

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS EM TEMPO REAL ATRAVÉS DE  
FILTRO DE KALMAN COM JANELA ROBUSTA SUAVIZANTE E  
ESTIMADORES DE ESTADOS NÃO LINEARES**

TESE DE DOUTORADO

*Andressa Apio*

**Porto Alegre  
2020**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS EM TEMPO REAL ATRAVÉS DE  
FILTRO DE KALMAN COM JANELA ROBUSTA SUAVIZANTE E  
ESTIMADORES DE ESTADOS NÃO LINEARES**

*Andressa Apio*

Tese de Doutorado (D.Sc.) apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia

*Área de concentração:* Pesquisa e Desenvolvimento de Processos

*Linha de Pesquisa:* Projeto, Simulação, Modelagem, Controle e Otimização de Processo

**Orientadores:**

**Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler**

**Prof. Dr. Marcelo Farenzena**

**Porto Alegre  
2020**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

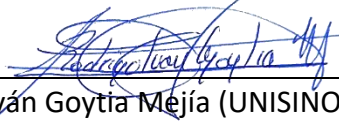
A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Tese sobre “Estimação de parâmetros em tempo real através de filtro de Kalman com janela robusta suavizante e estimadores de estados não lineares”, elaborada por Andressa Apio, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia.

Comissão Examinadora:



---

Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi (COPPE/UFRJ)



---

Prof. Dr. Rodrigo Iván Goytia Mejía (UNISINOS)



---

Prof. Dr. Marcelo Escobar Aragão (FURG)



## Resumo

Os estimadores de estado, ou observadores, são técnicas que reconstróem os estados de um modelo dinâmico a partir das medidas de entrada e saída do sistema. Eles podem ser baseados na teoria probabilística (proposto por Kalman), que considera ruídos no modelo ou na teoria determinística (introduzida por Luenberger) sem a presença de ruídos. Embora, na sua gênese, o controle “moderno” tenha motivado o surgimento dessas técnicas em 1960, os estimadores de estado são hoje em dia aplicados também em reconciliação de dados, analisadores virtuais, estimação de parâmetros, gêmeos digitais e detecção de falhas. Por isso, esta tese aborda um estudo sobre filtros de Kalman e suas aplicações focado, principalmente, no uso de janela robusta suavizante. As principais contribuições do trabalho são: (1) revisão bibliográfica histórica dos estimadores de estado, abordando suas principais interligações e características, incluindo uma motivação prática de suas utilizações; (2) avaliação de cinco metodologias de filtro de Kalman (estendido - EKF, estendido com restrições - CEKF, formulação curta do estendido com restrições – CEKF2, estendido com restrições e suavizado - CEKFS, sem rastro - UKF, e de cubatura – CKF implementadas a dados industriais, mostrando a sua capacidade de aplicação em casos reais, sendo eles, na produção de petróleo offshore e em uma rede de trocadores de calor; (3) proposta de técnica de estimação de bias em casos em que o estimador não linear retorna resultados insatisfatórios; (4) avaliação de três métodos de estimadores de estado com horizonte móvel para estimação simultânea de estados e parâmetros (estimação do horizonte móvel - MHE, com horizonte retrocedido - RNK, e robusto com horizonte retrocedido - RRNK); e (5) apresentação de formulação robusta e simples para problema de otimização do RNK e RRNK utilizando programação quadrática. De modo geral os filtros de Kalman não-lineares (UKF e CKF) retornam melhores resultados para os dados industriais quando o modelo está bem ajustado. No entanto, eles possuem elevado custo computacional e desempenho insatisfatório para modelos mal ajustados, enquanto os filtros estendidos não apresentam essas desvantagens. Por isso, utilizando técnica simples da estimação de bias como uma variável através de técnica de estado aumentado, o filtro de Kalman sem rastro e de cubatura se mostraram mais acurados, mesmo em um cenário de ajuste inadequado do modelo. Para a estimação simultânea de estados e parâmetros, o RRNK exibiu as suas vantagens na redução de erros de modelagem, retornando parâmetros mais suavizados. Nesse sentido, a reformulação dos problemas de otimização do RNK e RRNK em uma formulação de programação quadrática simples e robusta obteve um custo computacional nove vezes menor que o MHE.

**Palavras-chave:** Estimadores de estado, observadores, filtro de Kalman, estimação de parâmetros.





## Abstract

State estimators, or observers, are techniques that reconstruct the states of a dynamical model from the input and output measures of the system. They can be based on the probabilistic theory (proposed by Kalman), which considers noise in the model, or on the deterministic theory (introduced by Luenberger) without the presence of noise. Although in its genesis, “modern” control motivated the emergence of these techniques in 1960, state estimators are nowadays also applied in data reconciliation, virtual analyzers, parameter estimation, digital twins, and fault detection. For this reason, this thesis addresses a study on Kalman filters and their applications, focused mainly on the use of a robust softening window. The main contributions of the work are: (1) historical bibliographic review of state estimators, addressing their main interconnections and characteristics, including a practical motivation for their uses; (2) evaluation of five Kalman filter methodologies (extended – EKF, constrained extended – CEKF, short formulation of the constrained extended – CEKF2, constrained extended and smoother – CEKFS, unscented – UKF, cubature – CKF) implemented to industrial data, showing their ability to be applied in real cases, namely in offshore oil production and in a heat exchanger network; (3) proposal of bias estimation technique in cases where the nonlinear estimator returns unsatisfactory results; (4) evaluation of three methods of state estimators with moving window for simultaneous state and parameter estimation (moving horizon horizon – MHE, receding nonlinear Kalman filter – RNK, and robust receding nonlinear Kalman filter – RRNK), and (5) presentation of robust and simple formulation for RNK and RRNK optimization problem using quadratic programming. In general, non-linear Kalman filters (UKF and CKF) return better results for industrial data when the model is well adjusted. However, they have high computational costs and poor performance for poorly adjusted models, while extended filters do not present these disadvantages. Therefore, using a simple bias estimation technique as a variable using an increased state technique, the unscented and cubature Kalman filter proved to be more accurate, even in a scenario of inadequate model adjustment. For the simultaneous state and parameter estimation, the RRNK showed its advantages in reducing modeling errors, returning more smoothed parameters. In this sense, the RNK and RRNK optimization problems’ reformulation in a robust and straightforward quadratic programming formulation obtained a computational cost nine times smaller than the MHE.

**Keywords:** State estimators, observers, Kalman filter, parameter estimation.



*“Cold comfort for change?”*

Pink Floyd

*“Does the flap of a butterfly’s wings in Brazil set off a tornado in Texas?”*

Edward Lorenz



## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, José Carlos e Zelfa, e ao meu irmão, Anderson, por serem meus principais exemplos, por acreditarem em mim e sempre me apoiarem nas minhas decisões.

Aos meus orientadores, prof. Jorge e prof. Farenzena, pela paciência e confiança, e por terem me ensinado tanto, pessoal e profissionalmente.

Ao meu namorado, amigo, colega e sócio, Jônathan, por estar sempre ao meu lado. Obrigada pelo carinho, companheirismo e pelas inúmeras coisas que fazemos juntos: das conversas filosóficas às indaiadas esportivas.

Aos meus sogros, Maria e Sérgio, por terem me recebido e acolhido tão bem.

Às minhas melhores amigas, Carol Weber e Taís, por me aceitarem e entenderem. Obrigada por serem minha motivação e exemplo para superar momentos difíceis.

Às minhas amigas Engenheiras Andressa, Julia, Karen, Martina e Tanisa pelo companheirismo desde a faculdade. Vocês são meus orgulhos.

Aos amigos do DEQUI, Cris, Carol Agustini, Carol Machado, João e Aline, pela amizade, conselhos e conversas construtivas.

Ao Bruno, pelos diálogos progressivos.

Às minhas professoras do ensino médio, Silvia e Tatá, por terem acreditado em mim tão cedo, e por terem sido minhas primeiras inspirações profissionais e pessoais.

À Luna, minha companheira de todos os momentos.

À UFRGS, à Escola de Engenharia e ao DEQUI pela excelente infraestrutura.

Aos colegas do GIMSCOP.

À banca, prof. Argimiro, prof. Escobar e prof. Mejía, pelas contribuições e sugestões.

Aos Engenheiros Herbert e Maurício Posser, pelas valiosas trocas de experiência e pelo incentivo.

E a todos que tenham contribuído, direta ou indiretamente, para minha evolução pessoal e profissional durante esses muitos anos de academia (“...and then one day you find ten years have got behind you”).



# SUMÁRIO

<b>Capítulo 1 – Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação.....	1
1.2 Motivação para utilização de estimadores de estado com janela robusta suavizante.....	3
1.3 Objetivos .....	4
1.4 Contribuições .....	4
1.5 Estrutura.....	4
1.6 Produção científica e demais atividade .....	5
1.6.1 Capítulos deste trabalho:.....	5
1.6.2 Trabalhos completos publicados em anais de congresso .....	6
<b>Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>7</b>
2.1 Breve revisão histórica .....	7
2.2 Equacionamento do filtro de Kalman .....	14
2.2.1 Equacionamento do filtro de Kalman resumido.....	14
2.2.2 Dedução da matriz de covariância a posteriori .....	15
2.2.3 Dedução do ganho de Kalman.....	15
2.2.4 Simplificação da fórmula da covariância do erro a posteriori.....	16
2.3 Demais equacionamentos dos estimadores de estado .....	17
<b>Capítulo 3 – Comparison of Kalman-filter based approaches for permanent downhole gauge estimation in offshore oil production .....</b>	<b>19</b>
3.1 Introduction.....	19
3.2 Comparison of Kalman filter-based approaches in different applications .....	21
3.3 Methodology .....	22
3.3.1 Kalman filter approaches.....	22
3.3.1.1. Discrete Extended Kalman Filter .....	23
3.3.1.2. Constrained Extended Kalman Filter .....	24
3.3.1.3. Constrained Extended Kalman Filter and Smoother .....	24
3.3.1.4. Unscented Kalman Filter .....	25
3.3.1.5. Cubature Kalman Filter .....	27
3.3.2 Performance evaluation criteria .....	28
3.4 Case studies.....	28
3.4.1 Plant model.....	28
3.4.2 Simulated data.....	32
3.4.3 Real data .....	33
3.4.4 Simulation settings .....	34
3.5 Results and discussion.....	36
3.5.1 Simulated data.....	36
3.5.2 Real data .....	47
3.6 Conclusions.....	51
3.7 Acknowledgement .....	52
<b>Capítulo 4 – Incrustação e acompanhamento operacional de rede de trocadores de calor utilizando técnica de estimadores de estado .....</b>	<b>53</b>

<b>Capítulo 5 – Estimação do bias: uma solução simples para a principal desvantagem dos estimadores de estado não lineares .....</b>	<b>55</b>
<b>Capítulo 6 – Filtro de Kalman robusto estendido com janela móvel através de formulação em programação quadrática .....</b>	<b>57</b>
<b>Capítulo 7 – Considerações finais.....</b>	<b>59</b>
7.1 Conclusões.....	59
7.2 Sugestões para trabalhos futuros .....	60
<b>Referências .....</b>	<b>61</b>



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1:</b> Esquema da planta de quatro tanques esféricos (adaptado de Santos (2016)).	2
<b>Figura 1.2:</b> Relação entre as contribuições e estimadores de estados aplicados nos principais capítulos desta tese. ....	5
<b>Figura 2.1:</b> Esquema de interligação entre os estimadores de estado. ....	8
<b>Figura 2.2:</b> Diagrama de blocos de cálculo para o filtro de Kalman. ....	9
<b>Figura 2.3:</b> Esquema das técnicas de estimadores de estado determinísticas e estocásticas, onde a linha tracejada vermelha representa a conexão entre os estimadores. ....	10
<b>Figura 2.4:</b> Cronologia dos estimadores de estado, onde os pontos com as cores mais escuras representam estimadores não-lineares, e as cores mais claras os estimadores lineares/estendidos. ....	12
<b>Figure 3.1:</b> Data simulated in OLGA for a real oil production system used in scenarios A and B. ....	33
<b>Figure 3.2:</b> Data simulated in OLGA for a real oil production system with perturbations in the choke valve opening used in scenarios C and D. ....	33
<b>Figure 3.3:</b> Real industrial data from an oil production system used in scenarios E and F.	34
<b>Figure 3.4:</b> Comparison of the experimental data (rigorous model simulation in OLGA and industrial) and the simplified model simulation results for a) scenarios A and B, b) E and F, and c) C and D. ....	36
<b>Figure 3.5:</b> Scenario A: <i>ppdg</i> estimation using <i>p<sub>rt</sub></i> and <i>p<sub>tt</sub></i> measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF. ....	37
<b>Figure 3.6:</b> Scenario B: <i>ppdg</i> estimation using <i>p<sub>tt</sub></i> measurement by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF. ....	39
<b>Figure 3.7:</b> Residual box plot for <i>ppdg</i> for a) Scenario A and b) Scenario B. ....	39
<b>Figure 3.8:</b> Residual violin plot for <i>ppdg</i> for a) Scenario A and b) Scenario B. ....	40
<b>Figure 3.9:</b> Derivative of the <i>ppdg</i> estimated by the DEKF and the CKF for a) Scenario A and b) Scenario B. ....	40
<b>Figure 3.10:</b> Scenario C: <i>ppdg</i> estimation using <i>p<sub>rt</sub></i> and <i>p<sub>tt</sub></i> measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF. ....	42
<b>Figure 3.11:</b> Scenario D: <i>ppdg</i> estimation <i>p<sub>tt</sub></i> measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF. ....	44
<b>Figure 3.12:</b> Residual box plot of the <i>ppdg</i> for a) Scenario C and b) Scenario D. ....	45
<b>Figure 3.13:</b> Residual violin plot of the <i>ppdg</i> for a) Scenario C and b) Scenario D. ....	46
<b>Figure 3.14:</b> Derivative of the <i>ppdg</i> estimated by the CEKFS and the CKF for a) Scenario C, and by the DEKF and the CKF for b) Scenario D. ....	46
<b>Figure 3.15:</b> Scenario E: <i>ppdg</i> estimation using <i>p<sub>rt</sub></i> and <i>p<sub>tt</sub></i> measurements of a real production system with a) DEKF, b) CEKF, c) UKF, and d) CKF. ....	47
<b>Figure 3.16:</b> Scenario F: <i>ppdg</i> estimation using <i>p<sub>tt</sub></i> measurements of a real production system by a) DEKF, b) CEKF, c) UKF, and d) CKF. ....	48
<b>Figure 3.17:</b> Residual box plot of the <i>ppdg</i> for a) Scenario E and b) Scenario F. ....	49
<b>Figure 3.18:</b> Residual violin plot of the <i>ppdg</i> for a) Scenario E and b) Scenario F. ....	49

**Figure 3.19:** Derivative of the  $ppdg$  estimated by the DEKF and the CKF for a) Scenario E and b) Scenario F. .... 50

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1:</b> Nomenclatura dos estimadores de estado. ....	13
<b>Tabela 2.2:</b> Relação entre os estimadores de estado e seções onde são detalhados.....	17
<b>Table 3.1:</b> Parameters and variables of the Fast Offshore Well Model (FOWM). ....	31
<b>Table 3.2:</b> Filter parameters for all scenarios. ....	34
<b>Table 3.3:</b> Data used in the Kalman filter for each scenario. ....	34
<b>Table 3.4:</b> FOWM adjust parameters for all the scenarios. ....	35
<b>Table 3.5:</b> Mean squared error for the model simulation considering all the scenarios. ..	36
<b>Table 3.6:</b> Computational time and MSE for scenario A. ....	38
<b>Table 3.7:</b> Computational time and MSE for scenario B. ....	39
<b>Table 3.8:</b> Computational time and MSE for scenario C. ....	43
<b>Table 3.9:</b> Computational time and MSE for scenario D. ....	45
<b>Table 3.10:</b> Computational time and MSE for scenario E. ....	48
<b>Table 3.11:</b> Computational time and MSE for scenario F. ....	48

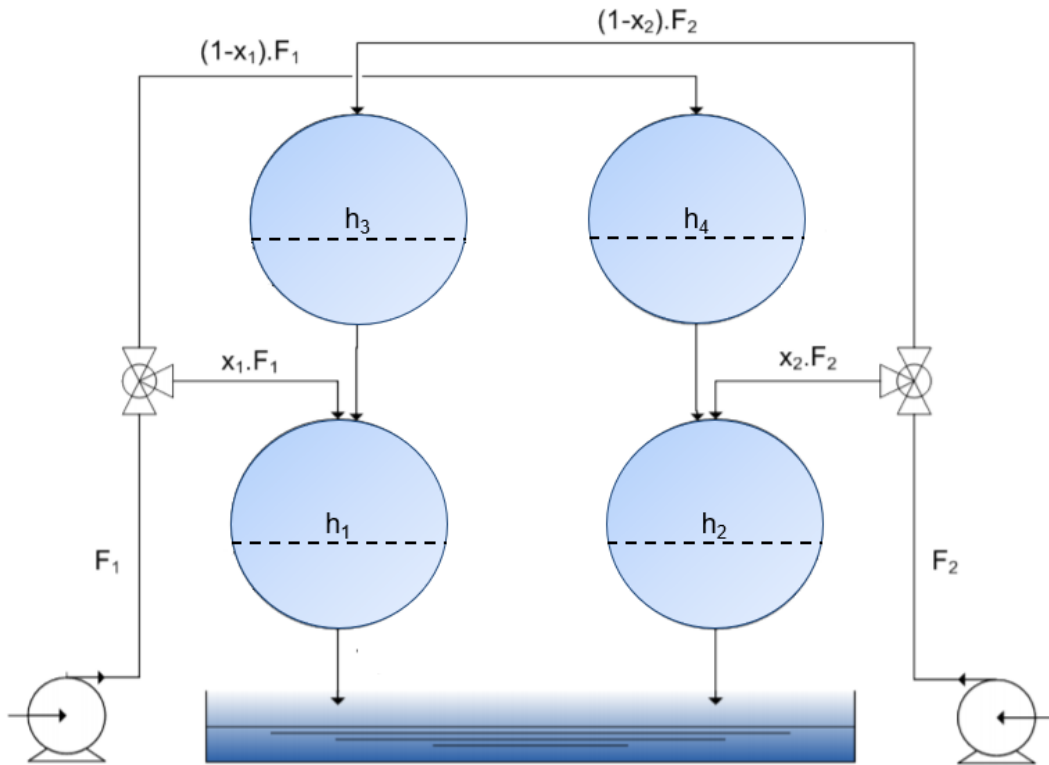


# Capítulo 1 – Introdução

Os estimadores de estado estimam os estados de um modelo dinâmico através das medidas das entradas e saídas disponíveis, podendo ser utilizados em reconciliação de dados, analisadores virtuais, controle avançado, estimação de parâmetros, gêmeos digitais e detecção de falhas. Este capítulo aborda as motivações, objetivos, contribuições e estrutura do trabalho, finalizando com a apresentação da produção científica desenvolvida durante o projeto.

## 1.1 Motivação

Apesar das técnicas de estimadores de estado terem surgido em meados dos anos 1960 com mais força devido ao controle moderno, existem muitas outras aplicações úteis para essas metodologias, tais como reconciliação de dados, analisadores virtuais, estimação de parâmetros, gêmeos digitais e detecção de falhas. Por isso, o objetivo dessa seção é demonstrar a relevância dessas técnicas em exemplos simples de aplicação no estudo de caso clássico dos quatro tanques esféricos proposto inicialmente por Escobar e Trierweiler (2013), conforme Figura 1.1.



**Figura 1.1:** Esquema da planta de quatro tanques esféricos (adaptado de Santos (2016)).

Esse sistema possui como variáveis de estado os níveis dos quatro tanques ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  e  $h_4$ ), como variáveis de entrada as vazões de alimentação ( $F_1$  e  $F_2$ ) e a abertura das válvulas de distribuição direta aos tanques 1 e 2 ( $x_1$  e  $x_2$ ).  $D_i$  representa o diâmetro do tanque  $i$  e  $R_i$  representa o coeficiente de descarga do tanque  $i$ . A modelagem fenomenológica dessa unidade advém do balanço de massa em cada tanque, conforme as seguintes equações:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{x_1 F_1 + R_3 \sqrt{h_3} - R_1 \sqrt{h_1}}{\pi h_1 (D_1 - h_1)} \quad (1.1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{x_2 F_2 + R_4 \sqrt{h_4} - R_2 \sqrt{h_2}}{\pi h_2 (D_2 - h_2)} \quad (1.2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \frac{(1-x_2)F_2 - R_3 \sqrt{h_3}}{\pi h_3 (D_3 - h_3)} \quad (1.3)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = \frac{(1-x_1)F_1 - R_4 \sqrt{h_4}}{\pi h_4 (D_4 - h_4)} \quad (1.4)$$

Esse estudo de caso pode ser aplicado em:

- **Reconciliação de dados:** neste caso, se as medições de todos os estados estiverem disponíveis, é possível obter os dados filtrados de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  e  $h_4$  pelo estimador de estados através da reconciliação dos valores da predição do modelo e das medidas experimentais.
- **Analísadores virtuais:** supondo que apenas as medições de  $h_1$  e  $h_2$  estejam disponíveis e que  $h_3$  e  $h_4$  sejam as variáveis desejadas, poderia ser feita a medição manual desses níveis, o que resultaria em poucos pontos e atrasos

entre os tempos de amostragem. Com o analisador virtual, seria possível inferir as variáveis  $h_3$  e  $h_4$  através de estimadores de estado, que fornecem informações online sobre as variáveis não-medidas.

- **Retroalimentação em controladores preditivos multivariáveis** : considerando o caso do analisador virtual, onde os estados  $h_3$  e  $h_4$  seriam as variáveis desejadas em termos de controle, a estimação dessa variável possibilitaria o controle retroalimentado das variáveis de estado desse sistema, permitindo a operação robusta do sistema de controle em várias taxas amostrais da medida. Mesmo nos casos em que as variáveis de interesse sejam as medidas, os estimadores de estado consistem em uma alternativa para se fazer a retroalimentação em controladores preditivos multivariáveis.
- **Estimação de parâmetros**: quando o valor de algum dos coeficientes de descarga  $R_i$  dos tanques não é conhecido, é possível estimá-lo simultaneamente com os estados do modelo utilizando estimadores de estado. Isso possibilita a estimação dos parâmetros desconhecidos ou incertos do modelo para aumentar a sua fidelidade.
- **Gêmeos digitais**: usando um modelo simples do sistema de quatro tanques como cópia digital do sistema físico real, é possível melhorar seus resultados através da reconciliação do modelo e dos dados reais da planta. Isso permite realizar vários testes na cópia digital, tais otimizar pontos de operação, reduzir custos de energia e testar a capacidade de adaptação do processo, prever falhas, entre outros.
- **Detecção de falhas**: através da estimação online da altura do tanque  $h_4$  com estimador de estados, por exemplo, é possível detectar possíveis mudanças significativas nessa variável, que indicariam a presença de falhas.

No entanto, é necessário analisar critérios de observabilidade do sistema a fim de garantir que é possível obter valores atuais de alguns estados através de outras variáveis medidas. Isso acontece porque é necessário estabelecer o número mínimo de medições que, combinadas com o modelo matemático, possam garantir a sua observabilidade (SALAU, 2009). Uma forma simples de fazer avaliar esse critério, é utilizar o procedimento de cálculo proposto por Popov-Belevitch-Hautus (1969).

### 1.2 Motivação para utilização de estimadores de estado com janela robusta suavizante

A utilização de janelas móveis em filtros de Kalman foi proposta por Jazwinski (1968), uma vez que o filtro de Kalman estendido apresentava desempenhos ruins ou divergia devido a erros de modelagem e computacionais. A ideia dessa técnica é, na estimação do vetor de estados, utilizar um número finito de amostras passadas medidas, onde a amostra mais antiga é descartada quando uma nova amostra se torna disponível. Por isso, a janela deslizante reduz os efeitos de amostras antigas na filtragem e melhora a precisão da estimativa (HUANG *et al.*, 2019).

Além disso, estimadores de estado com janelas móveis são alternativas interessantes para aplicação em estudos de caso industriais com a presença de ruídos e valores espúrios. Para a suavização dos estados estimados, por exemplo, é necessária uma janela de dados,

já que para aplicação dessa técnica são utilizados valores futuros das amostras. Além disso, a adição de robustez a esse problema reduz o efeito dos outliers, cujas vantagens são destacadas ainda mais na utilização de janelas deslizantes.

### 1.3 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo geral o estudo e o desenvolvimento de filtros de Kalman com janela robusta suavizante e suas aplicações. Os objetivos específicos são:

1. Revisar a literatura sobre métodos de estimadores de estado;
2. Avaliar métodos de filtros de Kalman a dados provenientes da indústria;
3. Avaliar métodos de estimadores de estado com janela móvel para estimação simultânea de estados e parâmetros;
4. Propor técnica para melhoria dos resultados de estimador não-linear quando modelo não está bem ajustado;
5. Apresentar forma robusta e simples para problema de otimização de otimização de estimadores de estado com janela móvel utilizando programação quadrática.

### 1.4 Contribuições

Têm-se como contribuições do trabalho:

- CONT1: Revisão de métodos de estimadores de estado;
- CONT2: Avaliação de técnicas de filtro de Kalman a dados industriais;
- CONT3: Proposta de técnica de estimação de bias para casos em que o estimador não linear retorna resultados insatisfatórios;
- CONT4: Mostrar a relevância da utilização de estimadores de estados com janelas móveis para a estimação simultânea de estados e parâmetros;
- CONT5: Apresentação de formulação robusta e simples para problema de otimização de estimadores de estado com janela móvel utilizando programação quadrática.

### 1.5 Estrutura

O presente trabalho é estruturado em 7 capítulos, sendo que neste é apresentada uma motivação que aborda a implementação prática dos estimadores de estado, os objetivos, contribuições e estrutura do trabalho, além da produção científica desenvolvida durante o projeto.

O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre os métodos de estimação de estado em seu aspecto histórico, suas interligações, principais características e equacionamento.

No Capítulo 3, cinco metodologias de filtros de Kalman são aplicadas a um estudo de caso de produção de petróleo *offshore*. O capítulo aponta a comparação entre a aplicação desses estimadores de estado em dados simulados e reais.

No Capítulo 4 é realizada uma aplicação de filtro de Kalman para estimação simultânea de estados e parâmetros em uma rede de trocadores de calor industrial. O desenvolvimento desse artigo é motivado pela consideração de “pior cenário possível” com um modelo simplificado do sistema e poucos dados de planta.

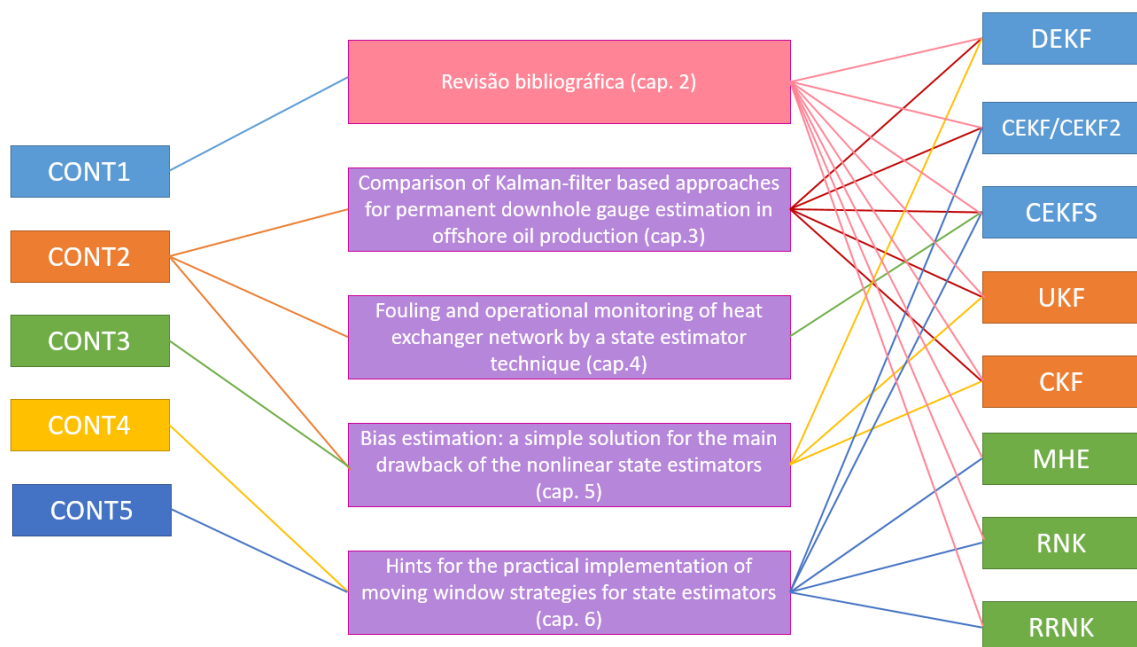


No Capítulo 5 é apresentada uma metodologia para remoção do “bias” presente na estimação de modelos mal ajustados em filtros de Kalman não-lineares. A técnica proposta é baseada na estimação do bias como uma parâmetro utilizando metodologia de estados aumentados.

O Capítulo 6 apresenta uma comparação entre estimadores de estado com janela móvel para estimação simultânea de estados e parâmetros no estudo de caso que é a motivação desse trabalho, os quatro tanques esféricos. O objetivo, também, é corroborar a relevância do uso de filtro de Kalman com horizontes móveis para a estimação simultânea de estados e parâmetros em tempo real. Além disso, é proposta uma forma simples e robusta para reescrever os filtros de Kalman com horizonte retrocedido utilizando programação quadrática.

O trabalho finaliza com as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Um resumo gráfico da relação entre os estimadores de estado utilizados nos principais capítulos desta tese é mostrado na Figura 1.2.



**Figura 1.2:** Relação entre as contribuições e estimadores de estados aplicados nos principais capítulos desta tese.

## 1.6 Produção científica e demais atividade

O desenvolvimento deste trabalho originou a produção científica listada a seguir e as demais atividades citadas.

### 1.6.1 Capítulos deste trabalho:

**CAP3:** APIO, A., FARENZENA, M., DAMBROS, J. W. V., and TRIERWEILER, J. O.; Capítulo 3 – Comparison of Kalman-filter based approaches for permanent downhole gauge estimation in offshore oil production, publicado na *Journal of Petroleum Science and Engineering*.

**CAP4:** APIO, A., MARTINELLI, G. B., TRIERWEILER, L. F., FARENZENA, M., and TRIERWEILER, J. O.; Capítulo 4 – Fouling and operational monitoring of heat exchanger network by a state estimator technique, submetido para publicação na *Industrial & Engineering Chemistry Research*.

**CAP5:** APIO, A., FARENZENA, M., and TRIERWEILER, J. O.; Capítulo 5 – Bias estimation: a simple solution for the main drawback of the nonlinear state estimators, será submetido em revista a ser definida.

**CAP6:** APIO, A., TRIERWEILER, J. O., and FARENZENA, M.; Capítulo 6 – Hints for the practical implementation of moving window strategies for state estimators, será submetido em revista a ser definida.

#### 1.6.2 *Trabalhos completos publicados em anais de congresso*

**CONG1:** APIO, A.; DAMBROS, J. W. V.; DIEHL, F. C.; FARENZENA, M., e TRIERWEILER, J. O.; PDG Pressure Estimation in Offshore Oil Well: Extended Kalman Filter vs. Artificial Neural Networks. IFAC-PAPERSONLINE, FAC-PAPERSONLINE, v. 52, p. 508-513, n. 2019.

**CONG2:** APIO, A.; DIEHL, F. C.; SANTOS, J. E. W, FARENZENA, M., e TRIERWEILER, J.; O. Comparação entre filtros de Kalman para estimação da PDG na produção de petróleo offshore. Este trabalho foi apresentado no XXII Congresso Brasileiro de Automática, 2018, em João Pessoa.

## Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

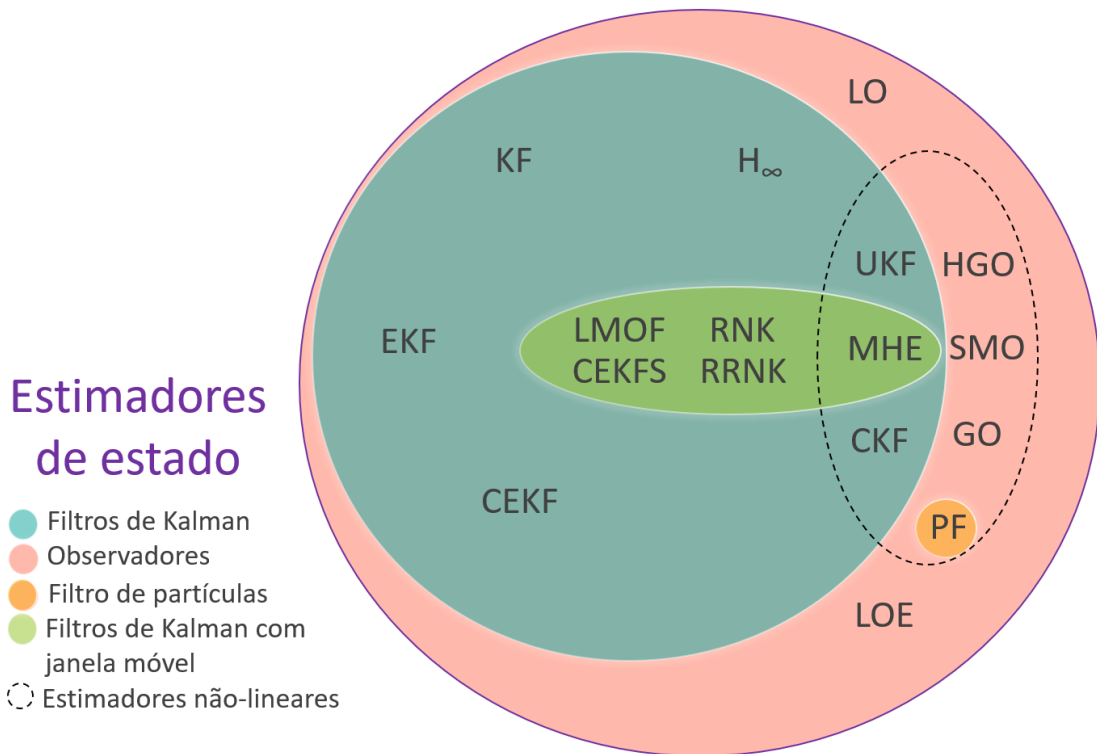
Neste capítulo é apresentada uma breve revisão bibliográfica dos principais estimadores de estado e observadores lineares, não lineares, estendidos e com janela móvel. São apresentadas suas principais características, cronologia e ligações entre si. O capítulo finaliza com a formulação do estimador de estados mais relevante neste trabalho: o filtro de Kalman.

### 2.1 Breve revisão histórica

Enquanto as plantas modernas se tornavam mais e mais complexas devido à quantidade de entradas e saídas, a teoria de controle clássica com uma única entrada e uma única saída (SISO) foi se tornando ineficaz para sistemas com várias entradas e várias saídas (MIMO). Em 1960, devido ao advento de computadores digitais, foi possível a análise de sistemas complexos no domínio do tempo usando variáveis de estado, denominada teoria de controle moderna. Essa metodologia foi desenvolvida para lidar com o aumento da complexidade das plantas modernas e os rigorosos requisitos de precisão e custo em aplicações militares, espaciais e industriais (OGATA, 2009). Por isso, nessa época, o controle moderno serviu como motivação para o desenvolvimento das metodologias de estimação de estados.

Desde o começo da revisão bibliográfica, é importante deixar claro os conceitos de observador de estados e estimador de estados. Segundo Ogata (2009), o observador de estados estima as variáveis de estado baseado na medida de suas saídas e variáveis manipuladas. O estimador de estados possui essa mesma definição, embora o conceito “observador” seja mais usado nas aplicações de controle. Friedland (2010) considera um observador assintótico como estimador de estados, e também explica que o filtro de Kalman é um importante caso especial do observador de Luenberger. Surpreendentemente, o conceito de observador para sistemas dinâmicos foi introduzido anos após ao filtro de Kalman (KALMAN, 1960) por Luenberger (LUENBERGER, 1964). De modo geral, apesar de a definição de “observador” ser um conceito mais geral, o seu uso parece estar mais relacionado à abordagem determinística de Luenberger. Enquanto o filtro de Kalman é um caso especial do observador que considera variáveis estocásticas, i.e., o ruído presente nas entradas e saídas do processo. Neste texto optou-se pela definição de estimador de estados ao invés de observador como conceito generalizado de

estimação de estados. Na Figura 2.1 é mostrado um esquema de como diferentes estimadores de estado se interligam, onde a nomenclatura é apresentada na Tabela 2.1



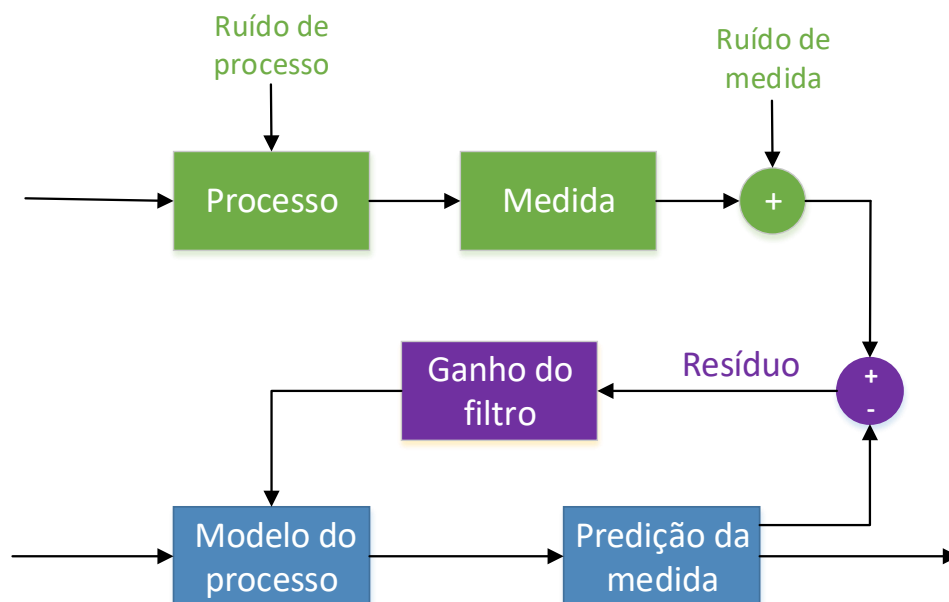
**Figura 2.1:** Esquema de interligação entre os estimadores de estado.

As contribuições para os estimadores de estado iniciaram muito antes da teoria de controle moderno com Thomas Bayes (1701-1761), o qual introduziu a regra Bayesiana para inferência estatística que fornece a fórmula básica para métodos de estimação Bayesiana. O estudo pioneiro que fornece um estado ótimo a partir de dados ruidosos foi proposto por Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Ele inventou o método de estimação mínimos quadrados em 1795 e usou para estimação de problemas não-lineares. Mais tarde, Andrei Markov (1856-1922) introduziu as teorias de processo de Markov e cadeia de Markov, baseadas em métodos de probabilidade e estatísticos. Markov provou que a distribuição de probabilidade dos estados pode ser calculada usando a distribuição atual que contém efeitos de todos os eventos passados do sistema.

Norbert Wiener (1894-1962) introduziu o filtro de Wiener em 1949 para aplicações de processamento de sinais. Esse filtro reduz o ruído presente em um sinal em comparação com a estimação de um sinal desejado sem ruído. Kolmogorov (1903-1987), juntamente a Wiener, fez a fundação das teorias de estimação que foram usadas mais tarde para desenvolver a teoria de previsão, filtragem e suavização. As pesquisas em estimadores ótimos ficariam então conhecidas como o filtro Wiener-Kolmogorov, um predecessor do filtro de Kalman (AFSHARI; GADSDEN; HABIBI, 2017).

Em 1960, com o advento do controle moderno, Rudolf Kalman, baseado nos trabalhos de seus antecessores, introduziu uma nova abordagem para filtragem não-linear e previsão de problemas. O filtro de Kalman (KF) foi aplicado pela NASA no sistema de navegação da missão Apollo (BOGDANSKI; BEST, 2017) e rapidamente se tornou popular como o método

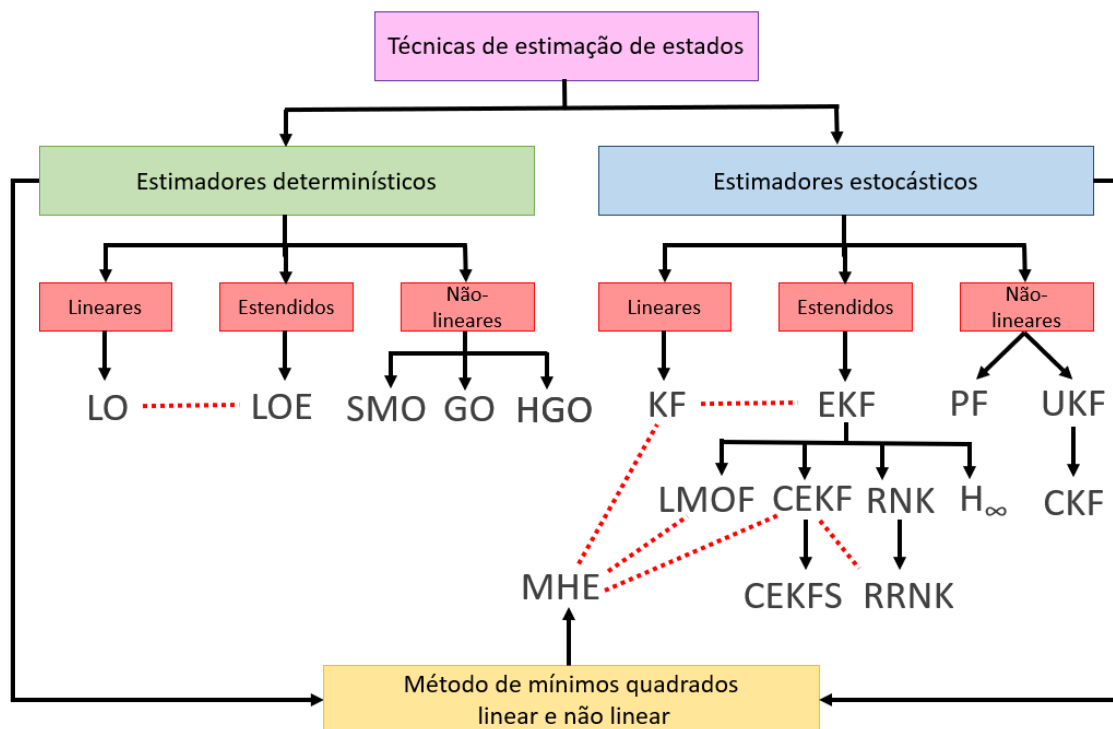
mais prático para estimação de estados. Rudolf Kalman baseou a construção desse estimador de estados na teoria de probabilidade e considera distúrbios estocásticos, onde as variáveis são aleatórias (e.g., ruído de medida e processo são considerados). Esse filtro usa um modelo dinâmico linear e medidas sequenciais do sistema para fornecer estados estimados ótimos na presença de ruído Gaussiano. Embora o filtro de Kalman seja uma representação alternativa do filtro de Wiener, a contribuição de Kalman foi vincular o problema de estimação de estados aos modelos de espaço de estado, além do conceito de observabilidade (LEVINE, 2009). O KF combina as novas informações introduzidas pelas medições com informações antigas incorporadas no estado anterior com a matriz de ganho de Kalman, o qual equilibra a incerteza nas medições com a incerteza no modelo dinâmico (ALFRIEND *et al.*, 2010). Portanto, a propagação do erro na matriz de covariância  $P$ , a qual estima as incertezas da previsão dos estados, é o que fornece acuracidade ao filtro de Kalman (SIMON, 2006). O diagrama de blocos de cálculo para o filtro de Kalman pode ser visualizado na Figura 2.2.



**Figura 2.2:** Diagrama de blocos de cálculo para o filtro de Kalman.

Paralelamente em 1964, LUENBERGER (1964) introduziu conceitos básicos de observadores de estado (“*Luenberger Observer*” - LO). Essa metodologia reconstrói o vetor de estados a partir de observações das entradas e saídas do sistema, no qual o sistema linear diminui sua complexidade à medida que o número de saídas disponíveis aumenta. O observador considera o modelo determinístico, no qual as variáveis são bem conhecidas, i.e., nenhuma delas é aleatória (GAO *et al.*, 2013). Nesse caso não se tem a presença de ruídos de modelo e processo, que são considerados pelo filtro de Kalman. Para os observadores, a matriz de ganho é computada *offline* para garantir estabilidade assintótica da estimação do erro (QI; TAHA; WANG, 2018). O observador Luenberger genérico apareceu quatro anos após o filtro de Kalman, sendo um caso especial do LO – um observador otimizado para a presença de ruídos nas saídas e entradas do processo (FRIEDLAND, 2010). Hoje, muitos observadores são simplesmente modificações e versões estendidas do observador clássico proposto por Luenberger e o filtro de Kalman (MOHD ALI *et al.*, 2015).

O observador de Luenberger estendido (“*Extended Luenberger Observer*” - ELO) foi proposto em 1987 (ZEITZ, 1987), sendo uma versão não-linear do LO. Os observadores de modo deslizante (“*Sliding Mode Observer*” - SMO) (WALCOTT; CORLESS; ŽAK, 1987) também surgiram em 1987 para sistemas altamente não-lineares e incertos, com a capacidade de gerar um movimento deslizante sobre o erro entre a saída medida da planta e a saída do observador. Essa metodologia produz um conjunto de estimativas de estado que são precisamente proporcionais à saída real da planta. O observador geométrico (“*Geometric Observer*” - GO) (BESTLE; ZEITZ, 1983) foi proposto em 1983, o qual pode ser projetado por uma atribuição de autovalor com base na equação diferencial linearizada do erro do observador. A atribuição de autovalor refere-se às coordenadas da forma canônica de observador do sistema não-linear. Essa metodologia pode ser aplicada a sistemas altamente não-lineares e com incertezas. Os observadores de alto ganho (“*High Order Observer*” - HGO) surgiram em 1991 (BORNARD; HAMMOURI, 1991) para sistemas não-lineares, onde as linearizações podem ser tratadas através de uma abordagem de alto ganho. Um esquema das técnicas de estimação de estados determinísticas e estocásticas é exibido na Figura 2.3.



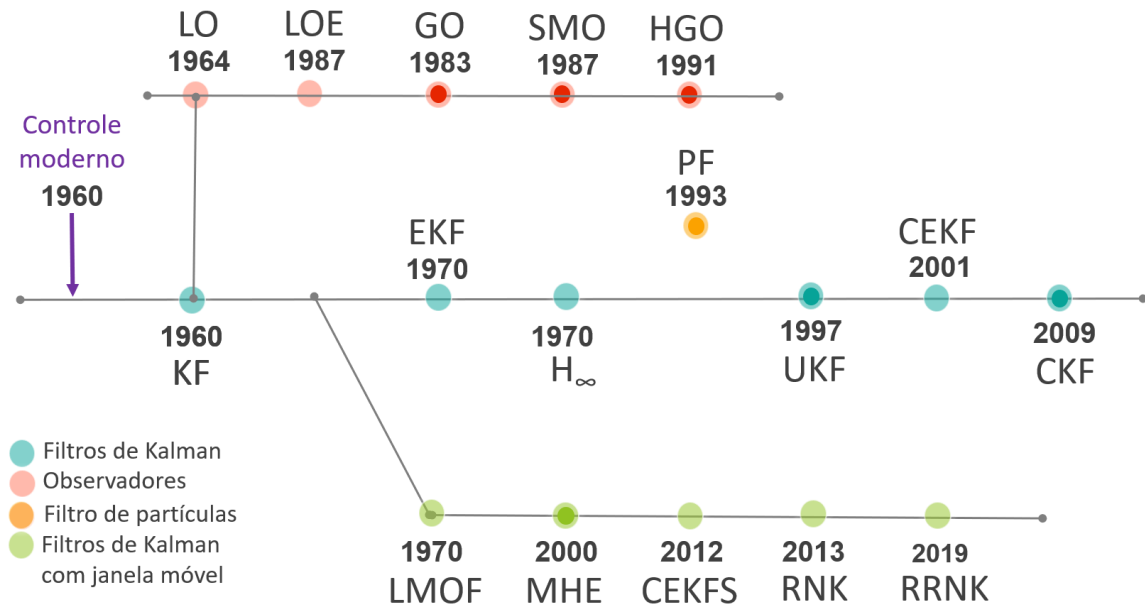
**Figura 2.3:** Esquema das técnicas de estimadores de estado determinísticas e estocásticas, onde as linha tracejada vermelha representa a conexão entre os estimadores.

Como a versão do KF é originalmente linear, a versão para modelos não-lineares lineariza todas as transformações não-lineares em transformações lineares através do cálculo da Jacobiana (JAZWINSKI, A. H., 1970). Esse filtro, denominado filtro de Kalman estendido (“*Extended Kalman Filter*” - EKF), é o algoritmo mais amplamente utilizado para estimação de estados em sistemas não-lineares. No entanto, o EKF pode ser difícil de ajustar e frequentemente fornece estados não confiáveis se as não-linearidades do sistema são severas. Isso acontece porque o EKF depende da linearização para propagar a média e a covariância do estado. Nesse quesito, o filtro de Kalman sem rastro (“*Unscented Kalman Filter*” - UKF), proposto em 1997, não requer linearizações para nenhuma de suas funções

não lineares: a distribuição dos estados é especificada usando pontos de amostra cuidadosamente selecionados. Esses pontos buscam capturar a verdadeira média e a covariância da variáveis, e, quando propagados através do verdadeiro sistema não-linear, eles também capturam a média posterior e a covariância com precisão de segunda ordem (expansão em série de Taylor) para qualquer não-linearidade (WAN; VAN DER MERWE, 2002).

Em 2009, Arasaratnam e Haykin (2009) propuseram o filtro de Kalman de cubatura ("*Cubature Kalman Filter*" - CKF), que possui melhorias em relação ao UKF. O CKF possui uma regra de cubatura esférica-radial de terceira ordem que fornece o conjunto de pontos de cubatura que são escalados linearmente com a dimensão do vetor do estado. Esses pontos têm pesos iguais para calcular a média e covariância das variáveis de estado que, depois de uma transformação não-linear, melhoram a qualidade da aproximação ótima não-linear, acuracidade do filtro e estabilidade numérica. Embora o UKF e o CKF possam fornecer melhorias significativas na acuracidade em relação ao EKF, eles ainda são estimadores não-lineares aproximados. O EKF estima a média de um sistema não-linear com acuracidade de primeira ordem, enquanto o UKF e o CKF fornecem uma estimativa com acuracidade de ordem maior. Isso apenas adia a divergência inevitável que acontecerá quando o sistema ou medidas não-lineares se tornarem muito não-lineares (SIMON, 2006).

Nesse quesito, o filtro de partículas ("*Particle Filter*" - PF) é um estimador de estados "completamente" não-linear com distribuição de ruídos não-gaussiana. O PF usa um conjunto randômico de partículas ponderadas que aproximam as características não-lineares ou distribuições do estado anterior com um uma função densidade de probabilidade (PDF) (AFSHARI; GADSDEN; HABIBI, 2017). Basicamente, ele é uma metodologia estatística que usa força bruta para estimação que frequentemente apresenta bom desempenho para problemas que são difíceis de serem resolvidos pelo filtro de Kalman convencional. O preço a ser pago por isso é o seu elevado esforço computacional. O PF teve seu início em 1949 com o trabalho de METROPOLIS; ULAM (1949), mas desde 1980 que a capacidade computacional foi suficiente para sua implementação (SIMON, 2006). A linha do tempo dos estimadores de estado é mostrada na Figura 2.4.



**Figura 2.4:** Cronologia dos estimadores de estado, onde os pontos com as cores mais escuras representam estimadores não-lineares, e as cores mais claras os estimadores lineares/estendidos.

Em 1970, surgiu o filtro  $H_{\infty}$ , cuja proposta é ignorar a necessidade de um modelo perfeito ou conhecimento completo das estatísticas de entrada. Diferente do filtro de Kalman que tem como objetivo fornecer a estimativa quadrática média mínima, o filtro ótimo  $H_{\infty}$  tenta minimizar o efeito dos piores distúrbios possíveis na estimação dos erros e, portanto, é mais robusto em relação às incertezas do modelo (LI; JIA, 2010). De modo geral, comparando o filtro de Kalman com o filtro  $H_{\infty}$ , esse último é simplesmente uma versão robusta do filtro de Kalman. As desvantagens do filtro  $H_{\infty}$  em relação ao filtro de Kalman são que sua performance é mais sensível aos parâmetros de projeto, e que a teoria desse filtro é mais abstrata e complicada. O filtro  $H_{\infty}$  é mais adequado para quando suas principais considerações são o pior desempenho da estimativa, sistemas em que o modelo muda de forma imprevisível e sistemas nos quais o modelo não é bem conhecido (SIMON, 2006). Além disso, o filtro  $H_{\infty}$  apresenta as mesmas dificuldades em sua linearização do que o EKF, tais como a suavização, erros de linearização e dificuldades no cálculo da matriz Jacobiana.

Devido à fraca performance e as divergências do filtro de Kalman estendido relacionadas a erros de modelagem, Jazwinski (1970) propôs o filtro otimizado de memória limitada. A ideia desse filtro com horizonte móvel é estimar o vetor de estados baseado em um número finito de amostras de medidas do passado, de modo que as medidas mais antigas sejam descartadas enquanto novas medidas ficam disponíveis. Limitando a memória do filtro, o estimado é computado baseado nos dados do passado recente, o qual pode representar uma aproximação satisfatória da realidade.

Nos anos 1990 (RAO; RAWLINGS; LEE, 2001), o avanço computacional possibilitou a popularização do estimador de horizonte móvel (*“Moving Horizon Estimation”* - MHE), que é uma metodologia baseada em otimização que advém do filtro otimizado de memória limitada com a adição de restrições. Para casos lineares sem restrições com ruído gaussiano, o MHE se reduz exatamente ao filtro de Kalman. No entanto, em casos não-lineares para um valor razoavelmente grande de tamanho de horizonte, o MHE não se



igual a o EKF. Muitos exemplos de simulação mostram que o ajuste do MHE usando um modelo completamente não-linear nas equações de estado fornece um nível de robustez que não é alcançado com o EKF (HASELTINE; RAWLINGS, 2005; RAWLINGS; BAKSHI, 2006). Em 2001, Gesthuisen *et al.* (2001) propuseram o filtro de Kalman estendido com restrições, que advém do MHE com comprimento de horizonte igual a zero. Em 2012 surgiu o filtro de Kalman estendido com restrições e suavizado (CEKFS) (SALAU; TRIERWEILER; SECCHI, 2012), o qual utiliza o suavizador Rauch-Tugh-Striebel (RTS) (HAYKIN, 2001; RAUCH; STRIEBEL; TUNG, 1965) para suavizar os estados e a sua matriz de covariância no comprimento da janela. Os novos valores suavizados dessas variáveis são utilizados como valores iniciais para a nova simulação do CEKF.

Rengaswamy *et al.* (2013, 2011) apresentaram em 2013 uma nova abordagem de horizonte móvel denominado filtro de Kalman não-linear de horizonte deslizante (*“Receding Horizon Non-Linear Kalman Filter”* - RNK) que, ao invés do MHE, segue a estrutura de predição e correção do filtro de Kalman. Essa metodologia apresenta vantagens computacionais uma vez que evita integrações repetidas no loop de otimização que são necessários no MHE. Uma versão robusta dessa metodologia foi apresentada por Rangegowda *et al.* (2019) com o objetivo de minimizar os efeitos grosseiros na estimação dos estados. O filtro de Kalman não linear de horizonte deslizante robusto (*“Robust Receding Horizon Non-Linear Kalman Filter”* - RRNK) foi desenvolvido integrando a função de Huber com o RNK a fim de incorporar robustez ao filtro. Essa metodologia proposta foi capaz de gerar desempenhos de estimação comparáveis ao estimador de horizonte móvel (MHE) robusto, a um custo computacional inferior.

**Tabela 2.1:** Nomenclatura dos estimadores de estado.

Sigla	Nome em inglês	Nome em português	Linear/ Estendido/ Não-linear	Horizonte
KF	<i>Kalman filter</i>	Filtro de Kalman	Linear	Não
EKF	<i>Extended Kalman filter</i>	Filtro de Kalman estendido	Estendido	Não
CEKF	<i>Constrained extended Kalman filter</i>	Filtro de Kalman estendido com restrições	Estendido	Não
CEKFS	<i>Constrained extended Kalman filter and smoother</i>	Filtro de Kalman estendido com restrições e suavizado	Estendido	Sim
UKF	<i>Unscented Kalman filter</i>	Filtro de Kalman sem rastro	Não-linear	Não
CKF	<i>Cubature Kalman filter</i>	Filtro de Kalman de cubatura	Não-linear	Não
LMOF	<i>Limited memory optimal filter</i>	Filtro otimizado de memória limitada	Estendido	Sim
MHE	<i>Moving horizon estimation</i>	Estimador de horizonte móvel	Não-linear	Sim
RNK	<i>Receding horizon non-linear Kalman filter</i>	Filtro de Kalman não-linear de horizonte retrocedido	Estendido	Sim
RRNK	<i>Robust receding horizon non-linear Kalman filter</i>	Filtro de Kalman não linear de horizonte retrocedido robusto	Estendido	Sim
$H_{\infty}$	<i><math>H_{\infty}</math> filter</i>	Filtro $H_{\infty}$	Estendido	Não
PF	<i>Particle filter</i>	Filtro de partículas	Não-linear	Não
LO	<i>Luenberger observer</i>	Observador de Luenberger	Linear	Não

Sigla	Nome em inglês	Nome em português	Linear/ Estendido/ Não-linear	Horizonte
ELO	<i>Extended Luenberger observer</i>	Observador de Luenberger estendido	Estendido	Não
SMO	<i>Sliding mode observer</i>	Observador de modo deslizante	Não-linear	Não
GO	<i>Geometric observer</i>	Observador geométrico	Não-linear	Não
HGO	<i>High gain observer</i>	Observador de alto ganho	Não-linear	Não

Apesar desta revisão ter mostrado uma visão geral dos estimadores de estado, o foco deste trabalho são os filtros de Kalman. Dessa forma, a partir de agora, neste texto, o conceito de estimadores de estado considerará apenas os filtros de Kalman.

## 2.2 Equacionamento do filtro de Kalman

### 2.2.1 Equacionamento do filtro de Kalman resumido

Dado o sistema de equações não-lineares de um modelo dinâmico, os estados estimados e as saídas estimados *a priori* são:

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(x, u, t) + \omega \quad (2.1)$$

$$y_k = h(x_k, t_k) + v_k \quad (2.2)$$

O sistema é, então, linearizado:

$$F(t) = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x,u,t} \quad (2.3)$$

$$\phi_{k-1} = e^{F(t_k - t_{k-1})} \quad (2.4)$$

$$H = \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{x,u,t} \quad (2.5)$$

A covariância dos estados estimados *a priori* é dada por:

$$P_{k|k-1} = \phi_{k-1} P_{k-1|k-1} \phi_{k-1}^T + Q_k \quad (2.6)$$

O ganho de Kalman é calculado

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (2.7)$$

onde a covariância de inovação é dada por

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \quad (2.8)$$

no qual os estados *a posteriori* são atualizados

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k [y_k - h(\hat{x}_{k|k-1}, t_k)] \quad (2.9)$$

e a covariância *a posteriori* dos novos estados é:

$$P_{k|k} = [I_n - K_k H_k] P_{k|k-1} \quad (2.10)$$

onde  $k$  representa o passo considerado em tempo discreto,  $x$  é o vetor de estados,  $f$  é a função do modelo,  $\omega$  é o vetor de ruído de processo,  $y$  é o vetor das saídas,  $h$  é a função que relaciona os estados às saídas,  $v$  é o vetor de ruído de medida,  $F$  é a Jacobina de  $f$  em relação aos estados,  $\varphi$  é a matriz de transição de um estado para outro,  $H$  é a Jacobiana de  $h$  em relação às saídas,  $P$  é a matriz de covariância dos estados,  $Q$  é a matriz de covariância do ruído de processo,  $R$  é a covariância do ruído de medida, e  $K$  é o ganho de Kalman.

### 2.2.2 Dedução da matriz de covariância a posteriori

Considerando que a covariância  $P_{k|k}$  é dada por:

$$P_{k|k} = \text{cov}(x_k - \hat{x}_{k|k}) \quad (2.11)$$

substituindo a variável  $\hat{x}_{k|k}$  pela equação 2.9:

$$P_{k|k} = \text{cov}\left(x_k - \left(\hat{x}_{k|k-1} + K_k \left(y_k - h(\hat{x}_{k|k-1}, t_k)\right)\right)\right) \quad (2.12)$$

e as variáveis  $y_k$  e  $h(\hat{x}_{k|k-1}, t_k)$

$$P_{k|k} = \text{cov}\left(x_k - \left(\hat{x}_{k|k-1} + K_k (H_k x_k + v_k - H_k)\right)\right) \quad (2.13)$$

isolando  $x_k$  e  $\hat{x}_{k|k-1}$

$$P_{k|k} = \text{cov}\left((I - K_k H_k)(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) - K_k v_k\right) \quad (2.14)$$

como o erro da medida  $v_k$  é independente dos outros termos:

$$P_{k|k} = \text{cov}\left((I - K_k H_k)(x_k - \hat{x}_{k|k-1})\right) + \text{cov}(K_k v_k) \quad (2.15)$$

Considerando a propriedade básica das matrizes de covariância:

$$\text{var}(AX + a) = A \cdot \text{var}(X) \cdot A^T \quad (2.16)$$

obtém-se:

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) \text{cov}(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) (I - K_k H_k)^T + K_k \text{cov}(v_k) K_k^T \quad (2.17)$$

o qual, usando as definições de  $P_{k|k-1}$  e  $R_k$ , se torna:

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (2.18)$$

Essa fórmula é válida para qualquer valor de  $K_k$ , que pode ser simplificado conforme mostrado na próxima seção.

### 2.2.3 Dedução do ganho de Kalman

Considerando que o filtro de Kalman é um estimador de erro quadrático médio mínimo, o erro na estimação do estado *a posteriori* é:

$$x_k - \hat{x}_{k|k} \quad (2.19)$$

O objetivo é minimizar o valor esperado do quadrado da magnitude desse vetor  $E \left[ \|x_k - \hat{x}_{k|k}\|^2 \right]$ . Isso é equivalente a minimizar o traço de uma estimativa *a posteriori* da matriz de covariância  $P_{k|k}$ , que é equivalente à soma dos elementos de sua diagonal principal dessa matriz quadrada. Expandindo os termos da equação 2.18 e isolando-os, obtêm-se:

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H_k P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H_k^T K_k^T + K_k (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k) K_k^T \quad (2.20)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H_k P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H_k^T K_k^T + K_k S_k K_k^T \quad (2.21)$$

O traço é minimizado quando a derivada da matriz em relação ao ganho é zero. Considerando as regras de matrizes de gradiente e a simetria das matrizes envolvidas, tem-se:

$$\frac{\partial \text{tr}(P_{k|k})}{\partial K_k} = -2(H_k P_{k|k-1})^T + 2K_k S_k \quad (2.22)$$

resolvendo para o ganho de Kalman  $K_k$ :

$$K_k S_k = (H_k P_{k|k-1})^T = P_{k|k-1} H_k^T \quad (2.23)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (2.24)$$

O ganho de Kalman é aquele que leva a estimativas de erro quadrático médio mínimo, sendo a fórmula 2.24 denominada ganho de Kalman ótimo.

#### 2.2.4 Simplificação da fórmula da covariância do erro a posteriori

A fórmula utilizada para calcular a covariância do erro *a posteriori* pode ser simplificada quando o ganho de Kalman se iguala ao valor ótimo derivado acima. Multiplicando ambos os lados da fórmula do ganho de Kalman (equação 2.24) por  $S_k K_k^T$

$$K_k S_k K_k^T = P_{k|k-1} H_k^T K_k^T \quad (2.25)$$

substituindo a equação 2.25 na covariância do erro a posteriori (equação 2.21):

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H_k P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H_k^T K_k^T + P_{k|k-1} H_k^T K_k^T \quad (2.26)$$

cancelando os últimos dois termos e rearranjando a equação:

$$P_{k|k} = [I_n - K_k H_k] P_{k|k-1} \quad (2.27)$$

### 2.3 Demais equacionamentos dos estimadores de estado

Os equacionamentos dos respectivos estimadores de estado estão detalhados nas seguintes seções, conforme Tabela 2.2.

**Tabela 2.2:** Relação entre os estimadores de estado e seções onde são detalhados.

Estimador de estado	Seção
DEKF	3.3.1.1
CEKF	3.3.1.2 e 6.3.2
CEKF implementação curta	6.3.3
CEKFS	3.3.1.3
UKF	3.3.1.4
CKF	3.3.1.5
MHE	6.3.1
RNK	6.3.4
RRNK	6.3.5



# Capítulo 3 – Comparison of Kalman-filter based approaches for permanent downhole gauge estimation in offshore oil production

O presente capítulo é a reprodução do manuscrito que foi publicado na *Journal of Petroleum Science and Engineering*

**ABSTRACT:** The permanent downhole gauge (PDG) pressure is the most critical variable to describe the dynamics of an offshore oil well. Unfortunately, this measurement is often unavailable due to premature sensor failure and the considerable price for its replacement. An alternative to dealing with the lack of PDG pressure measurement is its estimation. For this, Kalman filters are standard tools, with which two distinct state estimators (extended and unscented Kalman filters) were proposed in the literature. These approaches have disadvantages related to the requirement for system linearization and the high computational cost, bringing the necessity for new techniques. In this work, five different Kalman filter-based approaches are tested and compared for the PDG pressure estimation. Through simulated and industrial data, the advantages and disadvantages of each filter are pointed. The results broadly show that the cubature Kalman filter returns the best estimation in the industrial case study, in which the model was correctly adjusted. Meanwhile, the extended filters have the best performance in the simulated scenarios, considering that the model was not correctly adjusted. Also, the estimation using a single measurement that is highly correlated to the PDG pressure is enough for its estimation.

## 3.1 Introduction

Oil and natural gas are needful resources that, once combined, provide over half of the world energy supply. Since 2012, global offshore production has contributed to the dry gas industry with about 110 billion cubic feet per day (Bcf/d), which accounts for about one-third of the total global production (FENG, 2017). With a similar ratio, offshore oil production reaches nearly 30% of the overall production (27 million barrels of oil in 2015) (MANNING, 2016).

In offshore oil production, when the reservoir pressure is insufficient to sustain the oil flow up to the surface at demanded rates, the natural flow must be aided by an artificial lift through gas injection. However, oil production with gas lift can generate limit cycles depending on the process operational conditions. This phenomenon is called slugging and introduces oscillatory behavior into the process (DI MEGLIO, F; KAASA; PETIT, 2009; HU, 2004; JAHANSHAHI; SKOGESTAD; HANSEN, 2012; JANSEN *et al.*, 1999; SINEGRE; PETIT; MENEGATTI, 2006; TORRE *et al.*, 1987). Slugging is defined by Di Meglio *et al.* (2012) as an intermittent flow regime characterized by inhomogeneous distribution of the gas and liquid phases.

The permanent downhole gauge (PDG) is a device, which contains pressure and temperature sensors, usually placed subsea and close to the perforation in deepwater wells (HÜFFNER; TRIERWEILER; FARENZENA, 2019; YUAN, 2018). The pressure from the PDG ( $p_{pdg}$ ) is the most critical variable to describe the dynamics of an offshore oil well (ANTONELO; CAMPONOGARA; FOSS, 2017; NYGAARD; NAEDAL; MYLVAGANAM, 2006) and to monitor the oil and gas production (ALGEROY *et al.*, 2010). The  $p_{pdg}$  is also important due to its frequent use as a controlled variable in oil productions operating in both anti-slugging (CAMPOS *et al.*, 2015) and slugging regions (GEREVINI; FARENZENA; TRIERWEILER, 2018). Since this permanent monitoring system is complex and installed in hazardous and remote areas, the cost to retrieve or repair it, as well as reinstalling its failed parts, is overly high (ALGEROY *et al.*, 2010).

As a replacement is unfeasible, techniques for  $p_{pdg}$  estimation have been arising. Some of these works rely on NARMAX (nonlinear autoregressive moving average models with exogenous inputs) and neural network models (AGUIRRE *et al.*, 2017; ANTONELO; CAMPONOGARA; FOSS, 2017; BARBOSA *et al.*, 2015; SPESIVTSEV *et al.*, 2018; TEIXEIRA *et al.*, 2014), or on the use of Kalman filters (i.e., extended Kalman filter (GRYZLOV; SCHIFERLI; MUDDE, 2013) and unscented Kalman filter (AGUIRRE *et al.*, 2017; REZENDE; TEIXEIRA; MENDES, 2015)).

Black box approaches, such as NARMAX and neural networks, require  $p_{pdg}$  data for the fit/training of a model that are later used for the estimation of unknown  $p_{pdg}$  values given that new input values are available. These approaches have a substantial disadvantage for the application in  $p_{pdg}$  estimations. Oil wells have very distinct operation conditions with two different behaviors: oscillatory and non-oscillatory. In order to generate a representative black-box model, data from different operational conditions are required. However, this is unfeasible to be obtained, mainly because dealing with the oscillatory regime is avoided.

Kalman filters are gray box approaches that combine a phenomenological model of the process and a set of known measurements to estimate unknown variables, ensuring estimation within a wide range of operating conditions. This guarantees the estimation within a large range of process operating conditions. Apio *et al.* (2019) compared the PDG pressure estimation using neural networks with extended Kalman filters, in which the results confirmed that neural network models could only estimate the  $p_{pdg}$  for the region where it was trained, so that outside this region the neural network produces poor results. On the other hand, the extended Kalman filter returned satisfactory estimations in all cases.



In the literature, the use of two Kalman filter approaches for the  $p_{pdg}$  estimation has been considered: extended Kalman filter (EKF) and unscented Kalman filter (UKF). Both filters have disadvantages, i.e., the EKF estimator linearizes the nonlinear dynamic system, and the UKF suffers from higher computational cost.

Here, we systematically compare the use of the following five Kalman filter-based approaches for the  $p_{pdg}$  estimation:

- discrete extended Kalman filter (DEKF) (JAZWINSKI, A. H., 1970),
- constrained extended Kalman filter (CEKF) (GESTHUISEN; KLATT; ENGELL, 2001),
- constrained extended Kalman filter and smoothing (CEKF&S) (SALAU; TRIERWEILER; SECCHI, 2012),
- unscented Kalman filter (UKF) (JULIER, S. J.; UHLMANN, 2004), and
- cubature Kalman filter (CKF) (ARASARATNAM; HAYKIN, 2009).

The analysis and comparisons are handled by using three datasets. The first and second data sets contain simulated data generated in OLGA (Oil and GAs dynamic multiphase flow simulator), and the third contains measurements from a real offshore oil well. The performance of the filters is measured through the mean squared error (MSE), and the error distribution is visualized in both box and violin plots.

Following the introduction, this work continues in Section 3.2 with the comparison of Kalman filter-based approaches in different applications. Section 3.3 details the methodology, i.e. the Kalman filter-based approaches are explained and formulated, and the evaluation criteria are specified. In Section 3.4, the case studies and the applied model are presented. Section 3.5 shows the results for both OLGA and real datasets. The conclusions of the work are presented in Section 3.6.

## 3.2 Comparison of Kalman filter-based approaches in different applications

Kalman filters for state estimation have many distinct applications. This section presents recent researches in the area.

D'Alfonso *et al.* (2015) applied the EKF and the UKF to estimate the position and orientation of a mobile robot using real data. In this case, both filters performed reasonably well in reconstructing the position of the robot. Even though the approximation properties of the UKF are far superior to those of the EKF, the nonlinearities in the model were probably not bad enough to highlight the substantial difference.

Yang *et al.* (2017) compared the UKF with the EKF in applications of vehicle navigation, demonstrating that the UKF had the benefit of avoiding the Jacobian matrix calculation. In contrast, the EKF was more computationally efficient and more stable. Uilhoorn (2017) also compared the EKF with the UKF to estimate the gas flow dynamics in the pipeline. In this case, the difference in accuracy between the EKF and the UKF was not significant. The EKF performed even better in terms of accuracy. Considering the computation time of the UKF, the use of the EKF seemed the most suitable choice.

Astroza *et al.* (2019) performed a comparison of Kalman-based filters to estimate unknown model parameters of the nonlinear finite element model of a three-dimensional reinforced concrete frame building. They also ensured that the UKF outperformed the EKF slightly, preventing significant and abrupt changes in the estimation of the model parameters.

In a very recent work, Garcia *et al.* (2019) compared state estimators (EKF, UKF, and CKF) for sequential spacecraft attitude estimation with real data. The authors concluded that the filters are very competitive when compared to one another: the processing time of the EKF was faster than the others, but at the cost of possible divergence problems in the estimation process due to the linearization in the equations that describe the dynamic system.

In offshore oil wells, the PDG estimation is crucial, mainly in terms of control, since several anti-slugging control strategies are based on PDG control (CAMPOS *et al.*, 2015; DIEHL, Fabio C *et al.*, 2018; GEREVINI; FARENZENA; TRIERWEILER, 2018). In oil well systems, this is the first time that the CKF is applied as a soft sensor to estimate the PDG pressure. In this area, Teixeira *et al.* (2014) proposed a data-driven soft sensor to estimate online the PDG based on available measurements using two steps. Firstly, a discrete-time black-box and gray-box NARX (nonlinear autoregressive with exogenous with inputs) models were independently identified offline using historical data. In the sequence, recursive predictions of these models were combined with current measured data using a bank of unscented Kalman filters. The authors ensured that this UKF filter bank added robustness regarding outliers in measured data and time-varying dynamics. Although not discussed in the mentioned paper, the computational time of using the UKF as a state estimator is considerably high.

### 3.3 Methodology

This section presents a brief review of the five Kalman filter-based approaches and the performance measurement criteria applied to this work. The methodologies presented below, such as the Kalman filter and the model (Section 3.1), were entirely coded in Python 2.7 with the aid of JModelica (ÅKESSON *et al.*, 2010). The tests were run in a PC with an Intel® Core™ i7-3632QM CPU @ 2.20GHz 2.20 GHz processor and with 8 GB RAM.

#### 3.3.1 Kalman filter approaches

The Kalman filter (KF) (KALMAN, 1960) is an approach for minimum mean-square error filtering that uses state-space methods. It was developed by the dynamic analysis branch of the National Aeronautics and Space Administration (NASA) for the real-time navigation system of the Apollo spacecraft mission (BOGDANSKI; BEST, 2017). The methodology requires a dynamic model of the system, input measurements, and other available measurements either to predict unknown variables or to filter known ones. This data may present noise and other discrepancies (e.g., from the sensors) that are corrected by the filter.

The Kalman filter equations provide a recursive estimate of the states and their covariance error. The quality of this estimation depends on the system parameters and the noise statistics given as inputs to the estimator. In this context, the Kalman filter blends new information introduced by the measurements with old information embodied in the

prior state with the Kalman gain matrix, which balances uncertainty in the measurements with the uncertainty in the dynamic model (ALFRIEND *et al.*, 2010). Thus, the error propagation in the covariance matrix  $P$ , which estimates the uncertainties from the state prediction, is what brings accuracy to the Kalman filter (SIMON, 2006).

In this section, five different Kalman filter-based approaches are described: discrete extended Kalman filter, constrained extended Kalman filter, constrained extended Kalman filter and smoother, unscented Kalman filter, and cubature Kalman filter.

### 3.3.1.1. Discrete Extended Kalman Filter

The most common application of the KF to nonlinear systems is the extended Kalman filter (EKF) (JAZWINSKI, A. H., 1970). The EKF simply linearizes all nonlinear transformations and substitutes the Jacobian matrices for linear transformations in the KF equations by expanding it into a Taylor series. According to Julier and Uhlmann (2004), although the EKF maintains the elegant and computationally efficient recursive update form of the KF, it suffers a number of serious limitations, such as: a) linearized transformations are only reliable if the error propagation can be properly approximated by a linear function. If this condition does not hold, the linearized approximation can be extremely poor; b) for the linearization, the Jacobian matrix is necessary, which is not always available. Some systems contain discontinuities, in which the parameters change abruptly, and other singularities that may hinder the evaluation of the system derivatives; c) calculating the Jacobian matrices can be very difficult due to its dense algebra. Thus, since approximations must be made in the linearization, the EKF is a suboptimal filter in the sense that its stability and performance are not guaranteed (ALFRIEND *et al.*, 2010).

In this work, the EKF in discrete-time is used, i.e., it considers measurements in discrete time about the current estimate, which is detailed in Simon (2006). The system of nonlinear equations is given as follows:

$$\dot{x} = f(x, u, t) + \omega(t) \quad (3.1)$$

$$y_k = h(x_k, t_k) + v_k \quad (3.2)$$

The system is then linearized:

$$F(t) = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x,u,t} \quad (3.3)$$

$$\phi_{k-1} = e^{F(t_k - t_{k-1})} \quad (3.4)$$

$$H = \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{x,u,t} \quad (3.5)$$

The states covariance is:

$$P_{k|k-1} = \phi_{k-1} P_{k-1|k-1} \phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (3.6)$$

Given the correction step

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T [H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \quad (3.7)$$

the states are updated as:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k [y_k - h(\hat{x}_{k|k-1}, t_k)] \quad (3.8)$$

and the covariance of the new states is:

$$P_{k|k} = [I_n - K_k H_k] P_{k|k-1} \quad (3.9)$$

where  $k$  represents the step considered in discrete time,  $x$  is the vector of states,  $f$  is a model function,  $\omega$  is the process noise vector,  $y$  is the output vector,  $h$  is a function that relates the states to the outputs,  $v$  is the measurement noise vector,  $F$  is the Jacobian of  $f$  in relation to the states,  $\varphi$  is the transition matrix from one state to another,  $H$  is the Jacobian of  $h$  in relation to the outputs,  $P$  is the covariance matrix of the states,  $Q$  is the process noise covariance matrix,  $R$  is the measurement noise covariance, and  $K$  is the Kalman gain.

### 3.3.1.2. Constrained Extended Kalman Filter

The constrained extended Kalman filter (GESTHUISEN; KLATT; ENGELL, 2001) comes from the moving horizon estimation (MHE), which is an optimization approach to estimate measured and unmeasured states of dynamical systems considering a moving window when the horizon length is equal to zero. This simplifies the complexity of solving the MHE dynamic nonlinear optimization problem (FRANKE *et al.*, 2001), resulting exactly in the formulation of the CEKF, as follows:

$$\min_{\omega_{k-1|k}, v_{k|k}} J = \omega_{k-1|k}^T (P_{k-1|k-1})^{-1} \omega_{k-1|k} + v_{k|k}^T (R_k)^{-1} v_{k|k} \quad (3.10)$$

with the following constraints:

$$H_k \omega_{k-1|k} + v_{k|k} = y_k - h(\hat{x}_{k|k}) \quad (3.11)$$

$$x_{min} - \hat{x}_{k|k} \leq \omega_{k-1|k} \leq x_{max} - \hat{x}_{k|k} \quad (3.12)$$

$$y_{min} - h(\hat{x}_{k|k}) \leq H_k \omega_{k|k-1} + v_{k|k} \leq y_{max} - h(\hat{x}_{k|k}) \quad (3.13)$$

in which the prediction matrix is given via the Riccati matrix in discrete time:

$$P_{k|k} = \phi_{k-1} P_{k-1|k-1} \phi_{k-1}^T - (\phi_{k-1} P_{k-1|k-1} H_k^T) (H_k P_{k-1|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} (H_k P_{k-1|k-1} \phi_{k-1}^T) + Q_{k-1} \quad (3.14)$$

and the final correction by

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + \omega_{k-1|k} \quad (3.15)$$

$$y_k = \hat{y}_{k|k} + v_{k|k} \quad (3.16)$$

### 3.3.1.3. Constrained Extended Kalman Filter and Smoother

The constrained extended Kalman filter and smoother (SALAU; TRIERWEILER; SECCHI, 2012) includes the EKF smoother counterpart in the CEKF. Its main difference is that the recursion in the filter moves forward and the smoother backward (HAYKIN, 2001). This smoothing is significant once the CEKF and DEKF fail to converge swiftly to the actual states when the system is subject to poor guesses at the initial state (RAUCH; STRIEBEL; TUNG,

1965). In this context, smoothing means providing an estimate of the system state at some time step, given that all the measurements, including the ones encountered after that particular time step, are available. In short, the smoother gives a smoothed estimate of the system history for all the measurements obtained so far.

Firstly, from the CEKF evaluation results, the following variables are set:

$$\hat{x}_{N|k}^S = \hat{x}_{k|k} \text{ and } P_{N|k}^S = P_{k|k} \quad (3.17)$$

Considering  $i = N - 1, N - 2, \dots, 0$ , the Rauch-Tugh-Striebel (RTS) smoother, which is detailed in Rauch *et al.* (1965) and Haykin (2001), is evaluated as:

$$\hat{x}_{k+1|k} = \hat{x}_{k|k} + \int_k^{k+1} f(x, u, t) dt \quad (3.18)$$

$$P_{k+1|k} = \phi_k P_{k|k} \phi_k^T + Q_k \quad (3.19)$$

$$C_k = P_{k|k} \phi_k^T P_{k+1|k}^{-1} \quad (3.20)$$

$$\hat{x}_{k|k}^S = \hat{x}_{k|k} + C_k (\hat{x}_{k+1|k}^S - \hat{x}_{k+1|k}) \quad (3.21)$$

$$P_{k|k}^S = P_{k|k} + C_k (P_{k+1|k}^S - P_{k+1|k}) C_k^T \quad (3.22)$$

where  $N$  is the horizon size, and  $C_k$  is the RTS smoother of the Kalman gain. In this work, the horizon size is  $N = 4$ . The new smoothed values ( $P_0^S$  and  $\hat{x}_0^S$ ) are the initial guess for the CEKF algorithm, which is re-evaluated until the current step:

$$P_k = P_0^S \text{ and } \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_0^S \quad (3.23)$$

#### 3.3.1.4. Unscented Kalman Filter

Although the EKF has been widely used for many years, experience has shown that it is only reliable for systems that are not strongly nonlinear within the time scale of the update intervals (JULIER, S.; UHLMANN; DURRANT-WHYTE, 2000). The development of the EKF propagation and the update equations require ignoring some terms that may not be small for many nonlinear systems. The inherent linearization in the process typically can produce significant biases in the estimation results (JULIER, S. J.; UHLMANN, 2004).

Different from the extended Kalman filters, the unscented Kalman filter does not require the linearization of any nonlinear functions: the distribution of the states is specified using a minimum set of carefully selected sample points. These points capture entirely the true mean and the covariance of the Gaussian variable, and, when propagated through the true nonlinear system, they also capture the posterior mean and covariance with a second-order precision (expansion of Taylor series) for any non-linearity (WAN; VAN DER MERWE, 2002).

Firstly, the sigma points ( $\chi$ ) are evaluated:

$$\mu = \sqrt{ns + \lambda} \quad (3.24)$$

$$\lambda = \alpha^2(ns + \kappa) - ns \quad (3.25)$$

$$\chi_{i,k|k-1} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1} \\ \hat{x}_{k-1} + \mu\sqrt{P_{k-1}} \\ \hat{x}_{k-1} - \mu\sqrt{P_{k-1}} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\hat{\chi}_{i,k|k-1} = f(\chi_{i,k|k-1}, u_{i,k|k-1}, \Delta t) \quad (3.27)$$

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2ns} W_i^{(m)} \hat{\chi}_{i,k|k-1} \quad (3.28)$$

and the weights:

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{ns+\lambda} \quad (3.29)$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{ns+\lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \quad (3.30)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(ns+\lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2ns \quad (3.31)$$

The covariance matrices are evaluated using the unscented transform:

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2ns} W_i^{(c)} (\hat{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) (\hat{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_{k-1} \quad (3.32)$$

$$\gamma_{i,k|k-1} = h(\hat{\chi}_{i,k|k-1}, u_{i,k|k-1}, \Delta t) \quad (3.33)$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2ns} W_i^{(m)} \gamma_{i,k|k-1} \quad (3.34)$$

$$P_{y_k y_k} = \sum_{i=0}^{2ns} W_i^{(c)} (\gamma_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1}) (\gamma_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1})^T + R_k \quad (3.35)$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2ns} W_i^{(c)} (\hat{\chi}_{i,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}) (\gamma_{i,k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1})^T \quad (3.36)$$

where the Kalman filter gain can be calculated

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1} \quad (3.37)$$

and the states and covariance of the filter are updated

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - \hat{y}_{k|k-1}) \quad (3.38)$$

$$P_k = P_{k|k-1} - K_k P_{y_k y_k} K_k^T \quad (3.39)$$

where  $ns$  is the number of states,  $\alpha$  is the distribution of points around the mean ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ),  $\beta$  incorporates prior knowledge of the mean distribution (for Gaussian variables,  $\beta = 2$ ) and  $\kappa$  is a secondary scaling parameter (usually set as 0 or  $3-ns$ ),  $\chi$  and  $\gamma$  are the state and measurements sigma points, and  $W_i^{(m)}$  and  $W_i^{(c)}$  are the mean and covariance weights.

### 3.3.1.5. Cubature Kalman Filter

Similarly to the UKF technique, which does not linearize the system, Arasaratnam and Haykin (2009) developed a spherical-radial cubature rule to compute multivariate moment integrals encountered in the nonlinear Kalman filter. Specifically, a third-degree spherical-radial cubature rule is derived to provide a set of cubature points that scale linearly with the state-vector dimension. The cubature Kalman filter uses a set of cubature points with equal weights to calculate the mean and the covariance of state variables that, after a nonlinear transformation, improve the performance of the nonlinear optimal approximation, filtering accuracy, and numerical stability.

In contrast to the UKF, the CKF has a different set of deterministic weighting points. For the sigma-point set (UKF), the stem at the center is highly significant since it carries more weight, whereas the cubature-point set does not have a stem at the center and presents equally distributed weights. Also, Arasaratnam and Haykin (2009) mention some limitations of the sigma-point set built into the UKF, which are not present in the cubature-point built in the CKF, such as numerical inaccuracy, unavailability of a square root solution, and filter instability. The CKF also chooses fewer sample/simulation points to evaluate the method, i.e.,  $2n$  rather than  $2n+1$  as in the UKF where  $n$  is the number of states, thus being somewhat less costly in computations.

The following equations define the CKF algorithm. Firstly, generate the cubature points  $\chi$  ( $i = 1, 2, \dots, 2n$ ):

$$\chi_{i,k|k-1} = \sqrt{P_{k-1}} \xi^i + \hat{x}_{k-1} \quad (3.40)$$

where the unit cubature points are defined as  $\xi^i = \sqrt{ns}$ .

In the sequence, the cubature points are propagated:

$$\hat{\chi}_{i,k|k-1} = f(\chi_{i,k|k-1}, u_{i,k|k-1}, \Delta t) \quad (3.41)$$

The propagated state and covariance matrix for instant  $k$  are estimated:

$$\hat{x}_{k|k-1} = \frac{1}{2ns} \sum_{i=0}^{2ns} \hat{\chi}_{i,k|k-1} \quad (3.42)$$

$$P_{k|k-1} = \frac{1}{2ns} \sum_{i=0}^{2ns} \hat{\chi}_{i,k|k-1} \hat{\chi}_{i,k|k-1}^T - \hat{x}_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1}^T + Q_{k-1} \quad (3.43)$$

$$\gamma_{i,k|k-1} = h(\hat{\chi}_{i,k|k-1}, u_{i,k|k-1}, \Delta t) \quad (3.44)$$

then, the measurement, the innovation, and the covariance and cross-covariance matrixes are predicted:

$$\hat{y}_{k|k-1} = \frac{1}{2ns} \sum_{i=0}^{2ns} \gamma_{i,k|k-1} \quad (3.45)$$

$$P_{y_k y_k} = \frac{1}{2ns} \sum_{i=0}^{2ns} \gamma_{i,k|k-1} \gamma_{i,k|k-1}^T - \hat{y}_{k|k-1} \hat{y}_{k|k-1}^T + R_k \quad (3.46)$$

$$P_{x_k y_k} = \frac{1}{2ns} \sum_{i=0}^{2ns} \hat{\chi}_{i,k|k-1} \gamma_{i,k|k-1}^T - \hat{x}_{k|k-1} \hat{y}_{k|k-1}^T \quad (3.47)$$

where the Kalman filter gain can be calculated by

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1} \quad (3.48)$$

and the states and covariance of the filter are updated as

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - \hat{y}_{k|k-1}) \quad (3.49)$$

$$P_k = P_{k|k-1} - K_k P_{y_k y_k} K_k^T \quad (3.50)$$

### 3.3.2 Performance evaluation criteria

The computational time required for the estimation by the Kalman filter-based approaches and the MSE between the expected and estimated data are the criteria for the performance evaluation, in which the MSE is given by:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.51)$$

where  $Y$  is the expected vector,  $\hat{Y}$  is the estimated vector, and  $n$  is the length of  $Y$ .

For better visualization of the results, box plots are presented. The box plot is a visual comparison tool that shows statistical information of the error between the expected and estimated data: a central tendency line represents the median, the quartiles (bottom and top line of box) show the data dispersion and data distribution, and the red circles are the outliers (atypical values).

The violin plot is more informative than the box plot, showing the error's full distribution using a density plot. Due to the lack of outlier visualization, the box plot complements the violin plot.

## 3.4 Case studies

The case studies aim the comparison of the Kalman filter-based approaches for estimating the PDG pressure of an offshore oil production system in a deepwater scenario. The used phenomenological model includes the mass balance of the riser, flowline, production column, gas lift annular, and reservoir. Both the process description and the detailed equations of the fast offshore well model (FOWM) are presented in the next subsection (Diehl *et al.* (2017)).

### 3.4.1 Plant model

As mentioned in the introduction, the choice of a representative model of the process is indispensable for the excellent performance of a Kalman filter. Among the simplified phenomenological models of the slugging behavior, the model proposed by Eikrem *et al.* (2004) assumed a pure mass balance to describe the dynamics of the gas lift well. Aamo *et al.* (2005) considered a two-phase flow mass balance in the tubing by treating oil and water as a single phase. Kaasa *et al.* (2007) proposed a simple empirical model describing the downhole's pressure's qualitative behavior during severe slugging. Jahanshahi *et al.* (2012)



developed a dynamic model for the casing-heading instability in gas-lifted oil wells. Di Meglio *et al.* (2012) assumed a mass balance in the flowline risers modeled with a virtual valve, which is an irregularity identified as the gas injection valve for gas-lifted wells. Diehl *et al.* (2017) designed the Fast Offshore Well Model (FOWM), an offshore production system in a deepwater scenario, including the riser, the flowline, the production column, the gas lift annular, and the reservoir.

The semi-empirical model proposed by Diehl *et al.* (2017) is the one used in this work. This is the most appropriate model for real applications since it considers the slugs generated by the casing heading and terrain/riser concomitantly, as well as the possibility of reproducing the limit cycles.

The fast offshore well model (FOWM) is based only on mass conservation equations:

$$\frac{dm_{ga}}{dt} = w_{gc} - w_{iv} \quad (3.52)$$

$$\frac{dm_{gt}}{dt} = w_r \alpha_{gw} + w_{iv} - w_{whg} \quad (3.53)$$

$$\frac{dm_{lt}}{dt} = w_r (1 - \alpha_{gw}) - w_{whl} \quad (3.54)$$

$$\frac{dm_{gb}}{dt} = (1 - \epsilon) w_{whg} - w_g \quad (3.55)$$

$$\frac{dm_{gr}}{dt} = \epsilon w_{whg} + w_g - w_{gout} \quad (3.56)$$

$$\frac{dm_{lr}}{dt} = w_{whl} - w_{lout} \quad (3.57)$$

The fluid flows used in the model are obtained by the following equations

$$w_{iv} = K_a \sqrt{\rho_{ai} \frac{(p_{ai} - p_{tb}) + \sqrt{(p_{ai} - p_{tb})^2 + \epsilon}}{2}} \quad (3.58)$$

$$w_r = K_r \left( 1 - 0.2 \left( \frac{p_{bh}}{p_r} \right) - 0.8 \left( \frac{p_{bh}}{p_r} \right)^2 \right) \quad (3.59)$$

$$w_{whg} = \alpha_{gt} K_w \sqrt{\rho_l \frac{(p_{tt} - p_{rb}) + \sqrt{(p_{tt} - p_{rb})^2 + \epsilon}}{2}} \quad (3.60)$$

$$w_{whl} = (1 - \alpha_{gt}) K_w \sqrt{\rho_l \frac{(p_{tt} - p_{rb}) + \sqrt{(p_{tt} - p_{rb})^2 + \epsilon}}{2}} \quad (3.61)$$

$$w_g = C_g \frac{(p_{eb} - p_{rb}) + \sqrt{(p_{eb} - p_{rb})^2 + \epsilon}}{2} \quad (3.62)$$

$$w_{gout} = \alpha_g C_{out} Z \sqrt{\rho_l \frac{(p_{rt} - p_s) + \sqrt{(p_{rt} - p_s)^2 + \epsilon}}{2}} \quad (3.63)$$

$$w_{lout} = \alpha_l C_{out} Z \sqrt{\rho_l \frac{(p_{rt} - p_s) + \sqrt{(p_{rt} - p_s)^2 + \epsilon}}{2}} \quad (3.64)$$

and the equations related to the model pressures are presented below:

$$\rho_{ai} = \frac{Mp_{ai}}{RT} \quad (3.65)$$

$$\alpha_{gt} = \frac{m_{gt}}{m_{gt}+m_{lt}} \quad (3.66)$$

$$\alpha_{gr} = \frac{m_{gr}}{m_{gr}+m_{lr}} \quad (3.67)$$

$$\alpha_{lr} = 1 - \alpha_{gr} \quad (3.68)$$

$$p_{ai} = \left( \frac{RT}{V_a M} + g \frac{L_a}{V_a} \right) m_{ga} \quad (3.69)$$

$$p_{tb} = p_{tt} + \rho_{mt} g H_{vgl} \quad (3.70)$$

$$p_{bh} = p_{pdg} + \rho_{mres} g (H_t - H_{pdg}) \quad (3.71)$$

$$p_{pdg} = p_{tb} + \rho_{mres} g (H_{pdg} - H_{vgl}) \quad (3.72)$$

$$p_{tt} = \frac{\rho_{gt} RT}{M} \quad (3.73)$$

$$p_{rb} = p_{rt} + \frac{g \sin \theta}{A} (m_{lr} + m_{lstill}) \quad (3.74)$$

$$p_{eb} = \frac{RT}{MV_{eb}} m_{gb} \quad (3.75)$$

$$p_{rt} = \frac{RT}{M \left( V_r - \frac{m_{lr} + m_{lstill}}{\rho_l} \right)} m_{gr} \quad (3.76)$$

Some other equations regarding the physical properties of the model are also presented:

$$\rho_{mt} = \frac{m_{gt}+m_{lt}}{V_t} \quad (3.77)$$

$$\rho_{gt} = \frac{m_{gt}}{V_{gt}} \quad (3.78)$$

$$V_{gt} = V_t - \frac{m_{lt}}{\rho_l} \quad (3.79)$$

$$V_a = \frac{L_a \pi D_a^2}{4} \quad (3.80)$$

$$V_t = \frac{L_t \pi D_t^2}{4} \quad (3.81)$$

The set of parameters, their nomenclature and respective values are presented in Table 2.1. At these process conditions, the system presents oscillatory behavior, i.e., a limit cycle.

**Table 3.1:** Parameters and variables of the Fast Offshore Well Model (FOWM).

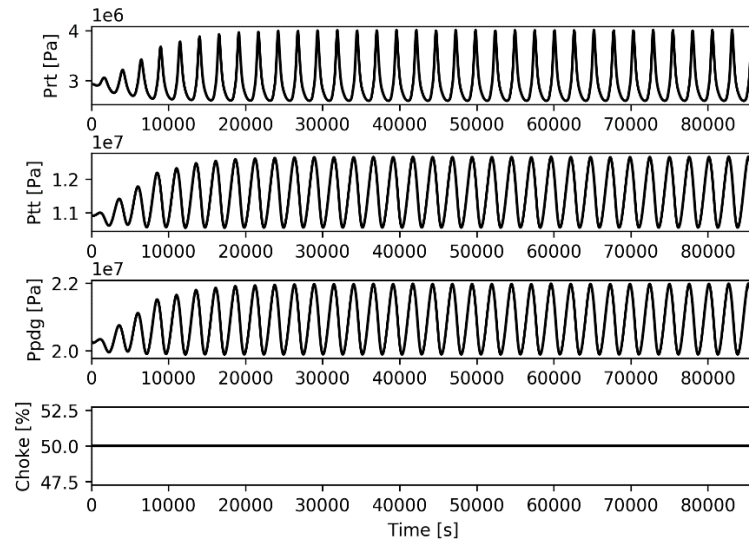
Parameter	Nomenclature	Value	Unit
$\alpha_{gw}$	gas fraction of mass at the reservoir pressure and temperature conditions	0.026	-
$D_a$	diameter of the annular section	0.1016	m
$D_t$	diameter of the tubing section	0.1242	m
$H_{pdg}$	vertical length between the Christmas Tree and the PDG transmitter	1392.2	m
$H_t$	vertical length between the Christmas Tree and the bottom hole	1593.1	m
$H_{vgl}$	vertical length between the Christmas Tree and the gas lift valve	927.4	m
$L_a$	annular length	937.4	m
$L_t$	tubing length	1622	m
$M$	gas molecular weight	18	kg/kmol
$p_r$	pressure surrounding the production column bottom hole	3.52e7	Pa
$p_s$	pressure surrounding the production column gravitational separator	1013250	Pa
$\rho_l$	liquid density	965.5	kg/m3
$\rho_{mres}$	mixture density at the reservoir	902.5	kg/m3
$T$	average temperature in the production system	298	K
$\theta$	average riser inclination	$\pi/1.54$	rad
$R$	universal gas constant	8314	J/kg.K
$g$	gravity acceleration	9.81	m2/s
$m_{lstill}$	minimum mass of liquid in the subsea pipeline	adjust parameter	kg
$C_g$	virtual valve constant	adjust parameter	m-1
$C_{out}$	choke valve constant	adjust parameter	m-1
$V_{eb}$	bubble volume	adjust parameter	m3
$\epsilon$	gas fraction of mass that bypasses the bubble in the subsea pipeline	adjust parameter	-
$K_w$	flow coefficient between the annular and the tubing	adjust parameter	m-1
$K_a$	flow coefficient between the annular and the tubing	adjust parameter	m-1
$V_r$	riser volume	adjust parameter	m3
$K_r$	flow coefficient between the annular and the tubing	adjust parameter	m-1
$w_{gc}$	gas lift mass flow entering the annular	1.5205	kg/s
$z$	choke valve opening fraction	input variable	-
$w_{gc}$	gas lift flow	input variable	kg/s
$V_a$	annular volume	calculated	m3
$V_{gt}$	gas volume in the tubing	calculated	m3
$V_t$	tubing volume	calculated	m3
$\rho_{mt}$	mixture density in the tubing	calculated	kg/m3
$\rho_{gt}$	gas density in the tubing	calculated	kg/m3
$\alpha_{gt}$	gas mass fraction in the tubing	calculated	-

Parameter	Nomenclature	Value	Unit
$\alpha_{gr}$	liquid mass fractions in the subsea pipeline	calculated	-
$\alpha_{lr}$	liquid mass fractions in the subsea pipeline	calculated	-
$w_r$	reservoir to the bottom hole flow	calculated	kg/s
$w_{whg}$	gas mass that flows at the Christmas Tree	calculated	kg/s
$w_{whl}$	liquid mass that flows at the Christmas Tree	calculated	kg/s
$w_g$	flow at the virtual valve	calculated	kg/s
$w_{gout}$	gas flow through the topside choke valve	calculated	kg/s
$w_{lout}$	liquid flow through the topside choke valve.	calculated	kg/s
$p_{ai}$	pressure in the annular gas injection point to the tubing	calculated	Pa
$p_{tb}$	pressure in the gas injection point on the tubing side	calculated	Pa
$p_{bh}$	pressure in the bottom hole	calculated	Pa
$p_{rb}$	pressure at the flowline before the bubble position	calculated	Pa
$p_{eb}$	bubble pressure	calculated	Pa
$p_{pdg}$	pressure at the PDG position	estimated	Pa
$p_{tt}$	pressure at the top of the tubing	filtered	Pa
$p_{rt}$	pressure at the top of the riser	filtered	Pa
$m_{ga}$	gas mass in the annular	estimated	kg
$m_{gt}$	gas mass in the production column or tubing	estimated	kg
$m_{lt}$	liquid mass in the tubing	estimated	kg
$m_{gb}$	gas mass in the bubble at the subsea production line	estimated	kg
$m_{gr}$	gas mass in the set flowline/riser	estimated	kg
$m_{lr}$	liquid mass in the set flowline/riser	estimated	kg

For more details about the Fast Offshore Well Model, see Diehl *et al.* (2017).

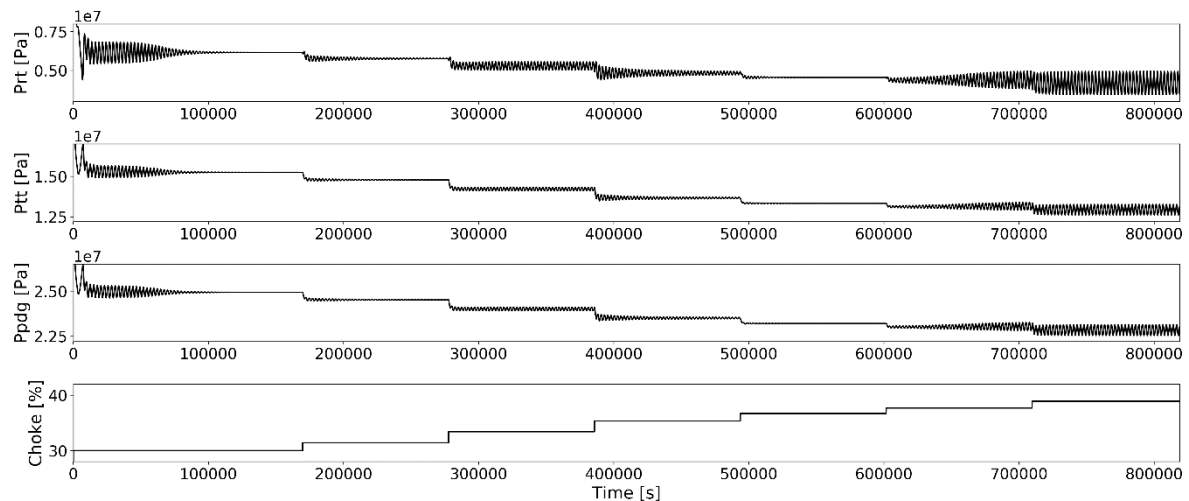
### 3.4.2 Simulated data

The simulated data used in this work was generated through the simulation of a real offshore oil production plant via a gas lift in OLGA (Oil and GAs – dynamic multiphase flow simulator). Two different data sets were generated. The first, shown in Figure 3.1, has a constant valve choke opening in open-loop mode. This data set also contains the  $p_{rt}$ ,  $p_{tt}$ ,  $p_{pdg}$ ,  $z$ , and  $w_{gc}$  (a constant value of 1.5205 kg/s) measurements. The data have oscillatory behavior, the sampling time is equal to 60 seconds, and a total of 1437 measured points.



**Figure 3.1:** Data simulated in OLGA for a real oil production system used in scenarios A and B.

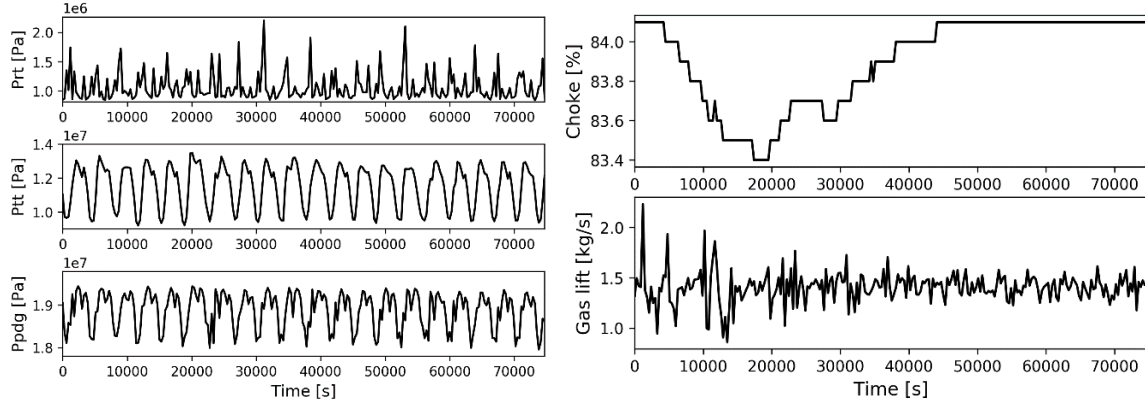
The second data set, shown in Figure 3.2, has perturbations in the choke valve opening in open-loop mode and also contains the  $p_{rt}$ ,  $p_{tt}$ ,  $p_{pdg}$ ,  $z$ , and  $w_{gc}$  (a constant value of 1.5205 kg/s). The selected data have oscillatory behavior, the sampling time is equal to 60 seconds, and a total of 3411 measured points.



**Figure 3.2:** Data simulated in OLGA for a real oil production system with perturbations in the choke valve opening used in scenarios C and D.

### 3.4.3 Real data

The real data were extracted from a real offshore oil production via a gas lift plant from Petrobras (provided by Diehl *et al.*, 2018). This data set also contains the  $p_{rt}$ ,  $p_{tt}$ ,  $p_{pdg}$ ,  $z$ , and  $w_{gc}$  measurements, as showed in Figure 3.3. The selected data have oscillatory behavior, the sampling time is equal to 300 seconds, and a total of 250 measured points.



**Figure 3.3:** Real industrial data from an oil production system used in scenarios E and F.

All the measurements used as inputs for the estimations by the Kalman filters (i.e.,  $p_{rt}$ ,  $p_{tt}$ ,  $z$ , and  $w_{gc}$ ) are available and accurate in practical applications. The advantage of using the  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  (or only the  $p_{rt}$ ) as inputs to estimate the  $p_{pdg}$  is that their gauges are easy to replace in case of fault and they are reliable, considering the process noise.

### 3.4.4 Simulation settings

In this work, the Kalman filters used the FOWM as the dynamic model of the system, the input measurements  $z$  and  $w_{gc}$ , and the available output measurements  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  to estimate the states ( $m_{ga}$ ,  $m_{gt}$ ,  $m_{lt}$ ,  $m_{gb}$ ,  $m_{gr}$ ,  $m_{lr}$ ). Then, from the state estimation, the variable  $p_{pdg}$  is calculated.

The filters parameters for all scenarios are shown in Table 3.2, in which the values of  $P_0$  and  $Q_0$  were chosen according to the state order of magnitude, and  $R_0$  based on the measurement order of magnitude.

**Table 3.2:** Filter parameters for all scenarios.

Scenario	DEKF, CEKF, and CEKF			UKF and CKF			UKF parameters		
	$P_0$	$R_0$	$Q_0$	$P_0$	$R_0$	$Q_0$	$\alpha$	$\beta$	$\kappa$
A and B	$1_3 10^2$	$1_6 10^6$	$1_3 10^2$	$1_3 10^2$	$1_6 10^6$	$1_3 10^2$	1	2	0
C and D	$1_3 10^2$	$1_6 10^6$	$1_3 10^2$	$1_3 10^2$	$1_6 10^{10}$	$1_3 10^2$	1	2	0
E and F	$1_3 10^2$	$1_6 10^6$	$1_3 10^2$	$1_3 10^2$	$1_6 10^{12}$	$1_3 10^2$	1	2	0

The Kalman filter available input and output measurements used for each scenario are shown in Table 3.3. Scenarios using only the  $p_{rt}$  measurement were not included, since the estimation returned bad results.

**Table 3.3:** Data used in the Kalman filter for each scenario.

Scenario	Input	Output	Data
A	$z$	$p_{rt}$ and $p_{tt}$	Simulated with constant $z$
B	$z$	$p_{tt}$	Simulated with constant $z$
C	$z$	$p_{rt}$ and $p_{tt}$	Simulated with perturbations in $z$
D	$z$	$p_{tt}$	Simulated with perturbations in $z$
E	$z$ and $w_{gc}$	$p_{rt}$ and $p_{tt}$	Industrial

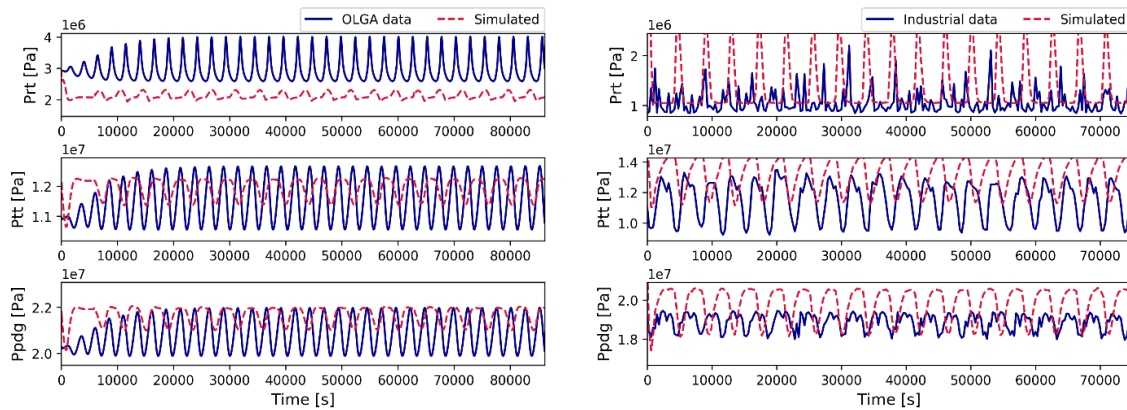
Scenario	Input	Output	Data
F	$z$ and $w_{gc}$	$p_{tt}$	Industrial

The FOWM has different adjust parameters for the OLGA experimental data (A, B, C, and D) and the industrial data (E and F), as shown in Table 3.4.

**Table 3.4:** FOWM adjust parameters for all the scenarios.

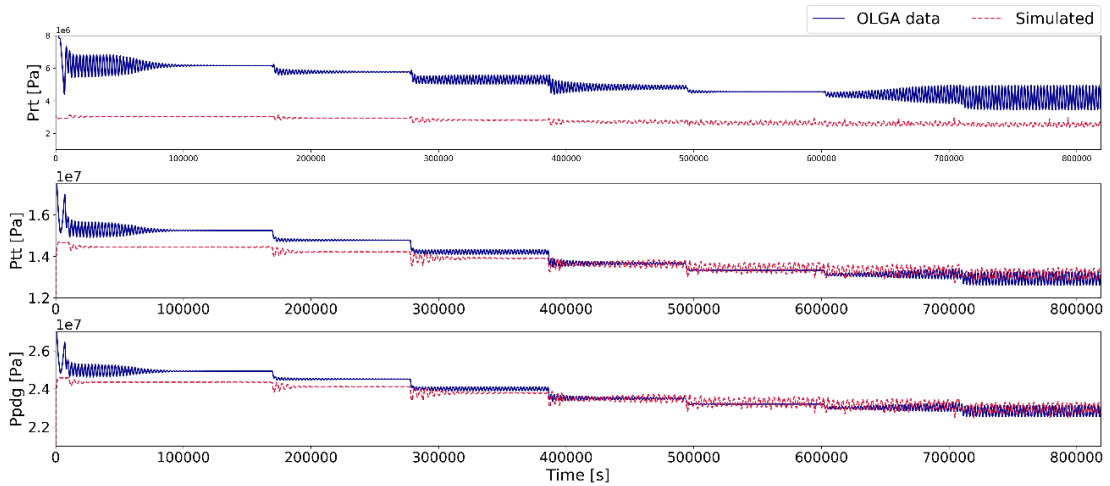
Scenarios	A, B, C, and D	E and F
$m_{lstill}$	$1.058 \cdot 10^3$	62.22
$C_g$	$3.39 \cdot 10^{-4}$	$1.137 \cdot 10^{-3}$
$C_{out}$	0.0031	$2.039 \cdot 10^{-3}$
$V_{eb}$	93.9382	60.98
$\epsilon$	0.9183	0.1545
$K_w$	0.0031	$6.876 \cdot 10^{-4}$
$K_a$	$1.38 \cdot 10^{-4}$	$2.293 \cdot 10^{-3}$
$V_r$	118.87	126.9
$K_r$	96.291	227.1

The comparison of the experimental data (simulated in OLGA and industrial) with the model simulation results, considering the adjust parameters for each scenario, is presented in Figure 3.4.



a) scenarios A and B

b) scenarios E and F



c) scenarios C and D

**Figure 3.4:** Comparison of the experimental data (rigorous model simulation in OLGA and industrial) and the simplified model simulation results for a) scenarios A and B, b) E and F, and c) C and D.

The mean squared error between the results of the model simulation and the experimental data is shown in Table 3.5.

**Table 3.5:** Mean squared error for the model simulation considering all the scenarios.

Scenario	A and B	C and D	E and F
Error	6.0e4	1.7e5	9.0e4

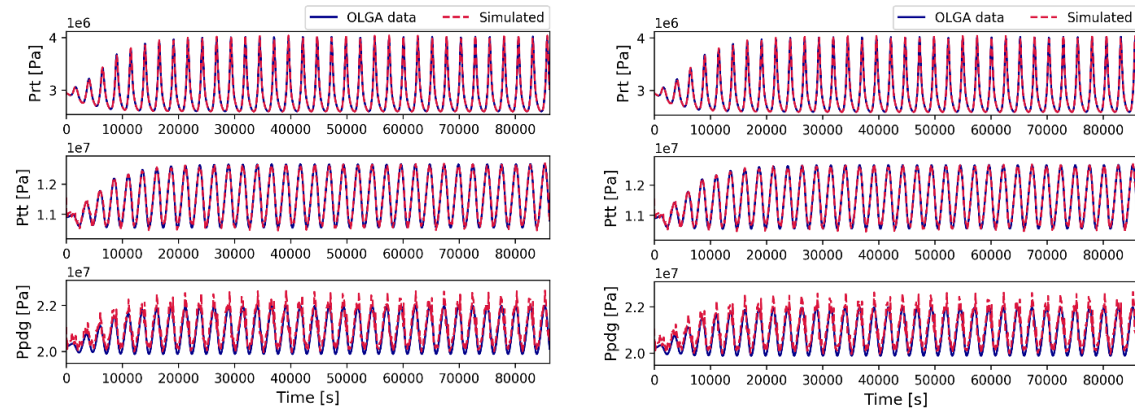
### 3.5 Results and discussion

In this section, the five Kalman filter-based methodologies reviewed in Section 3.1 are applied to all scenarios specified in the last section. Firstly, the results for the simulated data sets are presented followed by the results for the real industrial data set. Besides showing the results for the  $p_{pdg}$  estimation,  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements are also presented, since it is not reasonable to estimate properly the desired variable while hindering the filtration of other measurements.

#### 3.5.1 Simulated data

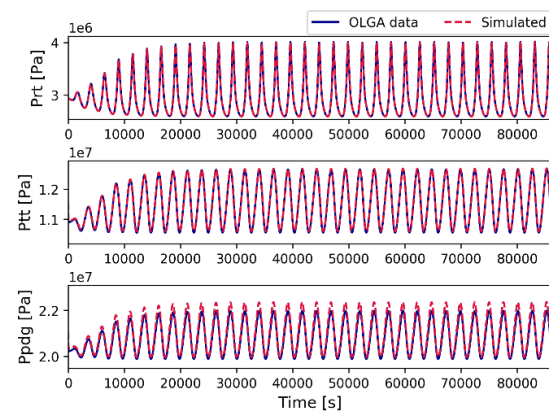
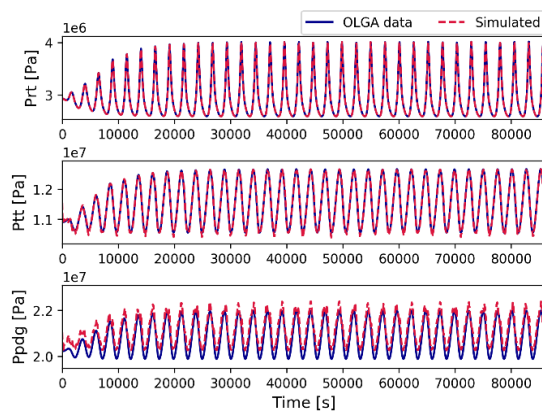
In this section, the estimation for scenarios A, B, C, and D are presented. The results for scenario A are shown in Figure 3.5.





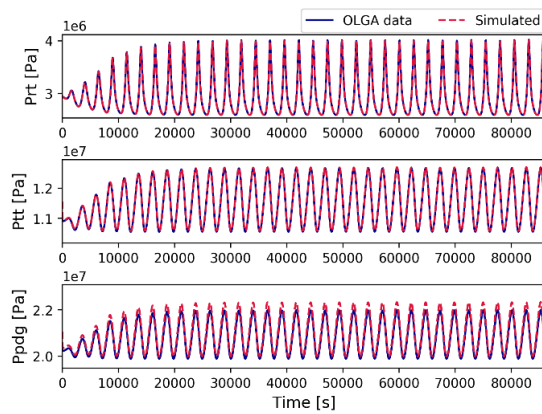
a) DEKF

b) CEKF



c) CEKF&amp;S

d) UKF



e) CKF

**Figure 3.5:** Scenario A:  $p_{pdg}$  estimation using  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF.

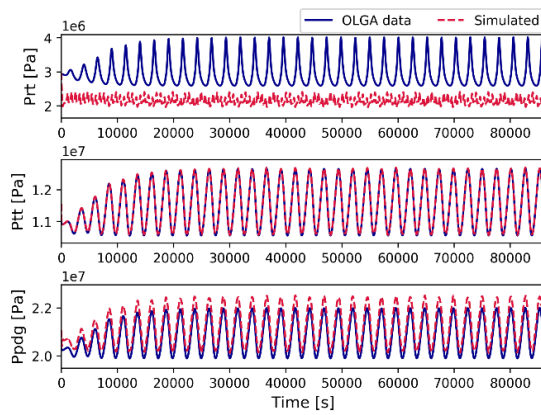
In scenario A, the CKF method returned the smallest MSE. However, it presented the second largest computational time, as seen in Table 3.6.

**Table 3.6:** Computational time and MSE for scenario A.

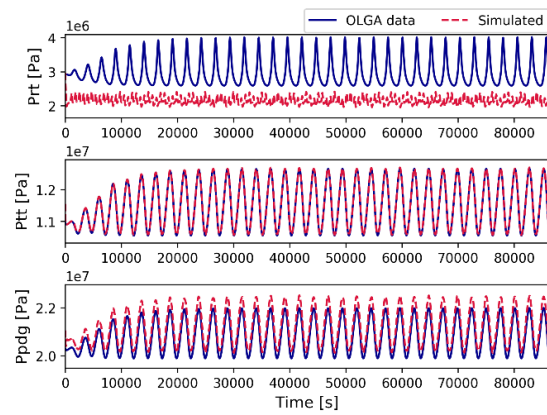
Filter	DEKF	CEKF	CEKFS	UKF	CKF	Ref. Value
Time (s)	1.00*	2.37*	12.28*	22.12*	20.84*	112.37
MSE (Pa)	2.03*	2.05*	2.93*	1.02*	1.00*	1985.94

\* multiplied by the reference value.

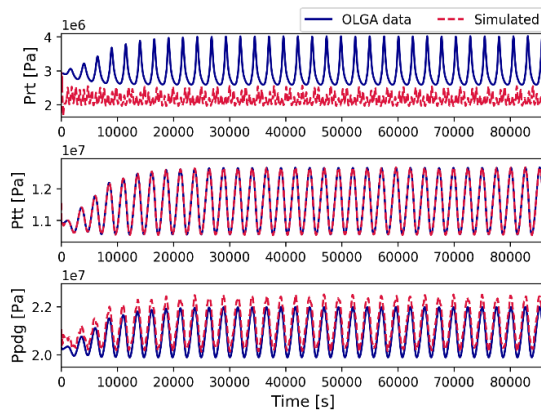
In Figure 3.6, the results are shown for the five Kalman filters approaches in scenario B.



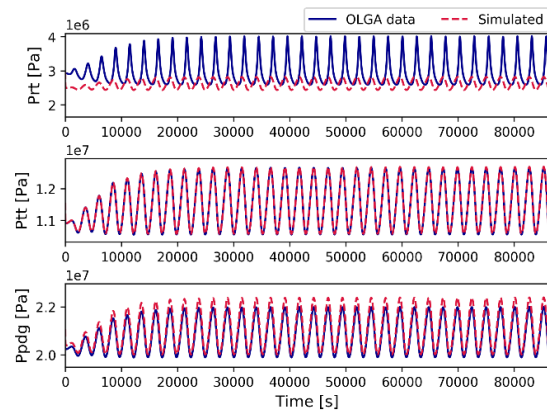
a) DEKF



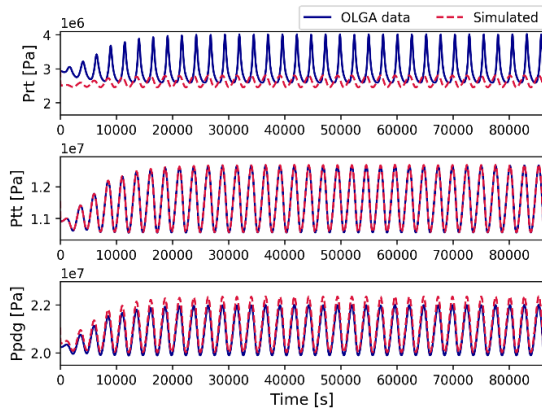
b) CEKF



c) CEKF&S



d) UKF



e) CKF

**Figure 3.6:** Scenario B:  $p_{pdg}$  estimation using  $p_{tt}$  measurement by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF.

In scenario B, the CKF method also returned the smallest MSE value when compared with the others. Once again, the computational time for this method is the second largest one, as seen in Table 3.7.

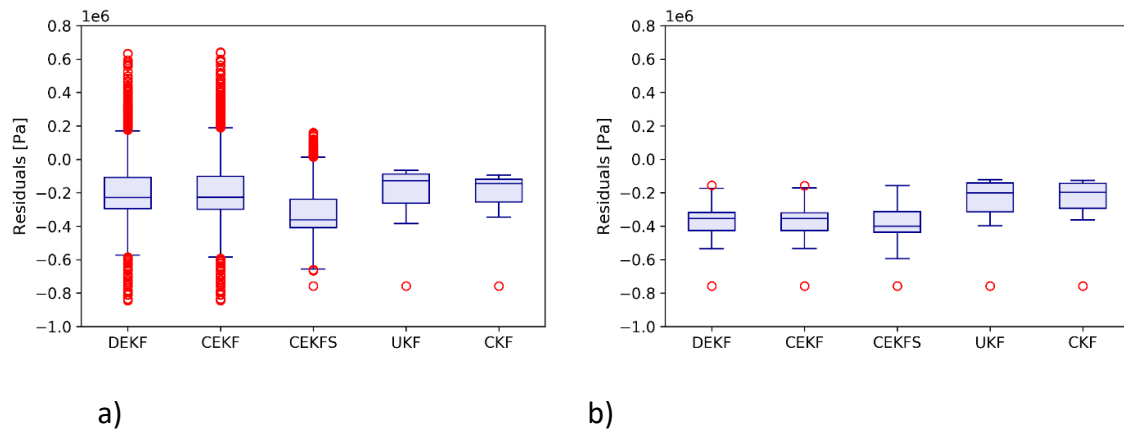
**Table 3.7:** Computational time and MSE for scenario B.

Filter	DEKF	CEKF	CEKFS	UKF	CKF	Ref. Value
Time (s)	1.00*	2.96*	14.95*	39.31*	26.66*	111.09
Error (Pa)	2.52*	2.53*	2.74*	1.11*	1.00*	2656.55

\* multiplied by the reference value.

For scenarios A and B, the PDG pressure estimation follows a similar frequency to that of the experimental data. Considering its amplitude, the extended filters present higher error (amplitude) than the filters with no linearization. This indicates that information is lost in the linearization, thus hindering the desired variable estimation.

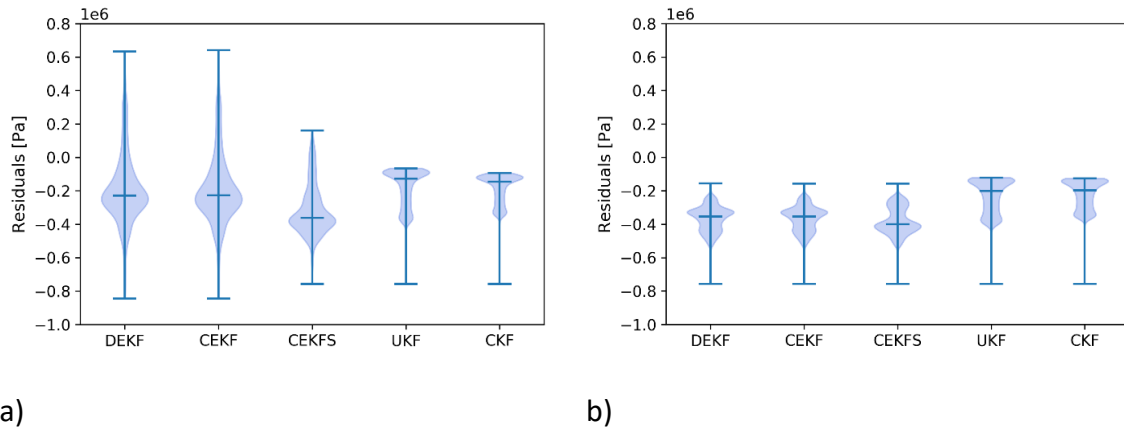
The box and violin plots of the  $p_{pdg}$  residuals for Scenarios A and B are presented in Figure 3.7 and Figure 3.8, respectively.



a)

b)

**Figure 3.7:** Residual box plot for  $p_{pdg}$  for a) Scenario A and b) Scenario B.

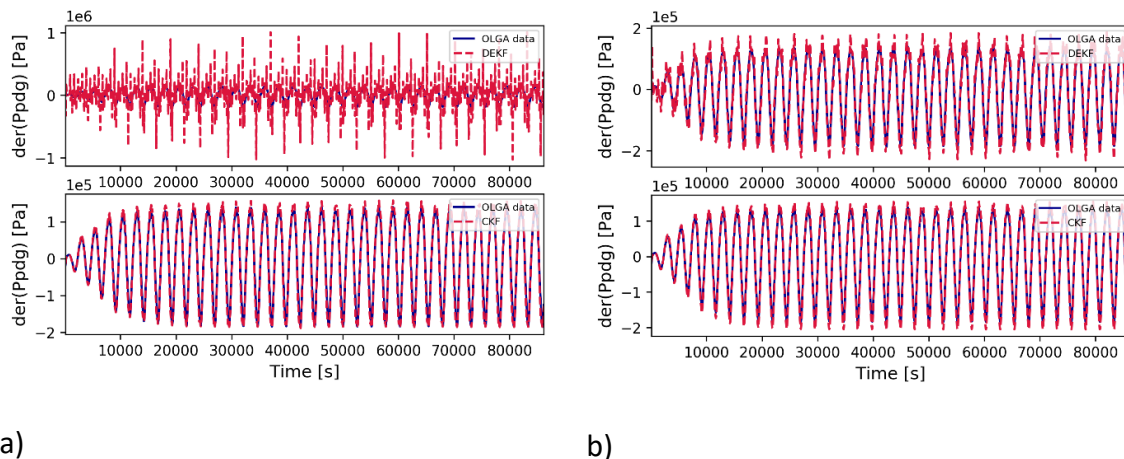


**Figure 3.8:** Residual violin plot for  $p_{pdg}$  for a) Scenario A and b) Scenario B.

By analyzing the box and violin plots from scenario A, the CKF, and UKF, respectively, show the best performance between the chosen methodologies, i.e., they exhibit a smaller vertical distribution and the median is closer to zero. The CKF and UKF methods present fewer outliers than the remaining ones.

For scenario B, all the methods show similar results to those of scenario A, but with less discrepancy and outliers. The methods with no linearization (CKF and UKF) present, however, better overall results than the extended methods (DEKF, CEKF, and CEKFS), as seen in both box and violin plots. The mean error of the  $p_{pdg}$  estimated by CKF for scenario A is  $1.85 \cdot 10^5$  Pa (0.89%) and  $2.20 \cdot 10^5$  Pa (1.05%) for scenario B, both of which are considered small in terms of practical purposes.

Figure 3.9 shows the derivative of  $p_{pdg}$  estimated by the DEKF and the CKF to compare the errors, capture the behavior of this variable, and disregard its bias.



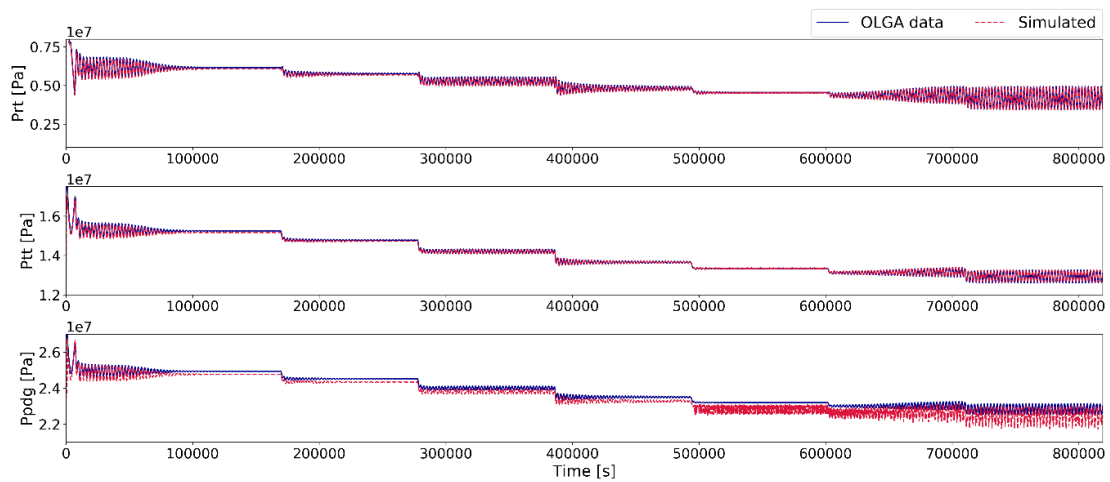
**Figure 3.9:** Derivative of the  $p_{pdg}$  estimated by the DEKF and the CKF for a) Scenario A and b) Scenario B.

Considering the shape of the violin plot in scenario A in Figure 3.8, the errors follow a normal distribution for the extended techniques, showing equally distributed errors along time (both in frequency and amplitude). However, the methods with no linearization show a bimodal distribution. This means that the data have two different groups of errors, either

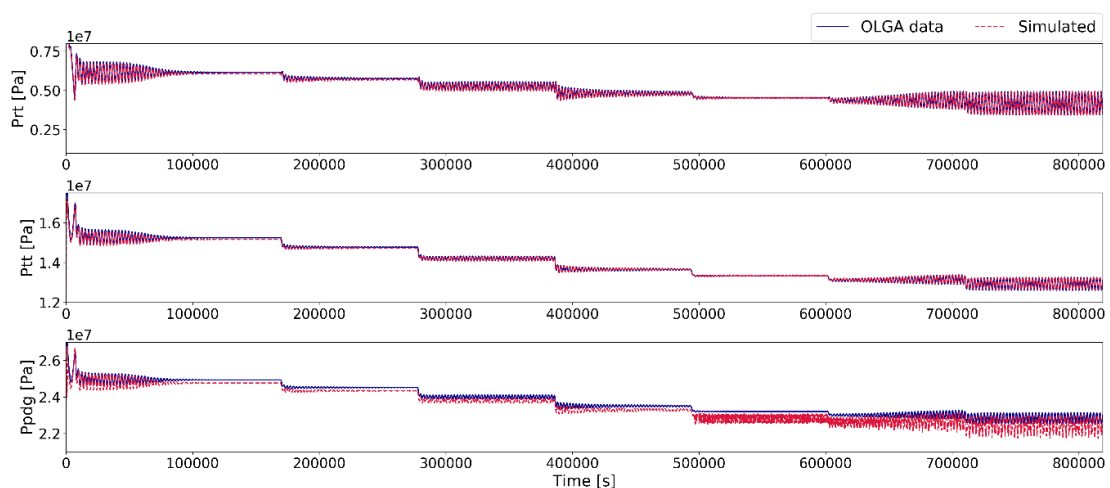
at the peaks or at the valleys of the oscillations, in which the errors are only distributed in their amplitude, as visualized in Figure 3.9. In scenario A, the errors are smaller at the beginning (lower half), whereas the upper quartile presents more visible discrepancies with a higher density distribution.

From scenario B, as shown in Figure 3.8, the  $p_{pdg}$  estimation using the DEKF follows the OLGA data behavior more appropriately than in scenario A. For all the state estimation techniques in scenario B, the violin plot presents a bimodal distribution. In this case, the errors are mainly distributed at the peaks and valleys of the oscillation (amplitude) and not distributed along their frequency, as shown in Figure 3.9. Furthermore, using only  $p_{tt}$  measurements for the  $p_{pdg}$  estimation (scenario B) returns similar results to using two measurements (scenario A). However, the decrease in computational time was not significantly lower to justify the use of a single variable.

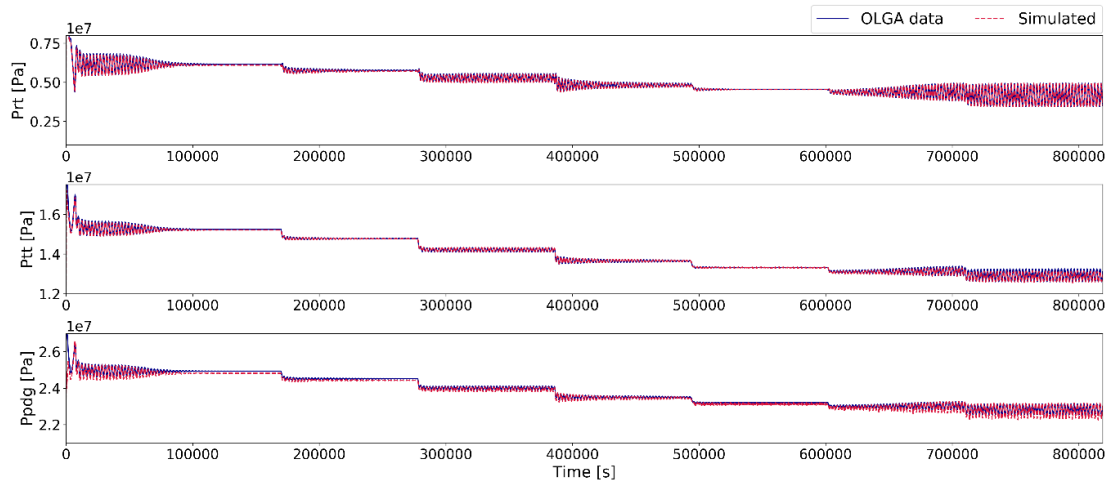
The results for scenario C are presented in Figure 3.10.



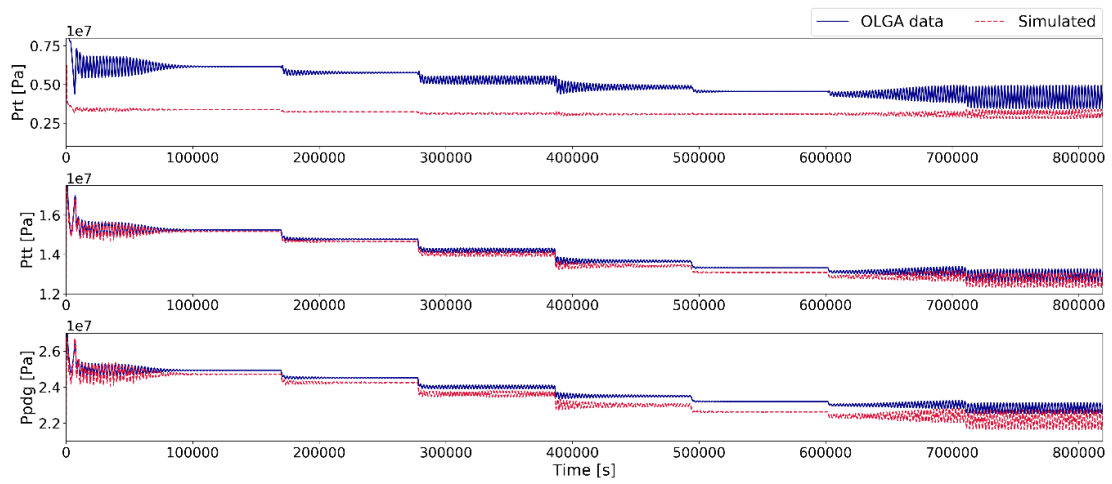
a) DEKF



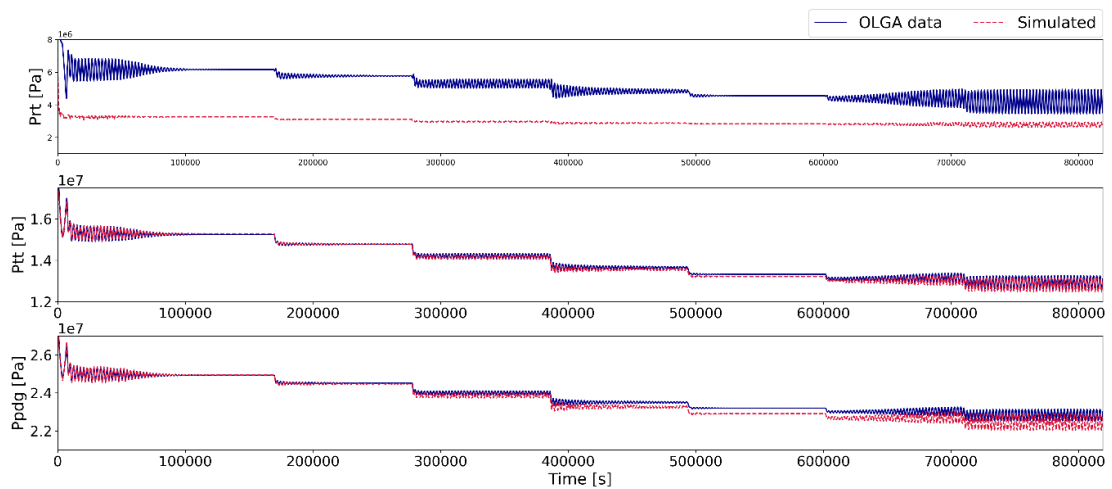
b) CEKF



c) CEKF&S



d) UKF



e) CKF

**Figure 3.10:** Scenario C:  $p_{pdg}$  estimation using  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF.



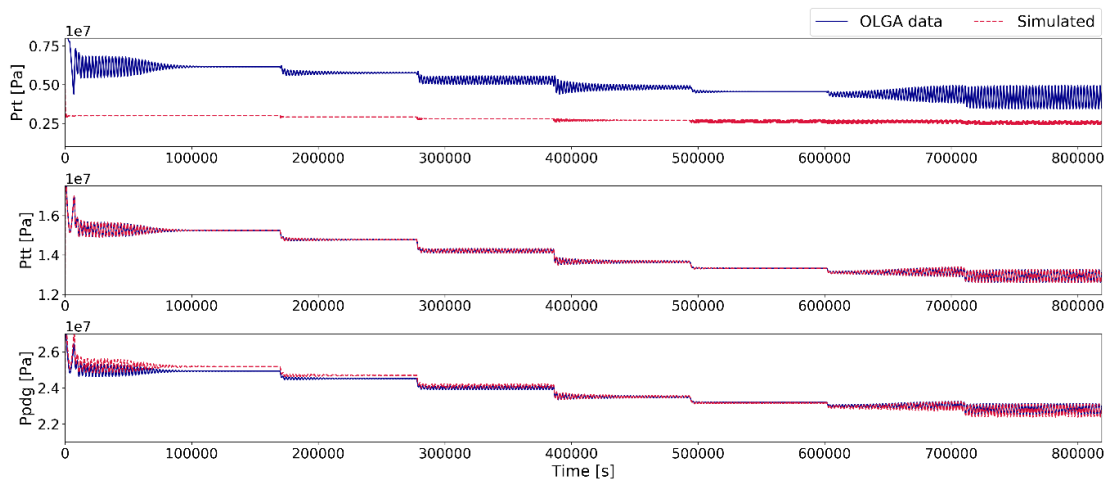
For scenario C, the MSE result for the CEKFS method is the smallest. Differently from scenarios A and B, the UKF methodology returns the largest error and the CKF the second smallest one. However, the UKF and CKF also present the largest computational times, as seen in Table 3.8.

**Table 3.8:** Computational time and MSE for scenario C.

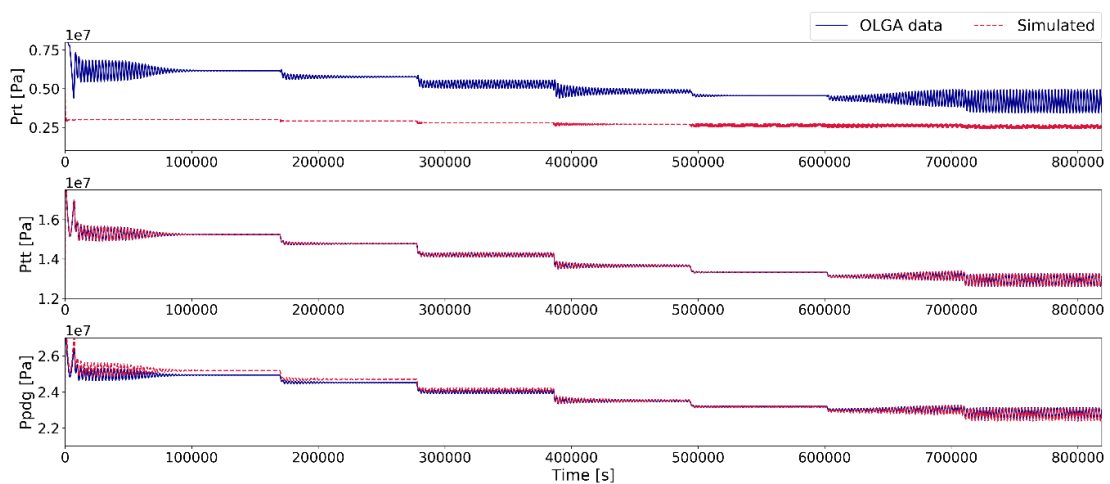
Filter	DEKF	CEKF	CEKFS	UKF	CKF	Ref. Value
Time (s)	1.00*	2.65*	16.24*	76.69*	76.34*	236.76
Error (Pa)	3.95*	3.85*	1.00*	8.80*	2.73*	1072.82

\* multiplied by the reference value.

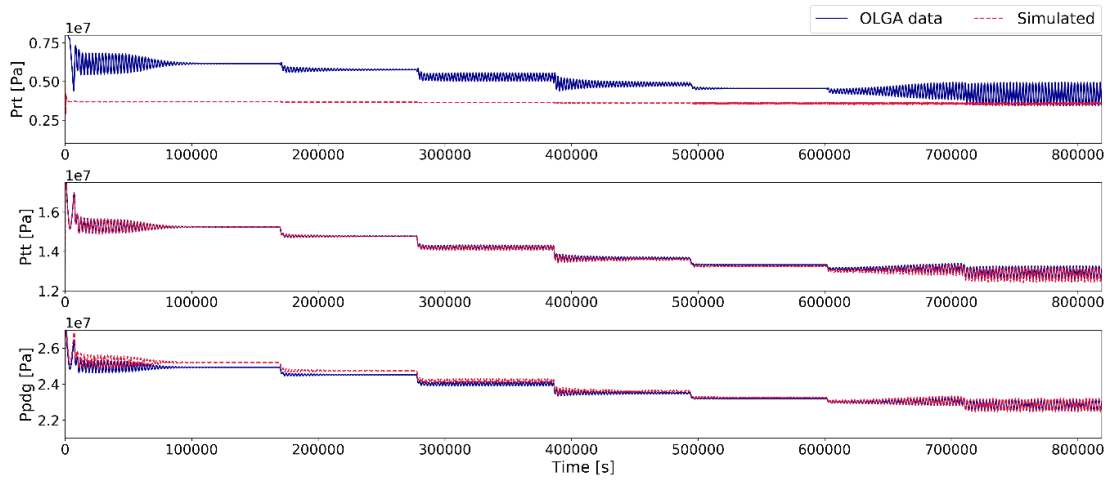
The results for scenario D are presented in Figure 3.11.



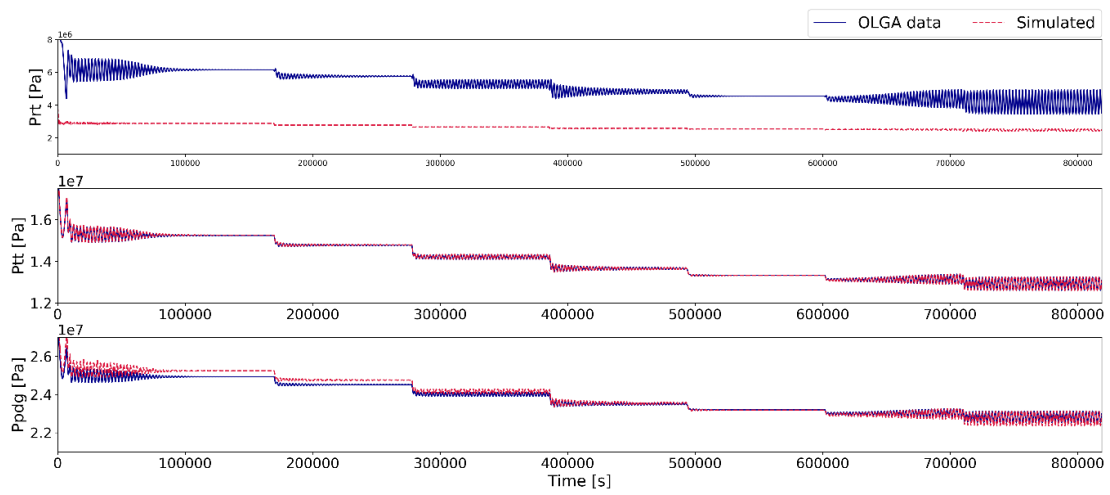
a) DEKF



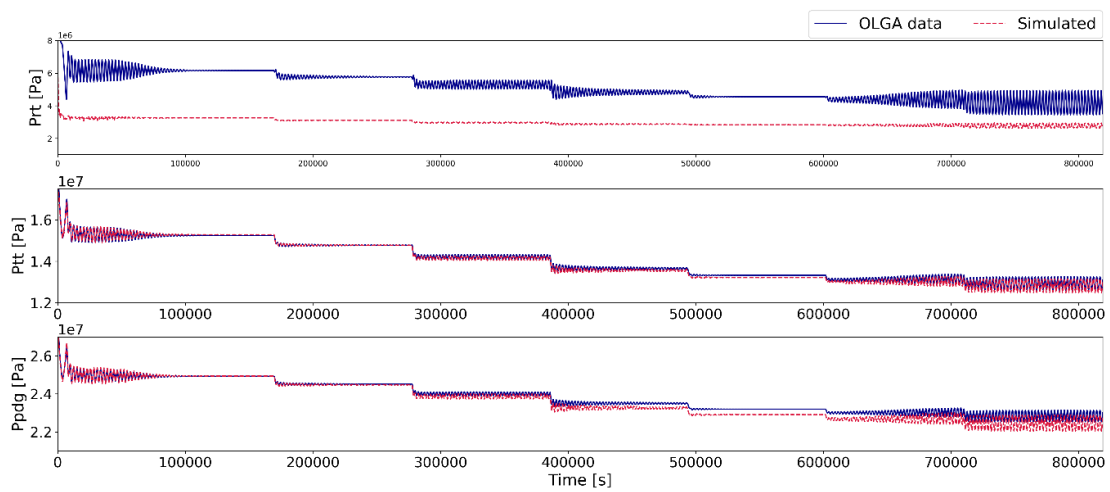
b) CEKF



c) CEKF&S



d) UKF



e) CKF

**Figure 3.11:** Scenario D:  $p_{pdg}$  estimation  $p_{tt}$  measurements by a) DEKF, b) CEKF, c) CEKF&S, d) UKF, and e) CKF.



In scenario D, the error for the  $p_{pdg}$  estimation is smaller for the DEKF methodology than for the others. The CKF method returns the third smallest error, but the second largest computational time, as seen in Table 3.9. Moreover, comparing the scenarios A and B, the MSE results from scenario D are very similar to those from scenario C, meaning that the use of  $p_{tt}$  measurement is enough to estimate the  $p_{pdg}$ .

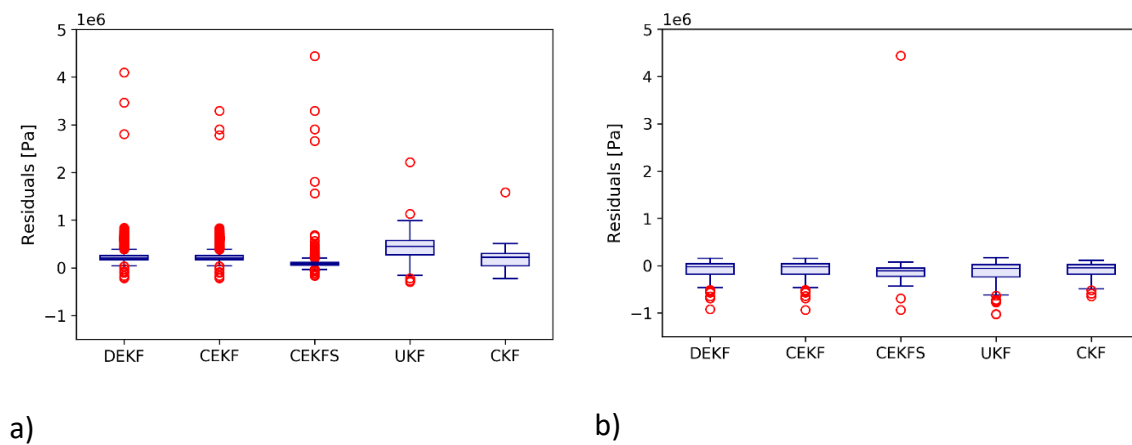
**Table 3.9:** Computational time and MSE for scenario D.

Filter	DEKF	CEKF	CEKFS	UKF	CKF	Ref. value
Time (s)	1.00*	2.84*	11.26*	55.08*	66.82*	310.22
Error (Pa)	1.00*	1.00*	1.25*	1.79*	1.20*	1162.56

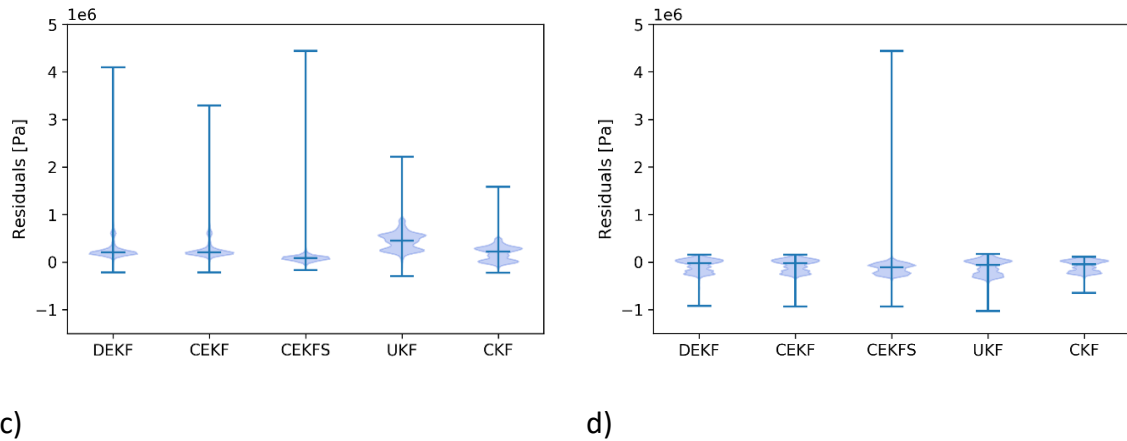
\* multiplied by the reference value.

In scenarios C and D, a series of perturbations changed the PDG pressure behavior. It seems that the filters with no linearization suffer more from the model quality. Considering Figure 3.4, the  $p_{prt}$  is poorly simulated with the current set of parameters, resulting in a poor estimation of this variable by the UKF and the CKF. Thus, disregarding the  $p_{rt}$  measurement in the state estimation (scenario D), the errors from the filters with no linearization are smaller than in scenario C. Meanwhile, the extended filters do not suffer so much with the model fit since they are able to estimate satisfactorily the  $p_{rt}$ .

The box and violin plots of the  $p_{pdg}$  residuals are presented in Figure 3.12 and Figure 3.13.



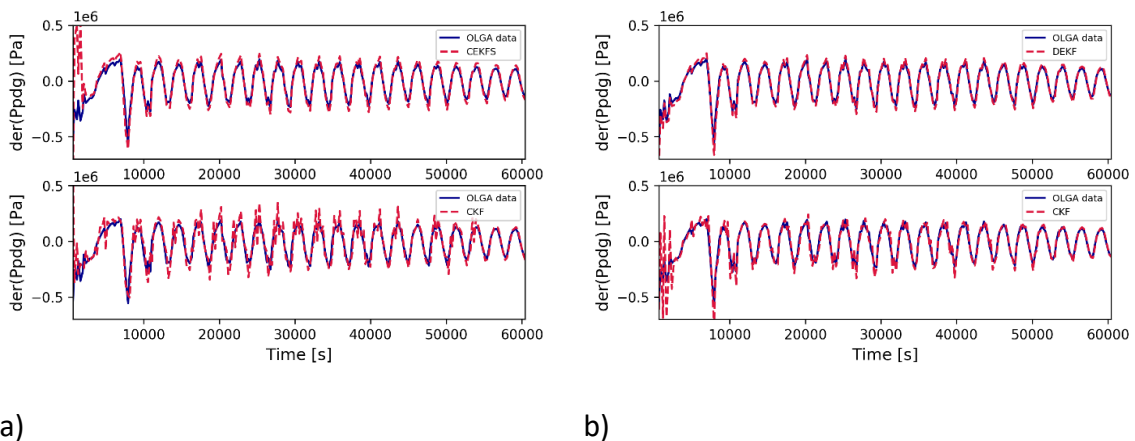
**Figure 3.12:** Residual box plot of the  $p_{pdg}$  for a) Scenario C and b) Scenario D.



**Figure 3.13:** Residual violin plot of the  $p_{pdg}$  for a) Scenario C and b) Scenario D.

For scenarios C and D, the box and violin plots show smaller vertical distribution and the median closer to zero for the extended methods. Comparing both scenarios, it is possible to conclude that using both measurements to estimate de PDG pressure is slightly better than using a single one. The mean error of the  $p_{pdg}$  estimated for scenario C using the CEKFS is  $9.04 \cdot 10^4$  Pa (0.38%), and for scenario D using the DEKF is  $1.34 \cdot 10^5$  Pa (0.56%), which are considered small in terms of practical purposes.

Figure 3.14 shows the derivative of  $p_{pdg}$  estimated by the DEKF and the CKF for the first 400 points in order to compare the errors, capturing the behavior of this variable and disregarding its bias.



**Figure 3.14:** Derivative of the  $p_{pdg}$  estimated by the CEKFS and the CKF for a) Scenario C, and by the DEKF and the CKF for b) Scenario D.

In scenarios C and D, the violin plots from all the Kalman filter techniques show a bimodal distribution with more apparent errors in the amplitude of the oscillations, as seen in Figure 3.14. For both cases, the extended filters show smoother results for the  $p_{pdg}$  derivative compared to the CKF. However, for scenario D, the CKF estimation improved perceptibly compared to scenario C due to the absence of the  $p_{rt}$  measurement.

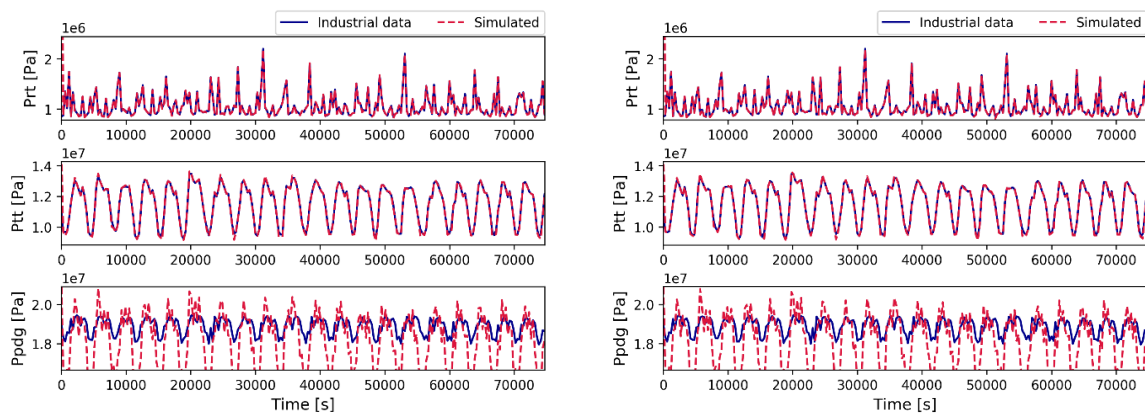
Considering the synthetic data simulated in OLGA, there is a model discrepancy. The model used in OLGA is much more complex in terms of modeling than the FOWM, which is

why the Kalman filter estimation is difficult. Therefore, in this section, in which simulated data are used, the results using extended Kalman filters are considered the most suitable in terms of cost-benefit between accuracy and computational time.

### 3.5.2 Real data

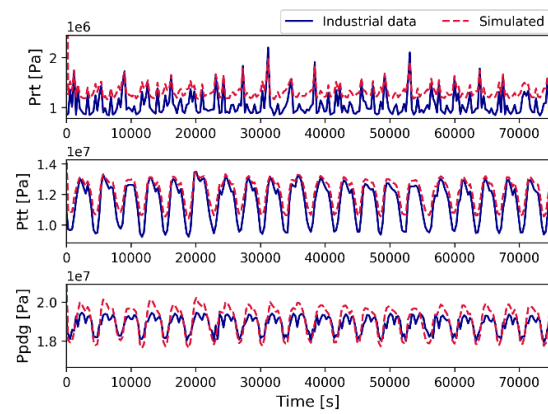
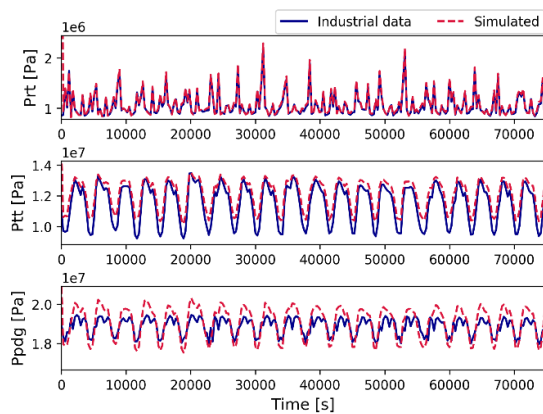
The results for the PDG pressure estimation using different methodologies of Kalman filters for real industrial data are presented in this section. The CEKFS methodology was not able to estimate the  $p_{pdg}$  for both real data scenarios. For this reason, its results are not reported in this section.

The results for scenario E are presented in Figure 3.15.



a) DEKF

b) CEKF



c) UKF

d) CKF

**Figure 3.15:** Scenario E:  $p_{pdg}$  estimation using  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements of a real production system with a) DEKF, b) CEKF, c) UKF, and d) CKF.

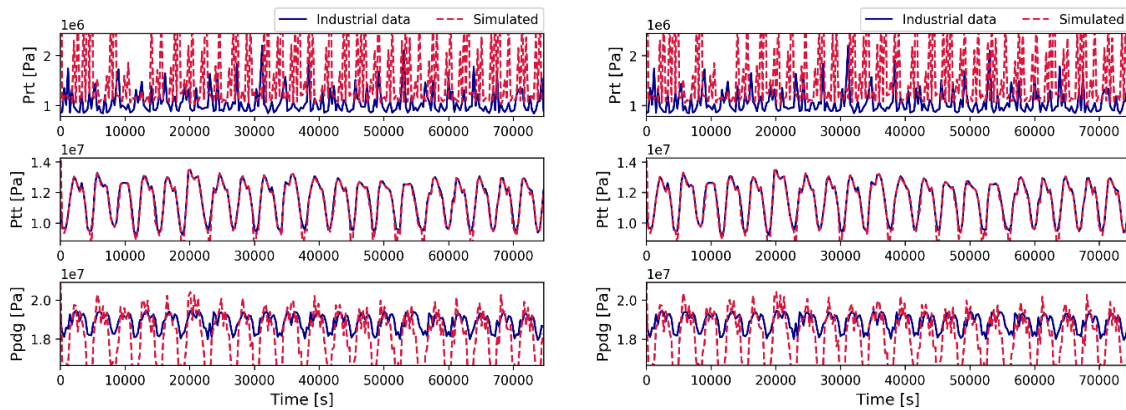
Table 3.10 shows the mean squared error and the computational time for scenario E, in which the CKF method presents the smallest MSE value with the second largest computation time. Once again, the PDG pressure estimation follows the same frequency as the experimental data for the filter with no linearization. In this case, it is even more apparent that the results with extended filters lose information when the model is linearized, since their amplitudes are much higher and their frequency does not follow properly the industrial data, when compared to the filters with no linearization.

**Table 3.10:** Computational time and MSE for scenario E.

Filter	DEKF	CEKF	UKF	CKF	Ref. Value
Time (s)	1.00*	3.58*	5.24*	4.57*	67.79
Error (Pa)	8.36*	8.35*	1.23*	1.00*	11468.26

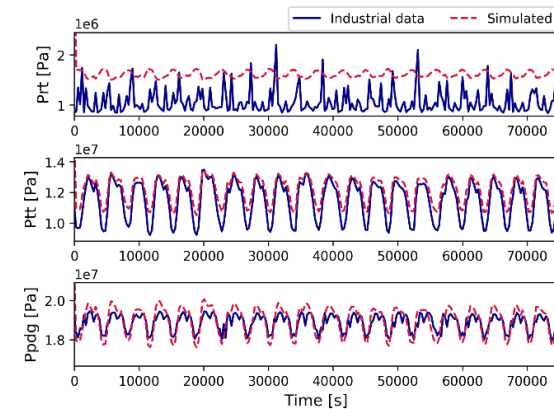
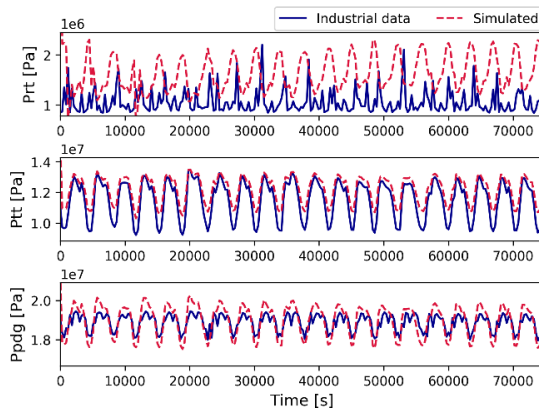
\* multiplied by the reference value.

Figure 3.16 shows the results for scenario F comparing the four state estimators.



a) DEKF

b) CEKF



c) UKF

d) CKF

**Figure 3.16:** Scenario F:  $p_{pdg}$  estimation using  $p_{tt}$  measurements of a real production system by a) DEKF, b) CEKF, c) UKF, and d) CKF.

By comparing the results from scenario F, it is seen that the CKF can estimate the  $p_{pdg}$  with the highest accuracy. The results using only the  $p_{tt}$  measurement are even more reliable than using both  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements, as seen in Table 3.11.

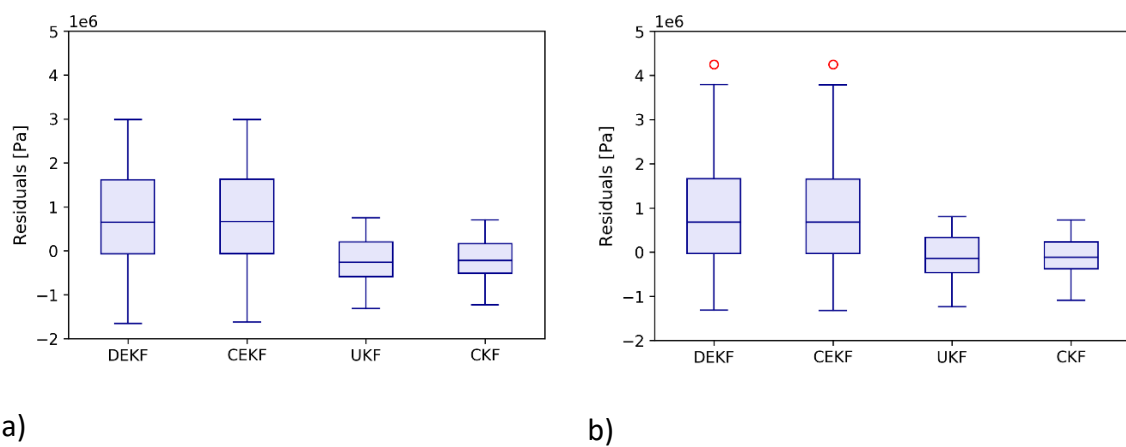
**Table 3.11:** Computational time and MSE for scenario F.

Filter	DEKF	CEKF	UKF	CKF	Ref. Value
Time	1.00*	1.37*	3.38*	3.23*	93.90
Error	11.01*	11.00*	1.36*	1.00*	9579.84

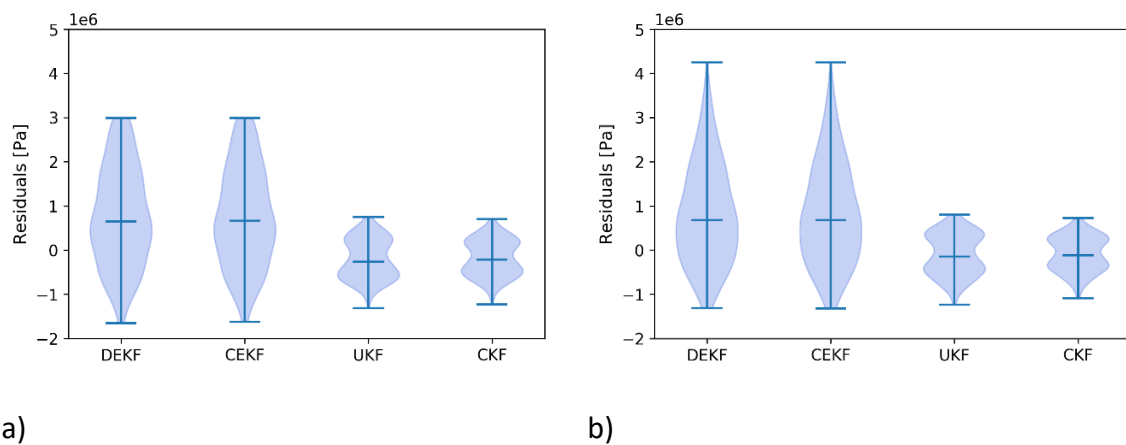
\* multiplied by the reference value.

By comparing the errors in scenarios E and F, the advantages of using nonlinear filters over extended filters for highly nonlinear systems, when the model is properly adjusted (see Figure 3.4), are very clear. In these cases, linearizing the process model, considering the strong noise presented in industrial data, is not the best option, since it results in higher errors and consequently in a poor estimation. When nonlinear filters are used, it is evident that the PDG pressure estimation is much smoother than in other cases. This is because the model is not linearized and, therefore, no information is lost during the estimation. Nevertheless, due to the process complexity and unmeasured disturbances, the estimation is not perfect.

The box and violin plots of the  $p_{pdg}$  pressure residuals for the real data from industry are presented in Figure 3.17 and Figure 3.18, in which the first point is not considered due to the initialization error.

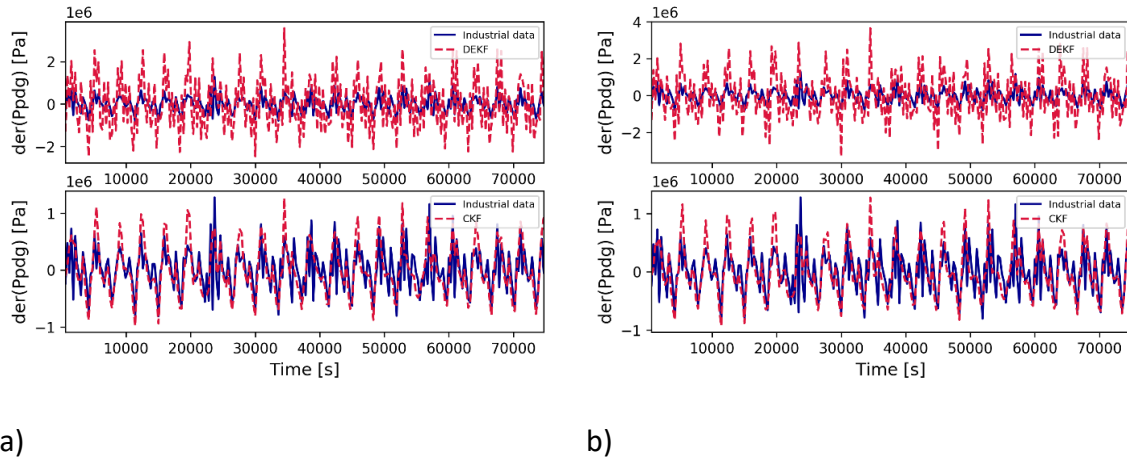


**Figure 3.17:** Residual box plot of the  $p_{pdg}$  for a) Scenario E and b) Scenario F.



**Figure 3.18:** Residual violin plot of the  $p_{pdg}$  for a) Scenario E and b) Scenario F.

From the box and violin plots from scenario E and F, in a first glance, the CKF and the UKF show better performances, respectively, because they show a smaller vertical distribution and the median closer to zero. It means that they have less data discrepancy and more confidence in the  $p_{pdg}$  estimation. The mean error of the  $p_{pdg}$  estimated by the CKF for scenario E is  $1.92 \cdot 10^5$  Pa (1.02%) and  $9.73 \cdot 10^4$  Pa (0.52%) for scenario F, which are considered small in terms of practical purposes. In Figure 3.19, the behavior of the  $p_{pdg}$  estimated by the DEKF and the CKF is analyzed, considering its derivative evaluation.



**Figure 3.19:** Derivative of the  $p_{pdg}$  estimated by the DEKF and the CKF for a) Scenario E and b) Scenario F.

The  $p_{pdg}$  estimation using the DEKF, in both scenarios, does not capture correctly the industrial data behavior. In this case, the information is lost during the linearization of the extended filter, leading to more significant discrepancies. Thus, there are errors of amplitude and frequency, which follow a normal distribution, all along with the dataset. Meanwhile, the  $p_{pdg}$  estimation using the CKF captures the industrial data behavior, except for its amplitude, as shown in Figure 3.19. Considering the violin plot of this case study, similar to the previous scenarios, the filters with no linearization show a bimodal distribution. Therefore, due to the oscillations, there are two different groups of errors: either at the peaks or at the valleys.

In our case study, in the simulated scenarios, the model is not properly adjusted as in the industrial ones. In scenarios A and B, the CKF slightly outperformed the extended filters, whereas for scenarios C and D, the DEKF performed better for the  $p_{pdg}$  estimation. As discussed before, the model simulation for these scenarios (Figure 3.4) showed a poor performance for the  $p_{rt}$  variable, which may have hindered the UKF and the CKF estimation. Meanwhile, for the industrial case (scenarios E and F), the model fit was not as problematic. In this case, the advantage of using a filter with no linearization for highly nonlinear models arose, in which the visible improvement of the  $p_{pdg}$  estimation obtained by the CKF over the DEKF can be worth the high computational cost (4 times larger than that demanded by the DEKF).

From the case studies, it was verified that using only the  $p_{tt}$  measurements, the results of the PDG pressure estimation were similar to or better than those using both the  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements. As the Christmas tree pressure is close to the permanent downhole gauge, it may represent the  $p_{pdg}$  better than when using both measurements.

In oil well systems, some papers apply the UKF as a data-driven soft sensor to estimate online the downhole pressure based on available measurements (AGUIRRE *et al.*, 2017; REZENDE; TEIXEIRA; MENDES, 2015; TEIXEIRA *et al.*, 2014). In this case, an alternative to the UKF is to apply the CKF, which results in even more accuracy with less computational time with the advantage of having fewer tuning parameters than the UKF.

Considering that a simplified semi-empirical model and one dataset were used, the results presented here were surprisingly good. In this industrial case, the CKF presented the best cost-benefit between accuracy and computational time for the  $p_{pdg}$  estimation, differently from the state estimators previously used in the literature for the same purpose. It is indispensable to mention the greatest objective of the PDG pressure estimation again, which is its control to achieve the most productive oil production in an optimized way, injecting less amount of gas lift, saving electricity and money.

### 3.6 Conclusions

The PDG pressure estimation is of great importance to describe the dynamics of an oil well, mainly in terms of process control. In this paper, the  $p_{pdg}$  was estimated using state estimators, which provide an estimate of the desired variable based on three available data sets (two simulated and one real industrial data set from both top and Christmas tree pressures) using a simple semi-empirical model that predicts the slugging behavior using gas lift. Five different Kalman filter-based approaches were compared to conclude which one is the best for the PDG estimation: discrete extended Kalman filter (DEKF), constrained extended Kalman filter (CEKF), constrained extended Kalman filter and smoother (CEKF&S), unscented Kalman filter (UKF) and cubature Kalman filter (CKF).

For the scenarios considered in this work, the CKF works better if the model is adjusted correctly, as in the industrial case. In this case, using a filter with no linearization for highly nonlinear models may be worth it. On the other hand, the DEKF works fine when the model is not correctly adjusted, as in the simulated scenarios. In this case, the model simulated poorly the  $p_{rt}$  variable, hindering the  $p_{pdg}$  estimation with the Kalman filters with no linearization. The extended filters, however, estimated the  $p_{pdg}$  satisfactory. For all scenarios presented in this paper, the mean error of the estimated  $p_{pdg}$  was around 1%, which is considered small in terms of practical purposes. In this case, the authors consider a relative error up to 5% still acceptable in terms of field application and practical purposes.

Even when the CKF works better, the problem of using this filter is its high computational cost. Thus, the user must evaluate the cost-benefit for each case. For example, when simulated data is used, the errors of the DEKF estimation are not so significant (around 2 to 3 times the magnitude of the CKF), thus this state estimation with linearization fits well. On the other hand, when industrial data is used, the errors of the DEKF estimation are higher (8 to 11 times the magnitude of the CKF), which compensates the computational cost.

Also, it is possible to verify that using only  $p_{tt}$  measurements, the results of the PDG pressure estimation have, on average, similar precision to using both the  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  measurements. This happens once the Christmas tree is close to the Pressure Downhole Gauge (PDG). As mentioned before, the advantage of using both  $p_{rt}$  and  $p_{tt}$  (or only the  $p_{rt}$ ) as inputs to estimate the  $p_{pdg}$  is that their gauges are easy to replace, in case of a fault, and they are reliable, considering the process noise. Moreover, some  $p_{pdg}$  values can be obtained by the well test, and their measurements can be used in the Kalman correction step to update the covariance matrix for the next simulations.

The results presented in this work are also interesting in terms of the oil production control, since the correct estimation of the PDG pressure can help to achieve the most

productive oil production in an optimized way, injecting less amount of gas lift, saving electricity and money.

### **3.7 Acknowledgement**

The authors acknowledge Eng. Fabio C. Diehl for providing the simulation and industrial data and the financial support from the National Petroleum, Natural Gas and Biofuels Agency (ANP) and Petróleo Brasileiro S.A. (PETROBRAS).



## **Capítulo 4 – Incrustação e acompanhamento operacional de rede de trocadores de calor utilizando técnica de estimadores de estado**

O presente capítulo foi omitido no texto parcial da tese, uma vez que está em revisão em revista científica.



## **Capítulo 5 – Estimação do bias: uma solução simples para a principal desvantagem dos estimadores de estado não lineares**

O presente capítulo foi omitido no texto parcial da tese, uma vez que está sendo preparado para submissão em revista científica.



## **Capítulo 6 – Filtro de Kalman robusto estendido com janela móvel através de formulação em programação quadrática**

O presente capítulo foi omitido no texto parcial da tese, uma vez que está em revisão em revista científica.



## Capítulo 7 – Considerações finais

Este capítulo apresenta as principais conclusões do trabalho e sugere futuras pesquisas em estimadores de estado não-lineares e com janela móvel.

### 7.1 Conclusões

Os estimadores de estado, ou observadores, são técnicas que reconstróem os estados de um modelo dinâmico a partir das medidas de entrada e saída do sistema. Eles podem ser baseados na teoria probabilística (proposto por Kalman), que considera ruídos no modelo ou na teoria determinística (introduzida por Luenberger) sem a presença de ruídos. Embora, na sua gênese, o controle “moderno” tenha motivado o surgimento dessas técnicas em 1960, os estimadores de estado são hoje em dia aplicados também em reconciliação de dados, analisadores virtuais, estimação de parâmetros, gêmeos digitais e detecção de falhas.

Considerando que o número de metodologias para a estimação de estados é elevado, uma breve revisão das técnicas foi apresentada no Capítulo 2 de modo a facilitar o entendimento. Além da revisão histórica, foram discutidas características de interesse, tais como linearidade, custo computacional, e vantagens e desvantagens do uso de diferentes estimadores de estado.

Através de uma aplicação em caso real, estimadores de estado estendidos e não lineares foram utilizados na estimação da PDG como analisador virtual no Capítulo 3. Os resultados mostraram que os filtros não lineares retornam os melhores resultados quando o modelo estava bem ajustado, que era o caso real. Os filtros estendidos, no entanto, mostraram uma melhor performance para os cenários simulados, considerando que o modelo não estava tão bem ajustado.

Por isso, no Capítulo 5, foi proposta uma metodologia para compensação do “bias” para os filtros não lineares para casos em que o modelo não estava tão bem ajustado. Essa técnica simples estima o “bias” como uma variável através de técnica de estado aumentado, deixando o filtro de Kalman sem rastro e de cubatura mais precisos, mesmo em um cenário de ajuste inadequado do modelo.

No Capítulo 4 foi abordada a estimação do parâmetro do coeficiente de incrustação em tempo real de uma bateria de trocadores industrial através de técnica de estado aumentado. Embora outras técnicas para cálculo da resistência à incrustação tenham sido

propostas, elas falham no caso industrial comum, onde todas as propriedades físicas necessárias não estão disponíveis. Os resultados se mostraram promissores para estimação de variáveis desconhecidas em paralelo com a estimação do parâmetro desejado, aumentando a capacidade de monitoramento do sistema.

O Capítulo 6 complementa a tese, mostrando a importância da utilização de estimadores de estado com janelas móveis para a estimação simultânea de estados e parâmetros em tempo real para o estudo que motivou a tese, a planta de quatro tanques esféricos. Nesse caso, metodologias com janelas móveis se mostram mais adequadas, uma vez que elas são capazes de reduzir erros de modelagem e também retornar estimados mais suavizados e sem *bias*. Além disso, no estudo, são apresentadas formas simples e robustas para reescrever o filtro de Kalman “não linear” retrocedido e retrocedido robusto como programação quadrática. Além disso, essa última técnica mostrou os resultados mais suavizados para todas as metodologias, tanto para a estimação de estados e parâmetros, sendo, portanto, a mais recomendada para uma aplicação industrial.

## 7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Assim como os filtros estudados neste trabalho, o mesmo faz parte de uma janela de desenvolvimentos, os quais permitem que se sugira os próximos passos a serem realizados. Tendo em vista os desenvolvimentos realizados nesta tese, as seguintes sugestões são algumas das mais promissoras:

- **Técnica de auditoria e diagnóstico de controle baseada em filtro de Kalman com janela móvel** – Os parâmetros relacionados ao funcionamento da malha de controle podem ser estimados em tempo real utilizando técnica de horizonte móvel suavizada e robusta.
- **Combinação de janela móvel com estimação do bias em estimadores não lineares** – Nesse caso, seriam combinadas as técnicas de estimação de bias e janela móvel na estimação simultânea de estados e parâmetros. Dessa forma, a janela móvel pode suavizar a estimação do bias.
- **Técnica para ajuste do tamanho da janela** – Considerando que o tamanho da janela quando se utiliza estimadores com horizonte móvel é dependente da dinâmica do sistema, amostragem, dentre outros, seria interessante desenvolver uma metodologia que determinasse o seu tamanho. Assim não seria necessário ajustá-la por testes em simulação.
- **Utilização de outras técnicas matemáticas para pré-tratamento de janela móvel** – A utilização de dados dos últimos pontos (ao invés de apenas o último) nos estimadores de estado, abre a possibilidade de utilizar técnicas de suavização, remoção de outliers, dentre outros, diretamente na janela móvel.



## Referências

- AAMO, O.M. *et al.* Observer design for multiphase flow in vertical pipes with gas-lift— theory and experiments. **Journal of Process Control**, [s. l.], v. 15, n. 3, p. 247–257, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2004.07.002>
- AFSHARI, H.H.; GADSDEN, S.A.; HABIBI, S. Gaussian filters for parameter and state estimation: A general review of theory and recent trends. **Signal Processing**, [s. l.], v. 135, p. 218–238, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.01.001>
- AGUIRRE, Luis A *et al.* Development of soft sensors for permanent downhole Gauges in deepwater oil wells. **Control Engineering Practice**, [s. l.], v. 65, p. 83–99, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2017.06.002>
- ÅKESSON, J. *et al.* Modeling and optimization with Optimica and JModelica.org— Languages and tools for solving large-scale dynamic optimization problems. **Computers & Chemical Engineering**, [s. l.], v. 34, n. 11, p. 1737–1749, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2009.11.011>
- ALFRIEND, Kyle T *et al.* The Basics of Analytical Mechanics, Optimization, Control and Estimation. *In*: ALFRIEND, Kyle T *et al.* (org.). **Spacecraft Formation Flying**. Oxford: Elsevier, 2010. p. 39–57. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-8533-7.00208-6>
- ALGEROY, John *et al.* Permanent Monitoring: Taking It to the Reservoir. **Oilfield Review**, [s. l.], v. 22, n. 1, p. 34–41, 2010. Disponível em: [http://www.slb.com/resources/publications/industry\\_articles/oilfield\\_review/2010/or2010spr03\\_perm\\_monitoring.aspx](http://www.slb.com/resources/publications/industry_articles/oilfield_review/2010/or2010spr03_perm_monitoring.aspx)
- ANTONELO, Eric A; CAMPONOGARA, Eduardo; FOSS, Bjarne. Echo State Networks for data-driven downhole pressure estimation in gas-lift oil wells. **Neural Networks**, [s. l.], v. 85, p. 106–117, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2016.09.009>
- APIO, Andressa *et al.* PDG Pressure Estimation in Offshore Oil Well: Extended Kalman Filter vs. Artificial Neural Networks. *In*: , 2019, Florianópolis, Brazil. **12th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, including Biosystems**. Florianópolis, Brazil: IFAC Papers Online, 2019.
- ARASARATNAM, I; HAYKIN, S. Cubature Kalman Filters. **IEEE Transactions on Automatic**

**Control**, [s. l.], v. 54, n. 6, p. 1254–1269, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2019800>

ASTROZA, Rodrigo; EBRAHIMIAN, Hamed; CONTE, Joel P. Performance comparison of Kalman-based filters for nonlinear structural finite element model updating. **Journal of Sound and Vibration**, [s. l.], v. 438, p. 520–542, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.09.023>

BARBOSA, Bruno H.G. *et al.* Downhole Pressure Estimation Using Committee Machines and Neural Networks. In: , 2015, Florianópolis, Brazil. **2nd IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production OOGP 2015**. Florianópolis, Brazil: IFAC Papers Online, 2015. p. 286–291. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.045>

BESTLE, D; ZEITZ, M. Canonical form observer design for non-linear time-variable systems. **International Journal of Control**, [s. l.], v. 38, n. 2, p. 419–431, 1983. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207178308933084>

BOGDANSKI, Karol; BEST, Matthew C. A new structure for non-linear black-box system identification using the extended Kalman filter. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, [s. l.], v. 231, n. 14, p. 2005–2015, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/0954407017692219>

BORNARD, G; HAMMOURI, H. A high gain observer for a class of uniformly observable systems. In: , 1991. **[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control**. [S. l.: s. n.], 1991. p. 1494–1496 v.2. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/CDC.1991.261650>

CAMPOS, M *et al.* **Anti-Slug Advanced Control for Offshore Production Platforms**. Rio de Janeiro, Brazil: Offshore Technology Conference, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.4043/26243-MS>

D'ALFONSO, Luigi *et al.* Mobile robot localization via EKF and UKF: A comparison based on real data. **Robotics and Autonomous Systems**, [s. l.], v. 74, p. 122–127, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2015.07.007>

DI MEGLIO, F *et al.* Model-based control of slugging: advances and challenges. In: , 2012, Trondheim, Norway. **1st IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production**. Trondheim, Norway: IFAC Proceedings Volumes, 2012. p. 109–115. Disponível em: <https://doi.org/10.3182/20120531-2-NO-4020.00029>

DI MEGLIO, F; KAASA, G O; PETIT, N. A first principle model for multiphase slugging flow in vertical risers. In: , 2009, Shanghai, China. **Proceedings of the 48h IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 28th Chinese Control Conference**. Shanghai, China: IEEE, 2009. p. 8244–8251. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/CDC.2009.5400680>

DI MEGLIO, Florent *et al.* Stabilization of slugging in oil production facilities with or without upstream pressure sensors. **Journal of Process Control**, [s. l.], v. 22, n. 4, p. 809–822, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2012.02.014>

DIEHL, Fabio C *et al.* Oil production increase in unstable gas lift systems through nonlinear model predictive control. **Journal of Process Control**, [s. l.], v. 69, p. 58–69, 2018.

Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2018.07.009>

DIEHL, Fabio César *et al.* Fast Offshore Wells Model (FOWM): A practical dynamic model for multiphase oil production systems in deepwater and ultra-deepwater scenarios.

**Computers & Chemical Engineering**, [s. l.], v. 99, n. 6, p. 304–313, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.01.036>

EIKREM, Gisle Otto; IMSLAND, Lars; FOSS, Bjarne. Stabilization of Gas Lifted Wells Based on State Estimation. *In:* , 2004, Hong Kong, China. **7th International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM 2003)**. Hong Kong, China: IFAC Proceedings Volumes, 2004. p. 323–328. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)38752-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)38752-9)

ESCOBAR, Marcelo; TRIERWEILER, Jorge O. Multivariable PID controller design for chemical processes by frequency response approximation. **Chemical Engineering Science**, [s. l.], v. 88, p. 1–15, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2012.11.011>

FENG, Shuqiang. **Global Offshore Gas Production Grows**. [S. l.], 2017. Disponível em: <https://www.hartenergy.com/exclusives/global-offshore-gas-production-grows-176763>. Acesso em: 5 maio 2019.

FRANKE, Meik *et al.* Online monitoring of semi-continuous emulsion copolymerization: Comparing constrained extended Kalman filtering to feed-forward calorimetry. *In:* , 2001, Jeju Island, Korea. **6th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems**. Jeju Island, Korea: IFAC Proceedings Volumes, 2001. p. 227–232. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)33828-4](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)33828-4)

FRIEDLAND, Bernard. Observers. *In: THE CONTROL SYSTEMS HANDBOOK: CONTROL SYSTEM ADVANCED METHODS, SECOND EDITION*. [S. l.: s. n.], 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1201/b10384>

GAO, Fei *et al.* Parameter identification for Van Der Pol–Duffing oscillator by a novel artificial bee colony algorithm with differential evolution operators. **Applied Mathematics and Computation**, [s. l.], v. 222, n. Supplement C, p. 132–144, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.07.053>

GARCIA, R.V. *et al.* Nonlinear filtering for sequential spacecraft attitude estimation with real data: Cubature Kalman Filter, Unscented Kalman Filter and Extended Kalman Filter. **Advances in Space Research**, [s. l.], v. 63, n. 2, p. 1038–1050, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2018.10.003>

GEREVINI, Giovanni G; FARENZENA, Marcelo; TRIERWEILER, Jorge O. Slugging attenuation using Nonlinear Model Predictive Control in offshore oil production. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, [s. l.], v. 165, p. 187–198, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.01.054>

GESTHUISEN, R; KLATT, K.-U.; ENGELL, S. Optimization-based state estimation — A comparative study for the batch polycondensation of polyethyleneterephthalate. *In:* , 2001, Porto, Portugal. **2001 European Control Conference (ECC)**. Porto, Portugal: IEEE, 2001. p. 1062–1067. Disponível em: <https://doi.org/10.23919/ECC.2001.7076055>

GRYZLOV, A; SCHIFERLI, W; MUDDE, R.F. Soft-sensors: Model-based estimation of inflow

in horizontal wells using the extended Kalman filter. **Flow Measurement and Instrumentation**, [s. l.], v. 34, p. 91–104, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2013.09.002>

HASELTINE, Eric L; RAWLINGS, James B. Critical Evaluation of Extended Kalman Filtering and Moving-Horizon Estimation. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, [s. l.], v. 44, n. 8, p. 2451–2460, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1021/ie034308l>

HAUTUS, M. L. J. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. **Ned. Akad. Wetenschappen**, [s. l.], v. 72, p. 443–448, 1969.

HAYKIN, Simon. **Kalman Filtering and Neural Networks**. [S. l.: s. n.], 2001. v. 5 Disponível em: <https://doi.org/10.1002/0471221546>

HU, Bin. **Characterizing gas-lift instabilities**. 2004. - Norwegian University of Science and Technology, [s. l.], 2004. Disponível em: [https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/239283/123385\\_FULLTEXT01.pdf?sequence=1](https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/239283/123385_FULLTEXT01.pdf?sequence=1)

HUANG, Bin *et al.* Calculation Algorithm of Tire-Road Friction Coefficient Based on Limited-Memory Adaptive Extended Kalman Filter. **Mathematical Problems in Engineering**, [s. l.], v. 2019, p. 1056269, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2019/1056269>

HÜFFNER, Leonardo Nardi; TRIERWEILER, Jorge Otávio; FARENZENA, Marcelo. Are complex black-box models for Permanent Downhole Gauge pressure estimation necessary? **Journal of Petroleum Science and Engineering**, [s. l.], v. 173, p. 715–732, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.10.047>

JAHANSHAHI, Esmail; SKOGESTAD, Sigurd; HANSEN, Henrik. Control structure design for stabilizing unstable gas-lift oil wells. **IFAC Proceedings Volumes**, Singapore, v. 45, n. 15, p. 93–100, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.3182/20120710-4-SG-2026.00110>. Acesso em: 25 jan. 2017.

JANSEN, Bård *et al.* Automatic Control of Unstable Gas Lifted Wells. *In*: , 1999, Houston, USA. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. Houston, USA: Society of Petroleum Engineers, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.2118/56832-MS>

JAZWINSKI, A. Limited memory optimal filtering. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [s. l.], v. 13, n. 5, p. 558–563, 1968. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TAC.1968.1098981>

JAZWINSKI, A. H. **Stochastic Process and Filtering Theory**. San Diego, CA: Academic, 1970.

JULIER, S.J.; UHLMANN, J.K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. **Proceedings of the IEEE**, [s. l.], v. 92, n. 3, p. 401–422, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2003.823141>

JULIER, S; UHLMANN, J; DURRANT-WHYTE, H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [s. l.], v. 45, n. 3, p. 477–482, 2000. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/9.847726>

KAASA, Glenn Ole *et al.* Nonlinear model-based control of unstable wells. **Modeling, Identification and Control**, [s. l.], v. 28, n. 3, p. 69–79, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.4173/mic.2007.3.2>

KALMAN, Rudolph Emil. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. **Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering**, [s. l.], v. 82, n. Series D, p. 35–45, 1960.

LEVINE, William S. **The Control Systems Handbook, Second Edition: Control System Advanced Methods, Second Edition**. 2nd. ed. USA: CRC Press, Inc., 2009.

LI, Wenling; JIA, Yingmin. H-infinity filtering for a class of nonlinear discrete-time systems based on unscented transform. **Signal Processing**, [s. l.], v. 90, n. 12, p. 3301–3307, 2010. Disponível em: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2010.05.023>

LUENBERGER, D G. Observing the State of a Linear System. **IEEE Transactions on Military Electronics**, [s. l.], v. 8, n. 2, p. 74–80, 1964. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TME.1964.4323124>

MANNING, Mathew. **Offshore production nearly 30% of global crude oil output in 2015**. [S. l.], 2016. Disponível em: <https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=28492>. Acesso em: 6 mar. 2019.

METROPOLIS, Nicholas; ULAM, S. The Monte Carlo Method. **Journal of the American Statistical Association**, [s. l.], 1949. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310>

MOHD ALI, Jarinah *et al.* Review and classification of recent observers applied in chemical process systems. **Computers & Chemical Engineering**, [s. l.], v. 76, p. 27–41, 2015. Disponível em: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.01.019>

NYGAARD, G; NAEDAL, G; MYLVAGANAM, S. Evaluating nonlinear Kalman filters for parameter estimation in reservoirs during petroleum well drilling. *In:* , 2006, Munich, Germany. **2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control**. Munich, Germany: IEEE, 2006. p. 1777–1782. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/CACSD-CCA-ISIC.2006.4776910>

OGATA, Katsuhiko. **Modern Control Engineering Fifth Edition**. [S. l.: s. n.], 2009. ISSN 0018-9286. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1100013>

QI, Junjian; TAHA, Ahmad; WANG, Jianhui. Comparing Kalman Filters and Observers for Power System Dynamic State Estimation With Model Uncertainty and Malicious Cyber Attacks. **IEEE Access**, [s. l.], v. 6, p. 77155–77168, 2018.

RANGEGOWDA, Pavanraj H *et al.* Simultaneous State and Parameter Estimation using Robust Receding-horizon Nonlinear Kalman Filter. **IFAC-PapersOnLine**, [s. l.], v. 52, n. 1, p. 10–15, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.06.030>

RAO, Christopher V; RAWLINGS, James B; LEE, Jay H. Constrained linear state estimation—a moving horizon approach. **Automatica**, [s. l.], v. 37, n. 10, p. 1619–1628, 2001. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(01\)00115-7](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(01)00115-7)

- RAUCH, H. E.; STRIEBEL, C. T.; TUNG, F. Maximum likelihood estimates of linear dynamic systems. **AIAA Journal**, [s. l.], v. 3, n. 8, p. 1445–1450, 1965. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.3166>
- RAWLINGS, James B; BAKSHI, Bhavik R. Particle filtering and moving horizon estimation. **Computers & Chemical Engineering**, [s. l.], v. 30, n. 10–12, p. 1529–1541, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2006.05.031>
- RENGASWAMY, R; NARASIMHAN, S; KUPPURAJ, V. Receding-Horizon Nonlinear Kalman (RNK) Filter for State Estimation. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [s. l.], v. 58, n. 8, p. 2054–2059, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/TAC.2013.2253271>
- RENGASWAMY, Raghunathan; NARASIMHAN, Shankar; KUPPURAJ, Vidyashankar. Receding Nonlinear Kalman (RNK) Filter for Nonlinear Constrained State Estimation. In: PISTIKOPOULOS, E N; GEORGIADIS, M C; KOKOSSIS, A C B T - Computer Aided Chemical Engineering (org.). **21 European Symposium on Computer Aided Process Engineering**. [S. l.]: Elsevier, 2011. v. 29, p. 844–848. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53711-9.50169-3>
- REZENDE, Edson F.A.; TEIXEIRA, Alex F; MENDES, Eduardo M.A.M. BR-Sensor: An On-line Data-driven Soft Sensor of Downhole Pressure\*\*Final support from Petrobras S.A. is acknowledged. **IFAC-PapersOnLine**, Florianópolis, Brazil, v. 48, n. 6, p. 311–316, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.049>
- SALAU, Nina P G. **Abordagem Sistemática para Construção e Sintonia de Estimadores de Estados Não-Lineares**. 2009. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, [s. l.], 2009.
- SALAU, Nina P G; TRIERWEILER, Jorge O; SECCHI, Argimiro R. State estimators for better bioprocesses operation. In: BOGLE, Ian David Lockhart; FAIRWEATHER, Michael B T - Computer Aided Chemical Engineering (org.). **22 European Symposium on Computer Aided Process Engineering**. [S. l.]: Elsevier, 2012. v. 30, p. 1267–1271. Disponível em: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-444-59520-1.50112-3>
- SANTOS, José Eduardo Weber. **Método de ajuste para MPC baseado em multi-cenários para sistemas não quadrados**. 2016. - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, [s. l.], 2016. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/141217>
- SIMON, Dan. **Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches**. [S. l.]: Wiley-Interscience, 2006.
- SINEGRE, L; PETIT, N; MENEGATTI, P. Predicting instabilities in gas-lifted wells simulation. In: , 2006, Minneapolis, USA. **2006 American Control Conference**. Minneapolis, USA: IEEE, 2006. p. 8 pp. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657604>
- SPESIVTSEV, Pavel *et al.* Predictive model for bottomhole pressure based on machine learning. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, [s. l.], v. 166, p. 825–841, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.03.046>
- TEIXEIRA, Bruno O.S. *et al.* Data-driven soft sensor of downhole pressure for a gas-lift oil well. **Control Engineering Practice**, [s. l.], v. 22, p. 34–43, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2013.09.005>

- 
- TORRE, A J *et al.* Casing Heading in Flowing Oil Wells. **SPE Production Engineering**, [s. l.], v. 2, n. 04, 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.2118/13801-PA>
- UILHOORN, F E. Comparison of Bayesian estimation methods for modeling flow transients in gas pipelines. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, [s. l.], v. 38, p. 159–170, 2017. Disponível em: <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jngse.2016.12.007>
- WALCOTT, B L; CORLESS, M J; ŽAK, S H. Comparative study of non-linear state-observation techniques. **International Journal of Control**, [s. l.], v. 45, n. 6, p. 2109–2132, 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207178708933870>
- WAN, Eric A; VAN DER MERWE, Rudolph. The Unscented Kalman Filter. *In*: KALMAN FILTERING AND NEURAL NETWORKS. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2002. (Wiley Online Books).p. 221–280. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/0471221546.ch7>
- YANG, Cheng; SHI, Wenzhong; CHEN, Wu. Comparison of Unscented and Extended Kalman Filters with Application in Vehicle Navigation. **Journal of Navigation**, [s. l.], v. 70, n. 2, p. 411–431, 2017. Disponível em: <https://doi.org/DOI: 10.1017/S0373463316000655>
- YUAN, Bin. **Formation Damage during Improved Oil Recovery: Fundamentals and Applications**. 2018. ed. [S. l.]: Elsevier, 2018.
- ZEITZ, M. The extended Luenberger observer for nonlinear systems. **Systems & Control Letters**, [s. l.], v. 9, n. 2, p. 149–156, 1987. Disponível em: [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0167-6911\(87\)90021-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0167-6911(87)90021-1)