efter min erfaring – og deltageres udtalelser i konklusion 5.2 i næste afsnit – usædvanligt for skolens matematikundervisning. Der er dog forskel på vægningen og kvaliteten af de tiltag, som forsøger at skabe sammenhæng mellem de to blokke, og som derfor kan give eleverne mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af den horisontale teori-praksis-akse i LV. Empirien kan ikke dokumentere, at der er skabt en sådan sammenhæng i den lærte viden – det vil kræve, at man for eksempel havde indsamlet elevprodukter fra lektionerne – men ved specielt tre af lektionerne, Skåde 1, Bavnehøj 2⁷¹ og Holme 2, er der tiltag ved UV, som giver gode muligheder for at skabe denne sammenhæng. Ved de øvrige lektioner er de to blokke i højere grad adskilt fra hinanden, og det er derfor mere tvivlsomt, om eleverne skaber sammenhæng, men der er mulighed for 'en begyndende sammenhæng', som den videre undervisning vil kunne bygge videre på, idet alene tilstedeværelsen og arbejdet med begge blokke i den samme lektion er en nødvendig forudsætning for at give eleverne mulighed for at skabe sammenhæng. Dette skal ses i forhold til konklusion 5.2 i afsnit 8.4.5, hvor deltagerne – altså helt i overensstemmelse med analysens resultat – vurderer, at der både arbejdes med

⁶⁹ Dog ikke ved Holme Skole 2, hvor de fleste eksempler var ikke-retvinklede trekanter.

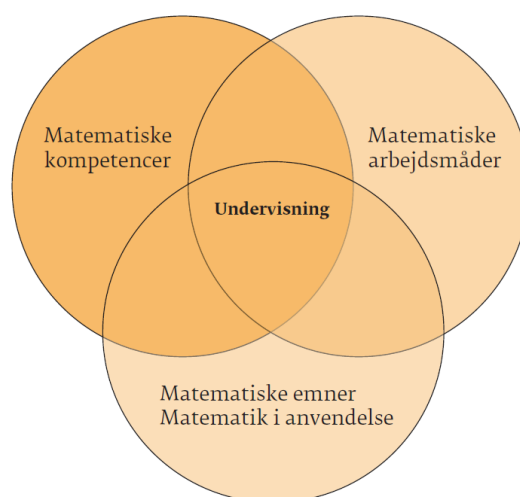
⁷⁰ Bemærk at Bavnehøjskolen 1 er 3. klassetrin – altså væsentlig yngre end de øvrige klasser.

⁷¹ Specielt ved anden gennemførelse.

den praktiske og den teoretiske blok i deres lektion, hvorimod der for sjældent arbejdes med den teoretiske blok i skolens matematikundervisning.

2. Det lykkes i nogen grad at skabe sammenhæng mellem viden, der skal undervises i, og undervist viden, specielt med hensyn til det matematiske emne, trigonometri. I forhold til matematiske arbejdsmåder og matematiske kompetencer er der ikke en direkte sammenhæng, men der er en tydelig sammenhæng mellem undervisningen på læreruddannelsen og praksis i skolen.

I FM 2009 (Undervisningsministeriet, 2009) er trinmålene opdelt i fire *centrale kundskabs- og færdighedsområder*: Matematiske kompetencer, matematiske emner, matematik i anvendelse og matematiske arbejdsmåder. De fire områder griber ind i hinanden og skal tænkes i sammenhæng. I undervisningsvejledningen (Undervisningsministeriet, 2009, s. 35) præsenteres *Lærerens tænkebobl* (se figur 7.31), som er et lærerredskab til at planlægge undervisningen ud fra trinmålene. Tanken er, at læreren til ethvert undervisningsforløb vælger trinmål fra de matematiske kompetencer, matematiske arbejdsmåder samt enten matematiske emner eller matematik i anvendelse. Disse tre områder er derfor også felter, som skal udfyldes i lektionsplanen.



Figur 7.31. Matematiklærerens tænkebobl.

Ved det indledende seminar blev det centrale trinmål for trigonometri (9. klassetrin) præsenteret for deltagerne (se afsnit 6.5). Da de fleste deltagende klasser var på 6. og 7. klassetrin, blev deltagerne samtidig gjort opmærksom på læseplanens beskrivelser af de faglige emner, som danner baggrund for trigonometri samt det centrale trinmål for 6. klasse:

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til i geometri at arbejde med enkle eksempler på målestoksforhold og lighedannede i forbindelse med tegning (Undervisningsministeriet, 2009, s. 7).

I samtlige lektioner er det meget tydeligt, at disse trinmål fra de matematiske emner har været udgangspunktet. Specielt arbejder mange grupper med lighedannede, retvinklede trekanter, hvor det næste skridt for eksempel kunne være at definere sinus og cosinus. På dette punkt er der således i høj grad skabt sammenhæng på tværs af vertikal teori-praksis-akse 2 mellem VSU og UV. I modsætning til praktikken, hvor FM kun inddrages sporadisk, og kun når de studerende selv vælger det (se konklusion 3.1 i det første studie, afsnit 5.6.3), er det altså her lykkedes at skabe denne sammenhæng, fordi opgaven på forhånd har været bundet. Til gengæld er der ingen tegn på, at deltagerne har brugt trinmål inden for matematiske

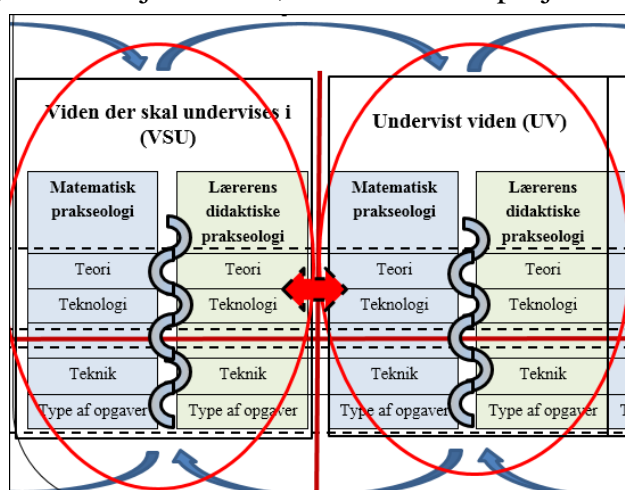
arbejds måder eller matematiske kompetencer, på trods af at det blev fremhævet ved opstartsseminaret, og at der var afsat felter til dette i skabelonen til lektionsplanen. I trinmålet efter 9. klassetrin bruges ordet *undersøgende*, som er centralt for det didaktiske fokuspunkt for projektet, men herudover kunne deltagerne finde yderligere formuleringer under matematiske arbejds måder, for eksempel (efter 9.klassetrin):

Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at

- *undersøge, systematisere og ræsonnere med henblik på at generalisere*
- *veksle mellem praktiske og teoretiske overvejelser ved løsningen af matematiske problemstillinger* (Undervisningsministeriet, 2009, s. 10).

Der er imidlertid ingen tegn på, at deltagerne har brugt trinmål fra de matematiske arbejds måder. Alle grupper omtaler undersøgende arbejdsformer, fordi det var projektets didaktiske fokusområde, men der er ingen direkte henvisninger til den teoretiske baggrund, kun mere implicite forståelser af begrebet, som for de studerendes vedkommende blandt andet stammer fra den teoretiske undervisning på læreruddannelsen. Dette viser sig blandt andet ved, at organisering og formulering af problemstilling i nogen grad ligner den måde, de studerende har arbejdet med lignende problemstillinger på i matematikundervisningen på læreruddannelsen. Selv om der på dette punkt ikke er skabt direkte sammenhæng mellem VSU og UV, er der altså en tydelig sammenhæng mellem de studerendes teoretiske undervisning og praksis på skolen – en sammenhæng, som ikke kan skabes i forbindelse med praktikken, hvor de studerende oftest ikke selv kan vælge, hvilket matematisk stofområde, de skal undervise i.

Kun en gruppe citerer direkte trinmål fra de matematiske kompetencer, men alle grupper med undtagelse af en har angivet, hvilke matematiske kompetencer de har specielt fokus på. Flere grupper omtaler også specifikke matematiske kompetencer i deres artikler. Heller ikke her er der altså direkte, eksplicit sammenhæng mellem VSU og UV, men de studerende bruger i høj grad kompetencebegrebet, som ellers traditionelt er svært tilgængelig for såvel lærere som lærerstuderende, som en del af deres fagsprog. Dette må imidlertid især tilskrives, at kompetencebegrebet var det centrale fokuspunkt for det første lektionsstudieprojekt.



Figur 7.32. Det lykkedes i nogen grad at skabe sammenhæng mellem VSU og UV.

7.10 Afsluttende bemærkninger

Ud over de nævnte konklusioner er der en række væsentlige forhold, som træder frem ved gennemgangen af videooptagelserne og ovenstående analyse. Disse forhold bliver kort omtalt i dette afsnit.

En analyse som den ovenstående kunne med fordel have været foretaget af de enkelte lektionsstudiegrupper. I det gennemførte projekt var der stort fokus på specielt forberedelsesfasen, blandt andet fordi jeg fra tidligere projekter har erfaret, at der her ligger et meget stort læringspotentiale, hvilket også viste sig at være tilfældet. Da lærernes deltagelse var begrænset til 10 arbejdstimer, var der samtidig en praktisk begrundelse, som nødvendiggjorde en prioritering. De studerende arbejdede imidlertid videre ud fra videooptagelsen af lektionen i matematikundervisningen på læreruddannelsen. Hver gruppe præsenterede deres væsentligste erfaringer fra lektionsstudiet for resten af holdet (se afsnit 6.4) med brug af cirka fem minutters klip fra videoen. Der er dog ingen tvivl om, at dette arbejde kunne udbygges og kvalificeres yderligere.

Ved 14 af de 16 gennemførelser er det en studerende, der er underviser. Baggrunden for dette valg bliver omtalt i forbindelse med konklusion 1.3 i afsnit 8.4.1. Det er karakteristisk, at underviserne (bortset fra anden gennemførelse på Skåde 2) holder sig meget nøje til lektionsplanen. Det ses blandt andet ved, at underviseren flere gange i løbet af lektionen kigger i manuskriptet, at rækkefølgen i lektionsplanen overholdes, og helt specielt i de tilfælde, hvor der eksplicit er formuleret spørgsmål i lektionsplanen (for eksempel Bavnehøj 2), som underviseren skal bruge. Flere af de studerende fremhæver også vigtigheden af at følge lektionsplanen i interviewene. De er meget opmærksomme på, at dette er et væsentligt element ved lektionsstudieformatet. Det er et resultat af, at dette projekt er det tredje lektionsstudieforløb, de deltager i. De har derfor opnået nogle erfaringer og er blevet dygtige udøvere af lektionsstudier. Det nævnes også af flere lærere, som deltager i lektionsstudier for første gang, som en kilde til læring. Ved at følge lektionsplanen nøje opnås, at deltagerne kan skabe sammenhæng på tværs af teori-praksis-aksen mellem VSU og UV. Samtidig kan denne sammenhæng analyseres nærmere ved evalueringsmøderne. Det giver i de fleste af lektionsstudierne (for eksempel Holme 1, Holme 2 og Bavnehøj 2) deltagerne mulighed for med små ændringer at forbedre lektionen væsentligt. Der er ingen tvivl om, at disse situationer indeholder et stort læringspotentiale for såvel studerende som lærere.

To gennemførelser går rigtig dårligt i forhold til de øvrige 14. Det drejer sig om anden gennemførelse ved Skåde Skole 2 og første gennemførelse ved Holme Skole 1. Ved de to gennemførelser er der en tydeligt dårlig stemning. Eleverne virker desorienterede og forvirrede og reagerer for eksempel ved ikke at ville deltage aktivt, tage afstand til underviseren og udtale sig negativt. Ved begge disse gennemførelser har underviseren, i modsætning til de resterende 14 lektioner, ikke deltaget ved forberedelsen af lektionen. Det understreger vigtigheden af, at deltagerne deltager i hele forløbet. De to gennemførelser er også de eneste, som deltagerne ved interviewene udtaler sig direkte negativt om. I begge tilfælde har det været svært for deltagerne at gøre relevante observationer, hvilket nedsætter læringsudbyttet for hele gruppen væsentligt.

8. Lærerfaglighed gennem lektionsstudier – deltagerens oplevelse af egen læring

I det følgende analyseres deltagerens tilegnelse af lærerfaglighed i det andet studie med udgangspunkt i interviewundersøgelsen og de studerendes artikler. Fokus er på, hvordan deltagerne oplever mulighederne for tilegnelse af relevant lærerfaglighed i forbindelse med deres deltagelse i lektionsstudieprojektet.

8.1 Interviewundersøgelsen

Interviewene blev foretaget umiddelbart efter, at forløbet var gennemført, og omfatter otte lærere og otte studerende.

De to væsentlige ændringer i organiseringen af lektionsstudierne – deltagelse af lærere og undervisning i et specifikt matematikfagligt emne som den overordnede fagdidaktiske problemstilling – er omdrejningspunkt for undersøgelsen sammen med nogle af resultaterne fra det første studie. Specielt vil resultaterne i konklusion nr. 1.3; 1.4; 2.1; 3.1; 4.4; 5.1; 6.1; 6.2; 6.3 og 6.4 fra det første studie blive undersøgt nærmere. Resultaterne vil igen blive analyseret på baggrund af ATD-modellen.

Interviewundersøgelsen behandler, i modsætning til det første studie, kun deltagerens tilegnelse af lærerfaglighed gennem deltagelse i lektionsstudier. I nogle sammenhænge sammenlignes lektionsstudiet dog med andre læringssituationer som for eksempel praktikken og for lærernes vedkommende efteruddannelsesaktiviteter.

Formålet med interviewundersøgelsen er

1. At undersøge, hvordan henholdsvis studerende og lærere vurderer det lærerfaglige udbytte, herunder relevansen og anvendeligheden af den viden og de erfaringer, de har opnået ved at samarbejde om lektionsstudier.
2. At undersøge lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at udvikle den kollegiale samtale mellem lærere og lærerstuderende.
3. At undersøge lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at udvikle henholdsvis deltagerens faglige og fagdidaktiske viden, herunder forskellen mellem at vælge et matematikfagligt fokusområde, in casu trigonometri, og et fagdidaktisk fokus, som kompetencebegrebet i det første studie.
4. At undersøge, hvordan lærere oplever lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at udvikle matematikundervisningen for den enkelte lærer, for skolens matematikundervisning og for matematikundervisningen generelt.
5. At undersøge, om samarbejde mellem lærere og lærerstuderende om lektionsstudier kan være med til at forbedre de studerendes oplevelser af samspil og sammenhæng mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsen og skolens praksis.

Punkt 1 handler om de studerendes og lærernes oplevelse af deres læring i forbindelse med lektionsstudierne. For de studerendes vedkommende sammenholdes disse med erfaringer og viden fra lektionsstudier i det første studie, hvor kun lærerstuderende deltog. Hvilke kvaliteter i form af yderligere læring og udvikling kan det tilføre lektionsstudieformatet, at også uddannede, erfarne lærere deltager, og er der kvaliteter og potentialer, der eventuelt går tabt. I forhold til lærerne er der fokus på tilegnelsen af lærerfaglighed, herunder relevans og anvendelighed i forhold til deres daglige arbejde, samt potentiale for udvikling af den enkeltes matematikundervisning. Det er i denne forbindelse af særlig interesse, hvordan lærerne oplever udbyttet af samarbejdet med de lærerstuderende. Oplever de, at de lærerstuderende kan bidrage væsentligt til samarbejdet på trods af den manglende uddannelse og rutine, således at lektionsstudierne ikke ”kun” har et udbytte i forhold til læreruddannelsen, men også kan være med til at udvikle deres kompetencer og undervisning?

Punkt 2 handler om lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at udvikle den kollegiale samtale mellem lærere og lærerstuderende samt lærere imellem. Dette fokus er blandt andet medtaget som en konsekvens af konklusion 1.3 fra det første studie, som viser, at kvaliteten af vejledningssamtalerne mellem lærere og lærerstuderende i forbindelse med praktikken er meget svingende og i mange tilfælde meget instrumentel. I de fleste tilfælde oplevede de studerende, at vejledningssamtalerne i højere grad behandlede meget konkrete handleanvisninger og korrektioner i forhold til en gennemført undervisning end mere generelle betragtninger om undervisning og elevernes læring. Målet er derfor, at lektionsstudier bliver et redskab til i højere grad at fokusere samtalerne mellem lærere og lærerstuderende på mere generelle problemstillinger – ud fra en konkret kontekst. I forhold til lærerne er dette formål medtaget for at undersøge, om lektionsstudieformatet har et potentiale til ikke blot at udvikle den professionelle samtale med de studerende, men også med kollegaerne i teamet og på skolen. Lærere, som har deltaget i nogle af mine tidligere lektionsstudieprojekter, har givet udtryk for, at de kollegiale samtaler i forbindelse med lektionsstudierne har behandlet helt andre problemstillinger, end de samtaler de har med fagkollegaer i andre sammenhænge, som for eksempel fagteamsamarbejdet. I disse tidligere lektionsstudieprojekter har der ikke været afsat ressourcer til at undersøge lærernes oplevelse mere systematisk, men ved evalueringssamtaler har de givet udtryk for, at samtalerne i langt højere grad kom til at handle om faglige undervisningsmæssige forhold frem for mere praktiske og overordnede organisatoriske forhold, som ofte optager meget tid i for eksempel fagteamsamarbejde.

Punkt 3 handler om lektionsstudiers potentiale i forhold til, at deltagerne erhverver fagdidaktisk og matematikfaglig viden. I den sammenhæng er det interessant at undersøge, hvilken indflydelse karakteren af den overordnede fagdidaktiske problemstilling har for lektionsstudiet. Som før omtalt er der en væsentlig forskel på det første studies fokus på de matematiske kompetencer og dette projekts fokus på undervisning i trigonometri og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer.

Punkt 4 undersøges kun i forhold til de deltagende lærere. Det handler om, hvordan lærerne vurderer lektionsstudieformatets potentiale i en større skala som model til udvikling af deres skoles matematiklæreres lærerfaglighed på længere sigt, matematikundervisningen på skolen

og matematikundervisning generelt. Da lektionsstudier forudsætter, at der tilføres ekstra ressourcer – i dette tilfælde 10 arbejdstimer per lærer – er det oplagt at sammenligne udbyttet både kvalitativt og kvantitativt med andre former for efteruddannelse, udviklingsarbejde og kollegialt samarbejde.

Det sidste punkt handler helt overordnet om lektionsstudieformatets potentiale i forhold til i højere grad at skabe sammenhæng mellem den teoretiske undervisning og skolens praksis. I denne sammenhæng benyttes de tre teori-praksis-akser i ATD-modellen som referenceramme. De lærerstuderende har naturligvis helt friske konkrete oplevelser med dette spørgsmål, hvorimod lærerne både kan inddrage deres egen læreruddannelse og erfaringer i forbindelse med, at de har fungeret som praktikvejledere for studerende.

8.2 Interviewguidens struktur

Nedenstående interviewguide til undersøgelsen er struktureret efter ovenstående formål for undersøgelsen.

Interviewet indledes med en kort introduktion (Q0), hvor formålet med undersøgelsen beskrives, og der gøres opmærksom på forskellige etiske overvejelser i forbindelse med deltagelse i undersøgelsen (se afsnit 1.4.3).

Herefter behandles punkt 1 i formålet i Q1, punkt 2 i Q2, punkt 3 i Q3 og punkt 4 i Q4. Til sidst belyses punkt 5 – lektionsstudiers potentiale i forhold til at forbedre de studerendes opfattelse af sammenhæng mellem teori og praksis – ud fra de forskellige teori-praksis-akser i ATD-modellen, således at sammenhængen mellem VMV og VSU behandles i Q5 om FM, den horisontale akse om Chevallards opdeling i teori- og praksisblok behandles i Q6, og sammenhængen mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen og undervisningspraksis på skolen behandles i Q7.

Nogle af spørgsmålene i interviewet er af indlysende årsager forskellige for lærere og lærerstuderende. Dette fremgår af interviewguiden ved en opdeling i to søjler, en a-søjle til venstre med spørgsmål til de lærerstuderende, og en b-søjle til højre med spørgsmål til lærerne.

Til sidst (Q8) vil interviewpersonerne få lejlighed til at udtale sig om oplevelser ved projektet, de ikke synes, de har haft lejlighed til, samt hvordan de generelt har oplevet interviewet. Lærerne vil desuden blive bedt om at svare på en række konkrete spørgsmål om for eksempel undervisningserfaring, uddannelse og praktiklærerfaring.

8.3 Interviewguide

Q0: Indledning.

Interviewpersonen præsenteres kort for formålet med undersøgelsen: Jeg søger en mere nuanceret forståelse af lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at skabe sammenhæng mellem teori og praksis i læreruddannelsen samt udvikle læreres læring i og af praksis.

Jeg er interesseret i din oplevelse af de forskellige forhold – ikke et ”rigtigt” svar. Det er vigtigt, at du beskriver situationen, som *du* oplever den. Det, der er vigtigt for mig, er, hvad der virker meningsfyldt for dig, og hvad du oplever som udbytterigt i forhold til dit lærerjob eller din læreruddannelse.

Etiske overvejelser i forbindelse med interviewet.

Der vil sandsynligvis ikke være kontroversielle emner, og det vil være svært at identificere jer, da der deltager otte lærere og otte studerende. Alle navne bliver anonymiseret ved offentliggørelse. Hvis jeg vurderer, at oplysninger kan skade dig, vil de enten blive sløret eller ikke offentliggjort, før denne skade ikke mere er aktuel. Hvis du udtaler dig om specifikke personer, vil navne og identitet blive sløret. Du har mulighed for selv at gøre opmærksom på, hvis du ønsker, at noget skal sløres. I givet fald får du mulighed for selv at skulle godkende en eventuel offentliggørelse. Du kan til enhver tid bede om en 'time out', hvor vi så slukker for optageudstyret, og hvor vores samtale så er fortrolig og ikke refereres andetsteds.

Det overordnede fokusområde er trigonometri. Da en del af lektionerne er gennemført på mellemtrinnet, er det ikke altid ”sædvanlig” trigonometri, forstået som de trigonometriske funktioner, der er arbejdet med, men de emner, som i FM nævnes som baggrunden for trigonometrien, nemlig målestoksforhold, lighedannede og kongruens. Når der i det følgende spørges til trigonometri, menes der altså i nogle tilfælde disse forberedende emner til trigonometri.

Du skal naturligvis spørge, hvis der er spørgsmål, du ikke forstår, eller der er ting, du er i tvivl om.

Q1: Studerende og læreres erhvervelse af erfaringer og relevant lærerviden i forbindelse med arbejdet med lesson study.

(Til studerende:) Jeg er specielt interesseret i det sidste lesson study-forløb, hvor der deltog både lærere og lærerstuderende. Når jeg ikke siger andet, er det det, jeg spørger til.

1.1 Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at du lærte noget, som du mener er relevant for lærerjobbet?

<p>1.2 Hvilken af faserne planlægning, gennemførelse, evalueringsmøde med revidering af lektionen, gentagelse af den reviderede lektion og evalueringsmøde oplever du som mest lærerig?</p> <p>1.3 Hvordan oplevede du mulighederne for læring i de forskellige faser (der spørges til faserne en efter en)?</p>	
<p>Studerende</p>	<p>Lærere</p>
<p>1.4a Hvordan oplever du dit udbytte af det netop gennemførte lesson study-forløb i forhold til sidste forløb, hvor der ikke deltog lærere?</p> <p>1.5a Hvordan oplever du dit udbytte af arbejdet med lesson study i forhold til praktikken?</p> <p>1.6a Hvordan oplever du sammenhængen mellem den teoretiske matematik, som behandles i undervisningen på læreruddannelsen, og den 'skolematematik', som behandles i arbejdet med lesson study?</p> <p>1.7a Oplever du et modsætningsforhold i mellem den viden, du tilegner i arbejdet med lesson study, og den viden du tilegner dig ved undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, eller indgår de i et frugtbart samspil?</p>	<p>1.6b Hvordan vurderer du de studerendes mulighed for at tilegne sig væsentlige erfaringer og lærerviden ved lesson study? - i forhold til praktikken?</p>
<p>Q2. Lesson study og den kollegiale samtale/vejledningssamtalen.</p> <p>2.1 Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at samtalen mellem lærerstuderende og lærere var specielt lærerig i forhold til lærerjobbet?</p> <p>2.2 Hvordan vil du beskrive de samtaler, som har været ført i forbindelse med lesson study-projektet, i forhold til de samtaler, som finder i sted i forbindelse med vejledning i praktikken?</p> <p>2.3 En af intentionerne med projektet var, at I skulle forsøge at opbygge et ligeværdigt forhold mellem lærere og lærerstuderende. Synes du, det lykkedes?</p>	

Studerende	Lærere
<p>2.4a Hvordan oplever du udbyttet af samtalerne med lærerne i lesson study-forløbet i forhold til de vejledningssamtaler, som du har haft i forbindelse med praktikken?</p>	<p>2.4b Hvordan vil du beskrive de samtaler med kollegaer og lærerstuderende, som har fundet sted i forbindelse med lesson study-forløbet, i forhold til kollegiale samtaler i andre sammenhænge i det daglige lærerarbejde?</p> <p>2.5b Hvordan oplever du udbyttet af samtalerne i lesson study-projektet sammenlignet med udbyttet af kollegiale samtaler i andre sammenhænge i det daglige lærerarbejde?</p> <p>2.6b Hvordan oplever du lesson study-formatets potentiale i forhold til at udvikle den kollegiale samtale imellem lærere og imellem lærere og lærerstuderende?</p>
<p>Q3: Lesson study-formatets potentiale i forhold til at opnå henholdsvis faglig og fagdidaktisk viden.</p> <p>3.1 Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at dit faglige overblik over emnet trigonometri blev styrket?</p> <p>3.2 Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at din fagdidaktiske kompetence blev styrket?</p>	
Studerende	Lærere
<p>3.3a Hvordan oplever du udbyttet af at arbejde med lesson study med fokus på et fagligt tema (trigonometri) i forhold til et fagdidaktisk tema (de matematiske kompetencer)?</p>	<p>3.3b Har arbejdet med lesson study styrket din undervisningskompetence inden for emnet trigonometri?</p>

Q4: Lesson study's potentiale i forhold til at udvikle matematikundervisningen.	
Studerende	Lærere
	<p>4.1b Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, som har været med til at udvikle din matematikundervisning?</p> <p>4.2b Hvordan vurderer du lesson study-formatets potentiale i forhold til at udvikle <i>din</i> matematikundervisning, hvis lærerne på din skole får mulighed for at arbejde med det i fremtiden?</p> <p>4.3b Hvordan vurderer du lesson study-formatets potentiale i forhold til at udvikle matematikundervisningen på din skole, hvis lærerne får mulighed for at arbejde med det i fremtiden?</p> <p>4.4b Hvordan vurderer du lesson study-formatets potentiale i forhold til at udvikle matematikundervisningen generelt, hvis lærere får mulighed for at arbejde med det i fremtiden?</p> <p>4.5b Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af den lærerviden, du har opnået ved arbejdet med lesson study i forhold til deltagelse i efteruddannelseskurser?</p> <p>4.6b Hvordan oplever du relevansen og anvendeligheden af den lærerviden, du har opnået ved arbejdet med lesson study i forhold til deltagelse i andre udviklingsprojekter?</p>

<p>Q5: Lesson study og FM 2009.</p> <p>5.1 Kan du beskrive en situation i forbindelse med lesson study-projektet, hvor du oplevede, at din indsigt i intentionen bag og indholdet i FM blev styrket?</p>	
<p>Studerende</p>	<p>Lærere</p>
<p>5.2a Kan du beskrive brugen af FM i lesson study-projektet i forhold til praktikken?</p> <p>5.3a I hvor høj grad har FM indgået i samtalerne i lesson study-forløbet i forhold til vejledningssamtaler med praktiklærere i praktikken?</p>	<p>5.2b Kan du beskrive brugen af FM i lesson study-projektet i forhold til øvrige sammenhænge i lærerjobbet?</p> <p>5.3b I hvor høj grad har FM indgået i samtalerne i lesson study-forløbet i forhold til samtaler i det kollegiale samarbejde på skolen?</p> <p>5.4b I hvor høj grad har FM indgået i samtalerne i lesson study-forløbet i forhold til vejledningssamtaler i forbindelse med praktikken?</p>
<p>Q6: Praktisk og teoretisk matematik i studielektionen og folkeskolens matematikundervisning.</p> <p>De næste spørgsmål handler om to forskellige aspekter ved matematik. For det første kan matematik indeholde praktisk opgaveløsning med vægt på algoritme og procedurer (hvordan). For det andet kan matematik indeholde mere teoretiske/abstrakte aspekter som argumentation, formel teoribygning og for eksempel argumenter og beviser (hvorfor).</p> <p>6.1 Hvilken af de to typer af matematikundervisning oplevede du som mest vigtig i jeres lesson study-lektion?</p> <p>6.2 Hvilken af de to typer af matematikundervisning mener du, man beskæftiger sig mest med i folkeskolens matematikundervisning? Er prioriteringen af de to typer matematikundervisning i folkeskolen rimelig?</p> <p>6.3 Hvilken af de to typer matematik mener du er vigtigst for en matematiklærer?</p>	

Q7: Lesson study-formatets potentiale i forhold til at forbedre samspillet og sammenhængen mellem den teoretiske undervisning i læreruddannelsen og skolens praksis.	
Studerende	Lærere
<p>7.1a Hvordan oplever du lesson study-formatets potentiale i forhold til at skabe sammenhæng mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsen og skolens praksis?</p> <p>7.2a Hvordan oplever du det at indgå i samarbejde med lærere om lesson study i forhold til at skabe denne sammenhæng?</p> <p>7.3a Kan du beskrive en situation fra arbejdet med lesson study, som var med til at skabe sammenhæng mellem de pædagogiske fag og matematik i læreruddannelsen?</p>	<p>7.1b Hvordan oplever du lesson study-formatets potentiale i forhold til at skabe sammenhæng for de lærerstuderende mellem den teoretiske undervisning på læreruddannelsen og skolens praksis?</p>
<p>Q8: Debriefing.</p> <p>8.1 Har du mere at tilføje eller spørge om?</p> <p>8.2 Hvordan oplevede du interviewet?</p>	

8.4 Resultater af undersøgelsen

Resultaterne af undersøgelsen er ligesom i det første studie struktureret efter interviewguiden og dermed de fem formål for undersøgelsen. Ligeledes er konklusionerne formuleret som indledende overskrifter, som efterfølgende underbygges og dokumenteres, hovedsageligt med citater fra interviewene og de studerendes artikler, men også – hvor det er relevant – med inddragelse af den øvrige empiri. Konklusionerne er nummereret ud fra de fem formål for undersøgelsen, således at for eksempel konklusioner inden for det tredje punkt af undersøgelsens formål har numrene 3.1, 3.2, osv.

ATD-modellen er igen brugt som udgangspunkt for formuleringen af interviewguiden og vil ligesom i de to foregående analyseafsnit blive brugt til at tematisere undersøgelsens resultater. De problemstillinger, deltagerne tager op i interviewene, kan hovedsageligt beskrives og analyseres med de tre søjler længst til højre i modellen, VSU, UV og LV, samt

sammenhængen mellem disse, intern didaktisk transposition og undervisning-læring-relationen.

Interviewundersøgelsen udgør i forhold til de studerendes artikler i omfang langt den overvejende del af empirien, og vil derfor også fylde mest i dokumentationen og underbygningen af analysens konklusioner. Dette er en naturlig følge af undersøgelsens formål, som igen hænger sammen med forskningsspørgsmålene. Som det også blev nævnt i forbindelse med det første studie, er det en vigtig pointe, at resultaterne af interviewundersøgelsen er udtryk for, hvordan de studerende og lærere *oplever* deres læring og erfaringer i forbindelse med projektet. Udtalelserne kan ikke forstås som absolutte sandheder. Det er naturligt, at lærere og studerende oplever udbyttet af forskellige sammenhænge forskelligt, da de har et meget forskelligt udgangspunkt. På samme måde er der naturligvis store forskelle på den måde, samarbejdet mellem tilfældige sammensætninger af studerende og lærere kommer til at fungere på. I interviewene (og når jeg i øvrigt talte med lærere og lærerstuderende om projektet) taler de fleste interviewpersoner fra begge grupper i langt overvejende grad meget positivt om hinandens forudsætninger, engagement og samarbejdet i det hele taget. Der er imidlertid også enkelte eksempler, hvor interviewpersonerne udtrykker mindre forbehold i forhold til den måde, samarbejdspartnerne har indgået på. Der har dog ikke været eksempler på meget problematiske forhold. Samarbejdsproblemer – store som små – vil altid påvirke læringen og den generelle oplevelse af udbytte og potentiale ved lektionsstudier negativt, ligesom gode samarbejdsrelationer vil virke modsat. I modsætning til det første studie, som udelukkende byggede på interviewundersøgelsen, vil interviewpersonernes udtalelser i denne analyse blive sammenholdt med først og fremmest de studerendes artikler men også den øvrige empiri. Det er væsentligt at være opmærksom på, at artiklerne overvejende er de studerendes arbejde, og derfor hovedsageligt giver et billede af deres oplevelser. Lektionsplanerne og den gennemførte undervisning i videooptagelserne er derimod udtryk for hele gruppens arbejde. Omfanget af artiklerne (to sider) muliggør ikke, at alle aspekter af projektet kan belyses. De studerende var nødsaget til at udvælge et eller meget få helt specifikke fokuspunkter, som kan beskrives og behandles inden for den ramme, der er til rådighed (se oplæg til artikel, bilag 4). I denne udvælgelse ligger imidlertid en indikation af, hvad de studerende har oplevet som specielt væsentligt. Derfor kan artiklerne være med til at belyse de studerendes oplevelse af læring, relevans og lektionsstudiers potentiale. De forskelligartede former for empiri giver samtidig mulighed for at triangulere resultaterne ved at sammenholde for eksempel interviewpersoners opfattelse af den gennemførte undervisning med intentionerne i lektionsplanerne og den konkret gennemførte undervisning på videooptagelserne.

For at gøre det lettere for læseren at skelne mellem studerende og lærere tilføjes (S) efter de studerendes navne og (L) efter lærernes navne ved alle citater, for eksempel Ann (L).

8.4.1. Deltagernes oplevelse af det lærerfaglige udbytte

De fem konklusioner i dette afsnit handler om lærerne og de studerendes oplevelse af den læring, de har opnået gennem deltagelsen i lektionsstudieprojektets forskellige faser.

1.1 Når lærere og studerende bliver bedt om at beskrive en lærerig situation i forbindelse med lektionsstudierne, nævner stort set alle som det første diskussioner i planlægningsfasen. Oftest er det helt konkrete erfaringer i tæt tilknytning til praksisblokken af lærerens didaktiske praksisologi. Mens lærerne fokuserer på samarbejdet om at lære og udvikle i praksis, er de studerende i højere grad optaget af at lære af lærernes praksisviden. De studerende fokuserer ofte på meget konkrete, kontekstafhængige erfaringer frem for mere almene, overførbare problemstillinger i deres læring.

Efter de indledende bemærkninger (Q0) blev interviewpersonerne som det første bedt om at beskrive en situation i lektionsstudieforløbet, hvor de oplevede, at de lærte noget, som de finder relevant for lærerjobbet. Selv om det umiddelbart i nogen grad kan forekomme tilfældigt, hvad de interviewedes første indskydelse er, er det alligevel bemærkelsesværdigt, hvor mange lighedspunkter der er. Både blandt lærere og lærerstuderende nævner stort set alle en oplevelse fra forberedelsesfasen. Der er dog forskel i de situationer, lærere og lærerstuderende nævner, og de elementer i situationerne, som de fokuserer specielt på.

Syv ud af de otte lærere nævner som det første – naturligvis med forskellige nuancer og konkrete eksempler – det at indgå i diskussioner med kollegaer og lærerstuderende om konkret undervisning. Seks af disse syv henviser til situationer i forberedelsesfasen. Den sidste, Knud, fokuserer mere bredt på udbyttet af den kollegiale dialog mellem lærere og lærerstuderende, hvor forberedelsesfasen naturligvis indgår som en væsentlig del:

Knud (L): Jeg synes altid i de situationer, hvor man sætter sig ned med nogle andre lærere, og i det her tilfælde lærerstuderende, og diskuterer en praksis, så synes jeg, at man lærer noget, fordi man selvfølgelig får det fra flere vinkler, og også i det her tilfælde, hvor vi får diskuteret igennem alle de mulige svar, man kan få tilbage. Der får man jo ligesom reflekteret over, hvad det er, det man selv får sagt, og hvad det kan bringe tilbage til en. Så der synes jeg, at jeg lærte noget ved at sidde og diskutere det hele igennem.

Diskussionerne ved lektionsstudier er karakteriseret ved at omhandle en fælles praksis og altså ikke den enkelte lærers egen undervisning. I denne diskussion indgår lærerne med synspunkter, ofte ud fra hvordan de sædvanligvis selv agerer, når de planlægger undervisning. Det vil sige hovedsageligt praksisviden, opnået gennem erfaring. Forskellen til dagligdagen er, som Knud påpeger, at denne viden bliver konfronteret med de andre deltagers viden, og han derfor kommer til at reflektere over sin egen praksisviden. Lærerne får, med Knuds formulering ovenfor, lejlighed til at få ”reflekteret over, hvad det er, man selv får sagt, og hvad det kan bringe tilbage til en”. En anden lærer, Flemming, taler tilsvarende om at ”spejle sig selv” og sin egen undervisning i det, kollegaer og lærerstuderende siger og gør. Det følgende citat stammer fra en kontekst, som både handler om forberedelse og gennemførelse af undervisning:

Flemming (L): Både i forhold til det, at man har en forberedelsesfase sammen, og så i forhold til, at man er sammen i en klasse. (...) Man er jo meget bevidst som lærer om, at der er forskellige muligheder, man nu kan gøre – hvad vælger underviseren at gøre? Og man kan så

bearbejde det samtidig og sige – var det nu det rigtige, eller – gør jeg noget lignende? Og sådan tænker jeg – gør jeg noget lignende, eller springer jeg over, hvor gærdet er lavest lige præcis på det punkt? Så jeg tænker i praksis, der lærer jeg meget af at se andre. (...) Det kommer rigtig meget an på, hvilken person man er – formentlig – altså, man skal jo have den der indgang med, at man gerne vil lære. Man vil godt kunne se, at man kan lære af andre. Hvis man ikke mener det, er alt spildt.

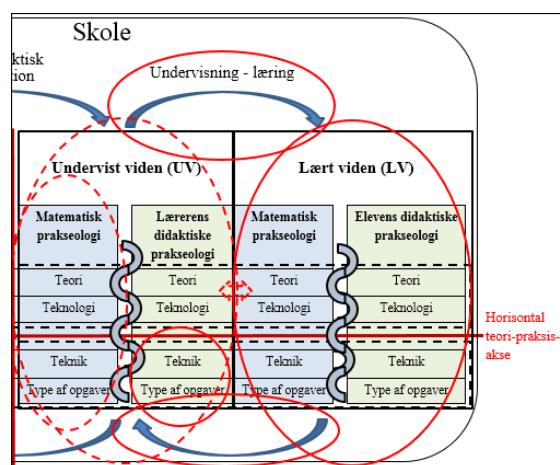
I de to citater af Knud og Flemming er der tydeligvis tale om at opnå viden gennem praksis. Knud taler om at *diskutere en praksis*, og Flemming siger ”*i praksis, der lærer jeg meget af at se andre, og gør jeg noget lignende?*” Når Flemming siger, at ”*der er forskellige muligheder*”, skal det forstås som praksiserfaring og ikke et teoretisk udgangspunkt, som giver flere muligheder. Lærerne nævner på intet tidspunkt teori, eller at der i forbindelse med diskussionerne har været inddraget teori. Både Knud og Flemming er tydeligvis meget bevidste om, at deres egen praksisviden er opnået gennem erfaring, som de ikke altid har reflekteret over, men som er mere eller mindre ubevidste resultater af års arbejde som lærer. Dermed er de også opmærksomme på, at der kan være andre – og måske bedre – måder at gøre tingene på. Det er de villige til at udforske. De oplever det derfor som lærerigt, når der bliver sat spørgsmålstejn ved deres praksisviden, og den konfronteres med andres praksisviden og de studerendes viden, som oftest hovedsageligt stammer fra en teoretisk undervisning på læreruddannelsesinstitutionen. Det forudsætter naturligvis, som Flemming nævner til sidst i citatet, at lærerne er villige til at sætte sig selv og deres praksisviden ’på spil’, hvilket tilsyneladende ikke har været noget problem for de deltagende lærere. Det kan naturligvis skyldes, at de er blevet spurgt og har meldt sig frivilligt til projektet. Hvor stort dette problem ville være, hvis man gjorde deltagelsen obligatorisk for tilfældigt udvalgte lærere, kan man ikke sige noget om.

Både Flemming og Knud er meget fokuserede på, hvordan læreren skaber bedst mulige betingelser for elevernes tilegnelse af det valgte matematiske indhold, altså den praktiske blok af lærerens didaktiske praksisologi, som er en del af UV. De relaterer imidlertid på intet tidspunkt dette til hverken den teoretiske blok, den tilhørende matematiske praksisologi eller VSU og kun i mindre omfang til LV. Det gælder både for læringsudbyttet af diskussionerne inden og efter lektionen og den konkrete gennemførelse. En forklaring på den ensidige fokusering kan være, at dette element opleves som det mest relevante for deres daglige arbejde. Selv om formatet, blandt andet på grund af den yderligere ressource til planlægning og observation, giver mulighed for i højere grad at inddrage samspillet med andre elementer fra modellen i diskussionen, fokuserer lærerne således på det, der er mest centralt i forhold til deres daglige arbejde. Det betyder ikke nødvendigvis, at de andre diskussioner ikke har fundet sted i gruppen. Det er bare ikke det, lærerne umiddelbart fokuserer på, når de beskriver deres læring i forbindelse med projektet. Det er meget karakteristisk for lærernes udsagn, at lærernes didaktiske praksisologi – hvordan man skaber de bedste betingelser for elevernes læring – ikke på noget tidspunkt kædes sammen med den matematiske praksisologi, men i højere grad opfattes som noget alment gældende.

Ud over Flemming nævner fem andre lærere som det første diskussionerne i forbindelse med den fælles forberedelse af den konkrete undervisningslektion, når de bliver bedt om at give et eksempel på en særlig lærerig situation. For eksempel siger Ann:

Ann (L): *For det er nok egentlig der, hvor jeg synes, at det rykker allermest – den allerførste forberedende del, hvor man virkelig får mulighed for at forberede en lektion til bunds. Altså både selv have tid til at virkelig sidde og gennemtænke, hvordan forestiller jeg mig det her, og er det her nu også en god måde at gøre det på, hvis vi gør sådan her, hvad forventer vi så, der sker? Vil det være bedre at gøre sådan her? Det er nødvendigt at sidde og have tid til at tænke frem og tilbage, samtidig med at man selvfølgelig også får input fra de øvrige – både kollegaer og lærerstuderende, som gør, at man virkelig føler, at man får tænkt godt og grundigt over det, man vil, og hvad man forventer, der kan ske.*

Ligesom Knud og Flemming fokuserer Ann på den nære dagligdags praksisviden, om hvordan læreren bedst organiserer undervisningen – praksisblokken i lærerens didaktiske prakseologi. Hun inddrager imidlertid også samspillet mellem den måde, undervisningen tilrettelægges på, og elevernes reaktion – UV og LV. ”Hvis vi gør sådan her, hvad forventer vi så, der sker? Vil det være bedre at gøre sådan her?” Undervisning-læring-relationen er afgørende for mulighederne for, at eleverne tilegner sig den intenderede læring, men hun omtaler ikke den matematiske prakseologi mere eksplicit. Også hendes udsagn er derfor udtryk for et stærkt fokus på et enkelt element i modellen, nemlig lærerens didaktiske prakseologi, men dog med inddragelse af UV og LV.



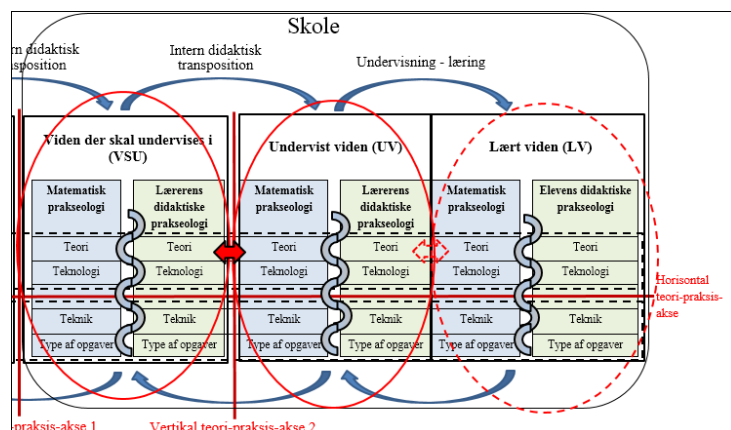
Figur 8.1. Ann fokuserer på praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi, men inddrager samtidig undervisning-læring-forholdet, UV og LV.

Kun en lærer, Jørgen, inddrager den matematiske prakseologi i beskrivelsen af egen læring – og kun meget perifert:

Jørgen (L): *Ja! Rigtigt mange. Hele forløbet, synes jeg, er rigtig spændende. Især det her med at man arbejder sammen som kollegaer og studerende om et læringsmål for nogle elever. Det er ikke ret tit, vi har tid til det, og det fik vi en stor lejlighed til her, og rigtig mange spændende diskussioner, og rigtig mange aspekter, og rigtig mange vinkler – både for lærere og for studerende. Rigtig spændende! (...)*

Ja, jeg tænker i det hele taget, at samarbejdet – kollegaer og studerende imellem – er det, der giver mest. Men man kan selvfølgelig også sige, at jo bedre det samarbejde bliver – jo mere skarpe vi bliver på den måde at arbejde på, jo selvfølgelig også giver eleverne noget i sidste ende. Det er jeg helt overbevist om, altså læringsperspektivet i det er rigtig godt!

Som den eneste lærer kobler Jørgen (i den første del af citatet) samarbejdet om planlægningen og gennemførelsen af lektionen sammen med målet for undervisningen, VSU, som i dette tilfælde var trinmålet for trigonometri. Han nævner dog ikke det matematiske indhold eksplicit. I den sidste formulering giver han udtryk for, at udviklingen af det kollegiale samarbejde og den kollegiale dialog på længere sigt kan give et generelt læringsmæssigt løft til eleverne og altså ikke blot det mere umiddelbare, at han ved at deltage i diskussionerne har tilegnet sig erfaringer og ny viden om sammenhængen mellem LV og UV.



Figur 8.2. Jørgen inddrager som den eneste af lærerne VSU. Sammenhængen med UV ligger implicit i hans udtalelser, og LV nævnes som en fremtidig gevinst.

Selv om lærerne beskæftiger sig med problemstillinger i forbindelse med lærerens didaktiske prakselogi hver eneste dag, er det meget karakteristisk, at de alle føler et stort behov for, og en stor begejstring og læring ved, at indgå i disse diskussioner. Begejstringen er et udtryk for, at de for det første anser dette for at være en meget væsentlig kompetence i forhold til at udføre deres arbejde, og for det andet at de sædvanligvis i høj grad er overladt til sig selv med disse vurderinger og beslutninger, som er helt centrale for undervisningens kvalitet. Det sidste fremgår også af en af de artikler, de studerende skrev efterfølgende:

Lærerne fremhæver, at det var nyt og anderledes at have mulighed for at fordybe sig i planlægningen i en enkelt lektion. Fordybelsen var med til at give lærerne nye ideer og perspektiver til den daglige undervisning. (Petersen m.fl., 2014).

Konfrontationen med andres meninger og erfaringer gør det meget synligt for lærerne, at de ofte udfører denne del af arbejdet ud fra erfaringsmæssig viden, som i nogen grad er ubevidst, og som ofte kan udvikles og bearbejdes gennem refleksion og diskussion. Dette fremgår også af citaterne fra artiklen samt interviewene med Ann og Knud ovenfor. Lærerne lægger, lige som de fleste studerende, meget stor vægt på *tiden* til fordybelse. For eksempel siger Mette:

Mette (L): (prompte) *Fordybelsen i forberedelsen. Jeg har sjældent siddet tre timer, tre en halv, fire timer og tænkt minutiøst. Jeg har haft det lidt på fornemmelsen, hvad jeg vil kunne nå.*

Og Peter:

Peter (L): *Men der er helt klart en styrke i at gå så meget ned i en detailplanlægning.*

Fordybelsen i planlægningsfasen fremhæves altså som en afgørende faktor for læringen. Der var i dette projekt afsat fire klokketimer, hvor hele gruppen var samlet for at planlægge en lektion. Herudover brugte de involverede i de fleste grupper tid hver for sig, for eksempel til at ordne praktiske ting eller producere materiale, som skulle benyttes i lektionen. De studerende mødtes yderligere for at være godt forberedte til møderne med lærerne, og de

brugte tid i matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen til at forberede og diskutere lektionen. Alligevel siger ingen – hverken lærere eller studerende – at der var for meget tid, at det blev langtrukket, ufrugtbart eller lignende. Tværtimod giver de udtryk for, at udbyttet blev forstærket af tiden til fordybelse. Det er meget karakteristisk, at denne fordybelse omkring forberedelsen af undervisning opleves så udbytterig for de involverede – det samme gjorde sig gældende for de studerende i det første studie (se konklusion 6.2, afsnit 5.6.6)⁷². Det fremgår ofte mere eller mindre eksplicit af lærernes udtalelser, for eksempel ved begejstringen for at få tid til fordybelse i citaterne ovenfor, at de ikke mener, de bruger tid nok på fordybelse i det daglige arbejde, at det er noget, de kan blive bedre til, og at det kan være med til at udvikle både deres egen lærerfaglighed og matematikundervisningen på skolen generelt. Et eksempel på det sidste ses i citatet af Jørgen (L) ovenfor – det vender jeg tilbage til senere i afsnit 8.4.4, som omhandler lektionsstudiers potentiale i forhold til at udvikle matematikundervisningen.

Det er bemærkelsesværdigt, at lærerne finder diskussionerne i forbindelse med lektionsstudierne så lærerige. Lærere indgår i forbindelse med deres arbejde ofte i diskussioner om undervisning og elever, men giver altså udtryk for en særlig kvalitet ved diskussionerne i lektionsstudiet. Når man spørger nærmere ind til det særligt lærerige ved disse diskussioner, er det tilknytningen til den konkrete undervisningspraksis, som det for eksempel fremgår af citatet fra interviewet med Knud ovenfor, ”*diskutere en praksis*”, eller mere indirekte af for eksempel Ann og Jørgens kommentarer om at planlægge konkret undervisning sammen i citaterne ovenfor. I forlængelse af citatet ovenfor siger Ann:

Ann (L): Det er så anderledes, end når man normalt forbereder sig, hvor det bare skal gå rigtig stærkt, og man tit tager en masse beslutninger lige i situationen, for man har bare ikke haft tid til at gøre det lige så velovervejet, da man sad og forberedte sig. Det er nok egentlig det, jeg synes, der har rykket mest. Det er meget tilfredsstillende, egentlig.

Lærerne oplever, at arbejdet i lektionsstudierne i meget høj grad ligner deres daglige arbejde – opgaven er at forberede, gennemføre og evaluere undervisning. Den væsentlige forskel er ’blot’, at der ved lektionsstudierne er tid til at fordybe sig, overveje de enkelte valg nøje og – ikke mindst – diskutere valgene med andre fagpersoner. Der er således stort fokus på undervisningens praksis, det vil sige UV og specielt praksisblokken af lærerens didaktiske praksisologi. I modsætning til den daglige undervisning oplever lærerne, at der qua den ekstra tid er mulighed for at inddrage elementer fra de andre søjler. I citaterne ovenfor er det for eksempel LV og undervisning-læring-relationen (Ann) og sammenhængen mellem VSU og UV (Jørgen). Deltagerne får lejlighed til i højere grad at begrunde de valg, der tages, og overveje mulige alternativer. Det er det, der ifølge Ann ”*har rykket mest*”, hvilket betyder, at det er overvejelser og erfaringer, hun kan bruge i sit fremtidige lærerarbejde.

Seks ud af de otte deltagende lærere fortalte altså, på samme måde som fire ud af fem studerende i det første studie, umiddelbart om situationer fra forberedelsesfasen, når de blev

⁷² I dette forløb nævnte de studerende umiddelbart andre forhold som lærerige – det vender jeg tilbage til nedenfor.

bedt om at fortælle om en speciel lærerig situation fra lektionsstudieforløbet. For de studerende er billedet i denne undersøgelse stadig det samme. Seks ud af de otte nævner som det første situationer fra forberedelsesfasen. Denne gang er det desuden karakteristisk, at alle de seks studerende umiddelbart specifikt nævner det konkrete samarbejde med uddannede lærere og det nye perspektiv, lærerne kommer med fra skolens praksis. De studerende er meget fokuserede på den læring, de kan opnå ved at møde de deltagende læreres erfarede praksisviden. For eksempel siger Laura:

Laura (S): *Det var samarbejdet med de uddannede lærere. Helt sikkert. Hvor man sidder og planlægger undervisning med dem. Det er nogle andre perspektiver, man får på det, og det er nogle andre syn, man får på, hvad man lige skal huske at have med – og evalueringen bagefter. (...) Det er ligesom der, man finder ud af, hvad vi tænker om vores undervisning og hvordan den skal være, og de (lærerne) så nogle gange tænker: ”Jamen det fokuserer vi overhovedet ikke på” – altså vi har jo mange tanker om det – det er jo klart – vi har jo teorien frisk i vores hoveder fra undervisningen og sådan noget.*

Laura nævner altså også en situation fra forberedelsesfasen, men peger her på to forskellige overordnede perspektiver, lærere og lærerstuderende har, når de forbereder undervisning. De studerende har overordnet et teoretisk udgangspunkt, med Lauras ord *”teorien frisk i vores hoveder fra undervisningen”*. Teorien fra undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen er den venstre halvdel af modellen og teoriblokken af lærerens didaktiske prakseologi (UV) og elevens didaktiske prakseologi. Lærerne har et mere praktisk udgangspunkt, det Laura kalder *”nogle andre perspektiver og hvad man lige skal huske at have med”* – undervisningspraksis på skolen, altså den højre halvdel i modellen, fra regnet teoriblokken af læreren og elevens didaktiske prakseologi. Der er ikke umiddelbart nogen kvalitativ vurdering af de to perspektiver, kun en konstatering af, at hun som lærerstuderende kan lære noget af at få sit teoretiske perspektiv udfordret af et praksisperspektiv, og at det kan give *”nogle andre syn”* på undervisning, hvor de to perspektiver forenes. Det fremgår ikke helt eksplicit, men når hun siger *”teorien frisk”*, må det formodes, at hun taler om den teoretiske undervisning i faglig trigonometri (VMV) og undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer (den teoretiske blok af læreren og elevens didaktiske prakseologi) samt de formelle rammer om undervisning i trigonometri i FM (VSU), som er behandlet i undervisningen op til og sideløbende med lektionsstudieforløbet. Der kan imidlertid også være andre teoretiske redskaber, som er erhvervet i den øvrige matematikundervisning og undervisning i de pædagogiske fag, som de studerende bringer frem. Lærernes perspektiv, herunder *”hvad man lige skal huske at have med”*, repræsenteres i modellen af praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi (UV). Lauras skelnen mellem teori og praksis er således både vertikal teori-praksis-akse 2 og den horisontale teori-praksis-akse. Når lektionen skal forberedes, må de lærerstuderende naturligvis tage fat i de redskaber, de umiddelbart har til rådighed. De stammer af gode grunde ofte fra den teoretiske undervisning. Laura er imidlertid meget bevidst om, at den teoretiske viden skal omsættes til en konkret praksis, og i denne proces oplever hun mødet med lærernes praksisviden om specielt lærerens didaktiske prakseologi som lærerig.

De fleste andre studerende nævner altså situationer fra forberedelsesfasen, men i modsætning til Laura nævner flere af dem eksempler, som er langt mere specifikke og konkrete. For eksempel Esben:

Esben (S): *Ja, jeg synes sådan selve planlægningen af lektionen, som vi selv ville have gjort det, modsat hvordan vi gjorde det, fordi vi sad et par lærere og arbejdede sammen nu her. Deres fokus lå lidt nogle andre steder i nogle ting, som vi måske ikke havde lagt så meget i, så jeg synes egentlig selve sparringen med de lærere, det var lærerigt for mig.*

I: *Fordi du lærte, at der var nogle andre ting, man skulle tage hensyn til – eller hvad?*

Esben: *Ja, sådan noget som hvordan vi skulle dele papirerne ud. Det var sådan noget – det havde jeg ikke lagt så meget i, som de havde. Fordi de kendte klasserne og vidste, at det kunne skabe forvirring. Bare sådan en lille ting – og tage længere tid end det egentlig burde. Så sådan nogle ting synes jeg var givende for mig.*

I: *Så der lærte du noget meget praktisk – kan man sige – om lærergerningen – om det at planlægge?*

Esben: *Ja, som er svært at få her på studiet, i forhold til når man arbejder sammen med nogen, som gør det til hverdag.*

Også Esben fokuserer her umiddelbart på gevinsten ved den overordnede forskel i perspektiv, ”deres fokus lå lidt nogle andre steder og som er svært at få her på studiet”. Det er helt parallelt med Lauras oplevelse, men i svaret på næste spørgsmål bliver Esben meget konkret – hvordan man uddeler papir i klassen. Det er bemærkelsesværdigt, at yderligere to studerende, Søren og Andreas, som det første eksempel på en lærerig situation nævner meget konkrete eksempler på specifikke handleanvisninger i klassen. Søren siger:

Søren (S): *Jo, vi har fremhævet det i vores artikel, men det er sådan en lille dum ting, som nu vi er i tredje klasse, og vi havde noget med, at vi skulle klippe trekanter ud, og det var også fint nok. Og så snakkede vi om, at eleverne kommer da bare og henter en saks, hvor der så var en lærer, der sagde, at det gør eleverne ikke **bare**. Det skaber kaos, og jeg skulle så faktisk undervise i anden lektion, hvor vi også havde snakket om, at det var vigtigt, at vi giver dem sakse, fordi det havde vi også gjort i første lektion, men jeg kommer så til at sige, at ”nu må I godt gå op og hente sakse”, og så var der kaos, og det var der resten af timen. Så på den måde har jeg fundet ud af, at det der med, hvordan man rammesætter og organiserer, det har stor betydning for den resterende del af forløbet, for de var egentlig rimelig med indtil – det var de også bagefter, der var bare meget mere gang i den. Fordi det var 28 elever, der fløj op til katederet, og det var et slaraffenland.*

Det kan forekomme banalt, at det første, de studerende kommer til at tænke på, er situationer som at uddele sakse eller papir, men ikke desto mindre må det tages som et udtryk for, at denne type viden opleves som væsentlig for dem. De studerende er meget bevidste om de forskellige forudsætninger, lærere og lærerstuderende har – specielt de forudsætninger, de selv mangler, som blandt andet er den praksisviden, lærerne har opnået gennem erfaring. Nogle udtalelser tyder på, at de opfatter denne type meget konkret praksisviden som almengyldige ’huskeregler’, de skal lære, hvilket kun sjældent er hensigtsmæssigt. Oftest er

der i stedet tale om meget kontekstafhængig viden, som ændrer sig, afhængigt af situation, elever og lærer. For eksempel vil læreren i mange andre klasser uden problemer kunne lade eleverne selv hente sakse. De studerende har således en tendens til at fokusere på de kontekstafhængige elementer af lærerens didaktiske praksisologi, det vil sige specielt praksisblokken. Til gengæld overser de ofte teoriblokken, det vil sige begrundelsen for praksisblokken og sammenhængen mellem den matematiske og den didaktiske praksisologi, som i Chevallards fremstilling hænger tæt sammen (Winsløw, 2011, s. 125). Dette kan være med til at reducere deres læring til mindre betydelig kontekstafhængig praksisviden, selv om de selv oplever den som betydningsfuld. Et større fokus på mere generelle sammenhænge ville medføre en større overførbare til andre undervisningssituationer.

De studerende giver ikke helt så klart som lærerne udtryk for betydningen af den ligeværdige kollegiale dialog om konkret undervisning, hvor deltagerne bidrager med hver deres styrkesider. I stedet betoner de i højere grad deltagerens forskellighed. Der ligger ikke umiddelbart nogen rangering af lærernes viden i forhold til de lærerstuderendes i deres udtalelser. De studerende fokuserer blot på deres eget udbytte – hvordan de selv kan lære noget af lærernes erfaring – i højere grad end hvordan gruppen i fællesskab kan opnå viden om undervisning og læring. En af grundene til dette kan være, at de studerende sammenligner disse lektionsstudier med det tidligere forløb, hvor der kun deltog lærerstuderende. For eksempel siger Camilla:

Camilla (S): Jeg kunne godt lide det faglige samarbejde mellem os studerende og lærerne, fordi de kunne give meget mere, end hvad vi selv kunne, for eksempel sidste år, hvor vi bare var lærerstuderende (i lektionsstudiegruppen). Altså for eksempel kunne de sige, at Anders eller en eller anden i klassen ville være hurtigt færdig og har brug for et eller andet. Og så fik vi på den måde arbejdet os frem til, at vi kan måske stille nogle åbne spørgsmål, som så kan bruges til hele klassen, fordi han har brug for noget mere. Eller der er en, der måske skal hjælpes – hold lige øje med hende og hende og – eller hvad det nu kunne være.

Camilla peger her på lærernes viden om de helt konkrete elever og den måde de forestiller sig, eleverne vil agere i klassen i forhold til en given undervisning samt elevernes mulige læring i den givne situation. Camilla nævner kun helt konkrete elever og omtaler ikke diskussion af elevens læring mere generelt. Det betyder ikke nødvendigvis, at elevens læring ikke er diskuteret på et mere generelt niveau, men det er altså viden om de helt konkrete elever i klassen, der har været vigtig for hende. Elever, der er hurtigt færdige med lærerens opgaver, og elever, der skal hjælpes specielt, er imidlertid meget velkendte problemstillinger fra skolens matematikundervisning.

I citatet kæder Camilla elevens didaktiske praksisologi sammen med lærerens didaktiske praksisologi i udtalelsen "*Anders eller en eller anden i klassen ville være hurtigt færdig (...) vi kan måske stille nogle åbne spørgsmål*". Her er altså tale om en mere generel undervisningslæring-problemstilling, men igen er der ingen tegn på, at problemstillingen har været diskuteret på et mere generelt plan. Behovet for at stille mere åbne spørgsmål kunne have været formuleret på baggrund af for eksempel en læringsteoretisk begrundelse samt en generel forventning om, at eleverne har meget forskellige faglige potentialer og arbejder og

lærer med forskellig hastighed. Men lige som det var tilfældet i forbindelse med lærerens didaktiske praksisologi, fokuserer de studerende i flere tilfælde på kontekstafhængige elementer af elevernes didaktiske praksisologi, som kan have betydning for gennemførelsen af den konkrete undervisning. Til gengæld fokuserer de mindre på problemstillinger, som kan generaliseres og anvendes i tilsvarende undervisningssituationer. Derved kan de opnå væsentlige, konkrete erfaringer med relevante problemstillinger fra skolens matematikundervisning. En mere generel behandling af problemstillingen ville imidlertid i højere grad give de studerende mulighed for at kunne anvende erfaringen i deres fremtidige lærerarbejde.

Både lærere og studerende oplever altså, at samarbejdet om forberedelsen af lektionen er særlig lærerigt for dem, og begge grupper er specielt optaget af lærerens didaktiske praksisologi. Men hvor lærerne i høj grad betoner læringen gennem samspillet med de studerende, fremhæver de studerende muligheden for, at de kan lære af lærernes erfaringsbaserede praksisviden. Denne praksisviden er imidlertid ofte meget kontekstafhængig viden, som ikke nødvendigvis har den samme overførbare til lignende undervisningssituationer. Selv når der faktisk er en oplagt mulighed for at generalisere denne viden til mere almene problemstillinger, overser de studerende ofte denne mulighed. De studerende 'glemmer' tilsyneladende helt den teoretiske viden, som de er enige med lærerne i er deres force, i forsøget på at tillære sig lærernes erfaringsbaserede praksisviden.

1.2 Lærere og lærerstuderende oplever et meget forskelligt læringsudbytte af forberedelsesfasen. Lærerne er specielt optagede af undervisnings-læring-relationen, udviklingen af deres egen kompetence til at *forberede* undervisning samt overførbare til andre situationer. De studerende fokuserer i højere grad på, hvordan de lærer meget konkrete, ofte organisatoriske, redskaber til *planlægning* af undervisning af lærerne samt mere kontekstafhængige forhold omkring de specifikke elever i den konkrete lektion.

I interviewet blev interviewpersonerne bedt om at uddybe, gerne mere konkret, *hvad* de kan lære ved forberedelsesfasen. Forberedelse af undervisning indbefatter ikke sædvanligvis den eksterne didaktiske transposition, men udelukkende samspillet mellem de tre søjler yderst til højre i ATD-modellen, altså mellem VSU, UV og LV, herunder den interne didaktiske transposition og undervisning-læring-relationen.

Både studerende og lærere giver udtryk for, at der var tydelig forskel på, hvordan deltagerne i de to grupper bidrog i forberedelsesfasen. For eksempel skriver en gruppe studerende i deres artikel:

Planlægningen af lektionen viste forskellige indgangsvinkler til forløbet. Det var tydeligt, at vi studerende tænkte meget teoretisk. Hvilke undervisningsformer er gældende, hvilke læringsstile kommer i spil, hvilke teoretikere kan vi inddrage, hvad med differentiering og inklusion og hvad med alle de fine begreber, vi har lært? Lærerne var derimod mere praksisorienterede. De vidste gennem års erfaring hvad vi skulle inddrage, og hvad der eventuelt ikke ville fungere. (Bendix m.fl., 2014).

Og tilsvarende siger Jesper i interviewet:

Jesper (L): *Altså, de kommer jo sådan lidt friske – sådan lidt teoretiske øjne på det. Når man har været lærer i nogle år, så begynder den der rene teori at gå lidt i baggrunden. Det bliver jo meget praktisk, og der er jo forhåbentlig teori et eller andet sted i det, men det er ikke sådan, at man sidder og tænker over det hver eneste gang. Det kommer sådan ligesom frem, når de lærerstuderende kommer, fordi de har det sådan inde på livet – de kommer med det friske. Og det synes jeg, det er fint, det er rigtig godt.*

Jesper giver udtryk for, at det er godt for ham at møde de studerendes mere teoretiske tilgang, fordi *"det bliver jo meget praktisk"*. Lærerne oplever, at forberedelse af undervisning i deres dagligdag kommer til at dreje sig meget om praktisk organisering på bekostning af mere overordnede teoretiske betragtninger. I citatet af Bendix m.fl. ovenfor sigtes der tydeligvis mod (fag-)didaktiske og pædagogiske teorier, det vil sige teoriblokken af læreren og elevens didaktiske prakseologi og samspillet mellem den matematiske prakseologi og den didaktiske prakseologi, hvorimod der ikke nævnes matematikfaglig teori. De studerende ironiserer nærmest over de *"fine begreber, vi har lært"*, hvorimod de skriver, at lærerne *"vidste (...), hvad vi skulle inddrage, og hvad der eventuelt ikke ville fungere"*. Det er noget mere uklart, hvad Jesper nøjagtigt mener med teoretisk og praktisk, men det er bemærkelsesværdigt, at begge grupper i høj grad anerkender den anden gruppes viden og samtidig i nogen grad underkender deres egne forudsætninger.

De to forskellige indgangsvinkler kommer også til udtryk, når de to grupper skal beskrive deres læring i forberedelsesfasen. Lærerne er især optaget af sammenhængen mellem UV og LV. Det fremgår blandt andet af de to citater fra interviewene med Ann og Knud, som blev refereret under konklusion 1.1. Her siger Ann: *"Hvis vi gør sådan her, hvad forventer vi så, der sker? Vil det være bedre at gøre sådan her?"* Og Knud siger: *"fordi man selvfølgelig får det fra flere vinkler, og også i det her tilfælde, hvor vi får diskuteret igennem alle de mulige svar, man kan få tilbage"*. Både Ann og Knud omtaler her samspillet mellem den helt konkrete måde, gruppen tilrettelægger lektionen på, og den måde, de forventer, at eleverne vil agere på i denne ramme, det vil sige sammenhængen mellem lærerens didaktiske prakseologi og elevens didaktiske prakseologi, som er en del af undervisning-læring-relationen. Ingen af dem nævner imidlertid eksplicit de 'tilhørende' matematiske prakseologier, hvilket er gennemgående for både lærere og studerende. Kun i meget få tilfælde nævner lærerne eksplicit matematiske prakseologier i interviewene. Et af de få eksempler er Mette:

Mette (L): *Vi havde den i forberedelsen, hvor vi sad og talte om, hvordan vi skal komme fra, at vi gerne vil have dem til at se to sammenhænge imellem kongruente og lignedannede trekkanter. Og hvordan skal vi få dem til at se det – nu er det de her parvis – og vi måtte ikke sige det – så var det hemmeligt, og så skal vi komme frem til det.*

Også her er der fokus på, hvordan læreren tilrettelægger lektionen, således at eleverne 'ser' nogle sammenhænge, som gælder for henholdsvis kongruente og lignedannede trekkanter. Forskellen er, at her inddrages den konkrete matematiske prakseologi i sammenhæng med lærerens didaktiske prakseologi. Læreren må ikke sige, hvordan sammenhængen er – eleverne

skal selv undersøge og eksperimentere sig frem til det. Her er det således sammenhængen mellem den matematiske og den didaktiske praksisologi i UV, som Mette fortæller om som et eksempel på væsentlig læring i forberedelsesfasen. I øvrigt er det netop denne sammenhæng, der lægges op til at arbejde med i det konkrete undervisningsmål fra FM, VSU – nemlig at *”arbejde undersøgende med enkel trigonometri i forbindelse med retvinklede trekanter”* (Undervisningsministeriet, 2009, s. 9).

Lærerne peger altså på den viden, de kan opnå om sammenhængen mellem beslutninger om undervisningens tilrettelæggelse, den egentlig underviste viden og elevernes potentielle læring, ved at prøve at forestille sig, hvilke implikationer beslutninger i forberedelsesfasen har for undervisningen og dermed elevernes mulige læring. Beslutningernes betydning for undervisning og læring kan så sammenlignes med alternative løsninger. I modellen er det henholdsvis pilene mod højre og venstre, som altså inddrages i samspil i overvejelserne.

At lærerne ikke nævner VSU og stort set ikke matematiske praksisologier, er ikke nødvendigvis et udtryk for, at dette ikke har indgået i diskussionerne i forberedelsesfasen, men blot at de ikke har fundet deres læring om disse elementer lige så vigtig. Som tidligere nævnt (se afsnit 6.5) viser flere evalueringer dog, at matematiklærere kun i meget begrænset omfang bruger de centralt fastlagte målformuleringer i FM, når de forbereder deres undervisning. FM er altså ikke det umiddelbare udgangspunkt for lærerne, når de skal forberede undervisning, hvilket kan være en forklaring på, at lærerne slet ikke nævner VSU, men er meget fokuserede på UV og LV samt samspillet mellem disse to. Selv om målformuleringer og beskrivelser i læseplan og undervisningsvejledning således blev fremlagt helt eksplicit på det indledende seminar som grundlag for undervisningen i studielektionerne, er lærerne altså ikke umiddelbart optaget af den læring, de har kunnet opnå om VSU. I stedet fokuserer de på den læring, de kan opnå om, hvordan man konkret tilrettelægger undervisning for at opnå konkrete mål, og den overførselsværdi, der er til deres daglige arbejde. Om det sidste siger Ann:

Ann (L): Sådan helt personligt, så håber jeg, når jeg sidder og forbereder mig efterfølgende, at der er nogen af de her ting, som jeg ligesom har fået, altså fået vendt og drejet ind i hovedet på en måde sådan, at jeg måske tager nogle andre beslutninger næste gang, jeg forbereder mig, fordi jeg lige har nået at være omkring det her, end jeg ellers ville have gjort.

Og Flemming:

Flemming (L): Jeg kan da meget godt tage fra og bruge det på min øvrige undervisning. (...) Hvad er det mest hensigtsmæssige her, og hvilke valg har vi taget og så videre? Så det har en overførselsværdi.

Lærerne lægger altså specielt vægt på UV og LV samt undervisnings-læring-relationen, når de vurderer læringsudbyttet af diskussionerne i forberedelsesfasen. De fokuserer på deres eget læringsudbytte og anvendeligheden i forhold til deres fremtidige undervisning frem for en mere generel udvikling af matematikundervisning, som i højere grad ville nødvendiggøre en inddragelse af de to søjler til venstre i modellen også. Det kan hænge sammen med projektets formål, som fokuserede på udvikling af deltagernes lærerfaglighed.

De studerendes udgangspunkt for deltagelse i forberedelsesfasen er væsentlig forskellig fra lærernes, og derfor er deres oplevelse af læringen også anderledes. De studerende giver samstemmende udtryk for, at de lærer meget af lærerne ved at deltage i samarbejdet. For eksempel siger Frederik:

Frederik (S): *Fordelen ved, at der var en lærer med, det er helt klart, at han har erfaring og ved i store træk, hvad der virker, og hvad der ikke virker. Så han kan i hvert fald på forhånd sige, at hvis ikke vores forslag om det her kan være en mulighed, at han så med nogenlunde sandsynlighed kan sige, at det vil virke det her, eller det ikke vil fange eleverne.*

Og Anne:

Anne (S): *Ja, helt sikkert, denne her gang synes jeg, vi lærte meget af lærerne, fordi de har erfaring med undervisning. De kunne sige, at det kan vi ikke nå, det vil tage alt for lang tid, eller det der kommer ikke til at fungere, også fordi de kendte eleverne, så man kunne virkelig lære noget af dem, fordi de havde en undervisningserfaring, det ikke kun var teoretisk for dem.*

Og Esben:

Esben (S): *... fordi de kendte klasserne og vidste, at det kunne skabe forvirring bare sådan en lille ting der – og tage længere tid end det egentlig burde. Så sådan nogle ting der, syntes jeg, var givende for mig.*

De studerende oplever, at de direkte kan lære noget af lærerens erfaringsbaserede praksisviden om, hvordan man konkret organiserer undervisning, og refleksioner over, hvordan eleverne vil reagere på en given aktivitet eller organisering – lærerens didaktiske prakseologi. De nævner imidlertid altid meget overordnede betragtninger om, hvad der "fungerer" eller "virker", og at lærerne "kendte" eleverne – uden tilknytning til den matematiske prakseologi, som lærerens didaktiske prakseologi er sammenkædet med i Chevallards forståelse. Når de studerende omtaler elevens didaktiske prakseologi, er det således ikke overvejelser over, hvordan elever lærer, men organisatoriske problemstillinger som for eksempel i citatet ovenfor af Esben, noget der "kunne skabe forvirring", og tilsvarende når de omtaler lærerens didaktiske prakseologi, er det ikke overvejelser over problemstillinger i forbindelse med undervisning i et konkret matematisk stofområde, men meget overordnede betragtninger om "metoder, der virker".

Det er samtidig karakteristisk, at de studerende, i modsætning til lærerne, omtaler elevernes læring som en implikation af undervisningen, men aldrig de implikationer, LV har for de valg, læreren tager for UV. De fokuserer altså på pilene fra venstre mod højre i modellen, men overser i nogen grad den modsatte retning. De studerende oplever, at lærere tager nogle beslutninger i forberedelsesfasen, fordi de ved af erfaring, at det vil virke på den tilsigtede måde. Når de studerende taler om deres læringsudbytte, er det altså især at lære at tage disse 'rigtige' valg – valg, som ikke kan diskuteres eller give anledning til forskellige undervisnings-læringssituationer, men som er rigtige eller forkerte – "hvad der virker, og hvad der ikke virker", med Frederiks ord. Fokus bliver dermed at lære at planlægge undervisning en gang for alle, så man kan det:

Frederik (S): *Jo, altså selvfølgelig kan man altid godt lære noget af at planlægge undervisningen, især hvis man ikke har gjort det ret mange gange før.*

Mille (S): *Altså, jeg synes, at lesson study giver mig mere og mere i forhold til, hvordan man planlægger undervisningen, fordi det arbejder man meget mere i dybden med i lesson study, end vi ellers gør i de andre timer.*

De studerende er optagede af at lære at tage de rigtige beslutninger i forberedelsesfasen, ofte beslutninger omkring organiseringen af undervisningen, så der ikke opstår unødvendige forstyrrelser i undervisningen. De omtaler ikke på samme måde som lærerne samspillet mellem forberedelsen og undervisning-læring-relationen. Forskellen i beskrivelsen af det oplevede læringsudbytte mellem lærere og studerende er meget markant og entydigt. Et udslag af dette er et meget forskelligt sprogbrug – lærerne taler om at ”forberede” undervisning, mens de studerende taler om at ”planlægge” undervisning. I figur 8.3 ses en simpel ordtælling⁷³ af ordene forberede og planlægge i interviewene og de artikler, de studerende har skrevet.

⁷³ Ordtælling er foretaget med NVivo, som ud over den konkrete form også medtager ”lignende” ord, det vil sige ordet i andre grammatiske former.

Interview (andet studie)

Navn	Planlægge	Forberede
Andreas (S)	3	0
Anne (S)	2	0
Camilla (S)	1	0
Esben (S)	10	0
Frederik (S)	5	0
Laura (S)	8	0
Mille (S)	8	0
Søren (S)	5	1
Studerende i alt	42	1

Interview (andet studie)

Navn	Planlægge	Forberede
Ann (L)	0	1
Flemming (L)	0	6
Jesper (L)	4	0
Jørgen (L)	0	3
Knud (L)	3	0
Mette (L)	1	3
Peter (L)	0	0
Ulf (L)	0	3
Lærere i alt	8	16

De studerendes artikler

	Planlægge	Forberede
Skåde skole 2	1	0
Holme Skole 2	2	1
Kragelundskolen	1	0
Bavnehøjskolen 1	0	0
Holme Skole 1	2	0
Bavnehøjskolen 2	1	0
Virupskolen	1	0
Skåde Skole 1	0	0
Artikler i alt	8	1

Interview (første studie)

Navn	Planlægge	Forberede
Andreas (S)	2	0
Anne (S)	4	0
Clara (S)	6	0
Mille (S)	5	0
Søren (S)	2	0
Studerende i alt	19	0

Figur 8.3. Forekomst af ordene *planlægge* og *forberede* i interview og artikler.

Som det ses af tabel 8.3, er den forskellige sprogbrug meget markant og entydig. Lærerne bruger ordet "*forberede*" og de studerende bruger "*planlægge*". Kun en enkelt gang i 13 interview og en gang i otte artikel bruger de studerende ordet *forberede*, hvorimod seks af de deltagende lærere kun bruger ordet *planlægge* en gang sammenlagt. Undtagelsen er to lærere, Jesper og Knud, der ligesom de studerende bruger ordet *planlægge*. Selv om betydningen af de to ord er tæt på hinanden, og de i nogle sammenhænge anvendes synonymt, er der alligevel en nuanceforskel, som også ses af den forskellige måde, deltagerne anvender dem på. Når de studerende taler om at lære at *planlægge* undervisning, er det især praktiske, organisatoriske

ting, de nævner – for eksempel hvordan man deler papir ud i klassen, uden at der opstår unødvendig uro. Organisering og praktisk tilrettelæggelse af undervisningen er en del af praksisblokken i lærerens didaktiske prakseologi, som i Chevallards tænkning er tæt knyttet til teoriblokken og den tilhørende matematiske prakseologi, men de studerende oplever tilsyneladende ofte problemstillinger fra praksisblokken isoleret fra de øvrige elementer. En så instrumentel forståelse af planlægning af undervisning, som de studerende giver udtryk for, hvor der eksisterer en almengyldig viden om, hvad der fungerer, uafhængigt af elever og sammenhæng, er meget forsimplet og derfor problematisk. Opfattelsen kan stamme fra de studerendes oplevelser i praktikken, hvor vejledningen ifølge det første studie ofte har karakter af 'trial and error' (se konklusion 1.3, afsnit 5.6.1), og derfor kan give opfattelsen af, at noget virker og andet ikke virker. Målet for de studerende bliver derfor at ændre en række uhensigtsmæssige, konkrete handlinger i klassen til andre handlinger, der 'virker'. Det kan for eksempel være ting som ikke kun at kigge over mod højre side af klassen under klassesamtale, at dele saksene ud til eleverne og ikke lade dem hente selv, ikke at tale ind i tavlen osv. Opfattelsen kan imidlertid også skyldes undervisningen på læreruddannelsesinstitutionen, hvor der for eksempel, ifølge Milles udtalelse ovenfor, ikke arbejdes særlig meget med planlægning af konkret undervisning. Efterfølgende siger Mille:

Mille (S): Jeg ved så ikke, om det er fordi, vi har lesson study, at vi ikke arbejder så meget med planlægning af undervisning generelt.

Den tidligere omtalte tendens til, at de studerende ved meget om teoriblokken og ikke så meget om praksisblokken, kan altså være et resultat af, at der i undervisningen på læreruddannelsen ikke arbejdes tilstrækkeligt med sammenhængen mellem disse to og samspillet med den matematiske prakseologi. I hvert tilfælde er der her tale om et muligt fokuspunkt for fremtidig undersøgelse og udvikling af læreruddannelsen. Det kunne for eksempel ske ved at gennemføre lektionsstudier med fokus på netop disse sammenhænge.

Når lærerne taler om at forberede undervisning, er det en langt bredere forståelse af overvejelser om sammenhænge mellem mål for undervisningen og tiltag i undervisningen, forestillinger om, hvordan eleverne reagerer, vurdering af alternative tiltag osv. De studerende har altså, i forhold til lærerne, umiddelbart en langt mere begrænset og instrumentel opfattelse af det at planlægge/forberede undervisning. Der er ingen tvivl om, at mange af de mere nuancerede spørgsmål, som lærerne nævner, har været bragt på banen i de fleste grupper, og de studerende har også deltaget aktivt i diskussionen af dem – det fremgår klart af udtalelserne fra lærerne. Pointen er imidlertid, at de studerende ikke nævner læringen af disse diskussioner, men at de i stedet lægger vægt på de meget mere konkrete erfaringer. Dette må tages som udtryk for, at de umiddelbart er mest optaget af de konkrete og instrumentelle elementer i forberedelsen af undervisningen for at undgå at ende i uhensigtsmæssige situationer med uro og manglende kontrol. Nogle studerendes stærke fokusering på at tilegne sig praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi ud fra lærernes erfaring kan imidlertid komme til at skygge for deres læring af væsentlige elementer i forhold til den interne didaktiske transposition og undervisning-læring-relationen. Det kan tale for enten at dette forhold præciseres stærkere i projektoplæggene eller som en gevinst ved, at de studerende gennemfører lektionsstudier uden lærere.

En enkelt studerende, Mille, giver dog også et eksempel på læringsudbytte fra forberedelsesfasen, som mere overordnet handler om sammenhængen mellem læreren og elevens didaktiske praksisologi:

Mille (S): Men det giver helt vildt meget, at man sidder og sparrer med hinanden. Det kan jeg godt lide, og jeg tror, at det bliver noget, jeg i hvert fald kommer til at bruge, når jeg kommer ud, hvis jeg kan få nogle kollegaer med på ideen om, at vi sidder og snakker igennem, hvad det er, vi skal, og prøver at planlægge nogen lektioner for at se, om vi egentlig opnår de mål, vi sætter os før undervisningen.

Flere af grupperne af studerende nævner tilsvarende eksempler i deres artikler, hvor de også fokuserer på mulighederne for at udvikle matematikundervisningen igennem arbejdet med forberedelsesfasen:

I planlægningsprocessen oplevede vi, hvor givende og lærerigt det var at sparre sine ideer og erfaring med kollegaer og medstuderende. Vi mener, at det kollegialt faglige samarbejde kan gøre undervisningen mere nytænkende, udfordrende, varieret og spændende for både elever og lærere. (Bendix m.fl., 2014).

En lesson study-lektion er altså ikke meget anderledes end en normal undervisningslektion; man kan ikke altid forudsige, hvad der kan ske i undervisning, uanset hvor godt man end har planlagt den. Vi kan dog se, at større bevidsthed om mål for lektionen i planlægningsfasen gør, at man bliver mere opmærksom på udbyttet af lektionen og derved får mulighed for at samle op på eventuelle uklarheder i den efterfølgende lektion. (Sørensen m.fl., 2014).

Disse tre citater udtrykker et bredere forberedelsesbegreb, selv om de studerende også her bruger ordet planlægning. De studerende er altså opmærksomme på det potentielle læringsudbytte og muligheden for at udvikle matematikundervisningen ud fra forberedelsesfasen. Artikelskrivningen er karakteriseret ved at foregå i samarbejde i gruppen ud fra diskussioner, hvorimod de studerende i interviewene får spørgsmål, som de skal svare på umiddelbart, hvorved svarene naturligvis også bliver mere umiddelbare. Det smallere læringsudbytte omkring at planlægge konkrete, organisatoriske dele af undervisningen er altså det, de studerende umiddelbart fokuserer på, hvorimod de i forbindelse med diskussion og refleksion bliver opmærksomme på det bredere læringsudbytte, herunder redskaber til at udvikle matematikundervisningen.

1.3 Fra gennemførelsesfasen fremhæver de studerende den læring, de opnår gennem konkrete, personlige erfaringer med underviserrollen, hvorimod lærerne lægger vægt på læringen ved observatørrollen, hvor de kan stille sig uden for deres sædvanlige position og observere især specifikke ting ved deres egne elever. Derved er der en tendens til, at begge grupper overser det almene og eksemplariske og i stedet fokuserer på personlige erfaringer til deres videre arbejde.

I modsætning til lærerne, beskriver og oplever de studerende læring ved at foretage observationer, som kan anvendes eksemplarisk til udvikling af undervisning.

Lektionerne blev gennemført to gange i to forskellige klasser. Første gang skulle underviserrollen varetages af en studerende, anden gang kunne de beslutte i gruppen, om det skulle være en lærer eller en studerende. Da mange af de studerende er ivrige efter at få flere praksiserfaringer med underviserrollen, var det kun i to ud af de otte tilfælde lærere, som underviste ved den anden gennemførelse. En enkelt gruppe valgte at trække lod om, hvem der skulle være underviser, umiddelbart inden lektionen skulle gennemføres, for at sikre, at alle deltagerne opfattede lektionen som et fælles projekt, som man var fuldt ud engageret i.

Fem af de otte studerende, der deltog i interviewundersøgelsen, var underviser i en af de to gennemførelser af lektionen. Af disse fem deltog den ene, Andreas, af personlige årsager stort set ikke i forberedelsesfasen, hvilket gav anledning til en række problemer, som havde stor betydning for hans læring og specielt hans oplevelse af studielektionen, som han gav udtryk for, at han ikke kunne stå inde for. Den konkrete situation er så speciel, at jeg har valgt at se bort fra Andreas' udtalelser i analysen af dette punkt, idet det er helt afgørende for lektionsstudieformatet, at underviseren kan stå inde for lektionen (se afsnit 4.2.2). De sidste fire studerende giver meget klart udtryk for, at de lærer rigtig meget ved at have underviserrollen. Tre af dem fokuserer udelukkende på den erfaring, det giver at undervise, og omtaler ikke umiddelbart specifikke ting ved at undervise i et lektionsstudieforløb. Det gælder for eksempel Søren:

Søren (S): Jeg har undervist den her gang og underviste også i foråret. Det der med at undervise, det lærer man altså bare noget af, også fordi det er så nyt for mig. Det kan godt være, at jeg ville sige noget andet, hvis jeg var på fjerde år eller uddannet lærer, men lige nu er det helt klart det med at stå og undervise – det er der, du lærer, og det er det, der gør størst indtryk på en. Helt klart. Fordi det andet er kun teoretisk. Det her er altså noget, der får nogle erfaringer ind.

Esben nævner også som det første det at få erfaring ved at stå foran en klasse:

Esben (S): Jeg udvikler mig meget, når jeg står foran en klasse. Egentlig kunne jeg godt være fortaler for mere praktik eller mere undervisning i løbet af uddannelsen, for det er sådan set der, jeg virkelig rykker mig og får prøvet nogle ting af. Og så her, når det bliver filmet, så kan man også reflektere lidt over det bagefter – der er lidt at kigge på.

Og Frederik:

Frederik (S): Man får jo mere og mere erfaring fra gang til gang. Og så kom man i situationer, som jeg ikke havde prøvet så mange gange før. Så det er næsten hver gang noget nyt. Og det er jo altid vigtigt, at man prøver det, og jeg vil jo også gerne udfordres. Man kan jo ikke blive bedre, hvis man ikke udfordrer sig selv. Så jeg har da i hvert fald lært, hvordan jeg tackler elevspørgsmål og sådan noget.

Alle tre studerende fokuserer meget stærkt på de personlige, praktiske erfaringer med underviserrollen: ”det er der, du lærer, det er sådan set der, jeg virkelig rykker, og man får jo mere og mere erfaring fra gang til gang”. Esben tilføjer, at han også lærer noget ved at ”reflektere lidt” over at se sig selv på film efterfølgende, som der er mulighed for, fordi

lektionerne videofilmes, men det fremstår umiddelbart som hans personlige refleksioner over egen underviserrolle.

I modsætning til Søren, Esben og Frederik beskriver Anne en diskussion i gruppen, som har været på baggrund af hendes gennemførelse af lektionen, og lægger mindre vægt på den erfaring, hun har fået som underviser:

Anne (S): Jeg synes især, da jeg underviste, og det slet ikke gik, som vi havde forventet, og vi fandt ud af, at det var rigtig vigtigt at kende elevernes forforståelse, hvad har de arbejdet med før. Især hvis man skal arbejde eksperimenterende og undersøgende, og at de selv skal arbejde med at finde nye metoder. Hvis de har prøvet en metode før, så kan de nemt komme til at hænge fast i den, og selvom vi havde deres lærer med, og vi havde planlagt det helt vildt grundigt, så viste det sig bare, at det går sjældent, ligesom man regnede med.

Anne er optaget af at opnå en mere generel viden om undervisning-læring-relationen, herunder sammenhængen mellem elevernes didaktiske prakseologi og den matematiske prakseologi. I modsætning hertil er de tre andre, som underviste, meget fokuserede på UV, specielt praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi, og overser dermed sammenhængen til de øvrige elementer i modellen. Som det fremgår af de ovenstående citater af Søren, Esben og Frederik, er de især optaget af at opnå konkrete, personlige erfaringer med underviserrollen. Det er her, de oplever, at de lærer noget, fordi underviserrollen er så ny for dem, og de derfor hele tiden møder nye udfordringer i forbindelse med gennemførelsen af undervisningen. Dette hænger helt sammen med konklusion 1.2 i det første studie om de studerendes læring i praktikken, hvor de studerende også fremhæver helt konkrete, praktiske erfaringer med underviserrollen. Forskellen er imidlertid, at lektionen og dermed underviserrollen i lektionsstudiet skal opfattes eksemplarisk, og at den individuelle lærerpersonlighed derfor undgås i videst muligt omfang. Ideen er netop, at lektionen kan gennemføres af en vilkårlig lærer (se afsnit 4.2.3). Dette hænger tæt sammen med det primære formål med lektionsstudier, som ikke er at undervise den konkrete klasse i den konkrete lektion, men at deltagerne indtager et mere overordnet perspektiv på udvikling af undervisningen og altså ikke kun udvikling af deres egen personlige lærerrolle. Den udprægede mangel på erfaring bevirker imidlertid, at de fleste studerende har meget svært ved at overskue længere end egne konkrete erfaringer med at undervise. Når de står i underviserrollen, fokuserer de derfor i høj grad på de meget konkrete, personlige erfaringer, de kan opnå.

Lærerne var langt overvejende observatører ved gennemførelserne af lektionerne, kun to var undervisere i en af gennemførelserne. I de fleste tilfælde blev lektionerne i mindst det ene tilfælde gennemført i de deltagende læreres klasser, men da lektionen skulle gennemføres to gange på samme klassetrin, eller i hvert tilfælde klassetrin tæt på hinanden, måtte man i de fleste tilfælde 'låne' en klasse af en kollega. Nogle af lærerne havde således lejlighed til at observere i deres egen klasse, mens andre udelukkende observerede i klasser, de ikke kendte på forhånd.

Lærerne udtaler sig generelt meget positivt om det at observere i klassen. De giver samstemmende udtryk for, at det er lærerigt for dem at gå ud af lærerrollen og i stedet

observere. Det frigiver overskud til at se mere, end man kan, når man som lærer i den daglige undervisning hele tiden skal overveje, hvordan undervisningen bedst ledes i den retning, man ønsker. For eksempel siger Flemming:

Flemming (L): *Jeg sagde selv, jeg enormt gerne ville være den, der observerer, fordi at det er rigtig meget værd for mig. Det er meget sjældent, man får lov til at gå ind i et lokale, uden at man har travlt med alt muligt. Så man har faktisk behov for at se, hvad foregår der egentlig. Og vi var jo inde i klasser – som vi selv – som kendte dig godt. Så det er en rigtig god ting.*

Og Jesper:

Jesper (L): *Jeg synes, at det var interessant, at man virkelig havde tid til bare at gå rundt, og måske gå over til en gruppe, og man kunne egentlig bare have tid nok til at stå derovre og så bare høre og se, hvordan gruppen agerer – både fagligt, men også socialt. Og det var sådan lidt spændende – fordi normalt, hvis man er lærer, så fiser man jo bare rundt til den ene og den anden og hjælper hist og pist og sådan. Så det var virkelig – altså det lærte jeg noget af.*

Lærerne beskriver umiddelbart almene observationer om eleverne – ”bare høre og se, hvordan gruppen agerer” med Jespers ord. De nævner ikke observationer, som der er blevet specifikt fokuseret på i deres lektionsstudie eller den viden om undervisning og læring, som kan opnås ved en systematisk sammenkædning af målene for lektionen og de observationer, der gøres. I stedet lægger lærerne meget vægt på at kunne observere deres egne elever, da det giver en indsigt i, hvordan de tænker og arbejder, som lærerne kan bruge efterfølgende i de pågældende klasser:

Jørgen (L): *Den første lektion var jeg så observator, og det var heldigvis i min egen klasse. Jeg ser nogle helt andre sider af mine elever, som jeg ikke ville have set, hvis jeg bare selv havde stået for undervisningen, og det er rigtig givtigt. Helt sikkert!*

Knud (L): *Det er jo fremragende at kunne få lov til at observere, også fordi jeg jo kender klassen. Men alligevel ser man jo nogle ting, som man normalt ikke ville se. Og det var dejligt at kunne få lov at gå rundt nede mellem eleverne, mens læreren var på, fordi der ser man nogle andre ting, end hvis man selv står og er lærer deroppe. Og jeg fik noteret mig nogle ting, som jeg normalt ikke ville have opdaget. De andre havde forskellige ting, de skulle observere. Det var også dejligt at høre deres noter omkring. Så det synes jeg, at jeg fik rigtig meget ud af. Det var ligesom det, vi evaluerede ud fra bagefter. Så det kunne man godt bruge til at udvikle videre.*

Ud over observationer af (især egne) elever fokuserer lærerne på observationerne af underviseren og specielt de konkrete, personlige erfaringer til brug i deres fremtidige undervisning, som de kan opnå ved at sammenligne med, hvad de selv ville have gjort:

Flemming (L): *Hele tiden sige, hvad var mulighederne her, og jeg mener bare i det øjeblik, man får lov til at observere, så er det jo ikke bare en fejlfinding på den person, der står der, så er det et spejl af, hvad kunne jeg selv have gjort, ikke. Hvad kunne du selv have fundet på, eller hvornår har jeg gjort alle de der ting, og jeg vidste, det var fejl eller gjort forkert, eller jeg skulle have gjort noget andet.*

Flemming fremstiller her underviserrollen som personlig og individuel i modsætning til intentionerne bag lektionsstudieformatet, hvor lektionen og dermed underviseren skal betragtes som eksemplarisk (se afsnit 4.2.3). Herved ændrer han fokus fra undervisningen, som var intentionen, til underviserrollen. Det er tydeligt, at lærerne generelt sætter meget stor pris på at se på undervisningen udefra og derved opnå personlige erfaringer, som de kan bruge i deres fremtidige undervisning. Det betyder, at de ind imellem glemmer intentionerne om, at lektionen skal være eksemplarisk, og at formålet er at udvikle undervisningen generelt. Et andet eksempel på dette er Jesper:

Jesper (L): Ja, fordi selv om man bare går rundt og observerer – man går jo rundt og får hele tiden nye ideer til ”det her, det fungerer ikke så godt – hvorfor gør det egentlig ikke det?” Og det kan både være det sådan rent praktiske, at der er nogle ting, der skal ændres, eller også det faglige – kunne der have været et andet oplæg? Skulle det have været længere eller kortere? Eller hvad skulle der egentlig ske? Det lærer man noget af.

I modsætning til Flemming er Jesper optaget af at udvikle undervisningen, men de konkrete observationer suppleres hele tiden af forklaringer og forslag til ændringer af lektionen, hvor det centrale i lektionsstudieformatet er konkrete observationer af elever og/eller underviser og efterfølgende en diskussion i plenum af mulige tiltag på baggrund af observationerne. Citater indikerer en mere personlig og tilfældig løbende refleksion over observationerne i modsætning til intentionen om observationer ud fra på forhånd fastlagte kriterier.

Lærerne er altså optagede af at opnå konkrete erfaringer til brug i deres daglige arbejde. Det gælder både indsigt i deres egne elevers måde at arbejde på, og observationer de umiddelbart kan ”spejle sig i”, som Flemming udtrykker det – altså forholde sig konkret til, hvordan de selv ville have ageret i en given situation. På samme måde som de studerende, som tidligere omtalt, i høj grad efterspørger erfaringer med underviserrollen, efterspørger lærerne at komme til at se på den undervisningssituation udefra, som de kender så godt indefra. Derved forskydes deres fokus fra det generelle studie af en undervisningslektion til mere konkrete og personlige erfaringer.

I modsætning til lærerne fokuserer de studerende i flere tilfælde mere på generelle problemstillinger om undervisning og læring, når de beskriver, hvad de kan lære i observationsfasen.

Anne (S): Da jeg observerede, der stod jeg egentlig bare henne ved en gruppe hele tiden, og det giver da en stor øjenåbner. Læreren ser jo kun en del af det, der foregår i en klasse. Jeg stod jo måske sammen med den gruppe i en halv time, og læreren var der måske sammenlagt i tre minutter, så man får et indblik i rigtig mange tanker, de gør sig, og den proces eleverne har, hvor mange metoder de egentlig er inde omkring, før de kommer derhen, hvor de gerne vil, og alle de faglige diskussioner de har.

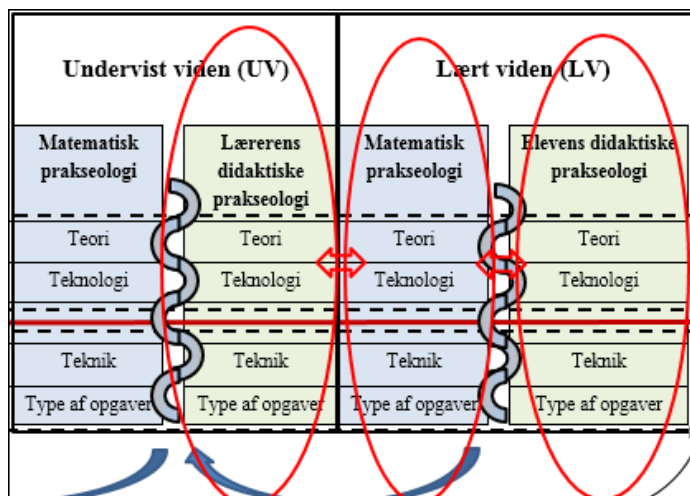
I: Okay, så der fik du faktisk en bedre indsigt, end hvad man kan få som lærer? Det kan man jo ikke lære, når man har 25?

Anne: Nej, det kan man ikke. Det synes jeg faktisk, at jeg fik mere ud af den her gang, jeg ved ikke om det var, fordi det var det der eksperimenterende (undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer), det tror jeg måske, det var.

I: Så ved at observere hvad eleverne gjorde, lærte du noget om eksperimenterende arbejdsformer – kan man sige det?

Anne: Ja, det kan man sagtens sige.

Observationerne af elevernes eksperimenterende arbejde giver altså Anne nogle erfaringer med sammenhængen mellem den matematiske prakseologi og elevernes didaktiske prakseologi i LV ved denne arbejdsform samt sammenhængen mellem lærerens didaktiske prakseologi og LV, som hun mener, hun kan bruge mere generelt. Tilsvarende – dog med større fokus på den matematiske prakseologi – fortæller Camilla:



Figur 8.4. Anne opnår erfaringer med sammenhængen mellem den didaktiske og den matematiske prakseologi i LV samt sammenhængen til lærerens didaktiske prakseologi.

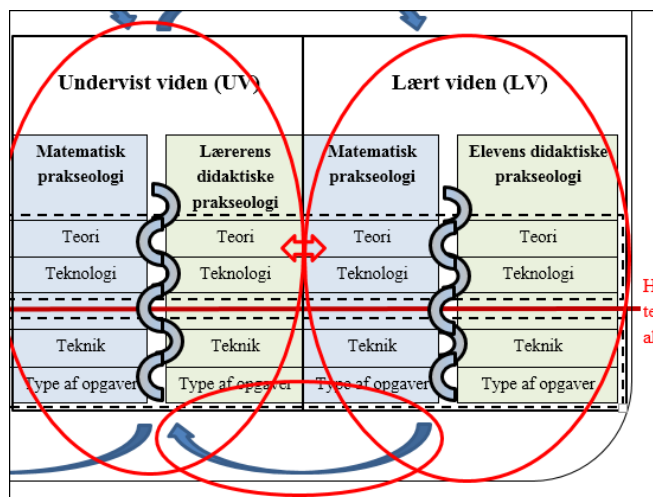
Camilla (S): Nu observerede jeg mest i den ende, hvor jeg sad, så jeg ved ikke med de piger, der sad længst oppe og drenge. Men der var nogle drenge, som kom ind på det her med forhold, og så var der en anden dreng, som bare var superskarp og fik proportionalitet lige med det samme. Og så var der en 3-4 piger, der var i gang med noget med, at – jamen hvis den bliver dobbelt så stor, så bliver vinklen måske også dobbelt så stor, men det kunne jo ikke passe, fordi der jo er 180 grader i en trekant, så bliver det 360 og – så de kom ind på noget med, at vinklen blev bevaret i hvert fald.

Observationer af elevernes faglige overvejelser giver her anledning til, at Camilla opnår indsigt i sammenhænge mellem den matematiske prakseologi og elevernes didaktiske prakseologi i LV – hvordan eleverne tænker på meget forskellige måder om en problemstilling, hvilke fejlproportionaliteter de kan have, og hvordan eleverne efter flere omveje når frem til en faglig pointe. Observationen skal ikke anvendes i forhold til de konkrete elever i den konkrete eller fremtidige undervisningssituationer og den analyseres eller fortolkes ikke i forhold til Camillas personlige udvikling af lærerrollen. Den er udelukkende en konstatering af konkrete elevers overvejelser, som skal bruges til at opnå en dybere indsigt i elevers læring generelt.

De studerende har tidligere erfaringer med lektionsstudieformatet og er derfor – i modsætning til flere af lærerne – meget bevidste om, at det ikke er den konkrete underviser, men undervisningen generelt, som skal observeres. Et eksempel på det er Esben, som beskriver muligheder for at opnå relevant lærerfaglighed i forbindelse med at observere:

Esben (S): *Forskellen på, når jeg selv var på, og da jeg observerede, det er jo, at man kan se, hvad der sker, når læreren har været henne og hjælpe eleverne, hvis de skulle have hjælp. Når han så forlader dem igen – og de siger egentlig, at de har forstået det måske – men så står de stadigvæk på bar bund bagefter. Så der kan man ligesom se det der med, at man virkelig skal følge op på, om de har forstået det, inden man går videre, fordi ellers så har man egentlig ikke hjulpet dem. Sådan nogle ting fanger man, når man står på sidelinjen, synes jeg.*

I modsætning til Anne og Camillas beskrivelser af deres læring i forbindelse med observatørrollen, inddrager Esben også underviseren og dennes interaktion med eleverne. Selv om observationen er et konkret eksempel på en kommunikationsbrist mellem underviser og elever, er der alligevel tale om en vis grad af generalisering – observationer kan bruges til at opnå viden om sammenhængen mellem UV og LV. Esben kan, som han også selv påpeger, bruge den meget konkrete observation til at agere anderledes i fremtidige situationer, men det fremgår ikke klart, om Esben opfatter erfaringen som en personlig erfaring, han kan bruge i sit fremtidige lærerarbejde eller en mere almen problemstilling, som kan undersøges og analyseres nærmere.



Figur 8.5. Esben opnår en indsigt i sammenhængen mellem UV og LV ved at observere interaktionen mellem underviseren og eleverne.

I forhold til den meget systematiske brug af fokuserede observationer, som er en af hensigterne med lektionsstudier, fremstår lærernes observationer altså ofte meget konkrete og personlige. De studerende fokuserer – måske fordi de er mere fortrolige med lektionsstudieformatet – i højere grad på muligheden for at bruge observationerne til en mere generel behandling af almene problemstillinger i forbindelse med undervisning. Sammenhængen mellem forberedelsesfasens formulering af mål, grundlæggende diskussioner om undervisningen og observationer af på forhånd udvalgte fokusområder omtales slet ikke af deltagerne. De observationer lærerne nævner, kunne have været foretaget i andre sammenhænge og indeholder slet ikke lektionsstudieobservationers karakteristika. De studerendes observationer er i højere grad ikke-personlige og kan bruges til at opnå mere overordnet viden om undervisning og læring, men de henviser på intet tidspunkt til et på forhånd formuleret konkret observationsfokus i sammenhæng med et formål for lektionsstudiet.

Undersøgelsen viser altså, at både lærere og lærerstuderende – i hver deres sammenhæng – overser eller vælger at se bort fra væsentlige elementer i lektionsstudieformatet i forbindelse med gennemførelsen af lektionen. De studerende er fokuserede på at opnå personlige erfaringer med underviserrollen. Lærerne er fokuserede på at observere egne elever eller

lærerrollen men kun til eget personlig brug i deres fremtidige undervisning. Derfor overser eller glemmer de formatets rammer til fordel for en mere instrumentel tilgang med fokus på at opnå personlige erfaringer frem for det generelle formål at opnå viden om og udvikle matematikundervisningen. Der er naturligvis ikke tale om, at deltagerne bevidst modarbejder formatet. I stedet skal det ses som et udtryk for, at de studerende og lærere i meget høj grad efterspørger, og opnår en stor tilfredsstillelse ved, henholdsvis at få erfaringer med underviserrollen og at observere undervisningen udefra. Det fremgår blandt andet af de meget positive ytringer om disse situationer. Når deltagerne beskriver situationer fra gennemførelserne af studiektionerne, sammenligner de ofte med praktikken, hvor de netop har mulighed for at opnå sådanne erfaringer. Gennemførelse af lektionen har mange lighedspunkter med praktikken, og der er derfor ikke noget mærkeligt i, at deltagerne let falder ind i de kendte rammer og rutiner fra praktikken. Hvis lektionsstudieformatet skal udvikles som et sideløbende læringsrum i læreruddannelsen med selvstændigt formål, som er forskelligt fra praktikkens, så formatets potentiale kan fuldbyrdes, er det imidlertid helt afgørende at holde fast i de væsentligste elementer i formatets struktur, således at denne undervisning afgrænses i forhold til praktikken i forhold til formål, indhold og form.

1.4 Både lærere og lærerstuderende giver udtryk for, at de får et stort fagligt udbytte af evalueringsfasen, især hvad angår undervisning-læring-relationen. De inddrager imidlertid også ofte VSU. De lægger specielt vægt på udbyttet af at formulere ændringsforslag til lektionen på baggrund af observationer af såvel matematiske som didaktiske prakseologier. Det er imidlertid ofte svært for deltagerne at observere, om ændringerne har den ønskede virkning, hvilket de hver gang forklarer med, at klasserne var forskellige.

Evalueringen af lektionen foregår på to evalueringsmøder lige umiddelbart efter de to gennemførelser af lektionen. På det første møde er et centralt punkt at formulere ændringsforslag til lektionen på baggrund af deltagerens observationer fra første gennemførelse. På det sidste møde evalueres ændringerne på baggrund af observationerne fra anden gennemførelse af lektionen og hele det samlede lektionsstudieforløb (se afsnit 4.2.4).

Både lærere og lærerstuderende taler meget positivt om deres læring i forbindelse med evalueringsfasen – der er ingen eksempler på det modsatte. De er specielt optagede af de ændringer af lektionen, som foretages mellem lektionerne. For eksempel siger Knud:

Knud (L): Og også den evaluering, der var bagefter, synes jeg, vi fik rigtig meget ud af, fordi vi fik belyst de ting, som var problemerne ved det her, og hvilke faldgruber der var, som egentlig også var noget vi snakkede om inden. Så det er også sjovt at se, at det egentlig også møntede ud i det. Og vi var ude og rette det til, og vi kunne sikkert også rette det til igen, men det skulle vi jo så ikke.

Og Mille:

Mille (S): Jeg synes, evalueringsfasen også viser rigtig meget – om vi egentlig får det ud af undervisningen, som vi gerne vil. Men det er jo igen stadig kun sådan vores fornemmelse, der

siger til os, hvordan det gik, hvordan gik det ikke og elevernes reaktioner på det, vi nu sagde. Virker det, som om, at vores mål er opnået?

Deltagerne finder det altså lærerigt at analysere og diskutere ”*elevernes reaktion*”, som er udtryk for LV, og undervisning-læring-relationen i forhold til målene for forløbet, VSU. Det er altså sammenhængen mellem de tre søjler til højre i modellen, som gøres til genstand for analysen, som danner baggrund for ændringer af lektionsplanen. Samtidig er det karakteristisk, at deltagerne er meget forbeholdne, når de vurderer det grundlag – observationerne – som ændringerne skal foretages på baggrund af. Som Mille siger, er det ”*stadig kun sådan vores fornemmelse*” og ”*virker det som om*”. Tilsvarende siger Camilla:

Camilla (S): *Altså man fik måske øje på andre ting, man ikke selv havde fået øje på, tænker jeg.*

I: *Ved at høre, hvad de andre har observeret, eller?*

Camilla: *Ja, lige præcis. Og fik gentaget, hvad man selv havde observeret – at det måske var rigtigt observeret, ja...*

Når deltagerne omtaler observationerne, er det subjektive, overordnede betragtninger, som for eksempel ”*hvordan det gik*”, eller om eleverne forstod, hvad de skulle gøre. Der er ingen eksempler på konkrete, mere objektive observationer, som for eksempel kvantitative: *8 ud af 21 elever deltog aktivt i klassesamtalen eller tre ud af seks grupper kom med eksempler på løsningsmetoder, vi ikke havde forventet.* Formatet lægger ellers op til sådanne observationer, og det foreslås også i skabelonen til observationsplanen (se bilag 3). Derfor er deltagerne ofte forbeholdne, når de omtaler observationerne. For eksempel siger Camilla, ”*at det måske var rigtigt observeret*”. De er derfor også usikre på, hvor meget de kan udlede af observationerne. I stedet for konkrete observationer er det ofte mere overordnede ’fornemmelser’, der danner baggrund for evalueringen og deraf følgende ændringer af lektionsplanen. For eksempel siger Jørgen:

Jørgen (L): *Ret mange justeringer, fordi vi kunne se, at der var nogle ting, vi sagtens kunne gøre bedre i forhold til den gruppe – være mere tydelige og sådan nogle ting. Og det kan man sige, det faldt helt til jorden, fordi den der struktur vi så lagde ind på det til gruppe to, den kunne de slet ikke magte. Så det var også – det er meget afhængigt af den elevgruppe, vi var ude hos, kan man sige, og køre det her forløb igennem.*

Og Jesper:

Jesper (L): *Altså – jeg mener, jeg kan huske, at det faktisk blev bedre den anden gang, men om det så var på grund af ændringen, eller det var klassen, eller hvad det var, det er svært at sige.*

Jørgen nævner ikke konkrete observationer, men ”*fordi vi kunne se, at der var nogle ting, vi sagtens kunne gøre bedre*”. Jesper siger direkte, at han ikke ved, hvorfor den ene gennemførelse gik bedre end den anden. Da observationerne er meget lidt konkrete, er det svært for deltagerne direkte at sammenligne observationerne fra de to gennemførelser af lektionen. Deltagerne giver oftest en mere overordnet vurdering af, hvilken gennemførelse der gik bedst og et kort forsøg på en forklaring på hvorfor. Denne forklaring omhandler i alle

tilfælde forskellen på de konkrete elever og klasser, som det for eksempel fremgår af Jørgen og Jespers udtalelser ovenfor. Andre eksempler er:

Laura (S): *Selve undervisningen – selve nogle af de opgaver, vi havde lavet, var forbedrede til anden gang og havde helt sikkert fungeret på den første klasse, men det gik alligevel fuldstændig galt, fordi det var en helt anden klasse, vi var inde i.*

Og Ulf:

Ulf (L): *Ja, der skete jo det, at der var forskel på de to klasser. Den klasse, jeg underviste i, var meget mere stille, end min egen klasse var. Og så sker der ikke ligesom det, som man er vant til sker i ens egen klasse, og så tænkte vi, hvad fanden gør vi så?*

Og fra en af de studerendes artikler:

De to gennemgange tydeliggjorde udfordringerne ved, at forløbet foregik i to forskellige klasser. Da klasserne var nye for begge undervisere, var det svært at forestille sig, hvilke scenarier der ville opstå. Efter den første lektion var vi overbeviste om, at de ændringer, vi foretog i lektionsplanen, ville gøre den næste lektion perfekt.

Lektien, vi lærte, var, at hvis en lektion skal planlægges perfekt, er det nødvendigt at vide mere om eleverne. (Bendix m.fl., 2014).

Deltagerne fremhæver altså forskellen på de to konkrete klasser, lektionen gennemføres i, som den væsentligste parameter, når de skal forklare forskellen på deres observationer fra de to gennemførelser. I nogle tilfælde finder de endda elevsammensætningen vigtigere end de ændringer af lektionsplanen, de har foretaget mellem gennemførelserne. Det er klart, at det udfordrer lektionsstudieformatet, idet det i nogen grad er afhængigt af, at det er muligt at observere virkningen af de ændringer af undervisningen, der foretages i lektionsplanen. Deltagerne udtrykker dog ikke denne bekymring. De er overbeviste om, at de ændringer, de foretog, forbedrede lektionen, også selv om praksis viser det modsatte, som Laura for eksempel udtrykker det i citatet ovenfor: *”...havde helt sikkert fungeret på den første klasse, men det gik alligevel fuldstændig galt”*. Observationerne kan i mange tilfælde ikke forklares udelukkende ud fra de teoretiske diskussioner og overvejelser, som behandles i den interne didaktiske transposition og analysen af undervisning-læring-relationen mellem gennemførelserne. Alligevel giver deltagerne udtryk for et stort udbytte af at undersøge og diskutere sammenhængen mellem VSU, UV og LV.

Som i citatet af Laura ovenfor, er det ofte opgaveformuleringen til eleverne, som grupperne har valgt at ændre. For eksempel siger Ann:

Ann (L): *Men der var alligevel nogle justeringer, som jeg synes, at det var godt, vi fik lavet. Det handlede blandt andet om, hvordan vi fik dem præsenteret og fik gjort selve opgaven klar. Så var det tydeligt, ”hvad er sådan introen, og hvad er selve opgaven”. De havde en præsentation, hvor vi lige fik skrevet selve opgaven ind, så den ikke kun kommer mundtligt, men så den også bliver stående på tavlen, når de går i gang.*

Og fra de studerendes artikler:

Efter første afholdelse af lektionen i 6. klasse mødtes vi for at evaluere og eventuelt revidere lektionsplanen. Vi oplevede i 6. klasse, at eleverne havde brug for at kunne vende tilbage og kigge på den stillede opgave under deres arbejde samt at se et eksempel på, hvad de skulle gøre. Derfor valgte vi i anden afholdelse af lektionen at skrive opgaveformuleringen ind i slideshowet sammen med et eksempel på en forstørret og formindsket trekant, så det kunne blive helt konkret for eleverne, hvad de skulle. (Bünger m.fl., 2014).

Til den reviderede gentagelse havde vi i teamet udarbejdet mere udførlige stationsbeskrivelser i forventning om, at det ville hjælpe eleverne til at opdage, at det var lignedannethed, der blev arbejdet med. Lektionen gik dog langt fra som forventet, og selv om læreren fulgte lektionsplanen til punkt og prikke, fungerede stationsarbejdet overhovedet ikke. Eleverne var nemlig urolige og ukoncentrerede, og i lektionens opsamling var der meget få elever, der viste forståelse for lignedannethed. (Bendix m.fl., 2014).

Deltagerne er altså overbeviste om, at de ændringer, de foretager, medfører en forbedring af lektionen – der er ingen eksempler på det modsatte, selv om der, som det fremgår af flere citater, er flere eksempler på, at gennemførelsen af lektionen på ingen måde giver belæg for at påstå det – snarere tværtimod. De eksempler, der nævnes om at formulere en konkret opgave til eleverne, er central i forhold til udvikling af lærerens didaktiske praksis i forbindelse med at igangsætte og udvikle undersøgende og eksperimenterende arbejdsformer. Det er en central lærerkompetence at kunne formulere og analysere oplæg/opgaver til undersøgende og eksperimenterende elevarbejde. Det er imidlertid en øvelse, som de fleste lærere og lærerstuderende finder meget vanskelig. Hvad der sker, når eleverne konfronteres med lærerens oplæg, er dog, på grund af elever og klassers store forskelligheder, i nogen grad uforudsigeligt. Det er naturligvis urimeligt at antage, at man ved to gennemførelser af lektionen kan holde alle parametre konstante på nær de ændringer, der foretages i undervisningsoplægget, således at alle ændringer i lektionens praksis kan forklares udelukkende ud fra ændringerne i undervisningsoplægget. Denne præmis accepterer deltagerne også uden videre, men det er samtidig for forenklet kun at tilføje forskellen på elever/klasser – det vender jeg tilbage til nedenfor. Det fremgår tydeligt af citaterne, at deltagerne er meget optagede af at forbedre oplæggene til elevarbejdet. De finder det i høj grad relevant og lærerigt at analysere, diskutere og ændre oplæggene til elevarbejdet – også selv om de ikke umiddelbart kan observere en forbedring i praksis. Det skyldes først og fremmest, at det er helt tydeligt for deltagerne, at den kompetence, de tilegner sig, er umiddelbart brugbar i det daglige lærerarbejde, som det for eksempel fremgår af følgende udtalelse af Ann:

I: Så det var også sådan – hvad skal man sige – en regulering og en ændring, som man kunne trække ud til andre sammenhænge, altså man kunne lære noget generelt af?

Ann (L): Lige præcis. Helt sikkert – og for eksempel netop det her med, at den opgave de får, at det er en opgave, som de så også rent visuelt kan se. Altså, det er noget, der i hvert fald er direkte overførbart til andre mulige situationer.

Deltagerne er altså ikke optaget af at bruge observationerne fra lektionsstudierne til at dokumentere, at for eksempel en ændring i opgaveformuleringen medfører en forbedring af

undervisningen. I stedet er de optagede af at udvikle deres egen lærerfaglighed og kompetencer i samarbejde med kollegaer. Som det fremgår af ovenstående, peger de alle på eleverne, når de skal forklare, hvorfor observationerne ikke kan dokumentere forbedringerne, mens kun nogle enkelte nævner den anden væsentlige parameter – underviseren. Flere påpeger, i overensstemmelse med intentionerne i lektionsstudieformatet (se afsnit 4.2.3), at det er vigtigt, at underviseren nøje følger lektionsplanen, således at underviserrollen eller underviserpersonligheden i mindst muligt omfang påvirker situationen, for eksempel i citatet af Bendix m.fl. ovenfor: *”læreren fulgte lektionsplanen til punkt og prikke”*.

I praksis er det imidlertid i de fleste tilfælde umuligt at udelukke underviserrollen som en mere eller mindre væsentlig parameter, og nogle af deltagerne nævnte også denne parameter. For eksempel Peter:

Peter (L): *Det er klart, at to forskellige klasser, de vil ikke have ageret ens, men det blev i hvert fald meningsforstyrrende i forhold til den evaluering, jeg havde i hovedet, at det var en anden studerende (der var underviser).*

I et andet tilfælde mente en studerende, at læreren ikke var omhyggelig nok med at følge lektionsplanene, hvilket gav anledning til nogen frustration:

I: *Kunne I så observere en forskel mellem de to gange, eller hvordan gik det?*

NN⁷⁴ (S): *Ja, det kunne vi godt, men det var mest, fordi det var så læreren, der skulle undervise anden gang, og han fulgte slet ikke det der manuskript, vi havde lavet, så vi er lidt i et dilemma i forhold til den der artikel – hvordan vi skal få den skrevet uden at få ham hængt ud.*

I: *For der skete simpelthen noget andet, fordi han gjorde noget andet?*

NN: *Ja, han fulgte ikke planen, som vi havde aftalt.*

Ud over at nogen af deltagerne altså omtaler det i interviewene, viser også videooptagelserne af lektionerne, at der i flere tilfælde er væsentlige forskelle på de to gennemførelser, som i højere grad skyldes underviseren end ændringer i lektionsplanen. De studerende, som jo har gennemprøvet lektionsstudieformatet i et tidligere projekt, er meget bevidste om, at det er vigtigt at følge lektionsplanen, men deres manglende erfaring og usikkerhed i forhold til underviserrollen betyder alligevel, at det i flere tilfælde er vanskeligt for dem at udføre i praksis. En undervisningssituation vil altid i nogen grad være uforudsigelig, specielt når underviseren ikke kender eleverne. Underviseren er derfor nødt til løbende at foretage en række såvel bevidste som ubevidste valg, der influerer på lektionen. Samtidig er lærerpersonligheden ofte en faktor, specielt fordi der i de fleste tilfælde er tale om et første møde mellem elever og underviseren, og begge parter derfor er yderligere udfordret i forhold til at afkode hinanden. Et eksempel er en lektion, hvor en underviser (studerende) er meget upræcis i sine udmeldinger, hvilket bevirker, at en del elever ’melder sig ud’ af undervisningen, og enkelte bliver ironiske og distancerende. Underviseren reagerer ved at

⁷⁴ Den studerendes (i forvejen anonymiserede) navn er udeladt af etiske grunde. (Deltagerne i projektet kan ret nemt identificere deltagerne, selv om navnene er anonymiserede).

stille kontrolspørgsmål til de elever, som han ikke mener deltager, hvilke optrapper konflikten og øger distancen mellem elever og underviser. I dette tilfælde bliver lærerpersonligheden og det konkrete underviser-elev-forhold vigtigere for de observationer, der gøres, end de elementer i lektionsplanen, der ønskes undersøgt.

De to væsentligste parametre som influerer på observationerne, således at konsekvenser af ændringer i lektionsplanen ikke alene kan tilskrives lektionsplanen, er underviserens og elevens 'personlighed'. Begge disse er, på det generelle plan, genstand for den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen, men indeholder samtidig en række individuelle faktorer, som er svært forudsigelige. Denne sondring er en vigtig pointe for lektionsstudieformatet. Læreren personlighed kan i nogen grad elimineres som variabel ved at underviseren nøje følger lektionsplanen, men elevernes reaktion er i langt højere grad uforudsigelig og afhængig af den aktuelle situation.

Når grupperne har foretaget ændringer i oplægget til eleverne mellem de to gennemførelser af lektionen, bliver det ofte gjort på baggrund af overvejelser og diskussioner af matematiske prakselogier, oftest i forbindelse med UV og LV. Et eksempel på dette fremgår af en af de studerendes artikler:

I 6. klasse brugte mange af eleverne tid på først at finde ud af, hvordan de skulle gå i gang med at løse opgaven og bagefter at finde frem til, at vinklerne i ligedannede trekanter parvis er ens. Det medførte, at sidste del af vores faglige pointe ikke blev klar, nemlig at forholdet mellem sidelængderne også er det samme i ligedannede trekanter. Vi valgte derfor ved anden afholdelse af lektionen allerede fra start at have øget fokus på at stille eleverne spørgsmål om sideforholdene i deres trekanter, mens de løste opgaven. (Bünger m.fl., 2014).

Gruppen har lavet en helt konkret formulering af lektionens pointe, som blandt andet kan bruges som udgangspunkt for observationer, diskussion og evaluering af lektionen:

Den faglige pointe, som ved lektionens slutning måtte stå klart for eleverne, var, at: To trekanter er ligedannede, når vinklerne parvis er ens, og når forholdet mellem sidelængderne er det samme. (Bünger m.fl., 2014).

Dette er et eksempel på, at teoriblokken i den matematiske prakselogi i UV og LV og sammenhængen mellem disse to bliver udgangspunkt for analyse af undervisning-læring-relationen. Den interne didaktiske transposition, hvor den faglige pointe formuleres ud fra den tidligere citerede målformulering fra FM, ligger i første omgang fast. Selv om elever/klasser og underviseren kan være parametre, som influerer på observationerne, er gruppens fokus på den formulerede faglige pointe. For i højere grad at opnå formålet om elevernes læring af en faglige pointe ændrer gruppen derfor på lektionen, som det fremgår af citatet. I den afsluttende konklusion skriver gruppen dog, at

Det er vores klare opfattelse, at det planlagte undervisningsindhold generelt egnede sig bedre til 7. klassens elever end 6. klassens. (Bünger m.fl., 2014).

Her sættes altså spørgsmålstejn ved den interne didaktiske transposition – måske er det faglige indhold ikke egnet til 6. klasse. Denne konklusion kommer dog udelukkende på

baggrund af gruppens skøn, idet den reviderede lektion ikke er gennemført i en 6. klasse. Her er altså igen et eksempel på, at deltagerne i højere grad konkluderer på baggrund af erfaring og viden fra andre sammenhænge og ikke på baggrund af observationer fra lektionen.

I andre lektioner er der foretaget mindre ændringer på baggrund af faglige diskussioner. For eksempel siger Søren:

Søren (S): ... *havde vi også sådan et par, hvor der var tre, der var lignedannede, og så for at få dem til at udlede, at der vel godt kan være flere (figurer), der er lignedannede. Det behøves ikke altid at passe sammen i par. Fordi man netop igennem dagen har arbejdet meget i par.*

Og i en af de studerendes artikler:

Efter evalueringen af den første lektion blev vi i gruppen enige om at lave nogle justeringer, da vi allerede i den første opgave med Tobleronerne blev opmærksomme på, at valget af en rumlig figur gav problemer. (Köhler m.fl., 2014).

Her er tale om to væsentlige pointer for den matematiske prakseologi og sammenhængen til den didaktiske prakseologi i UV og LV. Begge pointer er nødvendige at overveje på forhånd for læreren, da de ikke umiddelbart er oplagte for eleverne og kan give anledning til misopfattelser: For det første kan mere end to figurer være lignedannede, selv om der i undervisningssituationer ofte præsenteres netop to figurer, når der tales om lighedannedhed. For det andet er det problematisk at præsentere et eksempel på to lignedannede polyeder, når begrebet lighedannet behandles i en todimensionel kontekst.

Et andet eksempel kommer fra en af lærerne:

Knud (L): *Ja, vi rettede det lidt til. Der var noget omkring målestoksforholdene, der var svært for eleverne at forstå, hvor vi så tog nogle eksempler ind til at understøtte det. Der så vi så, at det faktisk hjalp på forståelsen af målestoksforholdene i den anden klasse i forhold til den første.*

Også i dette tilfælde er der fokus på et specifikt fagligt element, som er blevet ændret på baggrund af, at det "var svært for eleverne at forstå". Heller ikke i dette tilfælde gives imidlertid en mere konkret dokumentation i form af observationer for, at "det faktisk hjalp på forståelsen", ud over "der så vi så".

Der findes dog enkelte eksempler på, at deltagerne bruger helt konkrete observationer til at begrunde ændringer af lektionsplanen og efterfølgende dokumentere effekten:

Der var forskellige tegn på, at eleverne havde forstået, at forholdet mellem sidelængderne i lignedannede trekanter er ens. Således nævnte en enkelt elev begrebet proportionalitet, mens stort set alle var klar over, at de skulle benytte multiplikation og ikke addition ved forstørrelse af trekanten. I 6. klasse havde eleverne store vanskeligheder ved at bruge en vinkelmåler eller ræsonnere sig frem til, at den kunne bruges til løsning af opgaven. Desuden troede flertallet af klassens elever, at de i forstørrelsen af trekanten kunne addere et bestemt stykke til hver sidelængde. Der var således stor forskel på, hvor tydeligt den faglige pointe især mht. sidelængdernes forhold gik igennem i 6. og 7. klasse. (Bünger m.fl., 2014).

Her er det en konkret observation af en elev, der anvender termen *proportionalitet*, samt en sammenligning af, hvor mange elever der tænker henholdsvis additivt og multiplikativt. Det

sidste er et eksempel på observationer, som kan være med til at give et gyldigt og mere objektivt indtryk af LV. Den meget lille forekomst af dokumentation for denne type mere præcise observationer peger på et uudnyttet potentiale i forhold til at fokusere observationerne mere, således at LV i højere grad kan dokumenteres og dermed anvendes som indikator for, hvornår og hvordan en studiektion forbedres.

Ud over matematiske prakseologier er der også en række eksempler på didaktiske prakseologier, som er blevet taget op på evalueringsmøderne såvel mellem de to gennemførelser som til sidst. Et eksempel på dette er Andreas, som omtaler en diskussion af lærer-elev-dialog i klassen:

Andreas (S): *Jamen også sådan som lærer oppe ved tavlen – at lytte til, hvad er det egentlig eleven siger, og ikke bare hvad du tror, han siger. Du står med facit, ”kom, sig facit” – men så i stedet for bruge, hvad det er, eleven rent faktisk siger, om det så er rigtigt eller forkert – så må vi få løst det på den ene eller anden måde. (...)*

I: *Så det handler blandt andet om, hvor skarpt eleverne formulerer matematiske påstande?*

Andreas (S): *Ja, for jeg synes jo ikke, man har forstået ligedannethed, og det at de er i et forhold til hinanden, hvis ikke man kan forklare de to sider over for hinanden. Det kan godt være, de havde det, og så bare ikke kunne sætte ord på det – at det måske kommer, men det kan man jo arbejde videre med.*

I dette citat er der eksempler på helt centrale problemstillinger i forhold til læreren og elevens didaktisk prakseologi omkring kommunikationen i klasseværelset, som for eksempel hvordan man som lærer bygger videre på det, eleven selv udtrykker i stedet for at pådutte sin egen forståelse, og at der ofte er forskel på, hvad eleven kan, og hvad han/hun kan udtrykke med ord. Ved at gennemføre en lektion flere gange giver lektionsstudieformatet mulighed for, at deltagerne kan arbejde med at forbedre dialogen og fokusere på, hvordan man som lærer kan agere, for i højere grad for eksempel at bruge det, eleverne siger, aktivt i læringen eller hjælpe dem til at sætte ord på det, de tænker. Det er altså sammenhængen mellem UV og LV, der behandles. Dette forhold er kendetegnet ved, at det er meget afhængigt af situationen og de involverede deltagere – elever og lærere – men også at meget små variationer kan give store forskelle i forhold til læringspotentialet. Det er derfor ofte svært at udlede noget generelt af ændringer i lektionsplanen, som for eksempel, at hvis læreren spørger på denne måde, opnår man, at netop dette sker. Alligevel er det naturligvis helt centrale diskussioner for udviklingen af undervisningen. Pointen er imidlertid, at man ikke kan forvente at kunne udlede generelle, færdige svar på, hvordan læreren skal agere, men at forskellige strategier og metoder kan afprøves i forskellige konkrete sammenhænge, og at man derudfra kan gøre sig nogle erfaringer, som i nogen grad kan anvendes i andre situationer.

Et sidste lignende eksempel handler om en ændring af organisationsformen mellem de to gennemførelser:

Søren (S): *Den første klasse vi var inde i, der gik det – synes vi selv – så godt, og udbyttet var ret givtigt for eleverne, så det var meget småjusteringer, vi lavede. Men det var ikke nødvendigvis til det bedre. Vi prøvede at inddrage eleverne oppe ved tavlen. Vi havde hele*

tavlen klistret til med de der trekant i forskellige farver, og i den første lektion, der havde læreren taget en (trekant) frem, og så havde hun bare spurgt ud i klasselokalet: "Hvad er det for en?" Sådan nogle øvelser i tredje klasse, så rækker de alle hånden op og vil være med. Vi gjorde så det anden gang, at vi tog to elever op til tavlen, der skulle hjælpe læreren med at stå deroppe og finde dem, fordi vi måske synes, at det var lidt for langt væk til, at de kunne se vinklerne, og så var det måske lettere, at de kom op. Det gjorde altså også, at der var en masse, der faldt fra, fordi de ikke har den spænding der: "Gad vide, om læreren vælger mig, og jeg bliver spurgt", fordi de ved udmærket godt, hvem der bliver spurgt. Det gør de to oppe ved tavlen. Så på den måde var det måske ikke helt hensigtsmæssigt for at få alle med. Der er ingen tvivl om, at de, der var deroppe, fik helt vildt meget ud af det, men de, der sad tilbage, de fandt hurtigt ud af, at det ikke var dem, der blev spurgt, så kunne de godt tage hånden ned og sidde og begynde at kigge lidt rundt nogle af dem.

Her er et eksempel på en ændring, som Søren overvejende vurderer har en negativ indvirkning på undervisningen. Det er imidlertid karakteristisk, at han både nævner positive og negative konsekvenser af ændringen, og at den konkrete erfaring er meget afhængig af situationen, læreren og de konkrete elever. De to organisationsformer kan begge varieres på mange måder og endda kombineres, så den mulige konklusion er ikke i så høj grad, at en af organisationsformerne er bedre end den anden, men at valg af organisationsform har en lang række implikationer, som læreren bør overveje på forhånd. Dette hænger igen sammen med, at der er tale om samspillet mellem UV og LV, som er et meget komplekst, yderst kontekstafhængigt forhold.

Samlet set tegner de ovenstående citater et billede af rigtig mange yderst relevante diskussioner af såvel matematiske som didaktiske prakseologier, som har været ført, specielt på evalueringsmødet mellem de to gennemførelser, som grundlag for ændringer af lektionen. Disse diskussioner opleves som særdeles lærerige af samtlige deltagere – der er ingen eksempler på det modsatte. Som det fremgår af analysen, inddrager mange af diskussionerne flere elementer fra modellen, specielt dog UV og LV, herunder sammenhængen mellem matematisk og didaktisk prakseologi.

1.5 De studerende beskriver læringsudbyttet ved lektionsstudier som væsentlig forskelligt fra praktikken. De oplever lektionsstudierne som mere forpligtende, hvilket betyder, at de tager større ansvar og gør sig mere umage. Desuden beskriver de en langt større sammenhæng med den teoretiske undervisning ved lektionsstudierne i forhold til praktikken, der beskrives som en indføring i lærerens praktiske hverdag. Det er dog meget forskelligt, i hvor høj grad de studerende oplever sammenhæng mellem den VMV, de stifter bekendtskab med i den teoretiske undervisning, og den matematiske viden, de arbejder med i lektionsstudiet.

De studerendes oplevelse af læringsudbyttet ved lektionsstudier i forhold til praktikken og den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen er behandlet i det første studie (specielt konklusion 6.3 og 6.1). De studerende bliver i dette interview bedt om udelukkende

at forholde sig til det sidste lektionsstudieforløb. Alligevel omhandler en del af interviewene naturligvis de samme temaer som interviewene i det første studie. I det omfang udtalelser og konklusioner er i overensstemmelse med det første studie, vil de ikke blive gentaget her. Lærernes deltagelse i dette projekt bevirker imidlertid, at læringsudbyttet kan være ændret, idet lektionsstudierne med lærernes tilstedeværelse – i hvert tilfælde umiddelbart – i højere grad kommer til at ligne praktikken. Intentionen er desuden at undersøge lærernes vurdering af de studerendes mulighed for at tilegne sig væsentlig lærerfaglighed ved lektionsstudier i forhold til praktikken (Q1.6b). Ud over nogle betragtninger om deltagerens forskellige roller i de to sammenhænge, som bliver behandlet nedenfor, omtaler alle lærerne også dialogen mellem lærere og lærerstuderende. Disse behandles i afsnit 8.4.2.

Lige som i det første studie giver de studerende meget klart udtryk for, at der er forskel på, hvad de kan lære af praktikken og af lektionsstudier. Lærernes deltagelse ændrer altså ikke på denne konklusion. Forskellen skyldes især, at lærerne har forskellige roller i de to sammenhænge.

I: Jeg tænker ikke bare, hvad der er bedst, og hvad man lærer mest ved, men hvad er det, man lærer de forskellige steder? Kan det sammenlignes?

Søren (S): Jeg tror, når man er ude i praktik, så vil man automatisk prøve at tilegne sig eller tillægge sig den undervisningsform, som læreren laver. Det vil man ubevidst gøre, når man står derude, og det synes jeg ikke, man gør på samme måde her i lesson studies. Der er der også lidt for lærerne: ”Okay, vi styrer hen mod et fælles mål”, hvorimod praktikken der er det mere sådan, okay os der er i praktik styrer hen mod et mål, men vi er altså guidede af en. Her er du din egen guide i hele gruppen, eller hvad man siger. Og det er netop det der med, at undervisningen altså er et fælles foretagende, og der er lidt mere på spil i lesson studies, synes jeg. Hvis man mislykkes, så er det en selv. Hvis det mislykkes i en klasse, jamen så stenhurtigt kan en lærer træde til og sige: ”Prøv at hør, nu gør vi sådan og sådan – og så er det det. Så på den måde har du en større ansvarsfølelse over for det kontra din praktik, synes jeg. Altså på den måde, så gør du dig også automatisk mere umage. Ikke fordi man ikke gør sig umage i praktikken, men lige den ekstra notch der.

Søren angiver lærernes to forskellige roller i de to forskellige situationer som væsentlige for sin læring. I praktikken er læreren en ”guide”, som har ansvaret og hele tiden kan redde de studerende ud af utilsigtede situationer, hvorimod lektionsstudiet er et samarbejde, hvor alle deltagere har et ansvar.

Lærerne giver udtryk for den samme forskel i forhold til deres rolle i de to situationer. For eksempel siger Jørgen:

Jørgen (L): Man er meget mere inde som vejlederen, end man er ellers. Altså her er man med inde og lave noget fælles, hvor man tit måske har tendens til som praktiklærer at sige, ”jamen så står du for undervisningen af den der”, og så faktisk først bagefter kommer den positive kritik, hvor jeg synes, her har man et fælles formål med nogle ting, og jeg kan lære rigtig meget af dem også, det synes jeg bestemt.

Og Mette:

Mette (L): *Man er mere gæst, når man er lærerstuderende, fordi man er der bare lige for en megakort periode, og har bare lige to timer om dagen, og så er det sådan ikke rigtig noget. Men det her er en fordybelse sammen med lærerne – det er ikke sådan en ”nu skal du gå hjem og lave lektier-fornemmelse”, hvor du får at vide, ”nu skal du gå hjem og forberede dig, vi ses på tirsdag kl 10, hvor du har din ene lektion, og så vejleder jeg dig i den bagefter”. Jeg ville have haft megameget mere gavn af det her.*⁷⁵

Beskrivelserne tyder på, at praktikkens traditionelle rollefordeling som vejleder og studerende har resulteret i, at de studerende i de fleste tilfælde overlades til sig selv i en stor del af processen med forberedelsen af undervisningen, og så først får vejledning, når undervisningen er gennemført – eventuelt suppleret med en kort seance inden undervisningen, hvor praktiklæreren godkender de studerendes plan. Dette indebærer en risiko for, at vejledningen kommer til at fokusere ensidigt på den konkrete fremtoning i klassen frem for hele processen fra forberedelse til gennemførelse og evaluering.

Det større ansvar, som Søren omtaler, bevirker også, at han gør sig mere umage – der er ”lidt mere på spil”. Dette ligger tæt op ad følgende udtalelse af Anne:

Anne (S): *Dels synes jeg, der er mere pres på, når man står (underviser) i lesson study, der er flere der kigger på en, og man bliver filmet og også det der med, at man aldrig har mødt klassen før, måske ikke engang været på skolen før. Der er både den del i det, men i praktik ser man måske i højere grad en læreproces, også fordi et langt forløb, hvor man har flere timer at gøre godt med. Hvis vi ikke lige når det i den her time, så kan vi nå det i den næste eller okay, så gik den her time måske ikke så godt, men så har vi en ny time i morgen. Så er det sådan lidt mere, man vil virkelig gerne gøre det godt, når det er lesson study.*

Anne taler her specielt om underviserrollen i lektionsstudiet. ”Der er mere pres på” – det er vigtigt – ”man vil virkelig gerne gøre det godt”. Den lektion, gruppen har brugt rigtig lang tid på at forberede, skal kulminere ved gennemførelsen. Det er vigtigt, at gennemførelsen lever op til intentionerne i planlægningen, og de lærerstuderende oplever derfor et vist pres på den, der har underviserrollen. Det handler specielt om, at der skal være sammenhæng mellem VSU og UV, således at de beslutninger, som gruppen har taget som led i den interne didaktiske transposition, bliver ført ud i livet og kan gøres til genstand for undersøgelse og analyse. Det er derfor primært de øvrige lærere og lærerstuderendes forventninger, underviseren skal forsøge at indfri. I modsætning til praktikken, hvor det oftest er eleverne og de studerendes egne forventninger i forhold til at træde ind i lærerrollen (se det første studie, konklusion 1.2). Selv om Anne bruger ordet pres, og flere andre studerende omtaler noget tilsvarende med andre termer, som for eksempel Søren ovenfor, er der alligevel ingen, der beskriver det som ubehageligt at skulle have underviserrollen.

Ud over lærernes rolle angiver de studerende også de forskellige formål som et væsentligt forhold, der er vigtigt for, hvad de lærer. For eksempel siger Mille:

⁷⁵ Mette taler her om sin egen tid som lærerstuderende.

Mille (S): *Jeg synes, der er stor forskel på, om det er lesson study eller praktik, fordi jeg synes i praktik, der handler det også om at se, hvad der sker ude i folkeskolen. I forhold til her, der er det lidt mere eksperimentagtigt, når vi er ude og bare lave en enkelt lektion i en klasse, vi ikke kender.*

Både Mille og Søren lægger vægt på, at lektionsstudier i højere grad giver mulighed for, at de lærerstuderende deltager aktivt og konstruktivt i forhold til at eksperimentere og udvikle matematikundervisningen. På den måde får de mulighed for at bidrage med deres individuelle ideer og holdninger til matematikundervisning i modsætning til praktikken, hvor det handler om ”at se, hvad der sker ude i folkeskolen” (Mille), og ’guidet’ af en lærer ”tillægge sig den undervisningsform, som læreren laver” (Søren). Derfor bliver læringen i praktikken også ofte centreret omkring en meget lille del af modellen – specielt den praktiske blok af lærerens didaktiske praksis (se det første studie konklusion 1.2 og 1.3), hvorimod lektionsstudier i langt højere grad kan inddrage elementer fra alle fire søjler, herunder den teoretiske viden fra undervisningen på læreruddannelsen:

I: *Er der forskel på det, du lærer af de to situationer?*

Esben (S): *Ja, fordi man kommer til bunds i det og sidder sammen med hinanden og planlægger meget grundigt, så har man også lidt mulighed for at komme i tanker om nogle af de ting, man har lært her på skolen teoretisk og få noget af det inddraget – altså prøve at tænke det med i det.*

I: *Så det sker i højere grad i lesson study?*

Esben (S): *Ja, det synes jeg. Altså, der har man virkelig øje for detaljerne, og ”måske kunne vi bruge noget af det, vi havde her – og hvad med de her arbejdsformer, hvordan får vi dem i spil?” Muligheden for at afprøve noget, man synes er svært at forstå eller sætte i forhold til praksis, når man læser om det, eller arbejder med det i de forskellige fag her på stedet – så har man ligesom mulighed for det, synes jeg, at sætte det i spil.*

I: *Og det har man ikke så meget af i praktikken?*

Esben (S): *Der er ikke lige så meget tid til at planlægge det, synes jeg ikke, og det skal oftest passe ind i noget, der måske er i gang i forvejen i den givne klasse. Så jeg synes, det giver en mulighed for at arbejde mere grundigt med tingene og få nogle teoretiske ting i spil.*

I: *Er der så noget andet, du lærer i praktikken? Altså det der kunne umiddelbart tale for lesson study, men det kunne jo godt være, at der var nogle andre ting, man lærer ved praktikken?*

Esben (S): *Jamen det er sådan lidt mere en hverdagsituation, som jeg ser det. Altså, hvad man sådan har af timer på en uge, hvad man kan nå igennem der, hvor lang tid en lærer måske bruger på at planlægge det, og hvordan selve hverdagen fungerer. Det ene kan ikke erstatte den andet, synes jeg ikke. Der er gode ting i begge dele.*

De friere rammer og den øgede mulighed for at bidrage mere aktivt til forberedelsen ved lektionsstudier giver de studerende mulighed for i højere grad at inddrage deres erfaringsverden, som for de flestes vedkommende udelukkende stammer fra den teoretiske undervisning. Det kan forekomme paradoksalt, at selv om de studerende i praktikken i langt

højere grad selv planlægger undervisningen uden indflydelse af læreren, føler de sig alligevel i højere grad bundet ved at skulle ”*passer ind i noget, der er i gang*”.

Søren uddyber indholdet lidt mere:

Søren (S): I forhold til praktik, så er man ekstra tilbøjelig til – fordi man sidder i en gruppe og argumenterer for, hvorfor jeg synes, at vi skal gøre sådan – så er du måske mere tilbøjelig til at tage nogle teoretiske overvejelser med ind i det, eller i hvert fald begrunde det ud fra, at det var det vi lærte med Arne (holdets matematiklærer på læreruddannelsen), med at hvis man gør sådan og sådan, så er det godt for børn, fordi at så skal de selv tænke, og så skaber vi en adidaktisk situation. Så på den måde får du nok repeteret din teoretiske viden mere i lesson study. Jeg tror lidt, det er sådan, man skal se det. (...) Lesson study er jo meget bredere – det er jo det hele. Det er både det didaktiske og det matematiske. Så på den måde så er det mere udbytterigt.

Både Søren og Esben nævner en række konkrete eksempler på teoretisk viden fra undervisningen på læreruddannelsen, for eksempel omkring arbejdsformer, det didaktiske og det matematiske og adidaktiske situationer⁷⁶, som de har mulighed for at inddrage i overvejelserne omkring praksis i forbindelse med lektionsstudierne, hvilket de ikke oplever i praktikken. Det er naturligvis muligt også at inddrage viden fra den teoretiske undervisning i praktikken – de studerende oplever blot ikke, at det sker. Der er dog en enkelt undtagelse fra denne opfattelse, Laura, som beskriver en situation, hvor flere elementer fra den teoretiske undervisning prøves af i praktikken:

Laura (S): Vi startede med at sige, at vi gerne ville prøve nogle forskellige ting af, og det var han helt med på, og så skulle vi have noget cooperative learning ind over, og vi skulle have noget ude-undervisning, og vi havde en masse forskellige slags undervisning, vi prøvede af i løbet af en uge om det samme emne. Og så planlagde vi dem alle sammen, og så var det som om, vi ligesom fremlagde dem for ham (praktiklæreren), og så var han – ”det lyder fint, lad os prøve det af”, selvom han måske godt vidste, det ikke fungerede fra starten af.

I: Men det var meget jer, der lavede planlægning?

Laura: Ja

I: Og hvad så efterfølgende? Så kommenterede han på det eller hvad?

Laura: Så havde vi samtaler om det, og hvad han syntes der fungerede, og hvad der ikke fungerede.

Lauras beskrivelse er et eksempel på, at elementer fra undervisningen fra læreruddannelsen kobles direkte sammen med praktikken. I modsætning til Søren og Esbens beskrivelser er der imidlertid tale om meget konkrete undervisningsformer, cooperative learning og ude-undervisning, der, på samme måde som andre af de studerendes beskrivelser fra praktikken, beskæftiger sig med problemstillinger i den praktiske blok af lærerens didaktiske praksisologi. De to eksempler indeholder begge både en række meget praktiske handleanvisninger og nogle

⁷⁶ Begrebet er hentet fra Guy Brousseau, som holdet har arbejdet med i (Hansen m.fl., 2007)

bagvedliggende teoretiske overvejelser og begrundelser. Lauras beskrivelse indikerer imidlertid, at fokus har været på at prøve nogle af de praktiske undervisningsmetoder af. Samtidig understreger beskrivelsen de studerende som nogen, der kommer til praktikskolen og får lov af praktiklæreren til at prøve nogle ting af. Praktiklæreren indgår ikke i en diskussion af undervisningsaktiviteterne før undervisningen – hvilket ellers er ekstra oplagt, idet der er en tilhørende teoretisk begrundelse for at vælge netop disse undervisningsmetoder. I stedet kommenterer han, efter at undervisningen er gennemført. Det antydes endda, at han måske sad med svarene på forhånd, hvilket understreger opfattelsen af, at praktiklæreren indfører de studerende i lærerfaget.

De studerende er delt i forhold til spørgsmålet om, hvor vidt de oplever, at der er sammenhæng mellem VMV, som de møder i den teoretiske undervisning, og den 'skolematematik', som behandles i arbejdet med lektionsstudier. To studerende har svært ved at svare på spørgsmålet (Q1.6a), men det fremgår af svarene, at de umiddelbart har svært ved at se sammenhængen. Den ene er Laura:

Laura (S): Altså, der er jo en sammenhæng – jamen det ved jeg ikke – det er et helt andet niveau, når vi er nede og undervise 6. klasser, og vi lige har om lighedannethed og... jamen det ved jeg ikke.

Det er tydeligvis svært for Laura at beskrive sammenhængen. Hun mener, at den nok er der – måske fordi jeg spørger – men hun oplever tydeligvis ikke den store sammenhæng. I modsætning hertil oplever tre studerende en høj grad af sammenhæng. For eksempel Esben:

I: Hvordan har du oplevet den sammenhæng mellem den mere akademiske tilgang til trigonometri her på stedet i forhold til skole-tilgangen? Har det været til at skabe sammenhæng mellem de to ting? Eller har det været modsætninger?

Esben (S): Jeg synes, det er fint at tage det som sådan en samlet ting og se på det, vi skal kunne, for at have forståelsen af, hvorfor de skal lære det, og så sætte det i praksis med dem. Så har man ligesom et lidt større engagement i det, fordi man er meget inde i det i forvejen. Så kan man hurtigt finde på nogle gode ideer til, hvad de skal lave ude i skolen.

Esben oplever, at der er sammenhæng mellem "det, vi skal kunne" (VMV), "forståelsen af, hvorfor de skal lære det" (problemstillinger i forbindelse med den eksterne didaktiske transposition og VSU) og "praksis" (UV). Oplevelsen af sammenhæng øger hans engagement og hjælper ham til at finde på gode ideer til undervisningen. Frederiks svar ligger i forlængelse af Esbens:

Frederik (S): Man kan da i hvert fald lære mange forskellige ting, fordi det her var mere teoretisk, og det var mere praktisk ude i skolerne. Men jeg synes i hvert fald, at de går hånd i hånd på den måde, at de ting man lærer her, er de ting man skal undervise i. (...) Men bare den forståelse, at vi selv kan tænke lidt videre, det giver os nogle muligheder for, at hvis man synes, man har en større forståelse, kan man også forklare det på flere måder og måske give flere eksempler. (...) Så også, at man virker kompetent og kan give eleverne de svar, som de har brug for – og holde deres motivation oppe.

Også Frederik oplever helt tydeligt en høj grad af sammenhæng. VMV, som han har opnået gennem den teoretiske undervisning, giver ham flere handlemuligheder, når han står ude i skolen – helt konkret oplever han, at en bedre faglig forståelse giver ham mulighed for at ”forklare det på flere måder” og ”give flere eksempler”, hvilket han oplever kan være med til at motivere eleverne.

De tre studerende, der oplever en høj grad af sammenhæng, giver på intet tidspunkt udtryk for, at den teoretiske undervisning i VMV mangler sammenhæng til den konkrete opgave i forbindelse med lektionsstudiet – tværtimod. De resterende tre studerende er delte i spørgsmålet. De oplever ikke, at den teoretiske undervisning har en sammenhæng med skolematematikken i deres lektionsstudie, men det skyldes, at de ikke direkte behandlede trigonometri i lektionen, men nogle forberedende faglige elementer. For eksempel siger Anne:

Anne (S): *Jeg synes måske ikke, vi har brugt det så meget den her gang, men jeg kunne godt forestille mig, at når man skal ind og måske snakke sinus og cosinus med nogle ældre elever, så vil man kunne bruge det. Det vil jeg klart synes.*

Og Andreas:

Andreas (S): *Havde vi kommet op og skulle snakke trigonometri og generelle trekanter og den gode forklaring på enhedscirklen og sådan noget, så ville det jo have været rigtig skarpt at kunne hive noget af den trigonometri ind her og have den basisviden. Også hvis der kom nogle lidt skarpere spørgsmål, så ville den have været rigtig god, men når vi er nede på lignedannet-kongruens niveau, og de selv skal prøve at se, om de kan finde det, så synes jeg sgu ikke rigtig, at jeg tilkobler den viden i min hjerne.*

Søren (S): *Vi har haft enkelte elementer, som vi kunne bruge helt ned i tredje klasse, men der er også meget med sinus og cosinus, især det vi har læst om. Jeg synes, at det vi læser om, det er meget fjernt fra skolematematikken generelt.*

Disse tre studerende var – lige som Esben og Frederik – i grupper, som havde valgt lignedannethed som central faglig pointe. I modsætning til Esben og Frederik giver de imidlertid udtryk for, at den VMV, de har beskæftiget sig med på læreruddannelsen, ikke er særlig anvendelig i forhold til deres lektion. Til gengæld siger de, at den tilegnede teoretiske viden ville være mere anvendelig i forbindelse med undervisning i de trigonometriske funktioner. De siger imidlertid ikke mere om, hvorfor det er sådan – måske har de oplevet, at den teoretiske undervisning i højere grad fokuserede på de trigonometriske funktioner frem for nogle af de faglige temaer, som ligger til grund for disse, som for eksempel lignedannethed. I hvert tilfælde oplever de ikke denne sammenhæng. Alligevel har der været elementer i den teoretiske undervisning, som har haft direkte sammenhæng med lektionsstudierne:

Anne (S): *Det synes jeg især, jeg har kunnet i det her lesson study-forløb, måske også fordi undervisningen har ledt op til, at vi har skullet ud og undervise i det her indledende trigonometri. Hvor at de andre gange, både i praktik men også i de andre lesson study-forløb, har det været svært at få ideer. Hvad skal man egentlig gå ud og arbejde med, fordi det måske havde været på et teoretisk plan. På det her plan var vi også nede at se på nogle 9. klasses opgaver i trigonometri, og der var ligesom nogle konkrete ideer til, hvad man ligesom kunne*

kaste sig over. Så jeg synes egentlig, at det er noget af det, i løbet af den tid jeg har gået her, hvor der har været bedst sammenhæng mellem det vi lærer heroppe, og det man skulle bruge i skolen.

Selv om Anne i det tidligere citat gav udtryk for, at der ikke var den store sammenhæng mellem undervisningen i VMV og praksis i lektionsstudierne, har arbejdet med trigonometri og eksperimenterende, undersøgende arbejdsformer i matematikundervisningen alligevel været inspirerende for hende i forhold til at få ideer til konkret undervisning i lektionsstudiet. Det er blot ikke VMV, men i højere grad den del af undervisningen, der har behandlet undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer og konkret undervisningsmateriale til skolen (VSU), som har haft god sammenhæng med praksis. Det er helt sædvanligt, at opgaver fra skolens undervisning analyseres og vurderes i læreruddannelsen, men det vil naturligvis altid være på et eksemplarisk niveau. Det er på ingen måde intentionen, at undervisningen på læreruddannelsen skal give de studerende et katalog af opgaver til brug i undervisningen i skolen. Det er imidlertid bemærkelsesværdigt, at det netop er den del af den teoretiske undervisning, som direkte omhandler undervisningsaktiviteter i skolen *”konkrete ideer, som man kunne kaste sig over”*, Anne nævner som anvendelig.

Der er således stor forskel på, hvordan de studerende oplever sammenhængen mellem den teoretiske undervisning og lektionsstudieforløbet, selv om de har deltaget i det samme forløb. Denne forskel skyldes ikke, at der har været forskel på de klassetrin og faglige temaer, de har taget op i deres lektionsstudier, men i stedet er afhængig af den enkelte studerende.

8.4.2. Den kollegiale samtale

Et af formålene med lektionsstudieprojektet med lærere og lærerstuderende var at undersøge lektionsstudieformatets potentiale i forhold til at udvikle den professionelle dialog mellem lærere og lærerstuderende. I forbindelse med den sædvanlige praktikundervisning vejleder praktiklærere de studerende. Der er per definition et asymmetrisk forhold mellem vejleder og den vejlede – formålet med vejledningssamtalen er, at den studerende skal lære af vejlederen. Det er der naturligvis en række grunde til og kvaliteter ved, men det første studie viste også en række begrænsninger (se konklusion 1.3, afsnit 5.6.1) – både forhold, hvor vejledningssamtalen kan forbedres, men også et behov for, at der udvikles fora, hvor lærere og lærerstuderende udvikler den professionelle dialog med henblik på at udvikle konkret matematikundervisning. En af udfordringerne i denne sammenhæng blev derfor at skabe et forum, hvor lærere og lærerstuderende kunne indgå i en ligeværdig, professionel dialog. Dette ville kræve et kulturskifte i forhold til den relation, som både lærere og lærerstuderende har erfaring med og kender rigtig godt fra praktikundervisningen. To forhold skulle sikre, at lærerstuderende på trods af den manglende erfaring kunne indgå – og selv opleve sig som – ligeværdige partnere i dialogen. For det første skulle de studerende være fagligt og fagdidaktisk (altså teoretisk) helt opdaterede og velforberejede i forhold til det konkrete tema for lektionsstudierne. Det forsøgte vi at opnå ved, at de i matematikundervisningen på læreruddannelsen havde et forløb om netop trigonometri og eksperimenterende, undersøgende arbejdsformer parallelt med lektionsstudieforløbet. På den måde ville vi

samtidig skabe sammenhæng mellem undervisningen på læreruddannelsen og skolens praksis. For det andet betonedes vi det ligeværdige forhold meget i de indledende oplæg på opstartsseminaret, således at både lærere og lærerstuderende var helt bevidste om denne markante forskel fra det traditionelle vejlederforhold.

Ud over de ovenstående tiltag ændrer også de grundlæggende præmisser for lektionsstudier i forhold til praktikken på hierarkiet mellem lærere og studerende. En helt afgørende forskel er deltagerens formål med aktiviteterne (se afsnit 4.2). I lektionsstudier er formålet at *udvikle* undervisningen, fordi det er en væsentlig lærerkompetence, og for at deltagerne derigennem opnår væsentlig lærerfaglighed. I den sædvanlige praktik er formålet blandt andet, at de studerende bliver bedre til at undervise ved at planlægge, gennemføre og evaluere undervisningssekvenser. Denne forskel er med til at gøre forholdet mellem lærere og studerende mere ligeværdigt ved lektionsstudierne, idet lærerne er – og opfattes af de studerende som – eksperter i forhold til at forberede, gennemføre og evaluere undervisning. De har derimod ikke – i hvert tilfælde nødvendigvis – det samme erfaringsmæssige forspring i forhold til at udvikle undervisning. Her er de studerendes ofte større og mere aktuelle teoretiske viden en relevant og nødvendig kompetence.

På trods af de nævnte tiltag og strukturelle fordele er den første meget positive konklusion alligevel lidt overraskende, idet den indikerer et brud med en kultur og de vante samarbejdsrelationer:

2.1 Lærere og studerende siger samstemmende, at samarbejdet har været helt ligeværdigt. Dialogen er imidlertid karakteriseret ved de to gruppers forskellige tilgange, idet de studerende fortrinsvis har et teoretisk udgangspunkt og lærerne et mere praktisk udgangspunkt. Begge grupper oplever det både som meget lærerigt at blive konfronteret med samarbejdspartnerens tilgang, og som befordrende for udviklingen af matematikundervisningen.

De studerendes mere instrumentelle tilgang til praksisblokken bevirker, at deres forsøg på at tilegne sig praksisviden ofte bliver løsrevet fra deres teoretiske viden.

Alle de interviewede blev spurgt (Q2.3), om det var lykkedes at opbygge et ligeværdigt forhold mellem lærere og lærerstuderende. En del af de interviewede nævnte imidlertid også selv, uopfordret, dette forhold i andre sammenhænge, for eksempel i forbindelse med lærerige situationer i lektionsstudierne generelt (Q1) og mere specifikt i forbindelse med den kollegiale samtale (Q2). Også i flere af artiklerne tager de studerende dette forhold op. Det er altså noget, deltagerne selv har været opmærksomme på og fremhæver som en af projektets styrker.

Alle interviewpersoner – lærere og lærerstuderende – svarer ubetinget ja på spørgsmålet, om det er lykkedes at skabe et ligeværdigt forhold. Herudover udtaler alle sig meget positivt og rosede om samarbejdspartneren og giver udtryk for, at samarbejdet er lærerigt og spændende. For eksempel siger lærerne:

Jørgen (L): Ja! Det synes jeg. Der er ingen tvivl om, at vi bød ind med noget forskelligt og nogle forskellige erfaringer, men jeg tror lynhurtigt, hvis man bare som lærer havde siddet og

planlagt et eller andet, så kunne man godt falde i en masse fælder i stedet for at sætte spørgsmålstejn ved mange af de ting, vi gør og siger. Så der er det godt at have de studerende med i forhold til det. De har en anden indgangsvinkel til mange ting og sætter spørgsmålstejn ved mange ting, som gør, at vi får en god udvikling i forhold til vores proces.

Mette (L): Dialogen vi havde – de studerende og vi lærere sammen – var superfed, for de var jo toptunede på lesson study, og de var meget engagerede i metoden og havde den helt på det rene. Hvor de så sagde, vi kunne lige bruge jer til nogle af de her ”lærer ting”, I ved i forvejen med børnene – hvordan de ved ting og kan ting og gør ting, der virker i undervisningen. Så det var en fin sparring, så der tror jeg, vi var et godt match.

Ann (L): Altså jeg tænker i hvert fald i særdeleshed, at det er meget anderledes, fordi man går meget ligeværdigt til opgaven. Jeg ser mig selv som værende mere erfaren i forhold til tilstedeværelsen i klasselokalet sammen med eleverne, men jeg tænker egentlig, at de lærerstuderende er sådan lidt mere up-to-date i forhold til måske nogle teoretiske ting. Nu var jeg mellemtrinlærer og så også lidt indskoling, så trigonometri, det er for eksempel ikke lige det, som jeg har – sinus og cosinus – og hvordan er det nu lige. Det er ikke noget, jeg bruger til noget normalt, så den er lidt langt væk. Så i forhold til det, kan der være nogle ting, de er skarpere på, end jeg er og måske lige tænker nogle ting, som jeg ikke lige havde tænkt. Så i det arbejde tænker jeg egentlig, vi er meget ligeværdige. Og det er en anderledes tilgang end normalt studerende-praktiklærer-forhold, hvor man lidt mere føler, at man sådan skal vejlede og hjælpe dem videre. Hvor det ikke handler så meget om, at de skal give mig noget. Jeg kan tit have en fornemmelse af bagefter, at det giver mig noget at have lærerstuderende, men jeg føler ikke altid, at det er det, der egentlig er det primære mål. Det er dem, vi ligesom skal hjælpe videre. Hvor her, der ligger det ligesom i konceptet, at vi alle sammen skal bidrage med noget og have noget ud af det, så det er i hvert fald mere ligeværdigt.

Det er naturligvis oplagt for lærerne at sammenligne dialogen i lektionsstudiet med den dialog med studerende, de ellers har erfaring med i forbindelse med praktikvejlederrollen. Flere giver som Ann i citatet ovenfor udtryk for, at man i forbindelse med praktikvejledningssamtalerne ”lidt mere føler, at man sådan skal vejlede og hjælpe dem videre”. Andre nævner også, at de studerende i høj grad – implicit eller eksplicit – efterspørger denne rollefordeling:

Mette (L): Jeg synes, der har været en tendens til, at når jeg har haft lærerstuderende, så har de søgt mere sådan et svar. ”Gør jeg det godt nok? Gør jeg det rigtigt? Du er den voksne, jeg er barnet”. I en eller anden relation er det blevet til sådan et hierarki. I lesson study var den mere ligeværdig. Det var fedt!

Det asymmetriske forhold er umiddelbart en følge af formålet med vejledningssamtalerne, men kan samtidig være med til at fremme en dialog, som langt overvejende kommer til at omhandle de områder, hvor praktikvejlederen (læreren) kan ’lære den studerende noget’. Derfor kommer praktiksamtalen ofte til at handle om praktiske forhold i forbindelse med gennemførelse af undervisningen – den praktiske blok af lærerens didaktiske praksis i UV. I modsætning hertil opfatter de deltagende lærere de studerende som fuldt ud ligeværdige samarbejdspartnere i lektionsstudieprojektet, men peger samtidig på, at de to grupper kan noget forskelligt. Ud over et stort engagement og energi fremhæver lærerne de

lærerstuderendes matematikfaglige og fagdidaktiske viden samt deres viden om lektionsstudier. De giver mange eksempler på, at det, de studerende kan, beriger dem på en anden måde, end kollegaer kan. Flere siger som Ann i citatet ovenfor, at de har haft udbytte af at være praktiklærer, men at denne læring ofte er mere tilfældig og sporadisk, da det jo ikke er formålet med arbejdet. Lærerne oplever det i det hele taget som positivt, at der bliver stillet spørgsmål ved en lang række af de beslutninger, de hver dag tager i forbindelse med planlægning og gennemførelse af undervisning. De bliver bevidste om, at ting de sædvanligvis tager for givet kan diskuteres og gøres på andre måder. Det ligeværdige forhold i lektionsstudiet bevirker altså, at samtalen bliver bredere og også kommer til at inddrage de områder, hvor de studerende ofte er stærkest. Det drejer sig om mere teoretiske temaer, både fagdidaktiske og faglige, specielt inden for søjlerne VMV og VSU, men også teoriblokken af læreren og elevens didaktiske praksis.

På samme måde som lærerne oplever også de lærerstuderende samarbejdet som ligeværdigt, meget positivt og udbytterigt. Det er ikke så overraskende, at de lærerstuderende kan lære noget af lærerne. Det karakteristiske er imidlertid, at de lærerstuderende, ligesom lærerne, sammenligner med praktikundervisningen og lægger specielt vægt på det ligeværdige forhold som en ny og udfordrende samarbejdsform. For eksempel siger Camilla:

Camilla (S): Når man er i praktik, så tænker jeg, at så er det praktiklæreren, der ser på en, når man underviser, hvorimod i lesson study, der var vi meget på lige fod. Der skulle vi jo alle fire eller fem være med til at planlægge, og vi kunne alle sammen komme med indspark til lesson study-forløbet.

Mille (S): Jeg synes ved det her lesson study, der var vi meget mere ligeværdige, hvorimod når vi er i praktik, så kommer vi lidt ind i lærerens klasse, og det er læreren, der sådan ved mest. Hvor her, der er vi i lesson study ligeværdige.

Søren (S): Netop fordi man møder lærerne i lige højde. Modsat i praktikken, der er det meget: ”Jeg viser og fortæller – du observerer”. Det har det jo været her i starten. Jeg synes, det andet her er en rigtig god måde, hvorpå man bryder det der naturlige hierarkiske forhold, der vil være mellem lærer og lærerstuderende. Det synes jeg er rigtig godt tænkt. Og så komme ud og være i et gruppearbejde, eller hvad man nu siger.

Begge grupper finder det således værdifuldt at mødes i et ligeværdigt samarbejde. Det giver nye udfordringer og muligheder. Lektionsstudierne giver de lærerstuderende mulighed for at lære noget andet end det, de kan lære ved praktikken. Samtidig giver det lærerne mulighed for i højere grad af lære noget af samarbejdet med de lærerstuderende. Som det fremgår af ovenstående citater (for eksempel Ann og Søren), er det væsentligt, at formålet ikke kun er, at de studerende skal lære noget – formålet er samtidigt, at læreren skal have udbytte af samarbejdet. Lærerne giver udtryk for, at de ofte lærer noget ved at have praktikanter, men det forskyder fokus, at deres udbytte ikke kun er et muligt biprodukt, men nu er et formål i sig selv. Det forudsætter naturligvis, at de lærerstuderende også kan bidrage med noget, som udfordrer og beriger lærerne. Når der spørges ind til de forskelligheder, de to grupper indgår i samarbejdet med, peger begge grupper af deltagere på de studerendes teoretiske viden i forhold til lærernes viden, som i højere grad er opnået gennem praksis. For eksempel:

Anne (S): *Det var ikke sådan noget med, at de var sådan mere teoretiske eller brugte nogle svære ord, vi ikke forstod. Det var måske mere os, der hang os i teorien. (...) Jamen, det er måske det der med, at når vi lige har lært et eller andet, så prøver man måske at bruge det i forhold til begreber. Og de er sådan mere praktiske. Hvis vi lige har lært et eller andet nyt ord, så prøver vi måske at bruge det.*

Søren (S): *Jeg tror også, at hvis man havde mere erfaring med det praktiske, så vil du bide mere mærke i de teoretiske ting, du faktisk lærer. Fordi dem vi sad sammen med af lærere, de sagde selv, at okay det er jer, der ved helt klart mest om teori, men vi ved helt klart mest om praksis. Det gav de selv udtryk for inden. Så det var ikke sådan, at jeg synes, der kom nogle teoretiske input fra lærerne, som var helt nye og "Wauw". Det synes jeg ikke.*

Flere grupper berører også dette i deres artikel. For eksempel:

Som lærerstuderende har man mange ideer og forslag, men fordi man ikke har så meget erfaring, er det svært at forestille sig, hvordan eleverne vil reagere på forslagene. Det havde læreren en bedre fornemmelse af, og fordi han også havde en viden om de enkelte klasser, kunne vi sammen planlægge undervisningen, så den var rettet bedre mod den enkelte klasse, end vi selv kunne have gjort. Til gengæld havde vi mange teorier og metoder præsenteret i hukommelsen, fordi vi praktisk talt kom direkte fra skolebænken (Sørensen m.fl., 2014).

Det var tydeligt, at vi studerende tænkte meget teoretisk. Hvilke undervisningsformer er gældende, hvilke læringsstile kommer i spil, hvilke teoretikere kan vi inddrage, hvad med differentiering og inklusion, og hvad med alle de fine begreber, vi har lært? Lærerne var derimod mere praksisorienterede. De vidste gennem års erfaring, hvad vi skulle inddrage, og hvad der evt. ikke ville fungere. (Bendix m.fl., 2014).

De studerendes overvejende teoretiske viden, som naturligvis stammer fra den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen, konfronteres i samarbejdet med lærernes praksisviden. Disse to forskellige udgangspunkter skal munde ud i et fælles produkt. Det oplever begge parter som berigende og udfordrende. Det er ikke så overraskende, at de studerende, som ofte føler skolens praksis som meget udfordrende, sætter stor pris på at kunne drage nytte af lærernes erfaringer fra praksis. Men det er samtidig karakteristisk, at lærerne tilsvarende sætter stor pris på, at deres praksisviden udfordres af de studerendes teoretiske viden. For eksempel siger Flemming:

Flemming (L): *Mange ting som lærer – det bliver meget praktisk. Det kan godt være en ulempe, at det er for meget praksis. Det er vigtigt, selvfølgelig, som studerende at komme ud og være i praksis, men det er også vigtigt for lærere, at de får lige vendt på et andet plan engang i mellem.*

I: *Og der har de studerende teorien lidt mere præsenteret?*

Flemming: *Det synes jeg egentlig, de studerende har mere præsenteret. Der kan lærere jo have forskellige holdninger, men jeg mener altså en teoretisk overbygning, det er også noget, som en lærer vedvarende skal have til en vis grad. Og jeg mener bare sådan i det daglige, der bliver det let til en praktisk håndterbar måde at gøre tingene på, og så lige så langsomt bliver det overordnede glemt. Hvis man ikke sådan holder det lidt ved lige og har en diskussionsklub, eller man har studerende eller hvad nu.*

I: *Så man kan sige, man sådan måske bliver mere og mere praktiker og mindre og mindre teoretiker som lærer?*

Fleming: *Ja, det tænker jeg egentlig, ja. Og der synes jeg, det er vigtigt at holde fast i, der er også en overbygning på undervisningen. I den sammenhæng synes jeg, det var rigtig godt.*

Og Jesper:

Jesper (L): *Altså, de kommer jo sådan lidt friske – sådan lidt teoretiske øjne på det. Når man har været lærer i nogle år, så begynder den der rene teori at gå lidt i baggrunden. Det bliver jo meget praktisk, og der er jo forhåbentlig teori et eller andet sted i det, men det er ikke sådan, at man sidder og tænker over det hver eneste gang.*

Lærerne giver altså udtryk for, at teorien med tiden glider mere i baggrunden, og at den viden, de bruger i forhold til at planlægge og gennemføre undervisning, i højere grad bliver baseret på viden opnået gennem praksis. Derfor oplever de det som udfordrende og lærerigt at blive konfronteret med de studerendes teoretiske viden. De studerende er meget opmærksomme på, at de deltagende lærere i høj grad har værdsat deres teoretiske viden og opfattet dem som ligeværdige samarbejdspartnere. Der er ingen tvivl om, at det har været betydningsfuldt – og også i nogen grad overraskende – at deres viden bliver værdsat. For eksempel siger Laura:

Laura (S): *Læreren fik sagt i evalueringen, at han også havde fået helt vildt meget ud af det her samarbejde. Fordi vi som studerende kommer med nogle andre perspektiver på tingene, som han aldrig nogensinde havde tænkt over – bittesmå detaljer i planlægningen. Også måske fordi vi har prøvet lesson study før. Og det synes jeg egentlig er interessant, at vi skal komme og bidrage med noget, fordi man egentlig burde tro, at nu kommer vi ud og skal planlægge med lærerne, og så er det sikkert dem, der har fat i den lange ende, men det var det egentlig ikke.*

Mille (S): *... og der sagde han også, at det var rart med nogle studerende, som ikke var bange for at sige noget, og hvor det føltes ligeværdigt, og det føltes det også for os.*

Esben (S): *Det var ikke sådan, at de ikke gad høre på, hvad vi sagde, og heller ikke omvendt. Så det med at arbejde sammen med lærere ude i praksis, det synes jeg faktisk er en rigtig god ting, som man godt kunne gøre mere af.*

Og til sidst fra to atikler

Det var en god oplevelse at komme med en viden om lesson study-konceptet, som læreren ikke havde, og som han var villig til at tage åbent imod. Modsat bidrog læreren med en undervisningserfaring og viden om klasserne, som vi ikke havde. Vores forskellige input medvirkede til et ligeværdigt samarbejde. (Sørensen m.fl., 2014).

Gennem vores forløb fik vi rig mulighed for at bidrage med hvert vores syn på sagen. Det foregik bl.a. ved, at alle ideer blev diskuteret i et åbent forum, hvor det var fuldt ud tilladt at komme med kritik til fremlagte ideer. Vi oplevede et ligeværdigt samarbejde, hvor vi som lærerstuderende ikke var begrænsede af lærernes strukturer. Alle forslag blev modtaget på en konstruktiv og anerkendende måde. (Lorenzen, Svendsen, & Nørlem, 2014).

De studerende er, som det også fremgår af rigtig mange af de ovenstående citater, meget bevidste om deres manglende erfaringer med praksis. Til gengæld har de en oplevelse af, at

deres teoretiske viden har stor værdi og kan bruges i en skolepraksis – specielt når den kombineres med lærernes praksisviden. De studerende er i høj grad blevet bevidste om deres egen kunnen og deres teoretiske videns anvendelighed, og de føler, at denne viden bliver værdsat af lærerne. Det fører til, at de i højere grad tør udfordre sig selv og lærerne i diskussionen, hvilket kan medføre en yderligere kvalificering – i bedste fald en positiv spiral. For eksempel siger Mille:

Mille (S): *Jeg tror, at det, at man er ligeværdige i lesson study, det giver rigtig meget – både for ens selvtillid og for ens matematiske evner og sådan noget. Man bliver udfordret lidt, fordi man tør godt spørge eller sige "det forstår jeg ikke" eller "det synes jeg ikke". Hvor vi i praktikken lige venter, og så diskuterer man det lige med sine medstuderende, før man går til ens praktiklærer. Fordi man sidder længere tid sammen og snakker i lesson study, end man gør i praktikken. Der er det jo tit kun et kvarter eller en halv time, man lige har til at snakke, så skilles man igen.*

Udefra kan vi som projektledere organisere arbejdet og lægge op til, at samarbejdsforholdet skal være ligeværdigt, og at der ikke er tale om et vejleder-studerende-forhold, men i praksis er det kun fordi deltagerne har taget rollerne på sig, at det er lykkedes at opbygge det ligeværdige forhold. I den sammenhæng er de studerendes teoretiske kvalifikationer samt evne og vilje til at påtage sig rollen helt afgørende, men også lærernes anerkendelse og værdsætning af de studerendes kompetencer er naturligvis essentiel.

Samspelet mellem lærernes praksisperspektiv og de lærerstuderendes teoretiske perspektiv kommer især til udtryk to steder i ATD-modellen. Det første sted er i forholdet mellem VMV og VSU – den eksterne didaktiske transposition. Den meget kortfattede beskrivelse af målene med trigonometriundervisningen i faghæftet, som er beskrevet i afsnit 6.5, stiller nogle skærpede krav til lærerens VMV om trigonometri for at kunne udvælge og sammensætte et fagligt forløb med en hensigtsmæssig progression. Netop det faglige indhold og den eksterne didaktiske transposition blev der arbejdet med i matematikundervisningen på læreruddannelsen, hvorfor de lærerstuderende i de fleste tilfælde kunne bidrage med mere end lærerne på dette punkt. Det fremgår af en række udsagn fra både lærere og lærerstuderende, for eksempel Ann i citatet tidligere i dette afsnit:

Ann (L): *... trigonometri det er for eksempel ikke lige det, som jeg har – sinus og cosinus – og hvordan er det nu lige... Det er ikke noget, jeg bruger til noget normalt, så den er lidt langt væk. Så i forhold til det kan der være nogle ting, de er skarpere på, end jeg er.*

Men også andre:

Knud (L): *Det er første gang, jeg har niende klasse, hvor de måske skal til en mundtlig og skriftlig eksamen, hvor de kan komme op i trigonometri. Så det er jo noget, der ligger langt væk fra mig. Og det var da rart at få det genopfrisket, og få friske studerende ind, som har haft om det.*

Mette (L): *Der blev lige en repetition for mig rent fagligt. Hvilket niveau skal jeg egentlig op på for lige at kunne forstå det her, vi er i gang med. (...) De sidder der tilbagelænet og siger: "Jamen vi skal have nogle definitioner på plads". (...) Så jeg læner mig lidt tilbage og siger:*

”Nu skal jeg lige hjem og læse lidt op”. Det kan ikke nytte noget, at jeg ikke ved, hvad en kongruent trekant er for noget eller en lignedannet – hvorfor er det, det bare ikke kan sidde fast?

Og fra de studerende:

Anne (S): De havde egentlig ikke så meget erfaring med at arbejde med det her emne. En af dem var underviser i ottende og niende klasse og havde vist undervist i trigonometri en gang før. Så det var ikke så meget på det punkt, at de havde noget at byde ind med.

Flere lærere er tydeligvis usikre på dette nye faglige område og føler sig derfor ikke særlig godt rustede i forhold til at skulle formulere et undervisningsforløb og undervise i det. De er imidlertid meget åbne om deres usikkerhed, og ingen af dem giver udtryk for betænkeligheder i forhold til deres faglige mangler. Det kan de *”lige (gå) hjem og læse lidt op”*, som Mette (L) udtrykker det. Lige efter viser hun en meget usikker forståelse af de centrale matematiske begreber, idet hun taler om, at en trekant kan være kongruent eller lignedannet! I et enkelt tilfælde var en studerende ligefrem *”chokeret”* over en lærers faglige niveau:

Studerende⁷⁷: Altså nu var vi i den situation, at den ene lærer, vi havde med, ikke kunne matematik. Jeg blev dybt chokeret.

I: Så sådan noget som lignedannethed var for eksempel et problem – eller hvad?

Studerende: Jamen, det var det lige for hende. Altså, den anden lærer, han har ikke noget problem med det. Han er skidedygtig. Men hende – der tror jeg rent faktisk, hun lærte noget nyt af det, men det var fordi jeg følte, at hun ikke havde styr på sit stof, men det ved jeg ikke mere om.

Det er naturligvis ikke muligt at udtale sig om lærernes faglige niveau ud fra ovenstående, men lærernes egne udtalelser, enkeltes forkerte brug af centrale begreber og enkelte studerendes omtale af enkelte lærere tegner tilsammen et billede af, at nogle af lærerne var udfordrede af de faglige diskussioner. Det samme indtryk fik jeg på introduktionsseminaret, hvor grupperne som en del af den indledende forberedelse af lektionen diskuterede det faglige indhold. Her oplevede jeg et par tilfælde, hvor læreres udtalelser viste stor usikkerhed om centrale faglige begreber og sammenhænge.

Ifølge Chevallard (Bosch & Gascón, 2006, s. 52) foretages den eksterne didaktiske transposition uden for skolen af den såkaldte 'noosphere' og er således ikke noget, lærere sædvanligvis beskæftiger sig med, mens den interne didaktiske transposition er lærerens arbejde. Af forskellige praktiske grunde på de medvirkende skoler valgte de fleste af grupperne at gennemføre lektionen i klasser på mellemtrinnet. Det betød, at lektionerne ikke behandlede sædvanlig trigonometri som for eksempel de trigonometriske funktioner. Det var helt i overensstemmelse med intentionerne for projektet – opgaven var i stedet, at lektionerne skulle behandle faglige temaer, som er væsentlige forudsætninger for arbejdet med trigonometri senere i skoleforløbet. Denne opgave kræver imidlertid en nærmere analyse af og indsigt i VMV, for eksempel: Hvilke matematiske begreber og sammenhænge er

⁷⁷ Anonymiseret af hensyn til de involverede personer.

væsentlige forudsætninger for introduktionen af trigonometri, herunder enkelte trigonometriske funktioner? Som det er fremgået, valgte flere grupper at introducere begrebet lighedannedhed, som er helt centralt for at forstå pointen ved definitionen af sinus og cosinus. I forbindelse med denne udvælgelse har der altså foregået en faglig diskussion af VMV, så selv om denne og den eksterne didaktiske transposition sædvanligvis ikke behandles af lærerne i skolen, blev de i dette tilfælde nødt til, i hvert tilfælde i nogen grad, at behandle den.

Det andet sted, hvor forskellen mellem lærere og lærerstuderendes perspektiv kommer til udtryk i ATD-modellen, er den horisontale teori-praksis-akse i lærerens didaktiske prakseologi i søjlen UV. Lærerne har størst viden i praksisblokken, som omhandler hvad læreren skal gøre, type af opgaver, og hvordan hun skal gøre det, teknik. De studerende har derimod især viden i forhold til teoriblokken, som omhandler forklaringer og argumentation for hvorfor, man skal gøre det på denne måde. De studerende er meget optaget af at tilegne sig viden i praksisblokken, men opfatter ofte denne viden som meget konkrete handleanvisninger, løsrevet fra deres viden i teoriblokken og den videre sammenhæng med den matematiske prakseologi og LV. Man kan sige, at de har en mere instrumentel tilgang til praksis. Måske fordi de oplever deres mangel på viden i praksisblokken som så fatal, mister de, i hvert tilfælde umiddelbart, det videre perspektiv. Pointen i ATD, og dermed modellen, er netop sammenhængen mellem teoriblok og praksisblok, så det er naturligvis uhensigtsmæssigt, at de studerende ikke oplever denne sammenhæng. Lærerne er, ligesom de studerende, meget bevidste om både deres store viden i praksisblokken og mere mangelfulde viden i teoriblokken. De har imidlertid en bredere forståelse af praksisbegrebet og giver i langt højere grad udtryk for, at den viden, de allerede har, kan udvikles i samspil med viden fra teoriblokken. Dermed kan de i højere grad tilegne sig ny viden i et samspil mellem teoriblok og praksisblok, mellem matematisk og didaktisk prakseologi og mellem UV og LV. De forsøger altså at tilegne sig den nye viden i sammenhæng med det, de har i forvejen.

2.2 Dialogen mellem lærere og lærerstuderende i forbindelse med lektionsstudierne adskiller sig fra vejledningssamtalerne i forbindelse med praktikken på tre afgørende punkter: For det første behandler den i højere grad undervisning frem for underviseren. For det andet foregår den i højere grad før end efter gennemførelsen af undervisningen. For det tredje er den af længere varighed. Disse tre forhold bevirker, at læringspotentialet er et andet. De studerende oplever, at dialogen i forbindelse med lektionsstudierne i højere grad giver mulighed for at diskutere og opnå læring om overordnede faglige og fagdidaktiske problemstillinger. Vejledningssamtalerne behandler oftest mere individuelle og kontekstafhængige forhold om deres personlige lærerrolle. Lærerne oplever dialogen i forbindelse med lektionsstudierne som lærerige på grund af muligheden for den meget fokuserede og dybdegående diskussion af problemstillinger, som de finder relevante for matematikundervisningen.

Deltagerne blev i interviewene bedt om at sammenligne samtalen mellem lærere og studerende ved lektionsstudierne med samtalerne i forbindelse med den sædvanlige praktik

(Q2.2). Den mest markante forskel er ifølge lærerne, at samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne er mere *fokuserede*:

Flemming (L): *Det her var mere fokuseret – altså vi fokuserede meget mere på det her forløb. I praktikken vil det også være sådan, at man kommer til at snakke om de enkelte børn og så videre, hvordan klassen fungerer. (...) Ofte vil du (i praktikken) komme til at snakke om netop, hvad der sker inde i klassen. Selve undervisningsforløbet får nogle gange andenprioritet. Her holdt vi fokus på en anden måde.*

Jesper (L): *Det er, fordi det er et isoleret tilfælde, kan man sige – lesson study, ikke? Fordi – når man har praktikanter, så er det jo selvfølgelig dels noget med undervisning, kan man sige, men meget af det er jo også det sociale liv, altså om specielle elever, og hvad man skal tage hensyn til, hvis man nu skal til at lave grupper og sådan noget, ikke?*

Lektionsstudieformatet fokuserer ifølge lærerne dialogen ved at skære den del væk, der handler om de konkrete elever og udelukkende behandle undervisningen i studielektionen. Det står i nogen grad i modsætning til de studerendes udsagn under konklusion 1.2, hvor de netop fremhæver lærernes kendskab til de konkrete elever og klasser som væsentlig for deres udbytte. Det kan hænge sammen med, at de studerende, på grund af deres manglende erfaringer, ofte kender meget lidt til elevernes forudsætninger på forskellige klassetrin. I det første lektionsstudieforløb de deltog i – som det naturligvis er oplagt for dem at sammenligne med – deltog der netop ingen lærere, og kendskabet til de konkrete elever var derfor et meget udpræget problem for dem. Både lærere og studerendes udtalelser tyder under alle omstændigheder på, at omfanget af diskussionerne om de konkrete elever ikke har været særlig stort i forbindelse med lektionsstudierne. Flemming nævner ”*undervisningsforløbet*” og Jesper ”*noget med undervisning*” som det, der – i modsætning til de konkrete elever – ofte bliver nedprioriteret i praktikken, men altså kommer i fokus her. Ved i mindre grad at fokusere på de konkrete elever bliver diskussionerne i højere grad eksemplariske, idet de kommer til at omhandle forhold, som er uafhængige af de specifikke elever, og som derfor har en større overførbare til andre undervisningssituationer. Den største del af samtalen er i forberedelsesfasen, som især behandler den interne didaktiske transposition, VSU og UV, herunder sammenhængen mellem den matematiske og den didaktiske praksisologi, men som også i nogle tilfælde kan behandle VMV. Den anden del er evalueringsfasen mellem de to gennemførelser og efter den sidste gennemførelse, der på baggrund af observationerne fra lektionen tager udgangspunkt i undervisning-læring-relationen, som vurderes og diskuteres i forhold til VSU. Da der er fokus på at udvikle lektionen til at gennemføre i nye sammenhænge, er det nødvendigt at tænke på situationen som eksemplarisk og altså ikke tage specifikt hensyn til en eller flere konkrete elever, hvorimod man naturligvis kan undersøge tiltag med henblik på at tage særligt hensyn til på forhånd definerede elevgrupper som for eksempel tosprogede eller særligt dygtige elever.

Lærerne giver udtryk for, at de opnår et større udbytte ved samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne end ved praktikken. Det er ikke overraskende, idet formålet med disse samtaler ikke kun er, at de studerende opnår læring. Det ligeværdige forhold skaber i langt højere grad end det asymmetriske mulighed for, at lærerne kan opnå læring. Herudover har

de studerende i langt højere grad mulighed for at bidrage konstruktivt til diskussionen, da de, som før omtalt, er helt opdaterede i forhold til teoriblokken i eleven og lærerens didaktiske praksisologi. De har derimod sværere ved at bidrage ligeværdigt til en diskussion inden for praksisblokken af lærerens didaktiske praksisologi, som er det væsentligste tema for praktiksamtalen. Specielt er det naturligvis helt umuligt for dem at bidrage til en samtale om de konkrete elever og den konkrete klasse, som lærerne omtaler ovenfor.

Både lærere og studerende giver udtryk for, at de har et stort udbytte af samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne, men de studerende betoner samtidig, at de også får et stort udbytte af samtalerne i forbindelse med praktikken – det er blot et andet udbytte:

Camilla (S): *Jeg synes, det er meget forskelligt, hvad man får af udbytte, fordi jeg synes for eksempel i praktik, at udbyttet er rigtig, rigtig stort, hvis man får noget feedback på, hvordan man som underviser står – altså både ris og ros, fordi det kan man arbejde med. Lesson study er mere, hvis jeg gjorde noget forkert oppe ved tavlen, så gjorde vi alle sammen noget forkert. Altså, det var alles fejl, og så skal vi kigge på det og evaluere på det. Så jeg tror personligt, er jeg mere til at få feedback fra praktikken, men jeg tror stadigvæk, at det er vigtigt at kunne gå meta – hvis man kan sige det på den her lesson study-time og se på den.*

Anne (S): *Ja, jeg synes måske lesson study giver mere i forhold til, hvordan man planlægger, det er noget jeg sådan får meget ud af i lesson study. I praktikken er det selvfølgelig også, hvordan man planlægger, men også meget, hvordan man er som lærer, altså når man står inde i timen, inde i klassen.*

Frederik (S): *Lesson study var sådan et enkelt forløb, hvor det var den eneste lektion, vi nogensinde har undervist, og vi ville jo nok heller ikke møde dem (eleverne) igen. Så det var ikke så personligt på den måde, det var mere fagligt.*

Mille (S): *Vi snakker mere fagligt i lesson study, end vi gør i det andet. Og jeg synes, at lesson study handlede mere om undervisningsdifferentiering.*

Som det også fremgår af det første studie (konklusion 1.3, se afsnit 5.6.1), er de studerende i praktikvejledningen optagede af at lære elementer fra den praktiske blok af lærerens didaktiske praksisologi (UV) – ofte i form af meget konkrete handleanvisninger i undervisningen. Samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne giver imidlertid mulighed for at lære noget andet – noget ”mere fagligt”, som Frederik og Mille udtrykker det, eller ”gå meta”, som Camilla siger. Frederik nævner det ”faglige” som noget andet end det ”personlige”. Det personlige kan her tolkes som lærerpersonlighed, altså at udvikle den studerendes ’personlige’ rolle i klasserummet. Det faglige stof er det, der er fælles for alle lærerstuderende. De studerende giver altså udtryk for, at indholdet og læringspotentialer i samtalerne er forskelligt. Det samme siger lærerne, for eksempel Ann:

Ann (L): *Det er lektionen, der har været i fokus, og ikke de studerende. Altså, det har været helt tydeligt, at vi ikke skal gå ind og vejlede dem i, hvordan de skal gebærde sig i lokalet. Vi går ind og snakker om, hvad fungerede ved den her lektion, hvad fungerede ikke. Vi har et fælles ansvar for, at den her lektion fungerer, så det bliver ikke de studerende, vi går ind og evaluerer, men lektionen. Det synes jeg, er en kæmpe forskel, og jeg tænker måske også, at det er en styrke,*

fordi det hjælper de studerende til at gå ind og redigere nogle ting, uden man føler, man har gjort noget forkert. Det var, fordi vi ikke havde taget højde for det i planlægningen, eller der var noget, der virkede anderledes, end vi havde tænkt det, og det kan jo i bund og grund ske for os alle sammen, uanset hvor mange års erfaring, vi har. Der tænker jeg måske normalt, når man har lærerstuderende, at det er mere sårbart. Man kommer utrolig meget til at snakke om, hvad man gjorde forkert, eller hvad man skal være opmærksom på som person næste gang, man står over for de elever og introducerer noget, fremfor at det er sagen, lektionen, indholdet, der er fokus på. Så det bliver mere fagligt kvalificeret et eller andet sted, og måske også lettere at være i for den studerende. Det er også lettere som lærer at gå ind i det, fordi det også er min lektion, det er også mig, der har overset noget sidste gang. Jeg går ikke ind og kritiserer en person for, at oplægget ikke var godt nok. Der var noget, vi sammen ikke havde taget nok højde for. Det kan jeg egentlig godt lide ved det.

Ann betoner her den sårbare situation i forbindelse med praktikvejledningen, som elimineres i lektionsstudiet ved at flytte fokus fra underviseren (den studerende) til undervisningen. Det er karakteristisk, at lærerrollen opfattes som noget meget personligt og dermed sårbart, som man derfor skal være meget varsom med at kritisere, selv om de studerende må betegnes som absolutte novicer og derfor helt oplagt vil være usikre i rollen. I modsætning til det bliver dialogen i lektionsstudiet ifølge Ann ”mere fagligt kvalificeret”. Lige som Frederik og Mille ovenfor bruger hun også ordet faglig. Indholdet i dialogen bliver ”sagen, lektionen, indholdet”, og derfor bliver læreren en samarbejdspartner med medansvar for lektionen i modsætning til praktiksituationen, hvor hun er vejleder.

Flere lærere fremhæver på samme måde som Ann det ændrede fokus fra underviseren til undervisningen. For eksempel siger Flemming

Flemming (L): Man har fokus på undervisningen og undervisningsforløbet, og hvad gør man som underviser – altså hvordan agerer du sådan helt i detaljen. Det, synes jeg, er meget vigtigt for en undervisning. (...) Ved at man gør det lidt upersonligt og gør det til et spørgsmål om vores forløb, og at det er mere sagsorienteret – det er ikke så personlig orienteret, så tænker jeg også, at så kommer du i virkeligheden tættere på dine handlinger som underviser, fremfor hvis man diskuterer hinandens undervisning, så kommer man også let til at diskutere personen.

Ligesom Ann finder Flemming det lærerigt at diskutere undervisning ”sagsorienteret” og ikke ”personligt orienteret”. Det betyder ikke, at underviserens handlinger ikke kan diskuteres. Med Flemmings ord er fokus på, hvad ”**man** (gør) som underviser” – underviseren er ikke en bestemt person. Gruppen kan (og skal) altså diskutere og beslutte, hvordan underviseren skal ”agere sådan helt i detaljen”, for eksempel hvordan hun skal reagere på forskellige elevsvar. Pointen er, at underviserens reaktion er uafhængig af, hvem der har underviserrollen. På den måde ”kommer du i virkeligheden tættere på dine handlinger som underviser”. Ved at gøre underviserrollen upersonlig får deltagerne muligheden for at forholde deres egen lærerfaglighed og tanker om lærerrollen til de øvrige deltageres ditto. På samme måde siger Jesper:

Jesper (L): Det er jo hele det der koncept med, at der er en konkret opgave, hvor der egentlig vel nærmest sidder sådan 6-7 stykker og kigger på med hver deres vinkel og hele tiden kommer

med input, og så skal der komme et eller andet færdigt produkt ud af det. Det er jo mere den proces, der er spændende.

Det centrale for Jesper er processen, hvor de 6-7 deltagere i gruppen, ud fra hvert deres perspektiv, skal samarbejde om ”en konkret opgave” – studielektionen. Også for Jesper er det altså brydningen mellem forskellige syn på undervisning og læring, der opleves som lærerig. I den forbindelse nævner flere lærere, at det ligefrem er en fordel, at der deltog studerende, da de ofte har et andet perspektiv end lærerne:

Flemming (L): Jeg kan mærke, at studerende har en lidt mere umiddelbar tilgang til elever sådan i første omgang. Man kan sige, lærere kan også blive erfaringsramte. Sådan at man tænker – nej, det går ikke det her, og så gik det alligevel, og det skal man hele tiden huske sig på. Jamen, nogle gange så skal du måske tænke på samme måde, som jeg tænkte den første gang, jeg underviste. Jeg har fundet ud af de ting, der kan gå galt, så det gør jeg ikke. Så til sidst begynder man lige så stille at begrænse sig, og der er det faktisk meget forfriskende at komme til at snakke med nogle andre og prøve noget nyt.

Og Jørgen:

Jørgen (L): Men også det der med at sætte spørgsmålstejn hele tiden. Hvor vi lærere – synes jeg tit – falder i den der fælde, som jeg sagde før, at vi bare gør som vi plejer, fordi det har en eller anden effekt. Men hvorfor ikke vende det 180 grader rundt og så sige, jamen hvad nu hvis vi gjorde sådan? Og den bød de studerende ind med. De har slet ikke den her vanetænkning på samme måde, som vi lærere har.

I: *Tænker du på den måde, at det nærmest er en fordel, at der er studerende med?*

Jørgen: Ja. Også det der med, at de ikke kender eleverne. (...) Så bliver fokus bare noget andet, end hvad er det for nogle elever, hvordan skal vi inkludere og så videre? Altså, nu prøver vi at køre det her af, og så kan vi bagefter rette til.

Og Knud:

Knud (L): Ja, det synes jeg da det er, fordi vi alle er ligeværdige i det her, og de havde da også gjort sig nogle observationer, som jeg måske ikke havde gjort mig, og på den måde kunne vi jo hjælpe hinanden. Vi lærte af hinanden, følte jeg.

Og Peter:

I: *Så de kan godt komme med noget som studerende, som kan være interessant?*

Peter (L): Ja, det synes jeg. Det er også, altså også sådan rent didaktisk, tænker jeg, at de sagtens kan bringe noget til bålet.

Både Flemming og Jørgen giver her udtryk for, at de som lærere med tiden risikerer at komme ind i nogle faste rutiner, hvor valgene i forbindelse med undervisningens tilrettelæggelse bliver fastlåste, og de glemmer at sætte spørgsmålstejn ved, hvorfor de tager de givne valg. De øvrige lærere udtrykker ikke lignende tanker, men er alligevel alle på nær en enige i, at det er lærerigt at samarbejde med de studerende, fordi de har et andet perspektiv. Det gælder både den måde, de møder eleverne på, det Flemming kalder ”en lidt mere umiddelbar tilgang

til elever”, de umiddelbare spørgsmål de stiller til beslutninger i forbindelse med forberedelsen af undervisningen (Jørgen), og de observationer, de gør i undervisningen (Knud).

I denne sammenhæng var der dog en undtagelse:

I: Var der nogle steder i det her forløb, hvor du synes, der var nogle samtaler med de studerende og mellem lærere, som var specielt lærerige i forhold til det at være lærer?

Ulf (L): Nej, ikke specielt. Ikke specielt lærerige, det ville jeg ikke kunne sige. Det var ikke anderledes end med andre lærerstuderende. Vi havde det her projekt, og der var de her skabeloner vi fulgte, læste op, det første der skal ske, er at du skal reflektere over osv. Og så tog vi en runde. Vi gjorde, ligesom vi skulle, og ja, det er ikke meget anderledes end den måde, jeg plejer at gøre på med lærerstuderende.

Der kan være flere grunde til denne oplevelse – en grund kan være, at lærerne i denne gruppe valgte ikke at følge lektionsstudieformatets rammer særligt præcist, hvilket gav anledning til flere problemer.

En helt afgørende forskel på praktikken og lektionsstudiet er naturligvis den store mængde tid, der er afsat til i fællesskab at forberede og evaluere en enkelt lektion:

Frederik (S): Altså det her lesson study var sådan meget intensivt, og det var meget tidskrævende, når det kun var en enkelt lektion. Så vi brugte rigtig lang tid på det. Hvorimod i praktikken så har man jo ikke så meget tid til at planlægge en enkelt lektion, når man har 10 (lektioner), eller hvor mange man nu har. Så det er måske lidt mere – ikke så grundigt – lidt hurtigere – og så laver man måske flere ting på en gang – sådan lidt mindre fokus på en ting.

Selv om der er afsat meget tid til forberedelsesfasen, oplever deltagerne den stadig som intensiv. Der er rigeligt med temaer, som kan tages op til diskussion. Den megen tid til fælles forberedelse er den største og mest afgørende strukturelle forskel til praktikundervisningen og lærernes daglige undervisning. På samme måde som lærere ikke i den daglige undervisning kan bruge for eksempel fire timer på at forberede en lektion, kan det heller ikke lade sig gøre i forbindelse med praktikken i læreruddannelsen. På den måde er praktikken i højere grad sammenlignelig med lærerens daglige undervisning. Selv om der er afsat rigtig meget tid til diskussion i den indledende forberedelsesfase, giver ingen deltagere udtryk for, at det var for meget. I et tilfælde siger en studerende dog, at de havde et problem i forhold til at overbevise lærerne om, at det var vigtigt med de meget tilbundsgående diskussioner i denne fase:

Esben (S): Der var lidt et problem i vores samarbejde med lærerne, at de ikke helt forstod det der med, at vi skulle gå så meget i dybden med tingene. Så det var lidt svært at få dem til virkelig at tage diskussionen op på nogle af de her ting, vi gerne ville omkring.

I: At få de der diskussioner dybe nok – eller bruge tid på at diskutere småtingene?

Esben (S): Ja, altså fordi ”så gør vi sådan, så gør vi sådan, så gør vi sådan – hvad er det så vi mangler?” Hvor vi gerne ville have snakket det lidt mere igennem, fordi det jo er det, vi har lært i forhold til lesson study. De var godt nok ikke helt inde i samme tankegang – de lærere, vi arbejdede sammen med.

De lærerstuderende har tidligere erfaringer med lektionsstudier og er derfor meget bevidste om det store læringspotentiale i forberedelsesfasen, hvorimod lærerne i denne gruppe tilsyneladende – i hvert tilfælde ifølge den studerendes beskrivelse – har været fokuserede på at forberede lektionen på sædvanlig vis – ”så gør vi sådan, så gør vi sådan, så gør vi sådan – hvad er det så vi mangler?” Det er naturligvis svært at pege på, hvad der nøjagtigt er mislykkedes i dette tilfælde. Enkelte lærere deltog ikke i introduktionsseminaret – det kan have været en medvirkende årsag. Under alle omstændigheder understreger Esbens beskrivelse nødvendigheden af, at deltagerne bliver indført grundigt i både struktur og bagvedliggende begrundelser, inden arbejdet med lektionsstudier sættes i gang. Det er imidlertid påfaldende, at Esben på trods af de beskrevne problemer er positiv i forhold til læringspotentialet i forbindelse med dialogen med lærerne i lektionsstudierne:

Esben (S): *De har jo en helt anden erfaring, end vi har. Vi har nogle ting, vi gerne vil prøve af, som de måske ikke har overvejet – eller noget andet teori, end de måske har arbejde ud fra. Og måske har de ikke læst teori i rigtig lang tid. Så det samspil er jeg sikker på kan give noget til begge parter, hvis det bliver udøvet ordentligt.*

En af de mest afgørende strukturelle forskelle på samtalerne i forbindelse med praktikken og lektionsstudier, som også beskrives i analysen af interviewene i det første studie (se afsnit 5.6.1), er, at samtalerne i forbindelse med praktikken oftest foregår *efter* den undervisning, der diskuteres, er gennemført, hvorimod den største del af samtalerne i forbindelse med lektionsstudier foregår *inden* undervisningen. Flere studerende, blandt andet Søren, nævner også dette i denne sammenhæng:

Søren (S): *Når du snakker i praktikken, så snakker du ofte på baggrund af noget, som er sket. Og her (samtaler i forbindelse med lektionsstudier) snakker du mere forberedelse. Hvordan vi skal gribe det an? Da jeg havde praktik, var meget af den snak, der var, og meget af den tid, han brugte efter timerne, hvor han samlede op på det. Så der får du meget input: ”Hvad skete der, og hvad gjorde du i den situation og alt sådan noget”. Det er der så mindre af i lesson studies, netop fordi rammerne var, som de var, med at det meste af tiden er lagt før. Så på den måde adskiller det sig væsentligt, synes jeg.*

Søren mener altså, at det er rammerne for lektionsstudier, der gør, at efterbehandlingen ikke er lige så omfattende som ved praktikken. Der er afsat en time til evalueringsmødet efter hver af de to gennemførelser af lektionen, hvilket er væsentligt mere end den gennemsnitlige vejledningstid til hver lektion i forbindelse med praktikken, hvor hver studerende har tre vejledningstimer i løbet af fem uger med 50-60 undervisningslektioner⁷⁸. Når Søren alligevel har denne oplevelse, kan det skyldes to ting. For det første siger han ”og hvad gjorde du”. Dette tyder på, at han især tænker på den direkte tilbagemelding i forhold til hans egen personlige underviserrolle, der som før omtalt optager en stor del af vejledningstiden i forbindelse med praktikken. For det andet indeholder evalueringsmøderne i forbindelse med

⁷⁸ Vejledningen foregår oftest som gruppesamtaler, således at en praktikgruppe på 2-3 studerende i alt har 6-9 vejledningslektioner i et praktikforløb.

lektionsstudierne en række andre elementer end evaluering af lektionen, for eksempel revision af lektionsplanen og evaluering af det samlede lektionsstudieforløb. Det kan betyde, at der faktisk ikke har været så meget tid til evaluering af den gennemførte lektion. Et yderligere tidsforbrug, så evalueringsmøderne for eksempel i stedet bliver på hver to timer, vil derfor med stor sandsynlighed kunne forbedre udbyttet af disse. På den måde kan dialogen om undervisning-læring-relationen, som især er i fokus på evalueringsmødet, i højere grad blive inddraget og danne udgangspunkt for en diskussion af beslutninger foretaget i forberedelsesfasen om især den interne didaktiske transposition og VSU. Altså et styrket fokus på pilene mod venstre i modellen.

Det store udbytte af diskussionerne i forbindelse med forberedelsesfasen ved lektionsstudierne har samtidig gjort de studerende opmærksomme på, at de i praktikken ofte ser læreren undervise, uden at de kommer til at drøfte de bagvedliggende overvejelser, som læreren – bevidst eller ubevidst – må have foretaget i forberedelsesfasen:

*Ann (S): Men det jeg også fik noget ud af var, hvordan **de** (lærerne) planlægger. Vi snakkede end del om, hvordan de planlægger deres undervisning, og at de måske sætter mål for et helt undervisningsforløb frem for at have mål med en lektion. Det var noget vi talte meget om. Så det fik jeg ret meget ud af.*

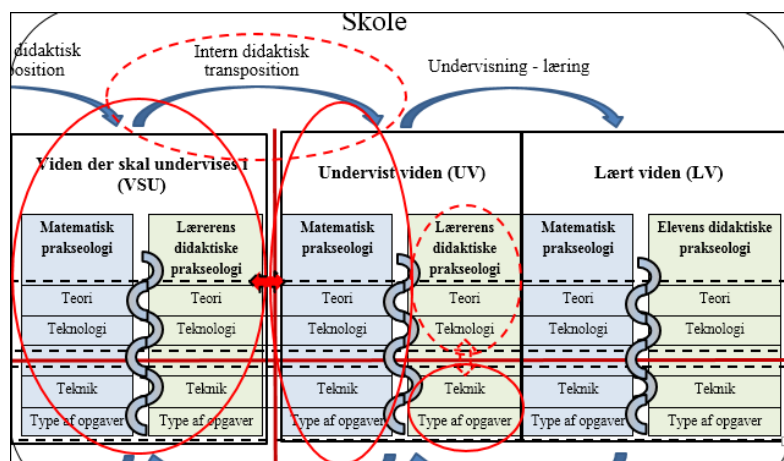
Esben (S): Jeg synes her, der fik man lidt mere af lærernes tanker om deres undervisning. Vi har ikke (i praktikken) været med en lærer til at planlægge undervisningen. Det har bare været at se ham udføre det. Så man ved egentlig ikke hvad for nogle tanker, der har ligget bag på den måde. Det fik man mere indblik i her, hvor man sad og gjorde det sammen. (...) Der forstår man ligesom tankegangen til nogle af de ting, han gør. Det kan godt være, han laver en eller anden handling i timen, som du tænker "nå, det var lige det, der skete", men han egentlig har lagt nogle tanker i allerede inden. Og det fanger man ikke, hvis man ikke er med til selve planlægningen og har en dialog om det. Så på den måde er det bedre.

Esben udtrykker her det, som mange studerende nævner i forskellige sammenhænge, at de i forbindelse med praktikken observerer læreren gennemføre en undervisning, der 'fungerer', som de kender undervisning i skolen, måske især fra deres egen skolegang. De har imidlertid ofte svært ved at afgøre, hvad det er for faktorer, der gør forskellen til den undervisning, de selv forbereder og gennemfører. VSU og den matematiske prakseologi i UV fremgår direkte (eller bør i hvert tilfælde fremgå) af lærerens undervisning, og praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi vil også i mange tilfælde kunne observeres eller udledes, men begrundelserne for valgene bag – den teoretiske blok af den didaktiske prakseologi – og sammenhængen til VSU og den interne didaktiske transposition er ikke umiddelbart observerbare, men kræver en nærmere analyse af, hvad læreren *kan* have tænkt. De studerende oplever det – ikke så overraskende – som lærerigt at blive delagtiggjort i disse valg, men spørgsmålet er, hvorfor det ikke sker i forbindelse med praktikken. En del af svaret på det spørgsmål kan være, at lærerne ofte opfatter undervisning som et personligt anliggende:

Flemming (L): Lærere, der er gået meget for sig selv, får jo helt klart en ide om, hvordan alting er bedst, hvad der virker for en selv osv. Og det vil sige, at man ikke kan skille personen og det, der rent faktisk sker. Det er svært at skille ad. Det tror jeg ikke helt, man kan, men jeg synes

måske – her kigger vi måske lidt tættere på, end man ellers kan, selvom vi jo ikke kendte hinanden særlig godt.

Samtidig med at Flemming udtrykker noget helt centralt ved lektionsstudier, at undervisningen skilles fra personen, giver han også udtryk for en meget tæt sammenknytning af de to: "Det er svært at skille ad. Det tror jeg ikke helt, man kan". I et tidligere citat i dette afsnit taler Flemming om, at kollegaer i stedet for at diskutere undervisning generelt diskuterer "*hinandens undervisning*", og udtrykker en opfattelse af undervisning og lærerfaglighed som noget personligt, "*hvad der virker for en selv*". Opfattelsen af lærerfaglighed som noget personligt gør det mindre oplagt at dele, diskutere og udvikle undervisning i samarbejde mellem kollegaer og lærerstuderende. I stedet skaber det et stort set ensidigt fokus på praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi, da det især er her, læreren foretager de personlige valg. Det er derfor også her, de lærerstuderende fokuserer og forsøger at lære af lærerens 'teknik' i forbindelse med praktikundervisningen. De studerende observerer den praktiske blok af lærerens didaktiske prakseologi i sammenhæng med de resterende elementer i undervisning-læring-



Figur 8.6. I praktikken observerer de studerende lærernes undervisning. De kan observere praksisblokken af lærerens didaktiske prakseologi, den matematiske prakseologi i UV og VSU, men de mangler begrundelserne - sammenhængen mellem praksisblokken og teori-blokken af lærerens didaktiske prakseologi samt den interne didaktiske transposition. Disse elementer opnår de i højere grad indsigt i i forbindelse med lektionsstudierne, blandt andet fordi dialogen i højere grad foregår før gennemførelsen af lektionen.

relationen, men den manglende diskussion af baggrunden for valgene gør det vanskeligt for dem at relatere observationerne til VSU og den interne didaktiske transposition. Det medfører en risiko for, at den tilegnede viden bliver løsrevet fra VSU, VMV og den interne didaktiske transposition – altså en manglende sammenhæng mellem teori og praksis i forhold til vertikal teori-praksis-akse 2. Samtidig er det kun den praktiske blok af lærerens didaktiske prakseologi, der kan observeres, så de studerende må selv forsøge at afdække indholdet af teoriblokken. Det er klart, at deres eventuelle gisninger om indholdet i teoriblokken ikke nødvendigvis er identisk med de begrundelser, der ligger bag lærerens valg. Dette forhold kan være med til at gøre det vanskeligt for den studerende at skabe sammenhæng mellem teori og praksis i forhold til den horisontale akse.

2.3 Lærerne beskriver både form og indhold i samtalerne i forbindelse med lektionsstudier som anderledes end de samtaler, de har med kollegaer i andre sammenhænge. De beskriver samtalerne som intense og fokuserede, og de er begejstrede for den faste struktur, som blandt andet opnås med den meget strukturerede dagsorden. Indholdet opleves som lærerigt på grund af den tætte tilknytning til praksis. Alle deltagende lærere giver udtryk for, at lektionsstudier ville være en god model til udvikling af matematikundervisningen på deres skole.

Lærerne beskriver formen på møderne i forbindelse med lektionsstudierne som forskellig fra både møder i forbindelse med praktikken og møder med kollegaer i for eksempel fagteams. De fokuserer især på den strammere struktur på møderne, som blandt andet sikres med en stram dagsorden.

Jesper (L): *Der er jo sådan den åbenlyse forskel med, at der er flere, der snakker om det samme. Men måske er der også det her med, at der er den der faste dagsorden. Det er jo sjældent, der er det, når man har praktikanter.*

Lærerne kommer med mange forskelligartede udsagn om struktur og dagsorden på møder, både i forbindelse med praktikken og fra deres øvrige lærerarbejde. Udsagnene spænder fra Jespers ovenfor, at der ”sjældent” er dagsorden, når man har praktikanter, til Ulfs nedenfor, at der er en dagsorden, men at den ikke er ”så struktureret”. Den enkelte lærer deltager i forskellige samarbejdsfora med meget forskellige former for struktur og styring. Det er imidlertid karakteristisk, at de alle beskriver møderne i forbindelse med lektionsstudierne som mere strukturerede og fokuserede end andre møder, de deltager i – og at de alle oplever dette som positivt. For eksempel siger Ulf om diskussionerne i forhold til praktiksamtaler:

Ulf (L): *Det var mere struktureret, fordi der var den der fine – der var faktisk en god skabelon. Og hvor jeg med de normale lærerstuderende så bare kørte tiden kronologisk igennem, og så har jeg nogle highlights derfra. Og så samler jeg op til sidst, så det var der forskel på.*

Og i forhold til møder med kollegaer:

Ulf (L): *Ja, altså der må være forskel. Nu har jeg kun prøvet de her lesson study-samtaler to gange her omkring det her lille forløb, og her er samtalen jo mere struktureret. Hvor samtalerne med kollegaerne i elevpauserne, det er jo sådan, hvis man lige mangler en ide, eller hvis man lige har fundet et eller andet, man gerne vil give en ide, spørge ind til et eller andet. Vi har også møder i fagteamet, og der er også en dagsorden, men den er ikke, den er bare punktvis. Den er ikke så struktureret som i lektionsstudiet.*

Udtalelserne fra deltagerne dokumenterer tydeligt, at de har været meget bevidste om, at en stram struktur for samarbejdet er et væsentligt element i lektionsstudieformatet. Ud over en dagsorden for evalueringsmøderne (bilag 3) indeholdt lektionsplanen også to ’regler’ for deltagerne:

- *Ordstyreren sørger for, at dagsordenen nedenfor følges nøje. Under punkt 2 og 3 er der en der har ordet og ikke andre.*
- *Lektionen er hele gruppens ansvar og omtales som ”vores” lektion.*

Dagsorden og reglerne for evalueringsmøderne blev introduceret på det indledende seminar, og det blev pointeret, at det var et vigtigt element for lektionsstudieformatet. Der er ikke nogen tilsvarende dagsorden for forberedelsesmøderne, som udgør den største del af mødetiden, men udtalelserne fra lærerne tyder på, at også disse møder har haft en stram struktur. Måske kan den obligatoriske lektionsplans kronologi have fungeret som en form for dagsorden.

Ud over Ulfs udtalelse om, at samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne ikke var specielt lærerige, som er omtalt under konklusion 2.2, er der udelukkende positive ytringer. Der er imidlertid forskel på, hvad der fremhæves som positivt, og hvor positive vendinger lærerne anvender. For eksempel udtrykker Mette sig meget positivt:

Mette (L): Og de tre dage, de var superintense. Der var ikke nogen kaffepause eller "hvordan går det derhjemme". Det var lige på det faglige, så det var fokus fra starten, vil jeg sige. Nu har vi også fagudviklingsforløb nu – i matematik – hvor vi deler os ind, men hvor man lige skal have tømt hovedet for alt muligt andet. Selvom der er sat en time af til et møde, så går der lige tyve minutter, inden vi kommer i gang – så når vi næsten ingenting. Så mødestrukturen har været meget federe.

Mette lægger vægt på intensiteten og (igen) det "faglige" indhold i diskussionerne. Den positive oplevelse tydeliggøres af en oplevelse af for meget spildtid med personlig snak til sædvanlige møder i fagudvalget. I forlængelse af dette siger Knud:

Knud (L): Jeg tror, vi var lidt mere målrettede her. Der havde vi ligesom noget, vi skulle hen imod. Altså kollegialt kender man jo også hinanden lidt bedre. Det bliver en anden form for samtale – lidt mere uformelt. Det blev lidt mere formelt og målrettet, vi vidste hvad vi skulle hen imod, og vi gik hurtigt i gang, men det gør vi også kollegialt, synes jeg.

Selv om Knud altså ikke har de samme negative erfaringer med møder med kollegaer, oplever han ligesom Mette, at diskussionerne i forbindelse med lektionsstudierne er mere målrettede. En af grundene kan ifølge Knud være, at kollegaer kender hinanden bedre, og at samtalen derfor bliver mere uformel, hvilket altså ikke nødvendigvis er en fordel. Det hænger sammen med Mettes udtalelse, "hvordan går det derhjemme", selv om Knud altså ikke oplever det samme tidsspilde.

I forbindelse med at lærerne blev spurgt om forskelle og ligheder mellem samtaler i forbindelse med lektionsstudiet og samtaler i det kollegiale samarbejde, fortalte flere af dem om konkrete situationer, som for eksempel Ulf i citatet ovenfor om den kollegiale samtale i elevpauserne. I andre tilfælde blev de direkte bedt om at beskrive konkrete erfaringer med situationer, hvor de havde deltaget i faglige samtaler med kollegaer. Det var karakteristisk, at de ikke kunne komme med ret mange eksempler, og flere gav direkte udtryk for, at muligheder for faglige diskussioner om matematikundervisning med kollegaer var sjældne og altid, eller stort set altid, kortvarige og overfladiske. For eksempel siger Jørgen:

Jørgen (L): Den helt store styrke ved det her projekt er den samtale, der foregår. Den dialog der foregår med alle mulige – det kan sådan set både være kollegaer – det gør vi for lidt. Og det behøver ikke været ret tit, men bare man engang imellem træner sig i at gøre det, fordi det

også hjælper en selv til ens egen forberedelsesproces i forhold til andre timer og andre lektioner.

Jørgen er således overbevist om, at der ligger et uudnyttet potentiale, som vil kunne forbedre lærernes lærerfaglighed. Lige som de øvrige lærere giver han udtryk for, at der mangler fora, hvor matematiklærere kan indgå i faglige samtaler med hinanden. For eksempel siger Ann:

Ann (L): En ting er sådan fagsamarbejdet på skolen som helhed, men jeg tænker også fagsamarbejde bare i teams. Jeg tror, der er større tradition blandt dansklærere for, at man laver noget fælles forberedelse og laver nogle fælles forløb, end der er i matematikgruppen. Så det her kunne ligesom være en anledning til at have noget at samarbejde om, at man engang i mellem har fokus på et eller andet. Det kunne være noget nyt eller bare et eller andet, som man vil prøve at fordybe sig i. Altså, så er det pludselig noget helt konkret. Det bliver så stort nogle gange, når vi gerne vil forbedre uden sådan helt at være præcise om, hvad det er, vi gerne vil lave sammen. Hvad er det, vi gerne vil gøre bedre. Så jeg synes, den her ramme, den fungerer godt.

Ann giver udtryk for den samme mangel på faglig dialog mellem matematiklærere som Jørgen og efterspørger fora, hvor sådan en dialog kan foregå. Det kunne være ved i højere grad at samarbejde om forberedelse af undervisning, men herudover efterlyser hun tid og mulighed for fordybelse. Samtidig indikerer hun, at der faktisk bruges ressourcer, men ”*det bliver så stort*”, og at det ville være mere hensigtsmæssigt at være mere konkret. Det er altså ikke nødvendigvis udelukkende et ressourceproblem at indføre lektionsstudier som udviklingsredskab. På samme måde siger Jesper:

Jesper (L): Det bliver mere konkret, det her. Det er fordi, det er et specielt lille afgrænset emne. Når vi har fagteam, så kan der nemt være sådan en 3-4 inputs, som er sådan en slags instruktion, eller nogen, der fortæller om et eller andet, de har lært. Så det bliver sådan anderledes fortællende, hvor det her, det er mere sådan koncentreret input om at få et eller andet bestemt undervisningsforløb ud.

Jesper oplever altså, at samtalerne i forbindelse med lektionsstudier bliver mere konkrete end diskussionerne i fagteamet, og han får dermed et mere ”*koncentreret input*”. Det konkrete produkt, studielektionen, hjælper altså til at fokusere arbejdet og lærernes læring.

I mange tilfælde var det svært at få lærerne til at beskrive faglige dialoger fra deres daglige samarbejde med kollegaer mere konkret og præcist. Et enkelt eksempel, hvor det lykkedes, er Flemming:

Flemming (L): Hvis man for eksempel har en klasse sammen, eller hvis man er to lærere inde i en klasse. Det har vi haft meget lidt af – nu har vi lidt igen, men altså, hvis man er det, så ser man jo ofte nogle ting, der sker, og så snakker man om, hvad kan vi gøre i stedet for? Hvad var vores mulighed her – jamen, du kunne jo prøve at gøre sådan – jeg har et forslag – sådan og sådan.

Flemmings beskrivelse ligner Ulfs beskrivelse af samtaler i elevpauserne ovenfor – en erfaringsbaseret udveksling af ideer og forslag til forbedring af konkret undervisning. Beskrivelserne handler tydeligvis om UV. Det fremgår til gengæld ikke tydeligt, om der er

tale om problemstillinger inden for den matematiske eller den didaktiske praksis. Det samme gælder for beskrivelserne af diskussionerne i forbindelse med lektionsstudierne. Her lægges – for eksempel i Ann og Jespers udtalelser ovenfor – også vægt på, at diskussionerne skal munde ud i en konkret undervisningslektion. Diskussionen om konkret undervisning adskiller sig imidlertid på et afgørende punkt i de to situationer:

Peter (L): *Jo, men det adskiller sig selvfølgelig, fordi man kan sige, at her sætter man jo alle hverdagens normer ud af spil i forhold til, at den her time, den skal være så god, og vi kan alt jo. For det er jo klart, at nogen gange så bliver jeg jo – ikke sortseer – men i hvert fald sådan lidt formanende i forhold til – jamen det kan du jo godt gøre, altså hvis det er den gængse praktik, men vi skal selvfølgelig også lige forholde os til – vi er også nødt til at nå derud og være gårdvagter, vi er også nødt til at... Der er jo mange ting, der skal – altså, rollerne skal passes. Fordi den samtale her kunne og skulle køre på det her, så har der jo været vide rammer i forhold til, hvad det så var, man kunne. Og det giver selvfølgelig en anden samtale, fordi man behøver ikke at være fornuftig. (...)*

Ja, den gængse ikke. Som trækker ned i forhold til, hvor meget kan man give sig fri i forhold til her. Der var der jo frie rammer. Så det opkvalificerer selvfølgelig selve samtalen om timen, og det er jo klart, at man ikke skal forholde sig til alt det andet.

I samtalerne i forbindelse med lektionsstudierne sættes ”hverdagens normer ud af spil”, og deltagerne skal ikke nødvendigvis være ”fornuftige”. Det vil sige, at de ikke behøver forholde sig til mange af de praktiske forhindringer, som er en del af lærerens hverdag – for eksempel gårdvagt. Peter oplever i stedet, at der er ”frie rammer” og ”vi kan alt”. Der er mulighed for at tænke videre end dagligdagen, da der er ting, man kan se bort fra. Det giver en ”anden samtale”, som er ”opkvalificeret”, idet der er elementer, man kan se bort fra. Denne forskel ligger specielt i det eksemplariske, som er et meget væsentligt element i lektionsstudieformatet. Ud over at deltagerne kan se bort fra praktiske forhindringer, er en anden konsekvens af det eksemplariske, at lektionen skal formuleres uden hensynstagen til en given konkret kontekst. Lektionen skal ikke tilpasses en konkret klasse og konkrete elevers individuelle forhold, hvilket giver mulighed for at fokusere yderligere på andre problemstillinger:

Flemming (L): *Det var fokus på det forløb, vi skulle lave. Man kan ikke nå som studerende at komme ind og kende eleverne. De kan jo ikke på en time komme ind og se, hvad det er for nogen børn, vi har med at gøre. På den måde er det meget forfriskende egentlig – at her fokuserer vi på, hvad vi gør selv.*

Der bliver altså fokuseret på, hvad underviseren gør. I forlængelse af dette siger Jørgen:

I: *Kommer man også til at tale om noget andet eller?*

Jørgen (L): *Ja og nej. Ja det kan man godt sige. Man kan sige, at fokus bliver langt mere på undervisningen i forhold til så meget andet.*

I: *Så man kommer til at tale mere om undervisningen? Er det det, du siger? End du gør i andre sammenhænge?*

Jørgen: *Ja. Der er ikke de der begrænsninger, hvor man siger: "Det kan ikke lade sig gøre osv., fordi at den og den elev kan ikke det der, og den og den elev kan ikke det der" og "vi har ikke de muligheder" osv. osv.*

I: *Okay. Betyder det så noget for udbyttet af de samtaler?*

Jørgen: *Ja, det synes jeg. Men det kommer sådan lidt an på, hvordan man ser det, men altså læringsperspektivet og mit fagsyn synes jeg bestemt får noget ud af, at man koncentrerer sig om målsætningen for den enkelte elev eller for gruppen i forhold til, at alt muligt andet fylder. Man bliver langt mere faglig*

I: *Siger du også, at du flytter dig mere?*

Jørgen: *Ja, det synes jeg bestemt.*

Ligesom Peter og Flemming lægger Jørgen vægt på, at der er fokus på undervisningen, og at der ikke er nogen begrænsninger i forhold til, hvad der kan lade sig gøre. Dermed bliver udbyttet af diskussionerne også et andet – *"man bliver langt mere faglig"*. På samme måde betoner også Ann det indsnævrede fokus:

Ann (L): *Jeg kan godt lide, at det er et fokus, som er ret indsnævret. Jeg ved godt, at trigonometri egentlig er ret stort, men i det øjeblik, man bestemmer sig for indholdet i en lektion, altså bare snakken om, hvad er det egentlig, der er forberedende til hvad – hvad er forudsætningen for hvad? Hvad er det egentlig, de her børn kan? Hvad er så egentlig det næste? Der er utrolig mange ting, man egentlig får fokus på bare ved at have et lillebitte område, som man skal have snævret ind. Så jeg tænker nok allermest, at man måske i dagligdagen har det med at blive på sådan et praktisk, logistisk plan, hvor det meget handler om – hvem gør hvad, og hvem kopierer, hvad skal det lige handle om? Så når vi ikke ned til, hvordan vil vi egentlig gøre det, og hvad tænker vi egentlig vil være godt for den, eller godt for den, eller er en forudsætning for hvad, eller burde vi starte med det her eller slutte med det her – hvilken progression vil være hensigtsmæssig? Så langt kommer vi ikke ned normalt. Og det er der, jeg godt kan lide, at det er en lektion, vi snakker om. Vi snakker ikke om et forløb om trigonometri – for så er det ligesom om, så vil man allerede stå og "puha, det er bare kæmpestort det her". Vi snakker om en eneste lektion, og det, at vi har en lektion, som vi skal have detailforberedt – så kommer vi faktisk ind på alle de andre ting, men på en måde så man kan være i det, så man ikke føler, man skal have det hele med. Men man kommer helt klart mere – ja, nok rigtig meget det der med at få tænkt progressionen ind.*

Ann giver altså udtryk for, at fælles forberedelse af en enkelt lektion giver mulighed for at diskutere rigtig mange forskellige faglige og fagdidaktiske temaer, lige fra matematikfaglige problemstillinger som *"hvad er det, der er forberedende til hvad?"* til mere fagdidaktiske spørgsmål som *"burde vi starte med det her eller slutte med det her?"* og til den enkelte elev – *"hvad tænker vi egentlig vil være godt for den (elev)?"* De mulige problemstillinger i diskussionen dækker principielt alle fire søjler i modellen og såvel praksisblokken som teoriblokken. Når der, som det er tilfældet ved lektionsstudier, gives tid og lejlighed til at optimere en lektion, kan principielt alle forhold, der har med undervisning at gøre, tages op til diskussion, og alle forhold kan være interessante, da de tilsammen definerer lektionen og i

større eller mindre grad er eksemplariske. På denne måde bliver deltagerne også opmærksomme på alle de forhold, som har indvirkning på undervisningen, og som normalt ikke overvejes, men tages for givet. I tilfældet ovenfor er det især ”*progressionen*”, som Ann betoner, det vil sige analysen af det faglige indhold som udgangspunkt for en ’rækkefølge’ i undervisningen. Den faglige analyse klargør i dette tilfælde, hvilke faglige begreber og sammenhænge der er forudsætninger for, at eleverne kan tilegne sig slutmålet – blandt andet at kende og kunne anvende trigonometriske funktioner – og hvordan disse begreber og sammenhænge opnås ud fra de forskellige forudsætninger, eleverne allerede har. Analysen kan indeholde elementer fra VMV og den eksterne didaktiske transposition, som det for eksempel kan være tilfældet, når Mette i citatet ved konklusion 2.1 i dette afsnit siger, ”*jamen vi skal have nogle definitioner på plads*”. Denne analyse og transposition foretages sædvanligvis af ’the noosphere’, oftest i form af en lærebogsforfatter og dem, der skriver curriculum. Det er imidlertid en helt central lærerfaglighed at kunne gennemføre en sådan analyse, både for at kunne afkode, analysere og forholde sig kritisk til den i andre sammenhænge, men også i forhold til undervisning-læring-relationen, altså konkret gennemførelse af undervisning. Det kan for eksempel være i forbindelse med en lærers afkodning af en elevs forståelse af et fagligt indhold som udgangspunkt for den videre læring. Andre elementer i analysen behandler temaer, som lærere altid må overveje i forbindelse med forberedelse af undervisning, som for eksempel den interne didaktiske transposition. Det er for eksempel tilfældet, når gruppen beslutter, at underviseren i lektionen præsenterer ligedannethed som ’ser ligedan ud’. Forskellen er, at analysen i lektionsstudierne, i modsætning til det daglige lærerarbejde, i højere grad ses i sammenhæng med de to søjler til venstre i modellen og den eksterne didaktiske transposition.

De deltagende lærere giver samstemmende udtryk for, at lektionsstudieformatet vil være et godt redskab til at udvikle den faglige dialog med kollegaer og matematikundervisningen generelt. De er således alle positive i forhold til at indføre formatet som metode til udvikling af matematikundervisningen på deres egen skole. Selv om Ulf ytrer sig negativt om udbyttet af diskussionerne i forbindelse med dette lektionsstudieprojekt (konklusion 2.2), er også han positiv:

Ulf (L): *Det ville løfte niveauet for undervisningen. (...) Men det ville være hensigtsmæssigt, det ville løfte undervisningen, er jeg overbevist om, at man reflekterer tydeligt over sin undervisning.*

I: *Tænker du, at det vil løfte matematikundervisningen på en skole som denne her?*

Ulf: *Jeg tror det ville løfte undervisningen alle steder.*

Andre ytrer sig mere specifikt om udviklingen af den kollegiale samtale:

I: *Tænker du, at hvis man nu forestillede sig, at man brugte lesson study på skolen her eller andre steder, at det kunne være med til at udvikle den kollegiale samtale for eksempel på skolen her?*

Peter (L): *Det vil løfte en meget, meget stor grad af vores samtaler, der forholder sig til matematik. Jeg føler, det flytter fokus fra, om vi har råd til at købe den nye Faktor-bogserie*

næste år, eller hvad ved jeg. Så flytter det jo hen på – hvad er det egentlig, vi går ud og gør i praksis ude i klasselokalet.

I: *Og det er en positiv flytning?*

Peter (L): *Ja, det vil jeg da i den grad mene. Hvis folk turde åbne op for det selv, så er der da ingen tvivl om, at det selvfølgelig kun kan gavne den samtale, man har om den undervisning, man går og laver.*

Lektionsstudier vil altså ifølge Peter kunne flytte samtalerne i fagteamsarbejdet fra eksempelvis økonomiske beslutninger om bogkøb til diskussioner af det lærerne ”gør i praksis i klasselokalet”. Netop dette skift i fokus er centralt i kortlægningen af *Fagteamsarbejde og matematikvejlederfunktion i grundskolen* (Mogensen, Rask, Lindhardt, Østergaard & Rostgaard, 2014, s. 17). Heraf fremgår det blandt andet, at fagteam ofte beskæftiger sig med praktiske forhold som for eksempel indkøb af undervisningsmaterialer, hvorimod samarbejde om planlægning, gennemførelse og evaluering af konkret undervisning kun sjældent forekommer. Både diskussioner om valg af undervisningsmateriale og diskussioner med udgangspunkt i konkret gennemført undervisning kan indeholde væsentlige faglige og fagdidaktiske temaer, som berører alle de fire søjler i modellen, og som derfor kan medvirke til at udvikle deltagernes lærerfaglighed på mange områder. Peters udtalelse indikerer imidlertid, at diskussioner om eksempelvis indkøb af undervisningsmaterialer ikke i høj nok grad bringes i forbindelse med ”praksis ude i klasselokalet”.

Flere af lærerne bruger udtrykket ”mere faglig”, når de beskriver diskussionerne. Det dækker ofte over, at diskussionerne i højere grad er direkte relevante for lærerens primære arbejdsopgave – at forberede, gennemføre og evaluere undervisning. I forlængelse heraf siger Jesper:

Jesper (L): *Det ville i hvert fald kunne fastholde en eller anden struktur. Ja, måske ville man få mere ud af det, det er svært at sige. Der kommer også noget godt ud af almindeligt fagteamarbejde. Men altså på den måde er det meget rammestyret, så det bliver virkelig styret mod et mål, kan man sige. Hvor almindelig fagteam, det godt kan – altså selvfølgelig har vi lært noget bagefter – men det er sådan mere diffust, det kan det godt være i hvert fald.*

Udbyttet af samtaler i fagteamet opleves ofte mere diffust, end det er tilfældet ved lektionsstudierne. Lærerne har naturligvis oplevet udbytterige diskussioner i fagteamet, men den faste struktur og det meget konkrete mål at forberede, gennemføre og evaluere en lektion er med til at sikre en faglig, lærerig diskussion. Lærerne er derfor også alle positive i forhold til at indføre lektionsstudier som generel arbejdsform til udvikling af matematikundervisningen. For eksempel siger Flemming:

I: *Tænker du, at det her koncept – lesson study-konceptet – kan have noget potentiale i forhold til at udvikle den kollegiale samtale for eksempel på en skole eller blandt kollegaer og lærerstuderende? Kunne det bruges til at udvikle en samtaleform eller gøre den kollegiale samtale bedre?*

Flemming (L): *Ja. Det, jeg egentlig tænker om det, det er, at det ikke er et kursus. Det er en arbejdsform, som skal indarbejdes. Så man skal se i øjnene, at ting tager tid og kræver*

ressourcer. Det er noget, man skal indarbejde, og man skal nok vælge det frem for noget andet. Vi kunne jo forestille os, hvis det var sådan, at man gjorde det for eksempel to gange om året. Så var man inde i sådan et intensivt forløb, hvor man satte fokus på forskellige fag og forskellige årgange osv. Prøve nogle forskellige ting, ikke? Så ville vi jo alle sammen være inde i sådan et forløb på et eller andet tidspunkt og få det som fælles referenceramme. Jeg tænker bare, det er ikke noget, man laver fra den ene dag til den anden, men sådan en kultur man kunne ændre over en 2-3 år. Det skulle være noget gennemgående. Det, vil jeg sådan set synes, var en rigtig god ide.

Lærerne ser altså lektionsstudier som et muligt redskab, ikke blot til et enkelt forløb, men som en model til udvikling af skolen på længere sigt. Det er naturligvis en længere proces, og vil i givet fald være et valg man foretager på bekostning af noget andet. I den forbindelse er ressourcespørgsmålet naturligvis centralt, hvilket alle lærere tilsyneladende er meget bevidste om. Ressourcerne skal komme fra deres egen kasse, og uden at pege konkret på, hvor pengene skal tages, giver de udtryk for, at de synes lektionsstudier er ressourcerne værd.

Ulf (L): Jeg kan jo bare ikke se, hvad det så ikke et hensigtsmæssigt at bruge pengene på i stedet – det er den samme pose. Men det ville være hensigtsmæssigt, det ville løfte undervisningen, er jeg overbevist om. At man igen reflekterer tydeligt over sin undervisning.

De studerende blev ikke spurgt om deres syn på brug af lektionsstudier i forbindelse med arbejdet som lærer, men en gruppe skriver om det i deres artikel:

Man kan bedre sætte tid af til at fordybe sig i lesson study på læreruddannelsen, og da det er et godt redskab at have med sig i sin lærerpraksis, mener vi, at lesson study skal blive en integreret del af læreruddannelsens praksis i arbejdet med kollegial sparring. (Lorenzen m.fl., 2014).

Denne gruppe lærerstuderende mener altså, at lektionsstudier kan blive et så godt redskab til fordybelse og kollegial sparring i deres fremtidige lærerarbejde, at det bør være en del af læreruddannelsen.

8.4.3 Det matematikfaglige udgangspunkt

I dette afsnit undersøges og analyseres betydningen af, at den overordnede fagdidaktiske problemstilling i dette lektionsstudie havde et konkret matematikfagligt udgangspunkt, undervisning i trigonometri, i forhold til første studie, hvor problemstillingen udelukkende var fagdidaktisk – de otte matematiske kompetencer. Først og fremmest er det interessant, hvordan deltagerne oplever, at fokus har været på matematiske i forhold til didaktiske prakseologier, og hvordan det påvirker deres oplevelse af egen læring.

3.1 Både studerende og lærere oplever kun i begrænset omfang, at arbejdet med lektionsstudier har styrket deres viden inden for VMV.

Lærerne giver udtryk for, at de har tilegnet sig viden om matematiske prakseologier inden for VSU, hvorimod de studerende især omtaler samspillet mellem de matematiske prakseologier under VMV, VSU og UV.

Når de studerende i det følgende taler om deres faglige viden, er det VMV, der er tale om, hvilket fremgår af såvel flere af citaterne som af sammenhængen. Derfor bruges de to betegnelser synonymt i det følgende.

De studerende oplever generelt ikke, at de opnår VMV – i dette tilfælde inden for trigonometri – ved at arbejde med lektionsstudierne. Der er dog forskel på den måde, de taler om deres matematikfaglige læring på. Tre af de studerende afviser helt, at de har lært noget matematikfagligt. For eksempel Laura:

Laura (S): *Altså for min helt egen faglighed synes jeg ikke, at jeg bliver dygtigere af det på et fagligt niveau.*

Tre andre, som alle havde underviserrollen ved den ene gennemførelse, giver udtryk for, at de opnåede en større faglig viden ved at skulle formidle til eleverne:

I: *Har der været situationer fra det her lesson study-forløb, hvor du synes din faglige forståelse er blevet bedre?*

Anne (S): *Ja. (...) Fordi vi havde det teoretiske om trigonometri, og det, der leder op til det, har vi haft heroppe (på læreruddannelsen). Og så har det været meget sådan i praksis, at hvad kan man bruge det til, og det var også det, vi valgte at inddrage, da vi var ude i klasserne. Og det giver altså en højere forståelse, at man får det i praksis. Men også det, at man skal formidle det, at man ikke bare selv lærer det, men at man også skal lære det videre, det fik jeg i hvert fald meget ud af. Og man bliver tvunget til at formulere nogle ting på flere måder.*

Anne omtaler her transpositionen fra VMV, som hun lærer i den teoretiske undervisning, til VSU og UV. I denne proces – ekstern og intern didaktisk transposition – valgte gruppen, i overensstemmelse med læseplanen, at fokusere på anvendelsesaspektet i trigonometri. Formålet med de bestræbelser, Anne nævner, er, ”at man skal formidle”, og overvejelserne ligger derfor i forberedelsesfasen. De to sidste studerende i denne gruppe fokuserer i endnu højere grad end Anne på, at de havde underviserrollen:

I: *Fik du bedre overblik over trigonometriemnet ved at arbejde med lesson study, synes du, sådan fagligt?*

Frederik (S): *Når jeg nu underviser, så var jeg ekstra forpligtet til at have styr på området, (...) fordi man skulle stå deroppe foran eleverne. Fordelen er, at man lige præcist ved, hvad man skal undervise i. I lesson study er der ikke så mange uventede ting, som i en ikke så grundigt planlagt undervisning.*

Andreas (S): *Jeg står over for en klasse, og jeg skal have pointerne hurtigt trukket frem. Jeg står og kigger på mit ur og kan se, at der er 2 minutter til at køre evalueringen. Og så skal jeg få dem frem på en overskuelig måde, hvor jeg samtidig får dem til at sige noget og samtidig får de pointer og de formuleringer ud, som jeg gerne vil have, de i hvert fald havde hørt. Så der skulle jeg i hvert fald prioritere og tænke hurtigt for at finde en god forklaring.*

Både Andreas og Frederik er optaget af deres egen lærerrolle i klassen, og det er vigtigt for dem at fremstå som fagligt kompetente. At de har fået tildelt underviserrollen giver dem derfor anledning til at sikre sig, at de har overblik over VSU. Udtalelserne omhandler primært

den matematiske prakseologi i VSU og UV, men de er samtidig begge meget opmærksomme på sammenhængen til VMV – deres egen faglige viden. Lige som Anne handler det altså om den brede sammenhæng mellem disse tre søjler. Selv om situationerne i Andreas og Frederiks eksempler handler om konkret undervisning, er den viden, de taler om, en forberedelse til undervisningen, idet den handler om, hvordan læreren bør have en stor faglig viden for at kunne håndtere uforudsete situationer i undervisningen. Begge nævner samtidig den stærke fokusering på de faglige pointer, som hjælper dem til at overskue det faglige stof (Frederik) og skabe overblik for eleverne (Andreas).

De sidste to studerende nævner en eventuel mindre virkning af repetitionen – at arbejdet med det faglige stof i forberedelsesfasen medvirker til, at det måske ”sidder bedre fast”:

Camilla (S): *Nu var det jo om lighedannethed, og vi snakkede jo rigtig meget lighedannethed, så det kan jo være, at det sidder bedre fast. Men jeg ved ikke – vi var jo ikke oppe på et højere niveau, hvor jeg tænker: ”Ah, det gav mening”.*

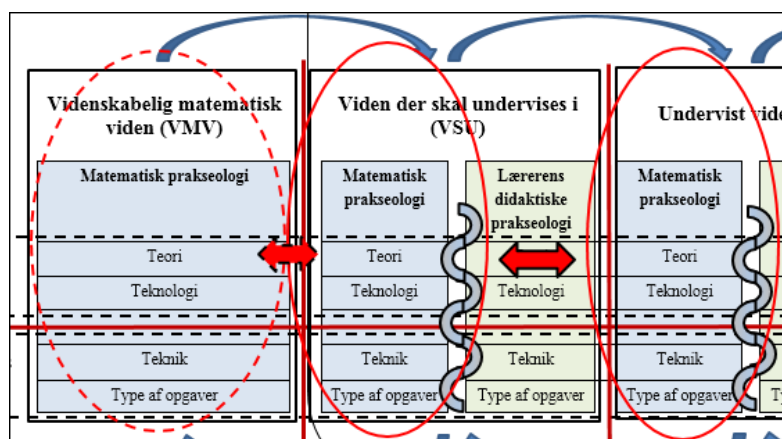
Søren (S): *... styrket matematikfagligt, det ville jeg måske ikke sige, i og med at vi arbejder med tredje klasser. Men jeg vil sige, at det blev repeteret og underbygget i en grad, så man får det lidt mere på plads, men styrket det, har jeg svært ved at se.*

Lige som resten af de studerende oplever Camilla og Søren i hvert tilfælde kun i meget begrænset omfang, at de opnår ny matematikfaglig viden ved lektionsstudierne. Det skyldes, at de diskussioner, der har været i forberedelsesfasen, udelukkende har behandlet VSU. Der er ingen udtalelser fra hverken studerende eller lærere, der tyder på, at grupperne har behandlet VMV.

Camilla og Søren er dog, i lighed med Andreas, Frederik og Anne, opmærksomme på sammenhængen mellem den matematiske prakseologi i VSU og VMV, idet de giver udtryk for, at repetitionen kan være med til at konsolidere deres VMV.

Lærernes giver i langt højere grad end de studerende udtryk for, at de har opnået faglig viden ved at deltage i lektionsstudierne. Kun en lærer, Peter, mener, at han slet ikke har opnået yderligere matematikfaglig viden ved projektet. Flere lærere nævner, at de har været nødt til selv at repetere det faglige stof som forberedelse til projektet, og at de har fået repeteret stoffet ved at deltage i projektet:

Knud (L): *Det var da rart at få genopfrisket og få friske studerende ind, som har haft om det.*



Figur 8.7. Flere studerende oplever sammenhæng mellem den matematiske prakseologi i VSU og UV, men VMV inddrages kun i begrænset omfang.

Mette (L): *Ja, det kan jeg godt. For det var faktisk langt væk. Der blev lige en repetition for mig rent fagligt.*

I modsætning til de studerende (for eksempel Annes udtalelse ovenfor) er der imidlertid ingen lærere, der inddrager VMV, når de omtaler deres matematikfaglige viden. Deres beskrivelse af egen matematikfaglige viden er i langt højere grad fokuseret på VSU. Flere peger i den forbindelse på progressionen i det faglige stof, det vil sige sammenhænge inden for matematiske prakseologier i VSU:

Jørgen (L): *Koblingen til en 6. klasse – hvordan kan vi egentlig forberede de her elever til at forstå noget af det forberedende til trigonometri. (...) Og det synes jeg bestemt styrker min faglighed at tænke på den måde.*

Knud (L): *Ja, og så hvordan man bygger det op og gode ideer til, hvordan man kunne starte det op. (...) Så lige hvordan de indledende manøvrer til at kunne introducere det her, for det skal jeg jo også gøre i min niende klasse.*

Det fremgår tydeligt af lærernes udtalelser, at intentionen med at tage et fagligt emne op, som er udfordrende for lærerne, er lykkedes. Bortset fra Peter giver lærerne udtryk for stor tilfredshed med, at de har fået lejlighed til at analysere den matematiske prakseologi i VSU nærmere. Der er imidlertid ikke noget, der tyder på, at denne matematiske prakseologi er blevet sat i forhold til VMV i lektionsstudieforløbet.

I det følgende behandles deltagernes tilegnelse af didaktiske prakseologier. Langt de fleste udtalelser omhandler naturligvis undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer, men enkelte deltagere nævner også andre fagdidaktiske problemstillinger, som har været behandlet. I denne analyse fokuseres der imidlertid på undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer, som var projektets fokuspunkt.

Deltagerne giver alle udtryk for, at eksperimenterende, undersøgende arbejdsformer er et spændende og relevant fokusområde. For eksempel siger Laura:

Laura (S): *Jeg synes, det er en megavigtig del af matematikundervisningen.*

Og Jesper:

Jesper (L): *Men altså undersøgende, det synes jeg, det er fantastisk.*

Samtidig giver specielt lærerne udtryk for, at det er en stor udfordring for dem:

Jesper (L): *Det er nok der, jeg synes, det er sværest. Hvordan laver man noget undervisning, der er undersøgende?*

Peter (L): *Jeg tror egentlig godt, jeg er klar over min egne begrænsninger i forhold til det undersøgende landskab, men derved ikke sagt, jeg ikke sagtens kan se fordelene ved det også.*

Ann (L): *Jeg kommer til at give dem nogle svar. Jeg kommer til at guide dem på en uhensigtsmæssig måde.*

Flemming (L): *Og hvordan er det egentlig, vi styrer? (i forbindelse med undersøgende, eksperimenterende arbejde).*

Lærerne mener, at der er behov for at udvikle undersøgende arbejdsformer, og de vil gerne blive dygtigere til at implementere undersøgende arbejdsformer i deres undervisning. Men i modsætning til de studerende omtaler de stort set ikke, hvorfor de mener, at undersøgende arbejdsformer er væsentlige. Dog siger Jesper:

Jesper (L): *Når man kan mærke, at eleverne er i spil – de er ude og undersøge og spekulerer egentlig ikke på, hvor lang tid der er gået og altså hele det der flow, ikke.*

De studerende argumenter derimod for brugen af undersøgende arbejdsformer, især ud fra den teori, de har lært i den teoretiske undervisning:

Camila (S): *Vi lavede rigtig undersøgende i vores forløb. (...) I de ting vi har læst, virker det jo som om, at det faktisk er den bedste måde, fordi det sidder bedre fast hos eleverne. Så fagdidaktisk tænker jeg, at det er godt i hvert fald engang i mellem at få det her undersøgende matematik ind.*

Frederik (S) *Jeg tænker i hvert fald, at undersøgende og eksperimenterende arbejde åbner op for nye indsigter i matematik. Så hvis man vejleder på den rigtige måde, hvis man vejleder hen til, at eleven selv kommer frem til – om det nu er et facit eller en metode. Så jeg tænker, det giver en bedre forståelse af matematik, end hvis man bare regner slavisk nogle opgaver.*

De studerende refererer altså umiddelbart til teoriblokken i den didaktiske praksisologi i VSU, når de skal legitimere undersøgende arbejdsformer, hvorimod lærerne måske i højere grad accepterer det som et oppefrakommende krav – en fordring de vel at mærke opfatter som relevant. Ud over den teoretiske baggrund nævner enkelte studerende også det at have personlige erfaringer med at arbejde undersøgende som en væsentlig forudsætning:

Laura (S): *Jo flere gange man arbejder med det, jo mere erfaren bliver man jo – og vi har arbejdet rigtig meget med det i det her forløb. Jeg synes også, at vores undervisning heroppe (på læreruddannelsesinstitutionen) er meget eksperimenterende og meget undersøgende.*

Ud over den teoretiske tilgang oplever Laura altså, at personlige erfaringer med, hvordan undersøgende arbejde igangsættes og faciliteres, giver hende væsentlige erfaringer i forhold til selv at praktisere undervisning med en undersøgende arbejdsform.

Det er meget forskelligt, i hvor høj grad deltagerne oplever, at det er lykkedes at få eleverne til at arbejde undersøgende. Lige fra en meget afvisende til nogle meget positive:

I: *Synes du, det lykkedes at få dem til at undersøge og eksperimentere?*

Flemming (L): *Jamen, det gjorde det. Det synes jeg egentlig.*

Ulf (L): *Nej, ikke mere end til daglig.*

Anne (S): *I høj grad. Der var nærmest ikke to grupper, der fandt det samme derude, og flere af grupperne var også inde omkring flere. Og det var lige præcis det, vi gerne vil opnå.*

Det er imidlertid bemærkelsesværdigt, at flere grupper oplevede, at der var meget stor forskel på, i hvor høj grad det lykkedes at få eleverne til at undersøge i de to gennemførelser:

Camilla (S): *Det var selvfølgelig en god erfaring, at det faktisk kunne lade sig gøre, hvorimod i 6. klasse – det kunne ikke rigtig lade sig gøre.*

Esben (S): *Ja, det prøvede vi helt klart at arbejde med. Og hvor vi fik det til at fungere ret godt i den ene lektion, at de undersøgte i grupper og eksperimenterede lidt med de her tal, så gik det knap så godt i den anden lektion.*

Jørgen (L): *Jeg synes faktisk – i hvert fald i den første time – at de var rimeligt gode til at undersøge og reflektere selv og hjælpe hinanden. (...) Der er ingen tvivl om, at de kom frem til nogle ting, uden at vi hjalp dem fra starten af.*

Når deltagerne skal forklare disse – i nogle tilfælde meget markante – forskelle, peger de alle på eleverne. Deltagerne giver udtryk for, at eleverne skal lære at arbejde undersøgende, og at det derfor er muligt af få nogle klasser til at arbejde undersøgende, hvorimod andre klasser simpelthen endnu ikke har lært det:

Jørgen (L): *Min erfaring siger mig lidt, at de skal vænne sig til at arbejde på den måde. (...) Men også en træning i, at de simpelthen ikke er gode nok, helt nede fra starten af, til at arbejde på den måde.*

Esben (S): *Der havde vi en dialog med lærerene inden, hvor den ene giver udtryk for: ”Det tror jeg simpelthen ikke, at de kan, dem på mit hold. De skal vide, hvad de skal skrive der, og hvad de skal skrive der.” Det tog vi også lidt højde for i oplægget fra lærerens side og gav dem mere information, end vi gjorde i den anden klasse, men stadigvæk så arbejdsformen – den var bare ikke noget, de var vant til. Man skal øve eleverne i at arbejde på de forskellige måder, så de kan lære det.*

Deltagerne peger altså udelukkende på elevernes didaktiske praksisologi, når de skal forklare de store forskelle på, hvordan de to gennemførelser af lektionen forløber. Hvad de helt nøjagtigt mener med, at eleverne skal træne og ”vænne sig til” arbejdsformen, fremgår ikke klart. De tager for givet, at andre faktorer, som for eksempel underviseren og de ændringer, de har foretaget i lektionsplanen, ikke er afgørende i denne sammenhæng.

De studerende blev bedt om at vurdere udbyttet af lektionsstudier med et fagdidaktisk fokusområde i forhold til et matematikfagligt (Q3.3a). Fem af de studerende foretrækker det faglige fokusområde. Af de sidste tre er en helt uenig, og de to andre synes ikke, det gør nogen forskel. De fem, der foretrækker et fagligt udgangspunkt, siger blandt andet:

Mille (S): *Her startede vi jo med et emne, så det var meget nemmere at gå til.*

Søren (S): *Det var faktisk meget dejligt, at det var et fagligt emne, der blev taget udgangspunkt i (...). Så det gjorde, at det var lidt mere lige til at gå til.*

Esben (S): *Det har været nemmere at nå et resultat den her gang, synes jeg.*

Anne (S): *Så synes jeg, det var bedre, at emnet blev fastlagt, og så finder man frem til de kompetencer, der passer til det her.*

Camilla (S): *Jeg synes egentlig også, det er godt, at man kan gå ned i et emne – altså et matematisk emne.*

Begrundelserne i de ovenstående citater handler imidlertid ikke om, at læringsudbyttet er større ved et matematikfagligt fokusområde, men i stedet at det er *nemmere at gå til*. Det er ikke så overraskende, idet de studerende kender termen trigonometri rigtig godt fra deres tidligere skolegang, hvorimod de matematiske kompetencer er et komplekst teoretisk redskab, som er nyt for dem. De fleste lærere og studerende vil umiddelbart tage udgangspunkt i et fagligt emne frem for en eller to kompetencer, når de skal planlægge undervisning, og det vil derfor også føles som det nemmeste for dem, men det betyder naturligvis ikke, at det er den metode, der giver det største læringsudbytte for dem.

Det lykkedes ikke at få de studerende til at forholde sig mere overordnet til forskellen på en fagdidaktisk og et fagligt fokusområde for lektionsstudierne i interviewene. I stedet forholdt de sig til de to konkrete lektionsstudieprojekter. Begrundelser for fordele og ulemper er derfor også meget konkret bundet til konteksten. For eksempel begrundede Anne et bedre udbytte med, at hun i det ene projekt havde underviserrollen:

Anne (S): Udbyttet har været højere den her gang, men igen det der med, at jeg synes jeg har fået mest ud af det, når jeg selv har undervist.

Der kan derfor ikke udledes noget generelt om fordele og ulemper ved at vælge et fagdidaktisk eller et fagligt fokusområde ud fra undersøgelsen.

8.4.4. Udvikling af skolens matematikundervisning

Lektionsstudier er en metode til udvikling af lærere og lærerstuderendes lærerfaglighed og til udvikling af matematikundervisning. I forhold til det sidste blev lærerne bedt om at vurdere formatets potentiale i forhold til at udvikle deres egen matematikundervisning, matematikundervisningen på deres skole og matematikundervisning generelt.

4.1 Lærerne er meget begejstrede for lektionsstudieformatet som metode til at udvikle deres matematikundervisning. De vurderer, at specielt den nære tilknytning til praksis bevirker, at den viden, de tilegner sig, kan og vil blive implementeret i deres fremtidige praksis, i langt højere grad end viden fra for eksempel efteruddannelseskurser og udviklingsprojekter. Samtidig kan den tilegnede viden bruges som fælles referenceramme i fremtidige kollegiale diskussioner. Lærerne er derfor også særdeles positive i forhold til at implementere formatet som udviklingsmodel på egen skole og som model for udvikling af matematikundervisning generelt. Specielt er de begejstrede for, at fokus er på faglige, undervisningsrelaterede problemstillinger frem for på almene og sociale problemstillinger, som de oplever fylder for meget i mange sammenhænge.

Alle lærerne udtaler sig i utvetydige vendinger særdeles positivt om lektionsstudiers potentiale som metode til at udvikle deres matematikundervisning. For eksempel siger Ann, Mette og Ulf:

Ann (L): *Altså, i høj grad. Når man tænker på, at det her er et 10-timers forløb – så synes jeg, man får utrolig meget udbytte af det.*

Mette (L): *Jeg synes, det har givet mig blod på tanden. Jeg synes også, det har været 10 koncentrerede timer.*

Ulf (L): *Ja, det ville være rigtig godt. Nøjagtig som vi gjorde, da vi gik direkte fra undervisningen og over og reflekterede med de lærerstuderende. Det var rigtig godt.*

Lærerne er specielt begejstrede for den begrænsede brug af arbejdstid i forhold til udbyttet og den meget nære tilknytning til praksis, som alle omtaler på forskellige måder:

Jesper (L): *Ja, fordi det er ren praktik – altså det er ”hands on”, som man siger. Det er altid godt, ikke? (...) Det er jo ud i virkeligheden, og så prøve at gå med rundt. Det lærer man virkelig af.*

Knud (L): *Altså, jeg kan bedre lide den her måde at lære på, fordi der er noget praksis i det.*

Mette (L): *Det her, det er praksis. Her har jeg hænderne i det. Jeg tænker, det er der, jeg skal ud – jeg skal afprøve tingene. Efteruddannelseskursus kan tit være inspiration, tænker jeg, og så skal jeg ud og prøve noget af det af, men her får vi det prøvet af lige med det samme. Det har været federe.*

Det er meget tydeligt i disse tre udtalelser, at praksis er et særdeles positivt begreb for lærerne. De er optaget af, at udgangspunktet for udviklingen af matematikundervisningen er den konkrete praksis – UV. Det kan skyldes, at de oplever UV som det væsentligste element i lærerfagligheden, samt at de ofte oplever det som deres største styrke. Som omtalt flere gange ovenfor beskriver flere lærere, hvordan deres viden efterhånden forskydes fra teoretisk funderet, når de er nyuddannede, til med tiden i højere grad at blive en mere erfaringsbaseret praksisviden. Det betyder imidlertid ikke, at lærerne ikke anerkender den teoretiske viden. De giver på intet tidspunkt udtryk for, at den ikke er anvendelig og vigtig i forhold til lærerarbejdet. Tværtimod vil de gerne stifte bekendtskab med teoretisk viden – specielt hvis den kan forholdes direkte til deres praksis:

Flemming (L): *Det bedste er, at det både er funderet i en vis teori og forberedelse, og man har et praksisforløb og en evaluering. (...) For mig var det vigtigste, at der var teori og praksis – det var koblet tæt sammen. Det var et koncentreret forløb, så man umiddelbart går ud og bruger noget, man lige har været i gang med sådan i det der samarbejde i forberedelse osv. Så man hurtigt får sat krop på, ikke? Fordi der jo er rigtig mange kursusforløb, hvor man kommer på et teoretisk forløb i et stykke tid, og så vender man tilbage til sin undervisning, som bliver nødt til at køre, ikke? Så kører det sådan set videre på samme måde. Hvis man ikke kobler det direkte til hverdagen med det samme, så er vanens magt alt, alt for stor.*

Ann (L): *Det kommer til at virke meget relevant, fordi det virker meget direkte overførbart. Man er selv en stor del af det og har alligevel fået nogle rammer og noget input.*

Den nære tilknytning til praksis betyder, at lærerne oplever, at den viden, de tilegner sig gennem arbejdet med lektionsstudier, er nemmere at implementere i deres videre arbejde. Derfor får den i langt højere grad betydning for deres fremtidige praksis. Det er naturligvis

oplagt, som Flemming gør det i ovenstående citat, at sammenligne udbyttet med andre aktiviteter med samme formål – oftest efteruddannelseskurser og udviklingsprojekter. Det gjorde mange også uopfordret – resten blev spurgt direkte. For eksempel siger Jørgen, Ann og Knud:

Jørgen (L): *(Lektionsstudier) er langt mere praktisk. Der er ingen tvivl om, at kurser i al almindelighed eller efteruddannelse, der mangler jeg rigtig meget, at man får fingrene i bolledejen. At der ligesom kommer noget med ind ude fra kurset – ud i virkeligheden og er med til at starte noget op. (...) Og det lægger det her helt tydeligt op til – og det er rigtig godt.*

Ann (L): *Hvor nogen efteruddannelser, der bliver man for passiv – kommer tilbage og har måske fået fyldt noget på, og så kommer man ikke skridtet videre. Her bliver man simpelthen tvunget til skridtet videre – at det, som man egentlig gerne vil, og de input man får, de skal faktisk ud i praksis. Og når de kom ud i praksis, så tager man det måske også bedre med sig i sin fremtidige praksis.*

Knud (L): *Altså efteruddannelseskurser – pædagogiske dage kan jeg også tage, hvor man møder op og får noget, man så kan bruge. Men jeg oplever, at man ikke får det brugt, fordi man måske ikke har tid, eller at det er svært at implementere i dagligdagen. Men her bliver man ligesom tvunget til at gøre det, og på den måde giver det jo noget.*

Lærerne oplever altså, at den viden, de tilegner sig gennem deltagelse på kurser, ofte er svær at omsætte til ændringer i deres praksis, når de kommer tilbage til skolen. Når kursusvirksomhed foregår uden for klasselokalet og uden elever, vil det – lige som undervisningen af studerende på læreruddannelsesinstitutionen – blive en teoretisk undervisning i den forstand, at UV og LV ofte er fraværende. Med mindre man har for eksempel videooptagelser af undervisningssituationer eller elevproduceret materiale. Det er således lærerens opgave efterfølgende at omsætte denne viden til UV, hvilket ifølge lærerne ofte mislykkes – ”det stopper der” eller ”så kommer man ikke skridtet videre”. Lærernes beskrivelse vidner om et stærkt fokus på praksis – det er der, deres primære arbejde foregår. Teori beskrives ofte, for eksempel i de ovenstående citater, som noget, der er godt at bruge, hvis det er muligt. Den viden, de tilegner sig, skal de kunne tage ”med sig i (deres) fremtidige praksis” eller ”skal med ud i virkeligheden”. Tilegnelse af teoretisk viden, som ikke umiddelbart kan omsættes til ændringer i praksis, tillægges ikke umiddelbart værdi.

I forhold til udnyttelsen af den opnåede viden og implementeringen i den fremtidige praksis lægger lærerne vægt på, at lektionsstudierne foregår i et samarbejde med kollegaer fra deres skole, hvorved der skabes en fælles referenceramme, som kan udnyttes i det videre samarbejde. For eksempel siger Flemming:

Flemming (L): *Det er ikke bare, at vi går på et kursus en eftermiddag, og man kommer alene hjem med det, og hvem deler jeg det med? Vi kunne dele det bagefter, og jeg havde kollegaer, vi delte det med. Og det er meget vigtigt, at man er flere fra det samme arbejdssted, som deltager i det samme, så man har en fælles referenceramme.*

Muligheden for at anvende den erhvervede viden i en videre udvikling er afhængig af, at erfaringer og viden fra forløbet kan inddrages i det efterfølgende samarbejde med kollegaer.

Samtidig er erfaringerne nemme at dele med kollegaer efterfølgende på grund af den nære tilknytning til praksis. I modsætning til teoretisk viden, som ofte kræver en mere indgående og systematisk indføring. At flere lærere fra samme skole arbejder i det samme projekt er imidlertid ikke nogen garanti for, at der efterfølgende opstår forbedrede muligheder for samarbejde. Ikke mange af de interviewede lærere havde tidligere deltaget i udviklingsprojekter, men en af de enkelte, der havde, beskriver det således:

Knud (L): Vi har haft LP-modellen, som vi har kørt ind. Og det kørte jo med nogle teoretiske gange i løbet af to år faktisk. Men det føler jeg ikke rigtig blev implementeret. Det er ligesom om, at det er lidt glemt. Der prøvede vi også at koble noget praksis på, hvor vi skulle finde nogle problemstillinger, men det er ligesom, at det ikke helt blev fulgt til dørs, synes jeg. Så det er jo sjovt, det er jo ikke noget, man snakker om i dag.

I eksemplet deltager alle skolens lærere, og det blev forsøgt at ”koble noget praksis på”, men alligevel blev det ikke helt ”fulgt til dørs”. Det er naturligvis svært at afgøre, hvorfor Knud ikke oplever, at projektet har haft nogen større effekt, men det er kendetegnende for lærerne, at de beskriver en række tiltag – såvel kurser som udviklingsprojekter – som ikke har haft den ønskede effekt. For eksempel siger Ann:

Ann (L): Det har tit været nogle forløb, som man egentlig har fået væsentligt flere timer til, og så går man hen og bliver sådan lidt træt af det, og er egentlig glad for, at det er afsluttet til sidst. Den fornemmelse har jeg nogen gange haft, og ligesom følt – nu kommer der et eller andet ud af det – et skrift, noget på skrift, eller nogle forslag til et eller andet. Og kom det så alligevel længere end dertil, hvor det var på skrift? Så jeg kan egentlig godt lide, at det her er så – at man handler med det samme.

Ann er altså også skeptisk i forhold til effekten af forskellige udviklingsprojekter, hun har deltaget i. Hun oplever ikke, at ”et skrift” – måske en rapport – har den store effekt på hendes og kollegaers undervisning, i modsætning til lektionsstudier, hvor man ”handler med det samme”. Viden, der straks kan udmøntes i praksis, vurderes som bedre end den viden, der skrives i ”et skrift”. Sidstnævnte er oftest mere teoretisk viden, hvilket igen understreger lærernes fokusering på praksis frem for teoretisk viden.

Den meget begejstrede holdning til lektionsstudieformatet giver sig også udslag i, at alle lærerne er interesserede i at arbejde videre med formatet og anvende det som udviklingsredskab på deres skole. To eksempler på meget begejstrede udtalelser er Jørgen og Ann:

Jørgen (L): Ja, bestemt! Jamen, det er jo helt sikkert mit mål med det her lesson study, at brede det ud til resten af skolen. Selvfølgelig først i mindre grad – en årgang måske eller noget andet – men sådan i det store perspektiv at sprede det ud. For jeg synes virkelig, det giver meget.

Ann (L): Jamen, helt vildt meget. Det kribler nærmest i fingrene for at komme i gang, men jeg ved så også godt, at man lynhurtigt kommer ind i nogle hverdagsrutiner, som gør, at tingene kommer lidt på afstand. Men jeg har det rigtig meget sådan, at det her, det er lige det, der kan få fagsamarbejdet i gang. Jeg er rigtig glad for, jeg har været en del af det. (...) Så vil jeg

hellere bruge 10 timer på det end at holde fem møder to timer, og bagefter så kan vi ikke helt huske, hvad vi egentlig nåede på de fem møder.

Lærerne er generelt helt overbeviste om, at lektionsstudier er et godt redskab til at udvikle matematikundervisningen på deres skole – de glæder sig bare til at komme i gang. En del giver som Ann udtryk for, at lektionsstudier kan være med til at ”*få fagsamarbejdet i gang*”. Dette kan forstås sådan, at der ikke har været et fagsamarbejde, men det viser andre udtalelser, ikke er tilfældet. For eksempel siger hun på et andet tidspunkt:

Ann (L): Så vores fagudvikling ikke kun handler om, at vi skal mødes nogle gange om året og sidde rundt om et bord og snakke om, om vi nu er gode nok til at få it med i undervisningen eller til at evaluere og så videre, og så kommer det ikke længere end til, at vi har siddet der og udvekslet rundt om et bord.

Lige som en del af de øvrige lærere beskriver Ann fagteamsamarbejdet som en række møder, hvor matematiklærerne diskuterer forskellige spørgsmål, som man finder væsentlige for matematikundervisningen. Dette ligger helt i forlængelse af den undersøgelse af fagteamsamarbejdet i matematik i Danmark, som blev gennemført i Danmark i 2014 (Mogensen m.fl., 2014, s. 17). Heraf fremgår det, at faggruppesamarbejdet på langt de fleste skoler består af sådanne faggruppemøder og kun meget sjældent inddrager konkret praksis. Ann er tydeligvis utilfreds med udbyttet af dette samarbejde – ”*så kommer det ikke længere*”. Flere andre giver udtryk for de samme frustrationer i forhold til udbyttet af fagteamsamarbejdet. For eksempel siger Peter:

Peter (L): Det vil da være en udmærket måde at bruge noget af tiden på. I stedet for at sidde og skulle holde flere møder om ingenting, tænker jeg. Det her er jo noget konkret, som – det tror jeg da, at langt de fleste vil kunne arbejde i.

Det er igen et fælles træk, at lærerne betoner det stærke fokus på den konkrete praksis, og som det fremgår, er lærerne overbevist om, at ikke bare de selv, men også deres kollegaer vil finde det udbytterigt at lave lektionsstudier. Lærerne udtrykker med stor sikkerhed, at stort set alle deres kollegaer vil finde den direkte tilknytning til praksis mere udbytterig og relevant end for eksempel faggruppemøder og efteruddannelseskurser.

Lærerne blev også spurgt, hvilke forhindringer de kunne forestille sig i forhold til at indføre lektionsstudier som model for udviklingen af matematikundervisningen på deres skole. En enkelt lærer nævner, at der kan være lærere, som ikke ønsker at være sammen med kollegaer om en konkret praksis, da underviserrollen er for sårbar for dem. Herudover er den eneste forhindring, lærerne nævner, den tid – det vil sige økonomiske ressource – der skal bruges.

Knud (L): I forhold til lesson study – det er rigtig godt, men det tager også lang tid, så det er jo måske en af udfordringerne, kan man sige.

Ulf (L): Jeg kan jo bare ikke se, hvad det så ikke er hensigtsmæssigt at bruge pengene på i stedet – det er den samme pose. Men det ville være hensigtsmæssigt, det ville løfte undervisningen, er jeg overbevist om.

Som det fremgår af udtalelserne, forestiller flere af lærerne sig, at lektionsstudierne indføres i stedet for eksempelvis faggruppemøder eller efteruddannelse, således at det ikke kræver yderligere ressourcer. Herudover lægger flere lærere vægt på, at formatet skal indføres langsomt og som en fast model over flere år:

Flemming (L): *Det ville jo forandre undervisningen. (...) Ved at lave sådan et lesson study-forløb her, så kunne det godt være, man kunne sætte noget i gang. Jeg er ikke i tvivl om, hvis man gik ordentligt ind i det, og man sagde – ”det vil vi gerne”. Man skal give det et par år eller tre eller sådan. Man kan ikke gøre det på et år.*

Jørgen (L): *Og så selvfølgelig starte i det små, fordi det der med at brede det ud over hele skolen fra starten, det er dødt.*

Lærerne er enige om, at lektionsstudier har potentialet til at forandre matematikundervisningen på deres skole, hvis lærerne og skolen vælger at gå konstruktivt ind i det og arbejde med det over nogle år. Og det mener de, at deres kollegaer vil gøre. Mange af lærerne oplever det som meget tilfredsstillende, at udviklingen af viden og undervisning tager udgangspunkt i dem og deres viden. De får lejlighed til at anvende det felt, hvor de er allerstærkest, nemlig undervisningens praksis – i modsætning til mange andre fora, hvor de oplever, at de skal implementere viden, som kommer ’ovenfra’. Knud har en bemærkning, som i høj grad udtrykker denne tanke:

Knud (L): *Ja, jeg tænker altid, at alle ændringer der kommer nedefra, altid er farbare veje. Det er jo tit der, de vedvarende kulturændringer sker.*

Set i lyset af det ovenstående er det ikke overraskende, at lærerne også – entydigt – giver udtryk for, at lektionsstudier har potentiale til at udvikle matematikundervisningen generelt – for eksempel på landsplan. For eksempel svarede Jørgen:

Jørgen (L): *Ja. Det har det. Det er helt sikkert.*

Ulf udtaler endda, at det ikke kun er matematikundervisningen, som kan udvikles med lektionsstudier:

Ulf (L): *Jeg tror faktisk, at alle fag ville have godt af, at det blev udbredt, det her lektionsstudier.*

Et af de forhold flere lærere tager op, både i denne sammenhæng og i forhold til potentialet ved at implementere lektionsstudier på deres egen skole, er den personlige viden, som deres kollegaer og matematiklærere på andre skoler ligger inde med, og som de oplever, kun i alt for lille omfang bliver delt:

Jørgen (L): *Og så tænker jeg lidt, at hele det der samarbejde er sindssygt vigtigt. Også den her vidensdeling med hinanden – både skolerne imellem, men også internt på en skole. Det er noget, vi mangler. Altså rigtig mange matematiklærere især forbereder sig ikke sammen og videndeler ikke. Så der ligger rigtig meget gemt i alle mulige skuffer og på alle mulige computere, som det kunne være lækkert at få ud i offentligheden.*

Lærerne oplever, at der mangler fora for videndeling, både internt og mellem skoler. Nogle lærere fortæller, at dansklærere er bedre til at arbejde sammen om for eksempel planlægning

af undervisning, mens andre betoner, at der fra omgivelsernes side er fokus på andre forhold end den faglige undervisning:

Flemming (L): *Vi bliver overdænget med ting om børnenes sociale trivsel og så videre. (...) Det vil sige hele den dagsorden, den kommer ind over. Det her var det stik modsatte, at sige undervisning, det skal køre. Jeg kan jo ikke sige, hvad der sker i Japan i øvrigt, men jeg kan jo bare se, at der er vendt om på tingene, og jeg synes, det er vendt om i Danmark i for ekstrem grad.*

Flere lærere siger ligesom Flemming, at lektionsstudierne har adskilt sig fra andre aktiviteter i samarbejdet på skolen ved at behandle faglige elementer i matematikundervisningen frem for emner som eksempelvis børnenes sociale trivsel. Lærerne giver udtryk for, at der generelt er langt større fokus på denne type problemstillinger frem for fagspecifikke spørgsmål. Lektionsstudier kan derfor være et middel til i højere grad at få lærerne til også at diskutere matematikfaglige og fagdidaktiske problemstillinger med det formål at udvikle den enkelte matematiklærer og matematikundervisningen generelt. For eksempel siger Ann:

Ann (L): *Jeg synes, det rammer rigtig, rigtig godt i forhold til fagudviklingen. Det kunne jeg sagtens se var måden at udvikle faget på.*

8.4.5 Teori og praksis i læreruddannelsen

Det sidste afsnit behandler de studerendes oplevelse af sammenhæng mellem teori og praksis ved at deltage i lektionsstudier med lærere. Afsnittet er delt i to, således at de to vertikale akser i modellen behandles først og derefter den horisontale akse.

5.1 Lektionsstudierne har givet de studerende mulighed for at skabe sammenhæng mellem VSU og UV – på tværs af vertikal teori-praksis-akse 2. Sammenhængen skabes dog især mod højre i modellen, idet der ikke findes eksempler på, at praksis fra studielektionerne gøres til genstand for en analyse med inddragelse af VSU eller VMV.

Der findes i empirien ingen tegn på, at deltagerne har behandlet VMV i direkte sammenhæng med VSU – på tværs af vertikal teori-praksis-akse 1. Inddragelsen af VMV er i det hele taget meget begrænset.

De to vertikale teori-praksis-akser er placeret på hver sin side af VSU. Brugen af FM, og til dels lærebøger, er derfor afgørende for de studerendes mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af disse to akser. De studerende giver imidlertid stort set samstemmende udtryk for, at de kun i meget lille grad har diskuteret FM med lærerne ved lektionsstudierne – og i øvrigt heller ikke gør det i forbindelse med praktikken. Enkelte studerende siger ligefrem, at de aldrig har talt med lærere om FM. For eksempel Esben:

I: *Har du overhovedet nogen erfaringer, hvor du har talt med lærere om FM?*

Esben (S): *Nej, det har jeg faktisk ikke.*

Og Anne:

I: *Hvad med de der samtaler med lærerne, er der nogen forskel på, hvordan FM har indgået i lesson study i forhold til praktik?*

Anne (S): *Det har ikke indgået i nogen af delene.*

De fleste studerende er enten usikre på, om FM overhovedet har været nævnt, eller de giver udtryk for, at de *bliver nævnt en gang imellem*:

I: *Så det (FM) var ikke noget, I diskuterede meget?*

Frederik (S): *Nej, ikke som sådan.*

Lauras svar på samme spørgsmål:

Laura (S): *Det kan jeg ikke huske, om vi gjorde. Det har da sikkert været nævnt, men det kan jeg simpelthen ikke huske.*

Og Milles svar:

Mille (S): *Jeg synes ikke, at vi snakker så meget om FM. Det bliver lige nævnt engang imellem, at det også står i FM.*

I: *Taler du om praktik eller i det hele taget?*

Mille (S): *Jamen, i det hele taget – det er ikke noget, man hører så meget om blandt lærerne ude i skolen.*

Udtalelserne viser, at diskussionen mellem studerende og lærere om FM ikke har haft stor betydning for de studerende, hvis de overhovedet er blevet nævnt. Alligevel giver de studerende udtryk for, at FM har haft en betydning, idet de har *”ligget i baghovedet”* og er blevet diskuteret i gruppen af studerende:

Esben (S): *Jeg synes bare, det at vi havde arbejdet med dem her (på læreruddannelsesinstitutionen), inden vi begyndt at planlægge lesson study, så havde vi ligesom det i baghovedet – hvad det egentlig er, de skal kunne nå.*

Anne (S): *Jeg synes, vi har brugt FM mere i lesson study. Fordi i praktikken var det mere sådan, at der blev fastsat et emne, og vi bruger den her bog, og den kører vi igennem, og så kan I selv finde noget udover. (...) Hvor her har vi måske inden vi gik i gang, hvad er der for nogle mål, og hvad for nogle kan vi opfylde her? (...) Det har mere været os studerende, der har gjort det. Det har ikke været noget, lærerne har taget initiativ til, og det har heller ikke været noget, vi har snakket om.*

Frederik (S): *Jo, man bliver da i hvert fald meget bevidst om, hvad der står om trigonometri. (...) Vi havde dem sådan lidt i baghovedet – hvad man skulle opnå.*

De studerende giver stort set samstemmende udtryk for, at FM især er blevet inddraget og diskuteret i gruppen, inden lærerne blev inddraget i arbejdet. Ved forberedelsen af lektionen bygger de videre på indholdet af den indledende fase i den teoretiske undervisning, hvor centrale trinmål og afsnit fra læseplan og undervisningsvejledningen er blevet analyseret og diskuteret. De studerende oplever således, at der i lektionsstudieprojektet i nogen grad skabes

sammenhæng fra VSU til UV eller fra den teoretiske undervisning på læreruddannelsesinstitutionen til praksis på skolen.

Det er bemærkelsesværdigt, at lærerne i højere grad giver udtryk for, at FM har været brugt og diskuteret i den indledende forberedelsesfase. Således nævner seks af de otte lærere eksempler på, at konkrete trinmål blev valgt som udgangspunkt for lektionen:

Jørgen (L): *Der gjorde vi det, at vi faktisk tog FM i udskolingen – altså trinmålene efter 9. og sagde, at de skulle arbejde med kongruens og lighedannedhed. (...) Så det synes jeg bestemt, at vi brugte.*

Knud (L): *Vi blev nødt til at præcisere nogle mål i forhold til timen, men vi kiggede faktisk – jo det gjorde vi – vi læste kompetencerne igennem i FM og valgte de tre kompetencer ud, vi synes, vi kom mest ind på i timen der og læste også i målene.*

Ulf (L): *Vi talte om nogle af de kompetencer, som kom med ind omkring det her forløb. (...) Så det gjorde vi.*

De forskellige svar viser, at lærere og studerende oplever brugen af FM forskelligt, hvilket der kan være flere årsager til. For det første vurderes 'graden' af inddragelse i forhold til de øvrige sammenhænge, man indgår i. Lærerne giver udtryk for, at FM ikke bruges i det daglige arbejde, men for eksempel ved årsplanlægningen, hvorimod de studerende ofte anvender FM i den teoretiske undervisning. For det andet opfatter lærerne tydeligvis, at brugen af de matematiske kompetencer er det samme som brug af FM, hvorimod de studerendes udtalelse i højere grad tyder på, at de opfatter disse som et arbejdsredskab, som ikke nødvendigvis kædes sammen med FM.

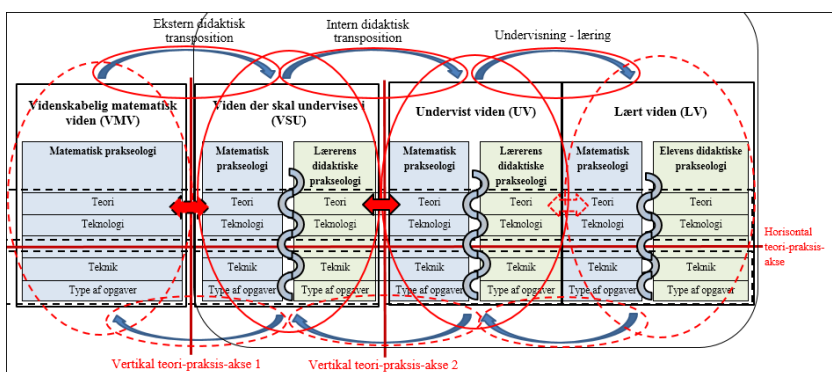
Af lektionsplanerne fremgår det, at selv om overskrifterne *Matematiske kompetencer*, *Matematiske emner/matematik i anvendelse* og *Matematiske arbejdsmåder* henviser direkte til de fire CKF'er⁷⁹ i FM, anvender kun en enkelt gruppe citater fra målbeskrivelserne i FM (Holme Skole 1). Hensigten med at have netop disse overskrifter var, at trinmålene i FM skulle være udgangspunkt for lektionsstudierne, men det lykkedes altså ikke. Det er naturligvis et udtryk for, at denne hensigt ikke er kommunikeret godt nok ud til deltagerne, men det indikerer samtidig, at de konkrete målbeskrivelser fra FM kun har spillet en mindre rolle. Hvis grupperne havde udvalgt konkrete trinmål, ville det være oplagt at skrive dem i lektionsplanen, hvor der var afsat plads.

Selv om de studerende altså tydeligvis oplever nogen grad af sammenhæng mellem den teoretiske undervisning og skolens praksis, er der ingen tvivl om, at denne sammenhæng kunne forstærkes, hvis den i højere grad blev gjort eksplicit, for eksempel i diskussionerne mellem lærere og studerende. Samtidig er sammenhængen tydeligvis kun i en retning – mod højre. Man vil sandsynligvis kunne opnå en tilsvarende sammenhæng mod venstre ved at relatere LV i form af observationer, elevproduktioner eller videooptagelser, som kan dokumentere eller sandsynliggøre elevens læring, til UV og VSU i form af de valgte trinmål.

⁷⁹ Centrale Kundskaber og Færdighedsområder.

Det findes der imidlertid ingen eksempler på i materialet. Denne problemstilling kunne sandsynligvis afhjælpes ved at afsætte mere tid til evalueringsmøderne og ændre dagsordenen, så observationerne i højere grad bliver relateret til lektionsplanen, herunder specielt lektionens mål. Eller ved at deltagerne foretager en nærmere analyse af videoerne på baggrund af lektionsplanen.

Af både de studerende og lærernes udtalelser ovenfor fremgår det, at FM har været brugt som udgangspunkt for forberedelsen af lektionen – mod højre i modellen, hvorimod der ikke er nogen eksempler på, at sammenhængen til VMV har været behandlet. Der findes enkelte eksempler på diskussioner af progressionen i stoffet, som indikerer en matematikfaglig analyse, men den tager i alle tilfældene udgangspunkt i FM's formuleringer, som angiver, at trigonometri bygger på målestoksforhold, lighedannedhed og kongruens. Der er således ingen tegn på, at lektionsstudierne har givet anledning til at skabe en direkte sammenhæng mellem VMV og VSU. Det skyldes først og fremmest, at både lærere, studerende og specielt selve lektionsstudieformatet er meget fokuseret på praksis – udformningen af en studielektion. Formatet – i hvert tilfælde i den form, det er gennemført i i dette projekt – lægger op til, at deltagerne bevæger sig fra VSU og mod højre i modellen.



Figur 8.8. Generelt oplever deltagerne en høj grad af sammenhæng mellem VSU og UV. Til gengæld er VMV og LV kun blevet inddraget i meget begrænset omfang. Oplevelsen af sammenhæng er især 'mod højre' i modellen, hvilket kan tilskrives den konkrete udformning af lektionsstudierne.

Hvis deltagerne skal have mulighed for at opleve sammenhæng mellem VMV og VSU, vil det forde en mere teoretisk analyse og diskussion af sammenhængen, som ikke umiddelbart bringer deltagerne nærmere på målet om at formulere og gennemføre en lektion. Det vil derfor kræve en nærmere formuleret teoretisk opgave, som så kunne være udgangspunkt for formuleringen af en lektion.

5.2 Deltagerne vurderer alle, at de i studielektionen både har arbejdet med den praktiske og den teoretiske blok i den matematiske praksologi. De oplever det samtidig som et problem, at der overvejende arbejdes med den praktiske blok i skolens matematikundervisning. Lektionsstudiet gav dem en kærkommen lejlighed til at arbejde med en alternativ undervisning, hvor den teoretiske blok var mere fremtrædende.

Inden spørgsmålene under Q6 (Praktisk og teoretisk matematik i studielektionen og folkeskolens matematikundervisning) blev deltagerne meget kort introduceret til Chevallards

opdeling af matematiske praksislogier i en praksisblok og en teoriblok. Den begrænsede tid muliggjorde ikke en fyldestgørende introduktion, så Chevallards navn og disse ord blev ikke nævnt. I stedet blev de to blokke præsenteret som henholdsvis *hvordan-matematik* med fokus på algoritmer og procedurer, som stiller og besvarer hvordan-spørgsmål, og *hvorfor-matematik* med fokus på forklaringer, begrundelser, ræsonnementer og argumenter, som stiller og bevarer hvorfor-spørgsmål. Alle interviewpersonerne accepterede umiddelbart denne opdeling og relaterede den til deres lektion, matematikundervisning i den danske folkeskole generelt og deres egen matematiklærerfaglighed. Der er dog enkelte eksempler, hvor samtalen tydeligt viser, at interviewpersonerne i nogen grad har misforstået opdelingen. For eksempel omtaler en interviewperson hvorfor-matematik som undersøgende arbejdsformer og hvordan-matematik som opgaveregning. En anden bytter helt konsekvent om på de to betegnelser. Det følgende skal derfor tages med et mindre forbehold. Det generelle indtryk af udtalelserne er dog meget klart, at interviewpersonerne forstår og anvender opdelingen på en relevant måde. Det underbygges også af, at der er meget stor overensstemmelse mellem besvarelserne af disse spørgsmål. Således kategoriserer læreren og den studerende umiddelbart vægtingen mellem de to typer i deres lektion ens⁸⁰ i syv af de otte grupper. I den sidste gruppe kategoriserer den studerende lektionen til at vægte hvorfor-matematik højest, hvorimod læreren vurderer de to til at vægte lige. Deltagernes kategorisering er samtidig stort set identisk med min kategorisering i afsnit 7.

Efter den indledende præsentation blev interviewpersonerne spurgt, hvordan de to typer af spørgsmål var vægtet i deres lektion. Det er tydeligvis et svært spørgsmål. I flere af interviewene holder interviewpersonen en tænkepause på 5-10 sekunder, inden han/hun svarer. Fra fire grupper svarer både lærere og studerende, at deres lektion *overvejende* behandlede hvorfor-spørgsmål og svar:

I: *Hvis vi nu kigger på det her lesson study-forløb, var det så meget hvordan-matematik eller hvorfor-matematik?*

Jørgen (L): *Det var meget hvorfor. Heldigvis (griner).*

Knud (L): *Åh jamen, det var det jo mest – var det ikke mest hvorfor-matematik, hvis jeg lige skal tænke over det?*

Andreas (S): *Det var hvorfor. (...) Altså, der er selvfølgelig noget med hvordan.*

Camilla (S): *Den er jo lidt svær, fordi – vi vil nok mest hvorfor, tænker jeg.*

Som det fremgår, er svarene lidt usikre: ”*meget hvorfor, var det ikke mest og vi vil nok mest*”. Af den efterfølgende dialog fremgår det dog, at både studerende og lærere mener, at der har været en klar overvægt af hvorfor-spørgsmål og svar. Deltagerne gav alle udtryk for, at lektionerne indeholdt begge typer spørgsmål og svar, og at de to blokke hænger uløseligt sammen, men det er altså muligt for dem at anvende kategoriseringen.

⁸⁰ Her er der taget højde for, at en studerende konsekvent byttet om på de to ’typer’ af matematik.

I tre grupper vurderede både læreren og den studerende, at vægtningen mellem de to typer i lektionen var stort set lige:

Anne (S): *Det var nok mest hvordan, men alligevel også hvorfor, fordi hvordan det er jo metode. Og det handlede om, at de skulle finde en metode. Det var det, der var i fokus. (...) Men når du skulle gøre det, så kræver det selvfølgelig noget argumentation. Så begge dele var inddraget, og det var selvfølgelig også meningen, selvom det var metoden, der var i fokus.*

Ann (L): *Vel egentlig begge dele, tror jeg. Det tog afsæt i "hvordan" – altså hvordan kan man gøre en figur større eller mindre? Så det var meget den der hvordan, som det startede ud i. Men så efterhånden som de skal prøve at beskrive, hvad de har gjort, og hvad der sker, så synes jeg også, at vi bevæger os ind i hvorfor.*

Samtlige deltagere vurderer altså, at deres lektion enten har en ligelig vægtning mellem de to typer, eller at der er en overvægt af hvorfor-matematik – den teoretiske blok. Dette står i skærende kontrast til deltagernes vurdering af skolens matematikundervisning generelt, som samtlige deltagere vurderer til at have en overvægt af hvordan-matematik – den praktiske blok:

I: *Hvis du kigger på matematikundervisningen i skolen – hvad tænker du om den?*

Jørgen (L): *Det er meget hvordan. Jeg kan heller ikke selv sige mig fri for den.*

Ann (L): *Jamen, ingen tvivl om, at "hvordan" fylder absolut mest. (...) Fordi det andet er svært. Helt vildt svært.*

Jesper (L): *Jeg er lidt bange for, at der er for meget hvordan. (...) Den der hvorfor, den synes jeg ikke rigtig, der er tid til – den kræver altså også virkelig meget.*

Knud (L): *Måske bliver det mest hvordan i en større del end hvorfor. Sådan er det bare nogle gange.*

Det er klart, at de studerende udtaler sig noget mere usikkert om dette spørgsmål, hvilket også flere som Camilla i citatet nedenfor gør opmærksom på, da de kun har deres praktik, deres egen skoletid og eventuelt et vikarjob at vurdere ud fra. Alligevel er deres vurdering helt på linje med lærernes:

Anne (S): *Hvordan-matematik. Helt sikkert. Vi var i en femte klasse, jeg ved ikke, om det har noget at sige, men det er måske også det, lærebøgerne lægger op til. I hvert fald den lærebog de havde, synes jeg.*

Camilla (S): *Altså stereotypen på det – nu er jeg ikke ude i folkeskolen – kun i de her praktikperioder, men det er, at der ikke er særlig meget hvorfor og rigtig meget hvordan.*

Esben (S): *Jeg tror måske, der er lidt mere hvordan-matematik, hvor man får præsenteret en model nærmest, og lærer at bruge den. (...) Jeg tror, de ville få en "egen forståelse" af det og lidt mere – en dybere forståelse – ved at arbejde med det på den anden måde.*

Mille (S): *Altså det der med almindelige færdighedsregning, det synes jeg, der er rigtig meget af. Det er meget det, der også er præsenteret i bøgerne, hvor jeg synes, det er vigtigt, at de*

kommer til at reflektere over, hvorfor de gør, som de gør – at det ikke bare bliver en procedure. Jeg synes mest, man ser, at det bliver procedure.

Søren (S): *Det, jeg har set, så er det den første (hvordan-spørgsmål). Helt klart. Der er ikke særlig mange hvorfor-spørgsmål. (...) Men det hjælper jo ikke på den lange bane, i og med at de ikke får forståelse – de får bare nogle værktøjer.*

Både lærere og studerende vurderer således, at der er en overvægt af hvordan-spørgsmål i skolens matematikundervisning i forhold til hvorfor-spørgsmål, og de er samtidig enige om, at hvorfor-spørgsmål bør vægtes mere, som det fremgår af mange af udtalelserne ovenfor. De studerende blev ikke direkte spurgt, hvorfor det forholder sig sådan, da det er meget svært for dem at vurdere, men nogle af dem kom alligevel med forsøg på forklaringer, som det ses af flere citater ovenfor. Lærerne blev til gengæld spurgt direkte til dette, hvilket de gav forskellige forklaringer på. Flere nævner, ligesom Anne og Mille i citaterne ovenfor, lærebøgerne:

Mette (L): *Jeg synes, den bog vi har, er supermeget fuld af hvordan.*

Herudover nævner flere lærere på forskellige måder kulturen i skolen som en forklaring. Kulturen hænger i høj grad sammen med lærebøgerne – lærebøgerne præger kulturen, og kulturen præger lærebøgerne. Knud siger, at ”sådan er det bare nogle gange”, og Jørgen giver i citatet ovenfor også tydeligt udtryk for, at han er utilfreds med, at hans egen undervisning i for høj grad præges af hvordan-spørgsmål, uden at han giver en nærmere forklaring. Jørgen siger senere:

Jørgen (L): *Og jeg tror lidt, at det også er en kultur, vi skal – vi skal simpelthen have bygget den op.*

Og på samme måde siger Ann:

Ann (L): *Jeg tror ikke, at man får ret mange til at sige, at det er et bevidst valg. Det er sådan, det kommer til at blive, selvom man måske nogle gange vil noget andet. Sådan er det i hvert fald for mit vedkommende.*

Lærerne giver altså udtryk for, at de er styret af en kultur, som de egentlig gerne vil gøre op med. Når de bliver spurgt nærmere ind til, hvad der styrer denne kultur, nævner de, ud over lærebøgerne, især tidsnød, som i citatet af Jesper ovenfor. Herudover giver flere af deltagerne, ligesom Ann og Jesper, udtryk for, at det er svært at tilrettelægge denne type undervisning, men at det også er meget svært for elever at deltage i:

Esben (S): *Jeg ville egentlig gerne have det til at være hvorfor-matematik med den lektion, vi lavede. Men det kunne bedre lade sig gøre i den første klasse, fordi de var bedre til det eksperimenterende arbejde.*

Flemming (L): *Jamen, jeg synes, der er for meget hvordan (...) Hvis der er for lidt hvordan i undervisningen, så bliver der for nogle elever for meget frustration – og for ikke at tale om, at forældrene bliver frustrerede.*

Elevernes frustrationer og vanskeligheder ved at arbejde med hvorfor-spørgsmål kan naturligvis hænge sammen med matematikundervisningens kultur og tradition – den måde,

de er vant til at arbejde på, eller *den didaktiske kontrakt* (Brousseau, 1984). Herudover giver lærerne udtryk for, at det er svært, og at de ikke er så dygtige til det – fordi kulturen og traditionen gør, at de har langt flest erfaringer med at arbejde med hvordan-spørgsmål.

Lærere og studerende vurderede altså, at lektionerne indeholdt både den praktiske og den teoretiske blok af den matematiske praksisologi, hvilket også analysen af videoptagelserne viser. Det skulle umiddelbart give eleverne mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af den horisontale teori-praksis-akse, og det har naturligvis også været formålet med at inddrage begge i lektionen. At der alligevel ikke altid skabes sammenhæng for eleverne, fremgår af analysen af videoptagelserne (afsnit 7). Til gengæld viser interviewene, at lærerne og de studerende er bevidste om sammenhængen og er optagede af at skabe denne sammenhæng i undervisningen. De oplever det som et problem, at hvordan-spørgsmål fylder for meget i skolens matematikundervisning, og de ønsker at tage fat på dette problem – lektionsstudiet var så en oplagt lejlighed. Det kan have betydning, at den overordnede didaktiske problemstilling var undersøgende, eksperimenterende arbejdsformer. I hvert fald forvekslede flere deltagere undersøgende arbejdsformer med hvorfor-matematik. Der kan være en sammenhæng mellem disse to – og der var en sammenhæng i mange af lektionerne, men der er ikke nødvendigvis en sammenhæng. Man kan for eksempel sagtens forestille sig at arbejde med hvorfor-spørgsmål i en traditionel klasseundervisning. Flere udtalelser tyder imidlertid på, at deltagerne har oplevet det som et udtalt mål med lektionsstudieforløbet:

Jørgen (L): (om lektionsstudier) *Jeg synes, at hele målet med det her var lidt at skabe den der hvorfor-kultur.*

Den opfattelse kan kun stamme fra, at den overordnede fagdidaktiske problemstilling var undersøgende, eksperimenterende arbejde.

9. Konklusioner og anbefalinger

I dette afsnit formuleres samlede konklusioner for hele projektet som et svar på de to forskningsspørgsmål. På baggrund af konklusionerne gives tre anbefalinger til matematiklæreruddannelsen.

Konklusionerne i afsnit 9.1 er formuleret som et svar på de to forskningsspørgsmål:

1. Hvordan oplever danske matematiklærerstudierende teori-praksis-problemstillinger i deres uddannelse?
2. Hvordan kan lektionsstudier i en dansk læreruddannelseskontekst bidrage til at udvikle de studerendes faglighed som matematiklærere?

Efter konklusionerne følger afsnit 9.2 med tre anbefalinger til nye tiltag i dansk matematiklæreruddannelse. Til slut følger en kort perspektivering, hvor nogle af afhandlingens konklusioner og anbefalinger perspektiveres ved at give en række forslag til videre forskning, som bygger på afhandlingens resultater.

9.1 Konklusioner

I det følgende afsnit formuleres fem konklusioner som et resultat af hele arbejdet. Først præsenteres to konklusioner som et svar på forskningsspørgsmål 1. Den første handler om den opstillede models anvendelsesmuligheder og forklaringskraft i forhold til at fungere som det teoretiske omdrejningspunkt for analysen. Den næste handler om de studerendes oplevelse af teori-praksis-problemstillingen. Konklusion 3 omhandler begge forskningsspørgsmål, idet den behandler de studerendes oplevelse af såvel den teoretiske undervisning og praktikken som lektionsstudier. Til slut følger to konklusioner, som besvarer forskningsspørgsmål 2. Konklusion 4 handler om prioriteringen af teori- og praksisblokkene i læreruddannelsen og skolen – og i de otte studielektioner. Konklusion 5 handler om deltagernes udbytte af lektionsstudierne og potentialet for brugen af lektionsstudier i læreruddannelsen.

Den første konklusion er samtidig en samlet vurdering af ATD-modellen på baggrund af hele arbejdet med denne afhandling. Konklusionen bygger naturligvis på mine personlige erfaringer med brug af modellen, men er samtidig dokumenteret gennem den forklaringskraft, den har vist gennem de tre analyseafsnit.

1. Den opstillede model har vist sig at være særdeles anvendelig i tre sammenhænge. Først som teoretisk forankring af det empiriske studie. Dernæst deskriptivt analytisk til strukturering og sammenfatning samt til teoretisk forklaring af de lærerstuderendes oplevelser af teori-praksis-problematikken. Til sidst er modellen også anvendt normativt til formulering

af anbefalinger til forbedringer af læreruddannelsen. ATD-modellen er et selvstændigt bidrag til forskningen, fordi den som noget nyt indfanger den samlede kompleksitet i matematiklæreruddannelsen i en model. Modellen har vist sig at være effektiv til at beskrive, analysere og forklare lærerfaglighed i forhold til de centrale teori-praksis-problemstillinger i matematiklæreruddannelse.

ATD-modellen er blevet udviklet gennem hele studiet, men var allerede i så færdig en form, inden de empiriske studier blev gennemført, at den blev benyttet til at designe de to studier. Problematikken er således først rammesat teoretisk, hvorefter de empiriske studier er designet. På den måde er de empiriske studier teoribaseret. Modellen har specielt været helt central i forbindelse med udformningen af de to interviewguides og strukturen for noderne ved kodningen af empirien. I alle sammenhænge har den virket som en konstruktiv ramme, som har organiseret studierne på en enkel og overskuelig måde, samtidig med at den har skærpet fokus på centrale teori-praksis-problemstillinger. Modellen har sikret, at alle væsentlige elementer er blevet inddraget for eksempel i interviewguiderne. Jeg har derfor helt undgået at mangle centrale informationer ved den efterfølgende analyse, fordi interviewpersonerne ikke er blevet spurgt.⁸¹

Herefter er modellen brugt deskriptivt analytisk i de tre analyseafsnit. Her har den vist sig særdeles stærk i forhold til at indfange og karakterisere matematiklærerfaglighed. På intet tidspunkt i analysen har der været elementer af matematiklærerfaglighed, som modellen ikke kunne indfange. Tværtimod har den ofte hjulpet både med at få øje på og i forhold til at præcisere og analysere væsentlige problemstillinger. Også i denne sammenhæng er modellens fokus på teori-praksis-problemstillinger en stor styrke.

Til slut er modellen blevet brugt normativt i forhold til at formulere anbefalinger for den videre udvikling af lektionsstudieformatet og matematiklæreruddannelsen generelt. For eksempel sætter modellen fokus på, at uddannelsen i højere grad bør fokusere på de to yderste søjler og på sammenhængen mellem teori- og praksisblokkene af den matematiske praksisologi i de forskellige søjler.

Modellen udgør en samlet beskrivelse af matematiklærerviden med fokus på sammenhænge mellem delelementer frem for opsplitning i delelementer, som det for eksempel er tilfældet i Shulman og Bass med forskellige kollegaers modeller (Ball & Bass, 2002; Ball m.fl., 2005). Det 'nye' i modellen er således, at den samler en meget kompleks problemstilling – beskrivelse af lærerfaglighed – i én model. Modellens fokus på sammenhænge på tværs af teori-praksis-akserne og mellem matematisk og didaktisk praksisologi er 'nedarvet' fra ATD, som generelt er en holistisk teori. Det vil sige, at modellen ikke kan reduceres til dens enkeltelementer. De enkelte elementer, for eksempel matematiske og didaktiske

⁸¹ Der er dog eksempler på, at jeg efterfølgende har kunnet ønske uddybninger af svar, samt at interviewpersonerne ikke har svaret præcist på spørgsmålene. Disse mangler skyldes dog på ingen måde modellen.

prakseologier eller teoriblok og praksisblok, skal ses i sammenhæng – de er indbyrdes afhængige.

Modellen bidrager samtidig til ATD på to områder. For det første ved at anvende ATD til karakterisering af matematiklærerfaglighed, og for det andet ved at kombinere to meget væsentlige begreber i ATD, prakseologier og didaktisk transposition, i en fælles model.

Ud over den deskriptive brug, som er demonstreret gennem analysen, vil modellen også efterfølgende kunne bruges normativt, for eksempel i forbindelse med tilrettelæggelse af undervisningen på læreruddannelsen. Det gælder både på lektionsniveau, ved planlægning af undervisningsforløb og ved organisering af større eller mindre dele af uddannelsen, for eksempel formulering af nye moduler i matematiklæreruddannelsen. Det er en væsentlig pointe, at alle elementer i modellen ikke skal indgå i et undervisningsforløb. Modellen kan bruges til at vælge centrale elementer ud. Over en længere periode skal alle elementer dog indgå. Samtidig er det væsentligt at fokusere på sammenhænge i modellen – specielt teori-praksis-sammenhænge og sammenhængen mellem matematisk og didaktisk prakseologi.

2. De studerende har svært ved umiddelbart at redegøre for såvel den matematiske som den fagdidaktiske teori, de har arbejdet med i den teoretiske undervisning. Den teori, som de også har arbejdet med i lektionsstudierne, inddrager de imidlertid aktivt og med god forståelse. Samtidig har de svært ved at forbinde den teoretiske undervisning til praktikken, blandt andet fordi praktikken har et helt andet fokus. Praktikken giver et væsentligt bidrag til de studerendes lærerfaglighed, men har en række begrænsninger i forhold til at skabe sammenhæng med den teoretiske undervisning.

De studerende har svært ved at redegøre for henholdsvis den matematiske og den fagdidaktiske teori, de har beskæftiget sig med i den teoretiske undervisning (første studie, konklusion 2.1 og 2.2). Den eneste undtagelse er det matematiske kompetencebegreb (Niss & Jensen, 2002) og The Teaching Gap (Stigler & Hiebert, 1999), som også er behandlet gennem de første lektionsstudier. De studerende opnår således et væsentligt bedre udbytte ved også at arbejde med teorien i tæt tilknytning til praksis – en gevinst, de også selv er opmærksomme på (første studie, konklusion 6.1). Denne gevinst opnås dog ikke gennem praktikken (første studie, konklusion 1.4). Det hænger blandt andet sammen med, at praktikken kun i meget begrænset omfang har fokus på teoretisk viden. I stedet er der fokus på *”konkrete, praktiske, ofte helt personlige erfaringer med underviserrollen”* (første studie, konklusion 1.2). Dette fokus forstærkes yderligere af praktikvejledningen (første studie, konklusion 1.3).

I enkelte tilfælde kan de studerende bruge løsrevne elementer fra den teoretiske undervisning i praktikken, men grundlæggende oplever de, at deres læring i praktikken handler om helt andre aspekter af det at være lærer. Nogle studerende beskriver det som ’den virkelige verden’, som ligger langt fra ’den teoretiske verden’ på læreruddannelsesinstitutionen.

Oplevelsen af den teoretiske undervisning understreges af, at de studerende oplever de pædagogiske fag og matematik som adskilte fag (første studie, konklusion 5.1). Havde de i højere grad forbundet den viden, de har tilegnet sig i de to fag, med praksis, ville de alt andet lige også i højere grad forbinde dem med hinanden, da de to fagområder i praksis er uløseligt forbundet med hinanden.

De studerende prioriterer generelt skolematematik frem for VMV (første studie, konklusion 1.1), hvilket naturligvis har indflydelse på den manglende matematiske teori. Denne tendens kan være forstærket af, at de studerende (og lærerne) giver udtryk for, at matematikundervisningen i skolen hovedsagligt har fokus på praksisblokken, hvorimod undervisning på læreruddannelsen hovedsageligt har fokus på teoriblokken af den matematiske prakseologi. Det kan altså være svært umiddelbart at se en 'overførselsværdi'.

3. De studerende er både i den teoretiske undervisning, i praktikken og ved lektionsstudierne, især fokuseret på de to midterste søjler i modellen, VSU og UV, samt den interne didaktiske transposition.

Den overvejende del af læringssituationerne i læreruddannelsen bevæger sig 'fra venstre mod højre' i modellen. Det gælder både den teoretiske undervisning, praktikken og lektionsstudierne i det andet studie.

Matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen behandler VMV, VSU i form af FM⁸² og i enkelte tilfælde også intern didaktisk transposition i form af formulering af undervisningsaktiviteter, som oftest ikke bliver gennemført i praksis. De studerende finder det væsentligt, at de tilegner sig VMV på et højt niveau (første studie, konklusion 2.1). De har imidlertid svært ved at begrunde nødvendigheden af en høj faglighed, ud over at de er bekymrede for at fremstå som fagligt utilstrækkelige i en undervisningssituation, for eksempel over for dygtige elever. Fra matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen fremhæver de studerende eksemplariske situationer, hvor VMV behandles på en måde, så de kan se en sammenhæng med undervisningen i skolen (første studie, konklusion 1.1). I disse situationer fokuserer de dog især på den læring, de tilegner sig om undervisningen i skolen frem for VMV, og opnår dermed ikke det fulde udbytte af muligheden for at skabe sammenhæng på tværs af vertikal teori-praksis-akse 1. Generelt fokuserer de studerende kun i meget begrænset omfang på VMV, og de har svært ved at komme med relevante og lærerige eksempler på VMV, som de har tilegnet sig i undervisningen (første studie, konklusion 2.1).

Undervisningen i praktikken tager oftest udgangspunkt i elevernes lærebog⁸³ (VSU), som de studerende bruger til at forberede UV, det vil sige udføre den interne didaktiske transposition og efterfølgende gennemføre undervisningen. De studerende er især fokuseret på UV, specielt den praktiske blok af lærerens didaktiske prakseologi (første studie, konklusion 1.2). De

⁸² I nogle tilfælde analyseres også forskellige lærebogssystemer i matematikundervisningen.

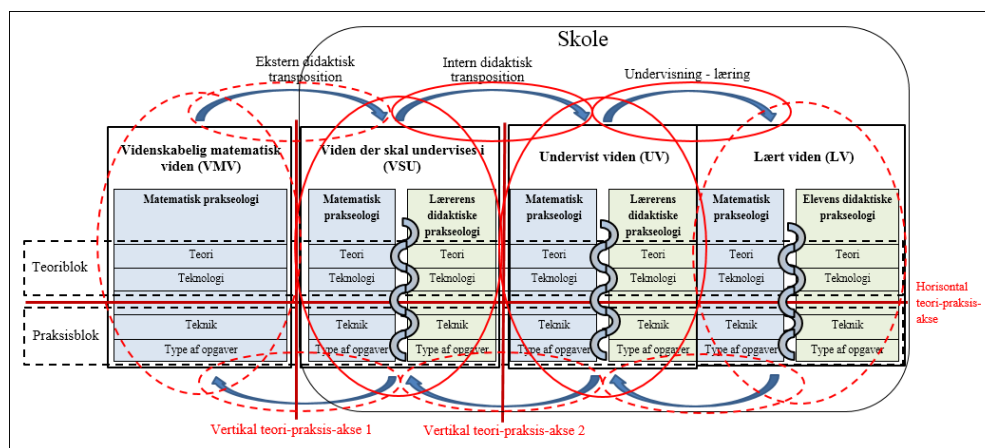
⁸³ De studerende kan i nogle tilfælde også vælge et alternativt undervisningsmateriale eller at producere materiale selv.

omtaler kun i meget begrænset omfang LV, og der er ingen tegn på, at VMV bliver behandlet, heller ikke ved samtalerne med praktiklæreren. Der er derfor heller ikke ved praktikken umiddelbart nogen mulighed for at skabe sammenhæng på tværs af vertikal teori-praksis-akse 1.

Ser man på den 'sædvanlige' undervisning på læreruddannelsen (den teoretiske undervisning og praktikken) samlet, svarer det i modellen til en bevægelse fra VMV mod venstre til UV, startende med den teoretiske undervisning og efterfulgt af praktikken. Der er nogen overlap i form af VSU og intern didaktisk transposition. De studerende beskæftiger sig imidlertid med forskellige elementer inden for kategorierne i de to læringsrum, og det er derfor svært for dem at skabe sammenhæng mellem de to dele. I den teoretiske undervisning beskæftiger de sig overvejende med teoretiske overvejelser og FM og stopper, inden de 'når til' UV. I praktikken forbereder de konkret undervisning med udgangspunkt i et undervisningsmateriale – oftest uden at medtænke FM. I forhold til den interne didaktiske transposition forberedes undervisning i det første tilfælde ud fra teoretiske overvejelser og skal ikke konfronteres med praksis. I det andet tilfælde starter processen ved forberedelse ud fra lærebogen og bliver kun i begrænset omfang konfronteret med teorien. I stedet forberedes og tilpasses undervisningen til den konkrete praksis. Skillelinjen mellem den teoretiske undervisning og praktikken går således ofte midt gennem VSU – mellem FM og lærebøger.

Ud over den manglende sammenhæng på tværs af de vertikale teori-praksis-akser er der samtidig en tendens til, at de studerende fokuserer på de to midterste søjler, VSU og UV, samt den interne didaktiske transposition, frem for de to yderste søjler, VMV og LV. Det samme er imidlertid tilfældet for de otte studieelektioner i det andet studie. Her kan fokuseringen være

forstærket af, at skabelonen til lektionsplanen og projektets design især har fokus på VSU og UV, blandt andet ved at tildele mere tid til forberedelsesfasen frem for efterbehandlingen af undervisningen. Denne prioritering betyder samtidig, at deltagerne i forløbet hovedsageligt bevæger sig mod



Figur 9.1. Projektets design betød, at der især blev fokuseret på VSU, UV og intern didaktisk transposition. En ændring af designet vil sandsynligvis kunne flytte fokus til andre områder i modellen og dermed ændre læringspotentialet.

højre i modellen. Udgangspunktet er hovedsageligt i VSU⁸⁴, og via intern didaktisk transposition bevæger fokus sig gradvist imod UV. En ændring af skabelonen og oplægget til arbejdet ville kunne ændre dette fokus, så LV i højere grad blev inddraget, og deltagerne i højere grad kom til at bevæge sig mod venstre også. Specielt ville en grundigere efterbehandling, for eksempel med udgangspunkt i, at deltagerne analyserede videoerne med fokus på LV og undervisning-læring-relationen og 'tilbage' mod UV, VSU og VMV, kunne fremme et sådant fokus. Samtidig kunne en opfordring eller et krav om indsamling af elevprodukter fra lektionerne have forbedret muligheden for, at deltagerne kunne analysere og dokumentere LV, hvilket ville være et nyttigt udgangspunkt for en analyse 'mod venstre' i modellen.

4. Både lærere og studerende vurderer, at skolens matematikundervisning i høj grad er fokuseret på praksisblokken af den matematiske praksisologi. De studerende vurderer, at matematikundervisningen på læreruddannelsesinstitutionen i høj grad er fokuseret på teoriblokken. Lektionsstudierne indeholdt alle både teoriblokken og praksisblokken, og flere lykkedes med at skabe sammenhæng mellem de to blokke for eleverne.

Selv om det ofte var svært for deltagerne at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken i de otte studielectioner, viser analysen, at samtlige lektioner inddrager både den teoretiske og den praktiske blok af den matematiske praksisologi (konklusion 1, afsnit 7.9). Det står i klar kontrast til deltagernes oplevelse af 'sædvanlig' undervisning i skolen, hvor de giver udtryk for, at praksisblokken – desværre – fylder langt mest (andet studie, konklusion 5.2). Samtidig er der en modsætning mellem skolen og læreruddannelsens fokusering på teoriblokken (første studie, konklusion 4.1). Sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken er imidlertid en helt central pointe i matematik og derfor en generel fordring for både læreruddannelsen og skolens matematikundervisning. Opdelingen i teoriblok og praksisblok sætter netop fokus på, at det er væsentligt at forbinde de to blokke, at forstå dem i sammenhæng – både i læreruddannelsen og i skolens matematikundervisning. Det er klart, at både eksempler i typer af opgaver og begrundelser og ræsonnementer i teoriblokken er væsentligt forskellige i de to sammenhænge, men oplevelsen af sammenhæng mellem de to er helt central i matematik.

De studerendes manglende oplevelse af sammenhæng mellem teoriblok og praksisblok kan være en del af forklaringen på den manglende sammenhæng mellem VMV og skolematematik. Det er derfor hensigtsmæssigt at se på de to problemstillinger i sammenhæng. En umiddelbar udfordring er i højere grad at være eksplicit omkring den direkte sammenhæng. Det kan for eksempel gøres ved at konstruere og analysere eksempler på sammenhørende matematiske praksisologier i læreruddannelse og skole, som det er vist med eksemplet i afsnit 3.4. Nogle af disse eksempler bør afprøves i praksis i skolen, så der

⁸⁴ De studerende har dog via den teoretiske undervisning også udgangspunkt i VMV.

åbnes mulighed for også at foretage en analyse 'mod venstre' i modellen, det vil sige hvor VSU og VMV analyseres ud fra UV og LV.

Opdelingen af matematiske prakseologier i teoriblok og praksisblok har vist sig at være et særdeles effektivt teoretisk værktøj, som har sat fokus på centrale problemstillinger. Sammenligning af teoriblok og praksisblok i de fire søjler, samt i skolen i forhold til læreruddannelsen, er en yderligere kvalitet, som er en følge af modellens sammenkædning af didaktisk transposition og prakseologier.

5. Både lærere og studerende oplever, at lektionsstudierne har været særdeles lærerige. Begge grupper er samtidig meget positive i forhold til samarbejdet, som de giver udtryk for åbner nye muligheder for udvikling af matematikundervisningen. Udviklingen af undervisningen styrkes og underbygges af 'konfrontationen' mellem teoretisk viden og praksisviden, som henholdsvis de studerende og lærerne overvejende bidrager med. Gennem den ligeværdige dialog mellem lærere og studerende og det fælles fokus på planlægning af lektionen åbner lektionsstudier for et nyt læringspotentiale for både lærere og studerende, sammenlignet med den sædvanlige vejledningssamtale mellem studerende og praktiklærer. Lektionsstudier bør derfor ses som et supplement til praktikken og *ikke* som en erstatning.

Deltagerne fremhæver i begge studier planlægningsfasen (første studie, konklusion 6.2 og andet studie, konklusion 1.1) som den mest lærerige fase i lektionsstudierne, men også de øvrige faser (første studie, konklusion 6.3 og 6.4, andet studie, konklusion 1.3 og 1.4) vurderes særdeles positivt af både lærere og studerende. Der er mindre forskelle på nuancerne, når de to grupper beskriver, hvilken læring der har været mest værdifuld. Der er blandt andet en tendens til at lægge vægt på nytteværdien i forhold til deltagerens personlige arbejde/studie, frem for den mere grundlæggende ide om at udvikle undervisning generelt (andet studie, konklusion 1.2 og 1.3).

Lærerne giver samstemmende udtryk for, at lektionsstudier er et relevant arbejdsredskab til udvikling af matematikundervisningen (andet studie, konklusion 2.3). De er specielt begejstrede for dialogens 'intensitet' og tætte tilknytning til praksis samt det faglige fokus på undervisningen frem for almene og sociale problemstillinger (andet studie, konklusion 4.1).

I forhold til praktikken oplever de studerende lektionsstudierne som mere forpligtende og i højere grad som sammenhængende med den teoretiske undervisning (første studie, konklusion 1.5). Det er dog meget forskelligt, i hvor høj grad de oplever, at der er sammenhæng mellem den matematiske viden (VMV), de opnår ved lektionsstudierne, og den teoretiske undervisning. Det faglige matematiske udbytte af lektionsstudierne vurderes generelt som meget begrænset. Det er en væsentlig pointe, at de studerende vurderer læringsudbyttet fra praktikken og lektionsstudierne som meget forskelligt, men at de to supplerer hinanden. Lektionsstudier kan således ikke erstatte praktikken, men er et væsentligt supplement.

Både lærere og studerende vurderer samarbejdspartnerens henholdsvis (overvejende) praksisviden og (overvejende) teoretiske viden som særdeles værdifulde i forhold til egen læring. Samtidig giver de udtryk for, at samarbejdet – herunder specielt konfrontationen af praksisviden og teoretisk viden – i høj grad er befordrende i forhold til udvikling af matematikundervisning generelt (andet studie, konklusion 2.1). Der er således et stort potentiale i samarbejdet mellem lærere og studerende.

Lektionsstudieformatet har, sammen med fokuseringen på det ligeværdige forhold mellem lærere og studerende, været med til at ændre dialogen mellem de to grupper og dermed læringspotentialet, radikalt (andet studie, konklusion 2. 2). Tre konkrete omstændigheder for dialogen er væsentlige. For det første dialogens omfang, for det andet dialogens placering inden gennemførelse af undervisningen, og for det tredje dialogens fokusering på undervisning frem for underviseren. Deltagerne vurderer, at dialogen i forbindelse med lektionsstudierne bliver mere fokuseret, og at de i højere grad opnår læring om relevante faglige og fagdidaktiske problemstillinger.

9.2 Anbefalinger til matematiklæreruddannelsen

1. For i højere grad at skabe mulighed for, at de studerende oplever sammenhæng mellem den teoretiske undervisning og praksis, skal der etableres et nyt *tredje læringsrum* som et supplement til den teoretiske undervisning og praktikken. Lektionsstudier er en oplagt mulighed med et stort potentiale – specielt hvis den knyttes tæt til den teoretiske undervisning. De mange muligheder i lektionsstudieformatet bør desuden udforskes nærmere i en læreruddannelseskontekst.

Studiet har vist, at der er behov for, at der etableres et tredje læringsrum i matematiklæreruddannelsen, som i højere grad giver de studerende mulighed for at skabe sammenhæng mellem den teoretiske viden og praksis i skolen. Lektionsstudier har i høj grad vist sig at give dem mulighed for at skabe denne sammenhæng og er således en oplagt mulighed. Lektionsstudier har et helt andet læringspotentiale end praktikken og skal således implementeres i tæt tilknytning til den teoretiske undervisning – som et supplement til praktikken.

Dette studie har underøgt lektionsstudieformatet i en helt afgrænset sammenhæng: i forbindelse med læreruddannelsen, med deltagelse af både lærere og studerende, uden tilknytning til praktikken, en enkelt studielektion gentages to gange. Disse, og en lang række andre parametre, kan og bør ændres og afprøves, således at lektionsstudieformatets fulde potentiale bliver undersøgt. De meget positive resultater af dette (og andre) studier bør følges op i fremtiden.

2. Der skal etableres fora, hvor studerende og lærere kan samarbejde om udviklingen af matematikundervisningen. Ligeværdigt samarbejde mellem lærere og studerende har vist sig at have et stort potentiale, både i forhold til studerende og læreres tilegnelse af lærerfaglighed og i forhold til udvikling af skolens matematikundervisning. Lektionsstudier er også her en oplagt mulighed.

Studiet viser, at der ligger et stort, uudnyttet potentiale i at bringe lærerstuderende og lærere sammen om at udvikle matematikundervisningen. Nye fora bør derfor udforskes med henblik på implementering i læreruddannelsen. Det er afgørende, at samarbejdsformen ikke er 'belastet' af studerende-vejleder-forholdet i praktikken.

Etablering af nye fora er afhængige af tildeling af midler til de deltagende lærere. Der er imidlertid tale om et meget beskedent omfang – i dette projekt ti arbejdstimer per deltagende lærer. Med det forventede udbytte for lærerne og skolens undervisning er det rimeligt at forestille sig, at skolerne selv finansierer deres deltagelse. I en opstartsfasen kan det imidlertid være nødvendigt at tage nogle af midlerne fra læreruddannelsen – for eksempel fra de midler, der er afsat til mentorer og praktiklærere.

3. Matematiklæreruddannelsen skal i højere grad fokusere på de to yderste søjler i modellen, LV og VMV. Det forstærkede fokus på VMV skal ske i tæt tilknytning til praksis, det vil sige i sammenhæng med de tre øvrige søjler. Læreruddannelsen skal i højere grad opstille læringssituationer, som bevæger sig fra højre mod venstre i modellen, for eksempel ved at tage udgangspunkt i LV.

LV og VMV underprioriteres i forhold til VSU og UV i matematiklæreruddannelsen (jf. konklusion 3). Der er derfor behov for et øget fokus på LV og VMV – både i den teoretiske undervisning, i praktikken og i et nyt tredje læringsrum.

Studiet peger på et behov for, at matematikundervisningen på læreruddannelsen i højere grad skaber sammenhæng mellem VMV og de øvrige søjler i modellen. I forbindelse med den teoretiske undervisning tyder de studerendes udtalelser på, at eksemplarisk undervisning, hvor der skabes sammenhæng mellem VMV og undervisningen i skolen (1. studie, konklusion 1.1), er velegnet til at motivere dem for at beskæftige sig med VMV. Samtidig anviser det en konkret praksis, som VMV kan 'hænges op på', hvilket styrker kvaliteten af de studerendes læring. De studerendes mulighed for at anvende VMV i deres fremtidige praksis er i høj grad afhængig af, at den er tilegnet i tilknytning til praksis. Det er nødvendigt, at de studerende i den eksemplariske undervisning bringes til i højere grad også at fokusere på tilegnelsen af VMV. Fascinationen og motivationen for at beskæftige sig med den konkrete undervisningspraksis i skolen må ikke overskygge de faglige mål om at tilegne sig VMV. Et styrket fokus på VMV kan også opnås gennem etableringen af et nyt tredje læringsrum.

Fokus på LV, og på læringssituationer som bevæger sig fra højre mod venstre i modellen, kan både etableres gennem et samarbejde mellem praktikken og den teoretiske undervisning, og

gennem etablering af et nyt tredje læringsrum. I lektionsstudieprojektet i det andet studie er der fokus på pilene mod højre, men det er ikke et karakteristikum for lektionsstudieformatet. I nye forløb kan man vælge nye fokusområder og så designe sit projekt derefter, og dermed for eksempel sætte mere fokus på pilene mod venstre.

9.3 Perspektivering

Samtidig med at det gennemførte projekt har produceret svar på de stillede forskningsspørgsmål, rejser der sig naturligvis en række nye spørgsmål, både til teorien og til praksis i såvel skolen som i læreruddannelsen. Det er spørgsmål, der hver især kan give anledning til yderligere forskning.

I forhold til teorien vil det blandt andet være interessant at foretage en nærmere analyse og sammenligning af min ATD-model og Schulmans (1987) tredeling af lærerviden og den bestemmelse af *mathematical knowledge for teaching*, som er udviklet på grundlag heraf (Ball m.fl., 2008). Matematiklærerfaglighed er et komplekst og mangefacetteret begreb, som fremdeles kalder på forskningsmæssig afklaring. Der er imidlertid, som ved flere andre felter af matematikkens didaktik, tale om, at forskellige teoretiske tilgange lever relativt adskilt. En sådan analyse skulle svarende hertil ikke sigte på at skabe en sammenfattende syntese af de to modeller, men derimod søge at afklare og synliggøre deres forskelle og ligheder, styrker og svagheder.

I forhold til praksis er der stadig behov for videre afprøvninger af lektionsstudieformatet, såvel i læreruddannelsen som i arbejdet med udviklingen af læreres matematiklærerfaglighed. I forbindelse med læreruddannelsen vil det eksempelvis være interessant at undersøge formatets potentiale, hvis det implementeres som en del af praktikken. Endelig har det ligeværdige samarbejde mellem lærere og lærerstuderende om at udvikle matematikundervisning vist sig at være særdeles frugtbart. Det er min klare overbevisning, at der i dette element ligger et stort uudforsket område, som har et kæmpestort potentiale.

Set i et læreruddanner perspektiv er et ph.d.-studium en mulighed for at opnå et større teoretisk indblik i læreruddannelsens teori og praksis. Gennem erfaring med undervisning opbygger undervisere i læreruddannelsen en praksis viden, men på samme måde som i skolen er der en risiko for, at denne viden bliver løsrevet fra den teoretiske viden. Det er således særdeles relevant og lærerigt at få lejlighed til at udforske den daglige praksis nærmere, både i et teoretisk og i et praksisperspektiv. På mange måder er denne situation parallel til lærernes situation i skolen, når de beskriver muligheden for at udforske praksis i et teoretisk lys i lektionsstudierne. Det karakteristiske for begge professioner er udfordringen med at skabe sammenhængen mellem teori og praksis. Læreruddannere er praktikere ligesom lærere. For begge grupper er det afgørende at have indsigt i samspillet mellem teoretisk viden og praksisviden. I forhold til den horisontale teori-praksis-akse er udfordringen på mange måder den samme i skolen og på læreruddannelsen – at skabe sammenhæng mellem teoriblokken og praksisblokken. I forhold til de to vertikale teori-praksis-akser er situationen for underviseren på læreruddannelsen noget mere kompleks, idet den studerende skal opnå indsigt i samspillet

på tværs af disse. I skolen er opgaven 'kun', at eleven opnår indsigt i den matematiske prakseologi.

Opstillingen af modellen har bidraget til forskningsfeltet med en dybere forståelse af teori-praksis-relationen i læreruddannelsen. Studiet har givet mig personligt en ny indsigt, som gør, at jeg nu er en anden læreruddanner, end jeg var før. Det er mit håb, at mit arbejde og denne afhandling kan få en vis indvirkning også på andre læreruddannere og dermed på matematiklæreruddannelsen generelt.

10. Litteratur

Agudelo-Valderrama, C. & Clarke, B. (2005). *The challenges of mathematics teacher change in the Colombian context; The power of institutional practices*. Paper presented at the conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil.

Anesen, E., Lund, K., Hven, F., Nørgaard, F. & Christensen, A. Stik mod forventningerne. *Matematik*, 4, 14-15.

Ball, D.L. & Bass, H. (2002). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds.) *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, 3-14. Edmonton: CMESG/GCEDM

Ball, D., Bass, H., Sleep, L. & Thames, M. (2005). A theory of mathematical knowledge for teaching. In *a Work-Session at the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil*. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.

Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2005). Didactic Restrictions on the Teacher's Practice: The Case of Limits of Functions in Spanish High Schools. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 235-268.

Bednarz, N. & Proulx, J. (2005). Practices in mathematics teacher education programs and classroom practices of future teachers: From the teacher educator's perspectives and rationales to the interpretation of them by the future teachers. In *conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil*. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.

Bendix, M., Jensen, T & Dammeyer, S. (2014): Realitet eller drømmetænkning. *Matematik*, 3, 14-15.

Bergsten, C. & Grevholm, B. (2005). The didactic divide and educational change. In *conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil*. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.

- Bergsten, C., Grevholm, B. & Favilli, F. (2009). Learning to Teach Mathematics: Expanding the Role of Practicum as an Integrated Part of a Teacher Education Programme. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 57-70). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.
- Bilsted, E. (2010). *Lektionsstudier i matematikundervisningen. En præsentation af syv superlektioner*. København: Forlaget Navimat.
- Blomhøj, M. (2013). Hvad er undersøgende matematikundervisning – og virker den? I: M.W. Andersen & P. Weng (Red.). *Håndbog om matematik i grundskolen. Læring, undervisning og vejledning*. Viborg: Dansk Psykologisk forlag.
- Bomann, G. (1979). *Gads Fagleksikon. Matematik*. København: G E C Gads Forlag.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51-65.
- Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. *Theory of mathematics education*, 54, 110-119.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics 1970-1990*. (Edited and translated N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland og V. Warfield). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brunner M., Kunter, M. Krauss, St. Klussman, U, Baumert, J. Blum, W. m.fl. (2006). Die professionelle kompetenz von Mathematiklehrkräften: Konzeptualisierung, erfassung und bedeutung für den unterricht. Eine zwischenbilanz des CAOACTIV-Projekts. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Eds.). *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule. Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (pp. 54-83). Münster: Wawmann.
- Bünger, M., Lind, L. & Halkjær, L. (2014): Matematikken bag forstørrelse og formindskelse. *Matematik*, 1/2014.
- Cajkler, W. & Wood, P. (2015). Lesson Study in initial teacher education. In P. Dudley (Ed.), *Lesson Study. Professional learning for our time* (pp. 107-127). London: Routledge.
- Carr, W. (1986). Theories of Theory and Practice. *Journal of Philosophy of Education*, 20(2), 177-186.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1988). Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In C. Laborde (Ed.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 97–106). Grenoble: La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In: *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 21-30).

Chevallard, Y. (2012). *Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counterparadigm*. Paper presented at The 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea. Retrieved from: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/RL_Chevallard.pdf

Chevallard, Y. & Bosch, M. (2014). Didactic Transposition in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 170-174). Dordrecht: Springer.

Danmarks Evalueringsinstitution (2012). *Fælles Mål i folkeskolen. En undersøgelse af lærernes brug af Fælles Mål*. København: Danmarks Evalueringsinstitut.

Darling-Hammond, L. & Snyder, J. (2000). Authentic assessment of teaching in context. *Teaching and Teacher Education*, 16 (5), 523-545.

Davis, B., Brown, L. & Jaworski, B. (Ed.) (2009). Development of Teaching in and from Practice. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 149-166). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.

Dudley, P. (2013). Teacher learning in Lesson Study: What interaction-level discourse analysis revealed about how teachers utilized imagination, tacit knowledge of teaching and fresh evidence of pupils learning, to develop practice knowledge and so enhance their pupils' learning. *Teaching and Teacher Education*, 34, 107-21.

Dudley, P. (2015). How Lesson Study works and why it creates excellent learning and teaching. In P. Dudley (Ed.), *Lesson Study. Professional learning for our time* (pp. 1-28). London: Routledge.

Durand-Guerrier, V. & Winsløw, C. (2005). *Education of lower secondary mathematics teachers in Denmark and France: a comparative study of characteristics of the systems and their products*. Paper presented at the conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.

Elipane, L.E. (2012). *Integrating the essential elements of lesson study in pre-service mathematics teacher education*. IND skriftserie no. 27. Copenhagen: Department of Science Education.

Euklid (1904). *Euklids Elementer V-VI*. (Oversat af Thyra Eibe). København: Nordisk Forlag.

Even, R. & Ball, D. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study*. New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.

- Favilli, F. (Ed.). (2006). *LOSSTT-IN-MAT- Lower secondary school teacher training in mathematics. Comparison and best practices*. Pisa: PLUS-Pisa University Press.
- Fernández, M.L. & Robinson, M. (2007). Prospective teachers' perspectives on microteaching lesson study. *Education*, 127(2), 203-215.
- Fernández, M.L. & Zilliox, J. (2011). Investigating Approaches to Lesson Study in Perspective Mathematics Teacher Education. In L.C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and practice in Mathematics Education* (pp. 85-102). New York: Springer.
- Gellert, U. (2009). Practicing Mathematics Teacher Education: Expanding The Realm of Possibilities. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 35-55). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.
- Hansen, H.C., Skott, J. & Jess, K. (2007). *Matematik for lærerstuderende. Ypsilon. Basisbog, bind 1*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.
- Hart, L. C., Alston, A & Murata, A. (Eds.). (2011). *Lesson Study Research and practice in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Hiebert, J., Morris, A.K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(3), 201-222.
- Iverson, H.L., Lewis, M.A. & Talbot, R.M. (2008). Building a framework for determining the authenticity of instructional tasks within teacher education programs. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 290-302.
- Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y. and Miyakawa, T. (Eds.) (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics. Its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific.
- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 187-211.
- Jensen, S.B., Light, A.S. & Christensen, A.A.: Kropsnær matematik! *Matematik*, 2, 16-17.
- Jensen, T., Kamstrup, A. & Haselmann, S. (2008). *Professionsbacheloruddannelserne - De studerendes vurdering af studiemiljø, studieformer og motivation for at gennemføre*. København: AKF. Hentet fra <http://www.kora.dk/udgivelser/udgivelse/i3714/Professionsbacheloruddannelserne>
- Kaarstein, H. (2014). A comparison of three frameworks for measuring knowledge for teaching mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(1), 23-52.
- Kotelawala, U. (2012). Lesson Study in a Methods course: Connecting Teachers Education to the field. *Teacher Educator*, 47(1), 67-89.

Köhler, T.J., Kjær, K.T., Pedersen, J., Duus, M., & Jensen, R.S. (2014). Trigonometri = Trekkanter + Tobleroner. *Matematik*, 4, 12-14.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *InterView. Introduktion til et håndværk* (2. udg.). København: Hans Reitzels Forlag.

Leikin, R. & Dinur, S. (2003). Patterns of flexibility: Teachers behaviour in mathematical discussion. In the *Electronic Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Retrieved from http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG11/TG11_Leikin_cerme3.pdf

Leikin, R., Lavav-Waynberg, A. Gurevich, I. & Mednikov, L. (2006). Implementation of multiple solutions connecting tasks: Do students' attitudes support teachers' reluctance? *FOCUS on Learning Problems in Mathematics*, 28, 1-22.

Lerman, S. (2009). Studying Student Teachers' Voices and Their Beliefs and Attitudes. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 73-82). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.

Lewis, C.C. & Hurd, J. (2011). *Lesson Study Step by Step: How Teacher Learning Communities Improve Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Lewis, C., Perry, R. & Murata, A. (2006). How Should Research Contribute to Instructional Improvement? A Case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.

Liljedahl, P. (2009). Components of Mathematics Teacher Training. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 25-33). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.

Lorenzen, R.H., Svendsen, R.E. & Nørlem, K. (2014): Kollegial sparring mellem lærere og studerende? *Matematik*, 2, 14-16.

Madsen, L.M. & Winsløw, C. (2009). Relations between teaching and research in physical geography and mathematics at research-intensive universities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2009, 7, 741-763.

Makinae, N. (2010). The origin of lesson study in Japan. In *5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education: In Search of Excellence in Mathematics Education, Tokyo*. (Vol. 15, p. 2011). Retrieved from <http://www.lessonstudygroup.net/lg/readings/TheOriginofLessonStudyinJapanMakinaeN/TheOriginofLessonStudyinJapanMakinaeN.pdf>

Miyakawa, T. & Winsløw, C. (2009). Didactical designs for students' proportional reasoning: an "open approach" lesson and a "fundamental situation". *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 199-218.

- Miyakawa, T & Winsløw, C. (2013). Developing mathematics teacher knowledge: the paradigmatic infrastructure of “open lesson” in Japan. *Journal of Mathematics Teacher Education* 16 (3), 185-209.
- Mogensen, A. (2011). *Point-driven Mathematics Teaching Studying and Intervening in Danish Classrooms* (PhD dissertation). Roskilde University. (484 - 2011).
- Mogensen, A. (2015). *Lektionsstudier i skolen – kollegial sparring gennem fælles studier*. Frederikshavn: Dafolo.
- Mogensen, A., Rask, L., Lindhardt, B., Østergaard, K. & Rostgaard, P. (2014). *Kortlægning af Fagteamsamarbejde og matematikvejlederfunktion i grundskolen*. Rapporten bliver senere tilgængelig på www.emu.dk.
- Moreira, P. & David, M. (2005) *Mathematics in teacher education versus mathematics in teaching practice: A revealing confrontation*. Paper presented at the conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.
- Neubrand, M. Seago, N. & Wood, T. (Ed.). (2009). The Balance of Teacher Knowledge: Mathematics and Pedagogy. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 211-225). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.
- Nielsen, T.K. (2014). *Teori og praksis i professionsbacheloruddannelserne. Et systemisk review*. (Ph.d. afhandling). Institut for uddannelse og Pædagogik, Faculty of Arts, Aarhus Universitet.
- Niss, M. & Jensen, T.H. (Red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring – Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie 18. København: Undervisningsministeriet.
- Nyboe, H. & Rasmussen, K. (2015). Lektionsstudier som praksissamarbejde. *Unge Pædagoger*, 76(2), 3-12.
- Petersen, M.M., Krogh, T.L., Asmussen, R.D. & Helgesen, S.H. (2014). Lignedannethed i 3. klasse, hvordan det? *Matematik, 1*, 12-13.
- Potari, D. (2011). Response to part II: Emerging issues from Lesson Study Approaches in Prospective Mathematics Teacher Education. In L.C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and practice in Mathematics Education* (pp. 127-132). New York: Springer.
- Punam, R.T. & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational researcher*, 29(1), 4-15.

- Rasmussen, K. (2016). *Praxeologies and Institutional Interactions in the advanced Science Teacher Education* (PhD dissertation, Copenhagen University). Retrieved from http://www.ind.ku.dk/begivenheder/2016/phd-defense/Dissertation_compiled_KR_16_final.pdf
- Rasmussen, M.D. (2015). Fagdidaktisk udvikling gennem lektionsstudier. *KVAN - Et tidsskrift for læreruddannelsen og folkeskolen*, 103(35), 51-61.
- Rowland, T., Thwaites, A. Huckstep, P. (2005). *The Knowledge Quartet: a Framework for Reflection, Discussion and Professional Development*. Proposal for a demonstration session at the conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.
- Rønn, E. & Henriksen, B. (2013). Lektionsstudier i læreruddannelsen. *MONA*, 2, 84-87.
- Scherer, P., & Steinbring, H. (2006). Inter-Relating Theory and Practice in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 103-108.
- Schoenfeld, A.H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.): *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Volume 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Schou, J., Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstuderende, 4.-10. klasse. Omega*. København: Forlaget Samfundslitteratur.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researchers*, 27(2), 4-13.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Skott, C.K. & Kaas (2015). Matematiklæreres planlægningspraksis og læringsmålsstyret undervisning. *MONA*, 4, 7-24.
- Skott, C.K. & Østergaard, C.H. (2015). Lektionsstudier i dansk læreruddannelse. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(1), 101–122.
- Skott, J. (2001) The emerging practices of a novice teacher: The roles of his school mathematical images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 3-28.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstuderende, Delta*. København: Forlaget Samfundslitteratur.
- Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers' for improving education in the class room*. New York: The Free Press.
- Sørensen, M., Wendelboe, N. & Platz, K. (2014): Hvor højt flyver dragen? *Matematik*, 3, 12-14.

- Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotná, J. (2009). Overview of Teacher Education Systems Across the World. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 15-23). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.
- Tirosh D. & Tsamir, P. (2005). *Formulating and developing a didactics of mathematics component in a teacher education program. Research and instruction*. Paper presented at the conference of the 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.
- Undervisningsministeriet. (2009). *Fælles Mål 2009, Matematik*. København: Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14.
- Undervisningsministeriet (2014a). Fælles Mål, matematik. Hentet fra <http://www.emu.dk/modul/matematik-m%C3%A5l-1%C3%A6seplan-og-vejledning>
- Undervisningsministeriet (2014b). *FP9. 9.-klasseprøven. Matematisk færdigheder. December 2014*.
- Undervisningsministeriet (2015). *FP9. 9.-klasseprøven. Matematiske færdigheder. Maj 2015*.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. (Trans: M. Cole, S. Scribner, V. John-Steiner & E. Souberman). Cambridge: Harvard University (Original work published in 1934).
- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Winsløw, C. (2006a). *Didaktiske Elementer. En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik*. København: Biofolia.
- Winsløw, C. (2006b). Didaktiske miljøer for ligedannedhed. *MONA*, 2, 47-62.
- Winsløw, C. (2009). Et mysterium om tal – og japanske lektionsstudier. *MONA*, 1, 31-43.
- Winsløw, C. (2011). Anthropological theory of didactic phenomena: some principles of its use in the study of mathematics education. I M. Bosch Casabo, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage, ... M. Languier (red.), *Un panorama de la TAD*. (pp.. 117-140). Centre de Recerca Matemàtica.
- Winsløw, C. (2012). *Mathematics at university: The anthropologic approach*. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, 2012. http://www.icme12.org/upload/submission/1874_F.pdf.
- Winsløw, C., Bergsten, C, Butlen, D., David, M., Gómez, P., Grevholm, B., ... Wood, T. (2009). First years of Teaching. In R. Even & D. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study* (pp. 93-101). New ICMI study series, vol. 11. New York: Springer.

Wood, T. (2005). *Developing af more complex form of mathematics practice in the early years of teaching*. Paper presented at the conference of th 15th ICMI Study on the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, Águas de Lindóia, Brazil. Retrieved from <http://www.mathunion.org/icmi/digital-library/icmi-study-conferences/icmi-study-15-conference/>.

Xu, H. & Pedder, D. (2015). Lesson Study. An international review of the research. In P. Dudley (Ed.), *Lesson Study. Professional learning for our time* (pp. 29-58). London: Routledge.

Yu, P. W. D. (2011) Lesson Study as a Framework for Preservice Teachers' Early Field-Baed Experinces. In L.C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and practice in Mathematics Education* (117-126). New York: Springer.

Østergaard, K. (2011). *Evaluering af "GeoGebra og lektionsstudier"*. Hedensted Kommune. Upubliceret evalueringsrapport. Morten Misfeldt har bekræftet udtalelsen i en personlig kommunikation.

Østergaard, K. (2013). *Theory and practice in mathematics teacher education*. Artiklen er præsenteret ved CITAD 4, 21-26 april 2013 i Toulouse, og optaget i konferencens proceedings.

Østergaard, K. (2015). A model of theory-practice relations in mathematics teacher education. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.) *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4-8 February 2015)* (pp. 2888-2894). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Bilag

Oversigt over bilag

- Bilag 1: Projektbeskrivelse
- Bilag 2: Notat fra opstartsseminar
- Bilag 3: Skabelon til lektionsplan
- Bilag 4: Oplæg til artikel
- Bilag 5: Noder – første studie
- Bilag 6: Noder - andet studie

Bilag 1: Projektbeskrivelse

Projekt Lesson studies⁸⁵

Læreruddannelsen i Aarhus og Aarhus Kommune, Børn og Unge er gået sammen om et projekt, hvor Lesson study formatet (se nedenfor) afprøves og udvikles i en dansk kontekst med deltagelse af både matematiklærere og lærerstuderende med matematik som linjefag. Lesson studies er et japansk format for aktionsbaseret udvikling af undervisning samt lærere og lærerstuderendes undervisningskompetence. Hovedprincippet bag Lesson Studies er, at deltagerne – her lærere og lærerstuderende i samarbejde – gennem fælles forberedelse, afprøvning, analyse og diskussion af eksemplariske undervisningsplaner, behandler centrale fagdidaktiske og faglige temaer. Gensidig observation og efterfølgende refleksion over især elevernes udbytte er afgørende elementer i formatet.

Konkret skal lærerstuderende og lærere i dette projekt bruge formatet i grupper på 4-6 personer med en matematikunderviser ved læreruddannelsen som vejleder. Den fælles forberedelse af lektionen tager udgangspunkt i en udvalgt faglig eller fagdidaktisk problemstilling, som for eksempel kan være *Brug af dynamiske geometriprogrammer, Trigonometri* eller *Undervisningsdifferentiering og inklusion*. Temaet introduceres på opstartsseminaret og de studerende har på forhånd arbejdet med det valgte tema i matematikundervisningen på læreruddannelsen. Sideløbende med forberedelsen af lektionen planlægges fokuspunkter for observationen af lektionen, således at observationerne målrettes de problemstillinger, som diskuteres i forberedelsen. Centralt er også udarbejdelsen af en skriftlig *lektionsplan*, som blandt andet indeholder eksplicite overvejelser over lektionens faglige og pædagogiske mål samt hypoteser om elevernes strategier i forhold til de opgaver, de stilles overfor. Lektionen gennemføres efterfølgende af en lærerstuderende, mens resten af gruppen observerer ud fra de aftalte fokuspunkter. Lige efter lektionens gennemførelse evalueres lektionen efter en nøje fastlagt dagsorden med udgangspunkt i såvel underviserens som observatørernes iagttagelser. Evalueringen munder ud i forslag til ændringer af lektionen og en reformulering af lektionsplanen, hvorefter lektionen gennemføres af en ny lærerstuderende i en ny klasse. Lektionsplanen redigeres derpå færdig, som en syntese af de indvundne erfaringer. Det skal understreges, at læringsudbyttet af et lektionsstudium ikke alene – eller bare hovedsageligt – angår den pågældende lektion. Tværtimod er denne arbejdsform velegnet til at arbejde med mere overordnede pædagogiske og didaktiske principper – på et helt konkret og empirisk grundlag, hvor sådanne principper får betydning og kan konfronteres med lærerens daglige virkelighed.

Se i øvrigt vedhæftede artikel:

Arne Mogensen: *Lesson study i Danmark?* Mona 2009-2.

Økonomi

Projektet er en del af et udviklingsprojekt i VIA og et ph.d. projekt – skolerne skal således ikke betale for deltagelse. De to deltagende matematikundervisere ved Læreruddannelsen i Aarhus, Arne Mogensen og Kaj Østergaard, er projektledere, står for det fælles seminar, vejleder

⁸⁵ I denne afhandling kaldes projektet *Lektionsstudier med lærere og lærerstuderende*.

grupperne, og deltager i nogle af lektionerne. Arne og Kaj vil samtidig indsamle data i form af observationer og interviews, som skal anvendes i forbindelse med evaluering, vurdering og videreudvikling af erfaringerne.

Børn og Unge frikøber hver deltagende lærer (4 lærere pr. skole) i 10 arbejdstimer jf. nedenstående oversigt over tidsforbrug.

Fælles seminar.	4 timer
Forberedelse af studielektion i grupper med både lærere og lærerstuderende.	2 timer
Første gennemførelse af lektionen. En deltager underviser, resten observerer.	1 time
Efterbehandling af lektionen med fælles refleksion og tilretning. Alle deltager.	1 time
Gentagelse af lektionen i en parallelklasse eller på et klassetrin "i nærheden".	1 time
Evaluering af denne lektion og forløbet.	1 time
I alt	10 timer

Tidsplan

Projektet gennemføres i tidsrummet fra sommerferien til efterårsferien 2013. Opstartsseminaret afholdes medio september og lektionerne gennemføres i uge 40.

For yderligere information kontakt Jørgen Korsgaard, joko@aarhus.dk, mobil 2338 0131

Med venlig hilsen

Jørgen Korsgaard

Bilag 2: Notat fra opstartsseminar

Arne Mogensen og Kaj Østergaard, 12/9 2013

Lesson study seminar

Kun lærerne selv kan gennemføre ændringer i deres praksis, og nøglen til succes er i egne hænder, når du tager kontrollen over din egen løbende, professionelle udvikling. Men en kollegial drøftelse kan bidrage til sammenhæng i emner og forløb på langs i skoleforløbet og tværs mellem kolleger.

Faglærere på én skole kan organisere et såkaldt lesson study forløb, hvor en lektion planlægges med en omhyggelig lektionsplan udarbejdet i fællesskab af flere lærere, men udføres af blot én af dem med de andre som observatører (video eller foto), og endelig efterbehandles (fx en time) af den samlede gruppe, hvor én påtager sig tovholder-rollen.

Forskning i et dansk lesson study forløb har vist, at faglærere på én skole med en begrænset brug af ressourcer kan støttes i betydelige ændringer mod en pointe-orienteret undervisning. Lærerne vægtede den fælles planlægning af studielectioner, og de anså den kollegiale sparring efter hver af disse lektioner for værdifuld. Nogle understregede pladsen til forskellighed og den velstrukturerede samtale. Faglig sparring i et åbent kollegialt miljø blev således anbefalet. Studiet viste, at læreres vilje til at handle med professionalisme på den samme skole kan bygge bro på tværs af eventuelle "teaching gaps" mellem fagkolleger.

Mål

- At udvikle og støtte den kollegiale samtale mellem lærere med praksiserfaring og lærerstuderende med teoretisk viden om *lesson study* for en styrket faglighed (med faglige pointer) i skolens matematikundervisning.
- At opnå erfaringer med en metode til kollegial faglig sparring i forbindelse med konkret matematikundervisning
- At opnå erfaringer med, hvordan *lesson study* kan hjælpe med at implementere nye metoder og faglige emner
- At identificere, hvilke (gerne nye) tilgange til undervisning, de involverede lærere og lærerstuderende selv ønsker at afprøve
- At undersøge, hvordan man kan inddrage eleverne aktivt og fremme deres læring gennem *lesson study*.

I samarbejde mellem lærere og lærerstuderende afprøves *lesson study* i en konkret skolepraksis, hvor der forinden og efterfølgende reflekteres over konsekvenserne af de didaktiske valg, der er foretaget i planlægningsfasen.

Lesson study synes særlig nyttig til at finde nye måder at undervise på i svære emner eller for at fremme bestemte overliggende mål. *Lesson study* fremmer en udviklingsmæssig tilgang til observationer af undervisning og læring, med fokus på at observere virkningen af undervisning, snarere end at se på selve lærerens præstation.

Oplæg

1. *Lesson study* traditionen fra Japan + et klip af en udvalgt japansk video fra en lektion i 6. klasse om udfoldning af cylinder www.criced.tsukuba.ac.jp/math/video/previous/ (Arne Mogensen).
2. *Lesson Study* i vores (danske) projekt (Arne Mogensen).
3. Præsentation af lektionsplansskabelon, observationsskema og disposition for evalueringsmøde (Kaj Østergaard).
4. Introduktion af fagligt emne: Trigonometri (Kaj Østergaard).

Workshop

Det følgende arbejde foregår i *lesson study* grupperne, bestående af 2-4 studerende og 2-3 lærere

- Formulér ét fagligt fokuspunkt indenfor trigonometri og herudfra et udfordrende læringsmål, som sigter imod et bestemt klassetrin. Hvis klassetrinnet er under 7. klasse vælges et fokuspunkt indenfor de områder, som danner baggrund for trigonometri.
- Start planlægning af en "studielektion" herom med brug af skemaet *Lektionsplan*.
- Aftal et fælles møde for lærere og studerende på skolen (max 2 timer), hvor resten af lektionen forberedes samt to tidspunkter for lektionens gennemførelse (eventuelt samme dag) i uge 40.
- Husk at skaffe tilladelse til videooptagelse.

Gennemførelse af lektionen

Lektionen skal gennemføres i to klasser i uge 40, hver efterfulgt af et fælles evalueringsmøde efter nedenstående plan

- En af de lærerstuderende fra gruppen gennemfører lektionen første gang, mens de andre observerer (og filmer).
Lige efter gennemførelsen af lektionen afholdes et evalueringsmøde (der er afsat 1 time for alle) som munder ud i en tilretning af lektionen.
- Herefter underviser en ny lærerstuderende (eller en lærer, hvis gruppens beslutter det) fra gruppen i samme lektion, men i en anden klasse, mens de andre observerer (og filmer).
- Til sidst afholdes endnu et evalueringsmøde med samme dagsorden som sidst (der er igen afsat en time).

Opsamling i skolens fagteam

Hvis det er muligt, vises et klip fra lektionen frem på hver skoles næste fagteammøde.

Der tages stilling til muligheden for at deltage i enten et nyt *lesson study* med lærerstuderende i uge 13, 2014 (ultimo marts) og på tilsvarende vilkår, eller om strategien nu skal afprøves med egne kolleger fra skolen, "styret" af en lokal vejleder eller koordinator.

Opsamling i læreruddannelsen

Her refereres de valgte og afprøvede forløb af de lærerstuderende i den normale undervisning for hele hold 12.32. Der udformes en artikel (gerne med bidrag fra de erfarne lærere), illustreret med mindst ét still-foto fra en lektionerne, og med vægt på både mål, lektionsplan, observationer og afsluttende vurdering.

Medbring 1-2 korte videoklip (max 5 min.) fra lektionen.

Forskningsmæssig opfølgning

Efter forløbet interviewes én studerende og én lærer fra hver gruppe. Interviewene vil tage ca. 45 minutter. I løbet af december-januar gennemføres et kortere interview med en lærer fra hver skole, for at undersøge mulige effekter af projektet på de enkelte skoler.

Bilag 3: Skabelon til lektionsplan

Lektionsplan

Dato:
Klasse:
Skole:
Lærer:
Planlægningsgruppe:

Lektionens titel:
Matematisk(e) kompetence(r):
Matematiske emner/matematik i anvendelse:
Matematiske arbejdsmåder:

Undervisningsplan

Nøglebegreber/læringsmål for lektionen:
Plan for lektionen (med tidsangivelse):
Iscenesættelse, motivation, nøglespørgsmål:
Materialer, it-program, arbejdsark etc.
Tips til læreren: Husk, bemærk, det er godt at ...

Observationer/Tegn

Alle observatører tager notater

<p><u>Observationer på elevernes deltagelse:</u> Udsagn, motivation, aktiv deltagelse etc. Stillede eleverne nye spørgsmål? Hvor mange elever? Hvordan reagerede elever på uenigheder?</p>
<p><u>Faglige observationer:</u> Er eleverne undersøgende eksperimenterende? Elevers strategi. Fandt eleverne selv et mønster? Hvad er svært/let for eleverne? Hvor mange elever? Elevproducerede løsningsmetoder? Arbejdes der med hvorfor-spørgsmål? Stilles hvad-nu-hvis-spørgsmål?</p>
<p><u>Specielle elever.</u> "Stille", svage, dygtige, dominerende elever....</p>
<p><u>Lærerspørgsmål:</u> Hvilke spørgsmål stiller læreren? Hvordan reagerer eleverne? Hvordan reagerer læreren på elevernes respons? Hvilke elevtyper bliver spurgt af læreren?</p>
<p><u>Elevspørgsmål:</u> Hvilke spørgsmål stiller eleverne? Hvordan svarer læreren? Hvordan bruger eleverne lærerens svar?</p>

Evalueringsmøde

Regler for evalueringsmødet:

- Ordstyreren sørger for, at dagsordenen nedenfor følges nøje. Under punkt 2 og 3 er der en der har ordet og ikke andre.
- Lektionen er hele gruppens ansvar og omtales som "vores" lektion.

Dagsorden

- 1) Valg af ordstyrer og referent (disse to poster går på skift). Læreren er ikke hverken ordstyrer eller referent.
- 2) Læreren har ordet (5 minutter)
 - a. Opridser målet med lektionen
 - b. Specielle vanskeligheder i lektionen.
 - c. Sammenhæng mellem planen og den egentlige gennemførelse af lektionen
 - d. Aspekter som læreren ønsker evalueret
- 3) Runde hvor observatørerne har ordet på skift
 - a. Beskrivelse af de vigtigste observationer
 - b. Beskrivelse af observationer på aspekter, som læreren ønsker evalueret (pkt. 2d)
- 4) Diskussion fokuseret på observationsdata i forhold til målet med lektionen.
 - a. Observationerne fra punkt 3 diskuteres
 - b. Hvilke observationer indikerer at eleverne tilegner sig aspekter af de intendede kompetencer?
 - c. Formulering af specielt vigtige elementer, som læreren skal være opmærksom på. Disse tilføjes i lektionsplanen.
- 5) Forslag til forbedringer af lektionen.
 - a. Diskussion af forslag til ændringer af lektionsplanen
 - b. Ændringer af lektionsplanen
- 6) Evaluering af forløbet.
 - a. Planlægning
 - b. Gennemførelse
 - c. Evalueringsmøde

Lesson Study artikel, efterår 2013

Målet for lesson-study forløbet var (som bekendt fra seminar-oplægget):

- At udvikle og støtte den kollegiale samtale mellem lærere med praksiserfaring og lærerstuderende med teoretisk viden om *lesson study* for en styrket faglighed (med faglige pointer) i skolens matematikundervisning.
- At opnå erfaringer med en metode til kollegial faglig sparring i forbindelse med konkret matematikundervisning
- At opnå erfaringer med, hvordan *lesson study* kan hjælpe med at implementere nye metoder og faglige emner
- At identificere, hvilke (gerne nye) tilgange til undervisning, de involverede lærere og lærerstuderende selv ønsker at afprøve
- At undersøge, hvordan man kan inddrage eleverne aktivt og fremme deres læring gennem *lesson study*.

Hvis/når holdets artikler samles - eller sendes hver for sig - til en artikel i et fagligt tidsskrift som MATEMATIK, må der begås et indledende afsnit, der beskriver konceptet, dvs. det innovative i dette samarbejde mellem studerende og erfarne lærere, uden for normal praktik. Det skal altså ikke beskrives særlig udførligt i hver rapport.

Vi opfordrer jer til at forsøge at inddrage de deltagende lærere i skrivningen af artiklen - de kan kommentere jeres artikel eller medskrive afsnit om deres egen rolle og udbytte.

Overskrift/titel

- Overskrift og fulde forfatternavne fra alle, der bidrager skriftligt.
- Anfør jeres navne under overskriften og skolens navn et sted i artiklen
- Vis, hvor I forestiller jer 1-2 "stillbilleder" fra videoen og skriv *Figurtekst: xxxx*

Det faglige afsæt

I hver artikel må det fremstå klart - også gerne i den valgte overskrift - at jeres planlægning tog afsæt i et geometriforløb med én bestemt faglig pointe! Det skal endvidere fremgå, hvorfor den valgte pointe er væsentlig i forhold til det overordnede emne trigonometri. Pointen må gerne stå tydelig og skarp (så det også kan konstateres, om den kom frem i lektionen).

Forløbet

Hvordan forløb studielektionen, i forhold til hvordan I havde forestillet jer, at den skulle forløbe? I hvor høj grad opnåede eleverne de opstillede mål? Hvilke ting korrigerede I mellem de to gennemførelser af lektionen og hvilken virkning fik det? Hvilke grundlæggende erfaringer om undervisningen i (indledende øvelser til) trigonometri, har I fået?

Udbyttet

Tag udgangspunkt i mindst ét af målene for lesson-study forløbet her i efteråret. Gengiv det sammen med jeres vurdering af proces og resultat.

- Hvordan gik det, nåede I (noget af) det?
- Hvad kunne forbedre forløbet?
- Hvilke anbefalinger kan I give på dét grundlag til arbejdet på netop jeres studium - eller evt. til hele læreruddannelsen?
- Hvilke anbefalinger kan I give til arbejdet i netop denne skoles fagteam?

Undervejs kan I vælge et eller flere af Arnes "gamle" spørgsmål ud, og give jeres vurdering af sådanne forhold - men selvfølgelig uden at referere til, at han havde en sådan liste:

- *Skal der så være en pointe i hver time?*
- *Kan lærere være mere fælles om planlægning?*
- *Bør der altid være en skriftlig lektions-plan!? Evt. kort og i en skabelon?*
- *Giver forløbet synspunkter på fagligt niveau og faglig sammenhæng?*
- *Hvordan vurderer I forholdet mellem undervisernes (= studerendes + læreres) viden, holdning og erfaring?*

Bilag 5: Noder – første studie

Name	Sources	References
Q.1 Indledende spørgsmål om oplevelse af læring i læreruddannelsen	0	0
Læring generelt	1	2
Læring LIA contra praktik	5	61
Læring matematikundervisning LIA	5	18
Læring Praktik	5	26
Læring praktikundervisning	5	13
Q.2A Vurdering af akademisk, fagdidaktisk teori i uddannelsen	0	0
Læring Fagdidaktisk teori	5	29
Q.2B Vurdering af videnskabelig matematisk teori i uddannelsen	0	0
Læring Matematisk teori.	5	21
Q.3 Vurdering af Fælles Måls betydning i den teoretiske undervisning og i praktikken	0	0
Læring FM Generelle betragtninger	3	8
Læring FM i forbindelse med praktik	5	20
Læring FM i teoretisk matematikundervisning	5	9
Q.4 Praktisk og teoretisk matematik i læreruddannelse og praktik	0	0
Praktisk og teoretisk matematik i den teoretiske undervisning i forhold til i praktikken	4	8
Praktisk og teoretisk matematik i praktikken	5	21
Praktisk og teoretisk matematik i den teoretiske undervisning på læreruddannelsen	4	9
Q.5 De pædagogiske fag og matematik	5	28
Q.6 Lesson Studies	0	0
Lesson Studies i forhold til den teoretiske undervisning i læreruddannelsen	5	21
Læring LS Planlægningsfasen	5	6
Læring LS efterbehandling	3	5
Læring LS generelt	5	37
Læring LS Gennemførelsesfasen	2	5
Læring LS i forhold til praktikken	5	43
Q.7 Teori og praksis - sammenhænge i læreruddannelsen	5	14
Teori og praksis - forslag til nye tiltag	3	6

Udskrift fra NVivo.

Bilag 6: Noder – andet studie

Name	Sources	References
Q.0. Faglig pointe	8	8
Q.1. Erfaringer og relevant læreviden tilegnet i forbindelse med LS	6	6
LS ift. anden undervisning - samspil eller modsætning	2	3
Læring i forbindelse med evalueringsfasen	20	51
Læring i forbindelse med forberedelsesfasen	16	32
Læring i forbindelse med gennemførelsesfasen	10	16
Læring i forbindelse med observation	15	28
Opfattelse af forholdet mellem studerende og lærere - ligeværdigt	20	46
Teori-praksis betragtninger i forbindelse med LS	7	16
Umiddelbart mest lærerige situation fra LS	18	22
Q.1a. Studerendes læring ved dette LS forløb i forhold til anden undervisning	0	0
Læring ved LS contra praktik	7	25
Læring ved LS med lærere contra sidste LS forløb	12	37
Sammenhæng mellem teoretisk matematik og skolematematik	9	34
Q.1b. Læreres vurdering af LS ift. andre læringsmiljøer	1	1
Læreres vurdering af LS ift. praktik	7	11
Læreres vurdering af læreres læring ved LS ift. andre læringsmiljøer	10	43
Q.2. Den professionelle samtale	0	0
LS dialog ift. vejledningssamtaler ved praktik	15	57
LS potentiale ift. udvikle den kollegiale samtale	7	11
Læring gennem dialog ved LS	14	28
Læring gennem samtale ift. andre kollegiale samtaler	8	21
Q.3. LS potentiale i forhold til at opnå henholdsvis faglig og fagdidaktisk viden	1	1
LS styrker (ikke) fagligt overblik over trigonometri	17	32
LS styrker (ikke) fagdidaktisk kompetence	21	81
Q.3a. LS med fagligt tema contra fagdidaktisk	7	23
Q.3b. LS styrker (ikke) undervisningskompetence inden for trigonometri	10	17
Q.4b. LS potentiale ift. at udvikle matematikundervisning	11	52
Q.5. LS og Fælles Mål	3	14
LS styrker (ikke) indsigten i FM	16	35
Q.5a. Brug af FM i LS ift. praktikken herunder vejledningssamtaler	14	50
Q.5b. Brug af FM i LS ift. øvrige sammenhænge herunder kollegiale samtaler	7	17
Q.6. Praktisk og teoretisk matematik (Chevallard) i LS	16	101
Betragtninger om teoretisk og praktisk matematik	14	28
Matematiklæreruddannelse - behov for hhv. praktisk og teoretisk matematik	13	18
Opfattelse af praktisk og teoretisk matematik i folkeskolens matematikundervisning	14	35
Q.7. LS potentiale ift. forbedre teori-praksis-sammenhæng i læreruddannelsen	19	57
Q.7a. Sammenhæng pæd. fag - matematik	8	25

Udskrift fra NVivo.