

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais

(PPGE3M)

**TENSÃO DE RUPTURA VERDADEIRA SOB TRAÇÃO DE
FIBRAS CERÂMICAS EM FEIXES: EXPERIMENTOS E
SIMULAÇÃO**

Leandro Neckel

Tese

Porto Alegre
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais

(PPGE3M)

**TENSÃO DE RUPTURA VERDADEIRA SOB TRAÇÃO DE
FIBRAS CERÂMICAS EM FEIXES: EXPERIMENTOS E
SIMULAÇÃO**

Leandro Neckel

Tese

Porto Alegre
2019

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais – PPGE3M, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração: Ciência e Tecnologia dos Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coorientador: Prof. Dr. Oscar Rubem Klegues Montedo

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dachamir Hotza

Prof. Dr. Maykon Cargnin

Profa. Dra. Annelise Kopp Alves

Prof. Dr. Afonso Reguly
Coordenador do PPGE3M

Agradecimentos

Aos professores Dr. Oscar Rubem Klegues Montedo e Dr. Carlos Pérez Bergmann pelas orientações acerca do trabalho e pesquisa e pelo suporte profissional fornecido nas adversidades encontradas. À UNESC, por disponibilizar os laboratórios, maquinário, computadores e softwares necessários para o andamento da pesquisa. Ao Dr. Rolf Janssen, da Universidade de Tecnologia de Hamburgo em Harburg (TUHH) pelo crédito ao trabalho e pelo fornecimento de material para a pesquisa.

À minha filha Maria Luiza Rafael Neckel, que nasceu durante a pandemia, por ter dado um novo significado e motivação para minha vida.

À esposa Camila Madalosso Rafael Neckel, por todo amor, carinho, dedicação, paciência, e orientação em todo nosso tempo de caminhada e, especialmente, por não ter me deixado desistir da obtenção do título de doutor;

À minha família: ao pai Lorenço Neckel, à mãe Miriam Spillere Neckel, ao irmão Lorenço Neckel Jr. e cunhada Dayane Cortez, aos sogros Marina Judite Madalosso Rafael e Aldo Aires Pereira Rafael, à cunhada Juliana Madalosso Rafael Fascin e ao concunhado Humberto Marcon Fascin, ao afilhado Arthur e à sobrinha Sophia, pela acolhida familiar, pelos encontros de descontração e pelos aconselhamentos;

Aos amigos do peito: Alexandre Bittencourt (Xandy), Estevan Grosch Tavares, Leonardo Spillere, Adroaldo Savi Serafim e Maurício Girardi Schappo e suas respectivas namoradas e/ou esposas, pela amizade duradoura e verdadeira;

Aos coautores dos artigos publicados tanto na *Ceramics International* (2015) e na *Materials* (2021) pelo auxílio: João Gustavo Pereira da Silva, Paula Guglielmi, Dachamir Hotza, Hazim Ali Al-Qureshi, Crisitan Arnaldo Faller e Matej Babič.

Aos colegas da UNESC e aos colegas do Sou Único Curso Pré-Vestibular.

*(...) I'm much wiser now;
A lifetime of memories run through my head
They taught me how, for better or worse, alive or dead...
I realize there's no turning back; life goes on the off beaten track (...)*

Dream Theater – A Change of Seasons

Resumo

Fibras de materiais cerâmicos óxidos apresentam características peculiares de alta resistência mecânica e estabilidade química em ambientes de alta temperatura. Por conta disto, tais materiais podem ser empregados em sistemas de isolamento térmico bem como em compósitos de matriz cerâmica para aplicações aeroespaciais onde estabilidade estrutural é requerida. Tendo em vista isso, a compreensão do comportamento mecânico deste material é de grande interesse. Nesse trabalho, foi investigado por meio de experimentos e simulação o comportamento sob tração até a tensão verdadeira de ruptura de 2 tipos diferentes de fibras cerâmicas em feixes. As fibras cerâmicas utilizadas foram as comerciais Nextel 610 (alumina) e Nextel 720 (mulita), produzidas pela empresa 3M. Amostras foram submetidas a ensaios de tração utilizando corpos de prova com diferentes quantidades de fibras para a determinação de sua tensão verdadeira de ruptura. Para o cálculo desta, foi proposto um método baseado na detecção e classificação de sinais de ruptura em classes de carregamento. Os resultados experimentais obtidos revelaram um comportamento de aumento de mais de cinquenta por cento da tensão de ruptura verdadeira dos feixes de fibras com crescente quantidades de fibras. Em paralelo, simulações foram desenvolvidas e executadas com o objetivo de determinar a tensão de ruptura verdadeira das fibras baseado nos parâmetros da distribuição de Weibull para a ruptura de fibras simples. Para isto, um novo sistema de posicionamento de fibras foi desenvolvido juntamente com um novo algoritmo de detecção de vizinhança para a implementação de modelos de compartilhamento de carga na simulação. Ainda, um novo modelo de compartilhamento de carga baseado no espalhamento do carregamento compartilhado foi proposto e aplicado no algoritmo de simulação. Por meio do método computacional, também se verificou uma crescente tensão de ruptura verdadeira dos feixes de fibras com a quantidade de fibras inicial do feixe nas mesmas proporções dos dados experimentais. No entanto, os modelos de compartilhamento de carga apresentaram resultados pouco diferentes, impedindo a determinação do modelo mais adequado para o estudo do fenômeno. Por fim, suposições foram feitas em relação ao desempenho dos modelos e algumas explicações dadas a fim de auxiliar a compreensão do fenômeno da variação da tensão de ruptura verdadeira dos feixes de fibras cerâmicas.

Palavras chave: Fibras Cerâmicas, Resistência Mecânica de Feixes de Fibras, Compartilhamento de Carga em Feixes de Fibras, Propriedades Mecânicas de Fibras, Simulação de Feixes de Fibras

Abstract

Fibers of oxide ceramic materials have peculiar characteristics of high mechanical resistance and chemical stability in high temperature environments. Because of this, such materials can be used in thermal insulation systems as well as in ceramic matrix composites for aerospace applications where structural stability is required. In view of this, understanding the mechanical behavior of this material is of great interest. In this work, it was investigated through experiments and simulation the behavior under tension until the real breaking tension of 2 different types of ceramic fibers in bundles. The ceramic fibers used were the commercial Nextel 610 (alumina) and Nextel 720 (mullite), produced by the company 3M. Samples were subjected to tensile tests using specimens with different amounts of fibers to determine their true tensile strength. To calculate this, a method based on the detection and classification of rupture signals in loading classes was proposed. The experimental results obtained revealed an increase behavior of more than fifty percent of the true tensile strength of the fiber bundles with increasing amounts of fibers. In parallel, simulations were developed and performed with the objective of determining the true fiber breaking stress based on the Weibull distribution parameters for single fiber breaking. For this, a new fiber positioning system was developed together with a new neighborhood detection algorithm for the implementation of load sharing models in the simulation. In addition, a new load sharing model based on spreading the shared load was proposed and applied to the simulation algorithm. Through the computational method, there was also an increasing true tensile strength of the fiber bundles with the initial fiber quantity of the bundle in the same proportions as the experimental data. However, the load sharing models showed slightly different results, preventing the determination of the most appropriate model for the study of the phenomenon. Finally, assumptions were made in relation to the performance of the models and some explanations given in order to assist the understanding of the phenomenon of variation in the true rupture stress of the bundles of ceramic fibers.

Keywords: Ceramic Fiber, Fiber Bundle Strength, Fiber Mechanical Properties, Fiber Bundle Load Sharing, Fiber Bundle Simulation

Sumário

Lista de Imagens	i
Lista de Tabelas	iv
Lista de Abreviações e Símbolos	v
1 Introdução	1
1.1 Motivação	6
2 Objetivos	8
2.1 Objetivo Geral	8
2.2 Objetivos Específicos	8
3 Revisão de Literatura	9
3.1 Fibras de Óxidos Cerâmicos	9
3.1.1 Fabricação e Propriedades	13
3.1.2 Aplicações	18
3.2 Distribuição de Weibull para Fibras Cerâmicas	20
3.3 Análise de Variância com Dados de Weibull	22
3.4 Compartilhamento de Carga em Feixes de Fibras	24
3.4.1 Modelo de Compartilhamento de Carga Global	25
3.4.2 Modelos de Compartilhamento de Carga Locais	26
3.5 Tensão Verdadeira de Ruptura de Feixes de Fibras	33
4 Materiais e Métodos	38
4.1 Materiais	38
4.2 Métodos	40
4.2.1 Procedimento Experimental	40
4.2.2 Determinação da Resistência Verdadeira de Fibras em Feixes	45
4.2.3 Simulação	50
5 Resultados e Discussão	68
5.1 Experimental	68

5.1.1	Fibras Simples.....	68
5.1.2	Feixes de Fibras	71
5.2	Simulação	87
5.3	Discussões Complementares e Comparativos.....	95
6	Conclusões	101
7	Sugestões para Trabalhos Futuros	103
8	Publicações.....	106
9	Referências.....	107

Lista de Imagens

Figura 1-1 – Número de publicações de artigos a partir de 2010 obtidos na busca das expressões “ceramic fiber”, “fiber strength”, “fiber mechanical properties”, “fiber bundle + load sharing” e “fiber bundle + simulation”. Data da pesquisa: 14 de janeiro de 2021	6
Figura 3-1 – Diagrama de processo químico utilizado para obtenção de fibras de óxidos cerâmicos.....	15
Figura 3-2 - Esquema do processo de fiação pelo processo de Dry-Spinning [29]...	16
Figura 3-3 – Sistema de posicionamento unidirecional de fibras sem condições de contorno [62].	27
Figura 3-4 – Sistema de posicionamento de fibras cartesiano, mostrando o compartilhamento de carga local para vizinhança quádrupla (Adaptado de MANDERS, P. W et al. [63]).....	28
Figura 3-5 – Diagramas esquemáticos apresentando a rede de conexões entre as fibras de maneira organizada (a) e aleatória (b) (Adaptado de CALARD, V.; LAMON, J. [66]).	29
Figura 3-6 – Diagramas esquemáticos dos sistemas de posicionamento utilizados por Derda . (a) sistema hexagonal, (b) sistema quadrado, (c) sistema triangular [67]. ...	30
Figura 3-7 – Sistema de posicionamento proposto por Pereira da Silva et al. antes (a) e depois (b) do deslocamento de linhas pares para identificação da vizinhança hexagonal [23].....	31
Figura 3-8 – Compartilhamento de carga com raio de atuação proposto por Hidalgo et al. [68].	31
Figura 3-9 – Esboço de uma curva típica de tensão/deformação para feixes de fibras cerâmicas (adaptado de ISMAR, H.; STREICHER, F. [79]).	35
Figura 3-10 – Esquema de uma ruptura de um conjunto de fibras durante o ensaio antes (a) e depois (b) do rompimento de algumas fibras.	36
Figura 4-1 – Feixe de fibras Nextel 610, (a) recobertas com PVA e (b) após a remoção de PVA por meio de aplicação de chama direta.....	40
Figura 4-2 – Fluxograma esquemático da preparação das amostras de (a) fibras simples e (b) feixes de fibras.....	41
Figura 4-3 – Esquema do suporte de fibras utilizado para os experimentos [82].	42

Figura 4-4 – Exemplos de suportes de fibras montados em uma folha A4 e preparados para separação e posterior ensaio de tração.	42
Figura 4-5 – Desenho experimental executado na pesquisa.	43
Figura 4-6 – Amostras preparadas para os ensaios (esquerda) e já ensaiadas (direita) em trabalhos anteriores (2011) [86].	44
Figura 4-7 – Esboço de um diagrama de distribuição de frequência de sinais de ruptura de fibras em determinados carregamentos para uma combinação de parâmetros do desenho experimental.	48
Figura 4-8 – Esquema da organização das seções transversais no novo sistema de posicionamento para um feixe de $N = 19$ Fibras.	51
Figura 4-9 – Esquema do procedimento de geração de feixe de fibras para o novo sistema de posicionamento; (a) $N = 2$; (b) $N = 3$; (c) $N = 4$; (d) $N = 5$; (d) $N = 6$	52
Figura 4-10 – Esquema do sistema de coordenadas e contagem para os feixes virtuais.	53
Figura 4-11 – (a) Exemplo das coordenadas de posicionamento e (b) numeração das fibras para um feixe de $N = 25$ fibras.	53
Figura 4-12 – Fluxograma representativo do procedimento da simulação.	61
Figura 4-13 – Aplicação da rotina de compartilhamento de carga SLLS após ruptura de fibra central para $N = 37$. (a) Feixe sem nenhuma fibra rompida; (b) Feixe com uma fibra rompida e carga compartilhada segundo LLS; (c) Feixe com uma fibra rompida e carga espalhada com uma iteração de espalhamento.	62
Figura 5-1 – Evolução do carregamento aplicado nos ensaios com as fibras Nextel 610 em função do tempo transcorrido no ensaio em relação ao instante da ruptura da amostra.	68
Figura 5-2 – Evolução do carregamento aplicado nos ensaios com as fibras Nextel 720 em função do tempo transcorrido no ensaio em relação ao instante ruptura da amostra.	69
Figura 5-3 – Gráfico de Weibull para tensão de ruptura das fibras simples Nextel 610 e 720.	70
Figura 5-4 – Curvas de carregamento de feixes de fibras Nextel 610 com diferentes quantidades iniciais de fibras N	72

Figura 5-5 - Curvas de carregamento de feixes de fibras Nextel 720 com diferentes quantidades iniciais de fibras N	73
Figura 5-6 – Frequência de sinais de ruptura para feixes de fibras Nextel 610.	75
Figura 5-7 - Frequência de sinais de ruptura para feixes de fibras Nextel 720.	76
Figura 5-8 – Diagramas de Weibull para as amostras de Nextel 610 com diferentes quantidades iniciais de fibras nos feixes.	78
Figura 5-9 – Diagramas de Weibull para as amostras de Nextel 720 com diferentes quantidades iniciais de fibras nos feixes.	79
Figura 5-10 – Tensão verdadeira característica de Weibull e intervalo de confiança do parâmetro de feixes de fibras com diferentes N	82
Figura 5-11 – Evolução do módulo de Weibull para a tensão de ruptura individual das fibras com a quantidade inicial de fibras no feixe.....	86
Figura 5-12 - Tensão de ruptura verdadeira simulada contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 610 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.....	89
Figura 5-13 – Módulo de Weibull dos dados de tensão verdadeira simulados contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 610 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.	90
Figura 5-14 - Tensão de ruptura verdadeira simulada contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 720 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.....	91
Figura 5-15 - Módulo de Weibull dos dados de tensão verdadeira simulados contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 720 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.	92
Figura 5-16 – Evolução da fração final de fibras no momento da ruptura contra a quantidade inicial de fibras no feixe sob diferentes modelos de compartilhamento de carga para feixes virtuais de fibras Nextel 610.....	93
Figura 5-17 - Evolução da fração final de fibras no momento da ruptura contra a quantidade inicial de fibras no feixe sob diferentes modelos de compartilhamento de carga para feixes virtuais de fibras Nextel 610.....	94

Lista de Tabelas

Tabela 3-1 – Composição e propriedade de fibras de alumina-sílica e alumina policristalina [5,28,33-36].	17
Tabela 4-1 – Propriedades típicas das fibras Nextel 610 e 720 (dados do fabricante) [42].	39
Tabela 4-2 - Exemplo da disposição da numeração das fibras na matriz de numeração de fibras para $N = 25$ fibras	54
Tabela 4-3 – Planejamento de execuções da simulação	67
Tabela 5-1 – Quantidade de amostras testadas de acordo com o tipo e com a quantidade inicial de fibras do feixe.	71
Tabela 5-2 – Quantidade de sinais de ruptura por tipo de fibra e por quantidade de fibras N do feixe e número de classes utilizado para confecção dos diagramas de distribuição de frequência de sinais de ruptura	76
Tabela 5-3 – Resumo das informações da ANOVA sobre a tensão de ruptura de feixes de fibras Nextel 610.	81
Tabela 5-4 - Resumo das informações da ANOVA sobre a tensão de ruptura de feixes de fibras Nextel 720.	81
Tabela 5-5 – Fração de fibras remanescentes no feixe no momento da ruptura (última classe de carregamento).	83

Lista de Abreviações e Símbolos

GLS	- Global Load Sharing ; Compartilhamento de Carga Global;
LLS	- Local Load Sharing ; Compartilhamento de Carga Local;
SLLS	- Scattering Local Load Sharing ; Compartilhamento de Carga Local de Espalhamento;
α, β	- Coeficientes de Regressão Linear;
ΔA	- Variação da seção transversal do feixe;
ΔF	- Acréscimo individual de carga;
ΔL	- Incremento de carga;
ΔL^*	- Incremento de carga hipotético para o GLS;
δF_p	- Variação de carga aplicada ao feixe entre dois passos;
δk	- Incremento de coeficiente de carga;
δN	- Quantidade de fibras existentes na vizinhança imediata da fibra rompida;
η_R	- Quantidade de fibras rompidas por classe de carregamento;
λ	- Parâmetro de conversão de dados de Weibull para Normal;
$\widehat{\sigma}_0$	- Tensão de ruptura característica estimada;
$\dot{\sigma}$	- Taxa de aplicação de tensão à seção transversal;
σ_0	- Tensão de ruptura característica, parâmetro de localidade da distribuição de Weibull;
σ_{eng}	- Tensão de engenharia;
$\sigma_{est, rup}$	- Tensão estimada de ruptura verdadeira do feixe;
σ_{est}	- Tensão estimada aplicada ao feixe em uma determinada classe;
σ_{true}	- Tensão verdadeira;
σ_{sim}	- Tensão simulada aplicada ao feixe;
$\sigma_{sim, rup}$	- Tensão de ruptura verdadeira simulada;
φF	- Diferença entre os carregamentos centrais das classes;
φk	- Parâmetro de correção do coeficiente de carga;
χ^2	- Teste de aderência;
\bar{A}	- Matriz dos carregamentos de ruptura das fibras virtuais;
A	- Componente de \bar{A} , $A = F_{R1}$;
A_0	- Área de seção transversal inicial do feixe;
A_1	- Área de seção transversal de uma fibra;
A_{int}	- Área de seção transversal intermediária
A_f	- Área de seção transversal ao fim do ensaio;
v	

\bar{C}	- Matriz de carregamento individual das fibras;
C	- Carga individual;
c_j	- Variação de valores de ruptura dentro de uma combinação de parâmetros experimentais;
d	- Diâmetro médio das fibras;
\dot{F}	- Taxa de carregamento do feixe;
\dot{F}_l	- Taxa de carregamento individual;
F_0	- Carregamento de ruptura característica do feixe;
F	- Carga externa aplicada ao feixe de fibras;
F_C	- Carregamento central de uma classe;
F_i	- Carga aplicada individualmente às fibras;
F_P	- Carga externa aplicada ao feixe em determinado passo;
F_R	- Carga de ruptura;
F_{R1}	- Carga de ruptura de uma fibra virtual;
F_S	- Carregamento no qual sinal de ruptura de fibra é registrado;
I_E	- Quantidade de iterações de espalhamento do SLLS;
\bar{k}	- Matriz de coeficiente de carga;
k	- Coeficiente individual de carga;
k_0	- Coeficiente inicial de carga individual;
k_{ant}	- Coeficiente de carga individual anterior;
L	- Carregamento externo aplicado ao feixe virtual;
L^*	- Carregamento hipotético para o GLS;
L_{ant}	- Carregamento externo aplicado ao feixe virtual no passo anterior;
L_{ult}	- Último carregamento registrado;
\hat{m}	- Módulo de Weibull estimado;
m	- Módulo de Weibull, parâmetro de forma da distribuição de Weibull;
N	- Quantidade de fibras iniciais do feixe;
N_{FR}	- Quantidade de fibras remanescentes;
n_{classe}	- Quantidade de classes de carregamento;
n_{CP}	- Quantidade total de combinações de parâmetros experimentais;
n_{fp}	- Quantidade de passos de um ensaio mecânico;
n_{ps}	- Quantidade de passos da simulação;
n_R	- Quantidade de replicações executadas para uma determinada combinação de parâmetros;
n_T	- Quantidade total de amostras ensaiadas;
v_i	

$P(\sigma)$	- Probabilidade de ruptura do material sob tensão σ ;
$P(F_{R1})$	- Probabilidade de ruptura de uma fibra sob carregamento F_{R1} ;
Q_{FR}	- Quantidade de fibras virtuais remanescentes;
$Q_{FR,ult}$	- Última quantidade de fibras remanescentes registrada;
\bar{R}	- Matriz de identificação de ruptura de fibras;
R	- Coeficiente de correlação de Pearson;
R_{max}	- Raio de influência do compartilhamento de carga da fibra rompida;
R_{xy}	- Sinal booleano de ruptura;
r	- Quantidade de amostras rompidas;
S_f	- Sinal de ruptura de fibra;
S_T	- Quantidade total de sinais de ruptura registrados;

1 Introdução

Nas últimas duas décadas do século passado, houve um grande interesse no desenvolvimento de uma nova geração de compósitos cerâmicos que tivessem a capacidade de suportar longos períodos em atmosferas altamente oxidantes. Ainda, outra expectativa era a de que tais materiais pudessem apresentar certa tenacidade, diferentemente que cerâmicos frágeis como os de revestimento [1]. Esse interesse se deu em parte, devido à demanda encontrada em aplicações como componentes de turbinas em aeronaves, trocadores de calor, filtros a gás, queimadores radiantes, entre outros. Uma das soluções encontradas para tal necessidade foi o desenvolvimento de compósitos de matriz cerâmica do tipo óxido/óxido.

Os compósitos de matriz cerâmica do tipo óxido/óxido são aqueles que apresentam tanto matriz quanto fase de reforço constituída de material cerâmico óxido. É esperado desses materiais resistência mecânica moderada, alta tenacidade, alta resistência à fluência, insensibilidade a pequenas trincas e estabilidade química a altas temperaturas (menores que 1400 °C). O requerimento básico para que um compósito tenha tenacidade à fratura é apresentar deflexão de trincas na interface fibra/matriz ou próximo à mesma [2]. Essa deflexão, em geral, impede que a trinca evolua rapidamente ao longo da matriz, se concentrando mais ao redor ou ao longo das fibras. Esse processo relaxa a tensão acumulada na abertura da trinca [3]. Dessa forma, a trinca na matriz não ocasiona uma falha catastrófica do material. Assim, a tensão de ruptura final do compósito se dá consideravelmente acima do esperado para o material da matriz, uma vez que a fase de reforço, no caso as fibras, suporta os carregamentos finais [4].

Fibras de óxidos cerâmicos podem ser constituídas de um mais óxidos, entretanto são mais comumente compostas por alumina, sílica ou ainda por combinações de ambos os materiais em diferentes proporções. Essas fibras apresentam microestrutura ultra fina, podendo chegar a ser nanométrica, dependendo do fabricante [5]. As fibras de óxido cerâmico, utilizadas como fase de reforço para tais materiais, estão disponíveis comercialmente fornecidas por diversas empresas. Entretanto, a referência neste segmento é a marca Nextel, detida pela 3M, que disponibiliza uma variedade de fibras com as mais diversas composições químicas e mineralógicas.

Para determinar a melhor aplicação de tais fibras, o ensaio de tração em filamento único é considerado como sendo a melhor técnica para a compreensão de suas características. Entretanto, o ensaio mecânico com este material é consideravelmente difícil de ser executado, uma vez que o diâmetro é de cerca de $11 \mu\text{m}$ com $3 \mu\text{m}$ de desvio padrão (diâmetro o qual, nesse trabalho, é considerado como fino). Entretanto, a utilização destas fibras geralmente é feita por meio do emprego de feixes ou tecidos formados por estas fibras. Estudos mostram que, sob tais configurações, o comportamento mecânico de feixes de fibras difere do comportamento particular da fibra [6,7,8].

É de conhecimento na literatura de que o feixe de fibras tende a apresentar uma tensão de ruptura sob tração menor em comparação com o filamento simples [9]. Entretanto, a determinação da tensão de ruptura verdadeira de feixes de fibras finas é deveras dificultosa uma vez que é difícil acompanhar a dinâmica de ruptura de fibras ao longo dos ensaios. Alguns estudos apresentam métodos de determinação da tensão de ruptura verdadeira do feixe de fibras finas baseados em parâmetros estatísticos das fibras simples [10]. Entretanto, os resultados baseados em tais parâmetros levam em consideração que o carregamento de uma fibra rompida é redistribuído igualmente entre os elementos remanescentes do feixe. Esta consideração é baseada na teoria de compartilhamento global de carga entre fibras de um feixe e nem sempre é verdadeira, embora muito difícil de ser verificada experimentalmente em feixes de fibras finas. Outros estudos apresentam a determinação da tensão de ruptura do feixe somente desconsiderando as fibras não carregadas no momento inicial do ensaio por conta de não alinhamento [11]. Entretanto, apresentam a influência deste método na tensão de ruptura de engenharia para feixes de fibras, não explorando, assim, a tensão de ruptura verdadeira do feixe. Alguns autores [12,13,14] estudaram a influência da taxa de carregamento na resistência mecânica de materiais frágeis, chegando à conclusão que a tensão de ruptura destes materiais é dependente daquela. Mas, conforme um levantamento recente feito por Forquin [15], a compreensão do comportamento mecânico sob carregamento dinâmico ainda é muito vaga. Em conclusão, menciona que a fratura de materiais frágeis sob alto carregamento dinâmico ainda é, nos dias de hoje, uma área de pesquisa em aberto.

De qualquer forma, desde a metade do século passado, pesquisadores vêm tentando entender o processo que descreve o fenômeno acima citado de maneira generalizada [9]. Diversos autores [16,17,18,19,20] procuraram estudar a diferença entre a tensão de ruptura sob do feixe e da fibra atribuindo a tal fenômeno o processo de compartilhamento de carga entre fibras do feixe. Nesse, diferentes modelos matemáticos propõem como o carregamento suportado por uma fibra rompida é redistribuído entre as fibras remanescentes do feixe. Como resultado, a distribuição desta carga ocasiona a sobrecarga das demais fibras do feixe, ocasionando possível ruptura prematura das mesmas [20].

Por outro lado, a ruptura sequencial de filamentos do feixe durante o carregamento causa uma variação significativa na seção transversal do próprio feixe. Diferente de outros materiais, esta variação é consideravelmente difícil de ser mensurada por conta do fino diâmetro das fibras. Além disso, a característica frágil do material cerâmico óxido que compõe as fibras em questão impede que as mesmas apresentem deformação ou fluência significativa sob temperatura ambiente. Desta forma, a tensão de ruptura verdadeira em feixes de fibras cerâmicas finas necessita de um método particular para ser determinada.

Analiticamente, métodos computacionais já foram empregados para a determinação do melhor modelo de compartilhamento de carga para alguns materiais. Simulações de diferentes tipos foram empregadas para fins similares. Entre elas, é possível citar o método dos elementos discretos para a determinação da fratura em fibras de plantas no estudo de Sadrmanesh *et al.* [21] e, também, o emprego do método dos elementos finitos para modos de ruptura em tecidos com diferentes configurações e propriedades, desenvolvido por Giannaros *et al.* [22]. Ambos os métodos citados são extremamente modernos e possuem alta acurácia. Entretanto, necessitam de muita capacidade de processamento para retornarem resultados confiáveis. A alternativa encontrada por Pereira da Silva *et al.* [23] foi utilizar um método estocástico, juntamente com a geração aleatória de feixes virtuais de fibras para determinar a tensão de ruptura do feixe. Este autor fez avanços significativos na simulação utilizando comparações entre matrizes para a determinação de tal parâmetro. Em conclusão, obteve êxito em demonstrar computacionalmente que a tensão de ruptura do feixe é menor que a tensão de ruptura do filamento simples. Entretanto, a tensão de ruptura corrigida, devido à diminuição de seção transversal, não é apresentada

como resultado da simulação e, ainda, o resultado experimental utilizado para comparação é insuficiente para conclusões mais aprofundadas. Por conta destes fatos, um método de estimação da variação da área de seção transversal do feixe é proposto e executado no presente trabalho. Conseqüentemente, uma metodologia de cálculo de tensão de ruptura verdadeira de feixes de fibras finas frágeis é sugerida.

Em trabalho anteriormente desenvolvido, uma sequência direta ao trabalho de Pereira da Silva *et al.* [23] fora executado. Este autor, baseado em modelos propostos anteriormente na literatura [24,16,17], desenvolveu um algoritmo de simulação baseado no trabalho de Dassios *et al.* [25]. O algoritmo, como consta na revisão bibliográfica deste trabalho, consiste em fazer a comparação sequencial de um determinado valor de tensão aplicada crescente com valores de tensão de ruptura esperada de um conjunto de fibras gerados aleatoriamente, segundo algum parâmetro das próprias fibras. Durante o procedimento de comparação, quando um valor de tensão aplicada é maior que o de alguma das fibras do conjunto gerado aleatoriamente, tal fibra é “rompida” e seu carregamento de alguma forma redistribuído para as demais. Este procedimento de redistribuição de carregamento, mais bem descrito na literatura como mecanismo de compartilhamento de carga, é definido por algum modelo específico. No caso do trabalho de Pereira da Silva *et al.* [23], os modelos implementados ao código foram essencialmente o modelo de compartilhamento global (ELS – Equal Load Sharing ou GLS – Global Load Sharing) e o modelo de compartilhamento local de carga (LLS – Local Load Sharing) com sistema de posicionamento triangular.

Baseado na pesquisa desenvolvida por Pereira da Silva *et al.* [23], os autores fizeram algumas investigações experimentais e propuseram um novo modelo de compartilhamento de carga. Na época, os experimentos foram realizados somente com fibras Nextel 610, porém executados com feixes de tamanhos diferentes e submetidos a tratamentos diferentes.

Em relação à simulação, o autor propôs um novo modelo de compartilhamento de carga, sugerindo que o carregamento de uma fibra rompida não fosse compartilhado localmente somente com a vizinhança imediata da fibra, mas também de mais para menos intensamente, com vizinhos de maior grau da fibra rompida. Em conclusão, o trabalho demonstrou que, mesmo com a adoção de um sistema de posicionamento

triangular, a utilização de uma matriz quadrada $\eta \times \eta$ limita a avaliação de um feixe para quantidade de fibras com \sqrt{N} inteiro e, também, apresenta efeitos de acúmulo de carga em células das quatro extremidades da matriz (primeiras e últimas linhas e colunas). Ainda, o trabalho apresenta que o compartilhamento de carga proposto é promissor e que deve ser levado em consideração no aprimoramento do algoritmo da simulação.

Nesse trabalho, ensaios de tração foram realizados com fibras simples e com feixes de fibras com diferentes quantidades de fibras iniciais. Ainda, para esta pesquisa foram utilizadas duas composições diferentes de fibras, ambas produzidas pela empresa 3M, com a denominação de Nextel, modelos 610 e 720. Segundo a literatura [26], tais fibras apresentam propriedades mecânicas significativamente diferentes. Em paralelo, baseado na simulação desenvolvida e executada por Pereira da Silva *et al.* [23], um novo algoritmo foi construído considerando características geométricas do feixe, que influenciam no mecanismo de compartilhamento de carga. Ainda, um novo modelo de compartilhamento de carga foi proposto e implementado na simulação. Na sequência, um novo método de determinação da tensão de ruptura verdadeira do feixe é apresentado e aplicada para a determinação de tal parâmetro, para os dados experimentais e para a simulação. Para verificar a acurácia da simulação, comparações dos dados gerados pela mesma com os resultados experimentais são apresentados e conclusões são fornecidas.

A Figura 1-1 apresenta a evolução dos trabalhos publicados de 2010 a 2020 envolvendo fibras cerâmicas, resistência mecânica de fibras, determinação de propriedades mecânicas de fibras cerâmicas, estudo e análise de modelos de compartilhamento de carga e simulação do comportamento mecânico de feixes de fibras na plataforma Scimedirect.com.

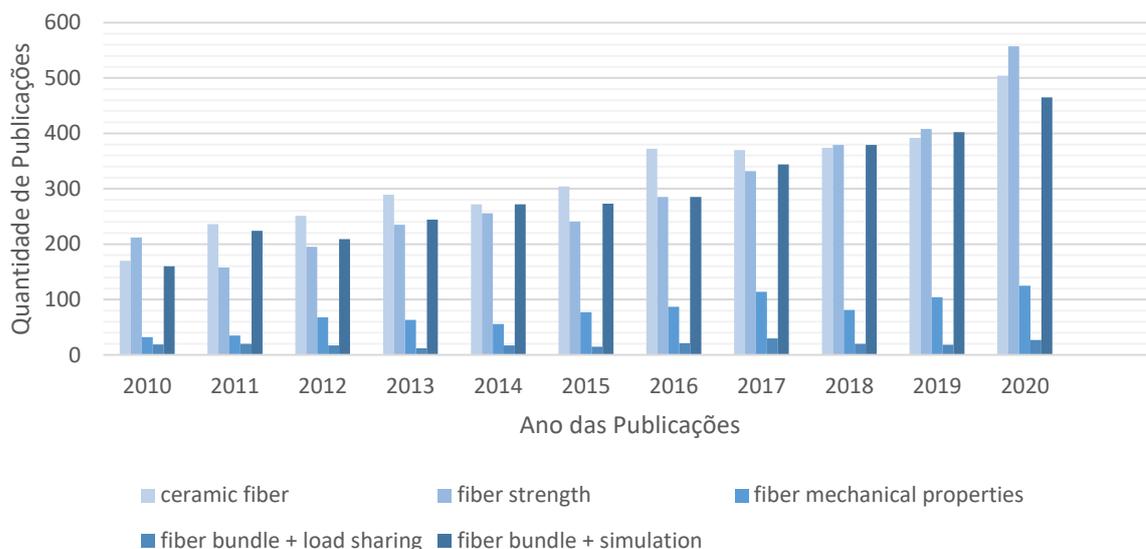


Figura 1-1 – Número de publicações de artigos a partir de 2010 obtidos na busca das expressões “ceramic fiber”, “fiber strength”, “fiber mechanical properties”, “fiber bundle + load sharing” e “fiber bundle + simulation”. Data da pesquisa: 14 de janeiro de 2021

A pesquisa no portal Scimedirect.com demonstra um crescente interesse da comunidade científica pelo comportamento de feixes de fibras. Dado o emprego crescente destes materiais nas mais diversas aplicações, é compreensível que a busca pela compreensão de suas propriedades seja objeto de um número crescente de estudos. Ainda, a Figura 1-1 também demonstra como cada vez mais a simulação vem sendo utilizada para a determinação e previsão das propriedades de tais materiais.

1.1 Motivação

A motivação principal deste trabalho está associada à possibilidade de utilização de tais materiais em aplicações de alta tecnologia, como a aviação ou, até mesmo, a área espacial. Assim, concentrar esforços na compreensão completa dos materiais empregados se torna necessário e prioritário. Em especial, este estudo visou entender detalhes ábditos ligados ao comportamento mecânico fibras e feixes de fibras e, para isso, utilizou como recurso feixes de fibras de materiais cerâmicos óxidos.

Por outro lado, tendo conhecimento da grande tendência mundial da pesquisa em ciência dos materiais, vê na área da computação grande potencial para a compreensão e desenvolvimento de novos e mais eficientes materiais. Desta forma,

considera também ser motivador a possibilidade de reproduzir computacionalmente um fenômeno físico como tal estudado.

2 Objetivos

2.1 Objetivo Geral

Desenvolver um novo método para obtenção da tensão de ruptura de fibras cerâmicas em feixes muito finos, quando não há a possibilidade de mensurar a variação da seção transversal do feixe durante as solicitações mecânicas de tração.

2.2 Objetivos Específicos

- Fazer o levantamento da carga e tensão de ruptura de fibras simples de duas composições diferentes e comparar estes resultados com aqueles presentes na literatura e, ainda, utilizar os mesmos resultados como parâmetros de geração de dados para a simulação;
- Comparar a tensão de ruptura verdadeira das fibras em um feixe com os valores encontrados nos ensaios com fibras simples e, também, com os disponíveis na literatura;
- Aprimorar a simulação desenvolvida em trabalhos anteriores em diversos níveis, buscando minimizar efeitos de borda e otimizando a implementação de diferentes modelos de compartilhamento de carga;
- Desenvolver um novo algoritmo de varredura de vizinhança para as simulações, permitindo que modelos mais avançados de compartilhamento local de carga sejam implementados e executados sem aumento significativo no tempo de processamento;
- Avaliar a dependência da tensão simulada de ruptura verdadeira do feixe na quantidade inicial de fibras virtuais do feixe e, também, a influência do modelo de compartilhamento de carga neste parâmetro;
- Encontrar, entre os modelos de compartilhamento de carga testados, aquele que melhor responde ao fenômeno estudado para as duas composições de fibras testadas.

3 Revisão de Literatura

3.1 Fibras de Óxidos Cerâmicos

Entre as fibras de óxidos cerâmicos, estão disponíveis comercialmente em geral fibras de sílica (SiO_2), mulita ($3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$), alumina (Al_2O_3), zircônia (ZrO_2) e YAG (ítrio-alumínio-granada, $Y_3Al_5O_{12}$) [27]. Objeto de estudo deste trabalho, as fibras com base em alumina foram desenvolvidas inicialmente para isolamento térmico refratário, como paredes de fornos em indústrias cerâmicas. Essas fibras são inerentemente resistentes à oxidação e têm se mostrado também bem-sucedidas como fase reforço em metais de ligas leve, assim como em compósitos de matriz cerâmica [28]. Na sequência, breves comentários serão tecidos referentes às fibras disponíveis comercialmente compostas de óxidos cerâmicos.

As fibras denominadas Saffil, produzidas pela empresa ICI (Imperial Chemical Industries) do Reino Unido, possui 4% de sílica em sua composição. Esta é produzida por meio de extrusão de sopro de soluções parcialmente hidrolisadas de alguns sais de alumínio com uma pequena fração de sílica. Essa fibra contém uma pequena fração de grãos de δ -alumina de aproximadamente 50 nm, mas também alguns grãos de α -alumina de 100 nm. A grande aplicação de tais fibras é em compósitos em forma de esteira, podendo ser aplicada conforme o formato requerido e infiltrado com metal fundido. Esta é tida com a fibra mais compatível com compósitos de matriz metálica [28].

As fibras Altex são fibras contínuas produzidas pela empresa Sumimoto Chemicals no Japão, com composição de 85% alumina e 15% sílica. Esta é obtida por meio da conversão química de uma fibra polimérica precursora, obtida de um poli-alumínio-oxano dissolvido em um solvente orgânico, o que gera um produto viscoso com alquilo-silicato adicionado para prover sílica. Sua microestrutura consiste em pequeno grão de γ -alumina com algumas dezenas de nanômetros dispersados em uma fase amorfa de sílica. A presença desta sílica nas fibras Altex não reduz sua resistência mecânica em baixas temperaturas, comparadas com fibras de pura alumina, mas uma pequena energia de ativação é requerida para a fluência do material da fibra. A 1200 °C, o meio contínuo de sílica permite fluência newtoniana e, sob tais condições, a taxa de fluência é maior que as verificadas para fibras de pura α -alumina [28].

A corporação 3M nos Estados Unidos da América produz uma variedade de fibras cerâmicas sob a denominação geral de Nextel. As fibras Nextel 312 e 440 são fibras fabricadas segundo o processo sol-gel. Estas são compostas por 3 moles de alumina e 2 moles de sílica com quantidades diferentes de trióxido de boro para restringir o crescimento de grãos. A fibra Nextel 312, introduzida no mercado em 1974, é composta de 62% de Al_2O_3 , 24% de SiO_2 e 14% de B_2O_3 e é predominantemente amorfa. Dentre as demais fibras produzidas pela empresa, a Nextel 312 é a que apresenta o menor custo de produção e usada vastamente, mas é instável termicamente uma vez que compostos de boro volatilizam sob temperaturas maiores que $1000\text{ }^\circ C$, induzindo encolhimento intenso acima de $1200\text{ }^\circ C$. Para aprimorar a estabilidade térmica em altas temperaturas, a quantidade de trióxido de boro foi reduzida na produção das fibras Nextel 440. Estas fibras, então, apresentam em sua composição 70% de Al_2O_3 , 20% SiO_2 e 2% de B_2O_3 e são formadas por pequenos grãos de γ -alumina em sílica amorfa [28].

As fibras Nextel 720, também da empresa 3M, contêm a mesma razão entre alumina e sílica que as fibras Altex apresentadas anteriormente. Para estas fibras, o processamento via rota sol-gel, juntamente com maiores temperaturas de processo e a adição de precursores para formação de α -alumina, causam a indução do crescimento de mulita rica em alumina e α -alumina. Diferente de outras fibras de alumina-sílica, a Nextel 720 é composta de grãos mosaicos de aproximadamente $0,5\text{ nm}$ e grãos alongados de α -alumina. Ainda, o tratamento térmico pós-processamento acarreta o enriquecimento da α -alumina na fibra enquanto a mulita rejeita a alumina, fazendo com que a composição evolua para um equilíbrio de três partes para duas. O crescimento de grão ocorre a partir de $1300\text{ }^\circ C$. Esta fibra apresenta uma redução dramática de duas ordens de magnitude das taxas de fluência enquanto comparada com fibras de pura alumina. Assim, a Nextel 720 apresenta a menor taxa de fluência entre outras fibras finas disponíveis comercialmente. Por outro lado, acima de $1100\text{ }^\circ C$ a superfície desta fibra se torna mais reativa, o que leva ao desenvolvimento de grãos na superfície. Assim, o crescimento de trincas, iniciado por este defeito, reduz consideravelmente o tempo para ruptura durante a fluência, assim como a resistência a tração da fibra [28].

Fibre FP, produzida pela Du Pont em 1979, foi a primeira fibra de pura α -alumina produzida. Historicamente, foi a primeira fibra produzida especificamente para

aplicação como reforço em materiais compósitos [29]. Essa fibra possui uma composição de 99,9% de α -alumina e densidade de $3,92 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Ainda, sua estrutura era policristalina e possuía $0,5 \mu\text{m}$ de tamanho de grão, assim como um módulo de elasticidade de 410 GPa . Entretanto, apresentava fratura com apenas 0,4% de deformação. Essa fragilidade combinada com seu diâmetro relativamente grande de $20 \mu\text{m}$ tornava tal fibra imprópria para produção de tecidos e, por mais que inicialmente tenha se apresentada como boa candidata para fase de reforço em ligas leves, sua produção não foi continuada além da fase piloto. Até $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, fibras Fibre FP apresentavam comportamento linear macroscópico sob tração. Acima desta temperatura, a fibra parecia deformar plasticamente sob tração e suas propriedades mecânicas decresciam rapidamente. A $1300 \text{ }^\circ\text{C}$, a deformação aumentava e podia, algumas vezes, chegar a 15%. Ainda, fluência era percebida a partir de $1000 \text{ }^\circ\text{C}$. As taxas de deformação entre 1000 e $1300 \text{ }^\circ\text{C}$ se apresentavam como sendo dependentes do quadrado da tensão aplicada e sua energia de ativação era encontrada, sendo aproximadamente $550 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Por fim, a fibra se mostra estável quimicamente em altas temperaturas no ar, mas seu grão, por ser de tamanho pequeno e isotrópico, acarretava uma alta taxa de fluência e escorregamento de grão, o que a impedia de ser candidata a aplicação como fase de reforço em estruturas cerâmicas [28].

Outras empresas modificaram a técnica de produção para reduzir o diâmetro das fibras de α -alumina. Com isto, alcançou-se uma maior flexibilidade nas mesmas e garantiu-se a possibilidade de produzir tecidos de tais fibras. Como exemplo, as fibras Almax, produzidas comercialmente pela Mitsui Mining do Japão, possuem uma densidade de $3,60 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ e tamanho de grão de $0,5 \mu\text{m}$ com baixíssimo desvio padrão. Estas fibras apresentam uma grande quantidade de porosidade intragranular, o que explica sua baixa densidade e baixo módulo de elasticidade em comparação a fibras densas de α -alumina. Esta porosidade indica um rápido crescimento de grão durante o processo de fabricação sem eliminação de porosidade e tensões internas. Como consequência, a $1300 \text{ }^\circ\text{C}$ o crescimento de grãos é ativado sem aplicação de carregamento. A fluência de material ocorre a $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ e a resistência a fluência também é muito baixa em comparação com fibras de α -alumina densas [30].

Uma fibra contínua de α -alumina com o diâmetro de aproximadamente $10 \mu\text{m}$ foi introduzida no mercado por meio também da empresa 3M no início dos anos 90 com

o nome comercial de Nextel 610. O fabricante indica que sua composição contém cerca de 99% de α -alumina, mas uma análise mais detalhada na mesma mostra 1,15% de impurezas, incluindo 0,67% de Fe_2O_3 usado como agente nucleante e 0,35% de SrO_2 como um inibidor de crescimento de grão. A estrutura da fibra é policristalina com tamanho de grão de $0,1 \mu m$, sendo 5 vezes menor que a Fibre FP. Ainda, sua resistência à tração é aproximadamente o dobro desta. Entretanto, grãos de tamanho menor e, possivelmente, a quantidade e natureza química dos contornos de grão, fazem com que a fluência de material seja verificada a $900^\circ C$ e a taxa de fluência do mesmo seja de duas a seis vezes maior que as apresentadas pela Fibre FP. Para tal, o expoente da tensão de aproximadamente 3 é encontrado para temperaturas entre $1000^\circ C$ e $1200^\circ C$, com uma energia de ativação aparente de $660 kJ \cdot mol^{-1}$ [28].

Tanto a empresa 3M quanto a DuPont produziram também fibras com composição de α -alumina e zircônia (ZrO_2), embora nenhuma das duas tenha chegado a ser produzida em escala comercial. A fibra da DuPont, comercializada sob o nome de PRD-166, possui 20% de zircônia estabilizada para aumentar a deformação de ruptura das fibras. Estas fibras possuíam diâmetro de $18 \mu m$ e densidade de $4,2 g \cdot cm^{-3}$. A dispersão de partículas de zircônia de $0,15 \mu m$ limita o crescimento de grãos de alumina, que possuíam um diâmetro médio de $0,3 \mu m$ ao contrário do $0,5 \mu m$ das Fibre FP com uma granulometria inicial de alumina similar. Estas partículas sofrem uma transformação martensítica na vizinhança das pontas de trincas, resultando em um fechamento parcial das mesmas, e em uma maior resistência mecânica. Mesmo assim, a adição de zircônia à alumina diminui o módulo de elasticidade da fibra em relação ao da fibra só de alumina. De qualquer forma, o aumento na deformação pré-ruptura não foi suficiente para que fosse possível tecer com tal fibra e sua produção não foi continuada após o piloto [28].

A 3M produziu uma fibra intitulada como Nextel 650, que possuía um diâmetro de $11 \mu m$ e era composta de 90% α -alumina em forma de grão de $0,1 \mu m$ e grãos de zircônia estabilizada de $5 - 10 nm$. O papel da zircônia nesta fibra era o de aprimorar as propriedades mecânicas da mesma. Assim, as propriedades elásticas da Nextel 650 eram mantidas até temperaturas de $1100^\circ C$, o que é $100^\circ C$ acima daquela registrada para fibras de pura α -alumina. De qualquer forma, o aumento progressivo

de temperatura até 1300 °C fazia com que o comportamento mecânico de tais fibras fosse muito similar ao apresentado pelas de α -alumina, diminuindo a vantagem das fibras Nextel 650 sobre as demais [28].

Fibras policristalinas baseadas em alumina apresentam-se resistentes à oxidação, mas têm suas propriedades mecânicas fortemente afetadas quando expostas a ambientes com temperaturas superiores a 1200 °C. Isto se dá por conta das modificações microestruturais ocorridas sob tais condições, que também facilitam a difusão de contorno de grãos. Combinadas com uma segunda fase, como mulita ou zircônia, fibras de α -alumina têm sua resistência à fluência aparentemente melhorada. Entretanto, fibras como a Nextel 720 apresentam sensibilidade à contaminação alcalina, levando ao crescimento de grãos de alumina sob temperaturas elevadas e conseqüente decréscimo de sua resistência mecânica.

3.1.1 Fabricação e Propriedades

Al_2O_3 e mulita ($3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$ ou $2Al_2O_3 \cdot SiO_2$) são as fibras cerâmicas mais comumente produzidas. Estas fibras podem ser produzidas por meio de operações classificadas como *melt-spinning* ou *solution-spinning*, onde compostos orgânicos são utilizados para facilitar a fiação. Dentre esses métodos, ainda é possível especificar subgrupos como *melt-spinning* de fundido invíscido, extração de fundido, pirólise de fibras poliméricas precursoras e congelamento unidirecional de gel, entre outros [31]. Estes processos químicos são geralmente definidos como processos sol-gel ou processos metal-orgânicos.

O processamento de tais fibras requer um extremo cuidado em todos os passos do processo de maneira que seja evitada a formação de defeitos e imperfeições, incluindo poros, bolhas, trincas e danos à superfície. Por exemplo, as fibras Nextel 610 produzidas atualmente possuem uma grande resistência à tração (aproximadamente 3,0 GPa) em comparação às das outras fibras. Este valor chega a ser 50% maior que a resistência à tração apresentada pelo mesmo material em sua primeira concepção. Este grande aumento é resultado de um programa intensivo de aprimoramento do processo de produção. Nas últimas décadas, várias fibras de óxidos cerâmicos têm sido aprimoradas e disponibilizadas para uso comercial. A chave para as melhorias apresentadas são essencialmente a obtenção de

microestruturas nas quais o volume de fases amorfas é reduzido e o desenvolvimento de estruturas policristalinas multifásicas. A eliminação de fases amorfas, assim como uma estrutura policristalina multifásica ajuda a inibir a fluência do material sob altas temperaturas [29].

A Figura 3-1 apresenta o processo químico geral utilizado para obtenção de fibras de óxidos cerâmicos. Como apresentado em tal figura, um precursor de alumina é misturado com aditivos inorgânicos (precursor de sílica, por exemplo) e com compostos orgânicos, de forma que as propriedades químicas e de escoamento do precursor sejam adequadas para o processo de fiação. Após isto, o precursor é geralmente filtrado e concentrado em vácuo para eliminar partículas contaminantes e remover excesso do solvente. Desta forma, obtém-se o *spin-dope*, que é o material do qual os filamentos são fiados. A grande maioria das fibras de óxidos cerâmicos são extrudadas em filamentos contínuos, utilizando *dry-spinning*: o *spin-dope* contém um solvente (geralmente água), que é evaporado durante o processo de fiação, produzindo uma fibra rígida. Essa fibra é denominada como fibra “verde”. Esses filamentos são então pirolisados em temperaturas entre 300 °C e 500 °C para remover todos os componentes voláteis do precursor, produzindo, assim, as fibras cerâmicas. Ainda, um tratamento térmico é feito sob temperaturas acima de 800 °C, o que resulta na cristalização da fibra em alumina e outros componentes cerâmicos, dependendo da composição dos precursores. A sinterização ocorre após o processo de cristalização [29]. A Figura 3-2 apresenta por meio de uma representação esquemática o processo de fiação por meio de *dry-spinning* e posterior sinterização e bobinagem.

O objetivo do tratamento térmico é obter uma microestrutura cerâmica com alta resistência mecânica e boas propriedades térmicas (fluência ou degradação térmica por meio de crescimento de grão, por exemplo). Para isso, é requerido que o tamanho de grão obtido seja de aproximadamente 0,1 μm . Então, o tratamento térmico deve ser executado com cuidado para que a fibra verde seja vagarosamente convertida em óxido, evitando-se, assim, a formação de defeitos ou falhas. Ainda, o tratamento térmico é extremamente importante para a transição de fase cristalina da alumina, o que também determina algumas propriedades da fibra finalizada. Como apresentado na Tabela 3-1, todas as fibras baseadas em alumina disponíveis comercialmente possuem diferentes teores de sílica em sua composição. As fases estáveis para fibras

de alumina-sílica, com teor menor que 28% de sílica em todas as temperaturas, são α -alumina e mulita. Entretanto, uma série de espinélios de alumina cúbica – comumente chamados de alumina de transição – se formam em temperaturas entre $800\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dependendo do precursor utilizado, a primeira fase a cristalizar é a $\eta - \text{Al}_2\text{O}_3$ (cúbica) ou $\gamma - \text{Al}_2\text{O}_3$ (tetragonal), que se formam entre $800\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $900\text{ }^{\circ}\text{C}$. Em vários sistemas, $\delta - \text{Al}_2\text{O}_3$ e $\theta - \text{Al}_2\text{O}_3$ são formados com aquecimento adicional entre $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $1150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Estas fases são similares a $\gamma - \text{Al}_2\text{O}_3$, porém possuem um grau de ordenamento maior na estrutura de cátions. A transformação para $\alpha - \text{Al}_2\text{O}_3$ (hexagonal) ocorre acima de $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$; mulita ($3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2$) também cristaliza acima de $1280\text{ }^{\circ}\text{C}$ [5].

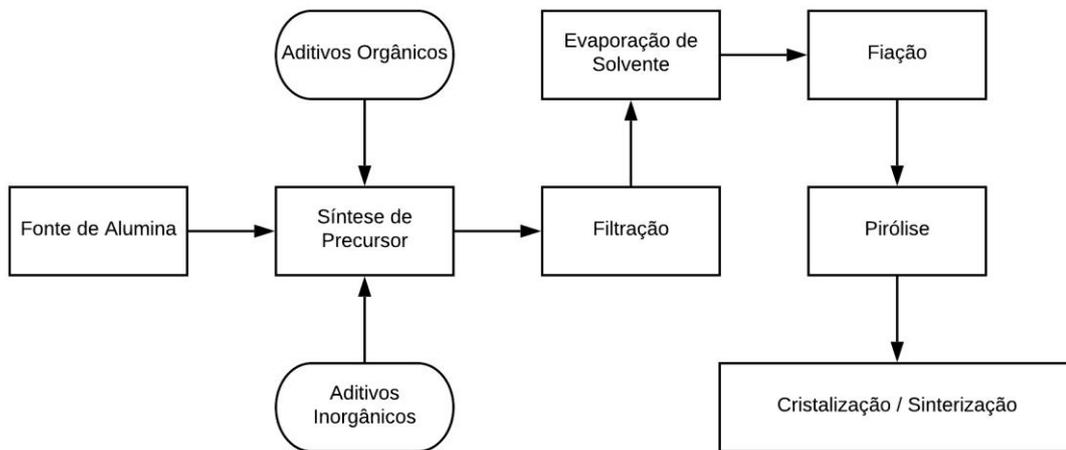


Figura 3-1 – Diagrama de processo químico utilizado para obtenção de fibras de óxidos cerâmicos.

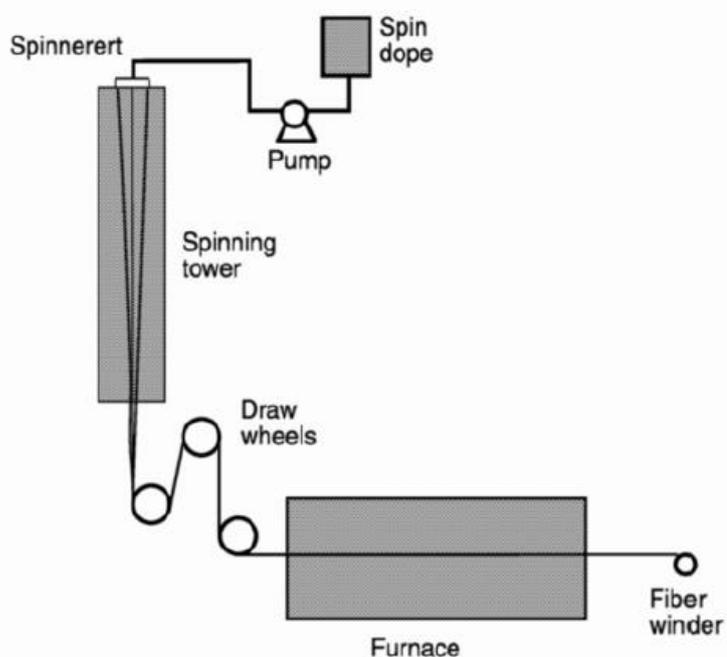


Figura 3-2 - Esquema do processo de fiação pelo processo de Dry-Spinning [29]

Para fibras de alumina e alumina-sílica, a cristalização de novas fases como mulita e α -alumina comumente resultam em grão de tamanho maior, o que faz com que as fibras se tornem frágeis e fracas. Para evitar este problema, a maioria das fibras comerciais são estabilizadas com alumina de transição por meio da adição de SiO_2 . Esta adição faz com que a temperatura de transformação da $\alpha - Al_2O_3$ sofra um aumento de algumas centenas de graus. Isso permite a preservação da microestrutura submicrométrica da alumina de transição em temperaturas acima dos $1100^\circ C$. A Tabela 3-1 também apresenta as características destas fibras.

Em geral, o comportamento de fratura de cerâmicos está relacionado ao tamanho de grão do material. Nas fibras Nextel 610, o tamanho de grão é menor que o tamanho crítico de defeito e, com isto, a fratura é geralmente iniciada em defeitos intrínsecos como poros ou defeitos de superfície provenientes do processamento. Nestas fibras, não há plasticidade intragranular, uma vez que a distância axial entre dois contornos de grão é muito pequena. Isto é explicado pelo fato de que tal distância evita a formação de fontes de vacâncias. Entretanto, a grande área de contato entre grãos permite a deformação por meio de escorregamento de contornos. De qualquer forma, estas fibras são rígidas e estáveis quimicamente, o que faz com que as mesmas sejam candidatas a uso em reforço de matrizes para aplicações em temperaturas

intermediárias. Entretanto, não são recomendadas para aplicações onde grande solicitação mecânica é esperada [32].

Tabela 3-1 – Composição e propriedade de fibras de alumina-sílica e alumina policristalina [5,28,33-36].

Fibra Empresa	Composição $Al_2O_3 - SiO_2$	Densidade ($\frac{g}{cm^3}$)	Diâmetro (μm)	Fase Cristalina	Resistência à Tração (GPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)
Nextel 312 3M	64 – 24 (+14% B_2O_3)	2,7	10 – 12 ou 8 – 9	$9Al_2O_3 2B_2O_3 + am. SiO_2$	1,7 – 2	150 – 152
Nextel 440 3M	70 – 28 (+2% B_2O_3)	3,05	10 – 12	$\eta - Al_2O_3 + am. SiO_2$	2,0 – 2,1	190
Nextel 550 3M	73 – 27	3,03	10 – 12	$\eta - Al_2O_3 + am. SiO_2$	2,0	193
Altex Sumimoto	85 – 15	3,2	15 – 17	$\gamma - Al_2O_3 + am. SiO_2$	2,0 – 2,1	179 – 193
Alcen Nitivy	70 – 30	3,1	7 – 10	$\gamma - Al_2O_3 + am. SiO_2$	1,6 – 2,0	160 – 170
Nextel 610 3M	100 – 0	3,75 – 3,9	10 – 12	$\alpha - Al_2O_3$	1,9 – 3,1	370 – 373
Nextel 720 3M	85 – 15	3,4	10 – 12	$\alpha - Al_2O_3 + mullite$	1,98 – 2,1	210 – 260
Almax Mitsui	100 – 0	3,6	8 – 10	$\alpha - Al_2O_3$	1,02 – 1,8	330 – 344
ICI Saffil	95 – 5	2,8 – 3,2	1 – 5	$\alpha - Al_2O_3 + mullite$	1,03 – 2,00	130 – 300
Fiber FP	100 – 0	3,95	15 – 20	$\alpha - Al_2O_3$	1,2 – 3,8	138 – 414

Por outro lado, a fibra Nextel 720 foi desenvolvida para aplicações de alta temperatura, onde alta resistência mecânica é requerida. A resistência desta fibra sob tais condições é resultado de seu alto teor de mulita, que possui resistência à fluência superior à da alumina. O tamanho de grão desempenha um papel fundamental neste mecanismo, uma vez que, para cerâmicos óxidos, a resistência à fluência aumenta com o aumento do tamanho de grão. Ainda, a distribuição bimodal de formato de grãos (globulares e não circulares) de alumina e mulita ajuda a evitar o escorregamento de contorno de grão. Por outro lado, o tamanho de grão das fibras Nextel 720 (0,5 μm),

sendo cerca de cinco vezes maior que o apresentado pelas fibras Nextel 610, faz com que aquelas tenham resistência à tração consideravelmente menor que estas [37].

3.1.2 Aplicações

Fibras com base em alumina foram as primeiras fibras finas a serem produzidas. Em meados de 1970, tais fibras foram concebidas para serem aplicadas como isolamento térmico. Entretanto, no final da mesma década, houve um aumento no interesse em sua utilização para reforço em materiais de liga leve. Com o posterior desenvolvimento de compósitos de matriz cerâmica, a utilização destas fibras se mostrou útil para ambientes de alta temperatura por conta de sua grande estabilidade química e estrutural sob atmosferas altamente oxidantes [38].

Geralmente, fibras de óxidos cerâmicos possuem baixa resistência à fluência, fazendo com que não sejam tão atrativas para aplicações estruturais em ambientes de alta temperatura. Entretanto, fibras de óxidos cerâmicos são resistentes à oxidação [31]. Assim, em uma aplicação em que a solicitação mecânica de tais materiais é relativamente baixa, tais fibras são ótimas candidatas a serem empregadas. Por exemplo, fibras Nextel já se mostraram como sendo ótimos materiais para a produção de filtros cerâmicos para gases aquecidos, com o objetivo de remover partículas sólidas da corrente de gás [39]. Ainda, tecidos de fibras cerâmicas podem ser utilizados em isolamento térmico para roupas de proteção em ambientes com exposição à chama direta [40]. O enriquecimento de tecidos de sílica com alumina diminui a transferência de calor significativamente. Assim, uma outra opção de aplicação do tecido de fibras cerâmicas são as roupas produzidas para trabalhadores da indústria metalúrgica de fundição que operam fornos. Nestes ambientes industriais, uma roupa que proteja o trabalhador de respingos de metal fundido se faz necessário [41]. Para isolamento e proteção térmica, as fibras Nextel 312 e 440 são mais indicadas por seu baixo custo em comparação às demais produzidas pela mesma empresa. Ainda, tecidos constituídos de tais fibras ainda são indicados para forramento de fornos, prevenindo o desgaste de suas paredes, o que reduz a emissão de poeira e aumenta a vida útil de tais. Na indústria vidraceira, tais fibras também são utilizadas para recobrir os rolos utilizados na laminação, o que proporciona ao processo uma distribuição de calor mais homogênea [42].

Em compósitos de matriz metálica, a fase de reforço possui perfil de múltipla demanda, que geralmente são: baixa densidade, compatibilidade mecânica e química, estabilidade térmica, alto módulo de elasticidade, boa processabilidade e eficiência econômica. Estas demandas podem ser supridas por meio da utilização de um componente inorgânico não-metálico como fase de reforço. Para tal, comumente são empregadas fibras cerâmicas e, dentre elas, as de óxido [43]. Entretanto, o reforço e a produção de tais materiais são muito custosos e inevitavelmente muito altos para aplicação em todos os mercados potenciais. Por exemplo, em ligas de alumínio, a presença de fibras como fase de reforço proporciona maior rigidez, resistência à fadiga e à ruptura à temperatura ambiente, assim como também aumenta sua estabilidade dimensional quando submetido a um ciclo térmico. Dentre outras aplicações de compósitos de matriz metálica com reforço de fibras cerâmicas podem-se citar a indústria automotiva e/ou aeroespacial na produção de peças mais leves e resistentes ou na produção de baterias, obtendo redução de peso por meio da utilização de eletrodos de compósito de chumbo-alumina ou chumbo-carbono [35].

Um outro exemplo de aplicação de fibras de óxidos cerâmicos em compósitos de matriz metálica são eletrodos de baterias automotivas. Tanto fibras de alumina quanto de carbono já são usadas unidirecionalmente como reforço da fase metálica de chumbo em tais componentes. A presença de 25% de α -alumina na matriz aumenta sua rigidez em um fator de 20, diminui significativamente o peso da bateria e não reduz de maneira expressiva sua condutividade elétrica.

Por outro lado, na indústria aeroespacial há um grande esforço no sentido de produzir turbinas de maior potência, mais leves e eficientes. Por exemplo, é possível alcançar maior rendimento por meio do aumento da temperatura de trabalho. Para que isto seja possível, compósitos de matriz cerâmica são excelentes candidatos a substituir componentes que não suportam atmosferas tão oxidantes e com tão alta temperatura de serviço [44]. Tais compósitos, nos quais fibras cerâmicas são embutidas em uma matriz cerâmica, são projetadas para superar a fragilidade intrínseca de cerâmicas monolíticas, visando, ainda, aplicações estruturais em altíssimas temperaturas de funcionamento [35]. Uma outra vantagem do emprego de tais materiais é a redução de peso em componentes, dada a baixa densidade do material cerâmico em comparação ao metálico, por exemplo. Também, compósitos de matriz cerâmica, tanto matriz quando fase reforço constituídos de óxidos cerâmicos, são altamente

resistentes à oxidação, devido a sua natureza química e mineralógica. Compósitos com tal constituição são definidos como óxido/óxido [45].

3.2 Distribuição de Weibull para Fibras Cerâmicas

A variação estatística da tensão de ruptura em fibras é comumente descrita em termos da distribuição de Weibull [46]. Os parâmetros desta distribuição são utilizados para descrever o comportamento mecânico de materiais que sofrem ruptura em pontos defeituosos de sua estrutura [47]. Esses parâmetros são, essencialmente, a tensão característica de Weibull para ruptura da fibra simples e o módulo de Weibull para esta distribuição. Esses parâmetros fazem parte da função de distribuição acumulada de Weibull de dois parâmetros, dada pela Equação 3-1.

$$P(\sigma) = 1 - \exp \left[\left(-\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (3-1)$$

onde $P(\sigma)$ é a probabilidade de uma fibra fraturar sob uma determinada tensão σ . Ainda, σ_0 é a tensão característica de Weibull para a ruptura e representa a tensão na qual aproximadamente 63,2% de toda a população de fibras sofrerá ruptura. m é o módulo de Weibull, denominado parâmetro de forma da distribuição. Quando aplicado à fratura de materiais, m representa a confiabilidade do material, uma vez que determina quão centralizado em σ_0 as tensões de ruptura se concentram. Para a Equação 3-1, $[P(\sigma)] = [m] = 1$ e $[\sigma] = [\sigma_0] = Pa$

Dentre os métodos de estimação dos parâmetros da distribuição de Weibull conhecidos, o método da máxima verossimilhança é um dos mais recomendados [48]. Tal método é conhecido por sua versatilidade e confiabilidade. Comparado com o método gráfico, muito utilizado por inúmeros pesquisadores [49,50,23], este estimador de parâmetros é, geralmente, mais consistente, assintoticamente normal e menos variável que a regressão linear [51,52]. Segundo McCool [48], pelo método da máxima verossimilhança, o módulo de Weibull estimado \hat{m} é obtido resolvendo-se a Equação 3-2.

$$\left(\sum_{i=1}^{n_R} \sigma_i^{\hat{m}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\hat{m}} + \frac{1}{r} \cdot \sum_{i=1}^{n_R} \ln(\sigma_i) \right) - \sum_{i=1}^{n_R} \sigma_i^{\hat{m}} \cdot \ln(\sigma_i) = 0 \quad (3-2)$$

para \hat{m} , onde σ_i é a tensão de ruptura na replicação i , r é o número de amostras rompidas e n_R é a quantidade total de amostras testadas. A solução da Equação 3-2 é encontrada por meio de métodos numéricos, uma vez que não é possível de solucioná-la analiticamente.

Para testes completamente destrutivos, como os executados nesse trabalho, $r = n$. A tensão de ruptura característica estimada $\hat{\sigma}_0$ é, então, calculada por meio da Equação 3-3.

$$\hat{\sigma}_0 = \left[\frac{1}{r} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i^{\hat{m}} \right]^{\frac{1}{\hat{m}}}. \quad (3-3)$$

Por outro lado, há sempre o interesse em determinar-se se uma determinada população é realmente distribuída de acordo com um modelo estatístico. Para a distribuição de Weibull, uma das maneiras pertinentes é por meio da utilização do *Weibull Plot*, que é chamado de “Diagrama de Weibull” nesse trabalho. Este diagrama é gerado por meio da linearização da Equação 3-1, manipulada de forma a se apresentar conforme a Equação 3-4.

$$\ln\{-\ln[1 - P(\sigma)]\} = m \cdot \ln(\sigma) - m \cdot \ln(\sigma_0). \quad (3-4)$$

Supondo um modelo linear do tipo $Y = \beta \cdot X + \alpha$, tem-se a Equação 3-5.

$$Y = \ln\{-\ln[1 - P(\sigma)]\} \quad ; \quad \beta = m \quad ; \quad X = \ln(\sigma) \quad ; \quad \alpha = m \cdot \ln(\sigma_0), \quad (3-5)$$

que indica as transformações que devem ser feitas com os valores obtidos para obtenção do diagrama. O tratamento de dados é feito inicialmente pela organização em ordem crescente das tensões de ruptura σ . Ainda, são também gerados i ranks, que é a simples contagem das replicações de um ensaio em ordem crescente, para cada uma das n tensões de ruptura, conforme a Equação 3-6.

$$P(\sigma_i) = \frac{i-0,3}{n_R+0,4} \quad (3-6)$$

proposta por Bernard *et al.* [53] para a distribuição de Weibull. Tendo estimados os valores de \hat{m} e $\hat{\sigma}_0$ para a população analisada por meio do método da máxima verossimilhança, plota-se a melhor reta construída por meio de valores esperados juntamente com os próprios dados tratados segundo a linearização. Por meio da análise visual comparativa entre a disposição da melhor reta e os dados tratados, é possível verificar-se se os dados são distribuídos segundo a estatística de Weibull de forma qualitativa. Para uma análise qualitativa, pode-se utilizar o coeficiente de correlação de Pearson R^2 entre os dados de $X = \ln(\sigma)$ e $Y = \ln\{-\ln[1 - P(\sigma)]\}$, que é obtido por meio da Equação 3-7 [54].

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad (3-7)$$

onde \bar{X} e \bar{Y} são as médias dos valores de X e Y , respectivamente. O valor deste coeficiente define quão bem relacionados linearmente estão os valores de X e Y . Assim, segundo Mukaka [55], coeficientes de correlação com valores acima de 0,9 indicam uma forte correlação linear entre as variáveis. Desta forma, para o diagrama de Weibull, valores R tais que $R > 0,9$ indicam que a população de tensões de ruptura está distribuída suficientemente bem, conforme a estatística de Weibull. Na Equação 3-7, $[R] = 1$

3.3 Análise de Variância com Dados de Weibull

Após a determinação das tensões de ruptura verdadeira das fibras, é importante analisar os dados de forma que se possa verificar se os mesmos são suficientemente distribuídos, segundo a estatística de Weibull. Essa verificação é importante, pois espera-se que os dados sejam distribuídos segundo o mesmo modelo estatístico que as fibras simples – que conhecidamente se distribuem segundo Weibull. Do contrário, caso os valores não sejam distribuíveis de acordo, poderia ser levantada a hipótese de que o método de cálculo desta tensão seria inconsistente.

Ainda, tendo em vista o planejamento experimental, é de interesse verificar se o tamanho inicial da seção transversal do feixe, no caso a quantidade inicial de fibras

N , exerce influência significativa na tensão verdadeira de ruptura. Para isso, é possível executar uma análise de variância (ANOVA) sobre as populações de tensão de ruptura média individual. Entretanto, algumas verificações são requeridas para que o teste estatístico seja aplicado de maneira correta [56]. Uma ANOVA requer que os grupos de dados apresentem distribuição normal e homocedásticas¹.

Por outro lado, com a verificação proposta no parágrafo anterior retornando um resultado positivo, ou seja, na conclusão de que os dados são distribuídos segundo Weibull, não é possível utilizar tais dados diretamente em uma ANOVA padrão. Ademais, uma vez que os dados são significativamente distribuídos segundo Weibull, naturalmente não apresentam homocedastidade. Ainda, não há um método de analisar a variância de amostras de Weibull conhecida na literatura.

Para tal impasse, Watthanacheewakul [57] desenvolveu um método de transformar dados distribuídos, segundo a estatística de Weibull, em valores distribuídos sob uma curva normal, para que, com isso, possam ser submetidos a uma análise de variância. O método consiste em uma transformação do tipo *box-cox* adaptada, segundo a Equação 3-8.

$$\sigma_{N_{ji}} = \begin{cases} \frac{[\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^\lambda - 1}{\lambda} & , \lambda \neq 0 \\ \ln[\sigma_{ji} + 0.01 c_j] & , \lambda = 0 \end{cases} \quad (3-8)$$

onde σ_{ji} é a tensão de ruptura da replicação i para a combinação de parâmetros j , $\sigma_{N_{ji}}$ é a tensão de ruptura convertida, c_j é a diferença entre a maior e a menor tensão de ruptura em uma combinação de parâmetros j e λ é o parâmetro de transformação. O parâmetro de transformação λ é calculado solucionando a Equação 3-9.

¹ Amostras com homogeneidade de variância

$$\begin{aligned}
& \frac{-n_T \left[\sum_{j=1}^{n_{CP}} \sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^{2\lambda} \ln[\sigma_{ji} + 0.01 c_j] \right]}{\sum_{j=1}^{n_{CP}} \sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^{2\lambda} - \sum_{j=1}^{n_{CP}} \frac{1}{n_{Rj}} \left(\sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^\lambda \right)^2} + \\
& \frac{n_T \left[\sum_{j=1}^{n_{CP}} \frac{1}{n_{Rj}} \left(\sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^\lambda \right) \left(\sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^\lambda \ln[\sigma_{ji} + 0.01 c_j] \right) \right]}{\sum_{j=1}^{n_{CP}} \sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^{2\lambda} - \sum_{j=1}^{n_{CP}} \frac{1}{n_{Rj}} \left(\sum_{i=1}^{n_{Rj}} [\sigma_{ji} + 0.01 c_j]^\lambda \right)^2} + \\
& \frac{n_T}{\lambda} + \sum_{j=1}^{n_{CP}} \sum_{i=1}^{n_{Rj}} \ln[\sigma_{ji} + 0.01 c_j] = 0, \tag{3-9}
\end{aligned}$$

onde n_T é o número total de amostras, n_{CP} o número total de combinação de parâmetros experimentais e n_{Rj} a quantidade de replicações na combinação j de parâmetros experimentais. Naturalmente, pela natureza da equação, a determinação de λ deve ser feita por métodos numéricos. Em conclusão, o autor menciona que, após a transformação, os dados $\sigma_{N_{ji}}$ se distribuem significativamente segundo uma distribuição normal com variância homogênea. Em suma, por meio de tal conversão, é possível aplicar a análise ANOVA para os dados de tensão de ruptura verdadeira e verificar se a quantidade de fibras no feixe influencia tal parâmetro.

3.4 Compartilhamento de Carga em Feixes de Fibras

O mecanismo de compartilhamento de carga é objeto de pesquisa desde que fibras vêm sendo utilizadas em aplicações tecnológicas mais avançadas. Mais especificamente, é possível encontrar na literatura estudos nesta linha que datam de meados do século XX [58]. Em geral, pesquisas neste campo sempre têm como objetivo investigar qual é a relação entre a resistência à tração do feixe e a resistência à tração das fibras que a constituem. É de conhecimento que a tensão de ruptura do feixe é menor que a mesma medida para cada fibra [59]. Isto ocorre, pois as fibras que constituem o feixe possuem distribuição não-homogênea de resistência mecânica. Desta forma, algumas fibras tendem a romper sob carregamento abaixo do esperado. O carregamento suportado pelas fibras rompidas prematuramente é, então, transferido de alguma forma para as demais fibras do feixe.

O compartilhamento de carga em feixes de fibras cerâmicas é classificado na literatura como estático ou dinâmico. O caso estático é aquele onde as propriedades físicas das fibras envolvidas não são dependentes do tempo. Por outro lado, o caso dinâmico é

aquele onde tais propriedades variam de acordo com outros fenômenos, assim como fluência ou fadiga [60]. Nesse trabalho, foram descartados os efeitos ligados à temperatura e aos carregamentos cíclicos. Assim, foi desenvolvida uma pesquisa dentro do caso estático.

Ainda, os modelos de compartilhamento de carga são geralmente divididos em dois grandes grupos: os ELS ou GLS e os LLS. Como os próprios nomes fazem menção, cada modelo interpreta de forma diferente como o carregamento das fibras fraturadas prematuramente é redistribuído por entre as fibras remanescentes do feixe. Nas seções subsequentes serão dados maiores detalhamentos sobre cada um deles.

3.4.1 Modelo de Compartilhamento de Carga Global

O modelo de compartilhamento de carga global (GLS ou ELS) foi o primeiro modelo a ser proposto na literatura [58]. Este modelo considera que, sob determinado carregamento, um feixe de N fibras sofrerá a ruptura de uma ou mais de suas constituintes e a carga suportada individualmente por tais será distribuída de maneira uniforme e igualitária entre as demais fibras remanescentes. Sequencialmente, a redistribuição de carga pode sobrecarregar outras $(N - 1)$ fibras do feixe, fazendo com que venham a sofrer ruptura imediata.

Matematicamente, considera-se que imediatamente antes de um determinado evento de ruptura de fibras, o carregamento suportado pelo feixe é dado por F . Neste instante, pelo fato de o carregamento ser distribuído homogeneamente entre todas as fibras do feixe, cada uma das N fibras recebe um carregamento individual, dado por $F_i = \frac{F}{N}$. Na ocasião da ruptura de uma fibra, este carregamento individual de ruptura é redistribuído entre as demais fibras do feixe. Ou seja, o acréscimo de carga ΔF recebido pelas fibras remanescentes do feixe após a ruptura de um filamento é dado pela Equação 3-10:

$$\Delta F = \frac{F_i}{N-1} \tag{3-10}$$

é adicionado à carga aplicada às demais $(N - 1)$ fibras remanescentes do feixe. Assim, neste modelo não há concentração local de tensão em nenhuma região da seção transversal do feixe [61]. Na Equação 3-10, $[\Delta F] = [F_i] = N$

Por conta desta redistribuição homogênea de carga para as fibras remanescentes após a ocorrência de uma ou mais fraturas de fibras, é possível determinar o carregamento de ruptura do feixe de forma analítica. Zhang e Ding [24] demonstraram isto em seus trabalhos, mas também fizeram conjecturas sobre modelos de compartilhamento de carga localizados. Para tais, aplicaram diversos métodos numéricos (Monte Carlo, por exemplo) uma vez que os métodos analíticos não geravam resultados muito precisos.

3.4.2 Modelos de Compartilhamento de Carga Locais

Diferente do modelo de compartilhamento de carga global GLS, em um modelo de compartilhamento de carga local (LLS), o carregamento suportado por uma fibra rompida é distribuído entre as fibras remanescentes de sua vizinhança. Desta forma, as fibras mais afastadas daquela que sofreu ruptura não são sobrecarregadas por conta de tal fato. Em termos da seção transversal do feixe, este modelo prevê a existência de concentrações de tensão nas regiões adjacentes a fratura de fibras.

Por outro lado, este modelo tem uma forte dependência do sistema de posicionamento de fibras, uma vez que se faz necessário definir qual é a vizinhança de uma fibra rompida. Outro fator de extrema importância é quão localmente o carregamento da fibra rompida é compartilhado. A geometria mais simples possível é a de um conjunto de n_f fibras organizadas de forma unidirecional lado a lado em uma sequência finita. Neste caso, cada uma das fibras possui somente duas vizinhas, uma de cada lado, e as fibras nos extremos do conjunto possuem somente uma vizinha cada. Uma outra possibilidade, ainda no caso unidirecional, é supor que as fibras nas extremidades do conjunto são vizinhas entre si, formando um sistema de posicionamento sem início ou fim. Esta disposição de fibras é representada pela Figura 3-3.

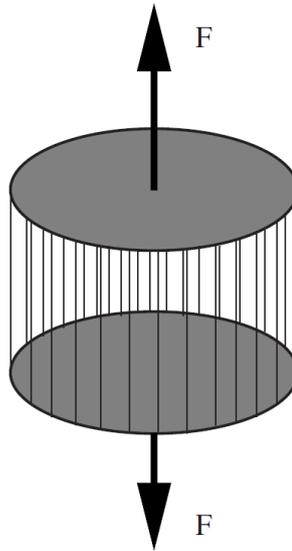


Figura 3-3 – Sistema de posicionamento unidirecional de fibras sem condições de contorno [62].

De forma similar ao ELS, considera-se que imediatamente antes da ruptura de uma fibra do feixe, esta carregava uma carga individual dada por F_i . Entretanto, diferente do outro modelo, devido ao compartilhamento desigual de carga, não é mais possível afirmar que F_i seja igual a $\frac{F}{N}$. Este caso seria possível somente para a primeira fibra rompida sob a assunção de que antes deste evento, todas as fibras originalmente suportavam a mesma carga. De qualquer forma, para um modelo de compartilhamento de carga estritamente local em feixes unidirecionais sem condições de contorno, este carregamento F_i é dividido entre as duas fibras imediatamente vizinhas àquela rompida. Assim, cada fibra vizinha recebe um acréscimo de carga dado pela Equação 3-11.

$$\Delta F = \frac{F_i}{2}. \quad (3-11)$$

Sob estas condições, já foi demonstrado que a resistência do feixe pode ser obtida analiticamente [62].

Em configurações mais avançadas, considerou também modelos bidirecionais de posicionamento em feixes de fibras. Nesses modelos, as seções transversais são organizadas horizontalmente, o que exige a reavaliação da vizinhança de cada uma das fibras. Ainda, para estes modelos, não é mais possível considerar a inexistência

das condições de contorno. Logo, efeitos relacionados ao posicionamento das fibras no feixe são esperados nos resultados.

Um dos primeiros sistemas de posicionamentos bidimensionais relatados é dado por Manders *et al.* [63], replicado por Kun *et al.* [64], onde as posições ocupadas pelas fibras são determinadas por coordenadas cartesianas. O modelo de compartilhamento de carga utilizado determina que o carregamento suportado individualmente por uma fibra fraturada é redistribuído entre seus quatro vizinhos imediatos – dois ao longo do eixo y e dois ao longo do eixo x . Dessa forma, cada uma dessas quatro fibras adjacentes à rompida sofre um acréscimo de carga ΔF dado pela Equação 3-12.

$$\Delta F = \frac{F_i}{4}, \quad (3-12)$$

onde F_i é, mais uma vez, a carga suportada individualmente pela fibra que sofreu ruptura.

A Figura 3-4 mostra esquematicamente o sistema de posicionamento utilizado e, também, a proporção da sua própria carga que cada uma das fibras suporta após a ruptura de uma vizinha.

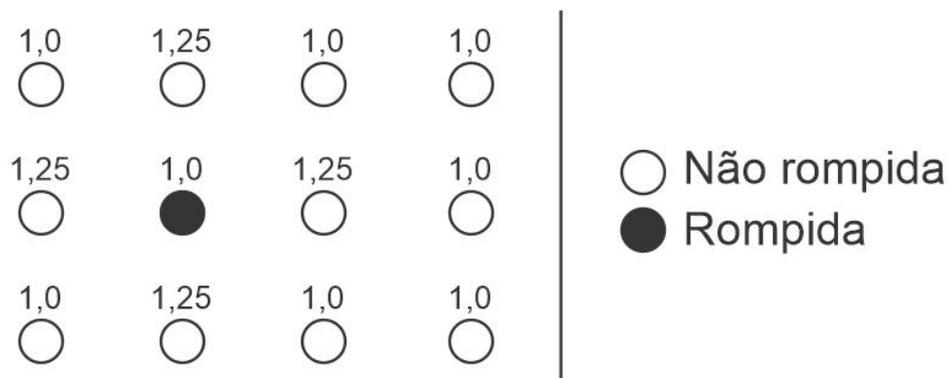


Figura 3-4 – Sistema de posicionamento de fibras cartesiano, mostrando o compartilhamento de carga local para vizinhança quádrupla (Adaptado de MANDERS, P. W *et al.* [63]).

Um outro sistema de posicionamento possível dentre os bidimensionais é o posicionamento do tipo corrente. Dessa forma, não há a necessidade da definição de

posicionamento cartesiano como no modelo apresentado acima. Na realidade, aqui é possível a vizinhança entre as fibras ser definida por regras matemáticas de conexões entre as fibras do feixe. O posicionamento pode ser dado de maneira aleatória ou organizada. Assim, a regra de compartilhamento de carga pode variar conforme a quantidade de conexões de cada uma das fibras. Durham *et al.* [20] mencionam a utilização de um modelo de compartilhamento de carga local baseado neste sistema de posicionamento, porém não especificam exatamente como as fibras são posicionadas. Por outro lado, Callard e Lamon [65,66] apresentam diagramas representativos demonstrando o sistema de posicionamento por meio de conexões, tanto de maneira organizada (a) quanto aleatória (b). Esse esquema está apresentado na Figura 3-5. Dentro de ambos os sistemas, Durham *et al.* [20] ainda colocam a possibilidade da aplicação de modelos de compartilhamento de carga distintos. Um deles menciona a redistribuição direta da carga de uma fibra fraturada para a fibra mais próxima diretamente, fazendo com que esta receba o dobro de carga no caso da primeira ruptura. O outro é o que o autor define como modelo híbrido global-local, onde se faz necessário definir quais são as fibras vizinhas no sistema de posicionamento para que recebem a fração correta da carga da fibra fraturada.

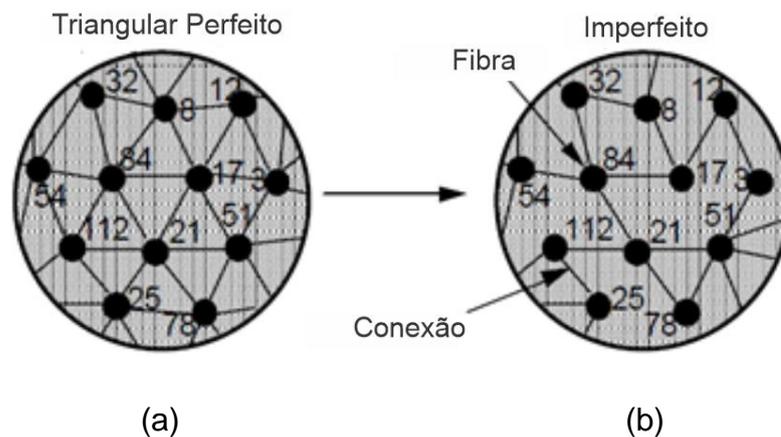


Figura 3-5 – Diagramas esquemáticos apresentando a rede de conexões entre as fibras de maneira organizada (a) e aleatória (b) (Adaptado de CALARD, V.; LAMON, J. [66]).

Outros sistemas de posicionamento são apresentados por Derda [67], dentre eles sistemas hexagonais, quadrados e triangular (neste caso, similar ao apresentado por Calard e Lamon [65]). Os esquemas utilizados por esse autor são apresentados na

Figura 3-6. No caso do sistema hexagonal (a) a quantidade de vizinhos é três, logo o acréscimo de carga para estes vizinhos é de $\frac{F_i}{3}$. No caso do sistema quadrado (b), repete-se o compartilhamento proposto por Manders *et al.* [63], acrescentando $\frac{F_i}{4}$ à carga suportada pelas vizinhas à fibra rompida. Finalmente, no caso do sistema triangular (c), cada uma das fibras possui seis conexões com outras fibras. Dessa forma, no caso de nenhuma dessas seis ainda estar rompida, cada uma dessas recebe um acréscimo de carga de acordo com a Equação 3-13.

$$\Delta F = \frac{F_i}{6} \quad (3-13)$$

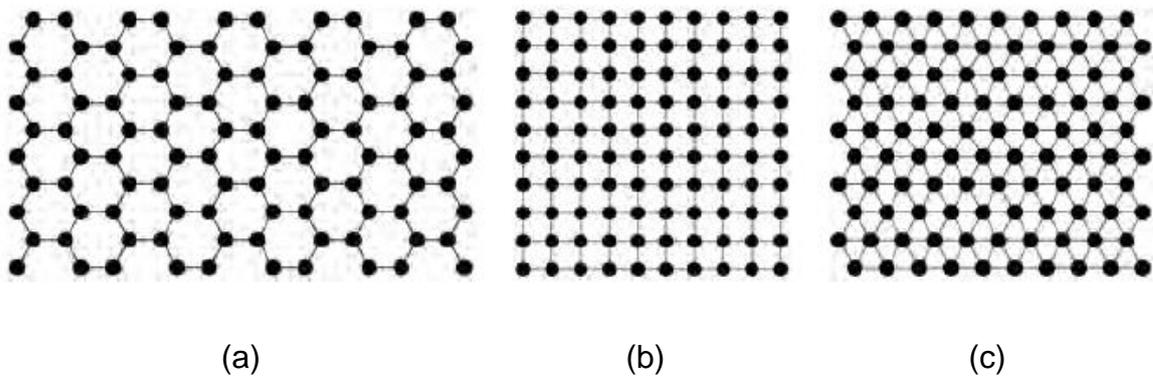


Figura 3-6 – Diagramas esquemáticos dos sistemas de posicionamento utilizados por Derda .
(a) sistema hexagonal, (b) sistema quadrado, (c) sistema triangular [67].

Em um trabalho recente, desenvolvido por Pereira da Silva *et al.* [23], também foi aplicado o sistema de posicionamento hexagonal. Em tal trabalho, a organização do feixe virtual foi feita por meio de uma matriz com um simples deslocamento entre linhas pares e ímpares. A Figura 3-7 apresenta a configuração da matriz antes (a) e depois (b) do deslocamento de linhas pares demonstrando, ainda, fibras fraturadas (vermelho) e as fibras afetadas pelo compartilhamento de carga (vermelho claro).

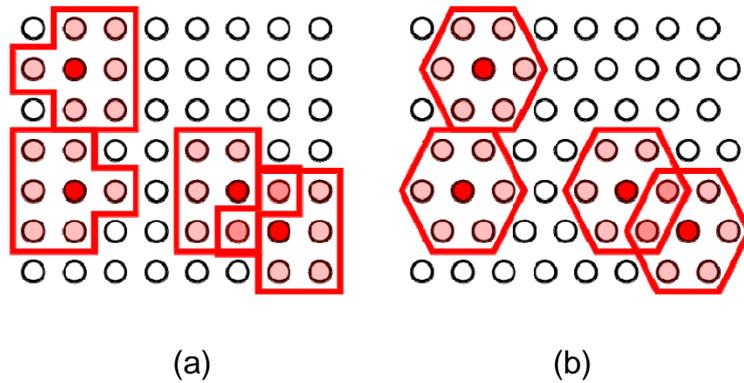


Figura 3-7 – Sistema de posicionamento proposto por Pereira da Silva et al. antes (a) e depois (b) do deslocamento de linhas pares para identificação da vizinhança hexagonal [23].

Hidalgo *et al.* [68] apresentaram outro modelo de compartilhamento de carga local (LLS), mas não de vizinhança imediata como os anteriormente apresentados. Para esses autores, o carregamento de uma fibra fraturada F_i é distribuído conforme uma expressão exponencial, que define qual é a fração desta carga que fibras radialmente afastadas da fibra rompida receberão. Em outras palavras, os autores definem um raio de atuação do compartilhamento de carga ao redor da fibra fraturada em um determinado sistema de posicionamento de fibras. Na Figura 3-7, está apresentado um esquema da vizinhança de uma fibra rompida (marcada com um \times) afetada pela ruptura desta. O círculo representa uma fibra afetada a uma distância r_{ij} da fibra fraturada e o símbolo R_{max} representa o máximo raio de atuação do compartilhamento de carga. Ainda, L representa uma das dimensões da seção transversal do feixe analisado.

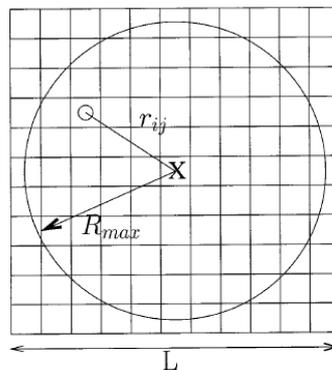


Figura 3-8 – Compartilhamento de carga com raio de atuação proposto por Hidalgo et al. [68].

Como é possível observar no esquema acima, o sistema de posicionamento das fibras no modelo de Hidalgo *et al.* [68] é também quadrado. Naturalmente, por conta de tal complexidade do modelo, tratamentos analíticos não são adequados para o mesmo. Desta forma, simulações numéricas devem ter preferências para aplicação do modelo [62].

Em grande parte das literaturas que abordam aspectos dos modelos locais de compartilhamento de carga, alguma simulação numérica fora executada. Em sua grande maioria, procedimentos estocásticos foram adotados para o desenvolvimento da simulação [20,67,69,68,63]. Estes procedimentos numéricos têm como objetivo determinar a tensão de ruptura do feixe de fibras, estudar a avalanche de ruptura de fibras e estabelecer relações matemáticas para a determinação de propriedades do feixe.

A simulação estocástica aplicada é geralmente baseada inicialmente na geração de dados aleatórios. Estes dados aleatórios servem como a tensão de ruptura de cada uma das fibras constituintes de um feixe. Naturalmente, a geração destes dados conta com parâmetros mecânicos experimentais das próprias fibras. Em geral, a tensão de ruptura das fibras é muito bem descrita por meio da estatística de Weibull [70], e tem se mostrado suficiente para a compreensão do mecanismo de ruptura em fibras cerâmicas [71]. Desta forma, após o levantamento experimental dos parâmetros desta distribuição, é possível gerar os dados aleatórios a partir da mesma. Então, com os dados de tensão de ruptura gerados, o feixe virtual de fibras é organizado de acordo com o sistema de posicionamento assumido.

Em geral, o algoritmo de simulação faz uma comparação entre os valores numéricos individuais do feixe com um valor de carregamento aplicado que sofre incremento sequencial. Na detecção de valor de carregamento maior que determinado valor do feixe, a fibra é “rompida” e a carga suportada pela mesma é redistribuída, conforme o modelo de compartilhamento de carga implementado. O processo se repete até que todas as fibras do feixe tenham sofrido ruptura. Por fim, com a finalização da simulação, os dados de tensão de ruptura, carga de falha avalanche e outras variáveis de interesse podem ser devidamente calculados.

3.5 Tensão Verdadeira de Ruptura de Feixes de Fibras

Nos ensaios com feixes de fibra, existe o problema da variação da seção transversal durante o teste. Esta seção transversal varia de acordo com a ruptura sequencial das fibras durante o ensaio. Para o cálculo da tensão de engenharia, considera-se na ruptura somente a área de seção transversal inicial do feixe dada por A_0 , segundo a Equação 3-14.

$$\sigma_{eng} = \frac{F_R}{A_0}, \quad (3-14)$$

onde F_R é a carga de ruptura e σ_{eng} é a tensão de ruptura de engenharia do mesmo. Por outro lado, a uma vez que a seção transversal do feixe sofre variação durante a evolução do ensaio, a tensão verdadeira aplicada à mesma precisa de um tratamento diferenciado. Ainda, na Equação 3-14, $[A_0] = m^2$.

No caso dos feixes de fibras, em um evento de ruptura de uma ou mais fibras sob um carregamento F_i , a área de seção transversal sofre um decréscimo ΔA proporcional à quantidade de fibras rompidas neste evento. Assim, para o cálculo da tensão verdadeira de ruptura do feixe, é necessário que seja conhecido, ou pelo menos estimável, a quantidade de fibras que romperam na ocasião da ruptura total. A tensão de ruptura verdadeira σ_{true} do material é, então, determinada pela Equação 3-15.

$$\sigma_{true} = \frac{F_R}{A_f}, \quad (3-15)$$

onde A_f é a área de seção transversal da amostra no momento da ruptura, ocorrida sob um carregamento F_R . Naturalmente, $\sigma_{true} > \sigma_{eng}$, uma vez que para o feixe de fibras cerâmicas, $A_f < A_0$.

Por conta da ductilidade dos metais, alguns pesquisadores da área de propriedades mecânicas têm também mostrado interesse na tensão de ruptura verdadeira destes materiais [72,73]. Em específico, a grande dificuldade de tal determinação é a medição correta da seção transversal na ocasião da fratura. Métodos ópticos, utilizando lasers

ou câmeras de alta velocidade, têm sido propostos para suprir essa necessidade [74,75]. Com o avanço da computação nas últimas décadas, é possível também estimar tal medida utilizando-se simulação pelo método dos elementos finitos (FEM). Por exemplo, Kweon *et al.* [76] demonstram em seu trabalho um método de determinar a evolução da curva de tensão-deformação do material por meio da implementação de propriedades de deformação elástica e plástica de uma liga de aço, no programa de simulação pelo método de elementos finitos. Além da conclusão de que a tensão verdadeira de ruptura é superior a tensão de engenharia, o trabalho ainda coloca que, mesmo com a utilização de um método tão sofisticado quanto o FEM, algumas correções ainda são necessárias. Ainda, modelos analíticos também já foram empregados para a determinação da tensão de ruptura verdadeira [77] e métodos de medida da seção transversal pós ruptura foram propostos [78]. Entretanto, nenhum estudo da tensão verdadeira de ruptura em feixes de fibras finas foi encontrado.

Para o caso dos feixes de fibras cerâmicas, a variação da seção transversal não pode ser analisada por uma função contínua como, por exemplo, o caso da deformação plástica de metais. Materiais cerâmicos geralmente apresentam ruptura do tipo frágil e, por conta disto, não são susceptíveis à deformação plástica; a ruptura do material ocorre de forma abrupta sob determinada tensão ainda na região elástica. Desta forma, feixes compostos de fibras de materiais cerâmicos apresentam ruptura de forma discreta, demonstrando variações negativas de carregamento registrado para cada ruptura de fibra ou de grupos de fibras.

A Figura 3-8 traz um esboço de uma típica curva de carregamento contra deformação para feixes de fibras cerâmicas. Nessa figura, é possível observar que para determinados carregamentos, há um registro negativo de carga suportada. Cada um destes registros negativos é associado a uma fibra ou a um conjunto de fibras rompido. Em particular, a imagem representa o comportamento de um compósito de matriz cerâmica de matriz de *SiC* reforçado com fibras do mesmo material. Na figura, entre os pontos A e B múltiplas trincas são verificadas na matriz até que, após B, atinge-se a saturação de trincas na matriz. Após B, as fibras do compósito suportam praticamente toda carga até C. Em C, algumas fibras sofrem ruptura e, com isso, a redução na tensão suportada pelo compósito. De D para E apresenta-se o novo aumento de tensão suportada pelas fibras remanescentes e, finalmente, de E para F,

o rompimento das últimas fibras do compósito. Ainda, $V_f = 45\%$ na imagem indica que o compósito possui 45% em volume de fibras em sua estrutura.

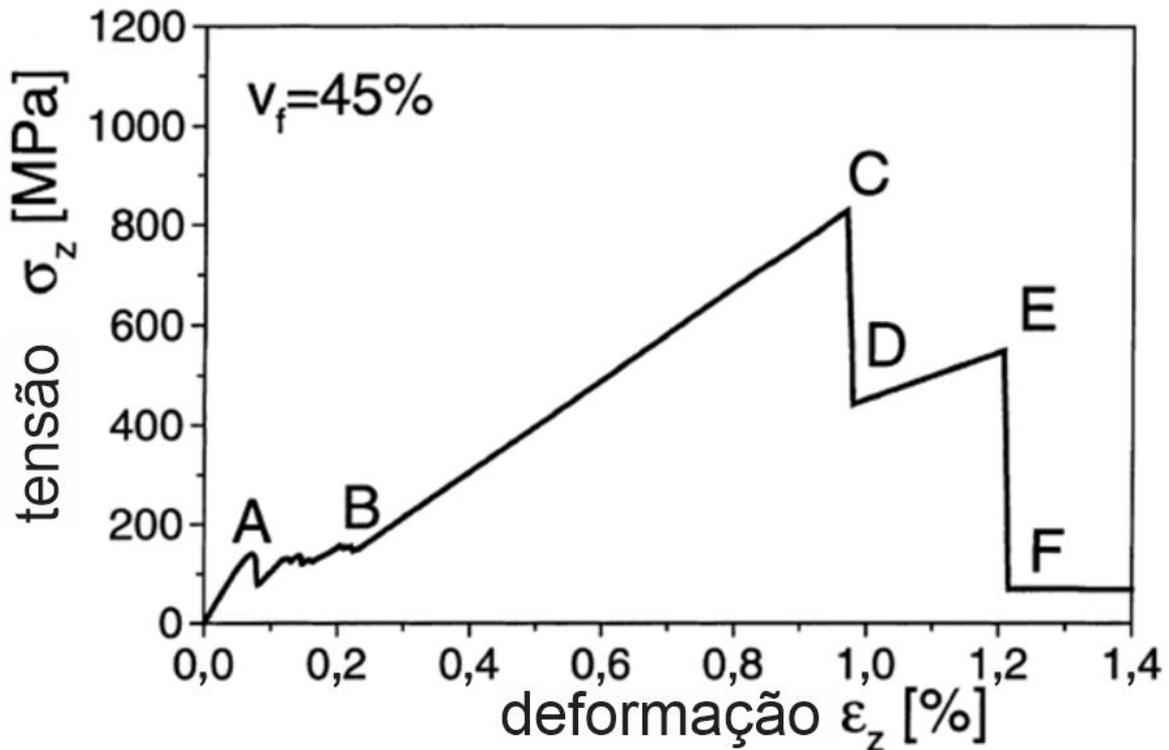


Figura 3-9 – Esboço de uma curva típica de tensão/deformação para feixes de fibras cerâmicas (adaptado de ISMAR, H.; STREICHER, F. [79]).

Uma vez que as fibras utilizadas são muito finas e o tamanho de feixe muito pequeno, não há como ter certeza de que todos os filamentos estão perfeitamente alinhados e minimamente tracionados no início do teste. Logo, é esperado que algumas das fibras estejam mais tracionadas que as demais durante o procedimento. Assim, quando um filamento ou um grupo de fibras sofre ruptura, o sensor sofre leve recuo relativo à pequena diferença de alinhamento entre as fibras naquele momento rompidas e as imediatamente menos tracionadas que tais. Por conta disto, o sensor registra um decréscimo de carga, que é o que justifica o comportamento apresentado na Figura 3-8. Na sequência do experimento, o carregamento aplicado volta a crescer e, na ocasião da ruptura de mais fibras, o fenômeno ocorre novamente.

A Figura 3-9 apresenta um esquema representando um feixe de fibras tracionado em um momento antes (a) e depois (b) da ruptura de um grupo de fibras. Antes da mesma,

as fibras A, E, F, G e K estão perfeitamente esticadas e tracionadas conforme o carregamento aplicado. As demais, tracionadas sob um menor esforço, estão representadas por linhas curvas. Após a ruptura das fibras A, E, F e G, as fibras não totalmente carregadas C, E e J passam a receber maior esforço por agora estarem perfeitamente esticadas. A fibra K, que não rompeu juntamente com as demais, sofre um relaxamento na carga aplicada e passa a suportar carga juntamente com C, E e J.

Um outro fator que desfavorece a medição da variação da seção transversal do feixe é a variação da posição longitudinal de ruptura da fibra. Novamente, por conta da quantidade de fibras no feixe (geralmente superior a 100) e por sua fina espessura, não é possível verificar visualmente a posição da ruptura de cada fibra. Ainda, por conta do emaranhamento de filamentos rompidos, a utilização de algum aparato de captura de imagem possivelmente fracassaria da mesma forma, assim como também não teria êxito ao tentar medir a variação da seção transversal do feixe.

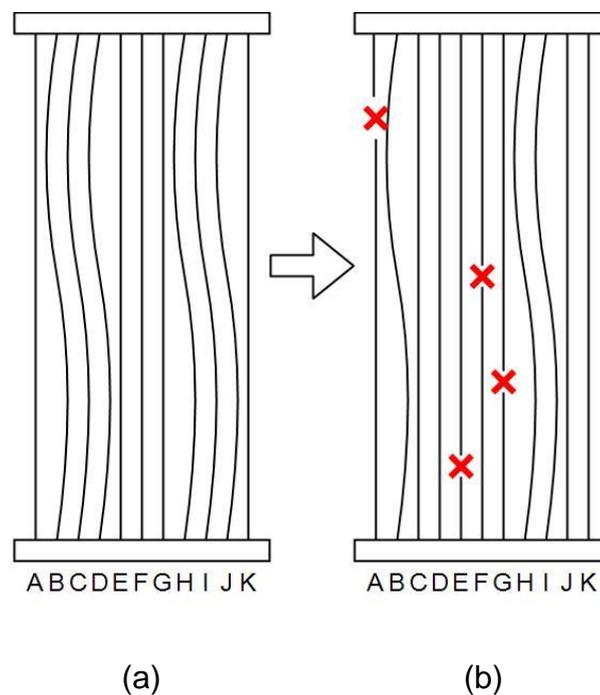


Figura 3-10 – Esquema de uma ruptura de um conjunto de fibras durante o ensaio antes (a) e depois (b) do rompimento de algumas fibras.

Um método factível para a estimação da quantidade de fibras rompidas durante os ensaios mecânicos foi desenvolvido por R'Mili *et al.* [80,81]. O método consiste na utilização de um sensor sonoro acoplado à amostra durante o ensaio. Dessa forma, sinais sonoros são registrados na ocasião de ruptura. Assim, foi possível mapear a ruptura de fibras ao longo do teste e classificar a quantidade de sinais dentro das faixas de deformação da amostra. Entretanto, por mais que o ensaio tenha sido executado por meio de um aparato experimental que controla a deformação da amostra, a deformação individual das fibras dentro do feixe não é obrigatoriamente a mesma que a do feixe em si devido a fatores de escorregamento, falta de alinhamento inicial, entre outros.

4 Materiais e Métodos

Nesse trabalho, experimentos e simulações computacionais foram realizados em paralelo. O lado prático deste trabalho consistiu em submeter amostras de fibras e feixes de fibras a ensaios de tração com dois objetivos principais: determinação de parâmetros do material para as simulações computacionais e cálculo da tensão de ruptura do material. Um outro objetivo vindo da parte experimental deste trabalho foi propor um método aproximado de cálculo de tensão de ruptura verdadeira do feixe, baseado nas curvas de carregamento obtidas nos ensaios de tração.

Por outro lado, a parte computacional consistiu em construir um novo algoritmo de simulação, contando com um novo sistema de posicionamento, um novo procedimento de identificação de vizinhança e a implementação de um novo modelo de compartilhamento de carga para feixes de fibras. O objetivo destas simulações foi validar os valores de tensão de ruptura verdadeira calculados pelo método proposto na parte experimental deste trabalho. Tendo assim o feito, outros dados de saída das simulações foram também analisados, buscando-se determinar qual modelo de compartilhamento de carga é mais compatível com o comportamento mecânico do feixe de fibras de cerâmicas dos materiais utilizados.

Todo o planejamento experimental foi executado nas dependências do Instituto de Engenharia e Tecnologia (IDT) da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC), instituição na qual também foi feito o preparo das amostras (no Laboratório de Cerâmica Técnica - CerTec), bem como todo o tratamento de dados e simulação.

4.1 Materiais

Fibras comercializadas pela 3M, com a denominação de Nextel 610 e Nextel 720, foram utilizadas nesse trabalho. Como já apresentado, trata-se de fibras finas de óxidos cerâmicos, cujas principais propriedades estão apresentadas na Tabela 4-1, disponibilizada pela própria empresa 3M [47]. Na tabela, o termo *Denier* é uma unidade de densidade linear de massa padronizada muito utilizada na indústria de tecidos. A mesma é definida como a massa, em g, de 9000 m de fibra. A tabela apresenta também, ao lado de tal medida, a quantidade nominal de fibras dos feixes como recebidos.

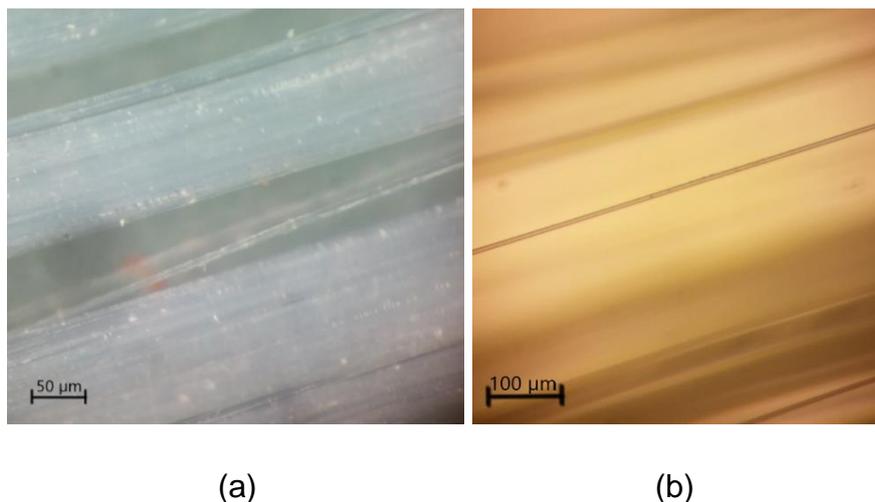
Tabela 4-1 – Propriedades típicas das fibras Nextel 610 e 720 (dados do fabricante) [42].

Propriedade	Unidade	Nextel 610	Nextel 720
Composição Química	%	> 99 Al_2O_3	85 Al_2O_3 15 SiO_2
Diâmetro do Filamento	μm	10 – 12	10 – 12
Denier / Contagem Nominal de Filamentos	$g \cdot 9000 m^{-1} / --$	3000 / 750	1500 / 400
Tamanho de cristalito	nm	< 500	< 500
Fase Cristalina	--	$\alpha - Al_2O_3$	$\alpha - Al_2O_3$ + <i>Mulita</i>
Densidade	$g \cdot cm^{-3}$	3,90	3,40
Tensão de Ruptura do Filamento ASTM-3379-75 [82] (25,4 mm)	MPa	3100	2100
Módulo de Elasticidade do Filamento	GPa	373	260

As fibras Nextel sofrem um processo denominado *sizing* ao final de sua produção visando melhorar seu manuseio. Trata-se de um recobrimento de PVA (álcool polivinílico) aplicado sobre as fibras para evitar espalhamento e favorecer o processo de tecelagem com as mesmas. Em feixes de Nextel 610, a coloração do recobrimento é branca e em fibras Nextel 720 é verde claro. Para utilização em aplicações estruturais, recomenda-se a remoção do recobrimento para favorecer a interação entre a matriz e as fibras [83]. Tanto o recobrimento quanto a pigmentação são facilmente removidas por tratamento térmico, devido à natureza orgânica do material.

A remoção desta camada de recobrimento foi inicialmente feita por meio do procedimento indicado pela empresa: as fibras foram levadas ao forno ventilado por 5 min a 700 °C sob uma taxa de aquecimento de 3 °C · min⁻¹. O fabricante ainda propõe que o tratamento seja executado com o feixe tracionado, o que não foi possível de ser

executado com o equipamento disponível. Assim, a remoção foi feita com as fibras soltas sobre um suporte cerâmico em forno mufla. Entretanto, esse tratamento causou o espalhamento massivo das fibras, tornando impossível o seu uso posterior. Para contornar o problema, uma solução mais simples foi adotada. Inicialmente, uma fina camada de parafina foi depositada sobre as fibras ainda recobertas por PVA. Após o enrijecimento da parafina e, por consequência, dos feixes, os mesmos foram mantidos fixos por suas extremidades de forma que se mantivessem na horizontal. Posteriormente, foi aplicada chama direta ao ponto central do feixe enrijecido e deixado que a mesma percorresse todo o comprimento do próprio feixe para ambas as direções. Durante o processo de queima, o feixe foi mantido na horizontal, evitando-se, assim, a deposição de carbono sobre as fibras. A Figura 4-1, obtida por meio de microscópio óptico, apresentam as fibras antes (a) e depois (b) do processo de remoção por meio de aplicação de chama direta sobre chama de vela.



(a) (b)
Figura 4-1 – Feixe de fibras Nextel 610, (a) recobertas com PVA e (b) após a remoção de PVA por meio de aplicação de chama direta

Naturalmente, o PVA também foi utilizado para manter todas as fibras juntas, evitando-se o espalhamento. Assim, a queima da cera e do PVA tem que ser executada com a fibra mantida presa em suas duas extremidades. Desta forma, evita-se não só o espalhamento das mesmas, mas também a perda de fibras do feixe durante o processo.

4.2 Métodos

4.2.1 Procedimento Experimental

O procedimento experimental foi dividido em duas classes com dois objetivos diferentes. Primeiramente, filamentos foram testados sozinhos buscando-se o levantamento de dados para a simulação. Depois, foram executados testes com feixes com diferentes quantidades de fibras, com o intuito de se determinar a dependência da tensão de ruptura do feixe neste parâmetro. Um fluxograma esquemático diferenciando a preparação de amostras de fibras simples e feixes de fibras é apresentado na Figura 4-2.

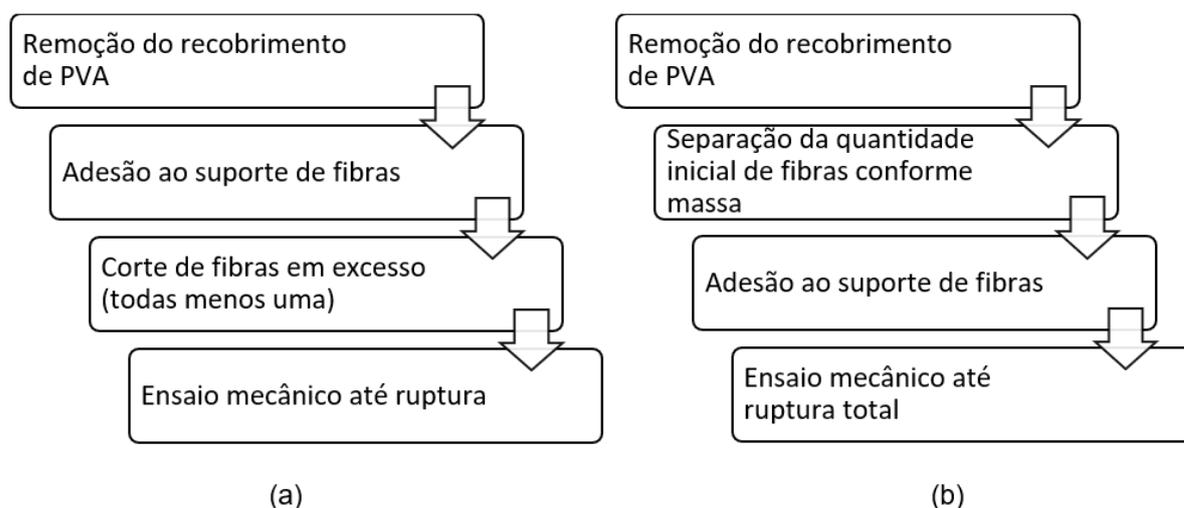


Figura 4-2 – Fluxograma esquemático da preparação das amostras de (a) fibras simples e (b) feixes de fibras

Os corpos-de-prova foram montados de acordo com padrões estabelecidos pela ASTM para materiais fibrosos de alta resistência [82]. O método consiste em preparar um suporte de papel com um orifício central, no qual as fibras devem estar diametralmente dispostas. As fibras são, então, fixadas ao suporte por meio de resina epoxy no ponto em que as fibras tocam o papel para evitar seu escorregamento [84]. Quando submetidas ao ensaio de tração e já fixadas à máquina de ensaios, as laterais de papel são, então, cortadas antes do início do teste. A Figura 4-3 apresenta um esquema do suporte de papel com uma amostra de fibra ou feixe, que é o mesmo utilizado anteriormente por Pardini e Manhani [85] no levantamento de propriedades mecânicas de fibras de vidro e de carbono. Ainda, a Figura 4-4 apresenta um grupo de suportes já prontos para separação e posterior submissão a um dos ensaios de tração desta pesquisa.

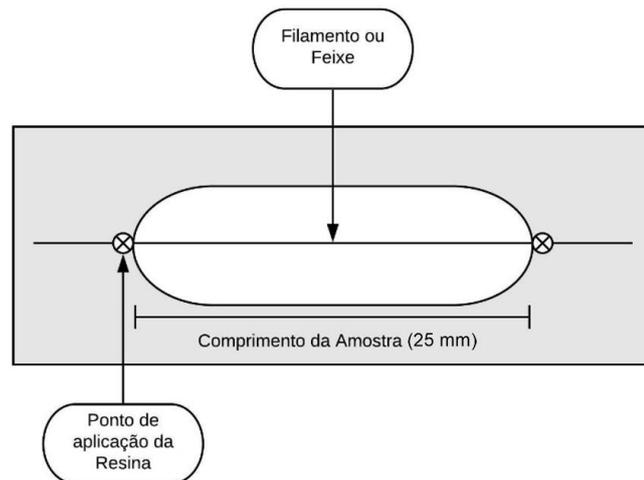


Figura 4-3 – Esquema do suporte de fibras utilizado para os experimentos [82].

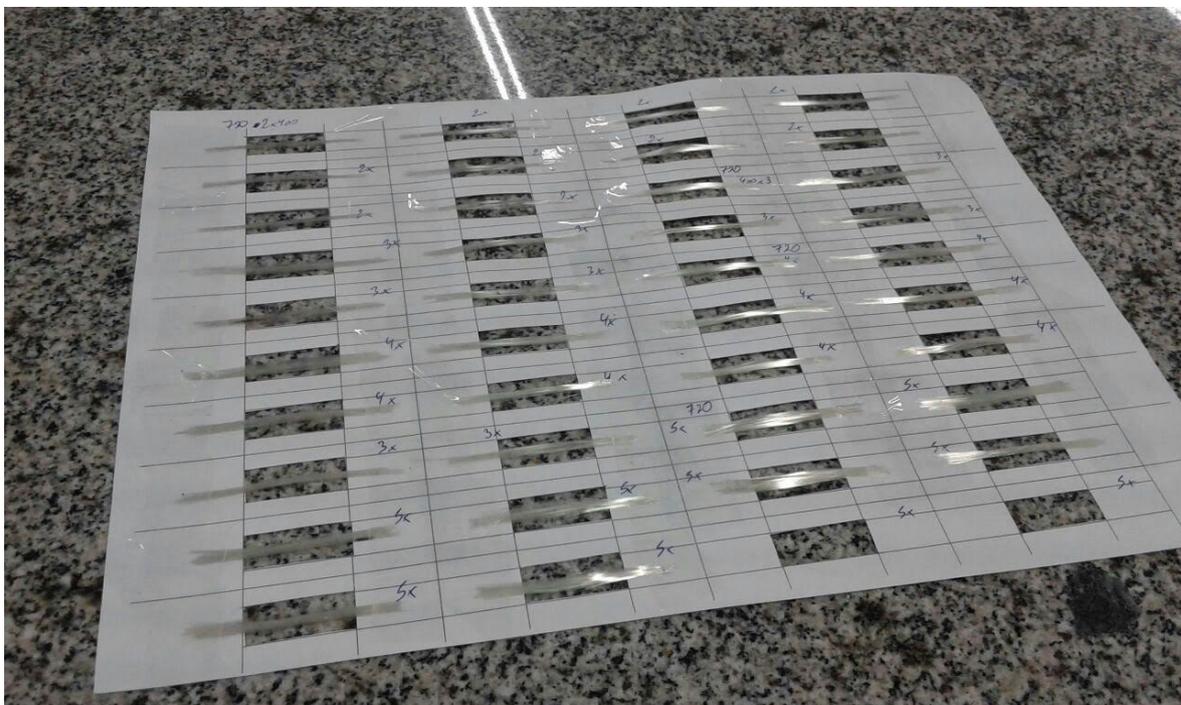


Figura 4-4 – Exemplos de suportes de fibras montados em uma folha A4 e preparados para separação e posterior ensaio de tração.

Como os feixes utilizados têm a quantidade de fibras definidas pelo seu *denier*, a montagem das amostras teve que ser feita por meio da separação manual das fibras. Para os ensaios de tração com fibras simples, a separação foi feita de forma manual, utilizando-se uma lente de aumento de bancada, uma pinça para separação e uma tesoura para corte do excesso de fibras amostra. Para os experimentos executados com os feixes de fibras com diversas quantidades diferentes de fibras, a separação foi feita por meio da medição da massa de feixes longos. Este procedimento consistiu

em cuidadosamente executar o processo de remoção do recobrimento de um feixe de maior comprimento (cerca de 20 *cm*) e submeter o mesmo a uma balança de precisão com capela. Assim, cuidadosamente fibras eram retiradas de forma que a massa (em gramas) do feixe remanescente fosse igual ou muito próxima a calculada para uma determinada quantidade de fibras. Por meio deste procedimento, foram preparados os feixes de 100, 200, 300 e 400 unidades de fibras Nextel 610 e de 100, 200 e 300 unidades de fibras Nextel 720. Uma vez que os feixes de Nextel 720 já possuíam um *denier* correspondente a 400 fibras, não foi necessária a separação para este caso. Da mesma forma, não foi necessária a separação de fibras para os feixes de Nextel 610 com 750 fibras, uma vez que o *denier* disponível contava com este número de fibras. Nos experimentos com maior quantidade de fibras no feixe, foram fixados múltiplos exatos de fibras aos suportes. Em outras palavras, para a execução dos experimentos com os feixes de 1500 fibras Nextel 610, foram agregados dois feixes de 750 fibras cada. Mesmo caso para os feixes de 800 fibras Nextel 720. As quantidades de fibras utilizadas para cada um dos tipos de fibra são apresentadas no diagrama de Figura 4-5 onde também está apresentado o desenho experimental para os filamentos simples.

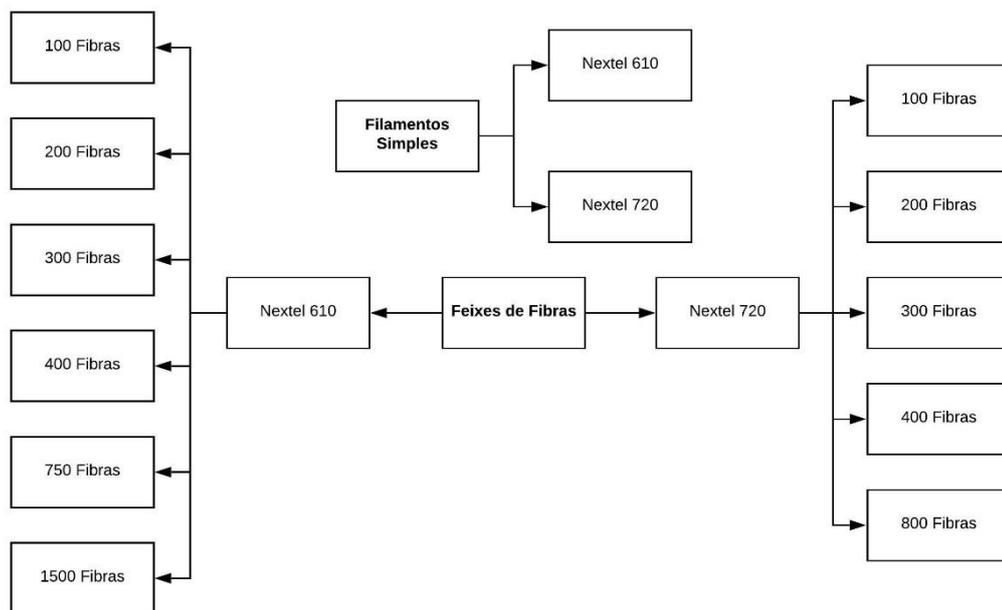


Figura 4-5 – Desenho experimental executado na pesquisa.

Em ensaios anteriores, um outro sistema de suporte de fibras foi testado para a execução do experimento [86]. Baseado no trabalho de Dassios *et al.* [25], suportes tubulares metálicos foram utilizados tanto para fixação do feixe de fibras quanto para fixação na máquina de ensaios. Entretanto, este sistema apresentou muito escorregamento de amostras do suporte e instabilidade durante os ensaios. Por conta de tal fato, tal metodologia foi descartada. A Figura 4-6 apresenta como as amostras eram preparadas para ensaios, executados na Technische Universität Hamburg (TUHH).



Figura 4-6 – Amostras preparadas para os ensaios (esquerda) e já ensaiadas (direita) em trabalhos anteriores (2011) [86].

Outro fator de extrema importância para a determinação das propriedades mecânicas das fibras é o comprimento de amostra utilizado. Wilson [47] menciona que a resistência mecânica de uma fibra ou de um conjunto de fibras é dependente de seu comprimento. No entanto a estimativa correta das propriedades mecânicas deve ser obtida em amostras onde a distribuição de imperfeições ao longo do comprimento não seja a responsável pela variação estatística do parâmetro estimado [87]. Este comprimento é conhecido na literatura como *ineffective length* [88,89] e é geralmente muito pequeno, geralmente da ordem de grandeza de milímetros, na maioria dos compósitos. Assim, efetuar os experimentos com fibras tão curtas quanto possível ajuda a estimar melhor suas propriedades para fins de reforço. No trabalho inicial, desenvolvido na TUHH em 2011, diferentes comprimentos de fibra foram testados com o comprimento arbitrário de 10 *cm*, conforme mostrado também na Figura 4-6. Por outro lado, o comprimento utilizado por Wilson [47], de 25 *mm*, também

recomendado pelos padrões da ASTM [84], foi adotado para os experimentos desta pesquisa.

O procedimento experimental consiste em, basicamente, submeter o feixe ou a fibra a uma deformação a taxa constante e, por meio de um sensor de força, medir a tração aplicada ao feixe. Os testes foram executados em uma máquina universal de testes EMIC modelo DL10000 e a taxa de deformação foi definida como $1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. Neste ponto, é importante mencionar que a deformação à taxa constante à qual a amostra é submetida é um parâmetro da máquina de ensaios e não a deformação real à qual o feixe experimenta. Para a medição da deformação real, extensômetros deveriam ter sido utilizados. Entretanto, por conta das fraturas intermediárias de fibras durante os ensaios, pelo elevado número de amostras a serem testadas, e, ainda, a incerteza de posição da fratura no feixe, foi descartado seu uso. De qualquer forma, a célula de carga registra o carregamento ao qual o feixe de fibras cerâmicas está submetido. Para isto, foi utilizada uma célula de carga de 200 N.

De acordo com Papargyris [90], para validar a distribuição de Weibull, um número aproximado de 30 replicações de cada experimento deve ser executado. Em seu trabalho, apresenta que os parâmetros estimados sofrem grande influência da quantidade de dados utilizados. Por outro lado, conclui que os mesmos tendem a permanecer constantes quando mais de 30 dados são submetidos ao método de estimação de parâmetros. Contando com isto, um mínimo de 30 replicações foi planejado para ser realizado para todo o desenho experimental.

4.2.2 Determinação da Resistência Verdadeira de Fibras em Feixes

O método consiste em utilizar a evolução do carregamento para estimar a quantidade de fibras rompidas por faixa de carregamento aplicado. Inicialmente, a partir dos registros de carregamento de uma amostra, calcula-se a variação desta carga a cada passo do ensaio. Então, para uma amostra j de um conjunto de replicações de uma combinação de parâmetros experimentais, na qual aplica-se uma carga F_{pji} em um determinado passo i , onde $i = 1 \dots n_{fp}$ com n_{fp} , sendo o número final de passos do experimento e $j = 1 \dots n_R$, com n_R , sendo a quantidade total de replicações da combinação de parâmetros, tem-se a Equação 4-1.

$$\delta F_{Pji} = F_{Pj(i+1)} - F_{Pji} ; i = 1 \dots (n_{fp} - 1) \quad (4-1)$$

para toda j replicação de uma determinada combinação de parâmetros, onde δF_{Pji} é a variação de carga aplicada ao feixe em um determinado passo i do ensaio j de tração. Para toda a evolução desta variação de carregamento, atribui-se um sinal booleano 1 ou 0 conforme a Equação 4-2.

$$\begin{cases} S_{fji} = 1 ; \delta F_{Pji} < 0 \\ S_{fji} = 0 ; \delta F_{Pji} \geq 0 \end{cases} \quad (4-2)$$

onde S_{fji} é o sinal que indica fratura de fibras.

Dessa forma, todo registro negativo de variação de carga aplicada indica fratura de fibras e, conseqüentemente, registros positivos indicam aumento de carregamento sem ruptura de fibras. Nesse ponto, é importante mencionar que a intensidade da variação, ou seja, $|\delta F_{Pji}|$, não está relacionada com a quantidade de fibras rompidas, lembrando que o efeito de relaxamento da carga aplicada se dá por um recuo do sensor na ocasião da ruptura de uma ou mais fibras. Logo, este recuo está associado à falta de alinhamento das fibras na ocasião do início do ensaio e não ao carregamento perdido por uma ou um grupo de cargas.

Nesse ponto, cada sinal de ruptura de fibras $S_{fji} = 1$ é associado ao carregamento F_{Pji} registrado para todas as n_R replicações. Desta forma, monta-se uma lista de F_S carregamentos onde são registrados sinais de ruptura de fibra. Com isto, é possível fazer um levantamento da distribuição de frequência de sinais de ruptura por classes diferentes de carregamento. Em outras palavras, é possível conceber um histograma revelando em que faixas de carregamento mais ou menos rupturas de fibras são esperadas. A quantidade de classes de carregamento é calculada por meio do arredondamento do valor obtido pela Equação 4-3.

$$n_{classe} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fji}} \quad (4-3)$$

A lista de valores centrais do carregamento para cada uma das n_{classe} classes é dada pela Equação 4-4.

$$F_{Ck} = \min(\bar{F}_S) + \left(k + \frac{1}{2}\right) \varphi_F ; k = 0 \dots (n_{classe} - 1), \quad (4-4)$$

Com \bar{F}_S sendo a lista de valores de carregamento em que rupturas foram registradas. Ainda, φ_F , que é o intervalo entre o carregamento central de cada classe de carregamento, é definido pela Equação 4-5.

$$\varphi_F = \frac{\max(\bar{F}_S) - \min(\bar{F}_S)}{n_{classe}}, \quad (4-5)$$

onde $\min(\bar{F}_S)$ e $\max(\bar{F}_S)$ são, respectivamente, os valores mínimos e máximos de \bar{F}_S da lista de carregamentos com sinal de ruptura. Assim, por meio de um gráfico de barras, é possível plotar os valores da lista de F_{Ck} contra a quantidade total de registros de sinal de ruptura $S_{fk} \left(F_{Ck} - \frac{\varphi_F}{2} \dots F_{Ck} + \frac{\varphi_F}{2}\right)$ de um conjunto de n_R replicações de uma combinação de parâmetros. O esboço de um diagrama como este é apresentado na Figura 4-8, onde no eixo horizontal apresenta-se as classes de carregamento e no eixo vertical, a frequência de sinais de ruptura de fibra registrados para esta faixa de carregamento. Esse gráfico, no entanto, é utilizado apenas para uma avaliação qualitativa da frequência de sinal de ruptura de fibras para um determinado carregamento. Naturalmente, com uma nova combinação de parâmetros experimentais, um novo levantamento teve que ser feito.

Com uma grande quantidade de replicações, o procedimento descrito acima e o diagrama apresentado na Figura 4-7 podem ser utilizados para generalizar o comportamento mecânico de feixes com a quantidade de fibras N na combinação de parâmetros analisada. Por exemplo, para uma dada replicação j , a soma da quantidade de sinais de ruptura positivos em um feixe de N de fibras não é obrigatoriamente igual a N , segundo a Equação 4-6.

$$\sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fi} < N, \quad (4-6)$$

uma vez que se espera que, na ocasião do registro de um sinal de fratura, mais de uma fibra fracture. Naturalmente, existe a probabilidade que sob um determinado carregamento, uma fibra somente sofra ruptura. Por outro lado, para esta ocasião,

dadas as circunstâncias, δF_{pji} seria possivelmente positivo ou, no mínimo, igual a zero.

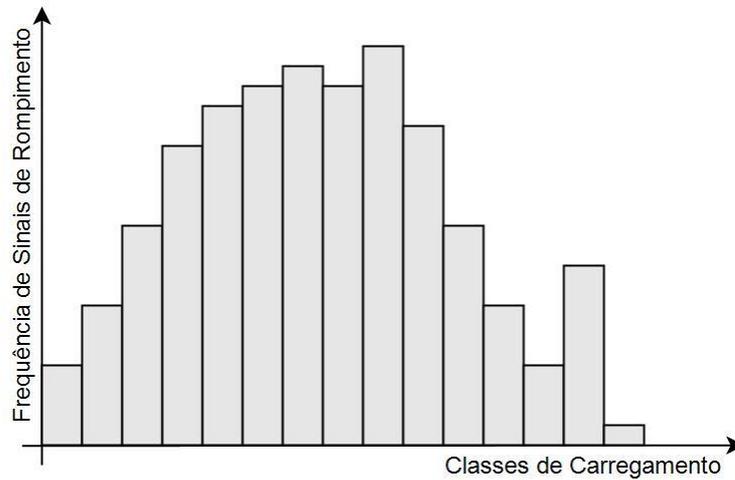


Figura 4-7 – Esboço de um diagrama de distribuição de frequência de sinais de ruptura de fibras em determinados carregamentos para uma combinação de parâmetros do desenho experimental.

Para a determinação da tensão de ruptura de uma replicação j , dentro de uma combinação de parâmetros experimentais, o procedimento supracitado é repetido, porém com a quantidade de classes de sinais de ruptura dada por

$$n_{classe} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fji}}, \quad (4-7)$$

uma vez que, entre as replicações, espera-se que a quantidade total de sinais de ruptura seja diferente e, também, que as faixas de carregamento nas quais mais ou menos sinais de ruptura são registrados não sejam as mesmas.

A soma de sinais de ruptura em uma replicação j do experimento é proporcional ao número N de fibras do feixe no início do ensaio. Isto se dá uma vez que, ao final do mesmo, todas as fibras terão sofrido ruptura e, portanto, todos os sinais de ruptura de carga terão sido registrados. Assim, para uma replicação do experimento, determina-se a quantidade de fibras rompidas em cada classe por meio da Equação 4-8 e Equação 4-9.

$$\eta_{Rz} = \frac{S_{fz} \left(F_{Cz} - \frac{\phi_F}{2} \dots F_{Cz} + \frac{\phi_F}{2} \right)}{S_T} \cdot N ; z = 1 \dots n_{classe} \quad (4-8)$$

onde

$$S_T = \sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fi} \quad (4-9)$$

Então, considerando um número de classes favorável, é possível traçar um perfil de decaimento do número de fibras do feixe por meio do procedimento por meio das condições apresentadas na Equação 4-10

$$\begin{cases} N_{FR,1} = N \\ N_{FR,z+1} = N_{FR,z} - \eta_{Rz} \end{cases} ; z = 1 \dots n_{classe}, \quad (4-10)$$

onde $N_{FR,z+1}$ é a quantidade de fibras remanescentes no feixe após uma ruptura de η_{Rz} fibras pela evolução do carregamento de uma classe para a outra. A quantidade de termos desta sequência é igual a $n_{classe} + 1$; entretanto, seu último termo é zero. Esta sequência de valores é pareada com a sequência de classes de carregamento F_{Ck} , estimando-se quantas fibras se encontram sob tração quando submetidas a tal carregamento. Uma vez que a sequência de valores de N_{FR} deve possuir a mesma sequência de valores que F_C e, também, o fato de que sob o último carregamento $F_{C,z=n_{classe}}$ deve haver fibras tracionadas, o último valor da sequência de valores de N_{FR} por ser igual a zero, é descartado.

Por fim, é possível calcular a tensão estimada aplicada ao feixe com correção classe a classe, por meio da Equação 4-11 e Equação 4-12.

$$\sigma_{est,z} = \frac{F_{cz}}{A_{intz}} ; z = 1 \dots n_{classe} \quad (4-11)$$

onde

$$A_{intz} = A_1 \cdot N_{FR,z} ; z = 1 \dots n_{classe}, \quad (4-12)$$

com A_1 sendo a área de seção transversal de uma fibra do feixe, dada pela Equação 4-13.

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4}, \quad (4-13)$$

com d sendo o diâmetro médio das fibras. Visto que o diâmetro das fibras não foi medido durante os procedimentos experimentais deste trabalho, d foi considerado igual ao diâmetro médio entre os valores apresentados pela Tabela 4-1, ou seja, $d = 11 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Assim, a tensão de ruptura estimada do feixe é dada pela Equação 4-14.

$$\sigma_{est,rupt} = \frac{F_{c,z=n_{classe}}}{A_1 \cdot N_{FR,z=n_{classe}}}. \quad (4-14)$$

O procedimento é, então, repetido para todas as replicações de uma determinada combinação de parâmetros do planejamento experimental. Assim, é possível determinar uma tendência central, seja por meio da determinação da média e do desvio padrão ou dos parâmetros da distribuição de Weibull, se assim os dados se distribuírem. Ainda, o mesmo procedimento é repetido para todas as replicações de todas as combinações de parâmetros. Com estes resultados, é possível analisar a influência da quantidade de fibras N inicial de um feixe na tensão de ruptura verdadeira de uma fibra.

4.2.3 Simulação

Em comparação com o procedimento computacional desenvolvido no início das investigações [86], a simulação desenvolvida para o atual trabalho apresenta uma série de considerações diferentes em termo de sistema posicional, algoritmo de detecção de vizinhança e modelos de compartilhamento de carga implementados. Uma vez que o trabalho desenvolvido anteriormente rendeu publicações em revista internacional (vide seção 8), um breve resumo do mesmo é apresentado na sequência.

4.2.3.1 Sistema de Posicionamento de Fibras

No algoritmo de simulação desenvolvido nesse trabalho, um dos objetivos foi eliminar os efeitos de concentração exagerada de carga em extremos do sistema de posicionamento e possibilitar a simulação do comportamento mecânico de feixes com

qualquer quantidade N de fibras como desejado. Para tal, um novo sistema de posicionamento de fibras foi desenvolvido. Ainda, por conta dos modelos de compartilhamento de carga locais, um sistema de detecção de vizinhança teve de ser desenvolvido exclusivamente para o novo sistema de posicionamento.

O sistema de posicionamento utilizado nesse trabalho considera que as seções transversais são circulares e de mesmo diâmetro. Por conta de tal detalhe, quando alinhadas, as fibras tendem a ter suas seções transversais posicionadas de forma que uma seção possua seis seções imediatamente vizinhas. Ainda, para uma determinada quantidade de fibras, o sistema é concebido de forma que esta organização de vizinhança seja mantida. Logo, para uma grande quantidade de fibras ($N \geq 100$ nas simulações), as seções devem ficar organizadas de forma que “cantos vivos”, como em células de extremidades em matrizes quadradas, sejam evitados. A Figura 4-8 apresenta esquematicamente um exemplo da organização das seções transversais no novo sistema de posicionamento para uma simulação com $N = 19$ fibras.

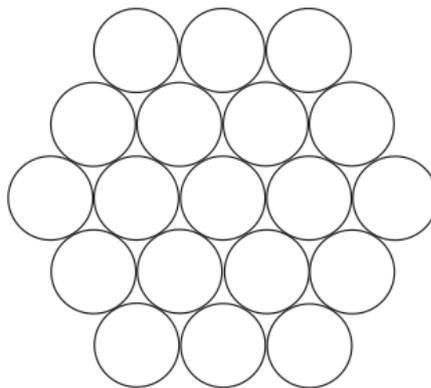


Figura 4-8 – Esquema da organização das seções transversais no novo sistema de posicionamento para um feixe de $N = 19$ Fibras.

Para isso, o procedimento de geração do feixe virtual organiza as novas fibras adicionadas ao feixe em tal posição que garanta a formação de tal padrão. A Figura 4-9 mostra o procedimento de adição de fibras ao feixe virtual de $N = 2$ até $N = 6$. Nessa figura, é importante notar que processualmente uma determinada fibra do feixe virtual, denominada fibra central, vai sendo contornada com novas fibras. Ao fim do processo de contorno da fibra central, um novo contorno é iniciado, enquanto mais fibras são adicionadas ao feixe virtual.

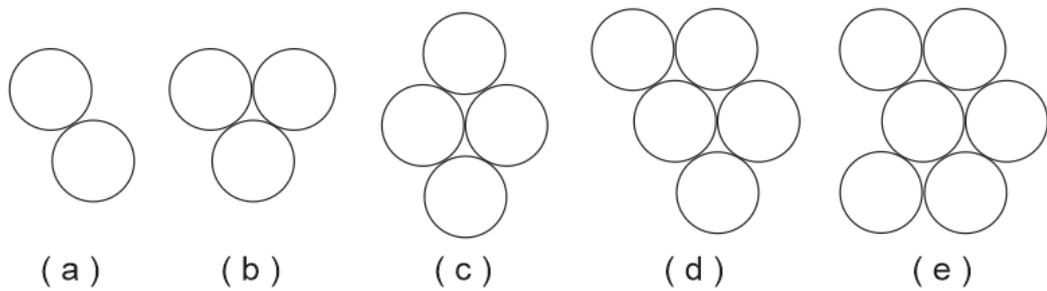


Figura 4-9 – Esquema do procedimento de geração de feixe de fibras para o novo sistema de posicionamento; (a) $N = 2$; (b) $N = 3$; (c) $N = 4$; (d) $N = 5$; (e) $N = 6$.

Naturalmente, o sistema de posicionamento adotado nesta simulação é idealizado e, assim, não representa fidedignamente a disposição de fibras dos experimentos executados. Entretanto, é possível manipular o sistema de posicionamento para que fibras ocupem outras posições além destas representadas na Figura 4-8.

Para garantir este posicionamento e favorecer o algoritmo de localização de vizinhança, foi atribuído a cada fibra uma numeração e também uma coordenada. O sistema de contagem inicia em $N_f = 1$ para a fibra central e cresce de acordo com a posição ocupada pela nova fibra. A posição ocupada por uma fibra no feixe é definida por coordenadas x e y , que definem, respectivamente, a fila e a posição da fibra nesta fila. A fila é, essencialmente o número do contorno em torno da fibra central. Por exemplo, fibras no contorno em contato com a fibra central têm coordenada $x = 2$, enquanto fibras que ocupam a fila que contorna o primeiro contorno da fibra central possuem $x = 3$ e assim por diante. A coordenada y da posição ocupada pelas fibras em suas próprias filas é definida como sendo sua contagem em relação à primeira fibra posicionada na fila anterior. A Figura 4-10 apresenta um esquema representativo desta organização. Neste ponto, é importante mencionar que cada fila possui um número diferente de fibras e que este cresce com dependência direta da coordenada da própria fila. O número de fibras em uma determinada fila x é dado pela Equação 4-15.

$$N_{f,max,x} = 6 \cdot (x - 1) ; x \geq 2 ; x \in N. \quad (4-15)$$

Para $x = 1$, ou seja, para a fibra central, $N_{f,max,x} = 1$.

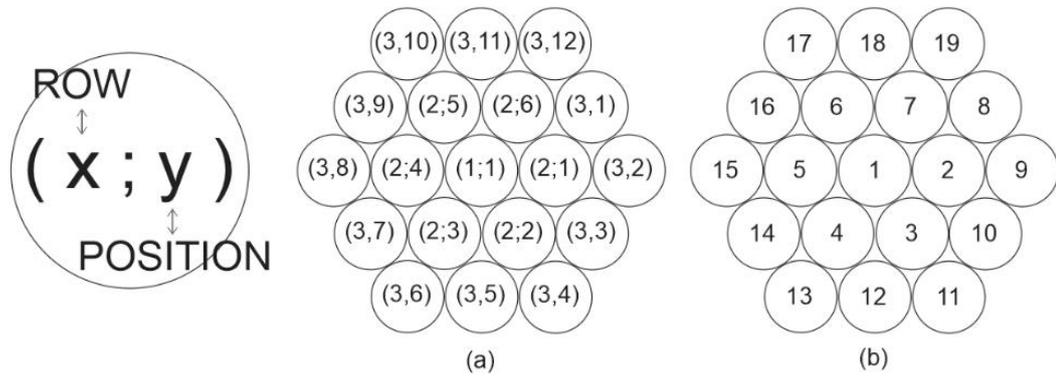


Figura 4-10 – Esquema do sistema de coordenadas e contagem para os feixes virtuais.

Para associar os dados de carga de ruptura para cada uma das fibras, uma matriz matemática foi utilizada. No entanto, para garantir o sistema de posicionamento, foram atribuídos dados somente às células que possuem coordenadas $(x; y)$ válidas conforme sistema proposto. Todas as demais células desta matriz recebem zero. Um exemplo deste esquema é apresentado pela Figura 4-11, onde um feixe de $N = 25$ fibras é mostrado. Na sequência, a Tabela 4-2 demonstra como a numeração das fibras fica disposta na matriz de posicionamento das fibras para o mesmo feixe de $N = 25$ fibras. Pela Figura 4-11, é possível verificar que a fibra inicial de uma fila qualquer se conecta com a fibra inicial da fila anterior. Essa consideração foi feita buscando-se otimizar o algoritmo de detecção de vizinhança.

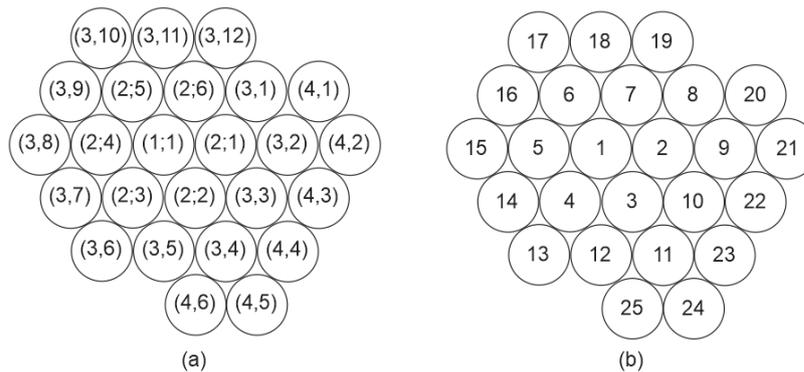


Figura 4-11 – (a) Exemplo das coordenadas de posicionamento e (b) numeração das fibras para um feixe de $N = 25$ fibras.

Tabela 4-2 - Exemplo da disposição da numeração das fibras na matriz de numeração de fibras para $N = 25$ fibras

	Posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Linha	ID												
1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2		2	3	4	5	6	7	0	0	0	0	0	0
3		8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
4		20	21	22	23	24	25	0	0	0	0	0	0

Tendo o sistema de posicionamento de fibras bem definido, se faz necessária a concepção do algoritmo de identificação de vizinhança, para que possa ser possível implementar modelos de compartilhamento local de carga ao código da simulação. Este algoritmo é responsável por identificar, dentro do sistema de posicionamento proposto, todas as fibras imediatamente vizinhas a uma determinada fibra conforme solicitado pelo programa. Ainda, o mesmo algoritmo também identifica se a fibra em relação a qual se deseja identificar a vizinhança está posicionada mais centralmente ao feixe ou nas extremidades. Esta identificação é extremamente importante, uma vez que fibras posicionadas na fila mais externa do feixe possuem menos vizinhos que as demais. Ademais, durante o processo de simulação, é esperado que algumas fibras rompam. Com isto, durante o procedimento, o algoritmo de identificação de vizinhança também detecta se a vizinhança de uma determinada fibra possui ou não fibras rompidas. Isto reflete diretamente nos processos de compartilhamento local, que dependem, de alguma forma, da quantidade de vizinhos para os quais carga será redistribuída.

Considerando tais fatos, o algoritmo de organização das posições das fibras segundo o sistema mencionado e os códigos para identificação de vizinhança acaba por possuir muitas linhas de código e muitas estruturas condicionais.

4.2.3.2 Procedimento de Simulação

Seja \bar{A} a matriz que contém os dados de carregamento de ruptura das fibras de feixe em análise possuindo a estrutura demonstrada pela Tabela 4-2. A matriz \bar{A} é

denominada “feixe virtual”. Os valores de carregamento de ruptura de cada uma das fibras do feixe virtual são gerados utilizando-se os parâmetros da distribuição de Weibull estimados por meio dos dados experimentais de ruptura das fibras simples. Esta geração de dados é feita por meio da função de probabilidade de Weibull modificada considerando-se as Equações 4-16 e 4-17.

$$F_0 = \sigma_0 \cdot A_1 \quad (4-16)$$

e

$$F_{R1} = \sigma \cdot A_1, \quad (4-17)$$

onde F_0 é a carga de ruptura característica de uma fibra do feixe, F_{R1} é a carga de ruptura de uma fibra e A_1 é a área de seção transversal desta fibra. Com tal modificação, tem-se a Equação 4-18.

$$P(F_{R1}) = 1 - \exp \left[\left(-\frac{F_{R1}}{F_0} \right)^m \right], \quad (4-18)$$

que é, então, interpretada como a probabilidade $P(F)$ de uma fibra romper segundo um determinado carregamento F . Isolando a expressão para F tem-se a Equação 4-19.

$$F_{R1} = F_0 \cdot \left\{ \ln[1 - P(F_{R1})]^{-\frac{1}{m}} \right\}, \quad (4-19)$$

e por meio de tal expressão, gerando N dados aleatórios homogeneamente distribuídos para $P(F_{R1})$ com $0 < P(F_{R1}) < 1$, obtém-se para dados F_{R1} distribuídos segundo Weibull com os parâmetros de escala F_0 e de forma m . Agora, adotando $F_0 = \hat{\sigma}_0 \cdot A_1$ e $m = \hat{m}$, que são os parâmetros estimados com os dados experimentais, gera-se uma população de carregamentos de ruptura aleatoriamente distribuídos segundo Weibull.

Para o início da simulação, define-se o carregamento externo L como sendo igual a zero. Este carregamento externo é um valor numérico que recebe incremento a cada passo da simulação. O incremento ΔL é o que define a resolução da simulação.

Valores de ΔL muito pequenos, em geral cem ou mil vezes menor que a diferença entre a mínima e máxima cargas de ruptura das fibras do feixe virtual, resultam em uma simulação muito refinada, mostrando uma ou poucas rupturas de fibras a cada passo da simulação. Por outro lado, incrementos de carga com uma ordem de grandeza menor que o dos dados de carregamento de ruptura geralmente resulta em uma simulação muito mais rápida, porém com muitas fibras rompidas a cada passo. A cada passo da simulação, o valor de L é atualizado por meio da Equação 4-20.

$$L = L_{ant} + \Delta L, \quad (4-20)$$

onde L_{ant} é o carregamento externo do passo anterior. Na Equação 4-20, $[L] = [L_{ant}] = [\Delta L] = N$. Para as simulações desenvolvidas, a taxa de carregamento ΔL compatível com experimentos com as fibras simples foi utilizada. Assim, para os feixes virtuais de fibras Nextel 610 foi aplicado $\Delta L = 4,5 N$ e $\Delta L = 1 N$ para os feixes virtuais de fibras Nextel 720.

O carregamento aplicado a cada fibra do feixe virtual é distribuído na matriz de carregamento \bar{C} , que é definida pela Equação 4-21.

$$\bar{C} = L \cdot \bar{k}, \quad (4-21)$$

onde \bar{k} é a matriz que contém os coeficientes de carga para todas as fibras. Neste ponto, é importante citar que ambas as matrizes \bar{C} e \bar{k} possuem a mesma estrutura que o feixe virtual \bar{A} . Os coeficientes da matriz \bar{k} determinam que fração do carregamento externo L é aplicada em cada fibra do feixe virtual. Na Equação 4-21, $[C] = N$ e $[k] = 1$

No início da simulação, supõe-se que o carregamento L é aplicado homogeneamente para todas as fibras do feixe. Assim, para todas as simulações, independente do modelo de compartilhamento de carga implementado ao código, todos os valores iniciais de \bar{k} são dados de acordo com a Equação 4-22.

$$k_0 = \frac{1}{N}. \quad (4-22)$$

Assim, é garantido que no início da simulação todas as fibras recebem a mesma fração da carga externa L .

A cada passo da simulação, o código faz uma comparação da matriz de carregamento \bar{C} com o feixe virtual \bar{A} . Nesta comparação, busca-se valores de \bar{C} que sejam superiores a valores de \bar{A} . Na ocasião em que são encontrados um ou mais $C_{xy} > A_{xy}$, interpreta-se que a fibra que ocupa a posição $(x; y)$ está submetida a um carregamento maior do que suportaria. Naturalmente, por conta de o carregamento inicial ser homogeneamente distribuído entre todas as fibras do feixe, a primeira fibra a fraturar é sempre a mais fraca do feixe. Em outras palavras, assim que $\frac{L}{N}$ atinge um valor maior que o menor valor entre os elementos de \bar{A} , ocorre a ruptura desta própria fibra. Nos demais passos, o processo é similar, porém a localização da fibra mais susceptível à fratura depende não só do feixe, mas também da distribuição de carga sobre o mesmo.

A ruptura de uma fibra causa a modificação de matrizes, que é necessário para a continuidade da simulação. Inicialmente, A_{xy} da fibra rompida $(x; y)$ recebe zero, indicando que não é mais parte da simulação, assim como os demais valores iguais a zero no exemplo apresentado pela Tabela 4-2. Ainda, k_{xy} é registrado e, posteriormente, recebe zero, indicando que não será mais aplicada carga para a fibra da posição $(x; y)$. Desta forma, independentemente do carregamento L externo aplicado, C_{xy} também recebe zero. Aqui, introduz-se a matriz de ruptura \bar{R} , que auxilia na detecção de fibras rompidas e no encerramento da simulação. \bar{R} é uma matriz com a mesma estrutura de \bar{A} , mas tem valores iniciais iguais a zero, indicando que, no início da simulação, não há nenhuma fibra rompida no feixe virtual. No evento da fratura de uma fibra na posição $(x; y)$, R_{xy} recebe um.

Entretanto, a soma dos valores de \bar{k} sempre deve ser igual a um e a soma dos valores de \bar{C} sempre deve ser igual a L . Na ocasião da ruptura de fibras, o valor registrado k_{xy} da fibra rompida, antes do mesmo ser substituído por zero, é redistribuído entre algumas ou todas as fibras do feixe de uma forma que depende do modelo de compartilhamento de carga implementado ao código.

No caso do compartilhamento de carga global, determina-se inicialmente Q_{FR} de acordo com a Equação 4-23.

$$Q_{FR} = N - \sum \bar{R}, \quad (4-23)$$

como sendo a quantidade de fibras remanescentes no feixe e $\sum \bar{R}$ sendo a soma de todos os elementos de \bar{R} . Desta forma, os valores atualizados dos coeficientes de \bar{k} , exceto os inexistentes e/ou rompidos, onde $k_{xy}(R_{xy} = 1)$, recebem um valor atualizado com a ruptura, dado pela Equação 4-24.

$$k_{xy} = \frac{1}{Q_{FR}}. \quad (4-24)$$

Uma vez que a quantidade de fibras vai reduzindo à medida que a simulação vai sendo executada, a Equação 4-24 demonstra que o fator de carga aplicado às fibras remanescentes do feixe aumenta. Ainda, após a atualização dos termos de \bar{k} , a matriz de carga aplicada \bar{C} também é atualizada por meio da Equação 4-21 e, antes do próximo incremento de carga, uma vez mais é verificado se há algum elemento de \bar{C} (pós-atualização), que é maior que \bar{A} . Isso se faz necessário, pois após a atualização da matriz de coeficientes \bar{k} , a carga a que cada fibra está submetida sofre um determinado aumento. Neste caso, antes de seguir para o próximo incremento de carga, é necessário se verificar se nenhuma outra fibra sofreu ruptura por consequência da sobrecarga provocada pela ruptura de uma fibra A_{xy} . No caso positivo, o processo de atualização das matrizes \bar{R} , \bar{k} , \bar{C} e \bar{A} é executado e uma vez mais esta verificação pré-incremento é novamente feita. Ao sinal negativo de ruptura de fibra, incrementa-se a carga aplicada por meio da Equação 4-20.

No caso do compartilhamento global de carregamento, o valor de ΔL poderia ser variável. Uma vez que a carga efetiva aplicada a uma fibra é essencialmente dada por $\frac{L}{Q_{FR}}$, o valor de L_{ant} poderia ser acrescido de um determinado ΔL^* , de forma que $L_{ant} + \Delta L^*$ resultasse em um valor L^* específico, de forma que $\frac{L^*}{Q_{FR}}$ fosse igual ou levemente superior à carga de ruptura da próxima fibra mais fraca do feixe. Este procedimento tornaria a simulação mais rápida e independeria do valor de incremento ΔL que define a resolução da simulação. Por outro lado, esta consideração é somente válida para o modelo GLS, uma vez que para os modelos de compartilhamento local de carga estarão sobrecarregadas as fibras próximas àquelas fraturadas e não necessariamente as mais fracas remanescentes do feixe estarão naquela região.

No modelo de compartilhamento local de carga, a atualização do coeficiente de carga depende de uma série de fatores. Seja, então, ocorrida a fratura de uma fibra em uma determinada posição $(x; y)$, antes ou depois da fratura da primeira fibra do feixe. Inicialmente, o algoritmo de identificação de vizinhança verifica quantas são as vizinhas não rompidas ou existentes à fibra fraturada. Seja, então, esta quantidade denominada por δN , onde $0 \leq \delta N \leq 6$. Assim, o coeficiente de carga da fibra $(x; y)$ rompida é dividido por este número, gerando o acréscimo de coeficiente a ser adicionado ao coeficiente das vizinhas não rompidas. No caso de $\delta N \geq 1$, esse incremento de coeficiente é dado pela Equação 4-25.

$$\delta k = \frac{k_{xy}}{\delta N}. \quad (4-25)$$

Desta forma, as fibras da vizinhança imediata da fibra rompida, localizadas pelas coordenadas $(x_v; y_v)$, recebem o acréscimo de coeficiente, conforme a Equação 4-26.

$$k_{x_v y_v} = k_{x_v y_v \text{ ant}} + \delta k. \quad (4-26)$$

No caso especial de $\delta N = 0$, a fibra está localizada em uma região isolada onde não possui vizinhos adjacentes. Ainda, $k_{x_v y_v \text{ ant}}$ é o coeficiente anterior à ruptura portado pelas fibras vizinhas à fibra que sofreu ruptura. Esta situação pode ser compreendida com a formação de um agrupamento de fibras rompidas em uma região da seção transversal do feixe, enquanto das demais regiões, há ainda um grande grupo de fibras remanescentes. Dentro desta região de fibras rompidas, existe a probabilidade de haver uma fibra muito forte, tendo esta capacidade de suportar a sobrecarga da ruptura de suas seis vizinhas imediatas. Na ocasião da ruptura desta fibra, seu coeficiente de carregamento é distribuído homogeneamente para as demais fibras remanescentes do feixe. Ademais, o não cumprimento de tal medida faria com que o coeficiente de carga da mesma se perdesse, acarretando a variação da soma dos termos da matriz \bar{k} que deve ser, invariavelmente, igual a um. Ainda, este mesmo requisito, caso não cumprido, faria com que $\sum C_{xy} \neq L$, o que levaria à conclusão de que alguma parcela da carga aplicada sobre o feixe fora simplesmente perdida de alguma forma, o que também não é possível.

Naturalmente, após a ruptura de uma fibra do feixe e subsequente compartilhamento do carregamento desta com as suas vizinhas imediatas, a verificação pós-ruptura é também executada para este modelo antes do próximo incremento ΔL ao carregamento L . Para o LLS, este procedimento verifica se alguma fibra vizinha à fibra rompida também sofre ruptura devido à sobrecarga imediata à sua fratura. Ao sinal negativo de ruptura em pós-ruptura, incrementa-se a carga aplicada L com ΔL e os demais procedimentos da simulação são repetidos.

Independente do modelo de compartilhamento de carga implementado à simulação, a mesma chega ao fim quando todas as fibras sofrem ruptura. Em termos de procedimento, o incremento de carga não é mais feito quando a soma dos termos da matriz de ruptura \bar{R} é igual a N . Quando esta condição é verificada, a simulação é dada por encerrada e a evolução de uma série de parâmetros é salva para posterior análise.

Além da evolução da carga L aplicada ao feixe e da quantidade de fibras remanescentes a cada passo Q_{FR} , para os modelos de compartilhamento de carga locais, a evolução da matriz de coeficiente \bar{k} também é de grande importância. Além de ser a matriz que determina qual é a carga efetivamente aplicada a cada fibra durante a simulação, em um LLS, a matriz \bar{k} também pode revelar concentrações de tensão em uma determinada região da área de seção transversal do feixe. Por conta de tal fato, a matriz \bar{k} é uma das únicas matrizes da simulação que pode ter seus valores registrados externamente a cada passo da simulação. Naturalmente, o volume de dados gerados pela gravação da evolução da matriz \bar{k} é bastante grande, uma vez que, para um ΔL adequado, o número de passos n_{ps} da simulação é relativamente grande. Ainda, uma vez que as simulações são iniciadas de $L = 0$, o número de passo se torna cada vez maior para quanto maior for a quantidade N de fibras iniciais do feixe. Por outro lado, o tamanho da matriz \bar{k} também é uma função do número de fibras N . Assim, a evolução de \bar{k} não é um parâmetro que é obrigatoriamente registrado a cada simulação, uma vez que gera arquivos muito pesados e que exigem muito processamento para sua interpretação. Com isto, o passo a passo da matriz de coeficientes de carga é feito em simulações a serem executadas em paralelo com aquelas feitas para a determinação da tensão de ruptura do feixe. Por fim, a Figura 4-12 apresenta um fluxograma esquemático do procedimento da simulação.

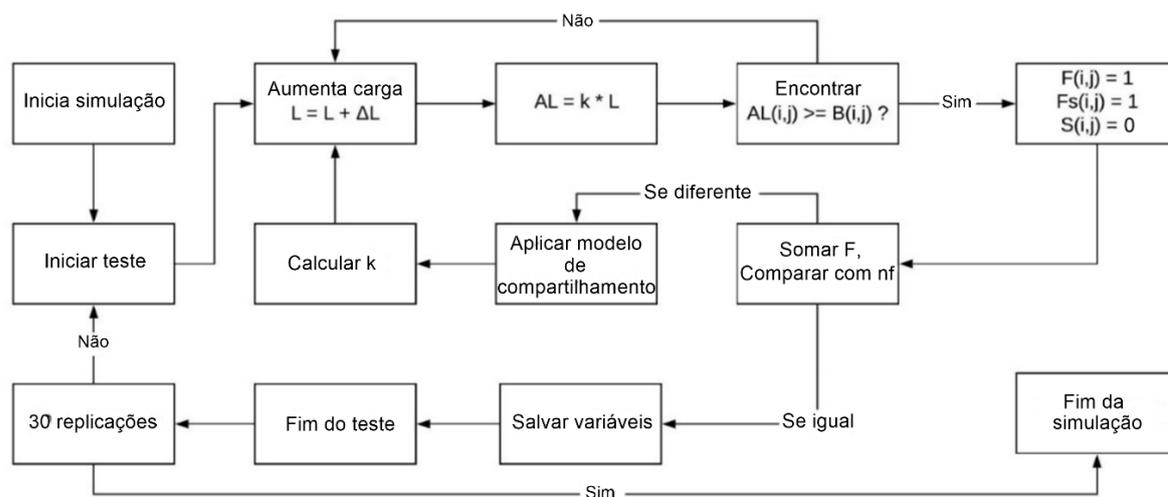


Figura 4-12 – Fluxograma representativo do procedimento da simulação

4.2.3.3 Modelo de Compartilhamento de Carga de Espalhamento

O modelo de compartilhamento de carga de espalhamento SLLS pode ser aproximado como algo intermediário entre o GLS, o LLS explorado na seção anterior e o LLS proposto por Hidalgo *et al.* [68]. Nesse último modelo, a carga suportada por uma fibra rompida é distribuída igualmente por uma vizinhança de N_V fibras dentro de um raio pré-estabelecido, definido por R_{max} . No modelo proposto nesse trabalho, a carga particular da fibra rompida é compartilhada de forma mais intensa com vizinhanças mais próximas e de forma gradualmente menos intensa com vizinhanças mais afastadas. Desta forma, justifica-se a nomenclatura conferida ao modelo, uma vez que o compartilhamento ocorre de forma espalhada entre vizinhanças mais afastadas da fibra rompida.

Inicialmente, a carga suportada por uma fibra rompida é compartilhada localmente com sua vizinhança primária, formada por até seis fibras, exatamente como no LLS apresentado anteriormente. Desta forma, o coeficiente de carga para as fibras adjacentes à rompida tem seu valor atualizado de acordo com as Equações 4-26 e 4-27. Nesse ponto, todas as fibras remanescentes têm seu coeficiente recalculado por meio da média dos coeficientes de seus vizinhos imediatos remanescentes juntamente com seu próprio coeficiente. Matematicamente,

$$k_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{\delta N} (k_{i_{ant}}) + k_{xy_{ant}}}{\delta N + 1}, \quad (4-27)$$

onde $k_{xy_{ant}}$ é o coeficiente anterior das fibras que receberam um novo coeficiente k_{xy} e $\sum_{i=1}^{\delta N} (k_{i_{ant}})$ é a soma dos coeficientes das δN fibras vizinhas remanescentes. A Figura 4-13 demonstra o processo de espalhamento pós-ruptura de uma fibra central e subsequente aplicação da rotina LLS e SLLS para um exemplo com $N = 37$ fibras iniciais. Inicialmente, cada fibra possui o mesmo coeficiente de carga uma vez que nenhuma fibra fora rompida (a). Na sequência, a vizinhança imediata (ou também referida como vizinhança de primeira ordem) recebe o coeficiente de carga da fibra rompida (b). Ainda, a iteração de espalhamento foi executado uma vez, fazendo com que o carregamento da fibra central rompida atingisse fibras na vizinhança de segunda ordem, ou seja, fibras com um afastamento radial de duas fibras consecutivas da fibra rompida (c).

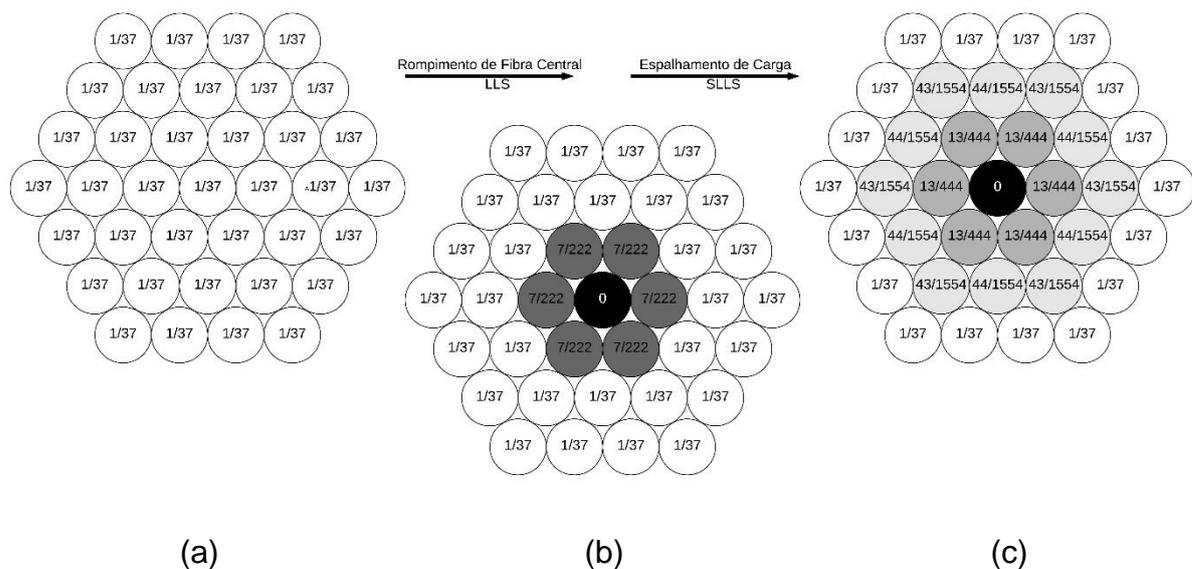


Figura 4-13 – Aplicação da rotina de compartilhamento de carga SLLS após ruptura de fibra central para $N = 37$. (a) Feixe sem nenhuma fibra rompida; (b) Feixe com uma fibra rompida e carga compartilhada segundo LLS; (c) Feixe com uma fibra rompida e carga espalhada com uma iteração de espalhamento.

Em cada uma das fibras é apresentado o coeficiente k_{xy} que cada uma comporta à medida que a simulação vai sendo executada. Na ocasião da fratura da fibra central, se o coeficiente é atualizado para zero e seu carregamento transferido para as seis

fibras adjacentes. Como inicialmente todas as fibras possuíam $k_{xy} = \frac{1}{37}$, as fibras adjacentes à fraturada recebem, conforme Equação 4-28,

$$k_{xy} = \frac{1}{37} + \frac{1}{37} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{222}, \quad (4-28)$$

enquanto as demais, por não possuírem nenhuma fibra rompida em sua vizinhança, continuam com $k_{xy} = \frac{1}{37}$.

Na sequência, com a aplicação da rotina de espalhamento, todas as fibras têm seus valores atualizados de acordo com a Equação 4-27. Então, as fibras adjacentes à fratura têm seu novo valor calculado pela Equação 4-29.

$$k_{xy} = \frac{\frac{7}{222} \cdot 3 + \frac{1}{37} \cdot 3}{6} = \frac{13}{444}, \quad (4-29)$$

enquanto as fibras da vizinhança de segunda ordem têm seu valor calculado pela Equação 4-30, ou pela Equação 4-31.

$$k_{xy} = \frac{\frac{1}{37} \cdot 6 + \frac{7}{222}}{7} = \frac{43}{1554}, \quad (4-30)$$

$$k_{xy} = \frac{\frac{1}{37} \cdot 5 + \frac{7}{222} \cdot 2}{7} = \frac{44}{1554}, \quad (4-31)$$

dependendo de sua posição, uma vez que esta define quantos vizinhos com $k_{xy} = \frac{7}{222}$ e $k_{xy} = \frac{1}{37}$ estas têm. As demais fibras continuam com $k_{xy} = \frac{1}{37}$, conforme Equação 4-32.

$$k_{xy} = \frac{4 \cdot \frac{1}{37}}{4} = \frac{1}{37}. \quad (4-32)$$

Por outro lado, este modelo de compartilhamento é necessariamente também definido como global, uma vez que, sequencialmente, $\sum \bar{k}$ vai se tornando menor que um. Similarmente ao LLS, existe a possibilidade de que determinadas regiões da matriz \bar{k} tenham seus valores variados de tal forma que $\sum \bar{k} < 1$. Como exemplo, na Figura 4-63

13, a soma dos elementos em (c) é tal que $\sum k_{xy} \approx 0,99807$, que ainda é aproximadamente igual a um. Com a sequência da simulação, verifica-se que este valor varia ligeiramente para baixo até que, em determinado passo, decai rapidamente com a ruptura das últimas fibras do feixe. Assim como no próprio LLS, este efeito deve ser contornado uma vez que $\sum k_{xy} \neq 1$ determinaria que parte do carregamento externo L fora, de alguma forma, perdido. Para isto, após o procedimento de espalhamento, a rotina ainda determina o valor de φk , de acordo com a Equação 4-33.

$$\varphi k = \frac{1 - \sum(k_{xy})}{Q_{FR}}, \quad (4-33)$$

onde φk é o parâmetro de correção de somatório de coeficiente de carga. O procedimento computacional, então, adiciona tal valor a todas as células de \bar{k} , segundo a Equação 4-34.

$$k_{xy} = k_{xy_{SLLS}} + \varphi k. \quad (4-34)$$

Tal procedimento garante que, em qualquer passo da simulação $\sum k_{xy} = 1$ e $\sum C_{xy} = L$. Ainda, este procedimento faz com que o SLLS seja parcialmente global.

Além disso, o modelo de compartilhamento de carga de espalhamento também pode ser regulado para que o espalhamento atinja vizinhanças de maior ordem. Este ajuste é feito por meio da quantidade de iterações de espalhamento executadas a cada ruptura de fibra. Essencialmente, uma interação de espalhamento é o procedimento de atualização do coeficiente de carga k_{xy} de todas as fibras por meio da Equação 4-27. No caso da execução de mais um processo sequencial como este, fibras ainda mais afastadas da fibra rompida receberão uma parcela de sua carga. Então, a quantidade de interações de espalhamento é denominada I_E e é um parâmetro do SLLS, que determina qual é a ordem de vizinhança que receberá frações do carregamento da fibra rompida.

Computacionalmente, o SLLS exige muito mais capacidade de processamento que o LLS. Isso é devido por dois motivos: inicialmente para um valor fixo de I_E , para simulações com valores cada vez maiores de N , mais cálculos segundo a Equação 4-27 têm de ser executados; ainda, não há um valor correto nem pré-determinado para I_E , uma vez que o mesmo se coloca como um parâmetro de calibração do modelo.

Então, pelo mesmo motivo supramencionado, simulações com crescentes valores de I_E em feixes com N fixo exigem mais tempo de processamento.

4.2.3.4 Cálculo da Tensão de Ruptura por Meio dos Dados Simulados

Para a determinação da tensão de ruptura dos feixes de fibras cerâmicas de 30 Nextel 610 e 720, o método apresentado anteriormente foi aplicado, uma vez que a variação da área de seção transversal não pode ser mensurada por conta do baixo diâmetro das fibras. Tal método consistiu em utilizar um diagrama de distribuição de frequência de sinais de ruptura para estimar a quantidade de fibras rompidas a cada classe de carregamentos. Os resultados de tal método são apresentados na próxima seção deste trabalho.

Por outro lado, as simulações permitem calcular diretamente a tensão de ruptura verdadeira do feixe de fibras virtuais. A tensão simulada aplicada a um determinado feixe de N fibras em um determinado passo da simulação é dada pela Equação 4-35.

$$\sigma_{sim} = \frac{L}{A_{int}}, \quad (4-35)$$

onde L é o carregamento externo aplicado e A , a área de seção transversal que suporta este carregamento. Ainda, esta mesma área é dada pela Equação 4-36.

$$A_{int} = A_1 \cdot Q_{FR}, \quad (4-36)$$

onde A_1 é a área de seção transversal de uma fibra, calculada pela Equação 4-37.

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, \quad (4-37)$$

onde d é o diâmetro médio de uma fibra tomado como sendo aproximadamente $d = 11 \mu m$, conforme o valor médio medido por Wilson [47]. Q_{FR} é a quantidade de fibras remanescentes em um determinado passo da simulação. Ainda, $Q_{FR} = N$ no início da simulação. Entretanto, para qualquer modelo de compartilhamento de carga, Q_{FR} diminui discretamente à medida que o carregamento externo L vai recebendo incremento ΔL e a carga das fibras rompidas vai sendo compartilhado. Assim, a maneira como o carregamento de uma fibra fraturada é redistribuído define como Q_{FR} decresce à medida que a simulação vai sendo executada. Em outras palavras, cada

modelo de compartilhamento de carga define diferentemente como a quantidade de fibras varia com os passos da simulação. Com isto, verifica-se que, dependendo do modelo de compartilhamento de carga, a condição de finalização da simulação $\sum \bar{R} = N$ é alcançada para um menor ou maior valor de carregamento externo L .

Ademais, a tensão simulada de ruptura de um determinado feixe é calculada com a quantidade de fibras remanescentes Q_{FR} no último passo da simulação, conforme Equação 4-38.

$$\sigma_{sim, rup} = \frac{L_{ult}}{Q_{FR,ult} \cdot A_1}, \quad (4-38)$$

onde L_{ult} é o último carregamento registrado e $Q_{FR,ult}$ a última quantidade de fibras registrada. De acordo com o modelo de compartilhamento de carga implementado, não somente L_{ult} será diferente por conta do decaimento de Q_{FR} , mas também o próprio $Q_{FR,ult}$ será diferente por conta do mesmo motivo.

4.2.3.5 Planejamento da execução da simulação.

Para uma boa sustentação estatística, um planejamento de replicações da simulação também foi concebido. Tendo em vista que os parâmetros de carga de ruptura característica F_0 e o módulo de Weibull m foram estimados para fibras de Nextel 610 e 720, simulações foram executadas com feixes de fibras gerados por meio de ambos os parâmetros. Assim como no planejamento experimental, feixes virtuais com diferentes quantidades iniciais N de fibras foram submetidas à simulação. Os valores de N foram variados em quinze níveis para as duas classes de fibras diferentes. Os valores de N utilizados foram de 100 até 1500, variando-se esta quantidade de 100 em 100. Ademais, para conclusões confiáveis e pelo fato de o carregamento de fratura específico das fibras ter sido gerado por meio da estatística de Weibull, achou-se conveniente replicar cada combinação de parâmetros trinta vezes. Por fim, os mesmos feixes gerados e submetidos a uma simulação com um determinado modelo de compartilhamento de carga apresentado foram também submetidos aos outros modelos. Desta forma, foi possível observar quão diferentemente evoluem as características do mesmo grupo de feixes virtuais, segundo diferentes dinâmicas de

compartilhamento de carga. Em suma, a Tabela 4-3 apresenta um resumo do planejamento da simulação descrita neste parágrafo.

Tabela 4-3 – Planejamento de execuções da simulação

		Parâmetros de Geração dos Feixes	
		$\widehat{F}_{0N610} ; \widehat{m}_{N610}$	$\widehat{F}_{0N720} ; \widehat{m}_{N720}$
Modelos de Compartilhamento de Carga	GLS	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada
	LLS	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada
	SLLS	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada	De $N = 100$ até $N = 1500$, 30 replicações cada

5 Resultados e Discussão

5.1 Experimental

5.1.1 Fibras Simples

As Figura 5-1 e Figura 5-2 apresentam a evolução do carregamento aplicado nos ensaios, respectivamente com as fibras Nextel 610 e Nextel 720, em função do tempo transcorrido no ensaio em relação ao tempo ruptura da amostra. Tal escolha foi feita uma vez que extensômetros não foram utilizados. Assim, a medição de deformação fornecida pela máquina de ensaio retorna uma informação não confiável uma vez que, durante alguns dos ensaios apresentados, pode ter havido deslizamento de fibra.

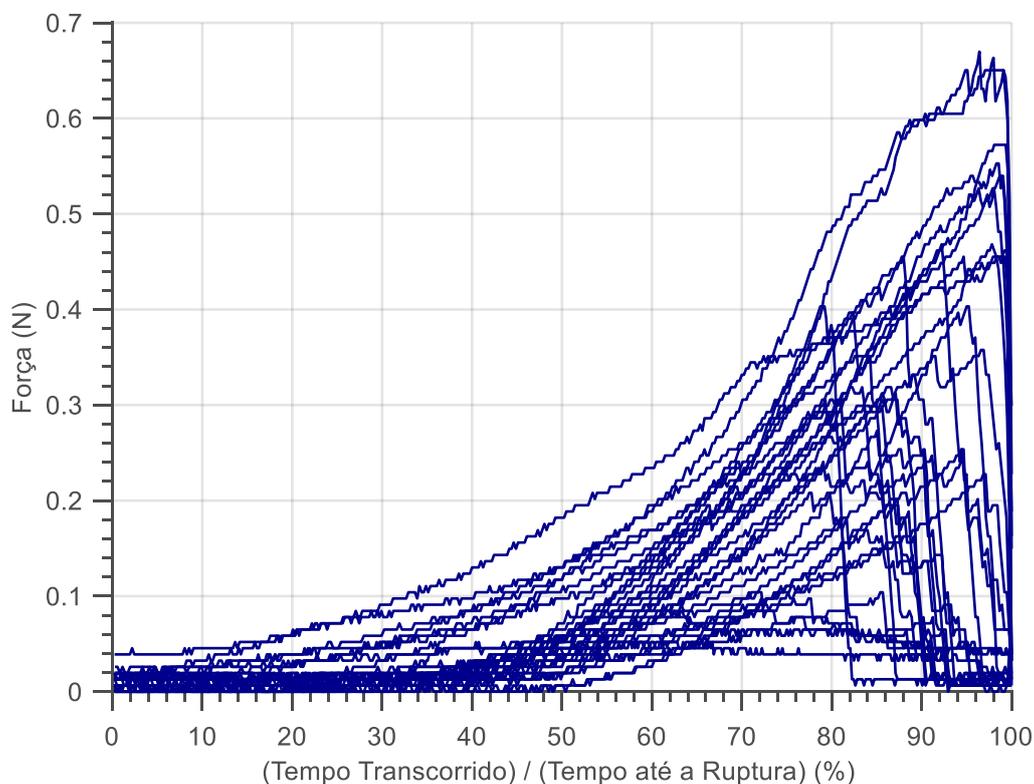


Figura 5-1 – Evolução do carregamento aplicado nos ensaios com as fibras Nextel 610 em função do tempo transcorrido no ensaio em relação ao instante da ruptura da amostra.

Ainda, ambas as figuras apresentam certa instabilidade nos valores de carregamento registrado durante os ensaios. Este fenômeno está relacionado com o sensor de carga utilizado uma vez que o mesmo tem limite superior de carga de 200 N. Assim, sua utilização para carregamentos muito baixos, como os necessários para ruptura das

Nextel 720, por exemplo, geralmente acarreta a instabilidade apresentada. Para a determinação da tensão de ruptura, são utilizados os carregamentos máximos apresentados nas curvas e o diâmetro médio de $11 \mu m$, conforme apresentado pela Tabela 4-1.

Tanto os dados de tensão de ruptura das fibras Nextel 610 quanto os das fibras Nextel 720 são, então, submetidos ao procedimento de estimação de parâmetros por meio da Equação 3-2 e utilizados, também para a geração do gráfico de Weibull, apresentado pela Figura 5-3. Nesta figura, tanto os dados de tensão de ruptura quanto a linha de tendência central são apresentadas, segundo denota a regressão linear para o gráfico de Weibull [48]. Independentemente do método utilizado para a determinação dos parâmetros da distribuição, esta regressão também é importante, pois indica se os dados são bem ou mal distribuídos conforme esta distribuição. Para este caso, as correlações foram $R_{610}^2 = 0,987$ e $R_{720}^2 = 0,981$, demonstrando que a população de tensões de ruptura para ambas as fibras é suficientemente distribuída segundo Weibull.

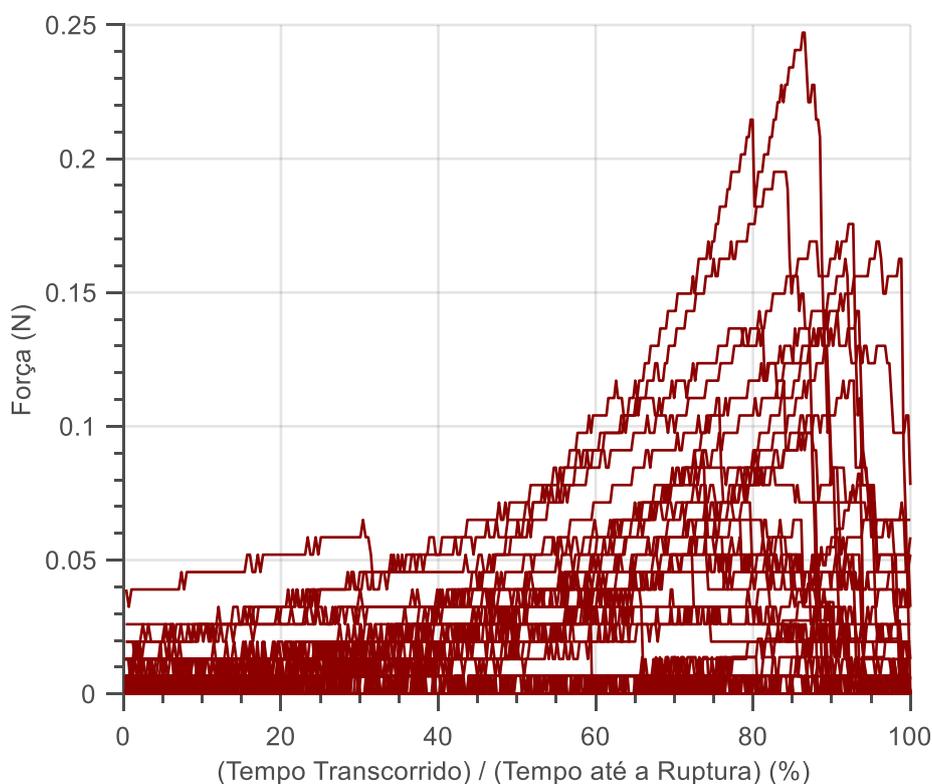


Figura 5-2 – Evolução do carregamento aplicado nos ensaios com as fibras Nextel 720 em função do tempo transcorrido no ensaio em relação ao instante ruptura da amostra.

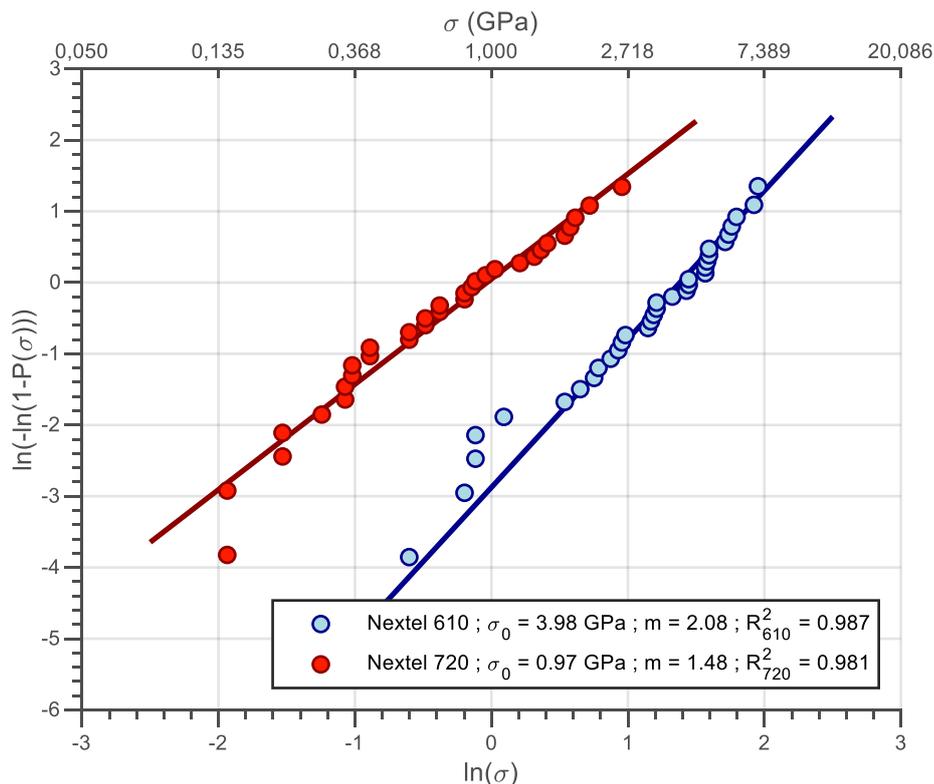


Figura 5-3 – Gráfico de Weibull para tensão de ruptura das fibras simples Nextel 610 e 720.

Então, segundo o método da máxima verossimilhança, os parâmetros estimados foram $\hat{\sigma}_{rup,610} = 3,98 \text{ GPa}$ para as Nextel 610 e $\hat{\sigma}_{rup,720} = 0,97 \text{ GPa}$ para as Nextel 720. Ainda, os módulos de Weibull para ambas as fibras retornaram $\hat{m}_{610} = 2,08$ e $\hat{m}_{720} = 1,47$. A tensão característica estimada de ruptura das fibras Nextel 610 se mostrou relativamente próxima daquela apresentada pela literatura [47], entretanto o módulo de Weibull, tanto para as Nextel 610 quanto para as Nextel 720 se mostrou aquém do esperado. Uma vez que o módulo de Weibull revela o quão centralizados estão os dados de tensão de ruptura em torno da tensão característica, é possível associar os baixos valores encontrados ao transporte, manuseio e tratamento dado às amostras. Ainda, também não é possível determinar se a remoção do recobrimento feito por meio de aplicação de chama direta não influencia de alguma forma no desempenho das fibras. Possivelmente, por conta de tal motivo a tensão característica de ruptura estimada para as fibras Nextel 720 se mostrou também abaixo do esperado (cerca de 1 GPa). De qualquer forma, os valores encontrados revelam informações sobre como os feixes destas mesmas fibras irão vir a se comportar quando submetidos a testes

de tração. Ainda, por meio destes valores é que serão gerados os feixes virtuais a serem investigados por simulação.

5.1.2 Feixes de Fibras

Um grande número de amostras de feixes com diferentes quantidades N iniciais de fibras entre os dois tipos de fibras disponíveis foram testados mecanicamente de acordo com o planejamento experimental da Figura 4-3. Entretanto, pelo mesmo motivo da fragilidade mencionado na seção supracitada, parte das amostras foram descartadas durante os ensaios devido a problemas de deslizamentos de suporte. Ainda, problemas relativos ao acúmulo de resina ao longo do feixe, dentro do comprimento de análise, também foram verificados. Naturalmente, amostras sob estas circunstâncias também foram descartadas. Em geral, foram testadas as totalidades de amostras apresentadas na Tabela 5-1. Ainda, testes não foram executados com outros múltiplos de 400 fibras para as Nextel 720 por problemas relacionados à execução dos ensaios e, com isso, pela indisponibilidade de material suficiente.

Tabela 5-1 – Quantidade de amostras testadas de acordo com o tipo e com a quantidade inicial de fibras do feixe.

Nextel 610						
Quantidade de fibras iniciais N	100	200	300	400	750	1500
Quantidade de amostras testadas	42	42	44	42	15	21
Nextel 720						
Quantidade de fibras iniciais N	100	200	300	400	800	
Quantidade de amostras testadas	42	40	40	48	15	

As Figura 5-4 e Figura 5-5 mostram, respectivamente, as curvas de carregamento contra os passos do ensaio. Da mesma forma que para as fibras simples, uma vez que não foi utilizado extensômetro na obtenção das curvas de carregamento, o dado de deformação proveniente da máquina de teste não é confiável, pois demonstra unicamente o deslocamento desta e não a deformação da amostra em si. Diferentemente dos gráficos de evolução do carregamento das fibras simples, o eixo horizontal das Figura 5-4 e Figura 5-5 não apresenta a fração do teste e sim o número de passos dos testes. Esta escolha foi feita uma vez que, com o número de passos

normalizado, não seria possível verificar comportamentos pré-ruptura como alinhamento e escorregamento do feixe.

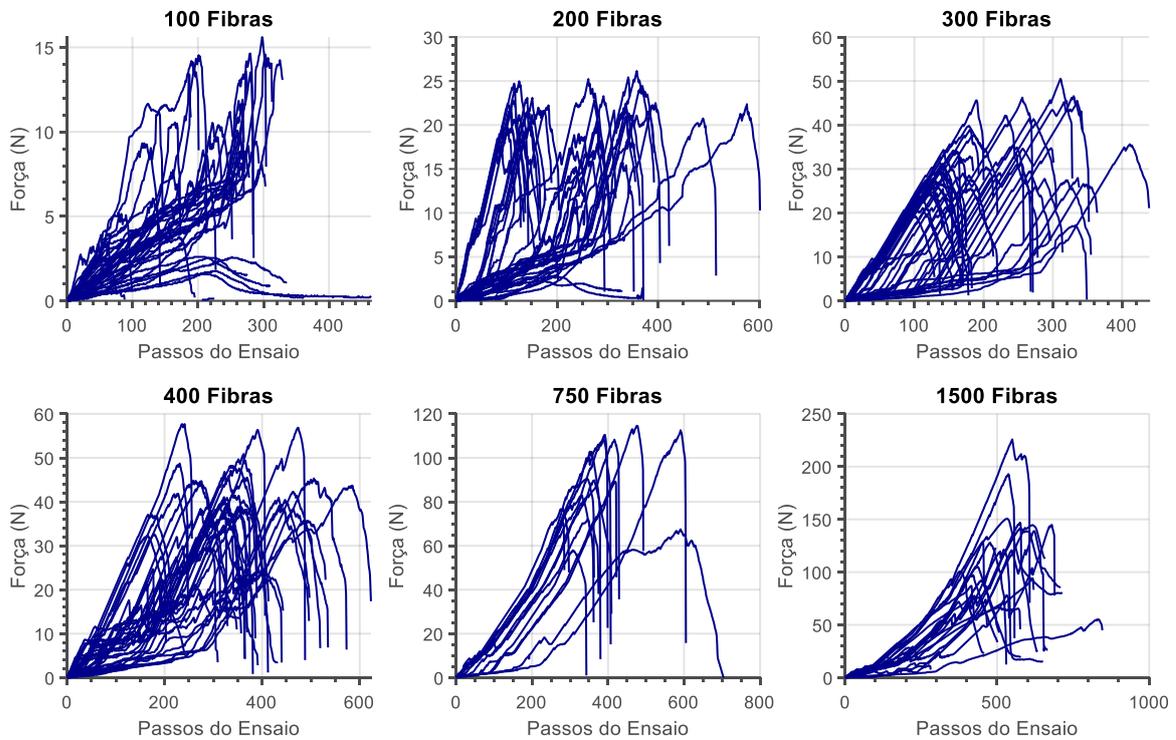


Figura 5-4 – Curvas de carregamento de feixes de fibras Nextel 610 com diferentes quantidades iniciais de fibras N .

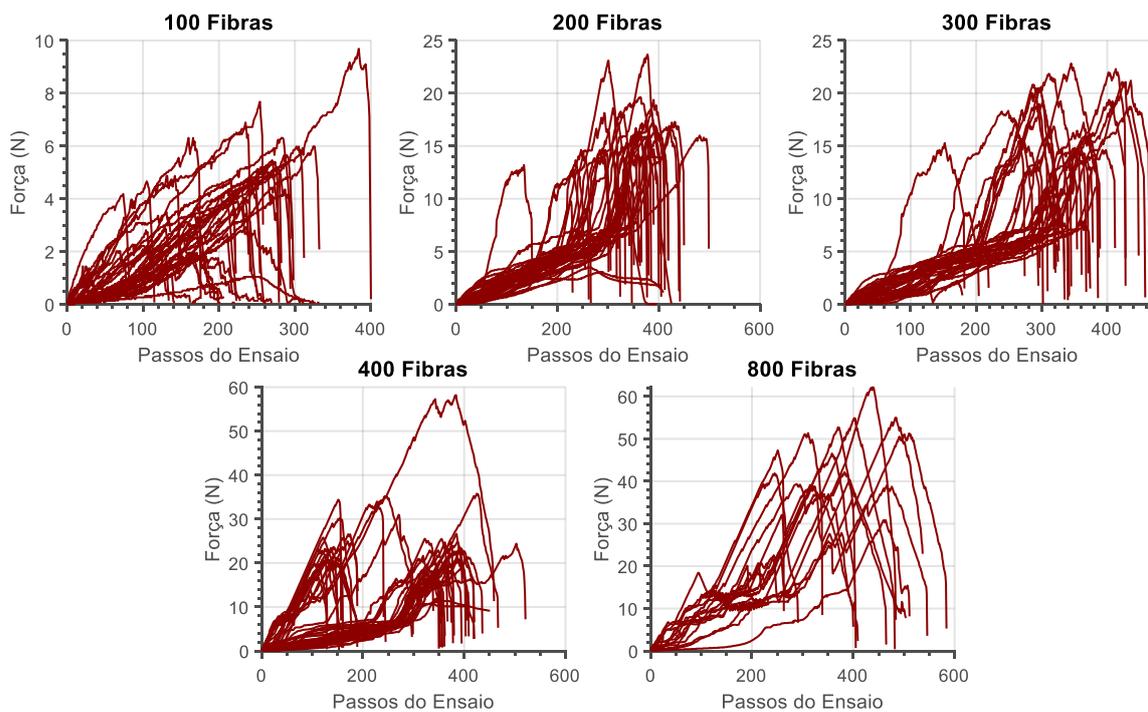


Figura 5-5 - Curvas de carregamento de feixes de fibras Nextel 720 com diferentes quantidades iniciais de fibras N .

Como esperado, é possível verificar uma tendência no aumento da carga máxima suportada pelos feixes de fibras conforme feixes com maior N são testados. É natural que um material cerâmico com maior seção transversal suporte um maior carregamento de tração em comparação ao mesmo material, porém com menor seção. Entretanto, teoricamente a tensão de ruptura do material deveria apresentar invariabilidade independente da seção transversal do material, conforme a Equação 3-14.

$$\sigma_{eng} = \frac{F_R}{A_0}, \quad (3-14)$$

O carregamento de ruptura deveria aumentar à medida que a seção transversal fosse aumentada. Para as fibras, a seção transversal é proporcional ao número de fibras do feixe, assim seria esperado que para um aumento sequencial de N , tanto a carga máxima, quanto o carregamento de ruptura acompanhassem proporcionalmente tal valor. Por outro lado, o que as figuras sugerem, mais visivelmente em relação ao carregamento máximo registrado, é que tal tendência não ocorre.

De qualquer forma, é possível observar em diversos ensaios, em ambos os tipos de fibras, que algumas amostras recebem o carregamento linearmente à medida que o teste evolui, enquanto outras apresentam um comportamento não linear até atingirem o carregamento máximo registrado e, subsequentemente, a ruptura. Tal comportamento foi verificado visualmente durante os ensaios e está ligado a dois fenômenos: primeiro, alinhamento de fibras; depois, escorregamento de suporte.

Como já mencionado, é impossível garantir que todas as fibras em um determinado feixe estejam perfeitamente alinhadas e esticadas no início do ensaio. Experimentalmente, é verificado que grande parte deste alinhamento ocorre no início dos ensaios, entretanto, algumas amostras apresentam um período de alinhamento maior que outras. Então, parte do comportamento é justificado por tal fato. Ainda, comumente verificou-se escorregamento de fibras do suporte, no caso, da resina utilizada para fixar o feixe no suporte. Em parte destes casos, o feixe acaba por deslizar totalmente para fora da resina sem suportar nenhum carregamento. Como

supramencionado, amostras que sofrem tal comportamento são descartadas. Entretanto, também existiriam comumente casos em que um determinado escorregamento foi verificado até certo ponto, mas que dali em diante o feixe suportou carregamento como esperado, rompendo em uma faixa de forças condizente com seu N .

Conforme o método apresentado na seção anterior, por meio das curvas de carregamento, é possível gerar os histogramas de frequência de sinal de ruptura por faixa de carregamento. Cada variação negativa de carregamento é interpretada como um sinal de ruptura de fibras. Assim, para uma determinada faixa de carregamentos, são contados quantos sinais de ruptura existem em uma quantidade de replicações do mesmo experimento.

As classes de carregamento são definidas de acordo com a Equação 4-7 que toma por base a quantidade total de amostras a serem classificadas. Em geral, a Equação 4-7 é utilizada para populações em diversas distribuições estatísticas. Em princípio, não há nenhum trabalho disponível na literatura que determine ou sugira sob qual distribuição estatística dados de sinal de ruptura de fibras são mais bem interpretados. Assim, métodos mais avançados para a determinação da quantidade de classes e, ainda, métodos considerando classes de carregamento de tamanho variável foram deixados de lado para este trabalho. Entretanto, aqui se encontra uma proposta de refino da pesquisa para trabalhos futuros. Para mais detalhes, vide seção de “sugestões para trabalhos futuros”.

Para fins de visualização, inicialmente os histogramas são gerados fazendo o levantamento dos sinais de ruptura para todas as replicações de uma determinada combinação de parâmetros experimentais. As Figura 5-6 e Figura 5-7 apresentam tais diagramas construídos com a determinação do número de classes baseada nos dados apresentados pela Tabela 5-2.

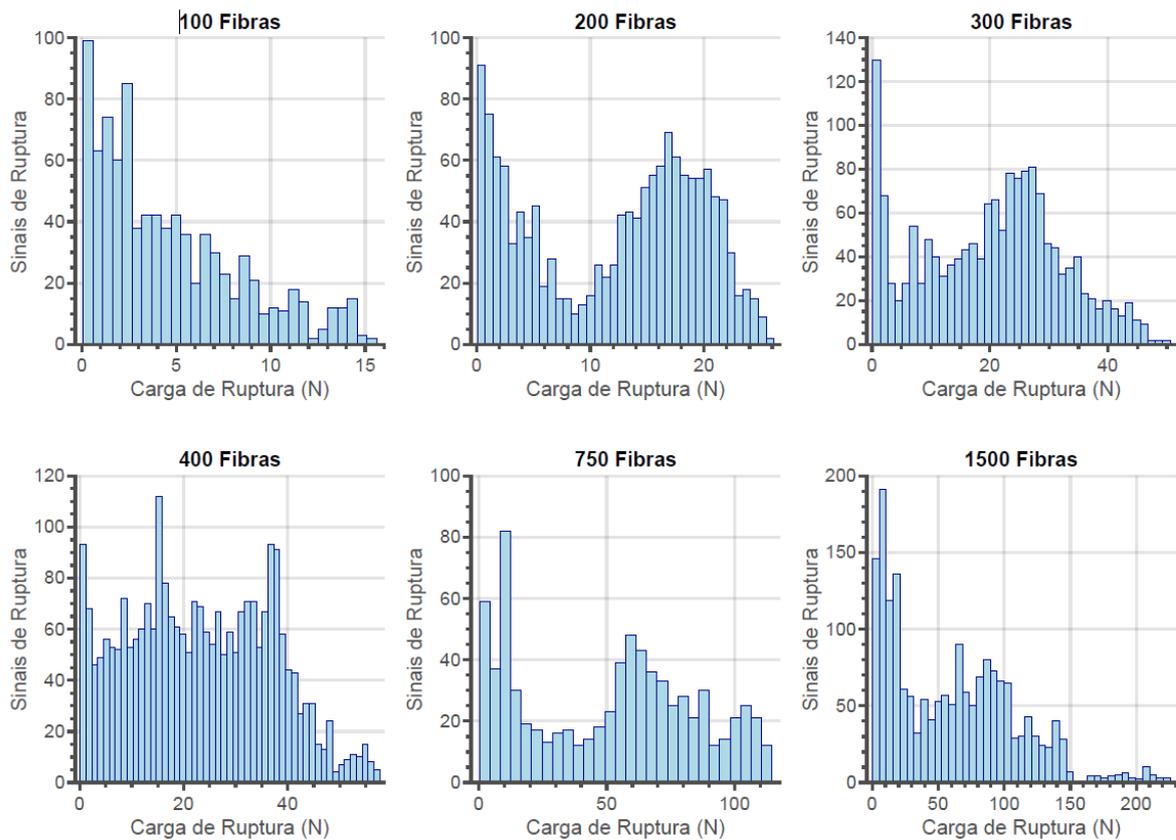


Figura 5-6 – Frequência de sinais de ruptura para feixes de fibras Nextel 610.

Os diagramas apresentam a distribuição total de frequência de sinais de ruptura para feixes de fibras de diferentes N e, assim, apresentam uma tendência geral dos carregamentos nos quais é possível esperar mais ou menos ruptura de fibras. Como exposto anteriormente, um registro de ruptura à 30 N, por exemplo, não indica a ruptura de uma fibra somente sob tal carregamento, mesmo porque, do contrário, teríamos uma distribuição de carregamento de ruptura não condizente com o levantamento apresentado na seção anterior. Na realidade, a distribuição de frequência de ruptura é proporcional a quantidade de fibras fraturadas na faixa de carregamento no qual fora registrada da mesma forma que a quantidade total de sinais de ruptura registrados é proporcional à N , conforme apresenta a Equação 4-3.

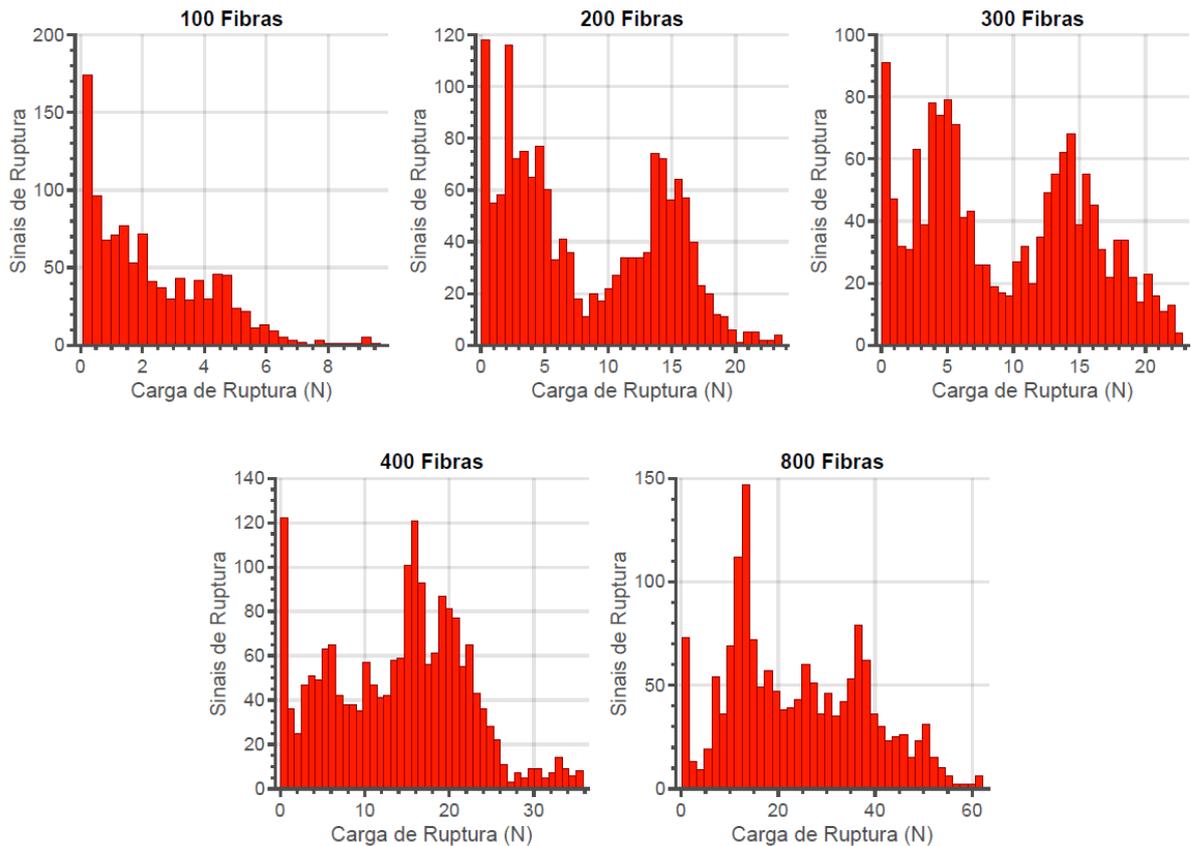


Figura 5-7 - Frequência de sinais de ruptura para feixes de fibras Nextel 720.

Tabela 5-2 – Quantidade de sinais de ruptura por tipo de fibra e por quantidade de fibras N do feixe e número de classes utilizado para confecção dos diagramas de distribuição de frequência de sinais de ruptura

Nextel 610						
N	100	200	300	400	750	1500
$\sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fji}$	909	1456	1594	2561	765	1857
n_{classe}	30	38	40	51	28	43
Nextel 720						
N	100	200	300	400	800	
$\sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_{fp}} S_{fji}$	1056	1513	1504	1934	1593	
n_{classe}	32	39	39	44	40	

Para uma avaliação do método e para o conhecimento do comportamento mecânico do material, a tensão de ruptura verdadeira dos feixes em todas as replicações de

cada combinação de parâmetros experimentais deve ser calculada. Conforme apresentado na seção anterior, a tensão de ruptura verdadeira em uma replicação é calculada conforme a Equação 4-14, em função da variação da quantidade de fibras do feixe. Aqui, faz-se importante comentar que ambas as equações estão apoiadas na quantidade de classes de carregamento nos quais são registrados sinais de ruptura. Para cada replicação, calcula-se tal quantidade de classes de acordo com a Equação 4-7. Naturalmente, esta quantidade de classes é menor que a quantidade utilizada para a confecção dos diagramas de distribuição de frequência apresentados nas Figura 5-6 e Figura 5-7. Por outro lado, esta quantidade não deve ser subestimada uma vez que, neste caso, determinaria uma quantidade exagerada de fibras rompendo em uma única faixa de carregamento, o que não condiz com a realidade dos ensaios mecânicos. Ainda, sobrestimar o número de classes ocasionaria a existência de faixas de carregamento nos quais não há sinais de ruptura, o que é incondizente com as diretrizes de concepção de diagramas de distribuição de frequência para variáveis contínuas, segundo a literatura [91].

Uma vez que a validação do método também é de interesse, uma possibilidade de fazê-lo é averiguar se os valores encontrados são igualmente distribuídos segundo a mesma estatística que as fibras simples. Para tal, todos os conjuntos de diferentes quantidades iniciais de fibras foram submetidos ao mesmo procedimento de análise que as fibras simples e os resultados desta estão representados nas Figura 5-8 e Figura 5-9.

Nessas imagens, assim como mencionado na seção anterior, são apresentados os diagramas de Weibull com as respectivas regressões, valores de tensão característica de ruptura verdadeira, módulo de Weibull e coeficiente de correlação de Pearson para todos os conjuntos de amostras. Ainda nas mesmas imagens, a quantidade de dados plotados é variável de acordo com a quantidade de amostras ensaiadas com êxito de acordo com a Tabela 5-1. De qualquer forma, é possível verificar que todos os conjuntos de tensões de rupturas médias individuais são distribuídos significativamente, conforme a estatística de Weibull por conta do coeficiente de correlação de Pearson. Para todas as figuras, tanto das fibras Nextel 610 quanto das Nextel 720, $R^2 > 0,9$, o que denota uma boa correlação.

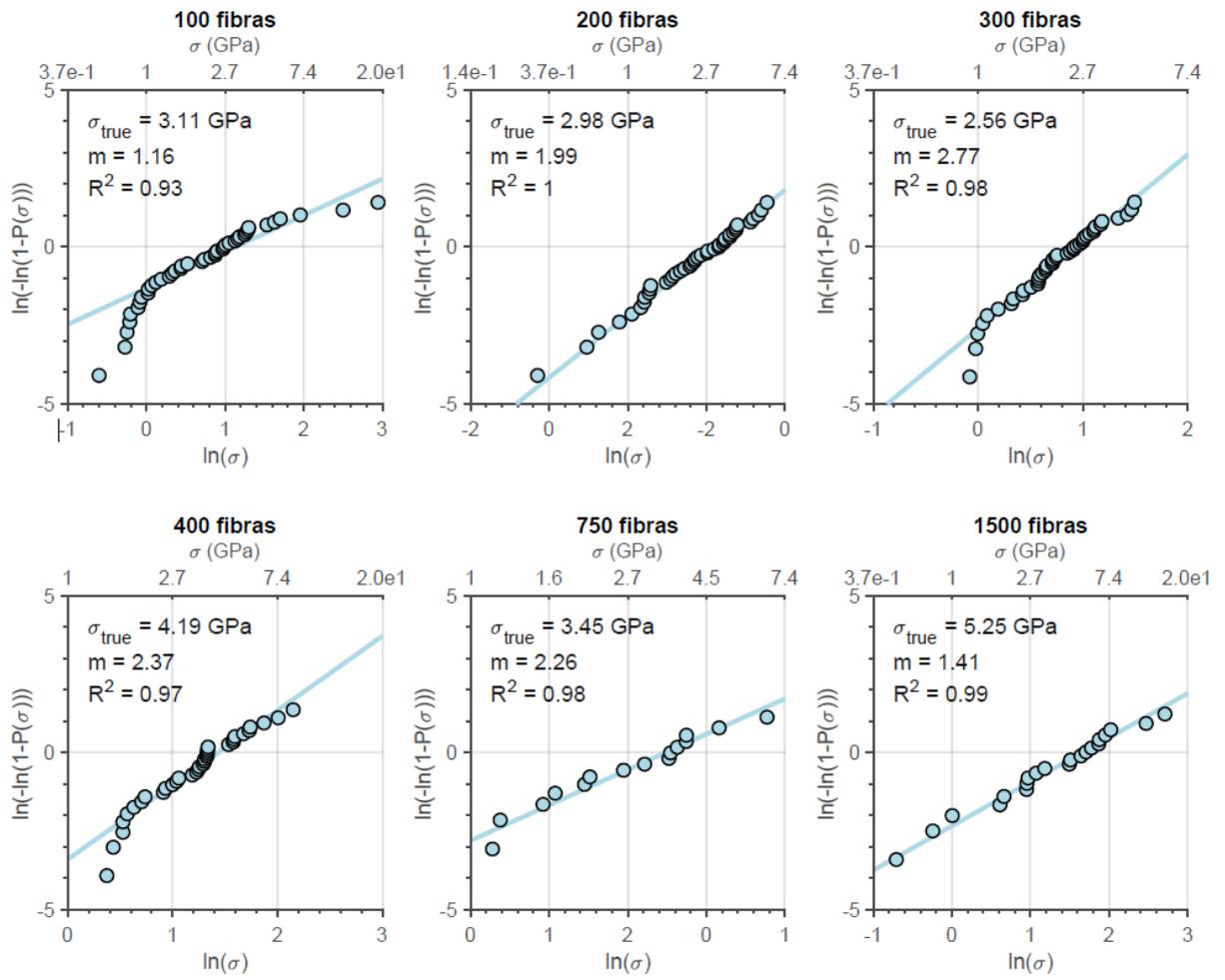


Figura 5-8 – Diagramas de Weibull para as amostras de Nextel 610 com diferentes quantidades iniciais de fibras nos feixes.

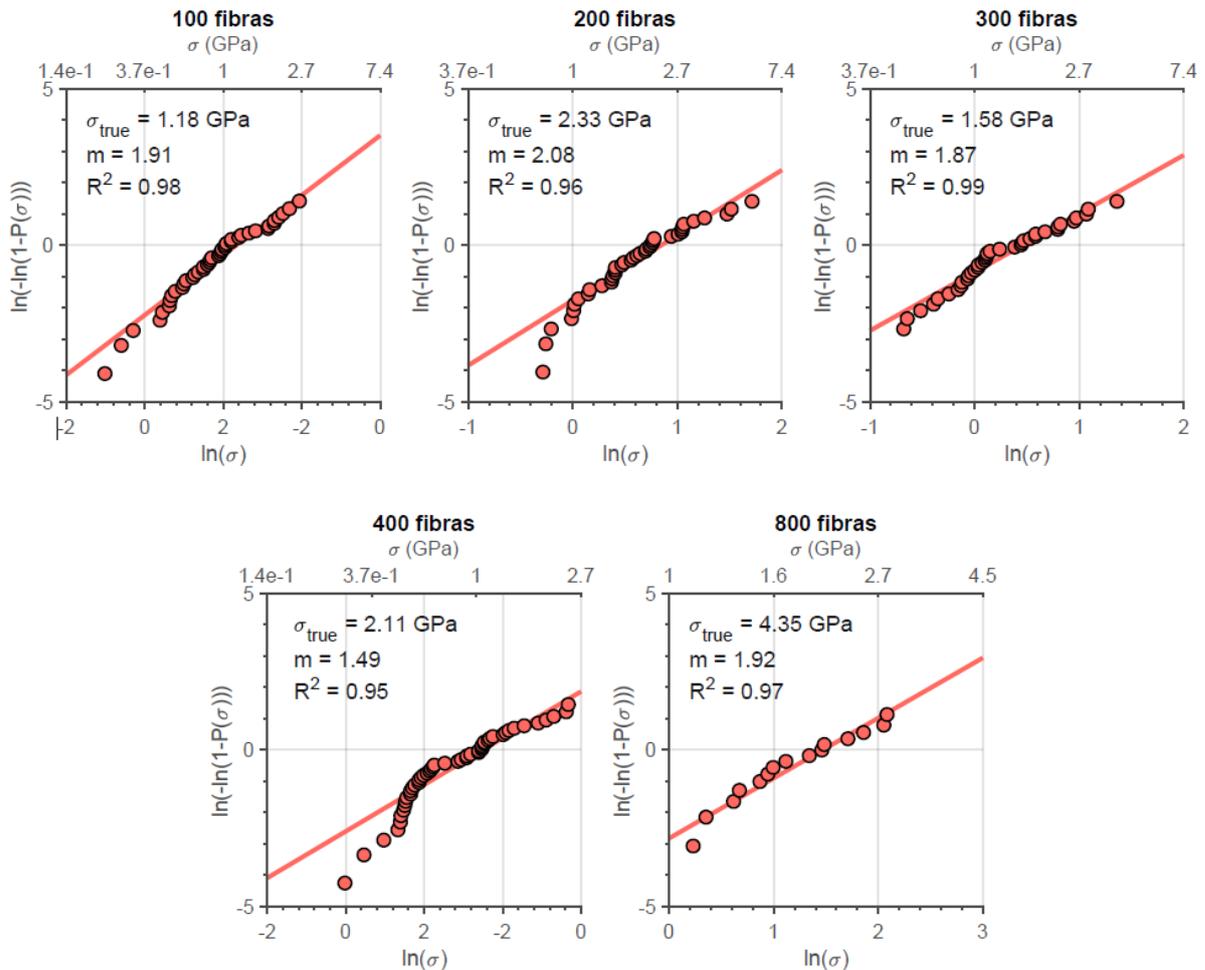


Figura 5-9 – Diagramas de Weibull para as amostras de Nextel 720 com diferentes quantidades iniciais de fibras nos feixes.

Antes de analisar como a tensão de ruptura verdadeira característica varia com a quantidade de fibras inicial do feixe, é importante verificar que a diferença entre as populações existe e se é realmente significativa. Para isto, uma ANOVA de um fator é executada tanto para as amostras de feixes de fibras Nextel 610 quanto para as Nextel 720. Assim como mencionado na seção anterior, por conta do fato das amostras serem suficientemente distribuídas conforme Weibull, é necessário que estes dados sejam transformados para que possam ser submetidos à análise da variância. Para tal, inicialmente a Equação 3-9 recebe os dados de tensão de ruptura verdadeira e é solucionada para a variável λ , que é o parâmetro utilizado na conversão dada pela Equação 3-8. Esta solução, por conta da extensão da própria equação e pela colocação do fator λ nos expoentes dos termos da mesma, só pode ser

encontrada por meio de métodos numéricos. Para tal, foi utilizado o solucionador simbólico do *software* Matlab versão R2019a.

Com o valor de λ calculado para o conjunto de tensões de ruptura dos dois tipos fibras, transforma-se os dados por meio da Equação 3-8. Ainda, antes da execução da análise de variância, é necessário verificar se os requisitos para a utilização deste teste estatístico são atendidos.

Inicialmente, executa-se um teste de aderência χ^2 cujo objetivo é verificar a adequabilidade de um modelo probabilístico a um conjunto de dados que, para este caso, é a distribuição normal ou gaussiana. Este teste baseia-se na rejeição ou não rejeição da hipótese de que um determinado grupo de valores é distribuído segundo uma curva normal. Submetendo todos os grupos de amostras convertidas de todas as combinações de parâmetros experimentais, para um nível de significância de 5%, o teste não rejeitou para nenhum grupo a hipótese de que os dados sejam normalmente distribuídos. Ainda, a homogeneidade de variância entre as populações deve ser averiguada. Para isso, o teste de Barlett é aplicado sobre os valores convertidos das tensões de ruptura verdadeira característica das fibras Nextel 610 e Nextel 720. Assim como o teste de aderência χ^2 , este teste baseia-se na rejeição ou não-rejeição da hipótese de que as variâncias são iguais entre os grupos de amostras. Novamente, para um nível de significância de 5%, para ambos os tipos de fibras, o teste de Barlett não rejeitou a hipótese de que os grupos de amostras possuam variâncias iguais. Desta forma, conclui-se que uma ANOVA pode ser executada com os valores convertidos de tensões de ruptura verdadeira, tanto para as fibras Nextel 610 quanto com as Nextel 720.

Como supramencionado, a execução da análise de variância tem por principal objetivo averiguar se amostra submetidas a tratamentos diferentes apresentam diferenças significativas em sua tendência central. Com os valores de tensão de ruptura convertidos para uma normal, esta ANOVA avalia se a média entre as populações é diferente. Tanto para as fibras Nextel 610 quanto para as fibras Nextel 720, executa-se uma análise de variância de um fator, onde este é a quantidade de fibras iniciais do feixe N . Para as fibras Nextel 610, este fator é variado em seis níveis, sendo eles $N = 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; 750$ e 1500 . Já as fibras Nextel 720 são testadas em 5 níveis, sendo eles $N = 100 ; 200 ; 300 ; 400$ e 800 . Naturalmente, uma vez que a

quantidade de fibras iniciais do feixe reflete diretamente na área de seção transversal inicial do feixe, este fator é descrito como um parâmetro quantitativo. Finalmente, após a execução do teste, as informações geradas na análise de variância estão resumidas nas Tabela 5-3 e Tabela 5-4, respectivamente para os feixes de fibras Nextel 610 e 720.

Tabela 5-3 – Resumo das informações da ANOVA sobre a tensão de ruptura de feixes de fibras Nextel 610.

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	Estatística <i>F</i>	Valor <i>p</i>
Tratamentos	5	402,515	80,503	56,79	$1,45 \cdot 10^{-36}$
Resíduos	200	283,489	1,4174		
Total	205	686,003			

Tabela 5-4 - Resumo das informações da ANOVA sobre a tensão de ruptura de feixes de fibras Nextel 720.

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	Estatística <i>F</i>	Valor <i>p</i>
Tratamentos	4	138,075	34,519	27,62	$6,59 \cdot 10^{-18}$
Resíduos	181	226,184	1,243		
Total	185	364,259			

Em ambas as tabelas, é possível verificar que o baixo valor *p* indica que a média entre os valores convertidos de tensão de ruptura verdadeira é significativamente diferente entre os diferentes níveis para o fator analisado. Assim, os próprios valores de tensão de ruptura individuais das fibras Nextel 610 e 720 são significativamente diferentes e variam com o número de fibras iniciais do feixe. Ainda, para as inferências realizadas sobre os dados, o poder do teste de hipóteses calculado, que tem como objetivo conhecer o quanto o teste de hipóteses controla um erro do tipo II, ou qual a probabilidade de rejeitar a hipótese nula se realmente for falsa, tanto para as fibras Nextel 610 quanto para as Nextel 720, foi de 1,000, o que reforça a conclusão supracitada.

A evolução da tensão verdadeira característica dos grupos de amostras juntamente com o intervalo de confiança de 95% de tal parâmetro é apresentado na Figura 5-10. Ainda, na mesma imagem são apresentados os valores das tensões de ruptura características das fibras simples de Nextel 610 e 720 tanto da literatura quanto obtidas no presente trabalho como valores de referência.

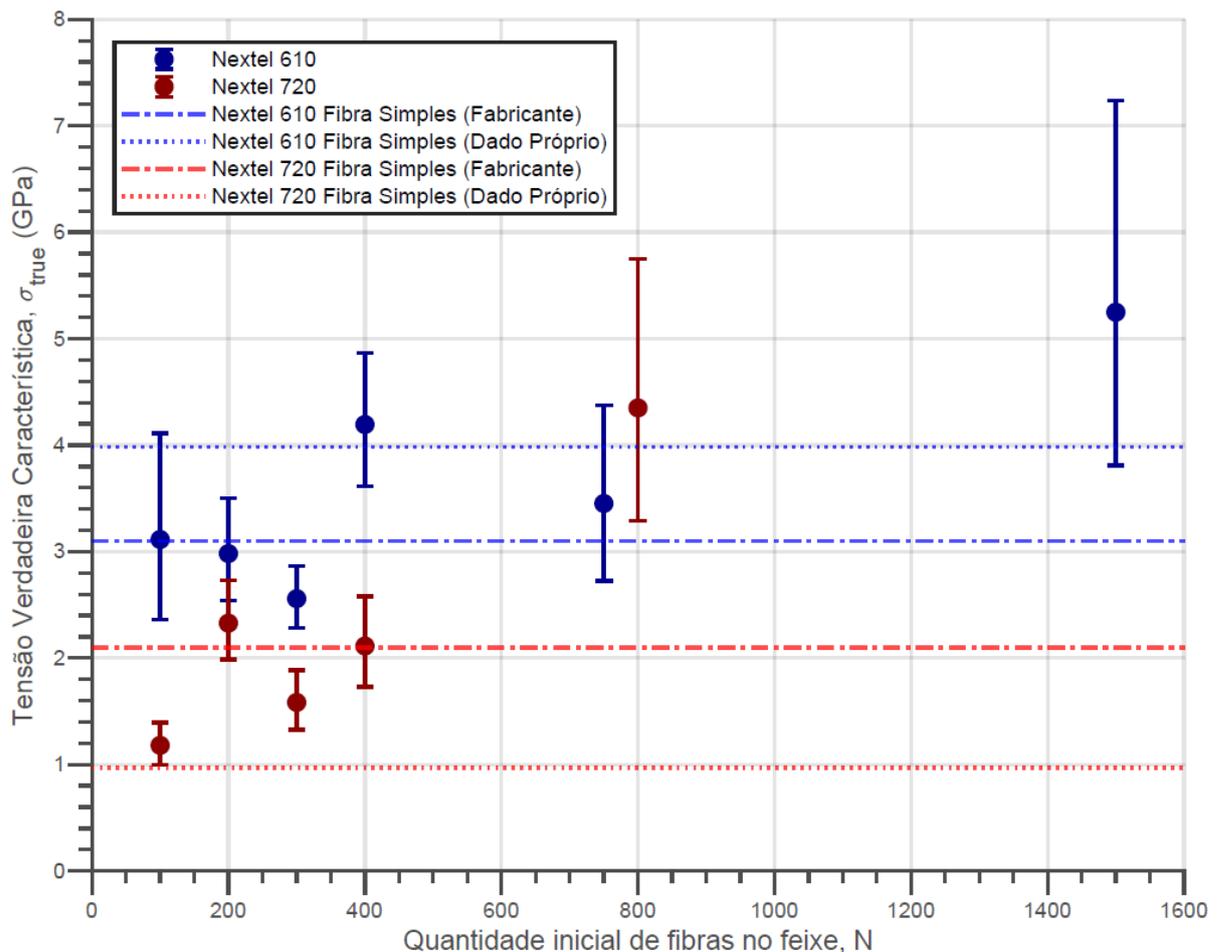


Figura 5-10 – Tensão verdadeira característica de Weibull e intervalo de confiança do parâmetro de feixes de fibras com diferentes N

Os dados apresentados pela Figura 5-10 confirmam a ausência de uma dependência linear do parâmetro com a quantidade inicial de fibras do feixe. Em geral, os feixes de fibras Nextel 610 exibem um aumento moderado de sua tensão verdadeira com feixes com mais fibras. Por outro lado, o mesmo parâmetro dos feixes de fibras Nextel 720 apresenta um incremento mais notável com o aumento da quantidade de fibras iniciais do feixe. Por outro lado, para baixos valores de N ($N = 100$ até $N = 300$), a Figura 5-10 mostra uma tendência oposta a descrita para as fibras Nextel 610. A tal fato é

associada uma possível flutuação estatística uma vez que o parâmetro central está dentro do intervalo de confiança dos demais. Ainda, também é notável que os valores de σ_{true} de ambas as fibras são maiores que a tensão de ruptura característica dos próprios filamentos. Isto está associado ao fato de que apenas uma fração das fibras, muito menor que a quantidade inicial, suporta a carga máxima. Por outro lado, a carga máxima suportada pelo feixe é diretamente proporcional à quantidade inicial de fibras. Entretanto, é possível que a fração de fibras presente no momento da ruptura não seja constante para feixes com diferentes N . Assim, a tensão verdadeira de ruptura de um feixe poderá ser maior em feixes mais numerosos se, no momento da ruptura, a fração de fibras remanescentes diminuir em feixes com mais fibras. A fração de fibras remanescentes no carregamento central da última classe de carregamentos, é apresentado na tabela 5-5.

Tabela 5-5 – Fração de fibras remanescentes no feixe no momento da ruptura (última classe de carregamento).

Nextel 610						
N	100	200	300	400	750	1500
Fibras remanescentes no momento da ruptura (última classe) (%)	33,10 ± 14,61	34,17 ± 15,77	38,69 ± 18,87	28,80 ± 11,45	34,61 ± 15,81	21,43 ± 17,21
Nextel 720						
N	100	200	300	400	800	
Fibras remanescentes no momento da ruptura (última classe) (%)	33,43 ± 15,90	32,07 ± 10,75	32,81 ± 11,60	33,05 ± 15,27	17,61 ± 9,79	

O carregamento central da última classe de carregamento é considerado sendo o carregamento sob o qual as últimas fibras remanescentes do feixe sofrem ruptura. É possível observar por meio da Tabela 5-5 que, tanto para as fibras Nextel 610 quanto para as 720, a fração de fibras no momento da ruptura é praticamente constante para feixes com quantidades baixas e moderadas de fibras. Entretanto, é possível observar que em feixes maiores, a redução na quantidade de fibras é consideravelmente menor mesmo que os desvios padrões apresentados sejam elevados. Tal fato explicaria os

altos valores de tensão verdadeira obtidos tanto para as fibras Nextel 610 quanto para as Nextel 720 para feixes muito numerosos.

Recentes estudos [12,13,15] demonstram que a tensão de ruptura em materiais cerâmicos, não somente em tração, é influenciada pela taxa na qual a tensão é aplicada à seção do material. Especificamente, Gao [92] demonstra que a tensão característica de ruptura decresce com o aumento da taxa de aplicação de carga e o módulo de Weibull, por outro lado, permanece constante. Assim, umas das discussões pertinentes de ser feita em relação aos experimentos é a influência da taxa de carregamento na tensão de ruptura verdadeira das fibras. Inicialmente, embora os ensaios de tração tenham sido feitos todos com a mesma taxa de deformação, é possível observar através das Figuras 5-4 e 5-5 que, em muitos casos, a taxa de carregamento é variável. Como já discutido, estes efeitos estão geralmente associados à escorregamento de fibras do suporte e alinhamento inicial de fibras no feixe.

Entretanto, considerando que a carga registrada pelo sensor de força é aplicada ao feixe por completo, é verificável que a carga suportada por cada fibra no início do ensaio depende também da quantidade de fibras do próprio feixe. Desta forma, em um determinado teste de tração em um feixe de fibras executado com uma taxa de carregamento $\dot{F} = \frac{dF}{dt}$, a taxa a qual uma fibra está submetida no início do ensaio é dada pela Equação 5-1.

$$\dot{F}_l = \frac{1}{N} \cdot \dot{F}. \quad (5-1)$$

Ao longo de um ensaio mecânico de tração em feixes de fibras idealizado, onde a taxa de deformação constante do maquinário denota uma taxa de carregamento constante, a diminuição sequencial da quantidade de fibras no feixe acarreta o aumento da taxa de carregamento individual \dot{F} . Seja, ainda, a tensão aplicada a área de seção transversal do feixe no início do teste dada pela Equação 5-2.

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (5-2)$$

onde A é dado pela Equação 5-3.

$$A_{int} = N \cdot A_0. \quad (5-3)$$

Assim, a taxa da tensão aplicada ao feixe é dada pela Equação 5-4.

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{F}}{N \cdot A_0}, \quad (5-4)$$

que é variável positivamente uma vez de N , mesmo que discretamente, tenha $\dot{N} = \frac{dN}{dt} \leq 0$. Ainda, a tensão média aplicada a uma fibra é dada pela Equação 5-5.

$$\sigma_i = \frac{\sigma}{N}, \quad (5-5)$$

Assim, tem-se que a taxa de variação da tensão média aplicada a fibra é dada pela Equação 5-6.

$$\dot{\sigma}_i = \frac{1}{N} \cdot \frac{\dot{F}}{N \cdot A_0} = \frac{\dot{F}}{N^2 \cdot A_0}, \quad (5-6)$$

A Equação 5-6 demonstra que a mesma cresce vertiginosamente com o decaimento da quantidade de fibras ao longo do ensaio. Desta forma, um ensaio de tração em feixes de fibra é obrigatoriamente um teste de carregamento dinâmico para as fibras do feixe. Da mesma forma, a simulação executada também aplica uma tensão individual a uma taxa crescente durante o teste.

Por outro lado, é importante lembrar que em um feixe com maior quantidade inicial de fibras N , o carregamento máximo suportado pelo feixe é conhecidamente maior. Desta forma, para feixes maiores, é esperado que a taxa de aplicação de tensão à seção transversal seja maior na ocasião do registro da máxima carga suportada que em comparação a feixes menores. Desta forma, com a diminuição sequencial da quantidade de fibras no feixe durante o ensaio e conseqüente diminuição da seção transversal do feixe, para um determinado carregamento, é possível imaginar que a taxa com a qual a tensão é aplicada a esta seção varie positivamente durante o ensaio. Assim, corroborando pelas pesquisas recentes supracitadas, é possível que a variação da tensão de ruptura verdadeira das fibras em um feixe seja fortemente afetada por este fator.

Por fim, baseado no trabalho de Gao [92], também é possível verificar a evolução do módulo de Weibull para a tensão de ruptura individual média das fibras com a quantidade de fibras N inicial do feixe. A Figura 5-11 apresenta esta evolução tanto

para as fibras Nextel 610 quanto para as fibras Nextel 720. Nesta figura, as barras de erro indicam o intervalo de confiança de 95% para este parâmetro da distribuição. Ainda, não é possível identificar visualmente uma correlação entre os dados apresentados na Figura 5-11 para ambas os tipos de fibra. Ademais, é de conhecimento que os valores apresentados são aquém daqueles esperados pela literatura [47]. Este fato, como supracitado, possivelmente se justifique pela dificuldade de manuseio encontrado no preparo das amostras e, ainda, pela taxa de deformação inicial do maquinário ($1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$) ser muito superior àquela utilizado por aquele autor.

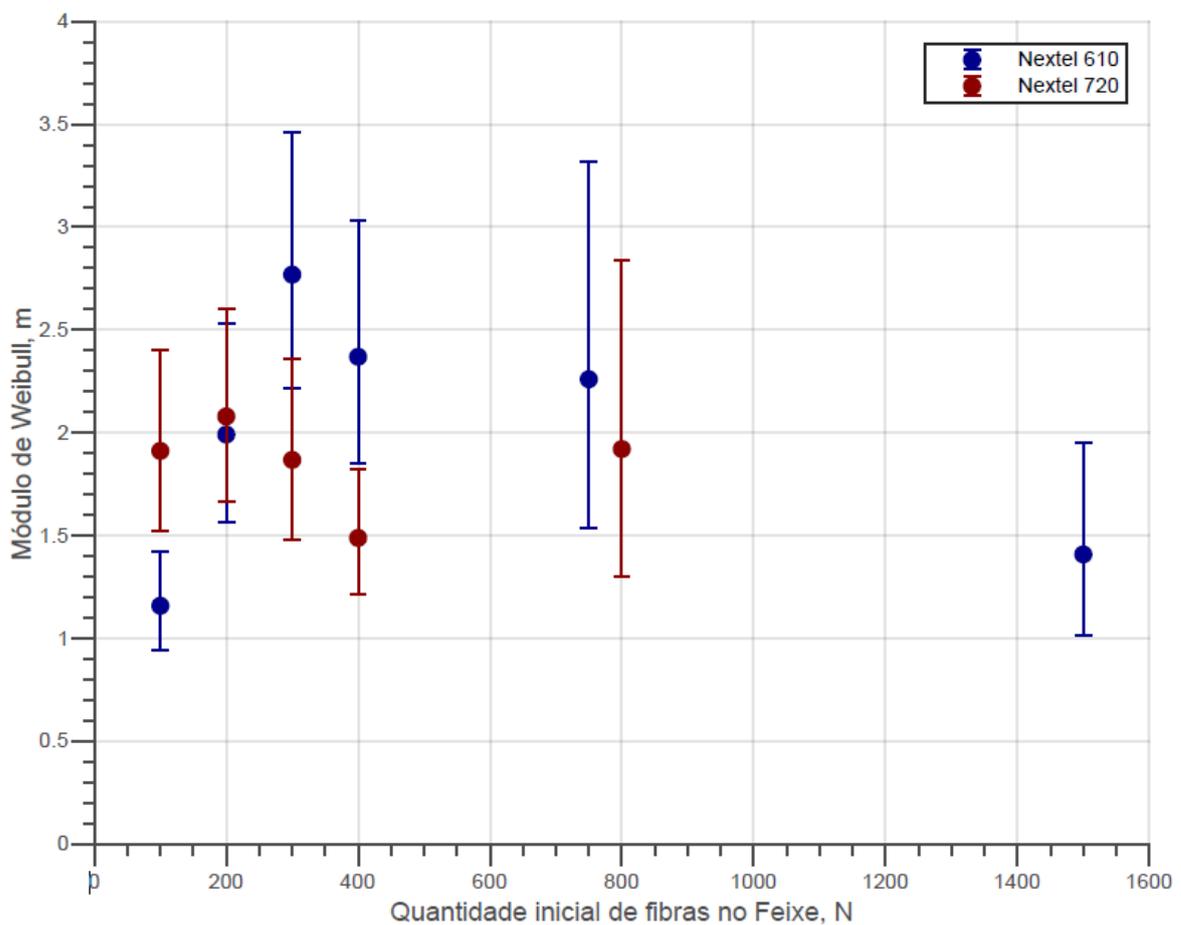


Figura 5-11 – Evolução do módulo de Weibull para a tensão de ruptura individual das fibras com a quantidade inicial de fibras no feixe.

De qualquer forma, a suposição da ausência de correlação entre as variáveis leva à hipótese de que este parâmetro, na realidade, seja constante, o que é também verificado por Gao [92] em seu trabalho.

5.2 Simulação

Inicialmente, por meio dos parâmetros de Weibull estimados para as fibras simples, são gerados os feixes virtuais de fibras Nextel 610 e 720 como matrizes contendo valores de carga de ruptura para as N fibras do feixe. Ainda, 30 amostras de feixes são geradas para cada N fibras de forma que seja possível fazer a análise dos resultados por meio da estatística de Weibull. Feixes de qualquer quantidade inicial de fibras N , desde que $N \geq 2$, podem ser gerados para as simulações. Entretanto, feixes virtuais com grandes valores de N exigem mais tempo de processamento para que sejam finalizadas. Por outro lado, uma vez que os feixes experimentais testados possuíam um máximo de 1500 fibras, foi decidido gerar e simular feixes virtuais de até $N = 1500$ fibras. Em suma, para uma análise comparativa entre teoria e prática, as simulações são executadas de acordo com o planejamento de simulações apresentado na Tabela 4-3.

Ainda, os mesmos 30 feixes virtuais gerados com N fibras são submetidos a simulações com modelos de compartilhamento de carga diferentes. Os modelos utilizados, conforme previamente citado, são o modelo de compartilhamento de carga global (GLS), o compartilhamento de carga local (LLS) com vizinhança triangular e o modelo de compartilhamento de carga de espalhamento (SLLS), também com vizinhança triangular, proposto nesse trabalho. Como mencionado, a simulação consiste em elevar sequencialmente um carregamento externo L compartilhando o mesmo com todas as fibras do feixe virtual por meio do compartilhamento de carga. A ruptura de uma fibra no feixe é causada toda vez que a carga aplicada a ela, calculada por $C_{xy} = k_{xy} \cdot L$, é maior que sua carga de ruptura. O termo k_{xy} é o termo que denota que fração do carregamento L é aplicado a cada uma das fibras. Assim, o valor de k_{xy} é calculado de acordo com o modelo de compartilhamento de carga implementado.

O incremento de carga ΔL , que denota a resolução da simulação, é definido antes do início da simulação. Em geral, este parâmetro controla a quantidade de passos executada até o fim da simulação e, ainda, a duração e o tamanho dos dados de saída gerados. Ainda, baixos valores de ΔL fazem com que quantidades reduzidas de fibras virtuais sofram ruptura. Por outro lado, ΔL muito grandes provocam ruptura de grandes grupos de fibras virtuais, independente do modelo de compartilhamento de carga

implementado. Tendo em vista tais avaliações, esperava-se que simulações executadas com altos valores de ΔL seriam rápidas e exigiriam pouca capacidade de processamento. Entretanto, na prática verificou-se que nestes casos, exclusivamente para os modelos de compartilhamento local de carga (LLS e SLLS), o algoritmo da simulação requer uma capacidade de processamento além do esperado.

Em uma observação mais minuciosa, verificou-se que muito é exigido dos modelos de compartilhamento local de carga quando um grande número de fibras é rompido. Por outro lado, rupturas singulares geralmente requerem menor esforço computacional para a redistribuição da carga. Desta forma, a determinação de um bom ΔL para as simulações depende também do conhecimento dos parâmetros estatísticos de uma fibra. Em geral, valores pequenos de ΔL são aqueles que possuem ordem de grandeza igual a um décimo de milésimo da carga de ruptura de uma fibra. Valores grandes, então, são aqueles com a ordem de grandeza de um décimo da carga de ruptura de uma fibra.

Por outro lado, é importante lembrar que a carga L aplicada ao feixe é dividida entre os N filamentos virtuais do mesmo. Assim, para um ΔL fixo em um conjunto de simulações, o incremento de carga individual, dado por $\frac{\Delta L}{N}$ (ao menos no início da simulação) é menor conforme maior for a quantidade de fibras do feixe virtual. Assim, se fosse desejado que, ao início da simulação, as fibras de todos os conjuntos com diferentes N possuísem a mesma taxa de carregamento externo, o valor de ΔL deveria ser variado para cada conjunto de 30 feixes virtuais de N quantidade de fibras iniciais.

Diferentes dos ensaios de tração, a simulação permite acompanhar a variação da quantidade de fibras no feixe à medida que vai sendo executada. Assim, a área de seção transversal vai sendo atualizada conforme N varia. Portanto, para todas as simulações, para todos os passos da simulação, grava-se o carregamento L , a matriz \bar{k} de coeficientes de carga e, também a quantidade de fibras remanescentes do feixe virtual. Como mencionado, a simulação é encerrada quando o número de fibras remanescentes é igual a zero, ou ainda, quando a quantidade de fibras fraturadas é igual a N . Na análise de dados, as tensões aplicadas ao feixe são calculadas por meio da Equação 4-38. Então, para cada 30 feixes testados de N fibras iniciais, para os 3 modelos de compartilhamento de carga implementados e para os dois tipos de feixes

virtuais gerados (Nextel 610 e 720) são calculados os parâmetros de tensão de ruptura característica individual e módulo de Weibull juntamente com os respectivos intervalos de confiança.

A evolução da tensão de ruptura verdadeira simulada dos feixes de fibras com diferentes quantidades iniciais de fibras com os três modelos de compartilhamento de carga diferentes é apresentada na Figura 5-12. Ainda, os módulos de Weibull obtidos nas simulações nas mesmas condições que a Figura 5-12 são apresentados na Figura 5-13. Em ambos os gráficos, as barras de erro representam o intervalo de confiança de 95% na estimativa dos parâmetros.

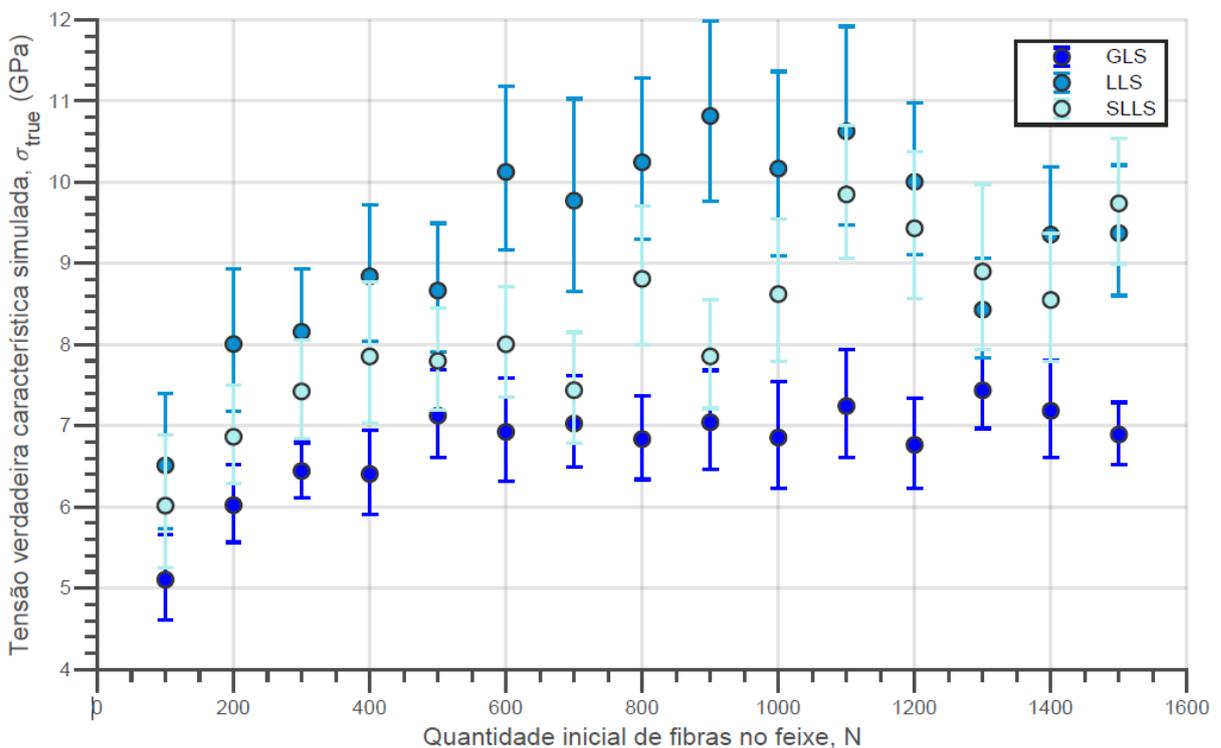


Figura 5-12 - Tensão de ruptura verdadeira simulada contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 610 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.

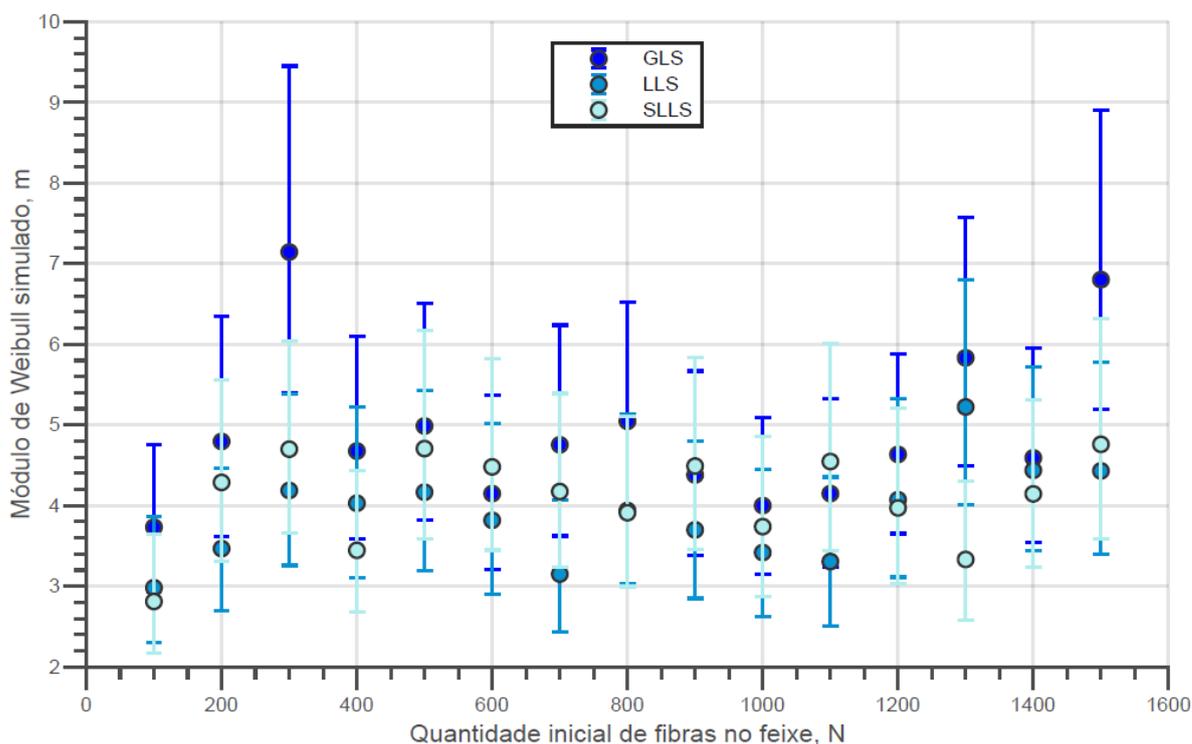


Figura 5-13 – Módulo de Weibull dos dados de tensão verdadeira simulados contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 610 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.

Um pequeno aumento na tensão de ruptura verdadeira para os feixes virtuais de fibras Nextel 610 pode ser notado na Figura 5-12. No entanto, para quantidades maiores de fibras (acima de 600, por exemplo), o parâmetro se mantém praticamente constante. Ainda, é interessante verificar que o modelo de compartilhamento global de carga (LLS), indica uma redução da tensão verdadeira para feixes mais numerosos ($N > 1000$).

Por meio da Figura 5-13, é possível verificar que o módulo de Weibull simulado se mantém constante para praticamente todos os valores de N , com exceções de dados provenientes do modelo global de compartilhamento de carga. De forma geral, o modelo GLS de compartilhamento de carga retorna módulos de Weibull superiores aos dois outros modelos implementados na simulação. Este fato é plausível uma vez que, em tal modelo, espera-se que a sequência de ruptura das fibras siga a ordem crescente da carga de ruptura dos filamentos presentes no feixe. Por outro lado, tanto no modelo LLS quanto no modelo SLLS, fibras mais fortes podem receber uma sobrecarga e sofrerem ruptura antes que a carga externa individual média alcance a

carga de ruptura da própria fibra. Além disso, nestes dois modelos é tanto possível que existam regiões com formação de grandes *clusters* de fibras rompidas quanto que existam localidades pouco ou nada afetadas pela redistribuição de carga.

Na sequência, as Figuras 5-14 e 5-15 apresentam a tensão de ruptura verdadeira simulada e o módulo de Weibull para as fibras virtuais de Nextel 720 também sob os três modelos de compartilhamento de carga. Novamente, as barras de erro apresentam o intervalo de confiança de 95% para os parâmetros estimados.

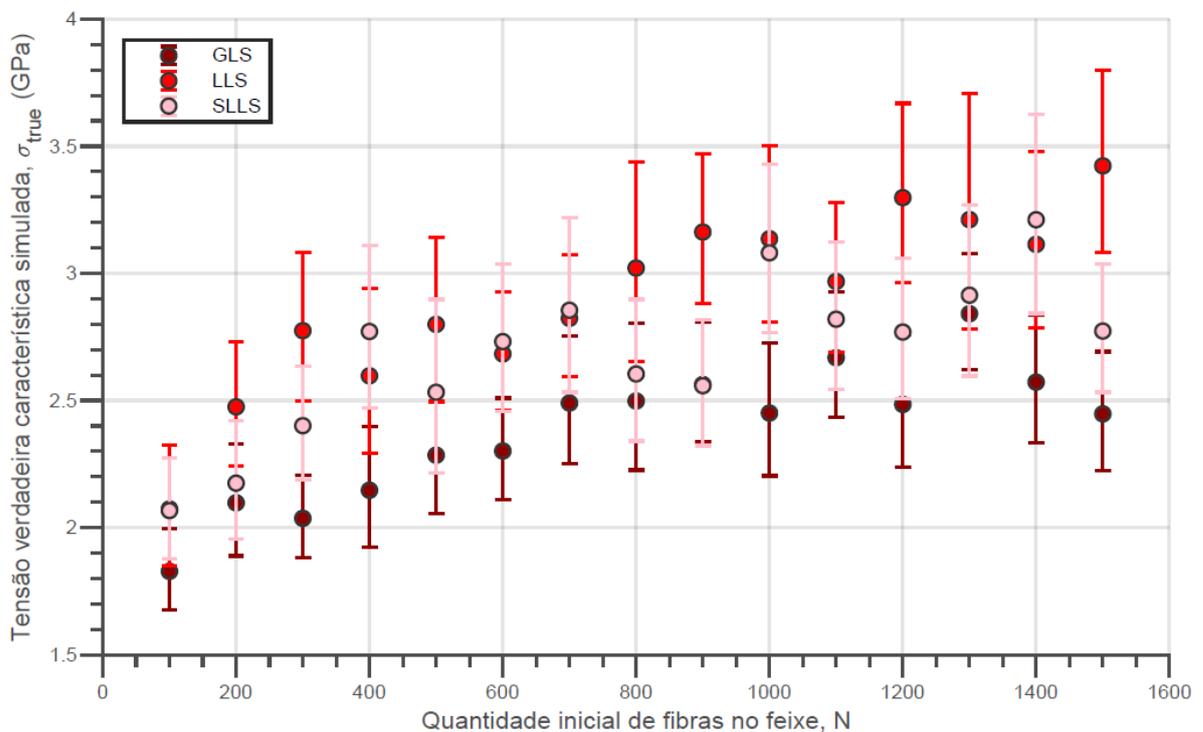


Figura 5-14 - Tensão de ruptura verdadeira simulada contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 720 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.

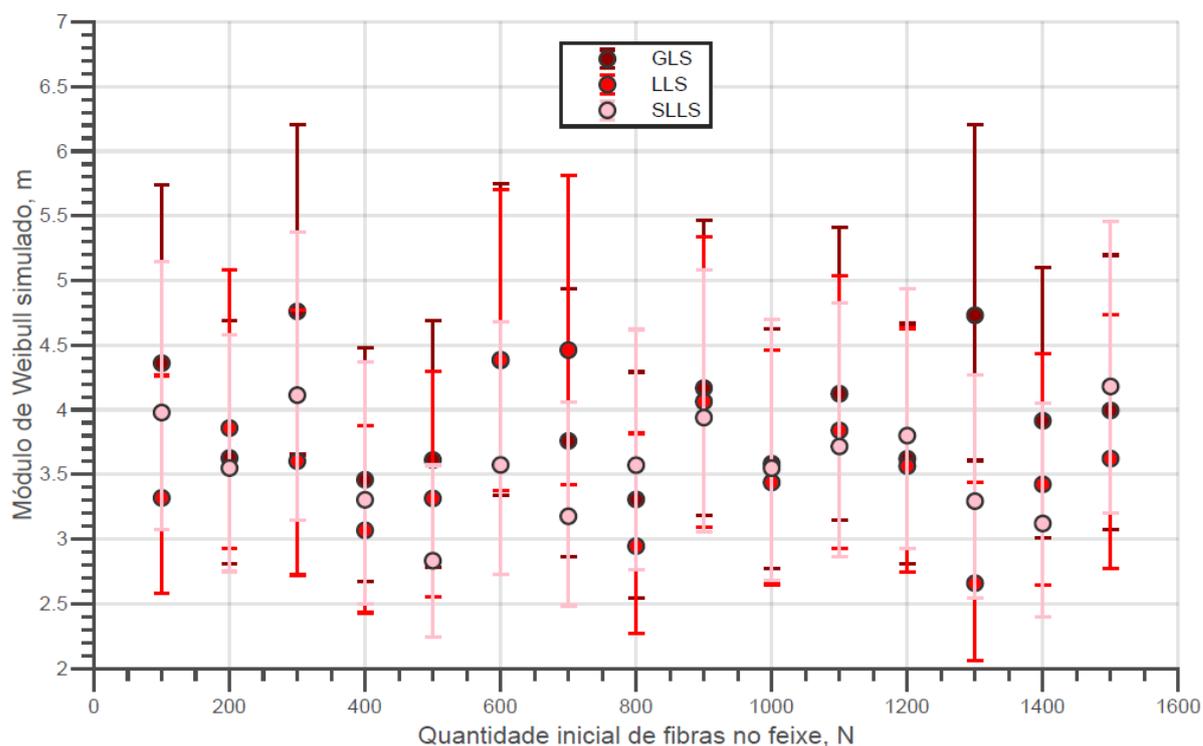


Figura 5-15 - Módulo de Weibull dos dados de tensão verdadeira simulados contra quantidade inicial de fibras no feixe para feixes virtuais de Nextel 720 sob diferentes modelos de compartilhamento de carga.

Assim como para os feixes virtuais de fibras Nextel 610, por meio da Figura 5-14 é possível verificar um incremento da tensão verdadeira característica para diferentes valores de N e, ainda, que os valores provenientes do modelo LLS são levemente superiores aos obtidos por meio do modelo GLS. De forma também similar, porém menos notável, o modelo LLS apresenta também módulos de Weibull superiores aos demais modelos conforme apresentados na Figura 5-15. Neste caso, é esperado que os dados tanto de tensão verdadeira característica quanto de módulos de Weibull sejam mais distintos para as Nextel 610 em comparação com as Nextel 720 uma vez que o módulo de Weibull obtido experimentalmente por meio das fibras simples, e utilizado como parâmetro para a geração dos feixes virtuais, é consideravelmente menor para as fibras Nextel 720 em relação às fibras Nextel 610.

Um outro fator que corrobora com os resultados apresentados pelas Figuras 5-12 e 5-14 é a fração de fibras remanescentes no feixe no momento da ruptura perante a quantidade original. A evolução deste parâmetro, obtido por meio das simulações, com diferentes quantidades iniciais de fibras no feixe sob diferentes modelos de

compartilhamento de carga é apresentada respectivamente nas Figuras 5-16 (Nextel 610) e 5-17 (Nextel 720). Diferentemente dos demais gráficos, nestas figuras as barras de erro apresentam o desvio padrão da tendência central que, neste caso, foi obtida por meio da média aritmética do grupo de amostras simuladas.

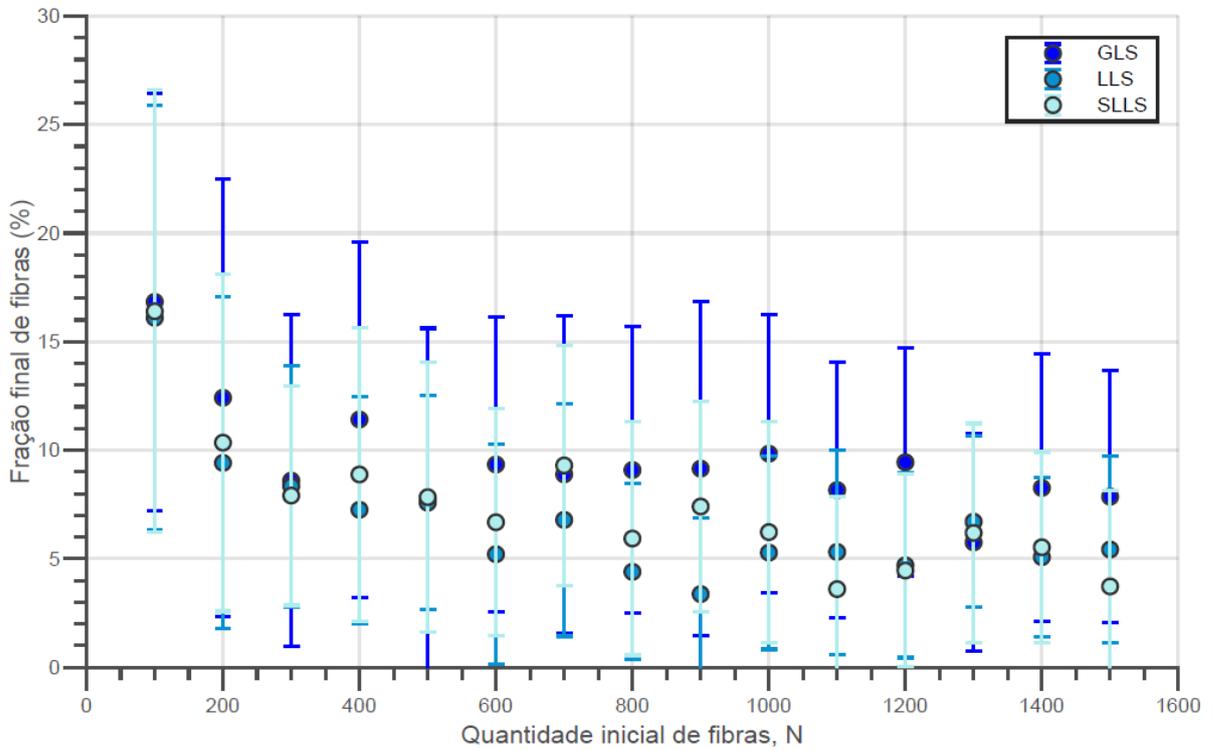


Figura 5-16 – Evolução da fração final de fibras no momento da ruptura contra a quantidade inicial de fibras no feixe sob diferentes modelos de compartilhamento de carga para feixes virtuais de fibras Nextel 610.

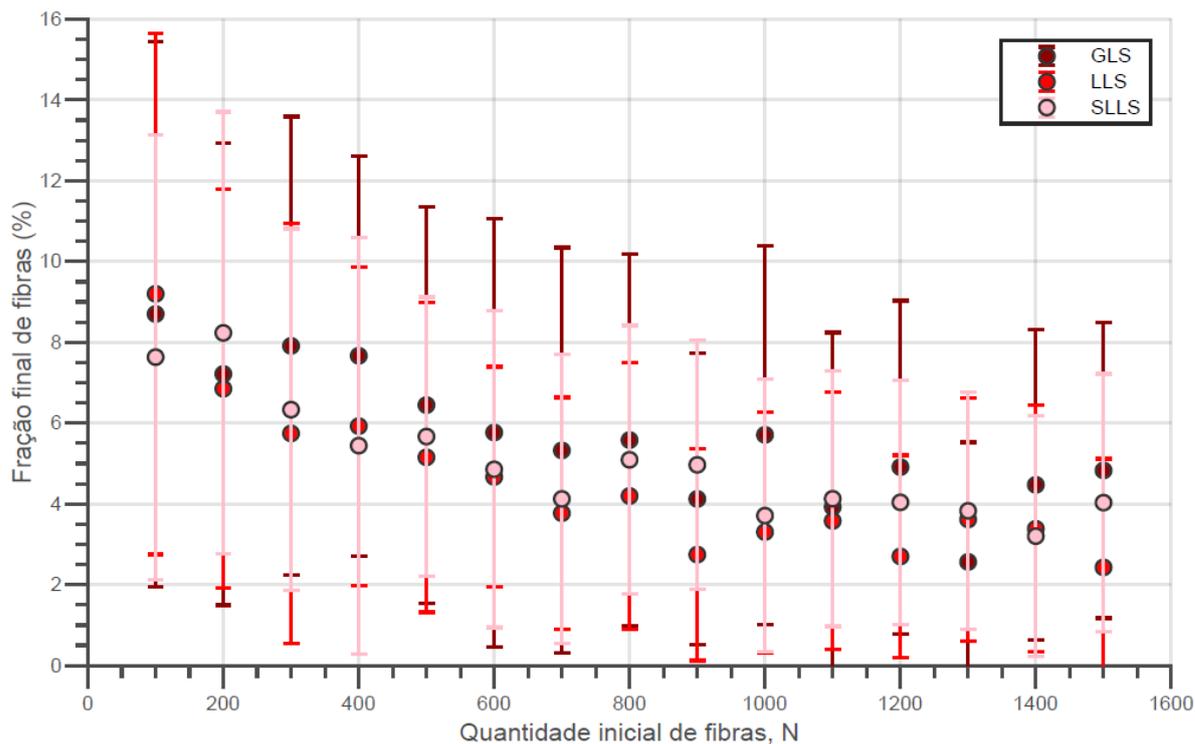


Figura 5-17 - Evolução da fração final de fibras no momento da ruptura contra a quantidade inicial de fibras no feixe sob diferentes modelos de compartilhamento de carga para feixes virtuais de fibras Nextel 610.

Tanto por meio da Figura 5-16 quanto por meio da Figura 5-17, é possível observar que existe um decréscimo da fração de fibras remanescentes no feixe no momento da ruptura com o aumento da quantidade inicial de fibras no feixe e, na sequência, uma estabilização do parâmetro para feixes maiores (acima de 600 fibras para Nextel 610 e acima de 700 fibras para Nextel 720). Ainda, também é possível observar, mais notavelmente nos feixes de Nextel 610 em comparação com os feixes de Nextel 720, que os modelos de compartilhamento locais (LLS e SLLS) apresentam menor fração de fibras intactas no momento da ruptura. Estes fatos reforçam duas colocações: primeiramente o fato de que, sob estes modelos, fibras mais fortes tem maior probabilidade de romperem antes que fibras mais fracas. Isto faz com que também seja maior a probabilidade de que a redução do número de fibras intactas seja mais vertiginosa nestes modelos; segundo que, devido ao primeiro fato, a taxa de carregamento médio individual sobre cada fibra aumente mais intensamente sob tais modelos. Em termos da simulação, isto significa um incremento de carga maior para as fibras das proximidades das fibras rompidas, o que aumenta a probabilidade de um

cluster de fibras rompidas se expandir rapidamente com após poucas iterações do procedimento numérico.

De qualquer forma, os gráficos apresentados nas Figuras 5-16 e 5-17, uma vez que denotam que modelos de compartilhamento de carga locais tendem a gerar um feixe com menor fração de fibras remanescentes no momento da ruptura, justificam as tensões verdadeiras simuladas maiores para tais modelos conforme apresentado nas Figuras 5-12 e 5-14. Naturalmente, a carga de ruptura também influencia diretamente os resultados obtidos. Entretanto, não foi notada diferença significativa no carregamento de ruptura entre os diferentes modelos implementados na simulação. Ainda, foi percebido o aumento linear da carga de ruptura com a quantidade inicial de fibras no feixe conforme teoria.

Por fim, em todos os resultados obtidos e apresentados nas últimas imagens, percebe-se que o compartilhamento de carga de espalhamento SLLS denota valores que são, de forma generalizada, intermediários entre aqueles obtidos por meio do modelo de compartilhamento puramente local (LLS) e puramente global (GLS). Tal resultado é compreensível uma vez que o modelo SLLS não deixa de ser um modelo híbrido entre o LLS e o GLS uma vez que se pode extrapolar a localidade da redistribuição de carga para o restante das fibras realizando mais iterações de espalhamento. Infelizmente, tal opção não foi factível uma vez que requisitou muita capacidade de processamento computacional que, durante o desenvolvimento do trabalho, não estava disponível.

5.3 Discussões Complementares e Comparativos

Com o objetivo de dar fechamento ao trabalho, algumas discussões complementares, porém indispensáveis, devem ser feitas. Ainda, com o mesmo objetivo, também foram traçados comparativos entre os resultados experimentais e simulados.

Inicialmente, é importante mencionar que o método de determinação da tensão de ruptura verdadeira, baseado no levantamento e classificação dos sinais de ruptura em classes de carregamento, possui limitações. Como já comentado, o procedimento de determinação do número de classes é baseado no processo de construção de um histograma, onde tal parâmetro é obtido pela simples raiz quadrada da quantidade de amostras classificadas. No contexto atual, a quantidade de amostras é a quantidade

de sinais de ruptura coletados que, por si, são registros de variações negativas de carregamento durante os ensaios. A limitação existente aqui é baseada no fato de que não existe um consenso sobre qual método de determinação de quantidade de classes é o mais apropriado para cada situação. Existem vários modelos que propõem diferentes fórmulas e expressões para a obtenção deste parâmetro. Entretanto, a grande maioria resulta em resultados que, para a aplicação dentro do contexto deste trabalho, são similares. Por outro lado, a extrapolação exacerbada da quantidade de classes de carregamento e, de maneira diametralmente oposta, a subestimação deste valor revela resultados também significativamente opostos. Assim, a determinação da quantidade de classes de carregamento é um fator a ser minuciosamente estudado para que haja sequência na utilização deste procedimento de determinação da tensão de ruptura verdadeira de feixes de fibras.

O segundo ponto relevante para discussão, também relativo ao procedimento de determinação da tensão de ruptura verdadeira do feixe de fibras, é o fato das faixas de carregamento utilizadas serem de larguras homogêneas. Este detalhe revela que, no procedimento adotado, todos os sinais de ruptura detectados e, portanto, todos os registros negativos de carga ao longo dos ensaios, denotam quantidade iguais de fibras rompidas. Esta é uma forte suposição feita pelo modelo apresentado e que, possivelmente, não seja verdadeira pelo menos para parte do carregamento monitorado durante o ensaio. Isto se verifica uma vez que a probabilidade de ruptura de fibras é muito maior para carregamentos próximos à carga de ruptura característica para determinado feixe. Assim, em faixas de baixo carregamento, é notável de que poucos sinais de ruptura serão registrados uma vez que a probabilidade de ruptura de fibras também é baixa. Por outro lado, conforme maior é a probabilidade de ruptura de fibras, maior também será a quantidade de fibras rompidas em um mesmo evento e, portanto, registrada no mesmo sinal adquirido. Assim, é possível que o método empregado da maneira que foi apresentado superestime a quantidade de fibras rompidas e, portanto, subestime a quantidade de fibras presentes no momento da ruptura. Por outro lado, segundo Lamon *et al.* [81], a estatística de Weibull denota que, em média, 75% das fibras estão intactas no momento do ensaio em que o feixe suporta a tensão característica que não necessariamente é o mesmo momento da ruptura. Entretanto, este é um valor também possivelmente superestimado uma vez que é obtido desconsiderando fibras não carregadas anteriormente ao início do ensaio

e, também, somente são levados em consideração os parâmetros estatísticos das fibras simples que compõe o feixe. Desta forma, considera somente que o mecanismo de compartilhamento de carga presente nos feixes durante o ensaio é puramente global.

O terceiro ponto de notável relevância é o fato de que os experimentos foram executados por meio de ensaios de deformação controlada enquanto as simulações foram desenvolvidas controlando a carga aplicada ao feixe virtual. Nos experimentos, é perceptível que o registro negativo de carregamento significa a ruptura de uma ou mais fibras do feixe uma vez que o sensor sofre um leve recuo até que as demais fibras remanescentes dos feixes, quase que igualmente alinhadas àquelas que sofreram ruptura, sejam tracionadas e suportem o carregamento adicional. Na simulação desenvolvida, no entanto, registros negativos de carregamento não são possíveis de serem simulados uma vez que a aplicação da carga externa é linear e tem incremento invariável ao longo do ensaio virtual. Nos experimentos, também é perceptível a variação da inclinação das curvas de carregamento ao longo da região linear. Isso demonstra que, ao decorrer da ruptura de fibras e consequente redução da seção transversal, o incremento de carga suportado vai diminuído para iguais deformações. Tal comportamento não é percebido nas curvas de carregamento provindas da simulação. Ainda, tais curvas de carga simuladas não são exibidas no presente documento uma vez que não apresentam nenhuma variação de inclinação. Assim, a apresentação de tais curvas não acrescentaria nada a este trabalho. Desta forma, os resultados obtidos por meio de experimento e simulação não são, de forma direta, comparáveis.

De qualquer forma, mesmo que por meio de tratamento diferentes, resultados similares foram obtidos.

Inicialmente, a Figura 5-10 apresenta um aumento estatisticamente significativo da tensão verdadeira característica obtida experimentalmente por meio do procedimento de categorização de sinais em classes de carregamento. Paralelamente, as Figuras 5-12 e 5-14 apresentam um comportamento similar da tensão verdadeira característica simulada para feixes de ambos os tipos de fibras sob os três diferentes modelos de compartilhamentos implementados à rotina computacional. Como supramencionado, as peculiaridades de cada modelo de compartilhamento de carga

apresentam resultados levemente diferentes, porém apresentando o modelo de compartilhamento de carga local (LLS) como aquele que retorna maiores tensões verdadeiras características. Ainda, em comparação com os resultados experimentais obtidos, por mais que os resultados providos da simulação não sejam similares, é possível verificar que possuem a mesma ordem de grandeza. Naturalmente, devido à não consideração de fatores adversos aos experimentos como escorregamento, existência de fibras pré-carregadas, contagem nominal de fibras diferente da quantidade real de fibras da amostra, entre outros, as simulações tendem a apresentar resultados superiores para a resistência mecânica do material.

Na sequência, a Figura 5-11 apresenta o módulo de Weibull, obtido da tensão verdadeira obtida dos experimentos por meio do procedimento apresentado nesse trabalho, com valores constantes para as diferentes quantidades iniciais de fibras no feixe. De forma similar, as Figuras 5-13 e 5-15 apresentam o módulo de Weibull obtido das tensões verdadeiras simuladas também para diferentes quantidades iniciais de fibras no feixe, sob os diferentes modelos de compartilhamento de carga e para ambos os tipos de fibra. Nestas Figuras, os valores apresentados também se mostram constantes para a variação dos demais parâmetros. É natural que, por conta dos parâmetros estatísticos obtidos dos experimentos executados com as fibras simples, onde $m(720) < m(610)$, os módulos de Weibull simulados obtidos para os feixes seguiriam uma tendência similar. Novamente, conforme supracitado, neste caso é esperado que o modelo de compartilhamento local de carga apresente valores menores para tal parâmetro uma vez que a sequência da ruptura de fibras não segue a ordem crescente da carga de ruptura das fibras do feixe permitindo, assim, que fibras mais fortes rompam antes que mais fracas e, ainda, que haja a formação de grandes *clusters* de fibras rompidas ou regiões nem um pouco afetadas pela redistribuição de carga. Ainda, por conta dos mesmos fatores supramencionados, é esperado que os valores de tal parâmetros obtidos por meio das simulações sejam maiores que aqueles obtidos experimentalmente.

Por fim, verifica-se uma tendência à diminuição da fração de fibras remanescentes no momento da ruptura com o aumento da quantidade de fibras iniciais de fibras no feixe. Tal verificação é mais percebida por meio das simulações (Figuras 5-16 e 5-17) que por meio dos experimentos (Tabela 5-5). Em relação aos experimentos, devido às dificuldades de preparo e manuseio das amostras, assim como baixo refinamento da

taxa de deslocamento do equipamento, acredita-se não ter sido possível de detectar uma quantidade de sinais de ruptura ($\delta F_{pji} < 0$) que pudesse se considerar adequada. Desta forma, a estimação da quantidade de fibras rompidas ao longo dos ensaios fica de certa forma comprometida. Ainda, também existem as limitações citada anteriormente (determinação da quantidade de classes a ser utilizada e consideração de faixas de carregamento homogêneas / quantidade de fibras rompidas iguais para cada sinal de ruptura) que não auxiliam no acompanhamento mais preciso da redução de fibras no feixe ao longo dos ensaios. Por outro lado, as simulações demonstram resultados de fração final de fibras menores em comparação aos experimentos. Neste caso, este fator está associado à taxa de carregamento da simulação ter sido mantida constante para todos as diferentes quantidades iniciais de fibras no feixe virtual sob os três diferentes modelos de compartilhamento de carga, tendo sido determinada por meio das curvas de carregamento experimental das fibras simples e, assim, diferente para cada tipo de fibra. Conforme citado, a taxa de carregamento impacta diretamente na quantidade de fibras rompida a cada passo da simulação fazendo com que pequenas taxas de carregamento deixem os resultados mais refinados, porém mais volumosos em termos de dados. Por outro lado, maiores taxas de carregamento causam rupturas muito densas de fibras a cada passo das simulações, o que não permite acompanhar adequadamente a redução da seção transversal do feixe virtual. Assim, utilizando-se a taxa obtida por meio dos ensaios experimentais com fibras simples, esta fica muito aquém da real e não variável com a quantidade de fibras iniciais do feixe conforme a realidade experimental. Sendo assim, também fica muito baixa e, causando um refinamento muito grande nas simulações, apresenta pequenas frações de fibras no momento da ruptura do feixe virtual. De qualquer forma, os resultados experimentais e simulados demonstram que a fração de fibras presentes ao fim do ensaio é deveras menor que os valores apresentados na literatura por R'Mili *et al.* [11] e Lamon *et al.* [81]. Aqui é importante frisar que na literatura foi considerado a estatística das fibras simples para a determinação da quantidade de fibras remanescentes no momento do carregamento máximo e, também, as curvas de carregamento para a determinação da quantidade de fibras não carregadas anteriormente ao início do ensaio. Assim, especificamente por conta da utilização dos parâmetros de Weibull das fibras simples, a estimativa do decaimento da quantidade de fibras ao longo dos testes leva em conta somente o compartilhamento global de

carga e, assim, resulta em quantidades maiores de fibras remanescentes no feixe no momento da ruptura. Tendo em vista isto e os resultados obtidos nesse trabalho, verifica-se que, pelo menos para fibras de materiais cerâmicos óxidos (Nextel 610 e 720), o compartilhamento de carga mais plausível é o local (LLS).

6 Conclusões

O presente estudo teve como principais objetivos determinar a tensão de ruptura individual de fibras de cerâmicos óxidos em feixes, aprimorar um algoritmo de simulação de comportamento mecânico de tais materiais e selecionar um modelo de compartilhamento de carga adequado para a determinação da tensão de ruptura individual das fibras em feixes.

Ao fim da análise dos dados provenientes dos ensaios de tração com fibras simples, averiguou-se que a tensão de ruptura destas se encontra de acordo com os valores disponíveis na literatura, mesmo que com um certo erro. Ainda, tal erro, juntamente com uma variabilidade maior que o esperado, é associado à dificuldade de manuseio do material, preparo de corpos de prova e execução dos experimentos.

Para a análise dos feixes de fibras de ambas as composições apresentadas, um método baseado no levantamento e análise de sinais de ruptura de fibras ao longo dos ensaios foi desenvolvido e executado. O método tem como objetivo determinar a tensão de ruptura verdadeira de fibras em feixes. Com o procedimento de análise executado, verificou-se que há um aumento significativo de tal parâmetro, conforme aumenta-se a quantidade de fibras iniciais do feixe. Ainda, os valores encontrados se apresentam maiores que aqueles apresentados para as fibras simples. Tal fenômeno foi atribuído à abrupta variação da taxa de aplicação de tensão individualmente às fibras do feixe por conta do compartilhamento de carga e, ainda, variação da seção transversal do feixe devido à diminuição sequencial da quantidade de fibras remanescentes.

Em relação às simulações, um novo algoritmo, juntamente com um novo sistema de posicionamento e detecção de vizinhança foi desenvolvido com sucesso. Ainda, um novo modelo de compartilhamento de carga foi apresentado e implementado ao algoritmo de simulação. As simulações foram executadas com três modelos diferentes de compartilhamento e, por meio das mesmas, averiguou-se que a tensão de ruptura de ruptura verdadeira simulada das fibras em feixes virtuais é levemente susceptível ao modelo de compartilhamento de carga. Em conclusão, verificou-se que, para todos os três modelos de compartilhamento de carga, altos valores de ΔL determinam uma maior tensão de ruptura verdadeira simulada.

Por outro lado, em comparação com os valores experimentais, utilizando como parâmetro determinante do incremento de carga a taxa de carregamento externo experimental, averiguou-se que os resultados da simulação são comparáveis em valor e em variação aos valores obtidos experimentalmente. Em relação aos modelos de compartilhamento de carga, observa-se que o modelo de compartilhamento de carga puramente local (LLS) tende a apresentar resultados maiores que os demais modelos. Tal fato está associado ao modelo permitir que fibras mais fortes sofram ruptura anteriormente à mais fracas e, também, pelo fato de que sob o mesmo modelo, a fração final de fibras no feixe se apresenta menor.

De qualquer forma, o modelo de compartilhamento de carga SLLS, proposto nesse trabalho, apresenta resultados intermediários entre os demais modelos. Entretanto, devido às limitações de processamento, as simulações com tal modelo implementado foram executadas somente com uma iteração de espalhamento. Níveis de espalhamento maiores requerem muita quantidade de processamento e, ainda, tempo de simulação. Assim, fica em aberto a exploração do efeito de tal parâmetro sobre a tensão de ruptura simulada e comparações os dados experimentais. De qualquer forma, o modelo de espalhamento não retornou resultados tão convergentes quanto àqueles apresentados na execução do algoritmo desenvolvido primariamente em 2011. Possivelmente, a mudança do desempenho do modelo esteja associada à modificação do sistema de posicionamento da simulação, que evita uma série de acúmulos inapropriados de tensões nos limites do feixe virtual.

Por fim, conclui-se que simulações e experimentos colaboram para a conclusão de que a tensão de ruptura verdadeira de fibras cerâmicas em feixes sofra um aumento para quão maior for a quantidade inicial do feixe testado. Como supramencionado, acredita-se que este fato está associado ao aumento vigoroso da taxa de aplicação de carga durante o ensaio, virtual ou experimental, por conta da ruptura sequencial de fibras e consequente ruptura conjunta de maiores grupos de fibras. Ainda, o compartilhamento de carga também tem um papel significativo na variação da taxa de carregamento uma vez que, caso local, tende a forçar a ruptura de fibras fortes anteriormente ao esperado no caso global e, assim, possibilitar o surgimento e crescimento desenfreado de *clusters* de fibras rompidas.

7 Sugestões para Trabalhos Futuros

Tendo em vista as conclusões do trabalho apresentado, algumas continuidades para o mesmo são sugeridas com o objetivo de consolidar as conclusões obtidas.

Inicialmente, para reforçar os valores de tensão de ruptura para as fibras simples, é interessante que o procedimento de remoção do recobrimento de PVA das fibras seja feito de maneira mais controlada, sem submeter o feixe de fibras à chama direta. A recomendação é que este recobrimento seja removido em forno ou por meio de ataque químico. Após isso e um número suficiente de ensaios de tração sobre as fibras simples, poderia ser avaliado se o tratamento de remoção por meio de chama direta influencia na tensão de ruptura das fibras simples.

Ainda, para os feixes de fibras, os ensaios mecânicos poderiam ser executados com taxas de deformação diferentes. Segundo o presente trabalho, este parâmetro influencia na tensão de ruptura individual. Ainda, a variação de tal parâmetro também teria serventia para validar a simulação desenvolvida uma vez que se prevê por meio do incremento de carga ΔL que o mesmo influencia a tensão de ruptura individual.

Em relação ao método de determinação da tensão de ruptura do feixe de fibras e, também, da tensão de ruptura individual das fibras do feixe, seria interessante que se valesse um olhar estatístico mais refinado. A determinação de tais parâmetros é feita principalmente por meio do levantamento dos sinais de ruptura e consequente análise da sua distribuição de frequência em uma quantidade pré-determinada de classes de carregamento. Percebeu-se durante as análises que o número e classes de carregamento é um fator de muito peso na determinação da tensão de ruptura do material. Assim, duas opções são percebidas: refinar a estimativa do número de classes por meio de métodos estatísticos mais avançados e/ou reduzir a taxa de deformação ao mínimo possível para a máquina de ensaios. Ainda, uma possibilidade adicional seria considerar faixas de carregamento progressivamente mais largas de acordo com alguma distribuição estatística (o próprio Weibull, por exemplo). Dessa forma, seria possível considerar uma maior quantidade de fibras rompidas em carregamentos maiores para um mesmo número de sinais de ruptura adquiridos. Na segunda opção, possivelmente seriam percebidos mais sinais de falhas e melhor distribuição em comparação com a taxa de deformação utilizada. Tal opção também

causaria um refinamento no número de classes por aumentar a quantidade de registros de sinais de ruptura.

Em termos da simulação, é possível recomendar a exploração mais aprofundada do modelo de compartilhamento de carga de espalhamento SLLS. Assim como mencionado, por conta da limitação de processamento, o modelo foi implementado ao código aplicando somente uma iteração de espalhamento. Para tal, foi verificado que o mesmo é um bom modelo para determinar a tensão de ruptura das fibras Nextel 610, mas não é conveniente para as fibras Nextel 720. Assim, existe a possibilidade de que a quantidade de iterações de espalhamento de tal modelo, que determina quão mais global, e conseqüentemente, menos local o modelo se apresenta, seja um fator de ajuste para determinar a tensão de ruptura de fibras de materiais mais resistente ou menos resistentes.

Recomenda-se, também, para as simulações, o estudo da influência do incremento de carga ΔL tanto na tensão de ruptura verdadeira do feixe quanto no módulo de Weibull e na fração final de fibras remanescentes no feixe. Tal estudo possivelmente identificaria a melhor resolução da simulação para determinados parâmetros estatísticos das fibras, assim como poderia revelar em que ponto os resultados se tornam independentes de ΔL .

Ainda, simulações com parâmetros de entrada (tensão característica e módulo de Weibull das fibras simples) para geração aleatória dos feixes poderiam ser executados. Neste caso, um possível objetivo seria verificar o quanto a medida de dispersão dos dados de fibras simples implicam na dispersão dos dados dos feixes.

Por fim, também se recomenda que métodos de simulação mais avançados sejam utilizados. Duas possibilidades são o método dos elementos finitos e o método dos elementos discretos. O primeiro, por simular a mecânica do contínuo, poderia ser utilizado para determinar a tensão de ruptura da fibra simples em dependência da taxa de deformação aplicada. Por outro lado, para uma avaliação mais aprofundada do comportamento do feixe de fibras cerâmicas, incluindo inclusive efeitos de posição longitudinal de fratura, seria o modelo dos elementos discretos com adição do método de partículas ligadas (*bonded particle method*).

8 Publicações

- Neckel, L.; Pereira da Silva, J.G; Guglielmi, P.; Hotza, D.; Al-Qureshi, H.A.; Montedo, O.R.K.; Bergmann, C.P.; Janssen, R. Mechanical tests and simulation on load sharing in alumina fiber bundles – **Ceramics International**, 2015 (41), p. 13257 – 13263
- Neckel, L.; Faller, C.A.; Babič, M.; Montedo, O.R.K.; Bergmann, C.P.; Janssen, R. True Strength of Ceramic Fiber Bundles: Experiments and Simulations. **Materials** 2021, 14, 64.

9 Referências

1. SARUHAN, B. **Oxide-Based Fiber-Reinforced Ceramic-Matrix Composites**. Köln, Deutschland: Springer-Science+Business Media, LLC., 2003.
2. KERANS, R. J. et al. Interface Design for Oxidation-Resistant Ceramic Composite. **Journal of the American Ceramic Society**, n. 85, p. 2599 - 2632, nov. 2002.
3. KELLER, K. A.; JEFFERSON, G.; KERANS, R. J. Oxide-Oxide Composites. In: BANSAL, N.; LAMON, J. **Ceramic Matrix Composites**. : Wiley, 2015. p. 236 - 272.
4. MALLICK, P. K. **Fiber-Reinforced Composites**. : CRC Press, 2007.
5. WILSON, D. M. The structure and tensile properties of continuous oxide fibers. In: BUNSELL, A. T. **Handbook of tensile properties of textile and technical fibres**. : CRC, 2009. Cap. 18, p. 626 - 651.
6. MAHJOUR, W. et al. Single and bundle cotton fiber testing; friction component. **18th Autex World Textile Conference**, Turkey, Istanbul, Junho 2018.
7. SHOFNER, F. M. et al. Interpretations of Single Fiber, Bundle, and Yarn Tenacity Data. **Textiles Research Journals**, n. 61, p. 689-690, 1991.
8. YU, W.; YAN, H.; POSTLE, R. Evaluating Single Fiber and Fiber Bundle Tensile Curves. **Textiles Research Journals**, n. 73, p. 875-882, 2003.
9. COLEMAN, B. D. On the Strength of Classical Fibres and Fibre Bundle. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 7, p. 60 - 70, 1958.
10. LAMON, J.; R'MILLI, M.; REVERON, H. Investigation of statistical distributions of fracture strengths for flax fibre using the tow-based approach. **Journal of Materials Science**, v. 51, n. 18, p. 8687-8698, 2016.
11. R'MILI, M.; BOUCHAOUR, T.; MERLE, P. Estimation of Weibull parameters from loose bundle tests. **Composite Science and Technology**, v. 56, p. 831-834, 1996.
12. MATSUZAWA, M.; ABE, M.; HORIBE, S. Strain Rate Dependence of Tensile Behavior and Environmental Effect in Zirconia Ceramics. **ISIJ International**, v. 43, n. 4, p. 555-563, 2003.

13. GÁLVEZ, F.; RODRÍGUEZ, J.; GÁLVEZ, V. S. Influence of the Strain Rate on the Tensile Strength in Aluminas of Different Purity. **Journal de Physique IV**, v. 10, n. 9, p. 323-328, 2000.
14. POPOVIC, M.; BUCAR, J.; DRDLOVÁ, M. High strain Rate Behaviour of Fiber Reinforced Concrete. **EPJ Web of Conferences**, v. 183, 2018.
15. FORQUIN, P. Brittle Materials at High-Loading Rates: an Open Area of Research. **Philosophical Transactions of The Royal Society A**, v. 375, n. 2085, 2016.
16. HANSEN, A.; HEMMER, P. C. Burst avalanches in bundles of fibers: Local versus global load-sharing. **Physics Letters A**, v. 184, 1994.
17. HANSEN, A.; HEMMER, P. C.; PRADHAN, S. **The fiber bundle model: modeling failure in materials**. 1. ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2015.
18. HARLOW, D. G.; PHOENIX, S. L. The Chain-of-Bundles Probability Model for the Strength of Fibrous Materials I: Analysis and Conjectures. **Journal of Composite Materials**, p. 195-214, 1978.
19. HARLOW, D. G.; PHOENIX, S. L. The Chain-of-Bundles Probability Model for the Strength of Fibrous Materials II: A Numerical Study of Convergence. **Journal of Composite Materials**, v. 12, 1978.
20. DURHAM, S. D. et al. Localized Load-Sharing Rules and Markov-Weibull Fiber: A Comparison of Microcomposite Failure Data with Monte Carlo Simulations. **Journal of Composite Materials**, v. 31, 1997.
21. SADRMANESH, V.; CHEN, Y. Simulation of tensile behavior of plant fibers using the Discrete Element Method (DEM). **Composites Part A**, 2018. 196 - 203.
22. GIANNAROS, E. et al. Implementation and calibration of meso-scale modeling technique for simulation of tensile behavior of fabric materials. **Composites Part B**, 2017. 1 - 9.
23. PEREIRA DA SILVA, J. G. et al. Modeling of Ceramic Oxide Fiber Bundles Mechanical Properties. **Materials Science Forum**, p. 574-580, 2012.

24. ZHANG, S.; DING, E. Failure of Fiber Bundles With Local Load Sharing. **Physical Review B**, v. 53, January 1996.
25. DASSIOS, K. G.; STTEN, M.; FILIOU, C. Mechanical Properties of Alumina Nextel 720 Fibers at Room and Elevated Temperatures: Tensile Bundle Testing. **Material Science and Engineering**, p. 63-72, 2003.
26. NEXTEL, 3. **Ceramic Textiles Technical Notebook**. . 2004.
27. SCHAWALLER, D.; CLAUSS, B.; BUCHMEISER, M. R. Ceramic Filament Fiber - A Review. **Macromolecular Materials and Engineering**, v. 297, p. 502-522, 2012.
28. BUNSELL, A. R.; RENARD, J. **Fundamentals of Fibre Reinforced Composite Materials**. : Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 2005.
29. JOHNSON, D. W. et al. **Ceramic Fibers and Coating: Advanced Materials for the Twenty-First Century**. Washington, D.C.: National Academy Press, 1998.
30. MOTZ, G.; BORDIA, R. K. Processing, Structure and Properties of Ceramic Fibers. In: EICHHORN, S. J.; HEARLE, J. W.; KIKUTANI, T. **Handbook of Textile Fibre Structure: Natural, Regenerated, Inorganic and Specialist Fibres**. : Woodhead Publishing, v. 2, 2009. Cap. 11, p. 378 - 424.
31. MAHLTIG, B.; PASTORE, C. Mineral and Ceramic Fibers. In: MAHLTIG, B.; KYOSEV, Y. **Inorganic and Composite Fibers: Production, Properties, and Applications**. : , 2019. p. 165-193.
32. BERGER, M. H. Fracture Process in Oxide Ceramic Fibres. In: ELICES, M.; LLORCA, J. **Fiber Fracture**. : Elsevier, 2002. p. 89 - 106.
33. GOTTLILEB, R. et al. Continuous fiber-reinforced ceramic matrix composites. In: TIWARI, A.; GERHARDT, R. A.; SZUTKOWSKA, M. **Advanced Ceramic Materials**. : Wiley, 2016. p. 147-200.
34. SOWMAN, H. G.; JOHNSON, D. D. Ceramic Oxide Fibers. In: SMOTHERS, W. **Conference on raw materials for advanced and engineered ceramics**. : , 2009. p. 1221-1235.

35. WALLENBERGER, F. T. **Advanced Inorganic Fibers: Processes, Structures, Properties, Applications.** : Springer Verlag Gmbh, 1999.
36. DIERINGA, H.; KAINER, K. U. Particles, fibers and short fibers for the reinforcement of metal materials. In: KAINER, K. U. **Metal matrix composites.** : , 2006. p. 55-76.
37. WILSON, D. M. **New High Temperature Oxide Fibers.** 3M Co. St. Paul, MN, p. 10. 2001.
38. BERGER, M.; BUNSELL, A. R. Oxide Fibers. In: BEAUMONT, W. R.; ZWEBEN, C. H. **Comprehensive Composite Materials II.** : , 2018.
39. SHEVLIN, T. S. **Ceramic Fabric Filter.** US4398931, 1982.
40. WEBER, J. W. **Heat resistant and protective fabric and yarn for making the same.** US4670327, 1980.
41. BARKER, R. L.; YENER, M. Evaluating the Resistance of Some Protective Fabrics to Molten Iron. **Textile Research Institute**, p. 533 - 541, 1981.
42. 3M, A. M. D. **3M Nextel Ceramic Fibers and Textiles for High-Temperature Industrial Applications.** 3M. . 2017.
43. KAINER, K. U. Basics of Metal Matrix Composites. In: KAINER, K. U. **Metal Matrix Composites: Custom-made Materials for Automotive and Aerospace Engineering.** : Wiley, 2003. p. 1 - 54.
44. PARLIER, M.; RITTI, M. H. State of the art and perspectives for oxide/oxide composites. **Aerospace Science and Technology**, v. 7, p. 211-221, December 2003.
45. JEFFERSON, G.; KELLER, K. A.; HAY, R. S. . K. R. J. Oxide/Oxide Composites with Fiber Coatings. In: KRENKEL, W. **Ceramic Matrix Composites.** : Wiley, 2008. p. 187 - 204.
46. VAN DER ZWAAG, S. The Concept of Filament Strength and the Weibull Modulus. **Journal of Testing and Evaluation**, v. 17, n. 5, p. 292-298, 1989.
47. WILSON, D. M. Statistical Tensile Strength of Nextel 610 and Nextel 720 Fibers. **Journal of Materials Science** , v. 32, n. 10, p. 2535-2542, 1997.

48. MCCOOL, J. I. **Using the Weibull Distribution: Reliability, Modeling, and Inference**. 1^a. ed. : Wiley, 2012.
49. PATANKAR, S. N. Weibull Distribution as Applied to Ceramic Fibers. **Journal of Materials Science Letters**, v. 10, p. 1176-1181, 1991.
50. GORJAN, L.; AMBROZIC, M. Bend Strength of Alumina Ceramics: A Comparison of Weibull Statistics with other Statistics Based on Very Large Experimental Dataset. **Journal of the European Ceramic Society**, v. 32, p. 1221-1227, 2012.
51. NWOBI, F. N.; UGOMMA, C. A. A Comparison of Methods for Estimation of Weibull Distribution Parameters. **Advances in Methodology and Statistics**, v. 11, n. 1, p. 65-78, 2014.
52. FU, Z.; TAO, Z.; HOU, X. Weibull Distribution of the Fracture Strength of 99% Alumina Ceramic Reshaped By Cold Isostatic Pressing. **Ceramics International**, v. 40, p. 7661-7667, 2014.
53. BERNARD, A.; BOS-LEVENBACH, E. C. The plotting of observations on probability paper. **Statica Neerlandica**, p. 163-173, 1953.
54. PIACENTINI, J. J. et al. **Introdução ao laboratório de física**. 4. ed. : Editora UFSC, 2012.
55. MUKAKA, M. M. Statistics Corner: A guide to appropriate use of Correlation coefficient in medical research. **Malawi Medical Journal**, v. 24, n. 3, p. 69-71, 2012.
56. MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 5^a. ed. : Wiley, 2001.
57. WATTHANACHEEWAKUL, L. Analysis of Variance with Weibull Data. **Proceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists**, Hong Kong, 17 - 19 March 2010.
58. DANIELS, H. E. The statistical theory of the strength of bundles of threads. I. **Procedures of the Royal Society of London**, v. 183, 1945.
59. WILSON, D. M. Fiber Strength. In: MAHAJAN, S. **Encyclopedia of Materials: Science and Technology**. 2^a. ed. : Elsevier, 2001. p. 3138-3142.

60. PRADHAN, S.; CHAKRABARTI, B. K. Failure Properties of Fiber Bundle Models. **International Journal of Modern Physics B**, v. 17, n. 29, p. 5565-5581, 2003.
61. CURTIN, W. A. Stochastic Damage Evolution and Failure in Fiber-Reinforced Composites. In: VAN DER GIESSEN, E.; WU, T. Y. **Advances in Applied Mechanics**. : Academic PRes, v. 36, 1998. p. 163 - 253.
62. PRADHAN, S.; HANSEN, A.; CHAKRABARTI, B. Failure Process in Elastic Fibers. **Reviews of Modern Physics**, v. 82, p. 499 - 555, 2010. ISSN 10.1103/RevModPhys.82.499.
63. MANDERS, P. W.; BADER, M. G.; T., C. Monte carlo simulation of the strength of composite fiber bundles. **Fibre Science and Technology**, 1982. 183 - 204.
64. KUN, F. et al. Extensions of fiber bundle models. **Lecture Notes in Physics**, 2006. 57 - 92.
65. CALARD, V.; LAMON, J. Random Local Load Sharing in Multifilament Bundles: Modelling and Influence on Ceramics Matrix Composites Failure. **28th International Conference on Advanced Ceramics and Composites B**, v. 4, p. 319-325, 2004.
66. CALARD, B.; LAMON, J. Failure of Fiber Bundles. **Composites Science and Technology**, v. 64, p. 701-710, 2004.
67. DERDA, T. Stochastic local load redistribution in the fibre bundle model of nanopillar arrays. **Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics**, v. 4, 2015.
68. HIDALGO, R. C. et al. Fracture Model with Variable Range of Interaction. **Physical Review E**, v. 65, n. 4, 2002.
69. VORECHOVSKY, M.; CHUDOBA, R. Stochastic Modeling of Multi-Filament Yarns: II. Random Properties Over the Length and Size Effect. **International Journal of Solids and Structures**, n. 43, p. 435-458, 2006.
70. CHAKRABARTI, B.; BENGUIGUI, L. G. **Statistical Physics of Fracture and Breakdown in Disordered Systems**. : Oxford University Press, 1997.
71. BOURGAIN, E.; MASSON, J. J. A New Method for Modelling Strength Distributions for Ceramic Fibers. **Composites Science and Technology**, v. 42, p. 221-228, 1992.

72. LIU, F. C. et al. Simultaneously improving the strength and ductility of coarse-grained Hadfield steel with increasing strain rate. **Scripta Materialia**, v. 66, n. 7, p. 431-434, Abril 2012.
73. BYFIELD, M. P.; NETHERCOT, D. A. An analysis of the true bending strength of steel beams. **Structures and Buildings**, v. 128, n. 2, p. 188-197, Maio 1998.
74. BOGUSZ, P.; POPLAWSKI, A.; MORKA, A. . N. T. Evaluation of True Stress in Engineering Materials Using Optical Deformation Measurement Methods. **Journal of KONES Powertrain and Transport**, v. 19, n. 4, p. 53-64, 2012.
75. LI, J. et al. A Method of the Direct Measurement of the True Stress-Strain Curve Over a Large Strain Range Using Multi-Camera Digital Image Correlation. **Optics and Lasers in Engineering**, v. 107, p. 194-201, 2018.
76. KWEON, H. D. et al. A Methodology for Determining the True Stress-Strain Curve of SA-508 Low Alloy Steel from a Tensile Test with Finite Element Analysis. **Journal of Mechanical Science and Technology**, v. 32, n. 7, p. 3137-3143, 2018.
77. FARIDMEHR, I. et al. Correlation between Engineering Stress-Strain and True Stress-Strain Curve. **American Journal of Civil Engineering and Architecture**, v. 2, n. 1, p. 53-59, 2014.
78. LAROUB, P.; FREUDENTHALER, J.; WEISSBÖCK, T. Reduction of Cross Section Area at Fracture in Tensile Test: Measurement and Applications for Flat Sheet Steels. **Journal of Physics: Conf. Series**, v. 896, n. 1, p. 1 - 8, 2017.
79. ISMAR, H.; STREICHER, F. Modelling and Simulation of the Mechanical Behavior of Ceramic Matrix Composite as Shown by the Example of SiC/SiC. **Computational Materials Science**, v. 16, p. 17-24, 1999.
80. R'MILLI, M.; N., G.; LAMON, J. Flaw strength distributions and statistical parameters for ceramic fibers: The normal distribution. **Physical Review E**, v. 85, n. 5, p. 051106, 2012.
81. LAMON, J.; MAZERAT, S.; R'MILI, M. Reinforcement of ceramic matrix composites: properties of SiC-based filaments and tows. In: NAROTTAM, P.; BANSAL, N. P.; LAMON, J. **Ceramic Matrix Composites: Materials, Modelling and Technology**. : , 2015. p. 3-26.

82. ASTM INTERNATIONAL. D-3379 - 75: Standard test method for tensile strength and Young's modulus for high-modulus single-filament materials. **ASTM Standards**, 1989.
83. ADVANCED MATERIALS DIVISION, 3. **3M Nextel Ceramic Fibers and Textiles: Technical Reference Guide**. St. Paul, MN 55144 USA. 2018.
84. ASTM INTERNATIONAL. D-4018 - Tow Tensile Test. **ASTM Standards**, 2000.
85. PARDINI, L. C.; MANHANI, L. G. B. Influence of the testing gauge length on the strength, young's modulus and weibull modulus of carbon fibres and glass fibres. **Materials research**, v. 5, n. 4, p. 411-420, 2002.
86. NECKEL, L. et al. Mechanical tests and simulation on load sharing in alumina fiber bundles. **Ceramics International**, v. 41, p. 13257 - 13263, 2015.
87. BELTZER, A. I.; PIAU, M.; WEITSMAN, Y. Note on the Ineffective Length of a Fiber. **Mechanics of Materials**, n. 13, p. 285-294, 1992.
88. WEITSMAN, Y. Note on the Ineffective Length of a Fiber. **Mechanics of Materials**, v. 13, p. 295-294, 1992.
89. LENG, Y.; COURTNEY, T. H. Ineffective Lengths in Metal Matrix Composites. **Materials Science and Technology**, v. A124, p. 141-149, 1990.
90. PAPARGYRIS, A. D. Estimator Type and Population Size for Estimating the Weibull Modulus in Ceramics. **Journal of the European Ceramic Society**, p. 451-455, 1998.
91. SHIMAZAKI, H.; SHINOMOTO, S. A Method for Selecting the bin Size of a Time Histogram. **Neural Computation**, v. 19, p. 1503-1527, 2007.
92. GAO, X.; JOYCE, J. A.; ROE, C. An Investigation of the Loading Rate Dependence of the Weibull Stress Parameters. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 75, p. 1451-1467, 2008.