

Estimasi *Reproduction Number* Model Matematika Penyebaran Malaria di Sumba Tengah, Indonesia

Ervin Mawo Banni, Maria A. Kleden, Maria Lobo, and Meksianis Z. Ndi

To cite this article:

E. M. Banni, M. A. Kleden, M. Lobo, and M. Z. Ndi, "Estimasi *Reproduction Number* Model Matematika Penyebaran Malaria di Sumba Tengah, Indonesia", *Jambura J. Biomath*, vol. 2, no. 1, pp. 13–19, 2021

DOI: <https://doi.org/10.34312/jjbm.v2i1.9971>

© 2021 Author(s).

Articles You may be interested in

Model matematika SMEIUR pada penyebaran penyakit campak dengan faktor pengobatan

A. F. D. Hubu, N. Achmad, and N. Nurwan

<http://dx.doi.org/10.34312/jjbm.v1i2.7970>

Parameters estimation of generalized Richards model for COVID-19 cases in Indonesia using genetic algorithm

M. Rayungsari, M. AFIN, and N. Imamah

<http://dx.doi.org/10.34312/jjbm.v1i1.6910>

Analisis dinamik model SVEIR pada penyebaran penyakit campak

S. O. S. P. Ahaya, E. Rahmi, and N. Nurwan

<http://dx.doi.org/10.34312/jjbm.v1i2.8482>

Discrete-time prey-predator model with θ -logistic growth for prey incorporating square root functional response

P. K. Santra

<http://dx.doi.org/10.34312/jjbm.v1i2.7660>

Global stability of a fractional-order logistic growth model with infectious disease

H. S. Panigoro and E. Rahmi

<https://doi.org/10.34312/jjbm.v1i2.8135>

Estimasi *Reproduction Number* Model Matematika Penyebaran Malaria di Sumba Tengah, Indonesia

Ervin Mawo Banni¹, Maria A. Kleden², Maria Lobo³, Meksianis Z. Ndi^{4,*}

^{1,2,3,4}Program Studi Matematika, Universitas Nusa Cendana

*Corresponding author. Email: meksianis.ndii@staf.undana.ac.id

Abstrak

Penyakit malaria merupakan salah satu penyakit menular yang disebabkan oleh parasit yang menyebar melalui gigitan nyamuk yang dapat mematikan jika tidak ditangani dengan benar. Pemodelan Matematika merupakan salah satu pendekatan untuk memahami dinamika penyebaran penyakit. Dalam makalah ini, model matematika diformulasi untuk menganalisis pengaruh program kesadaran terhadap dinamika transmisi malaria dan dilakukan estimasi nilai R_0 dengan menggunakan data dari Puskesmas Weeluri, Kecamatan Mambo, Sumba Tengah. Nilai $R_0 = 1.2562$. Apabila efektifitas dari program kesadaran kurang 20% maka nilai *Reproduction Number* masih tetap lebih besar dari satu, sebaliknya jika efektifitas dari program kesadaran lebih besar dari 20% maka nilai *Reproduction Number* lebih kecil dari satu. Hasil ini menunjukkan bahwa efektifitas dari program kesadaran merupakan kunci utama dalam menurunkan laju penularan Malaria.

Kata Kunci: Model Matematika; Malaria; *Reproduction Number*

Abstract

Malaria is transmitted via a bite of mosquitoes and it is dangerous if it is not properly treated. Mathematical modelling can be formulated to understand the disease transmission dynamics. In this paper, a mathematical model with awareness program has been formulated and the reproduction number has been estimated against the data from Weeluri Health Center, Mambo District, Central Sumba. The calculation showed that the reproduction number is $R_0 = 1.2562$. Results showed that if the efficacy of the awareness program is lower than 20%, the reproduction number is still above than unity. If the efficacy of the awareness program is higher than 20%, the reproduction number is lower than unity. This implies that the efficacy of awareness programs is the key for the success of Malaria eradication.

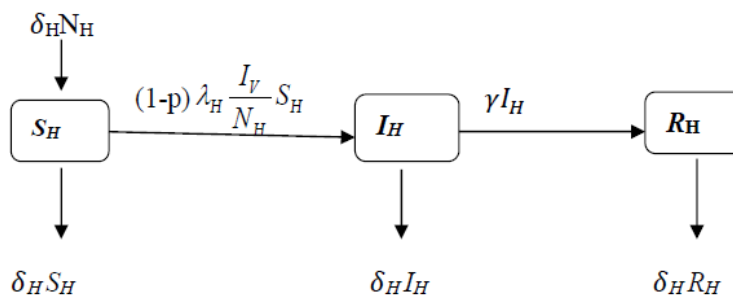
Keywords: Mathematical Model; Malaria; *Reproduction Number*

1. Pendahuluan

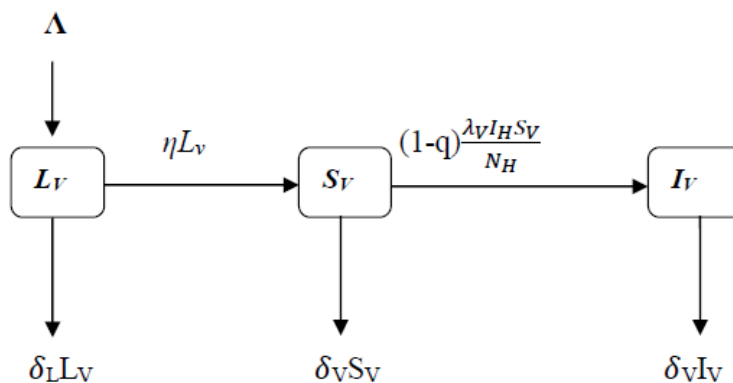
Malaria merupakan salah satu penyakit yang ditularkan melalui gigitan nyamuk dan banyak ditemukan di daerah tropis dan subtropis termasuk Indonesia. Sekitar 3,2 miliar penduduk dunia hidup dibawah ancaman Malaria. Data yang termuat dalam The World Malaria Report menunjukkan bahwa terdapat sekitar 214 juta kasus malaria dengan kematian sekitar 438.000 jiwa pada tahun 2015. Sekitar 80% dari jumlah kasus tersebut ditemukan di Afrika dan 71% dari jumlah kasus tersebut menyebabkan kematian anak dibawah umur 5 tahun. Kondisi ini diperparah dengan situasi bahwa terdapat jutaan orang masih belum mendapat akses kesehatan yang layak sehingga dapat mencegah dan mengobati malaria. Oleh karena itu, kesadaran masyarakat menjadi penting untuk melakukan aktivitas-aktivitas pencegahan yang dapat mengurangi laju penularan Malaria.

Provinsi NTT menempati urutan ke-19 Provinsi di Indonesia dengan penderita malaria tertinggi yaitu sebesar 36.039 kasus dengan Annual Parasite Incidence (API) sebesar 7,04 per 1000 penduduk. Jumlah kasus malaria dan API di NTT sangat bervariasi dari tahun ketahun. Pada tahun 2012, Annual parasite incidence (API) adalah sebesar 19,41 per 1000 penduduk dan angka ini menurun menjadi menjadi 16,37 per 1000 penduduk pada tahun 2013 dan kemudian menurun lagi menjadi menurun lagi menjadi 7,04 per 1000 penduduk pada tahun 2015 [1].

Kabupaten Sumba Tengah merupakan salah satu kabupaten yang masih menjadi salah satu daerah endemis malaria di NTT. Data Dinas Kesehatan NTT 2017 menyebutkan penurunan malaria di Sumba Tengah tertinggi dalam kurun waktu 2014-2016 mencapai 76,4%. Pada tahun 2014 API sebesar 50 per 1000 penduduk (5.767 kasus), pada tahun 2015 dan tahun 2016 sebesar 10 per 1000 penduduk (1.360 kasus), pada tahun 2017 API sebesar 20,1% turun sampai agustus 8,9 per 1000 penduduk, pada tahun 2018 sebesar 571 kasus dan pada tahun 2019 sebesar



Gambar 1. Diagram Transmisi Dalam Populasi Manusia



Gambar 2. Diagram Transmisi Dalam Populasi nyamuk

Tabel 1. Deskripsi Parameter dari Model Matematika

Parameter	Deskripsi
δ_H	Laju kematian alami manusia
Λ	Laju reproduksi nyamuk
δ_L	Laju kematian larva
η	Laju pematangan larva
δ_V	Laju kematian alami dari nyamuk
λ_V	Laju infeksi pada nyamuk
λ_H	Laju infeksi pada manusia
γ	laju kesembuhan

163 kasus. Walaupun sejak 2013 terjadi penurunan kasus malaria, tetapi faktanya di lapangan masih ada kasus malaria.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memahami dinamika penyebaran malaria adalah model matematika [2]. Model matematika telah banyak digunakan untuk mempelajari dinamika penyebaran penyakit termasuk dengan program-program pemberantasannya [3–9] termasuk dinamika penyebaran malaria. Model-model matematika penyebaran malaria telah banyak diformulasi dan umumnya digunakan untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit, menentukan ambang batas epidemik dan menganalisis program pemberantasan menggunakan insektisida. Secara khusus, pencarian *reproduction number* masih bersifat teoritik dan belum menggunakan data lapangan untuk mengestimasi nilai tersebut. Pada artikel ini akan diformulasi model matematika dan dilakukan estimasi nilai *reproduction number* berdasarkan data yang diperoleh dari Puskesmas Weeluri, Kecamatan Mamboro, Kabupaten Sumba Tengah, Propinsi Nusa Tenggara Timur.

2. Formulasi Model Matematika

Model matematika adalah alat yang berguna untuk mempelajari dinamika penyebaran penyakit menular. Memahami dinamika penyebaran malaria dalam suatu populasi menggunakan model matematika epidemiologi yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Populasi manusia diklasifikasikan ke dalam kelas rentan (S_H), kelas terinfeksi (I_H), kelas yang dipulihkan (R_H), sedangkan populasi nyamuk dibagi kedalam kelas larvanya (L_V), kelas rentan (S_V) dan kelas terinfeksi (I_V). Populasi manusia diasumsikan homogen, tertutup dan konstan. Alur dari model dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2.

Model matematika penyebaran malaria dengan program kesadaran adalah

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_H}{dt} &= \delta_h N_H - (1-p)\lambda_h I_V S_H / N_H - \delta_h S_H, \\
 \frac{dI_H}{dt} &= (1-p)\lambda_h I_V S_H / N_H - (\gamma + \delta_h) I_H, \\
 \frac{dR_H}{dt} &= \gamma I_H - \delta_h R_H, \\
 \frac{dL_V}{dt} &= \Lambda - (\eta + \delta_L) L_V, \\
 \frac{dS_V}{dt} &= \eta L_V - (1-q)\lambda_V I_H S_V / N_H - \delta_V S_V, \\
 \frac{dI_V}{dt} &= (1-q)\lambda_V I_H S_V / N_H - \delta_V I_V.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Pada model (1) diasumsikan bahwa efektifitas dari program kesadaran berpengaruh pada laju penularan pada manusia dan nyamuk. Misalkan p dan q adalah efektifitas dari program kesadaran pada laju penularan manusia dan nyamuk. Dalam analisis, kedua nilai ini akan disimulasi pada range nol sampai satu.

3. Basic Reproduction Number

3.1. Penurunan Basic Reproduction Number sebelum program kesadaran

Bilangan Reproduction Number (R_0) dapat dicari dengan metode next generation matrix dari sistem pers. (1), dimana sistem persamaan ini mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu: $S_H^0, I_H^0, R_H^0, L_V^0, S_V^0, I_V^0$. Matriks generasi berikutnya dapat diperoleh dari kelas yang terinfeksi sehingga persamaan diferensial yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dI_H}{dt} &= \lambda_H \frac{I_V}{N_H} S_H - (\delta_H - \gamma) I_H \\
 \frac{dI_V}{dt} &= \lambda_V \frac{I_H}{N_H} S_V - \delta_V I_V
 \end{aligned} \tag{2}$$

Pada persamaan diferensial (2), maka diperoleh matriks transmisi T dan matriks transisi Σ sebagai berikut:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda_H S_H}{N_H} \\ \frac{\lambda_V S_V}{N_H} & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \Sigma = \begin{bmatrix} -(\delta_H + \gamma) & 0 \\ 0 & -\delta_V \end{bmatrix}.$$

Kemudian dicari invers dari matriks transisi Σ dan dikalikan dengan matriks transmisi T , $NGM = -T\Sigma^{-1}$

$$\begin{aligned}
 NGM &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda_H S_H}{N_H \delta_V} \\ \frac{\lambda_V S_V}{N_H (\delta_H + \gamma)} & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathfrak{R}_0^2 &= \frac{\lambda_H S_H}{N_H \delta_V} \frac{\lambda_V S_V}{N_H (\delta_H + \gamma)} \\
 \mathfrak{R}_0 &= \sqrt{\frac{\lambda_H S_H}{N_H \delta_V} \frac{\lambda_V S_V}{N_H (\delta_H + \gamma)}}
 \end{aligned} \tag{3}$$

3.2. Basic Reproduction Number Dengan Program Kesadaran

Dengan prosedur yang sama, akan diperoleh Reproduction Number (R_0) pada penyakit malaria dengan program kesadaran sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{R}_{0k}^2 &= (1-p)(1-q) \frac{\lambda_H S_H}{N_H \delta_V} \frac{\lambda_V S_V}{N_H (\delta_H + \gamma)} \\
 \mathfrak{R}_{0k} &= \sqrt{(1-p)(1-q) \frac{\lambda_H S_H}{N_H \delta_V} \frac{\lambda_V S_V}{N_H (\delta_H + \gamma)}}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

4. Konstruksi Teknik Estimasi Reproduction Number

Pada bagian ini akan dilakukan konstruksi formula untuk estimasi *reproduction number* \mathfrak{R}_0 . Kita asumsikan bahwa individu terinfeksi bertambah secara eksponensial [10] dan laju pertumbuhan individu dan nyamuk terinfeksi nyamuk diasumsikan sama. Misalkan solusi dari I_H dan I_V ditulis sebagai berikut:

$$I_H(t) \approx I_{H0}e^{\lambda t}, \quad (5)$$

$$I_V(t) \approx I_{V0}e^{\lambda t}. \quad (6)$$

Konstruksi teknik estimasi \mathfrak{R}_0 difokuskan pada model matematika sebelum adanya program kesadaran. Ini dimaksudkan untuk mengidentifikasi nilai \mathfrak{R}_0 sebelum adanya program kesadaran dan kemudian dianalisis *reproduction number* setelah adanya program kesadaran. Dengan demikian, dapat dianalisis pengaruh program kesadaran terhadap nilai *reproduction number*.

Konstruksi formula estimasi pertumbuhan individu terinfeksi

Pada bagian ini akan diturunkan formula untuk estimasi *basic reproduction number*. Persamaan (5) disubstitusi ke model matematika untuk $\frac{dI_H}{dt}$ dan diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{dI_H}{dt} &= \lambda_H \frac{I_V}{N_H} S_H - (\delta_H + \gamma) I_H \\ \frac{dI_{H0}e^{\lambda t}}{dt} &= \frac{\lambda_H S_H I_{V0}e^{\lambda t}}{N_H} - (\delta_H + \gamma) I_{H0}e^{\lambda t} \\ \frac{I_{H0}}{I_{V0}} [\lambda + (\delta_H + \gamma)] &= \frac{\lambda_H S_H}{N_H} \\ \frac{I_{H0}}{I_{V0}} \left[\frac{\lambda}{(\delta_H + \gamma)} + 1 \right] &= \frac{\lambda_H S_H}{N_H (\delta_H + \gamma)} \end{aligned} \quad (7)$$

Konstruksi formula estimasi untuk pertumbuhan nyamuk terinfeksi

Dengan prosedur yang sama seperti konstruksi pers. (7), substitusi pers. (6) ke $\frac{dI_V}{dt}$ maka diperoleh

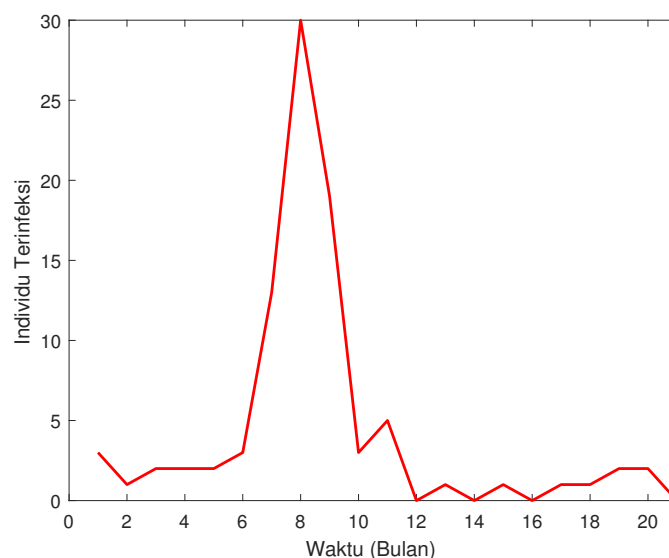
$$\begin{aligned} \frac{dI_V}{dt} &= \lambda_V \frac{I_H}{N_H} S_V - \delta_V I_V \\ \frac{dI_{V0}e^{\lambda t}}{dt} &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H} I_{H0}e^{\lambda t} - \delta_V I_{V0}e^{\lambda t} \\ I_{V0}e^{\lambda t} \lambda &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H} I_{H0}e^{\lambda t} - \delta_V I_{V0}e^{\lambda t} \\ I_{V0} \lambda &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H} I_{H0} - \delta_V I_{V0} \\ I_{V0} (\lambda + \delta_V) &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H} I_{H0} \\ I_{V0} \left(\frac{\lambda}{\delta_V} + 1 \right) &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H \delta_V} I_{H0} \\ \frac{I_{V0}}{I_{H0}} \left(\frac{\lambda}{\delta_V} + 1 \right) &= \frac{\lambda_V S_V}{N_H \delta_V} \end{aligned} \quad (8)$$

Kemudian kalikan pers. (7) dan (8) diperoleh

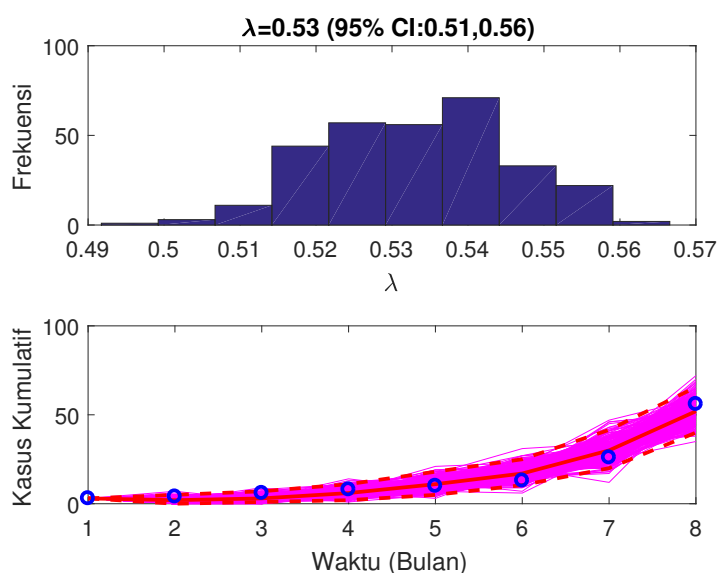
$$\left(\frac{\lambda}{\delta_H + \gamma} + 1 \right) \left(\frac{\lambda}{\delta_V} + 1 \right) = \frac{\lambda_H S_H}{N_H (\delta_H + \gamma)} \frac{\lambda_V S_V}{N_H \delta_V} \quad (9)$$

Ruas kanan dari pers. (9) adalah ekspresi untuk *reproduction number* \mathfrak{R}_0^2 untuk model matematika sebelum program kesadaran. Dengan demikian, formula untuk estimasi *reproduction number* adalah

$$\mathfrak{R}_0 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\delta_H + \gamma} + 1 \right) \left(\frac{\lambda}{\delta_V} + 1 \right)} \quad (10)$$



Gambar 3. Data bulanan kasus terdeteksi malaria di puskesmas Weeluri, Sumba Tengah dari bulan Juli 2018 sampai Mei 2020



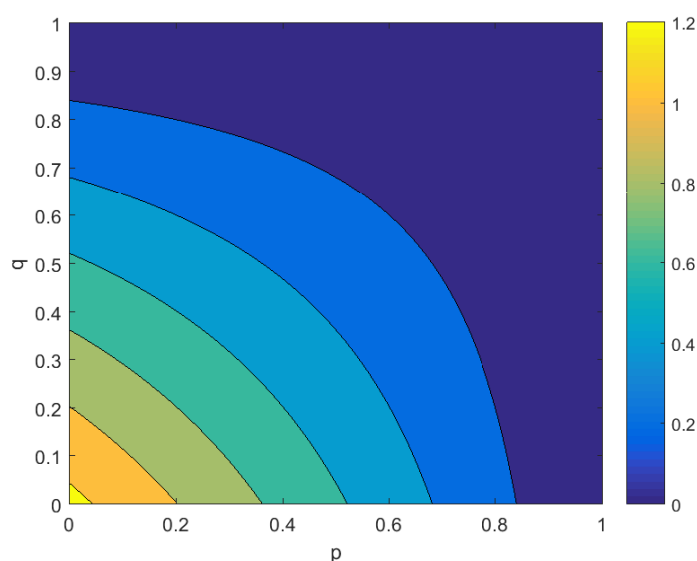
Gambar 4. Estimasi untuk mencari nilai λ

5. Data dan Estimasi Reproduction Number

Gambar 3 menunjukkan data bulanan Malaria dari Puskesmas Weeluri, Kecamatan Mamboro, Kabupaten Sumba Tengah, Propinsi Nusa Tenggara Timur, Indonesia. Data tersebut merupakan data bulanan dari bulan Juli 2018 sampai Mei 2020. Data tersebut menunjukkan bahwa puncak tertinggi terjadi pada bulan ke-8 dengan 30 individu terinfeksi dan kemudian jumlah kasus mulai berkurang hingga Mei 2020.

Data dari Puskesmas Weeluri kemudian digunakan untuk menghitung laju pertumbuhan individu terinfeksi λ yang kemudian akan digunakan untuk menghitung nilai \mathcal{R}_0 sebelum program kesadaran. Dalam perhitungannya, digunakan jumlah kumulatif individu terinfeksi untuk delapan bulan pertama. Pemilihan delapan bulan karena puncak terjadi pada bulan kedelapan.

Dengan melakukan 300 simulasi diperoleh hasil estimasi seperti diberikan pada **Gambar 4**. Hasil estimasi menunjukkan bahwa laju pertumbuhan λ berkisar 0.53 dengan confidence interval 0.51 dan 0.56. Nilai ini kemudian disubstitusikan ke *pers. (9)*.



Gambar 5. Nilai Reproduction Number dengan program kesadaran

$$\mathfrak{R}_0 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\delta_H + \gamma} + 1\right) \left(\frac{\lambda}{\delta_V} + 1\right)}. \quad (11)$$

Dengan menggunakan nilai $\delta_H = \frac{1}{65 \times 12}$, $\gamma = 2$ dan $\delta_V = 2.14$ maka diperoleh $\mathfrak{R}_0 = 1.2562$. Perhatikan bahwa *reproduction number* dengan program kesadaran dapat ditulis sebagai berikut.

$$\mathfrak{R}_{0k}^2 = (1 - p)(1 - q)\mathfrak{R}_0^2$$

Gambar 5 menunjukkan bahwa jika efektifitas dari program kesadaran hanya mampu menurunkan laju penularan terhadap manusia dan nyamuk berkisar 20% saja (0.2) maka nilai *reproduction number* masih diatas satu. Sebaliknya, apabila program kesadaran mampu menurunkan laju penularan lebih besar dari 20% maka *reproduction number* dapat dibawah satu. Ini mengindikasikan bahwa intervensi program kesadaran harus mampu memberi dampak pada efektifitas penurunan laju penularan. Oleh karena itu, strategi penyadaran masyarakat harus benar-benar dilakukan secara tepat sehingga kesadaran akan timbul yang diikuti dengan tindakan nyata yang mampu mengurangi laju penularan penyakit malaria seperti penggunaan kelambu, insetisida, dan sejenisnya.

6. Kesimpulan

Hasil analisis menunjukkan bahwa upaya penyadaran masyarakat tentang malaria merupakan hal terpenting untuk dapat mengurangi laju penularan malaria yang tergambar dari nilai *reproduction number*. Namun, upaya penyadaran tersebut diharapkan berdampak pada tindakan preventif yang dilakukan oleh masyarakat sehingga mampu mengurangi laju penularan malaria. Hal tersebut tergambar dari hasil estimasi *reproduction number* menggunakan data dari Puskesmas Weeluri, Kabupaten Sumba Tengah bahwa apabila efektifitas dari program kesadaran kurang dari 20% maka nilai *reproduction number* masih lebih besar dari satu. Sebaliknya, apabila efektifitasnya lebih besar dari 20% maka nilai *reproduction number* kurang satu.

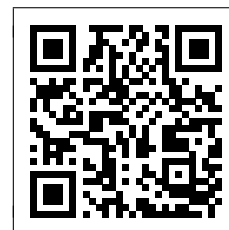
Referensi

- [1] Kemenkes-RI, *Profil Kesehatan Indonesia tahun 2015*. Jakarta: Ditjen P2P, Kemenkes RI, 2016.
- [2] M. Z. Ndi, *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish, 2018.
- [3] Fatmawati dan H. Tasman, "An optimal control strategy to reduce the spread of malaria resistance," *Mathematical Biosciences*, vol. 262, hal. 73–79, 2015.
- [4] B. D. Handari, F. Vitra, R. Ahya, T. Nadya S., dan D. Aldila, "Optimal control in a malaria model: intervention of fumigation and bed nets," *Advances in Difference Equations*, vol. 2019, no. 1, hal. 497, 2019.

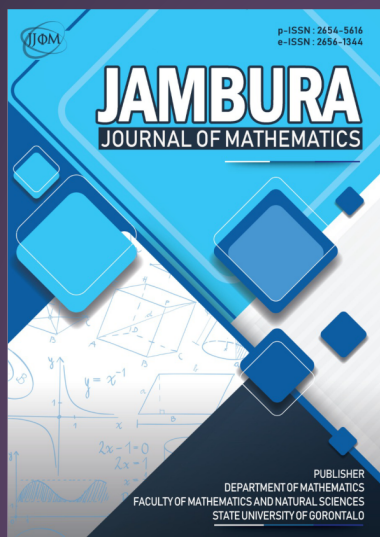
- [5] D. Aldila, "Understanding the effects of vector-bias in the success of biolarvicides interventions for malaria prevention," *AIP Conference Proceedings*, vol. 2264, no. 1, hal. 20010, 2020.
- [6] S. O. S. P. Ahaya, E. Rahmi, dan N. Nurwan, "Analisis dinamik model SVEIR pada penyebaran penyakit campak," *Jambura Journal of Biomathematics*, vol. 1, no. 2, hal. 57–64, 2020.
- [7] A. F. D. Hubu, N. Achmad, dan N. Nurwan, "Model matematika SMEIUR pada penyebaran penyakit campak dengan faktor pengobatan," *Jambura Journal of Biomathematics*, vol. 1, no. 2, hal. 71–80, 2020.
- [8] R. Resmawan, "Efektifitas vaksinasi dan pengasapan pada model epidemik transmisi penyakit malaria," *Jambura Journal of Mathematics*, vol. 1, no. 1, hal. 25–35, 2019.
- [9] R. Resmawan dan L. Yahya, "Sensitivity analysis of mathematical model of coronavirus disease (COVID-19) transmission," *Cauchy: Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, vol. 6, no. 2, hal. 91-99, 2020.
- [10] M. Z. Ndjii, P. Hadisoemarto, D. Agustian, dan A. K. Supriatna, "An analysis of Covid-19 transmission in Indonesia and Saudi Arabia," *Communication in Biomathematical Sciences*, vol. 3, no. 1, hal. 19–27, 2020.



©2021 by the Author(s). This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. **Editorial of JJBM:** Department of Mathematics, State University of Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B. J. Habibie, Bone Bolango 96119, Indonesia.



Submit your manuscript at
<http://ejournal.ung.ac.id/>



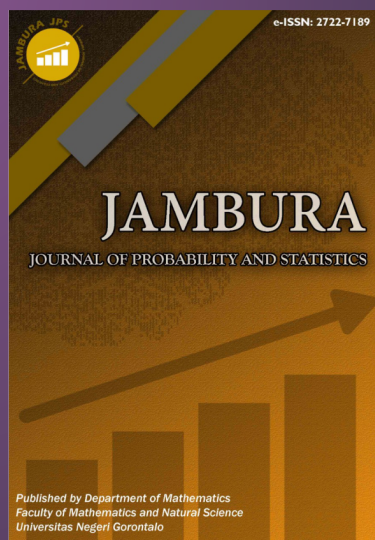
Jambura Journal of
Mathematics



Jambura Journal of
Biomathematics



Jambura Journal of
Mathematics Education



Jambura Journal of
Probability and Statistics

Published by
Department of Mathematics
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
State University of Gorontalo