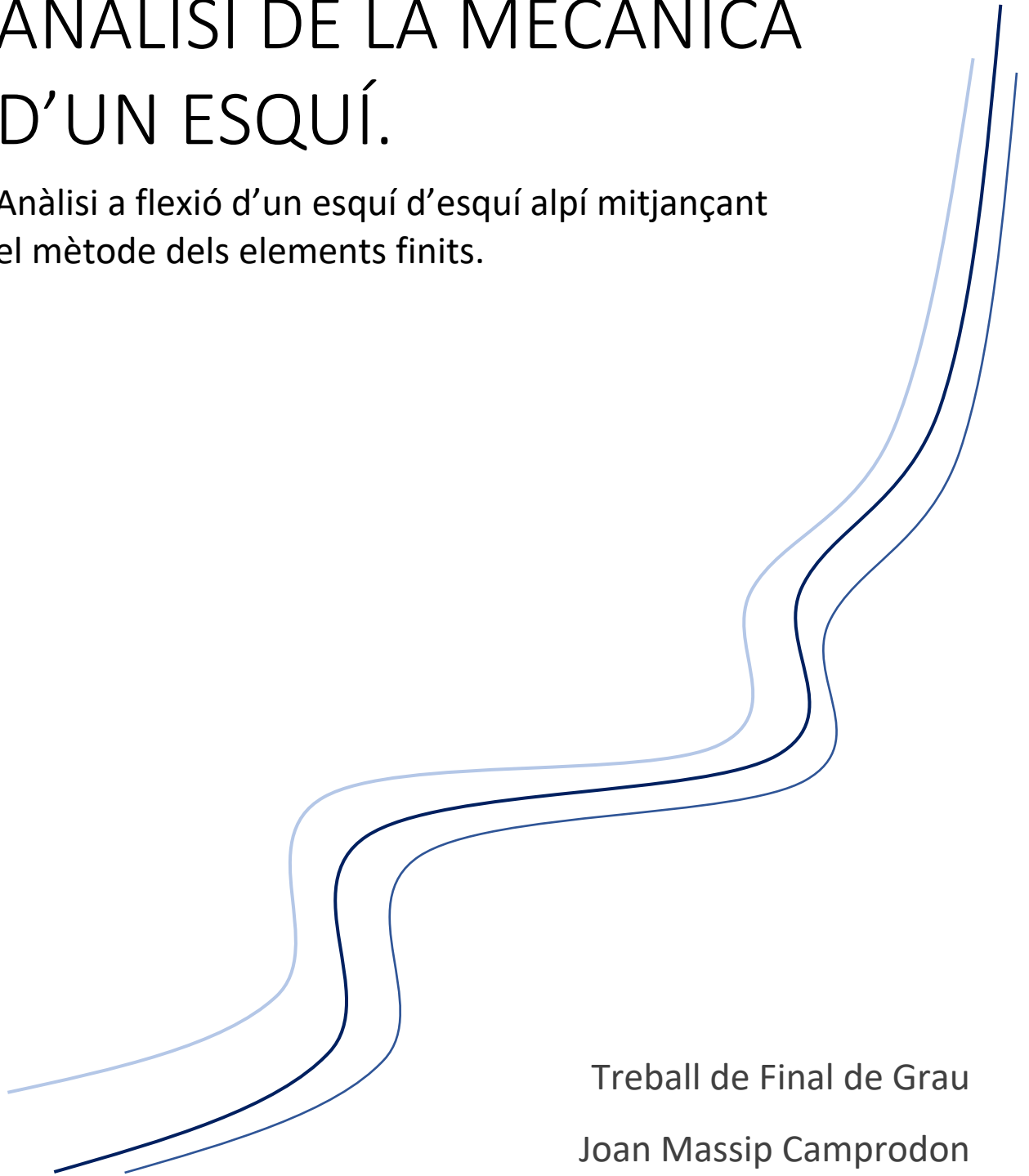


ANÀLISI DE LA MECÀNICA D'UN ESQUÍ.

Anàlisi a flexió d'un esquí d'esquí alpí mitjançant
el mètode dels elements finits.



Treball de Final de Grau
Joan Massip Camprodon

03/07/2020

1. ABSTRACT

In this project, the mechanics of a ski have been studied to see its mechanical strength and behaviour.

First of all, a review of the history of skiing, where it comes from and its evolution. The process of making a current ski has also been explained. To make the ski, we looked for the materials that made it up, we took measurements of a sample ski to model it with the 3D design program *SOLIDWORKS® Student Edition 2019-2020*.

From the modelling, it has been exported to the FEM *ABAQUS® Student version 2019* calculation program to perform the simulation by the finite elements method and obtain the results of the mechanical strength of the ski according to the bending force apply.

With these results, a conclusion has been drawn about whether the modelling is well done or not and whether the ski is safe enough or not. It has been concluded that the ski would not break as in the first simulation the stress states are not exaggerated and in the second one the ski would skid and never get to adopt the simulated geometry.

ÍNDEX

1. Abstract	3
2. Introducció i Objectius	6
2.1. Objectius del projecte	6
3. Abast del projecte	7
4. L'esquí: Evolució i Fabricació	8
4.1. Evolució de la fabricació d'esquís	10
4.1.1. Característiques d'un esquí actual	14
5. Esquí analitzat	21
5.1. Característiques de l'esquí	21
5.1.1. Característiques mecàniques	21
5.1.2. Característiques geomètriques	23
6. Mètode d'anàlisi	27
7. Anàlisi	28
7.1. Anàlisi mitjançant el mètode d'elements finits	28
7.1.1. Modelat	28
7.1.2. Simulació	54
7.2. Anàlisi amb un esquí de prova	69
8. Resultats	70
8.1. Anàlisi per elements finits	70
8.1.1. Anàlisi 1	70
8.1.2. Anàlisi 2	78
8.2. Anàlisi amb un esquí de prova	91
8.3. Comparació de resultats	91
9. Conclusions	92

10.	<i>Referències bibliogràfiques</i>	93
10.1.	Referències bibliogràfiques de figures	94
11.	<i>Annexes</i>	96
11.1.	Annex 1: Primer modelat	96
11.2.	Annex 2: Llei de Hooke	103
12.	<i>Agraïments</i>	104

2. INTRODUCCIÓ I OBJECTIUS

La motivació d'aquest treball de final de grau és la passió del seu autor per l'esquí que l'ha portat a voler conèixer amb més profunditat l'estri bàsic per a la realització d'aquest esport.

Aquest treball es centra en l'anàlisi de la resistència mecànica d'un esquí ja que han de suportar impactes constantment. Primer de tot s'explica d'on i de quina època provenen els esquís i també la seva evolució al llarg dels anys. Aquesta ullada a la història és necessària per comprendre la fabricació actual d'un esquí.

Per a la realització del projecte, s'ha escollit un model existent d'esquí i s'han analitzat les seves característiques, tant geomètriques com els materials que el componen. Un cop s'ha analitzat l'esquí se n'ha fet un model 3D per sotmetre'l a proves mecàniques mitjançant el mètode d'elements finits. Amb aquest mètode es poden obtenir els resultats desitjats per determinar la resistència mecànica de l'esquí.

En el moment en que es va plantejar el desenvolupament d'aquest treball, un dels objectius fonamentals era l'assaig experimental en laboratori d'un esquí de prova per tal de validar la simulació numèrica que aquí es presenta. Les circumstàncies especials en les que s'ha dut a terme aquest treball, però, han impossibilitat aquesta part dels objectius inicials.

2.1. OBJECTIUS DEL PROJECTE

Aquest projecte té com a objectiu principal quantificar les capacitats mecàniques d'un esquí convencional, la resistència a flexió. Apart d'aquest objectiu global també té altres objectius:

- Determinar les capes que componen un esquí actual i les propietats mecàniques que li aporta cadascuna d'elles.
- Determinar l'efecte de la geometria de l'esquí en el seu comportament.
- Determinar com afecten les diferents orientacions que puguin tenir les fibres de compost al comportament mecànic de l'esquí.
- Simular virtualment l'esforç que pateix un esquí convencional.

3. ABAST DEL PROJECTE

Aquest projecte engloba tota la part analítica d'un esquí, no pretén realitzar el disseny de cap esquí ni determinar quins materials són més o menys adequats per als esquis. S'analitza els materials d'un esquí convencional escollit i es sotmet a diferents tests virtuals, per tal d'aconseguir complir els objectius marcats en l'apartat anterior.

4. L'ESQUÍ: EVOLUCIÓ I FABRICACIÓ

Els antecedents de l'esquí van lligats al naixement i a l'evolució d'aquest com a mitjà de transport. Aquest mitjà de transport és procedent dels països nòrdics, especialment de Lapònia. No és improbable l'ús dels esquís per part dels lapons a l'Àsia central, abans d'emigrar a les regions nòrdiques. És difícil de precisar la forma inicial i la longitud dels primers esquís, la disposició de la curvatura i si aquesta era per un sol dels seus extrems o bé si això era el resultat d'una llarga sèrie de modificacions. És molt possible que l'home partís d'un disc de cuir adaptat als peus però veient la necessitat d'haver de fer-lo lliscar, s'anés allargant. Els lapons adaptaren una pell de ren a la sola dels esquís amb la qual s'impulsaven, actualment se'n diu pell de foca, tot i ser una tela sintètica unidireccional que permet lliscar únicament cap a un sentit, ja que durant molt anys s'ha usat la pell de foca natural. Era comú també l'ús d'un llarg bastó o d'una perxa de fusta per impulsar-se i guardar l'equilibri. Aquests bastons, molt evolucionats són encara el complement necessari dels esquís.

L'esquí com a mitjà de transport ha perdurat al llarg dels segles i constitueix modernament una especialitat logística en alguns exèrcits. Com a especialitat esportiva aparegué al segle XIX i començà a tenir difusió, després de diverses manifestacions als països nòrdics, a través de les curses de fons i de salts celebrades a Cristiana (Oslo), allà es fundà el primer club d'esquí, el "Ski Club Christiana" (1877). La publicació a Berlín (1891) de la travessada amb esquís de Groenlàndia pel noruec Nansen (1888) va produir un gran interès per l'esquí a tots els països alpins. El primer club d'esquí alpi va ésser creat a Glaris (Suïssa) l'any 1893, aquell mateix any també es fundà la primera fàbrica d'esquís. L'any 1924 es van celebrar els primers



Figura 1.- Salt d'esquí als Jocs Olímpics de Chamonix, 1924.
(La Aventura de la Historia) [1]

J.J.O.O. d'hivern els quals foren celebrats a Chamonix (França). Aquell mateix any va ser instituïda la Federació Internacional d'Esquí, aquesta, l'any 1930 reconegué les disciplines alpines apart de les nòrdiques que ja estaven admeses anteriorment. Actualment les disciplines nòrdiques són: fons, salt, combinada nòrdica, biatló i el telemarc. Pel que fa a les disciplines alpines, actualment hi ha: descens, súper gegant, eslàlom, eslàlom gegant, paral·lel, combinada alpina i la súper combinada alpina.

L'esquí va arribar a Catalunya l'any 1908 a partir de la creació de la secció d'esports de muntanya del Centre Excursionista de Catalunya. Les primeres experiències amb esquís foren aquell mateix any als rasos de Peguera (Berguedà), el material va ésser importat de Suïssa. La Fédération de Sociétés Pyrénéistes confià al CEC (Centre Excursionista de Catalunya) els seus campionats

internacionals. Aquests es disputaren l'any 1912 a La Molina, l'estació degana de Catalunya. El primer Saló de l'Esquí Català organitzat pel CEC el 1930 junt amb la Federació d'Entitats Excursionistes crearen la Federació Catalana d'Esquí (1933). A partir de llavors l'esquí començà a créixer més i més gràcies als concursos internacionals de Núria que reunien els millors esquiadors olímpics, curses de muntanya per equips, rallies, etc. S'inauguraren noves estacions d'esquí a la Vall d'Aran, Solsonès, Pallars Sobirà, etc.



Figura 2.- Núria Pau en el gegant al campionat d'Espanya celebrat a Esport Esquí, 2017. (Lugares de Nieve) [2]

es fa en l'actualitat, aquells esquís tenien un radi de gir d'uns 80 m, cosa que és un radi exageradament gran.

La majoria d'esquís fins a finals del segle XIX eren blocs sòlids de fusta tallats amb la forma d'esquí, i les fixacions eren bàsicament tires de cuir que subjectaven la bota per la punta i pel taló. L'any 1894, Fritz Huitfeldt, va inventar una puntera metàl·lica que es subjectava molt millor, més endavant va canviar les tires de cuir per peces metàl·liques amb varis tancaments i molles.

L'any 1926 es van crear els primers esquís amb cantells d'acer, inventats per l'Austríac Rudolf Lettner. Pràcticament al mateix temps, l'any 1932, el noruec Fritz Huitfeldt va presentar la fixació Kandahar, aquestes fixacions transmetien molt millor els moviments als esquís i eren força fàcils de regular. Aquell mateix any es van començar a vendre els primers esquís laminats, aquests esquís combinaven diverses fustes com ara freixe, noguera o bedoll.



Figura 4.- Fixació Kandahar. (Nevasport) [4]

Gràcies a aquestes evolucions dels esquís, va permetre que els esquiadors anessin més ràpids i fossin més agressius a l'hora de realitzar els girs, però, les fixacions no estaven adaptades per a esquiar d'aquella manera i van començar a aparèixer moltes lesions. L'any 1950, la marca LOOK® va inventar la fixació Nevada, la qual va introduir l'expulsió de la puntera. Això permetia que la punta de la bota sortís per el lateral de l'esquí en una caiguda, tal i com passa a l'actualitat.

L'any 1954, es van introduir les soles dels esquís de polietilè, això va permetre un millor lliscament sobre la neu. No va ser fins als anys seixanta que no es van introduir les botes de plàstic, les quals permetien una millor subjecció.

L'última revolució dels esquís durant el segle XX abans del *carving*, la va inventar SALOMON S.A.S.®, l'any 1990 es va inventar l'esquí monocasc. Es basa en una carcassa buida, s'injecta una espuma la qual s'expandeix i es solidifica. A diferència del laminat, aquest sistema permetia una producció en massa a molt baix cost.

Des de la invenció del "Telemark", l'estil d'esquiar no havia variat en excés, els esquís solien tenir uns radis de gir entre els 40 i 50 metres. L'any 1991 es va presentar un esquí anomenat *Sidecut Extreme (SCX)*, de la marca ELAN, D.O.O.®, el qual tenia un radi de gir de 15 metres. És considerat el primer esquí *carving* de la història tot i que no es va popularitzar fins l'any 1993. Aquests esquís es van anar popularitzant durant la dècada dels 90 i es van arribar a cotes molt extremes de fins a 8 metres de radi de gir, aquests es coneixien com a *carving* radical o extrem. En el món de la competició, els esquís havien evolucionat tant que l'any 2003 es van posar límits a les cotes i exigien

un radi de gir mínim, als anys 2008 i 2013, aquestes restriccions es van endurir. En qualsevol cas, el món de la competició va anar per una banda i els esquís “de carrer” per una altra.

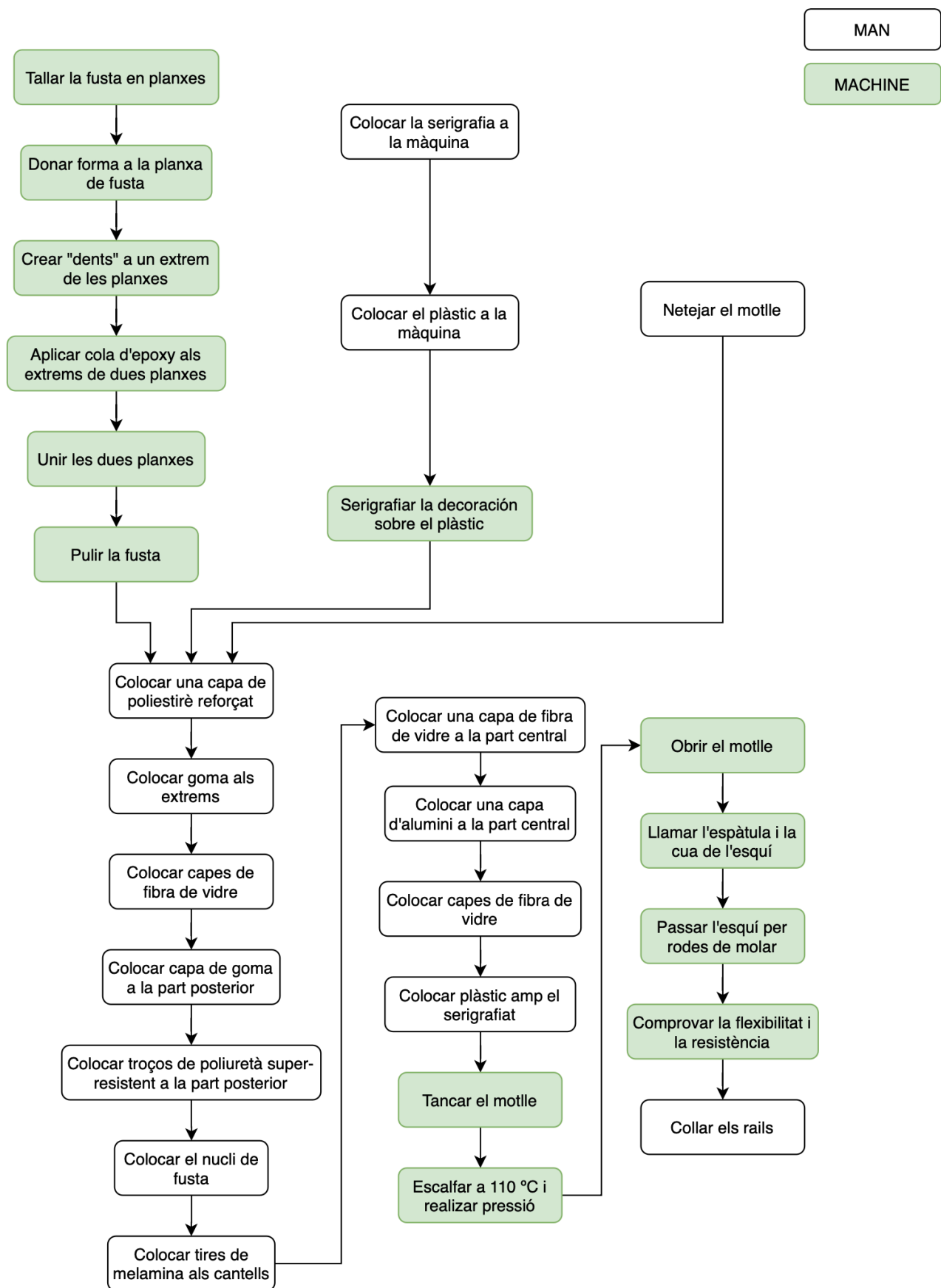


Figura 5.- Esquí ELAN SCX®. (Nevasport) [5]

Actualment els esquís *carving* són els més populars tot i que ja hi comença a haver noves tecnologies tot i que cap d'elles molt revolucionària.

Actualment hi torna a haver força gent que en fa de 100% artesanals i completament de fusta noble excepte el terra i els cantells ja que sinó tindrien un coeficient de fricció molt elevat i serien uns esquís que no girarien pràcticament.

Diagrama del procés de fabricació industrial d'un esquí actual:



En l'esquema anterior s'observa que tot i que fa molts anys que es fabriquen i la tecnologia ha evolucionat moltíssim, el procés de fabricació continua tenint una gran dependència de l'home ja que consta de molts processos manuals.

4.1.1. CARACTERÍSTIQUES D'UN ESQUÍ ACTUAL

Per tal de saber a quines proves s'ha de sotmetre l'esquí i extreure'n la màxima informació de cadascuna d'elles, s'han de saber quines característiques té i quina funcionalitat té cadascuna. Les més importants són les següents:

LONGITUD:

És la distància total de l'esquí, mesurada des de les puntes i sense tenir en compte la curvatura del propi esquí.



Figura 6.- Esquema de la longitud total d'un esquí.

La longitud de l'esquí va en funció de l'alçada de cada persona i del tipus d'esquí que sigui.

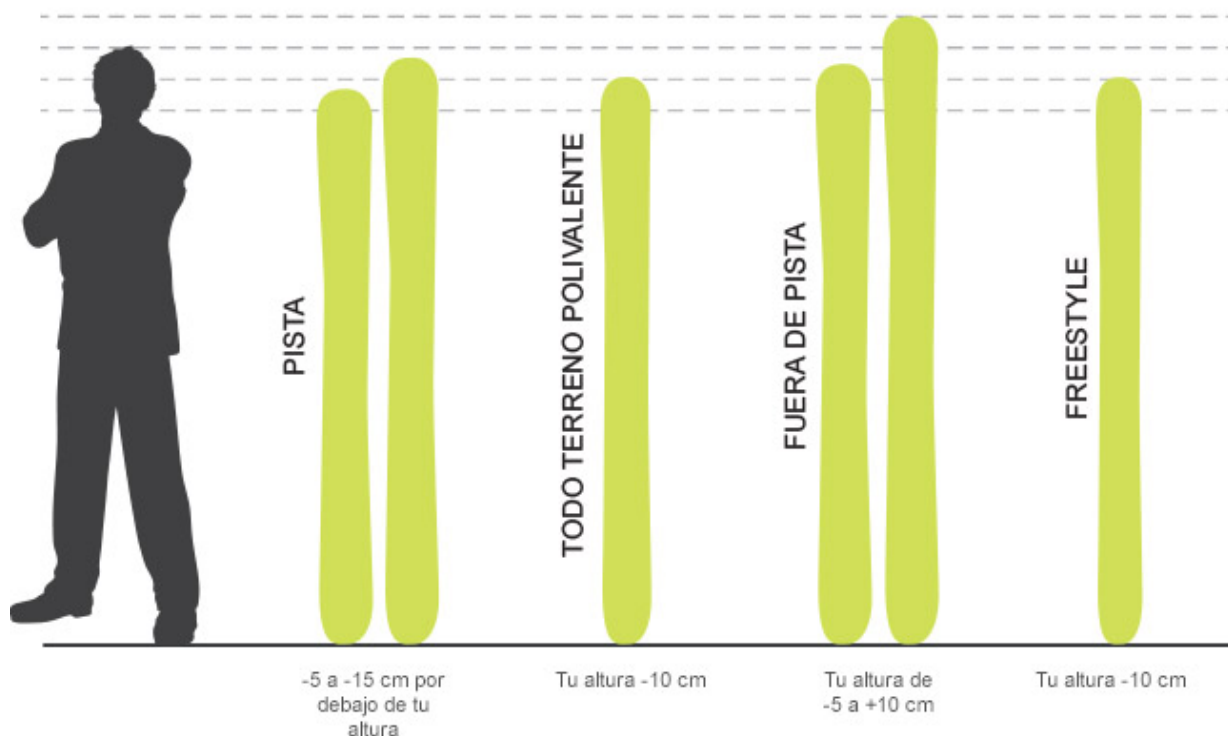


Figura 7.- Esquema de la longitud d'un esquí segons l'alçada de l'usuari i el tipus d'esquí. (Estiber) [6]

LONGITUD DE CURSA:

És la distància entre els dos punts de contacte de l'esquí amb el terra, sense tenir en compte ni les puntes de l'esquí ni la seva pròpia curvatura.



Figura 8.- Esquema de la longitud de cursa d'un esquí.

Un esquí amb una longitud de cursa llarga indica que l'esquí té un bon contacte dels cantells amb la neu durant els girs, però a la vegada és un esquí difícil de maniobrar. Sol estar associat a radis de curvatura grans.

Un esquí amb una longitud de cursa curta indica que és un esquí fàcil de maniobrar però a l'hora de fer els girs no té tant bon contacte dels cantells amb la neu. Sol anar associat a radis de gir petits.

ANGLE DE DIVERGÈNCIA:

És l'angle que formen els cantells amb la perpendicular en el punt més ample de la cua.



Figura 9.- Esquema de l'angle de divergència d'un esquí.

Un angle de divergència gran indica un esquí agressiu a les sortides dels viratges, mentre que un angle de divergència menor indica uns esquís que derrapen fàcilment a les sortides dels viratges. Els esquís amb un angle de divergència petit s'adapten molt millor a la neu verge.

RADI DE GIR:

És el radi que té la circumferència tangent a la curvatura lateral de l'esquí.

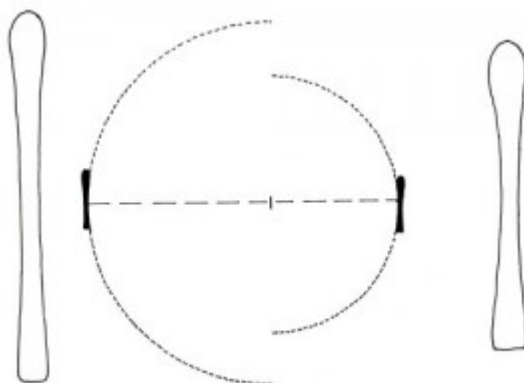


Figura 10.- Esquema del radi de gir d'un esquí. (Blogger) [7]

Un radi de gir més gran redueix el contacte entre el lateral de l'esquí i la neu, és a dir, fa més difícil inclinar-se i per tant realitzar girs. Els radis de girs grans, però, fan que sigui un esquí més veloç en línia recta.

Un radi de gir petit atorga més contacte del lateral de l'esquí amb la neu i permet fer girs molt més ràpidament i molt més tancats, però, en línia recta no són tant ràpids.

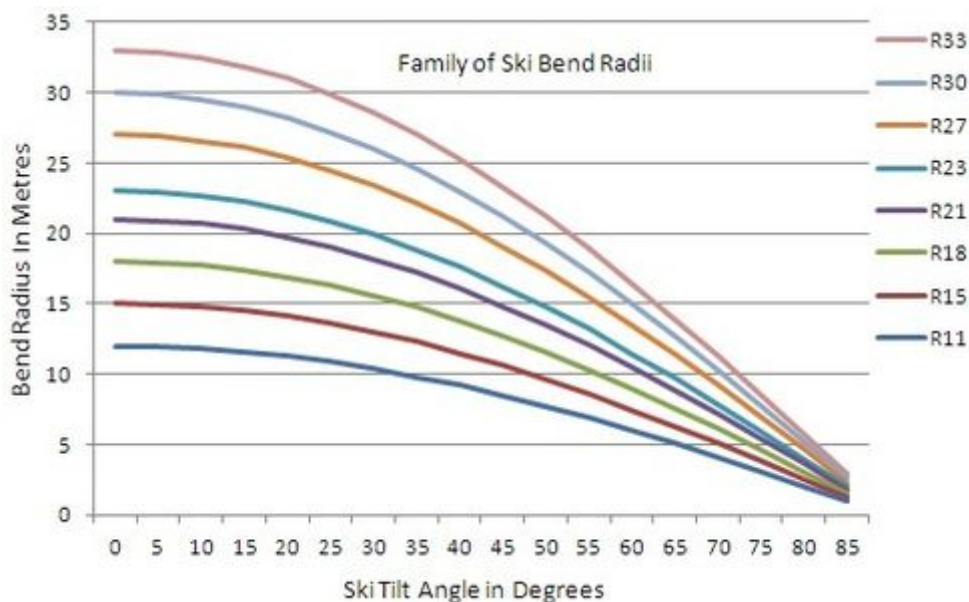


Figura 11.- Gràfica de gir respecte la inclinació i el radi de gir de l'esquí. (Don's Notes) [8]

En la figura número 11 s'observa el radi de gir que es realitzaria segons el radi de gir de l'esquí i la inclinació de l'esquiador al realitzar el gir. La majoria d'esquís del mercat tenen un radi de gir d'entre 13 i 30 m, tot i que en competició poden arribar des de 10 m i fins a 50 m.

AMPLADA DE LA PUNTA:

És l'amplada màxima que té la punta de l'esquí i ve condicionada pel radi de gir de l'esquí.



Figura 12.- Esquema de l'amplitud de la punta d'un esquí.

Un esquí amb un radi de gir gran, tindrà una amplada de la punta menor, i un esquí amb un radi de gir petit tindrà una amplada de punta més gran.

AMPLADA DE LA CUA:

És l'amplada màxima que té la cua de l'esquí i també ve condicionada pel radi de gir del mateix.



Figura 13.- Esquema de l'amplitud de la cua d'un esquí.

Igual que amb l'amplada de la punta, si l'esquí té un radi de gir gran, l'amplada de la cua serà menor, i si té un radi de gir petit l'amplada de la punta serà major.

AMPLADA DEL PATÍ:

És la mínima amplada de l'esquí,



Figura 14.- Esquema de l'amplitud del patí d'un esquí.

RADI DE L'ESPÀTULA:

És la curvatura de l'espàtula a la punta de l'esquí. Acostumen a tenir radis entre 15 i 20 cm. Tot i que no és tant important com altres paràmetres, facilita la flotació en neu pols i la inclinació de gir. Disminueix la cantonada efectiva, el qual és perjudicial per a la sustentació en neus dures.

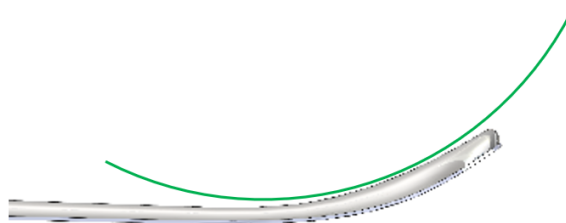


Figura 15.- Esquema del radi de l'espàtula d'un esquí.

Un esquí amb un radi d'espàtula major tindrà menys flotabilitat en neu pols però més adherència als girs en neu dura.

Un esquí amb un radi d'espàtula menor tindrà més flotabilitat en neu pols però menys adherència als girs en neu dura.

ALÇADA DEL PONT:

És la cota en el punt més alt de la part inferior de l'esquí quan aquest està en una superfície plana.



Figura 16.- Esquema de l'alçada del pont d'un esquí.

Els esquís es poden classificar segons la curvatura de la part inferior de l'esquí, en aquest cas, l'esquí analitzat és un esquí "*camber*".

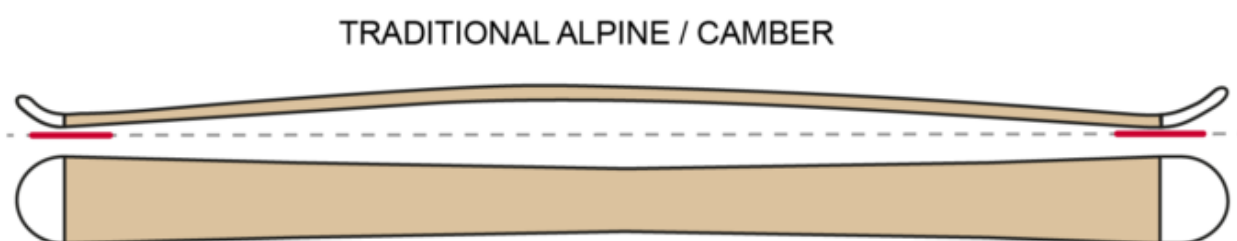


Figura 17.- Esquema d'un esquí *camber*. (Freeride) [9]

En els esquís de perfil tradicional o esquís *camber*, els esquís porten una precàrrega positiva a la zona de les fixacions, d'aquesta manera només toca al terra prop de la punta i del final de l'esquí en un estat sense càrregues aplicades. Aquests són molt adequats per a pistes ja que es pot treballar amb llargs cantells i corbes tancades.

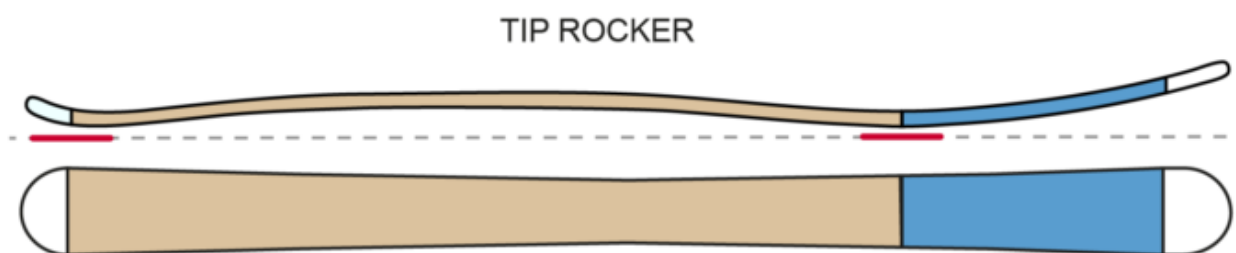


Figura 18.- Esquema d'un esquí *tip rocker*. (Freeride) [9]

Els esquís *tip rocker* són els que la punta de l'esquí es doblega abans. Com més aviat s'iniciï el balanç, més eficaç serà. Tot i això, no s'ha d'oblidar que la flexió primerenca escurça la longitud de la vora d'acer, cosa que és un avantatge quan hi ha plaques gelades a les pistes.

TIP & TAIL ROCKER (MUSTASCH ROCKER)

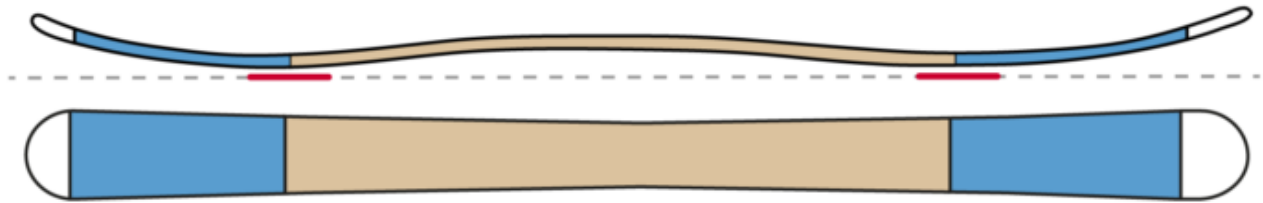


Figura 19.- Esquema d'un esquí *tip & tail rocker*. (Freeride) [9]

Els esquís *tip & tail rocker* són els que tant la punta com la cua de l'esquí es doblega abans. Aquests esquís milloren el lliscament i la flotabilitat en neu pols, però redueixen l'agresivitat de l'esquí al reduir la llargada dels cantells. El balancí a la cua permet esquiar enrere sense perill que es clavi l'esquí a la neu. Això és molt útil per als esquís de *freeride*.

FULL ROCKER

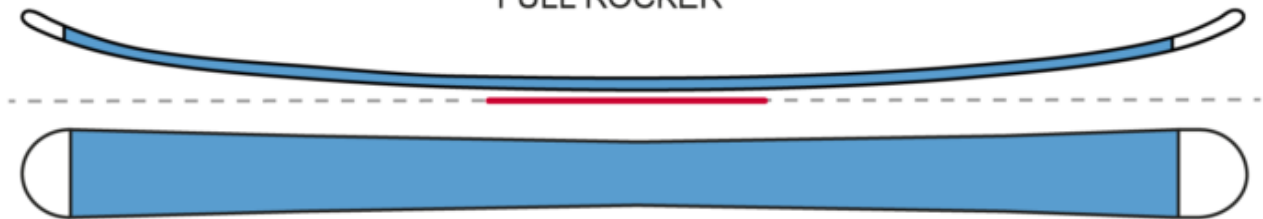


Figura 20.- Esquema d'un esquí *full rocker*. (Freeride) [9]

Aquests esquís tenen una precàrrega negativa a la zona de les fixacions. Un balancí complet millora el comportament de l'esquí en neu pols i fa que sigui fàcil de controlar, però no és adequat per a neus dures.

FLAT ROCKER

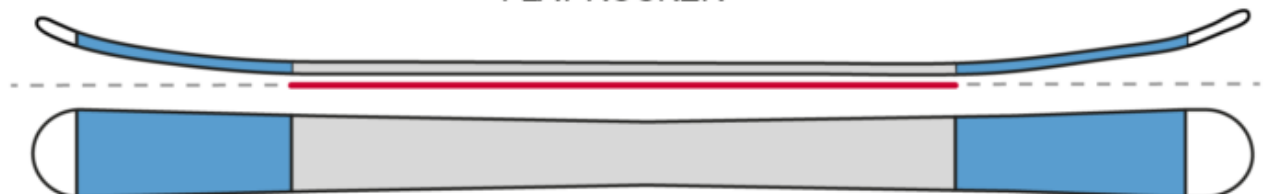


Figura 21.- Esquema d'un esquí *flat rocker*. (Freeride) [9]

Els esquís *flat rocker* són una variant menys agressiva del *full rocker*. Aquest model, per diferenciar-se de la resta, no té cap mena de precàrrega a la zona de les fixacions.

5. ESQUÍ ANALITZAT

Abans de fer l'anàlisi de l'esquí, s'ha d'entendre de que està compost i com està fabricat per tal de saber quines propietats aporta cada element de l'esquí.

En aquest cas l'esquí analitzat ha sigut el següent, *VÖLKL®* model *RACETIGER SL R JR.*

5.1. CARACTERÍSTIQUES DE L'ESQUÍ

5.1.1. CARACTERÍSTIQUES MECÀNIQUES

- **SPEEDWALL MULTILAYER WOODCORE:** aquest esquí està construït amb nucli de fusta igual que la majoria, però aquest nucli està format a partir de multitud de làmines de fusta col·locades verticalment i a més a més amb diferents tipus de fusta.

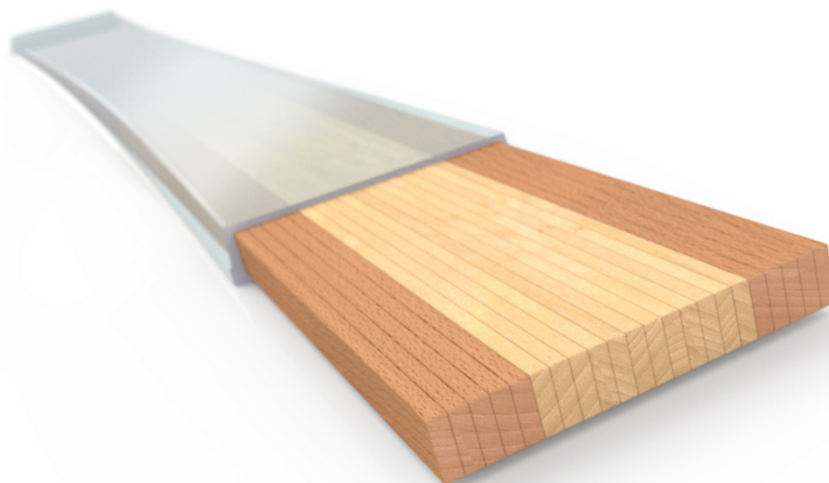


Figura 22.- Laminació del nucli de fusta. (Völkl) [10]

A les vores s'utilitza una fusta més pesant, això li dona agressivitat a l'esquí, més adherència a les corbes i suporta millor les forces externes. A la part central s'utilitza una fusta lleugera per tal de donar lleugeresa al conjunt de l'esquí, aquesta fusta més lleugera aporta més agilitat i més maniobrabilitat a l'hora d'esquiar.

- **POWERED BY TITANIUM:** la construcció amb titani fa que sigui un esquí més dinàmic i àgil. Aquesta característica s'accentua quan l'estil de l'esquiador és agressiu, fort i ràpid, car aquesta construcció té una resposta molt ràpida.



Figura 23.- Construcció de titani. (Völkl) [10]

- **FULL SIDEWALL:** aquest esquí té el 100% de cantell recobert i la paret és completament plana. Això fa que es transmeti la potència de gir molt millor, fins i tot permet inclinar més l'esquí a l'hora de realitzar un gir.

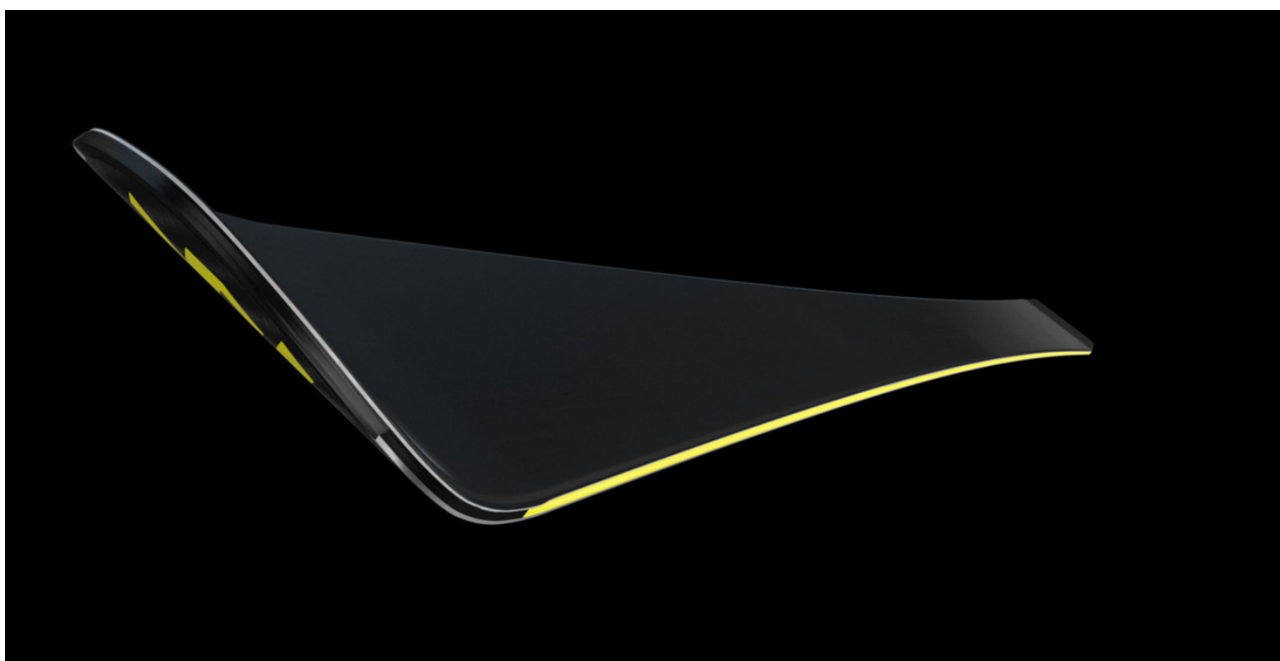


Figura 24.- Cantell totalment cobert i paret lateral plana. (Völkl) [10]

- BASE P-TEX 4504: el material P-TEX 4504 és un material sintètic d'alta qualitat amb un pes molecular alt. Aquest material es caracteritza per la seva durabilitat i el baix coeficient de fricció.



Figura 25.- Base de P-TEX 4504. (Vökl) [10]

Aquests esquís tenen una facilitat de maniobra mitjana i el nivell de l'esquiador ha de ser alt. Aquestes són les característiques del model de la temporada 2019-2020, els que sotmetrem al laboratori és un model més antic, ja que són els que utilitzava jo³. Les característiques són molt semblants.

5.1.2. CARACTERÍSTIQUES GEOMÈTRIQUES

Les principals característiques geomètriques de l'esquí es poden trobar a la part superior de la cua de l'esquí, impreses junt amb el dibuix decoratiu del mateix. Tot i això, aquestes no són suficients per a fer el modelat i se n'han hagut de prendre més.

³ Aquesta part no s'ha pogut realitzar.

LONGITUD DE CURSA:

Aquest esquí té una longitud de cursa de 1300mm.



Figura 26.- Mesura de la longitud de cursa.

LONGITUD:

Aquest esquí té una longitud total de 150cm. Incloent la punta i la cua.

AMPLADA DE LA PUNTA:

L'amplada de la punta és de 104mm.

AMPLADA DE LA CUA:

L'amplada de la cua és de 92mm.

AMPLADA DEL PATÍ:

L'amplada del patí és de 67mm.



Figura 27.- Informació de l'esquí.

En les tres amplades, s'ha hagut de mesurar a quina alçada de l'esquí es trobava cadascuna.

RADI DE GIR:

El radi de gir és de 14,5m.

Aquesta dada no s'ha utilitzat per a crear el primer model, però si per al model final.

ANGLE SE DIVERGÈNCIA:

L'angle de divergència és de 88° .

Aquesta dada no s'ha utilitzat per a crear el model.



Figura 28.- Mesura de l'angle de divergència.

RADI DE L'ESPÀTULA:

El radi de l'espàtula és de 175mm.

Aquesta dada no s'ha utilitzar per a crear el primer model, però si per a crear el model final.

PONT:

El pont és de 7mm.

ANGLE DE SORTIDA DE LA CUA:

L'angle de sortida de la cua és de 18° .

ANGLE DE SORTIDA DE LA PUNTA:

L'angle de sortida de la punta és de 40°.



Figura 29.- Mesura de l'angle de sortida de la punta.

6. MÈTODE D'ANÀLISI

En un principi la intenció era utilitzar un únic software per a realitzar tant el modelat com l'anàlisi de l'esquí. El *software* el qual es volia utilitzar era el programa *ABAQUS® Student version 2019*.

Al iniciar el modelat amb el *software ABAQUS® Student version 2019*, s'ha vist que era un modelat molt complex i s'ha optat per fer el modelat i l'anàlisi amb el *SOLIDWORKS® Student Edition 2019-2020*. El modelat amb aquest *software* s'ha vist que és força més senzill ja que el mòdul de disseny és molt més potent.

Amb aquest *software*, a l'hora de realitzar l'anàlisi ha sortit un error el qual no permet realitzar cap malla i per tant no es pot realitzar l'anàlisi amb el *SOLIDWORKS® Student Edition 2019-2020*. Davant la impossibilitat de realitzar tot el treball amb un únic *software* s'ha optat per a importar el modelat a un format compatible amb *ABAQUS® Student version 2019* i realitzar l'anàlisi amb aquest.

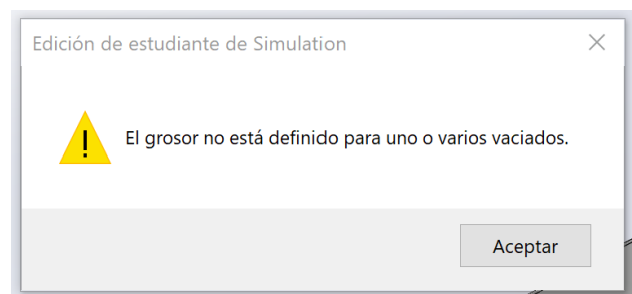


Figura 30.- Error de mallat.

7. ANÀLISI

7.1. ANÀLISI MITJANÇANT EL MÈTODE D'ELEMENTS FINITS

Per a la realització de la simulació s'ha utilitzat el programa comercial de càlcul FEM ABAQUS® Student version 2019 i per al modelat el SOLIDWORKS® Student Edition 2019-2020, tal i com s'ha explicat en l'apartat anterior. Aquest software ha permès visualitzar en 3D la deformació que pateix l'esquí al sotmetre'l a una pressió determinada. A més a més també dona els resultats numèricament, això ha permès determinar els punts crítics de l'esquí.

7.1.1. MODELAT

Per a aconseguir el modelat de totes les peces s'ha realitzat un modelat primitiu de l'esquí i a partir d'aquest s'han realitzat cada una de les peces que conformen l'esquí. Amb aquest mètode s'aconsegueix que a l'hora de fer l'ensamblatge, totes les peces encaixin a la perfecció ja que quan es treballa amb "splines" i superfícies és pràcticament impossible fer-ne dues d'identiques en diferents peces, cosa que fa que a l'hora de fer l'ensamblatge hi hagi imperfeccions i apareguin errors de relació de posició entre les peces.

A causa de realitzar tota la geometria mitjançant "splines" han sorgit dificultats a l'hora de fer l'anàlisi estàtic. Per això s'ha creat un nou model amb una geometria més fàcil de parametritzar car s'han utilitzat més circumferències i línies rectes. La geometria inicial s'explica a l'Annex 1.

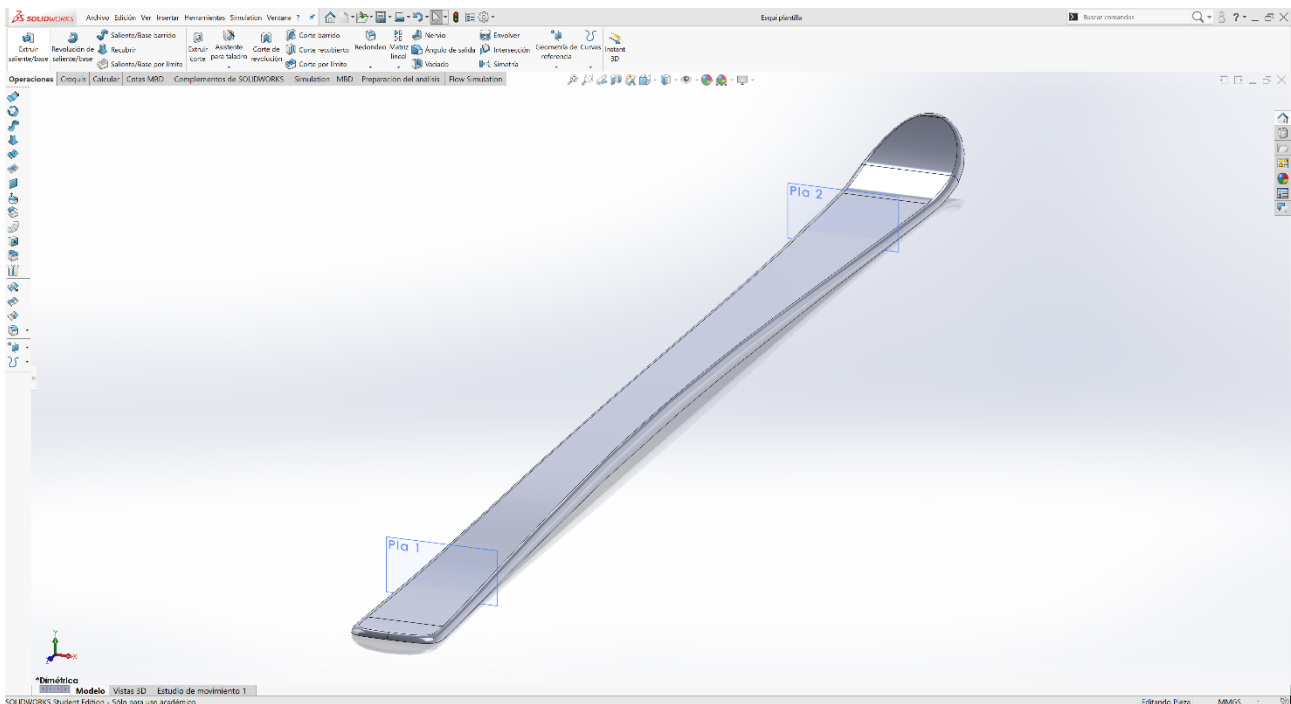


Figura 31.- Vista dimètrica de la peça preliminar.

A la figura número 31 s'hi pot veure la plantilla per a la realització de cada una de les peces, els dos plans que es veuen delimiten el cos interior de l'esquí, és a dir, el nucli de fusta estarà entre els 2 plans i les puntes seran de fibra de carboni.

Per començar el modelat de la peça preliminar de l'esquí s'ha començat prenent les pertinents mesures a l'esquí real per tal d'ajustar al màxim possible la forma real a la forma del model en 3D.



Figura 32.- Esquís reals dels quals s'han pres mesures.

PEÇA PRELIMINAR:

Un cop preses les mesures, explicades a l'apartat 5.1.2. s'ha realitzat el croquis de la planta.

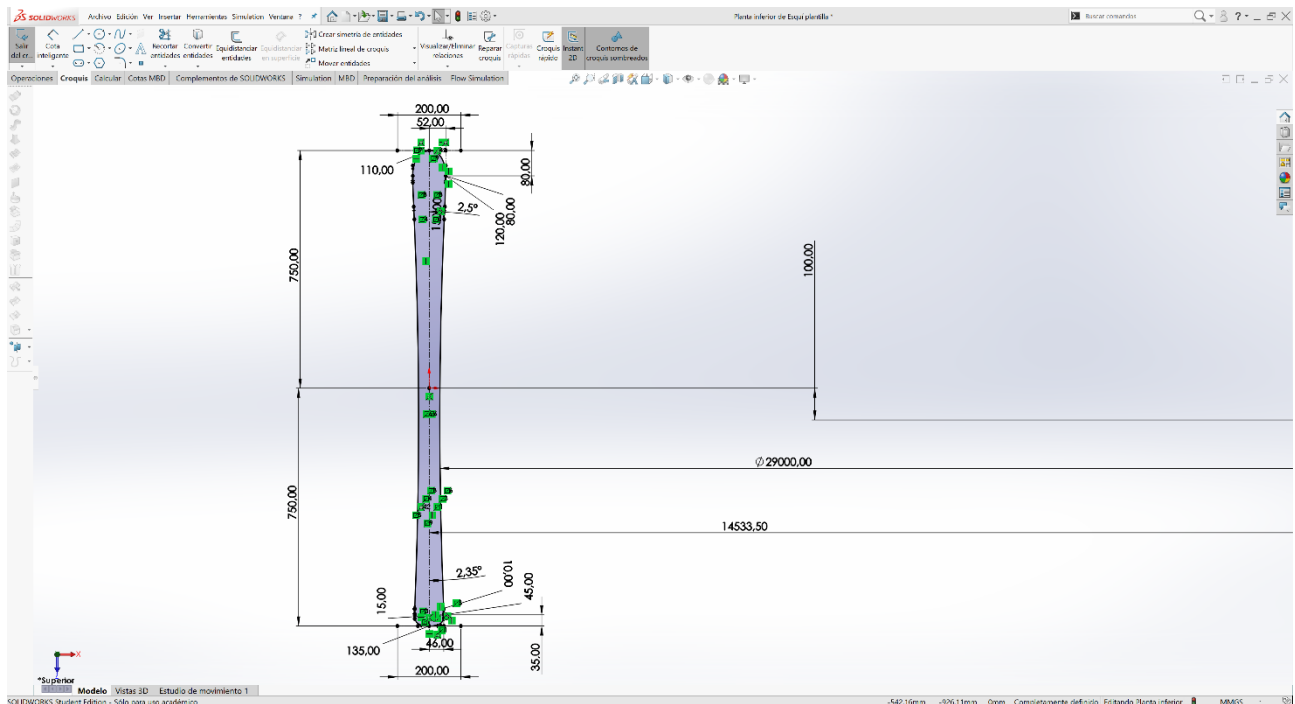


Figura 33.- Croquis en planta de la superfície inferior.

El croquis de la planta s'ha fet mitjançant quatre corbes "spline" combinades amb un arc de circumferència, aquestes corbes et permeten modelar-les amb la forma que es vulgui car se li poden donar tants punts de referència com es vulguin, en aquest cas dos per a cadascuna d'elles, i en cada punt hi apareixen uns vectors els quals permeten determinar la direcció de sortida del "spline" d'aquell punt i la longitud del vector. Aquest vector es pot moure per aconseguir que una punta sigui més llarga que l'altra i així fer que el "spline" tingui una forma més contínua.

Apart del croquis en planta se n'ha creat un a la vista lateral, a partir d'aquests 2 croquis s'ha realitzat total la geometria.

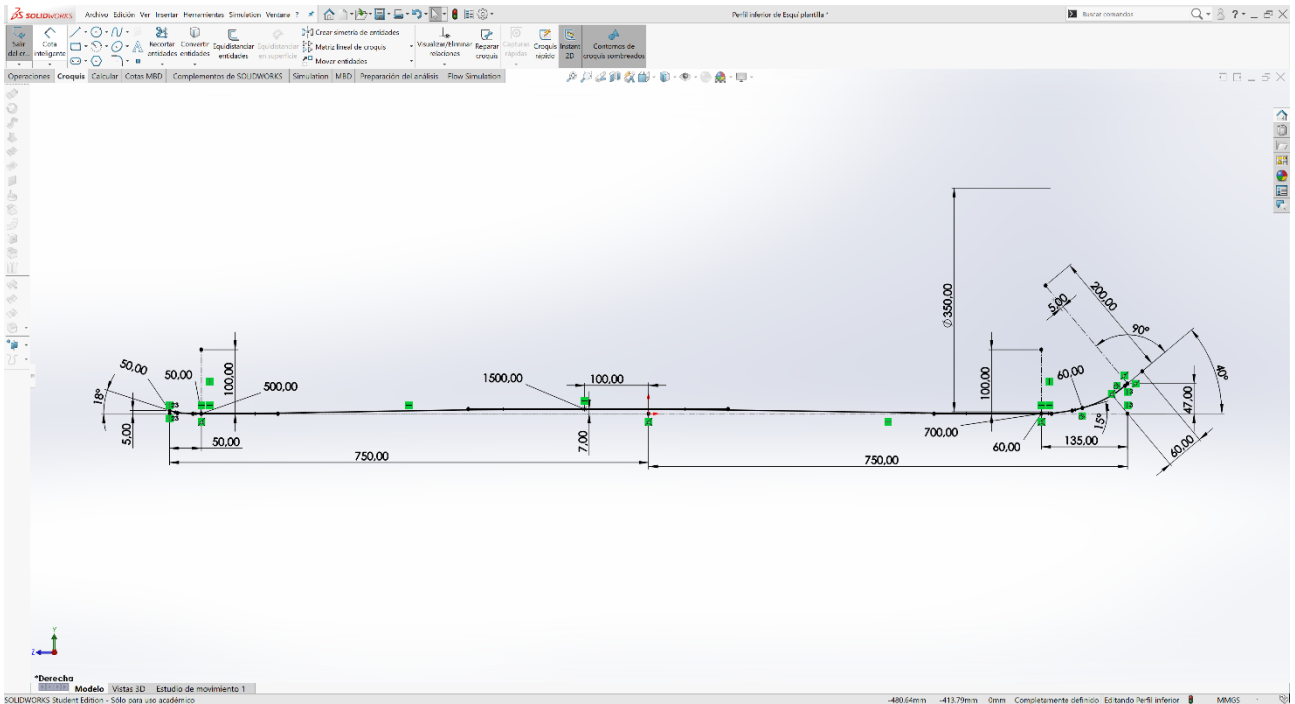


Figura 34.- Croquis en vista lateral de la superfície inferior.

Aquest croquis s’ha realitzat mitjançant tres corbes “spline” de dos punts, un arc de circumferència i una línia recta.

A partir d’aquest segon croquis, s’ha extruït una superfície la qual serà el terra. Per a realitzar aquesta superfície s’ha d’utilitzar l’operació “extruir superfície”.

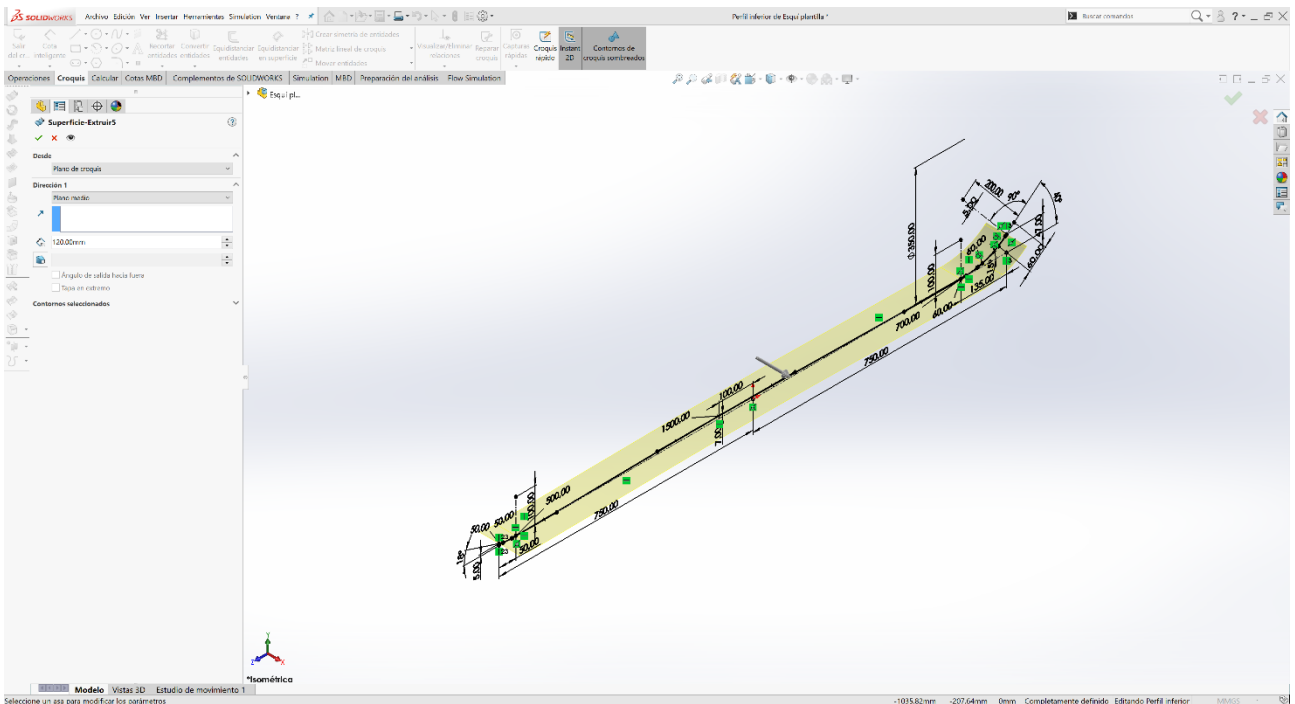


Figura 35.- Operació d’extrusió de la superfície inferior.

Per fer el tall s'ha utilitzat el croquis en planta que s'ha realitzat prèviament, per a tallar la superfície extruïda i donar-li la forma desitjada s'ha utilitzat l'operació "recortar superfície".

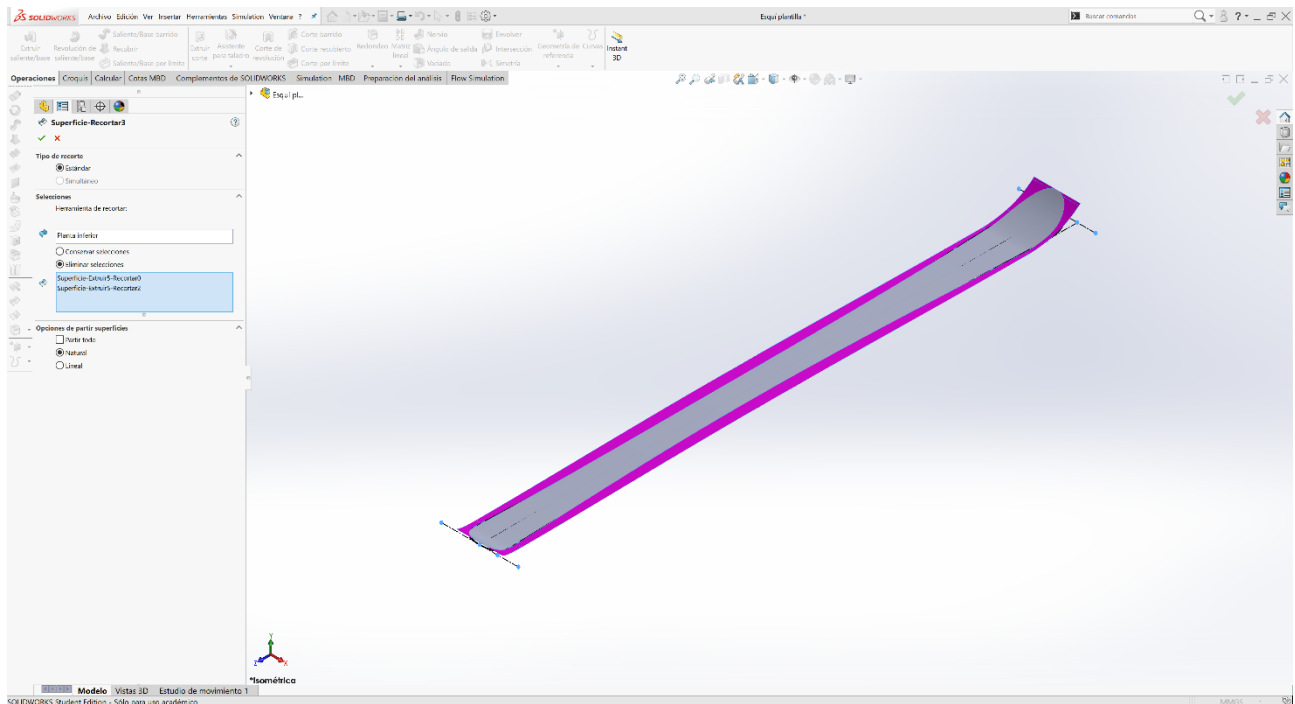


Figura 36.- Operació tallar la superfície inferior.

La part violeta és la part que es tallarà. Perquè el tall es realitzi correctament, primer s'ha de saber el punt més ample del croquis que s'ha realitzat en planta per llavors a l'operació "extruir superfície" s'ha de posar una mesura més gran que el punt més ample del croquis en planta ja que sinó no trobarà cap superfície a tallar i quedarà una forma no desitjada, en aquest cas, l'amplada màxima és l'amplada màxima de la punta, 104mm.

A continuació s'ha de crear la part superior de l'esquí, per a realitzar aquesta part s'ha de fer un croquis en la vista lateral, aquest croquis serà el corresponent a la vista projectada de perfil del propi esquí. I per simplificar la geometria, la part de la punta i de la cua de l'esquí d'aquest croquis, s'ha realitzat mitjançant l'operació "equidistar entitats", aquesta operació permet crear una geometria equidistant a una altra, fins i tot si la geometria prèvia no és del mateix croquis, en aquest cas s'ha utilitzat la geometria del croquis en vista lateral de la superfície inferior.

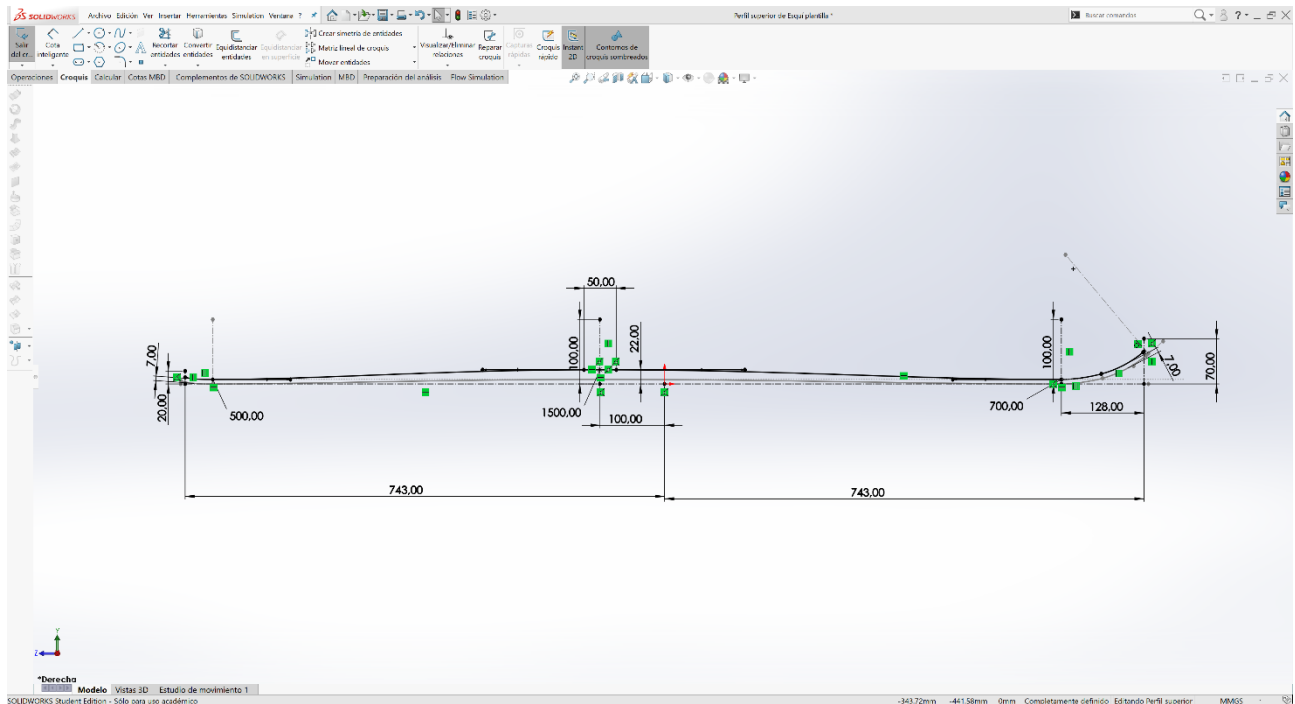


Figura 37.- Croquis en vista lateral de la superfície superior.

Als extrems, s'ha hagut de tallar el croquis per a poder fer la corba dels cantells correctament, es pot observar que s'ha retallat a la mida justa per a que hi hagi 7 mm de diferència entre el croquis inferior i el croquis superior. S'ha escollit aquesta mida perquè és la mateixa la qual s'ha utilitzat per fer la geometria equidistant, d'aquesta manera l'arrodoniment dels cantells serà més uniforme.

Un cop definit el croquis completament, s'ha extruït una superfície la qual serà la part superior de l'esquí.

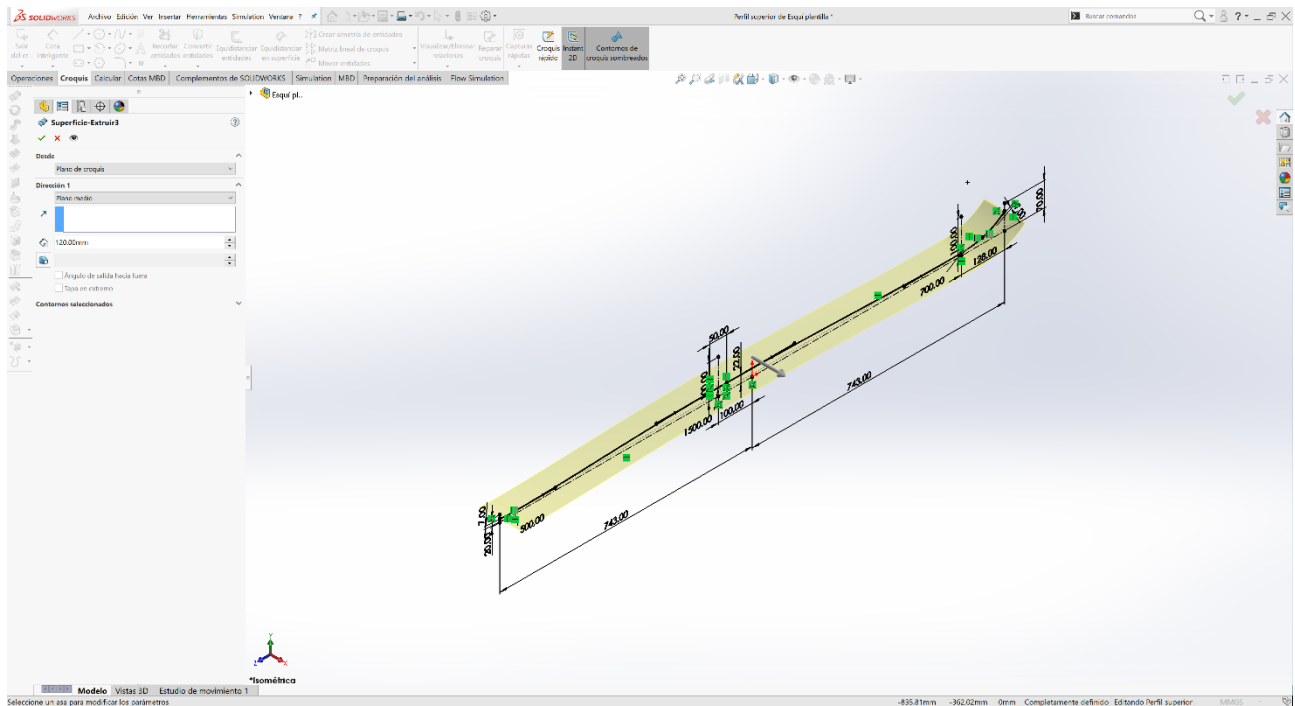


Figura 38.- Operació d'extrusió de la superfície superior.

S'ha de tenir en compte l'amplada de la part superior que és plana a l'hora de realitzar l'extrusió de la superfície perquè ha de ser més gran ja que sinó no quedarà amb la forma desitjada, quedarà escapçada la superfície.

Un cop feta la superfície s'ha de fer el croquis el qual s'utilitzarà per a fer el tall, en aquest cas és a la planta.

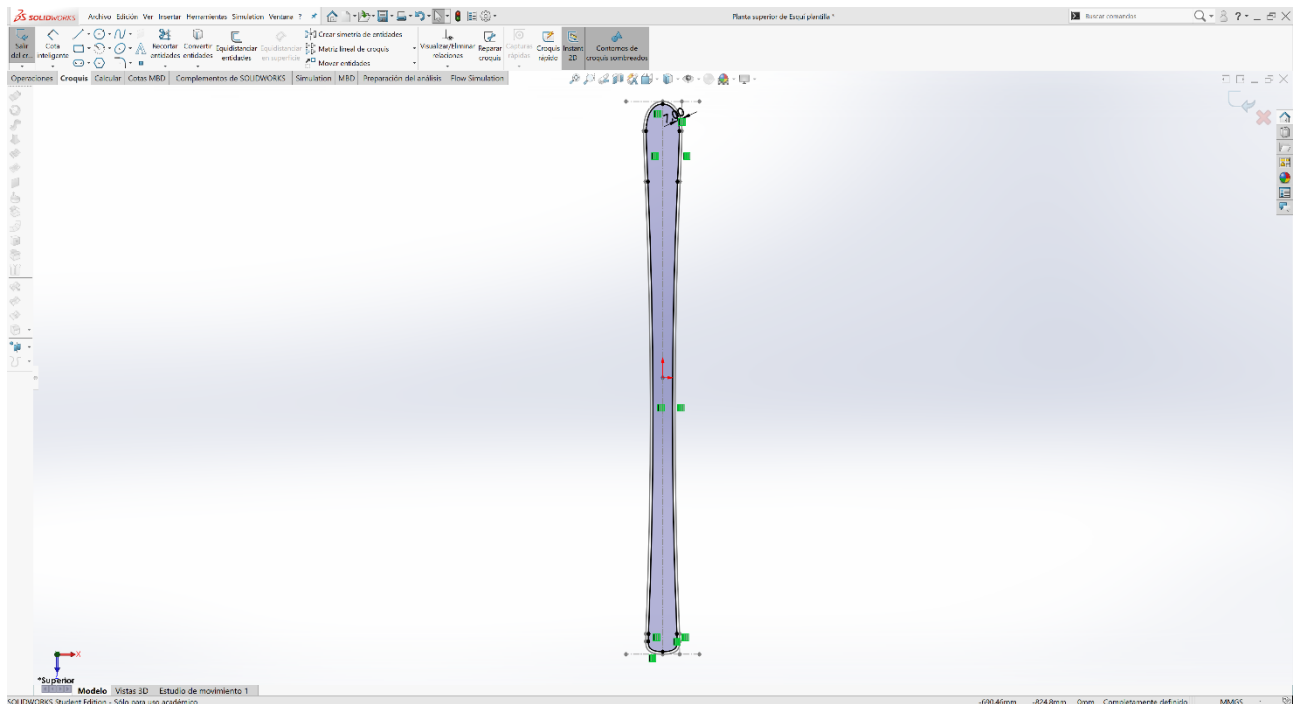


Figura 39.- Croquis en planta de la superfície superior.

Aquest perfil ha de ser més petit que l'anterior fet a la planta perquè sinó no es podria fer la curvatura als cantells necessària. Aquest croquis s'ha realitzat íntegrament mitjançant l'operació "equidistar entidades" respecte el primer croquis realitzat en planta. Igual que s'ha fet en el croquis en la vista lateral, s'ha equidistat a 7 mm respecte el croquis en planta de la superfície inferior, aquesta mesura també ha de coincidir amb la mesura que s'han tallat la punta i la cua en el croquis en planta ja que sinó quedaria una superfície escapçada.

Amb aquest croquis ja definit es realitza el tall a la superfície extruïda anteriorment.

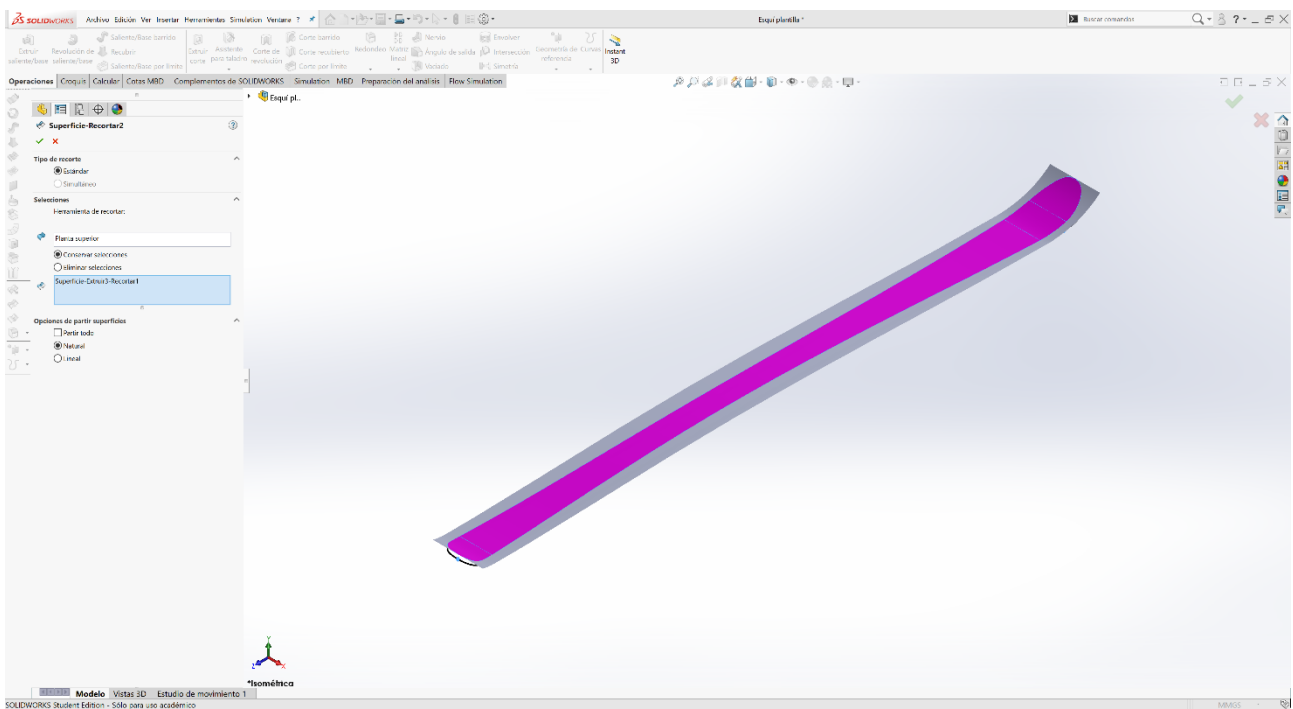


Figura 40.- Operació tallar la superfície superior.

En aquest cas, per al tall de superfícies, la part marcada en lila és la part que es vol conservar. A la barra lateral es pot escollir si les zones seleccionades es volen eliminar o conservar.

En aquest punt es té la part de dalt de l'esquí i la part inferior del mateix. Per fer la curvatura dels cantells, s'han realitzat diverses corbes que s'utilitzaran per a guiar la superfície a recobrir. Aquestes corbes s'han realitzat als extrems i en tres punts diferents al llarg de la longitud de l'esquí. Per a indicar on es volen fer aquestes corbes, primer s'han de crear els plans corresponents per a fer els croquis.

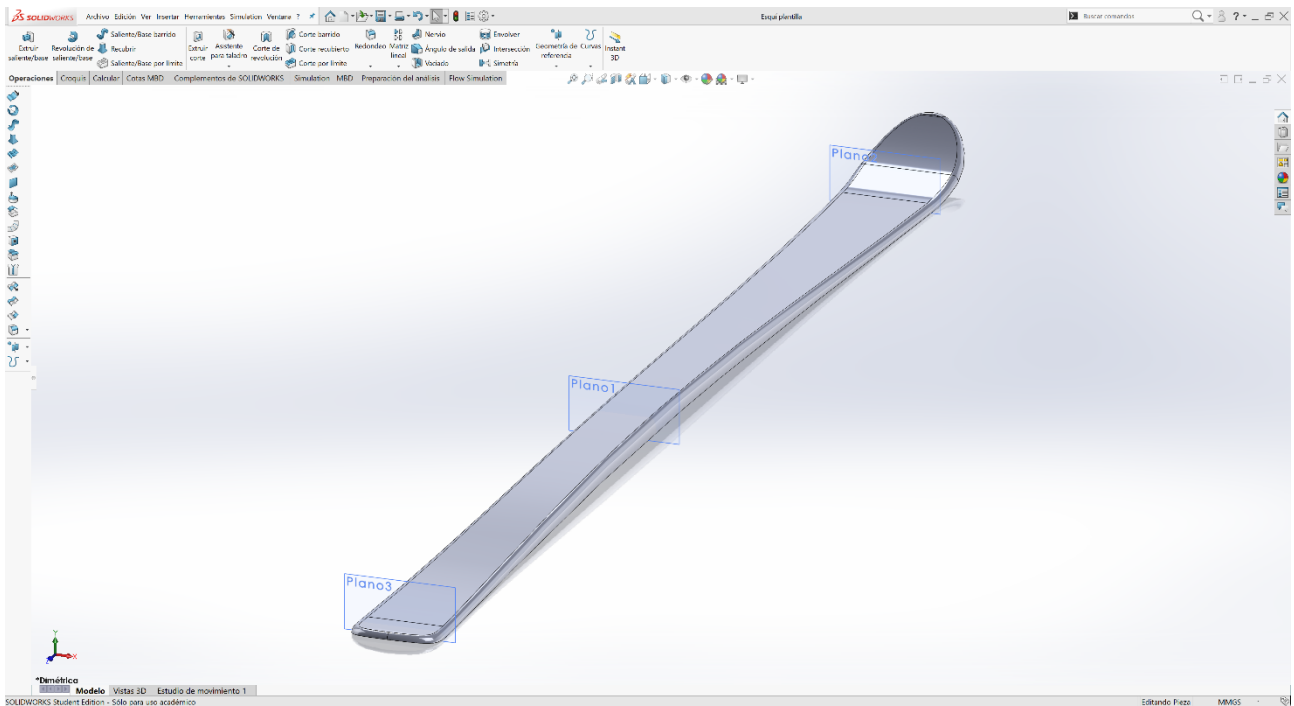


Figura 41.- Vista dimètrica dels plans.

Aquests plans s'han realitzat mitjançant l'operació "geometria de referència" -> "plano". En cada pla s'ha mesurat l'amplada tant de la superfície inferior com de la superfície superior per tal d'ajustar els croquis a les superfícies ja existents.

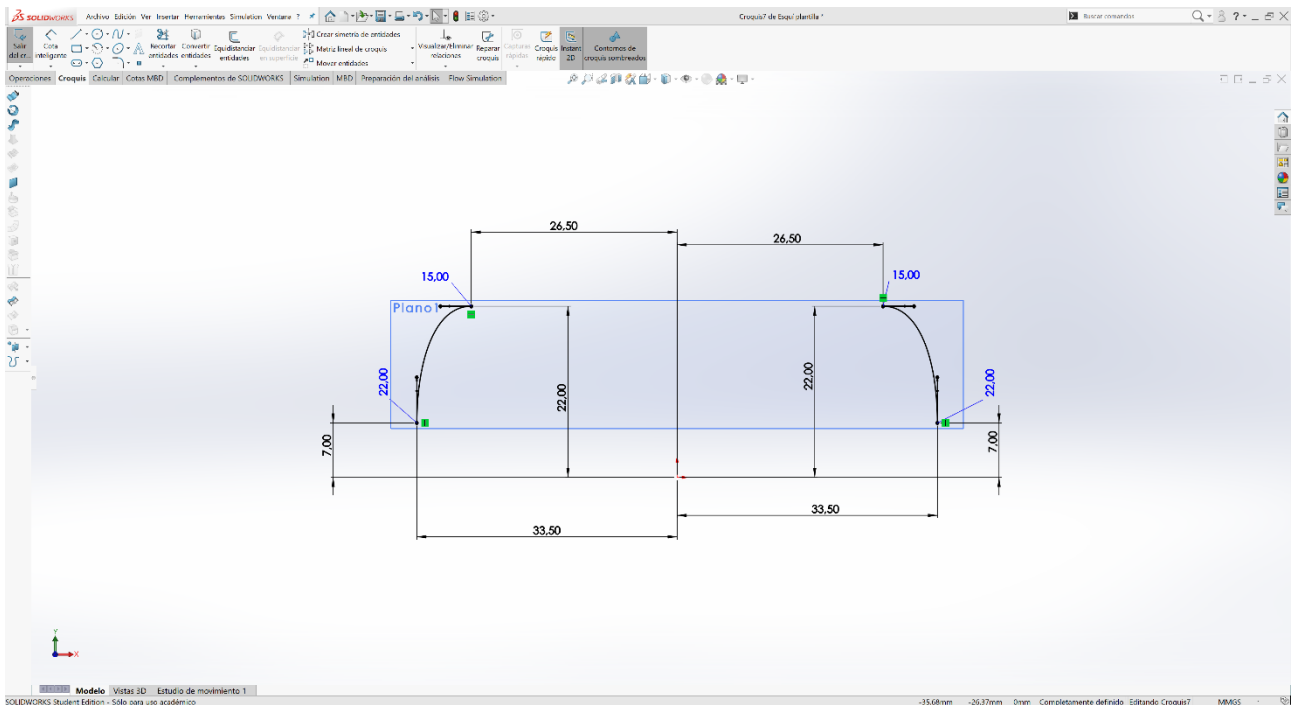


Figura 42.- Croquis en alçat de les corbes guia en el "Plano 1".

Aquest mateix croquis s'ha realitzat per als altres 2 plans i en la vista lateral per als dos extrems.

Totes les corbes “spline” realitzades per a fer de guia per al recobriments de les superfícies, són tangents a la superfície superior per tal d’obtenir un sòlid amb menys cantells vius.

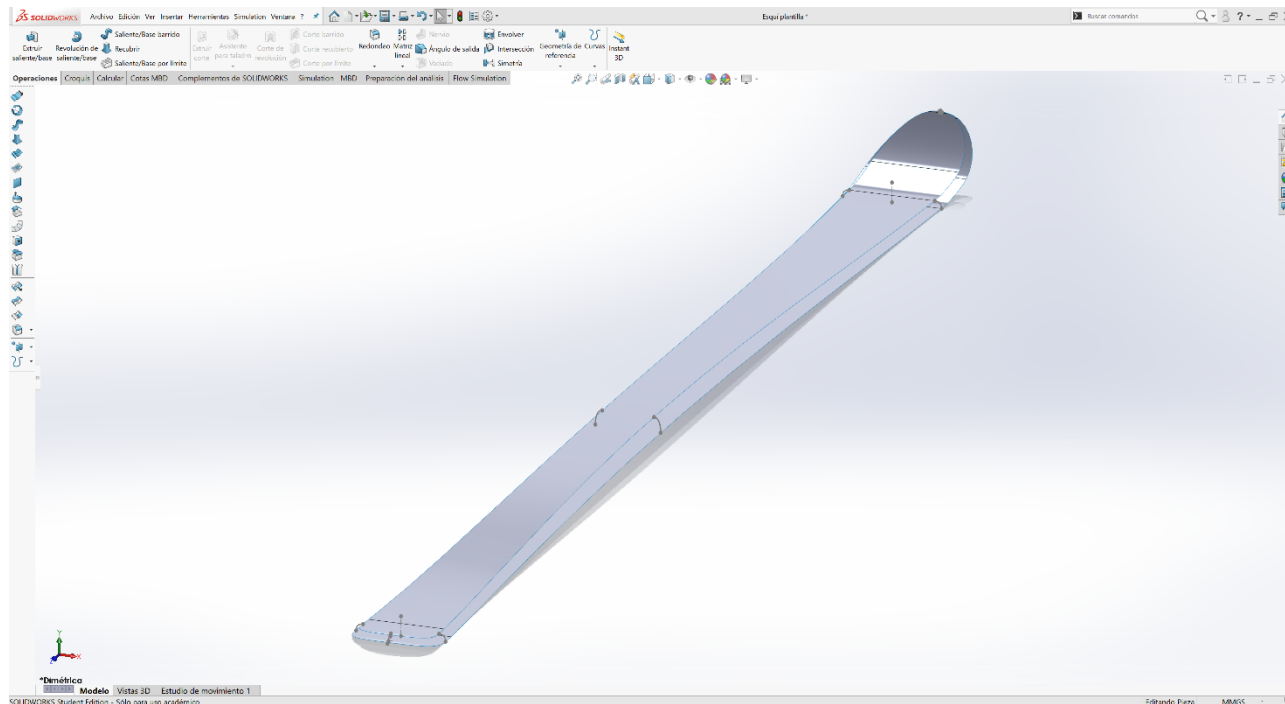


Figura 43.- Vista dimètrica dels croquis de les corbes guia.

Un cop realitzades totes les corbes guia per al recobriments, s’ha de realitzar.

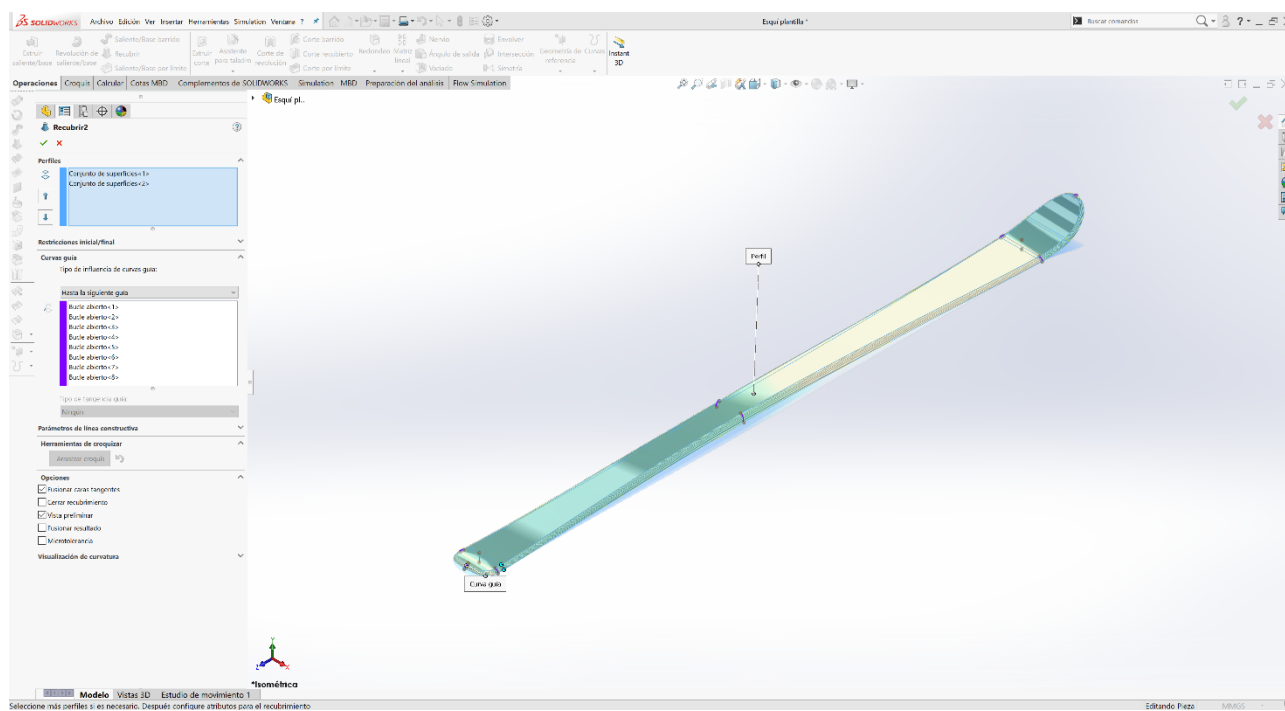


Figura 44.- Vista dimètrica dels croquis de les corbes guia.

En l'operació "recubrir" es necessiten 2 contorns tancats i tantes corbes guia com es vulguin. En aquest cas els dos contorns venen donats per a les dues superfícies prèviament creades, la superfície inferior i la superior. Com a corbes guia s'han seleccionat totes les que s'havien creat prèviament també.

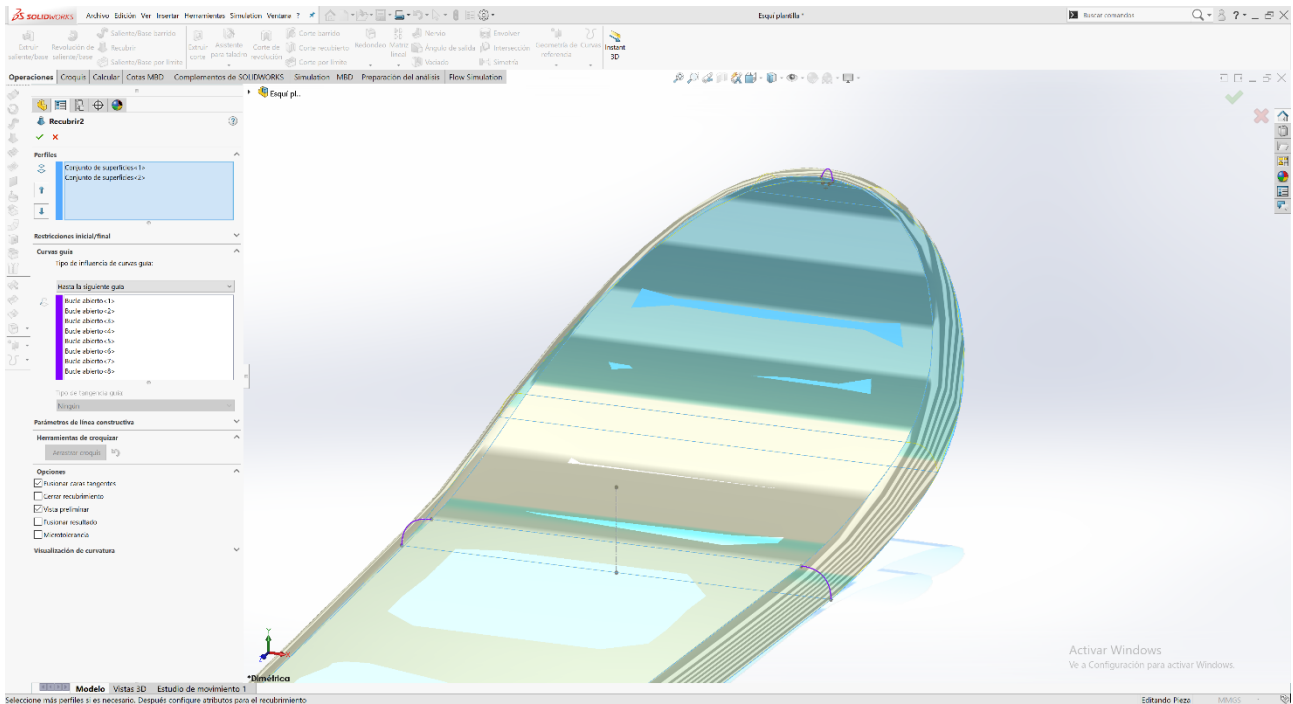


Figura 45.- Detall de l'operació recobrir.

En la figura número 45 es veu en detall la geometria que agafarà el sòlid al aplicar l'operació recobrir. Al reflex, s'observen les dues superfícies ombrejades de color blau que fan d'inici i de final del recobriment; i en lila es veuen les corbes guia que és el recorregut que segueix el sòlid per anar d'una superfície a l'altra.

Un cop creat el sòlid, s'ha obtingut la geometria preliminar per a crear les peces interiors de l'esquí, és a dir; la punta, la cua i els diversos nuclis. A partir d'aquesta geometria també s'ha de crear la geometria preliminar de les peces exteriors de l'esquí. Aquesta geometria s'ha creat amb dues operacions, primer s'ha creat una superfície equidistant de tot l'esquí, aquesta superfície s'ha equidistat a 0 mm, d'aquesta manera s'obté la mateixa geometria que la plantilla de les parts internes de l'esquí.

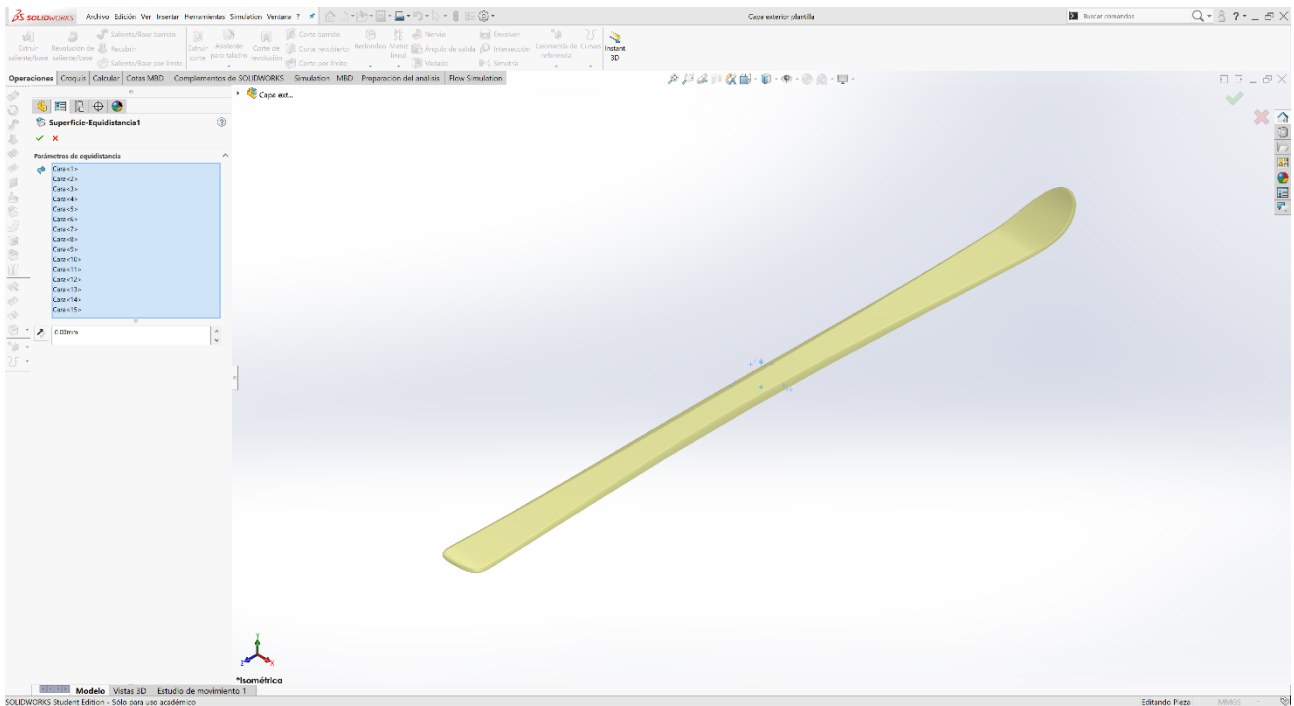


Figura 46.- Operació superfície equidistant.

A partir d'aquesta superfície ja es pot crear el sòlid de la plantilla per a les peces exteriors. S'ha creat amb l'operació "dar espesor".

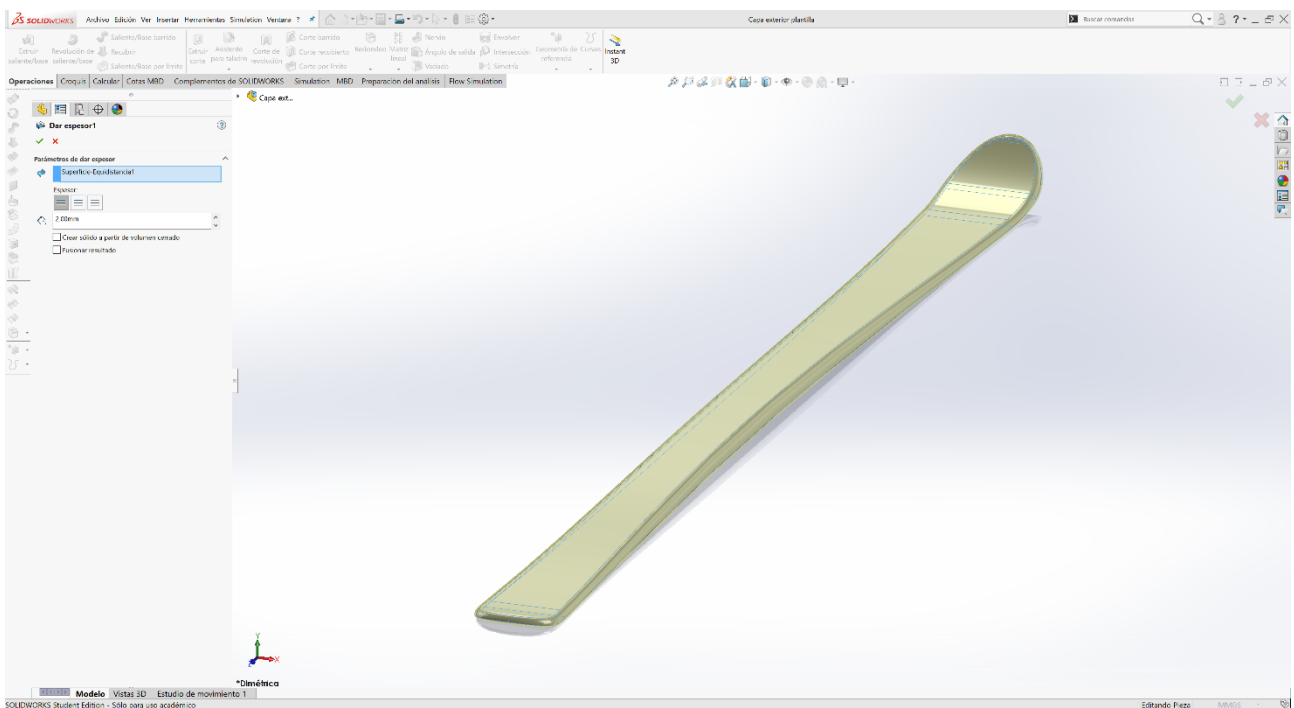


Figura 47.- Operació donar espessor.

Al realitzar aquesta operació s'ha de comprovar que la casella de fusionar els resultats no ha d'estar seleccionada ja que sinó els dos sòlid s'ajuntarien i no es podrien crear les peces.

CAPA DE TITANI:

La capa de titani recobreix tot el cos de l'esquí per donar-li solidesa.

Primer s'ha realitzat un croquis per a tallar la part sobrant de la geometria i obtenir únicament la geometria desitjada, en aquest cas la part superior.

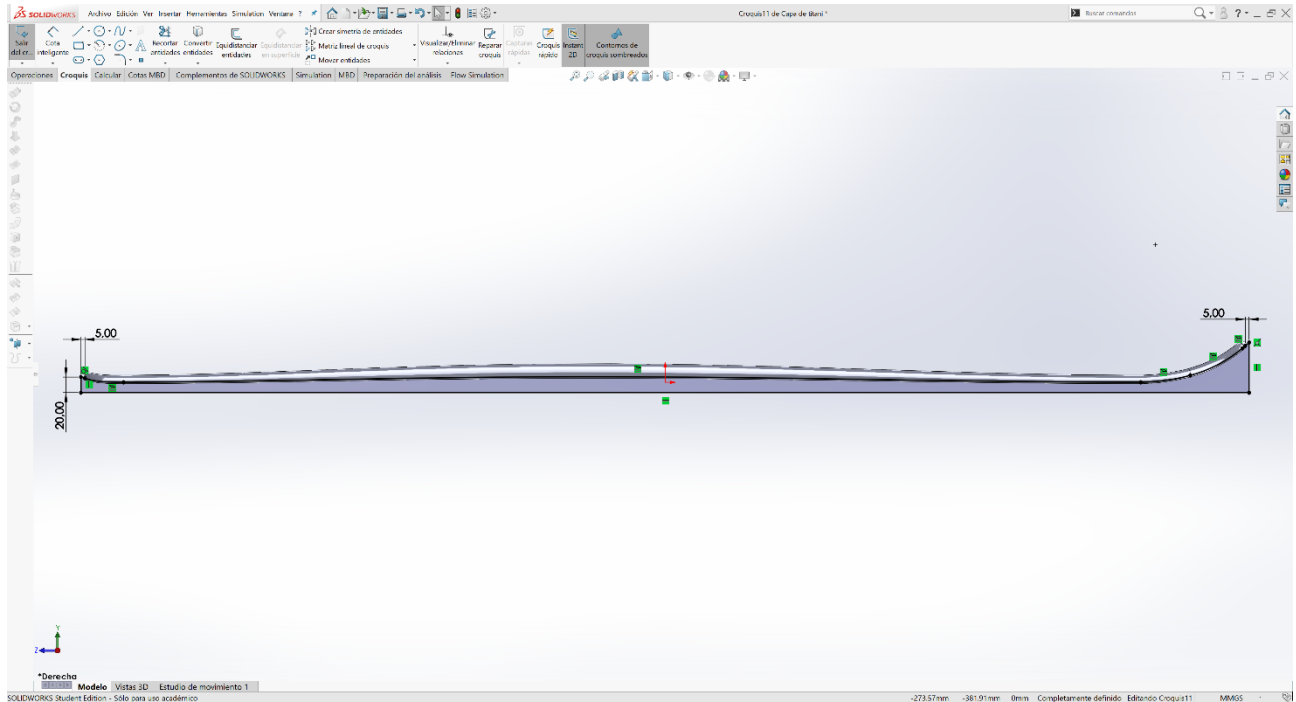


Figura 48.- Croquis en vista lateral per a realitzar el tall.

Aquest croquis s'ha realitzar a partir del croquis de la figura número 34, amb l'operació "convertir entidades" s'ha copiat la geometria del croquis de la superfície inferior i s'han afegit línies rectes per a crear un croquis tancat.

Amb aquest croquis s'ha realitzat el tall de la geometria sobrant mitjançant l'operació "extruir corte".

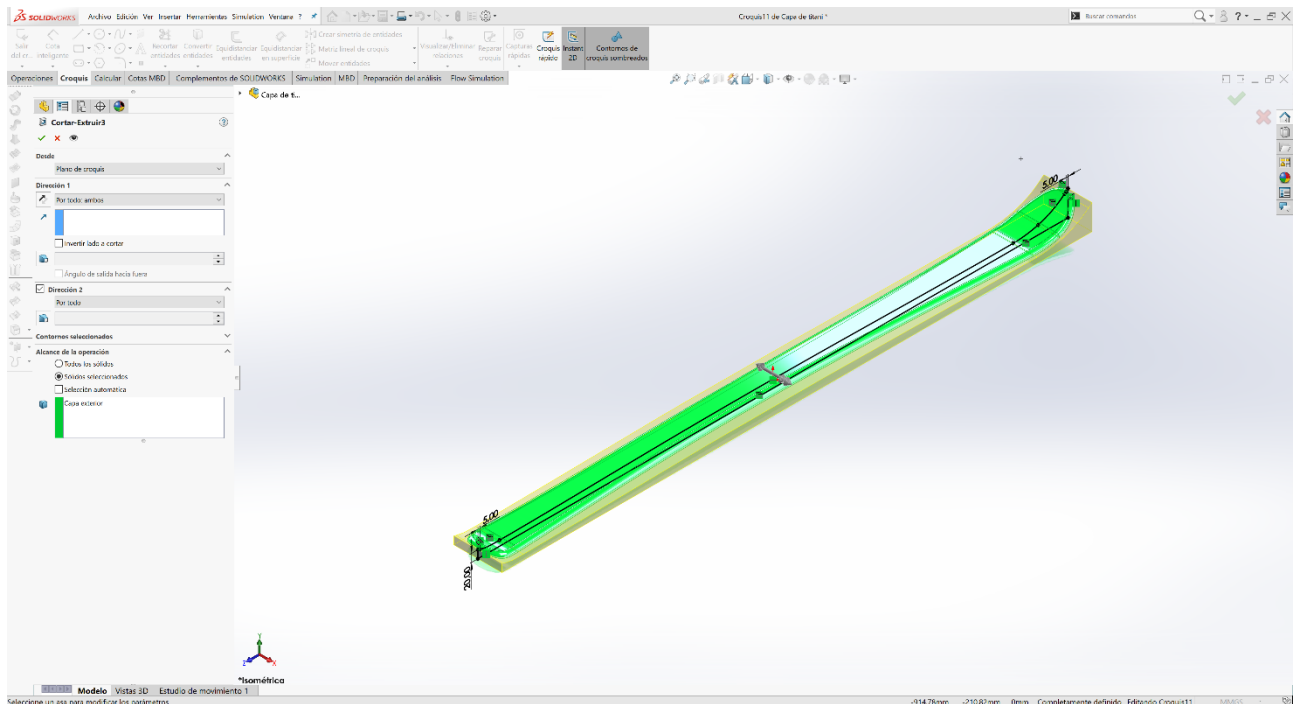


Figura 49.- Operació extrusió d'un tall.

Un cop realitzat el tall ja s'ha aconseguit la peça acabada.

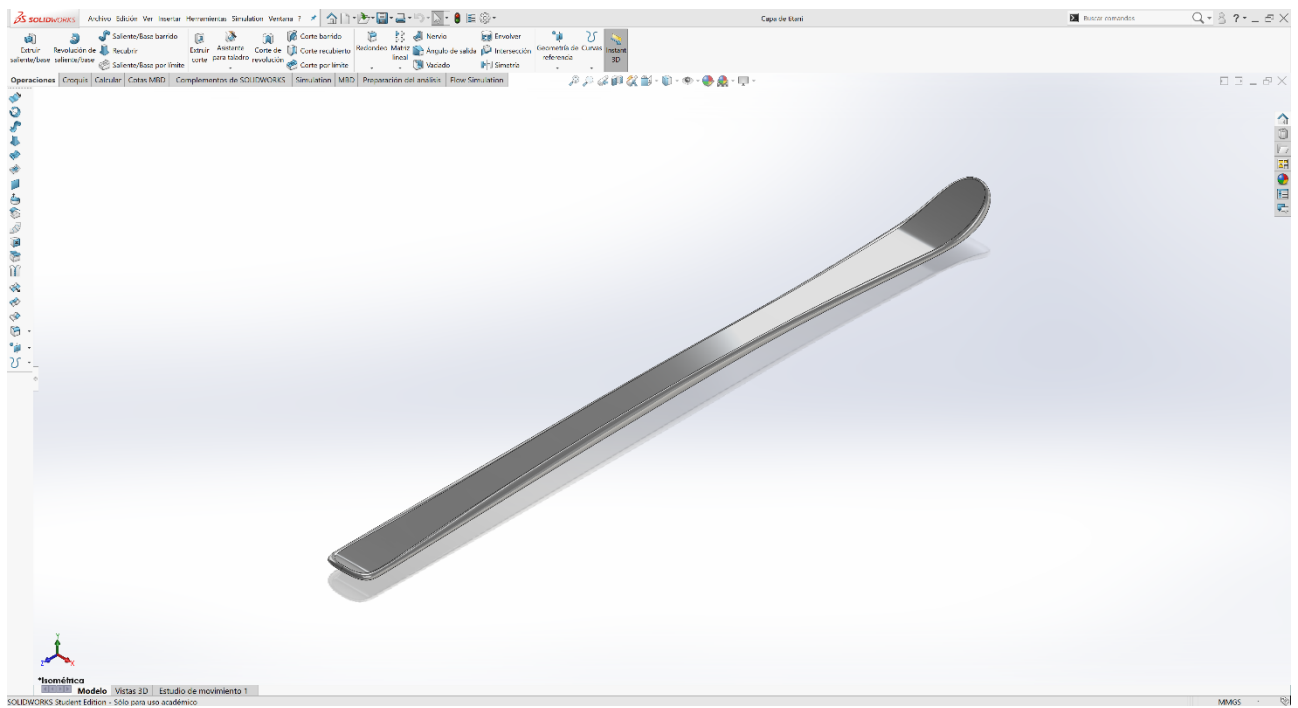


Figura 50.- Vista isomètrica de la capa de titani.

CANTELLS:

Els cantells és una de les parts més importants de l'esquí és la que fem servir per girar i si estan en mal estat fa que sigui molt perillós esquiar car és més probable que no aguantin la força lateral i perdin l'adherència, també és la part més perillosa de l'esquí ja que és una peça que talla molt i encara més a 50-60 km/h que és una velocitat normal d'esquiar.

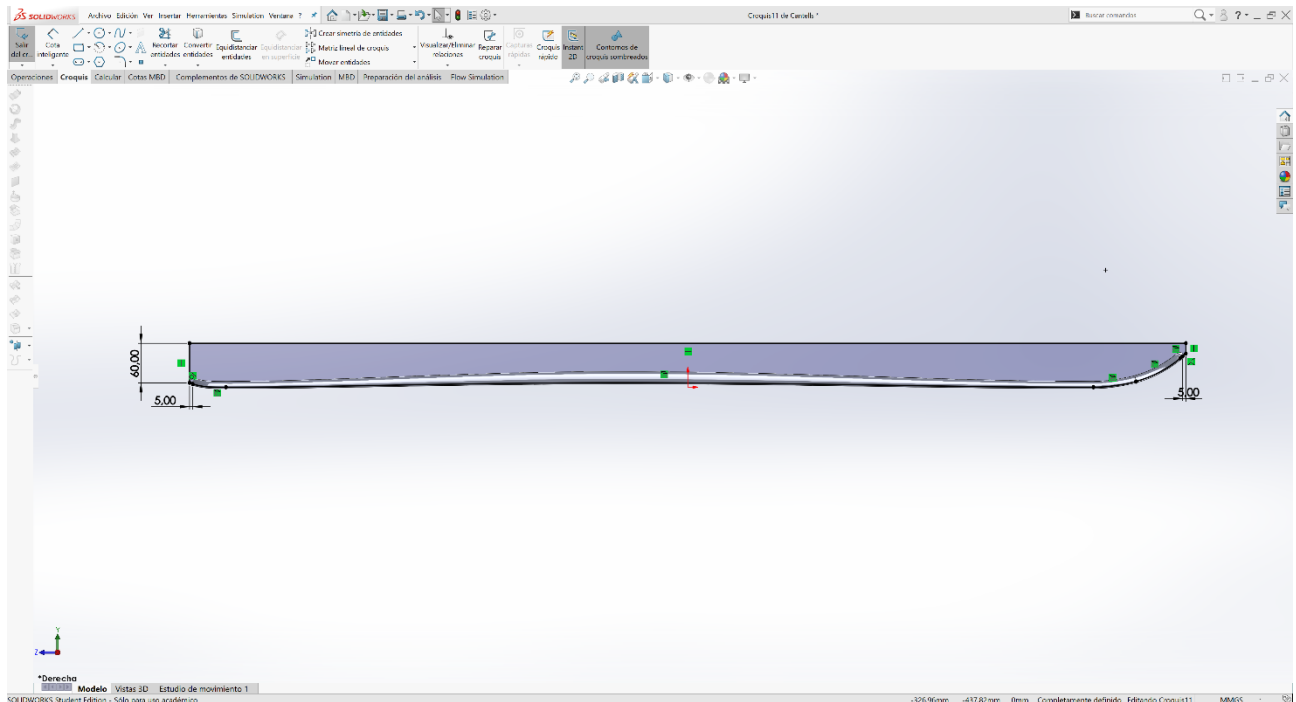


Figura 51.- Croquis en vista lateral per a realitzar el tall.

Igual que en la capa de titani, per a fer els cantells també s'ha realitzat un croquis per, posteriorment, realitzar un tall de la geometria sobrant, també s'ha realitzat a partir del croquis de la figura número 34.

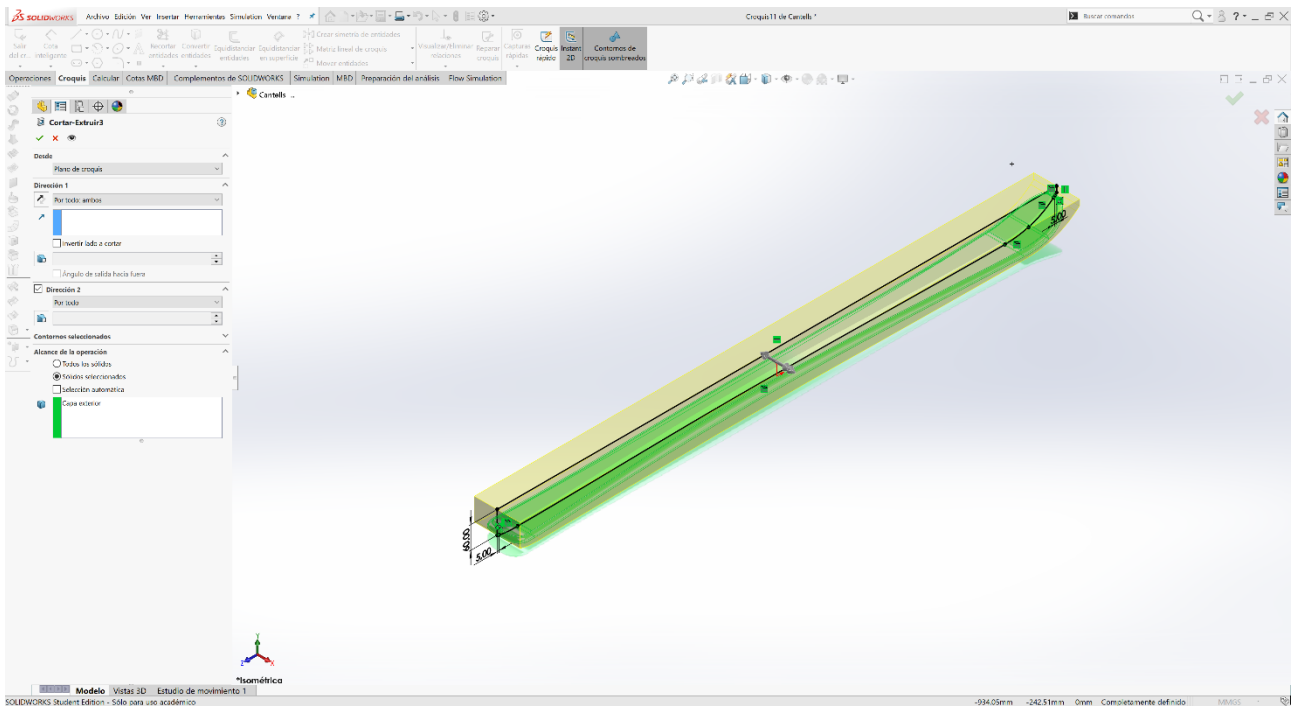


Figura 52.- Operació extrusió d'un tall.

Amb la geometria resultant d'aquest tall, es poden realitzar dues peces, els cantells i el terra, en aquest cas s'han realitzat els cantells. S'han realitzat amb un altre tall, aquest cop aprofitant el croquis de la figura número 33.

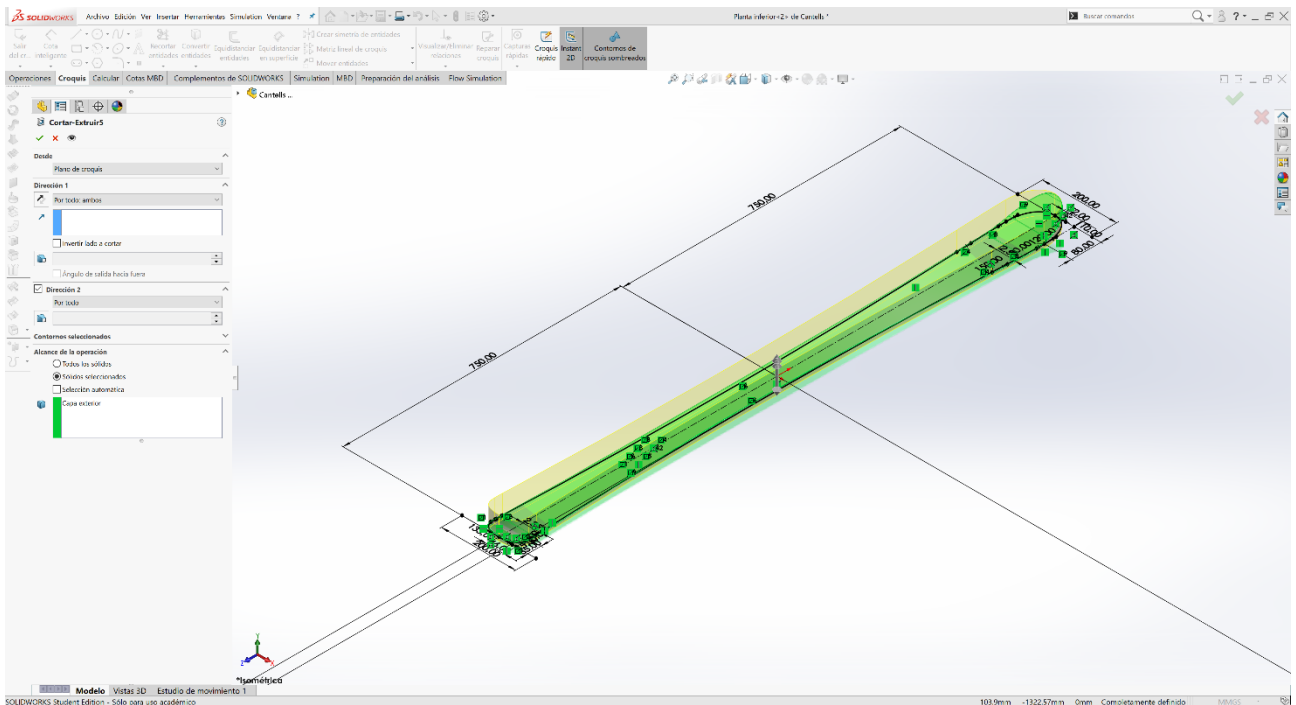


Figura 53.- Operació extrusió d'un tall.

Amb els dos talls fet ja s'ha obtingut la geometria desitjada.

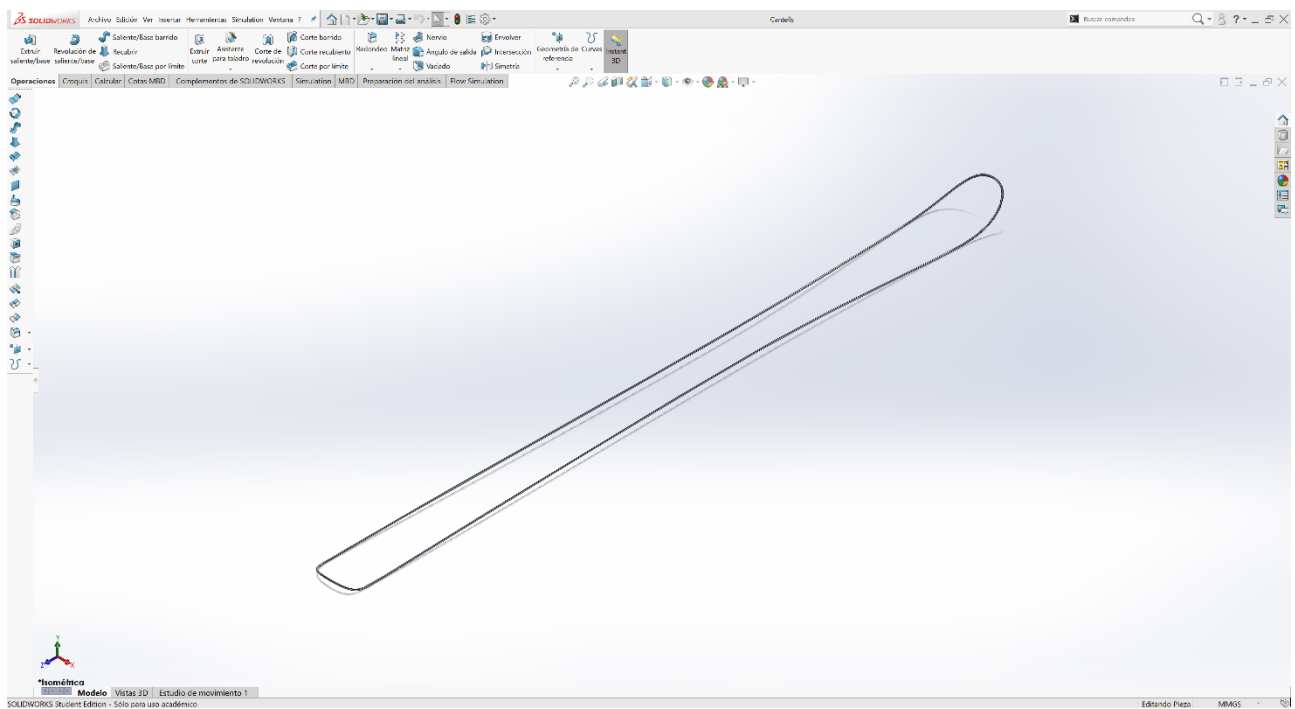


Figura 54.- Vista isomètrica dels cantells.

TERRA:

El terra és la superfície en contacte amb la neu, per tant ha de tenir un coeficient de fregament molt baix per aconseguir que l'esquí llisqui millor. En aquest cas està fet de P-TEX 4504.

Aquesta peça s'ha fet igual que els cantells, tal com s'ha dit anteriorment, a partir d'una geometria obtinguda durant el modelat dels cantells també es podia crear el terra. En aquest cas, però com que al tall s'ha d'extreure la part exterior, cal crear un croquis tancat.

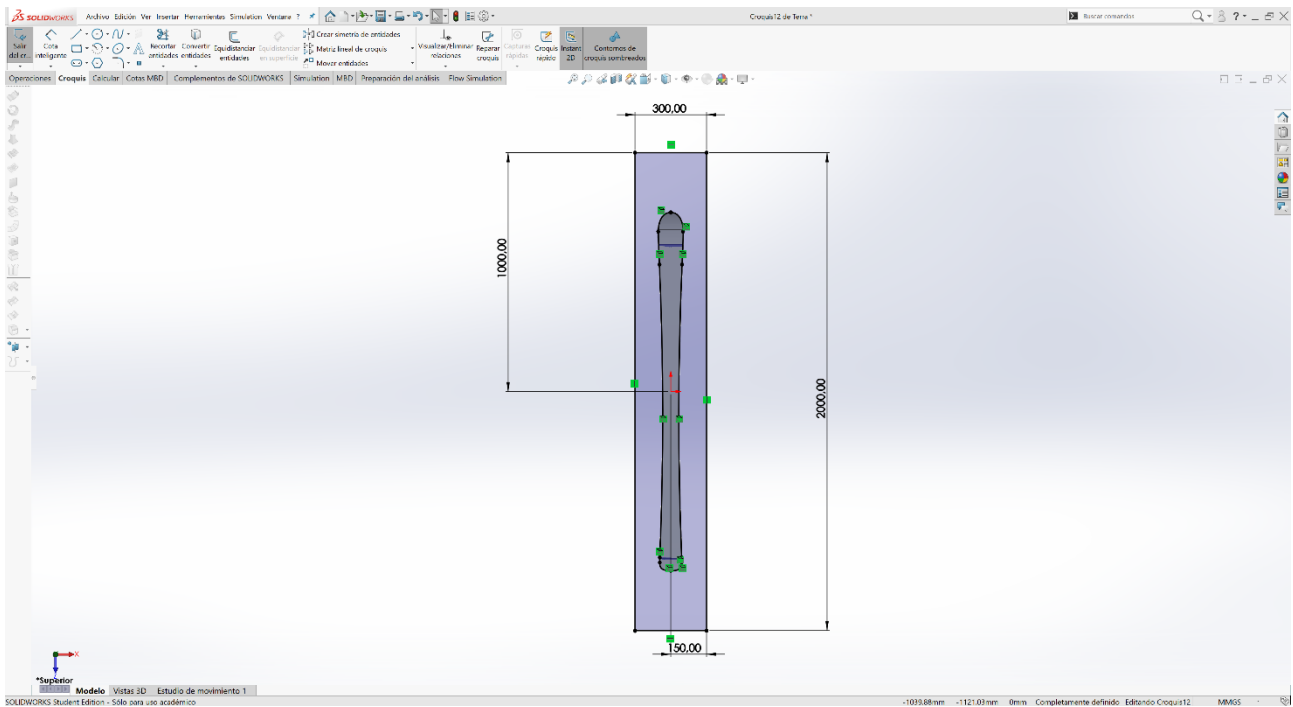


Figura 55.- Croquis en planta per a realitzar el tall.

A partir del croquis de la figura número 33, s'ha copiat el croquis amb l'eina "convertir entitats" i després s'ha creat un rectangle al voltant per tal de generar un croquis tancat i poder realitzar el tall.

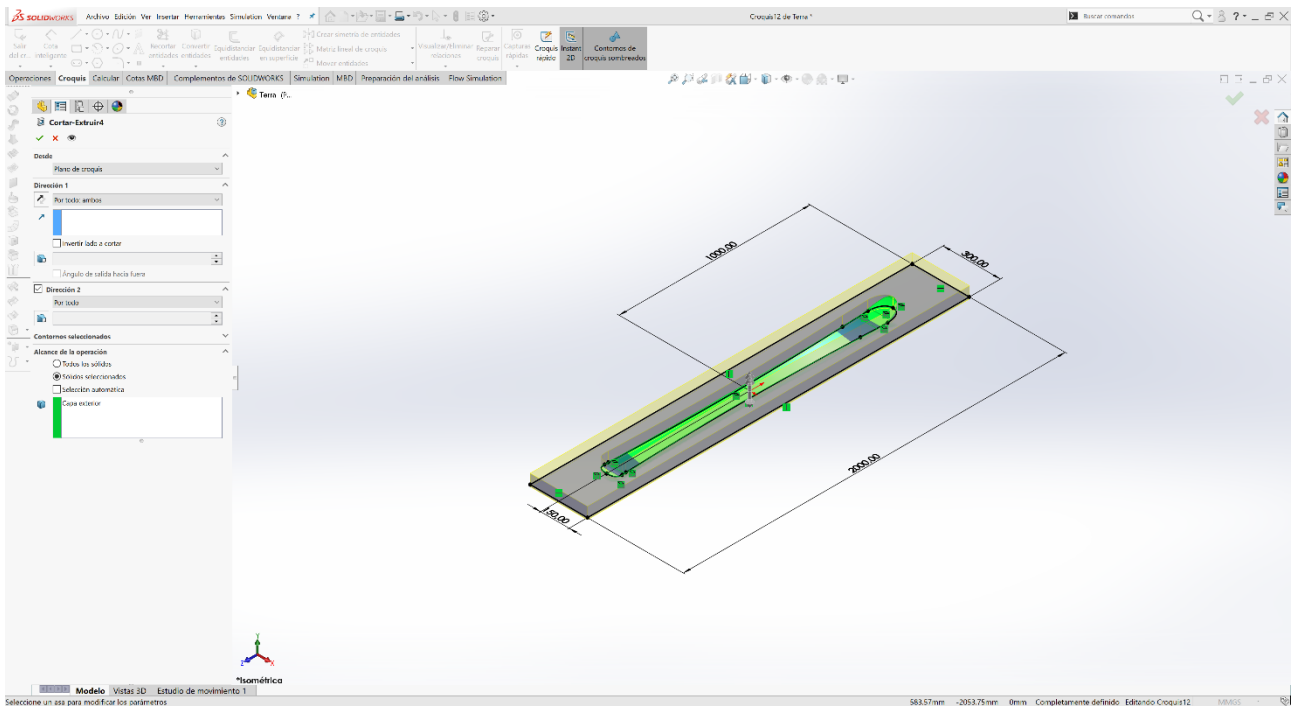


Figura 56.- Operació extrusió d'un tall.

Amb els dos talls fets ja s'ha obtingut la geometria desitjada.

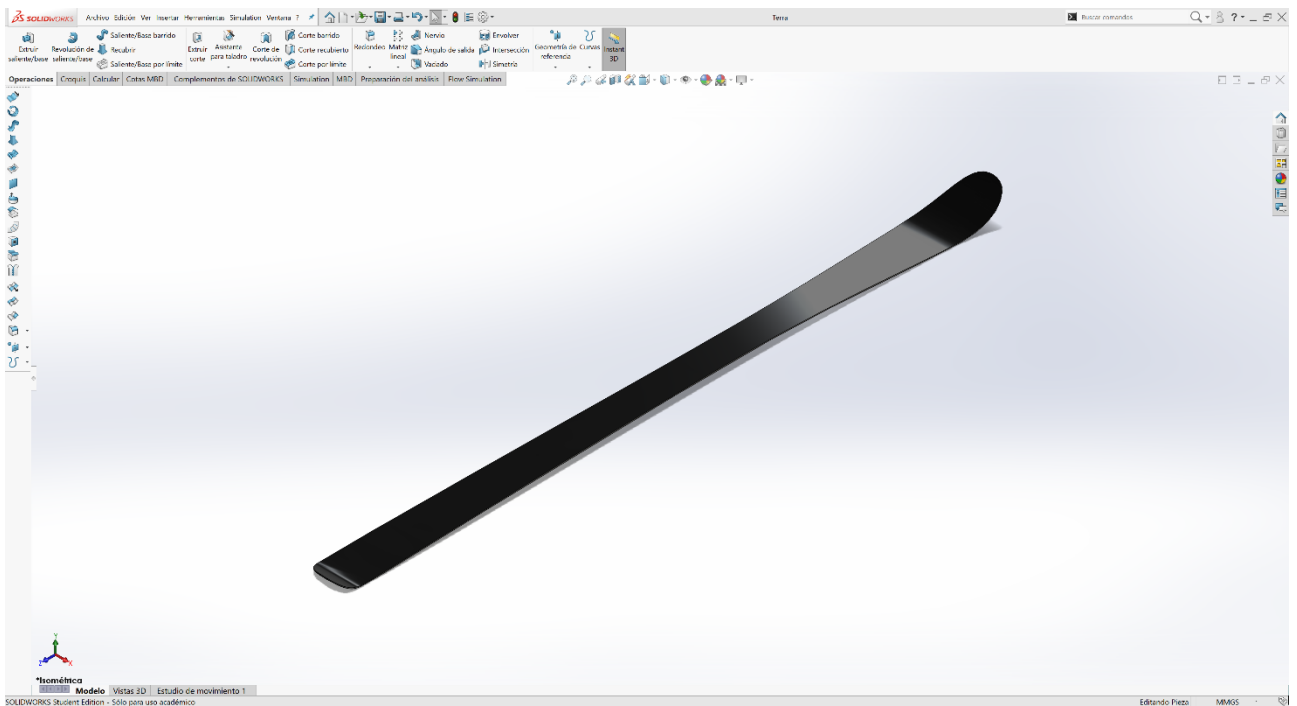


Figura 57.- Vista isomètrica del terra.

CUA:

La cua és una capa de reforç feta de fibra de carboni que serveix per donar-li rigidesa a l'esquí. El modelat d'aquesta peça és molt simple, a partir del "Pla 1" que es pot observar en la figura número 31, es realitza un tall on s'elimina tot l'esquí excepte la part de la cua.

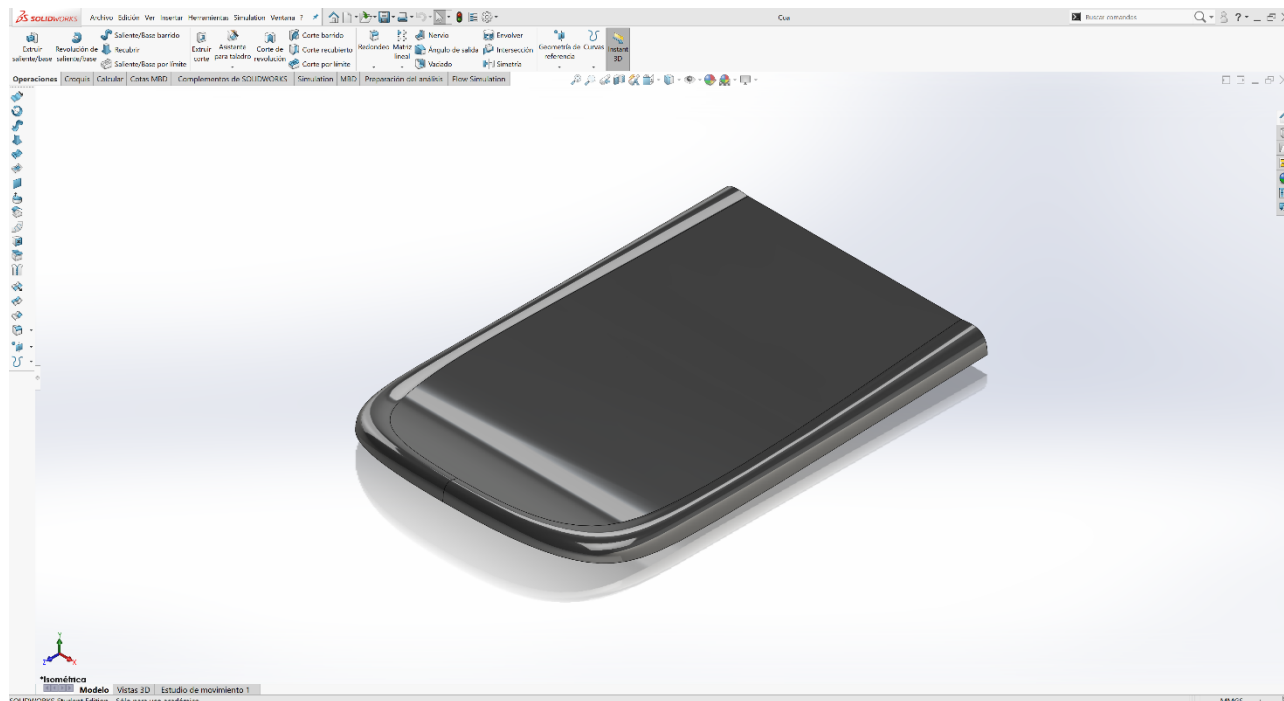


Figura 58.- Vista isomètrica de la cua.

PUNTA:

La punta serveix exactament pel mateix que la cua, però a la part davantera de l'esquí. Es fa mitjançant el "Pla 2" que s'observa en la figura 31. Igual que la cua s'utilitza el modelat primitiu.

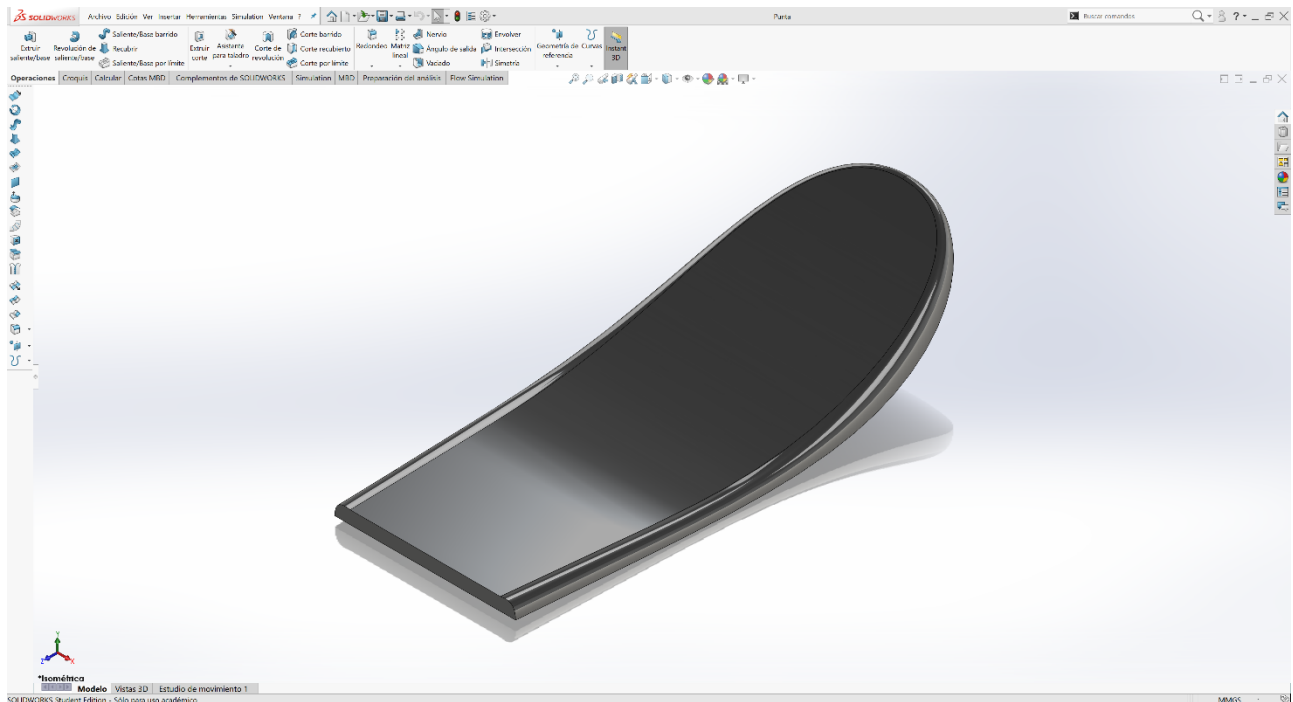


Figura 59.- Vista isomètrica de la punta.

NÚCLI:

El nucli és la part intermèdia entre la punta i la cua, també del modelat primitiu. En aquest esquí el nucli està laminat verticalment i està compost de 2 tipus de fusta diferents. A l'extrem s'utilitza una fusta més rígida per què l'esquí sigui més agressiu al traçar les corbes i a la part central una fusta més flexible per donar-li l'elasticitat necessària.

Igual que s'ha fet amb la cua i la punta, es realitzen els talls amb els plans 1 i 2 però conservant la part central aquest cop.

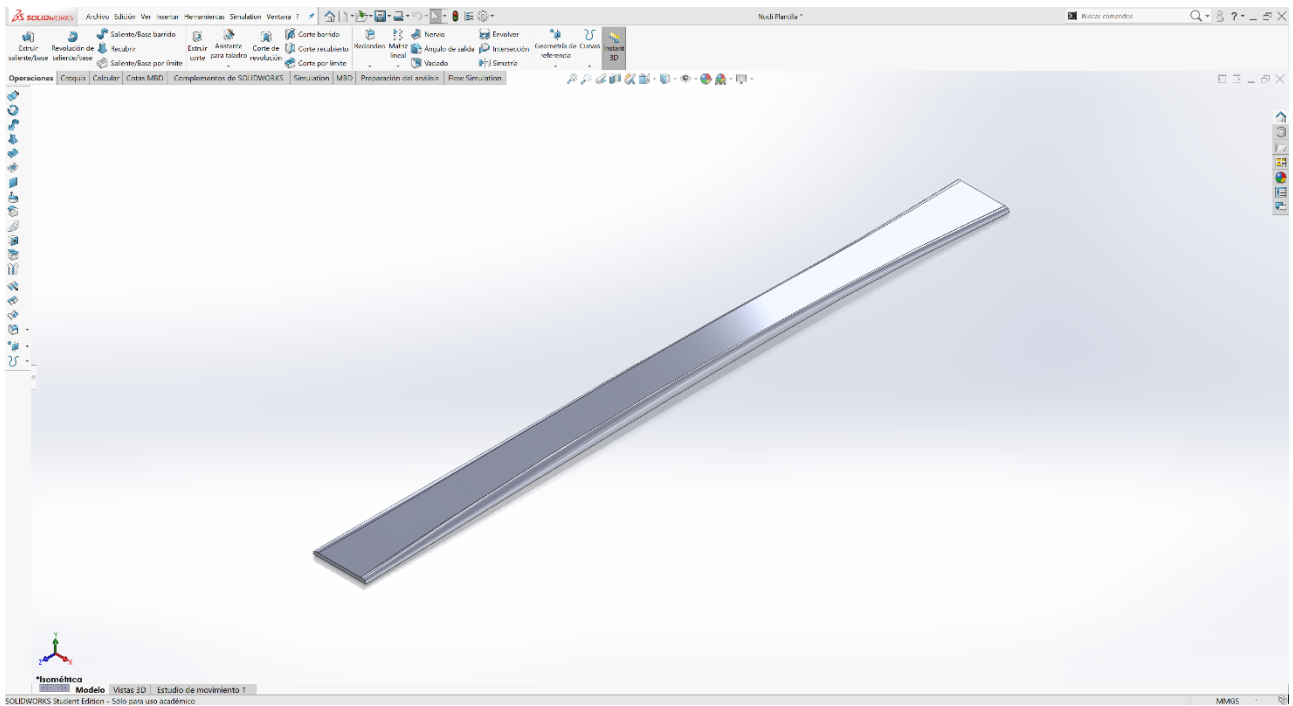


Figura 60.- Vista isomètrica del nucli sense tallar.

Aquest nucli és un sòlid únic, per convertir-lo en làmines verticals, s'utilitzarà el mateix mètode de tall que s'ha utilitzat amb la cua i la punta. Amb l'operació "Geometria de referència" -> "Plano" s'ha creat els diferents plans necessaris.

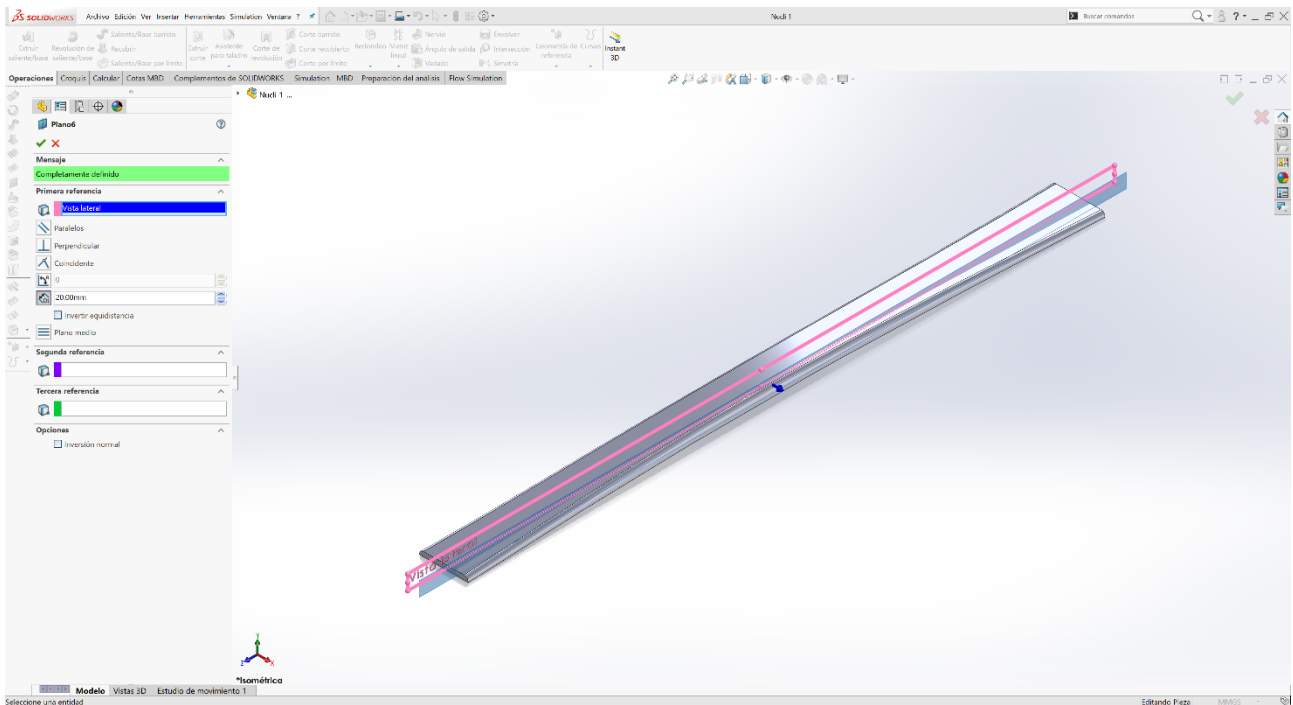


Figura 61.- Operació crear pla.

Els plans realitzats s'han fet respecte la vista lateral, que està centrada a l'esquí. S'han realitzat únicament dos plans per a simplificar el mallat, aquests 2 plans separaran els tres nuclis segons el tipus de fusta.

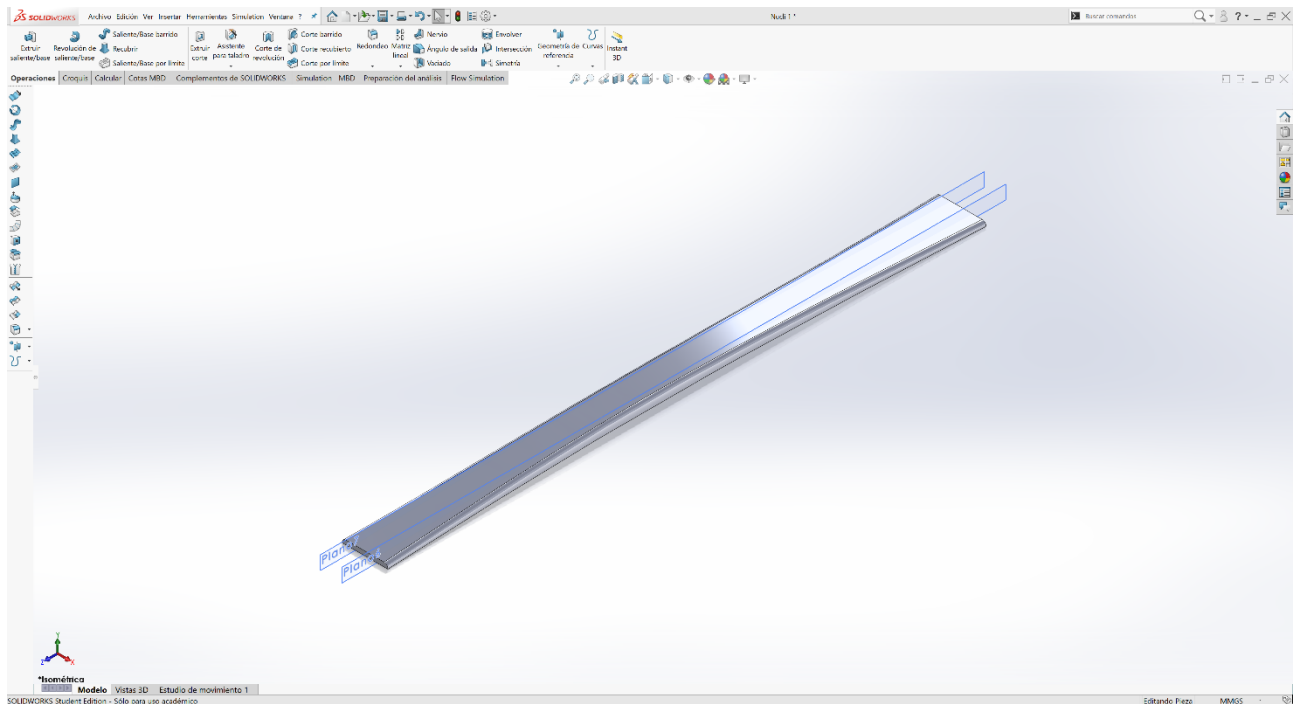


Figura 62.- Vista isométrica dels plans.

Un cop fets tots els plans, es copia l'arxiu tantes vegades com làmines de nucli ens hagin quedat, en aquest cas 3. En cada arxiu es fan els talls amb els plans coincidents amb la làmina que vulguem deixar. Per a fer els talls amb els plans s'ha d'anar a "Insertar" -> "Cortar" -> "Con superficie".

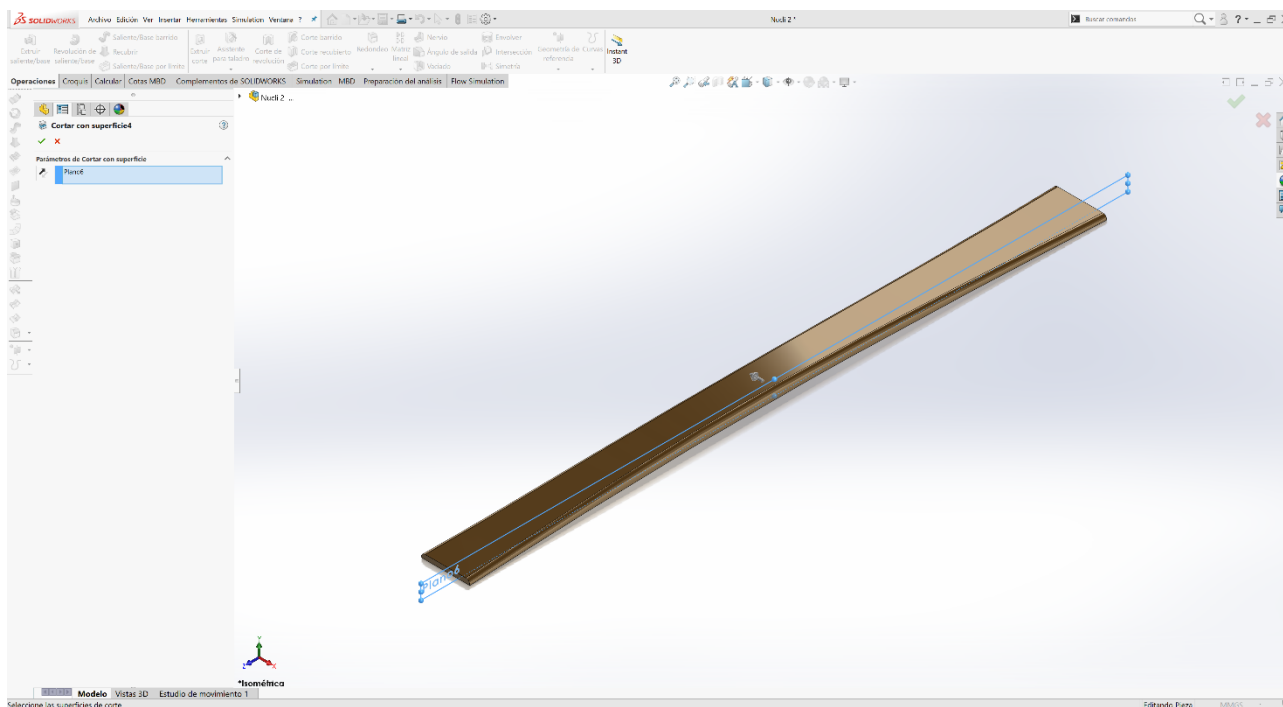


Figura 63.- Operació tallar amb superfície.

La fletxa indica la part del sòlid que es tallarà.

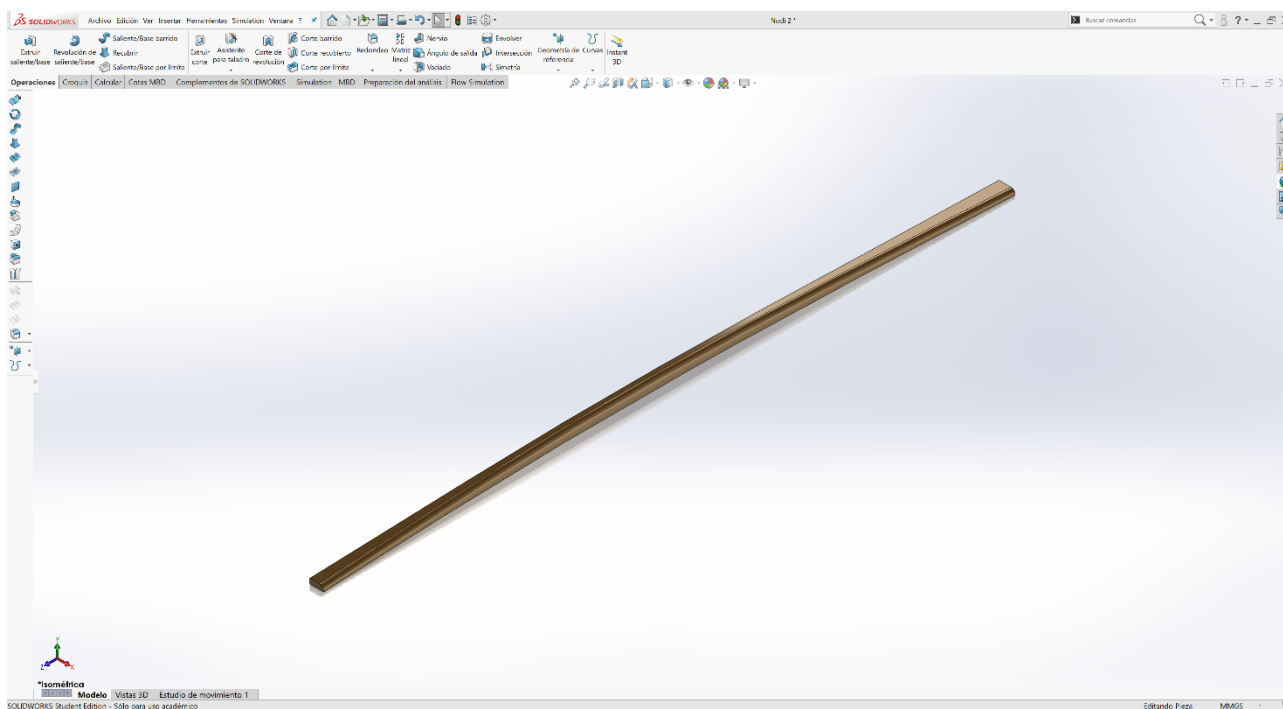


Figura 64.- Vista isomètrica de la làmina lateral dreta del nucli.

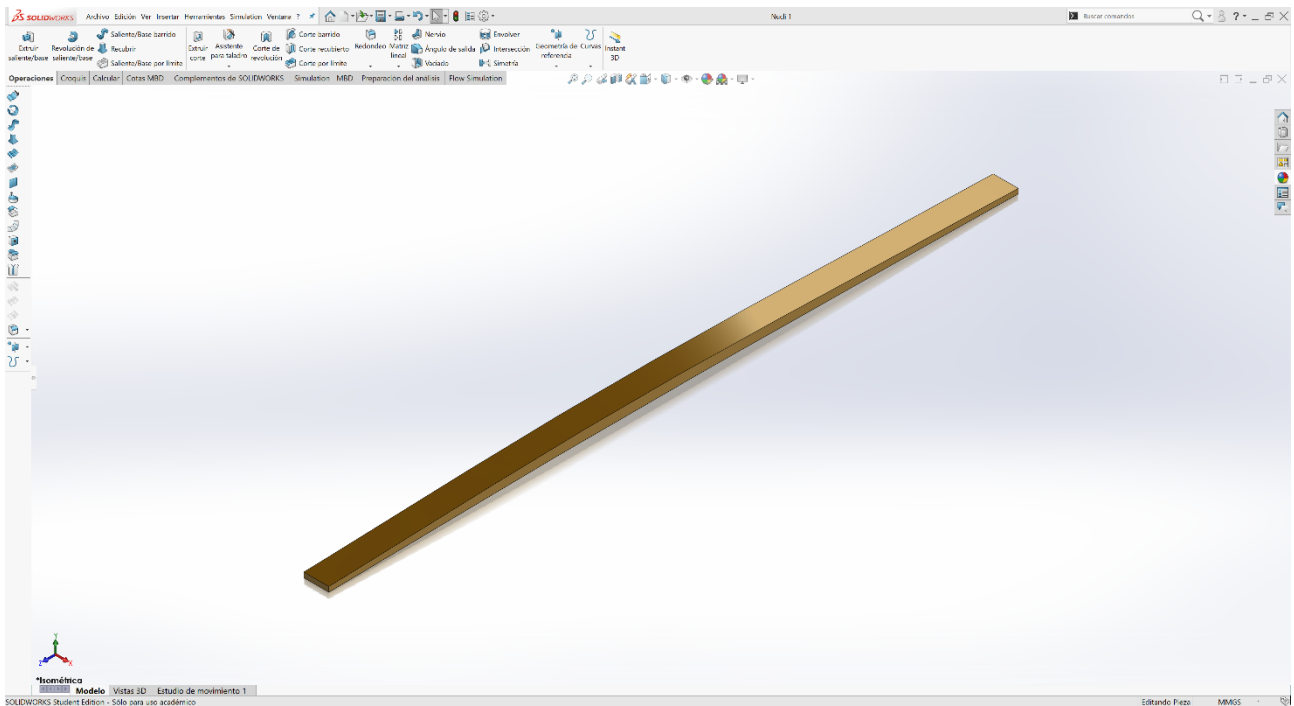


Figura 65.- Vista isomètrica de la làmina central del nucli.

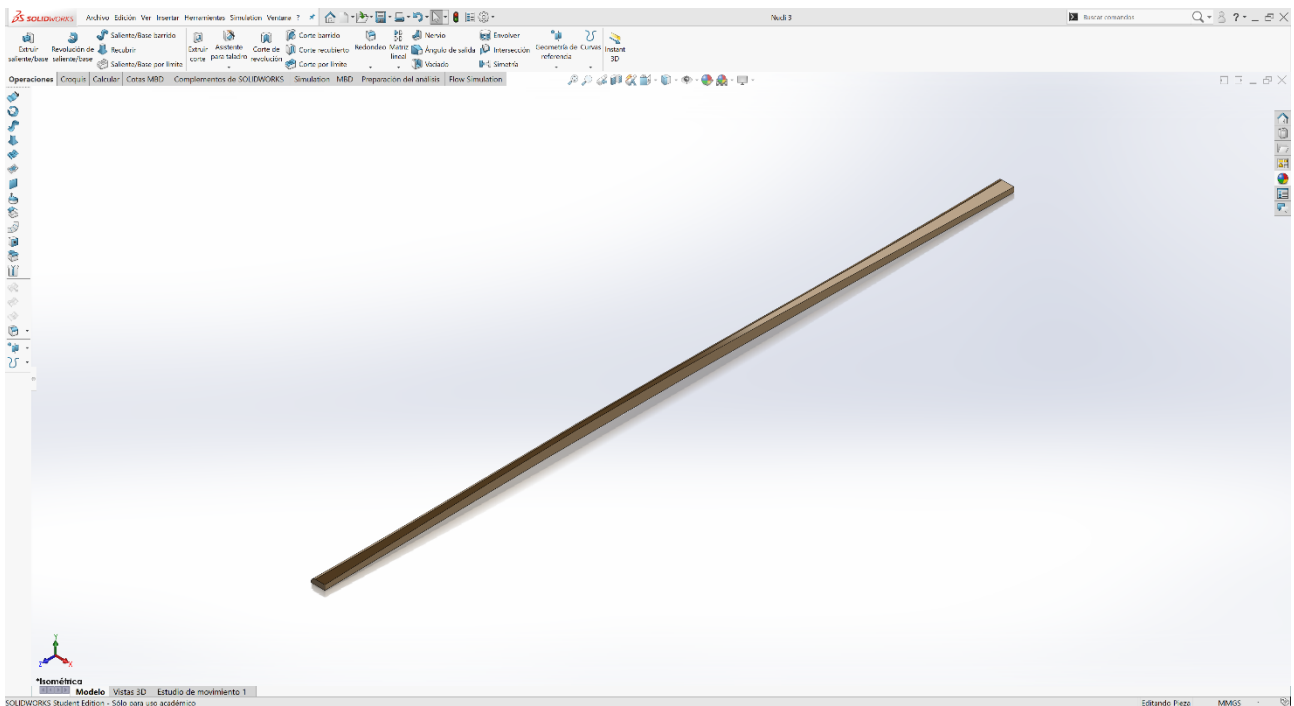


Figura 66.- Vista isomètrica de la làmina lateral esquerra del nucli.

Un cop fets tots els talls, es pot observar que queden 3 làmines, les dues dels extrems (figures numero 66 i 68) i la làmina central. Les de fusta rígida estan pintades d'un to més fosc i la de fusta flexible d'un to més clar per tal de diferenciar-les fàcilment.

ENSEMBLATGE:

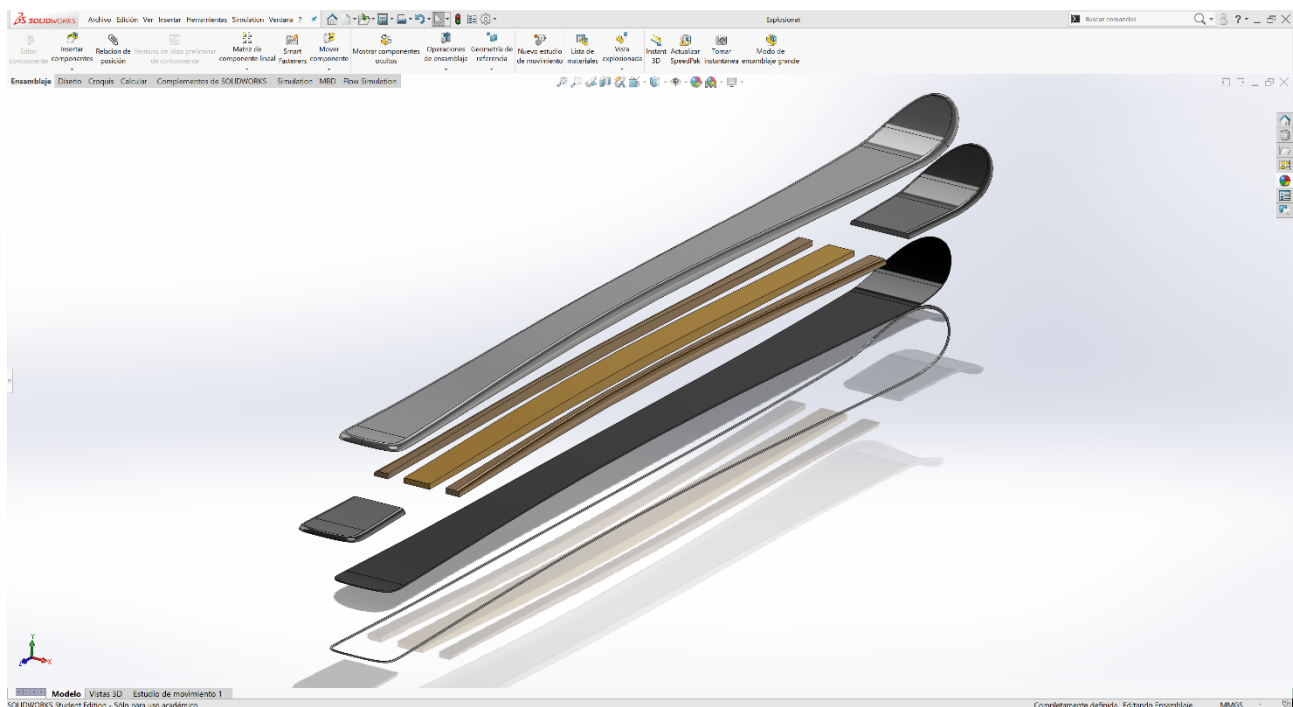


Figura 67.- Vista de l'exploració de les capes de l'esquí.

Com que s'ha realitzat totes les peces a partir d'una mateixa peça preliminar, al fer l'ensamblatge s'ha pogut alinear els tres plans principals de cada peça amb els del ensemblatge, d'aquesta manera no apareixen errors de relació de posició i al mateix temps totes les peces queden perfectament col·locades.

7.1.2. SIMULACIÓ

Tal i com s'ha esmentat en l'apartat 6, la simulació s'ha realitzat amb el programa de càlcul FEM *ABAQUS® Student version 2019*. Abans de començar l'estudi s'han de determinar les característiques dels materials els quals conformen l'esquí tal com les condicions de contorn i el mallat. Com que no tots els materials es comporten de la mateixa manera, s'ha hagut de determinar quin és el comportament mecànic de cada material per tal de ajustar les seves característiques a l'introduir les dades al programa *ABAQUS® Student version 2019*.

CARACTERÍSTIQUES DELS MATERIALS:

L'acer té un comportament isotròpic perquè és un material totalment uniforme, aquests tipus de material són els més fàcils de simular ja que es comporten de la mateixa manera en qualsevol direcció. La part de l'esquí que està feta d'acer són els cantells, aquest material els hi aporta la

resistència necessària contra els impactes amb pedres que hi pugui haver a la pista i no quedin “mossegats” i perdin eficiència.

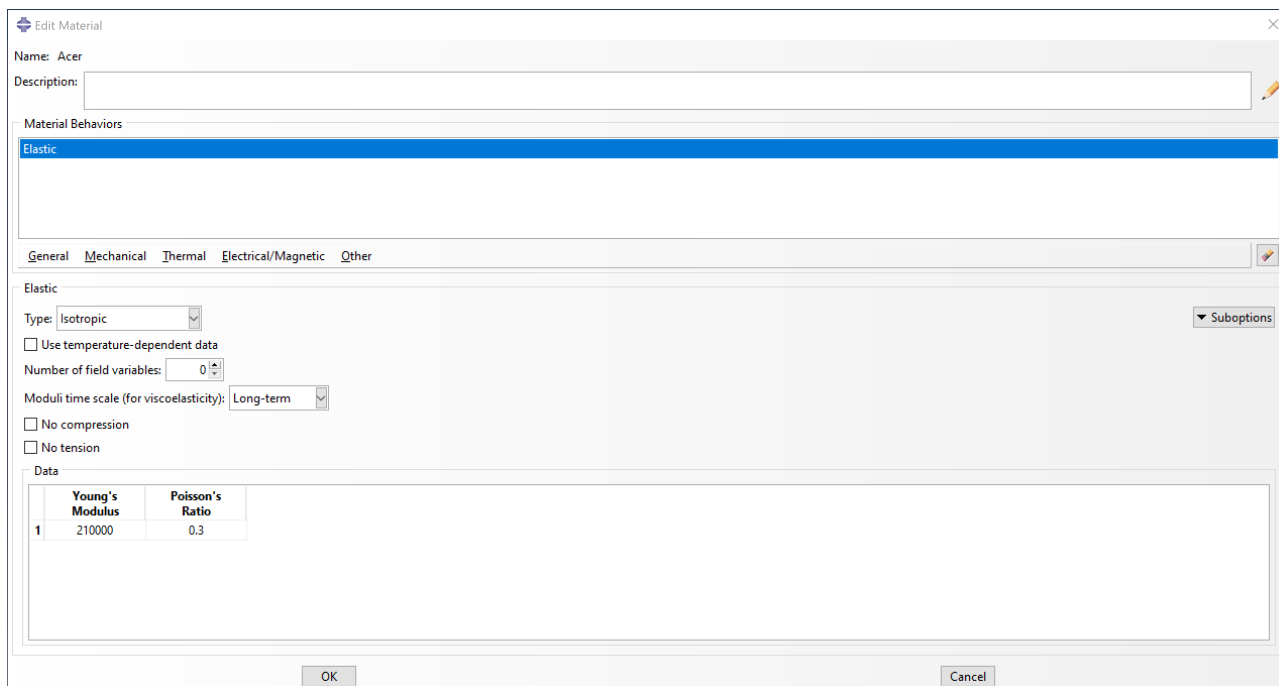


Figura 68.- Característiques mecàniques de l'acer.

El titani, igual que l'acer, també és un material que es comporta isotròpicament. Aquest material fa que l'esquí recuperi la forma més ràpid i tal com s'ha dit en l'apartat 5.1.1., fa que sigui més dinàmic i àgil.

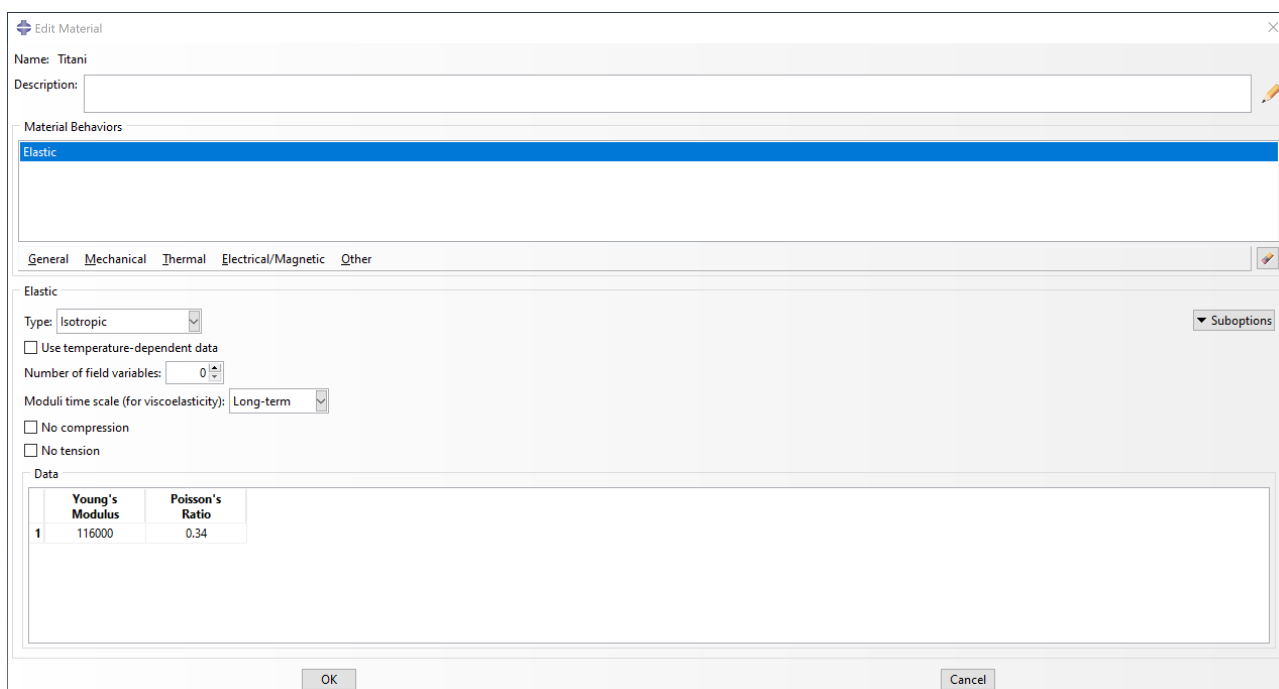


Figura 69.- Característiques mecàniques del titani.

La fibra de carboni es conforma a base de capes, per això s'ha seleccionat el comportament laminar. En el comportament laminar hi consten 2 mòduls de Young (E1 i E2), el longitudinal i el transversal. Té una única relació de Poisson (Nu12) i té tres mòduls de rigidesa, un en cada pla (G12, G13 i G23). Les peces compostes de fibra de carboni són la punta i la cua, aquesta material aporta una major resistència en aquestes parts.

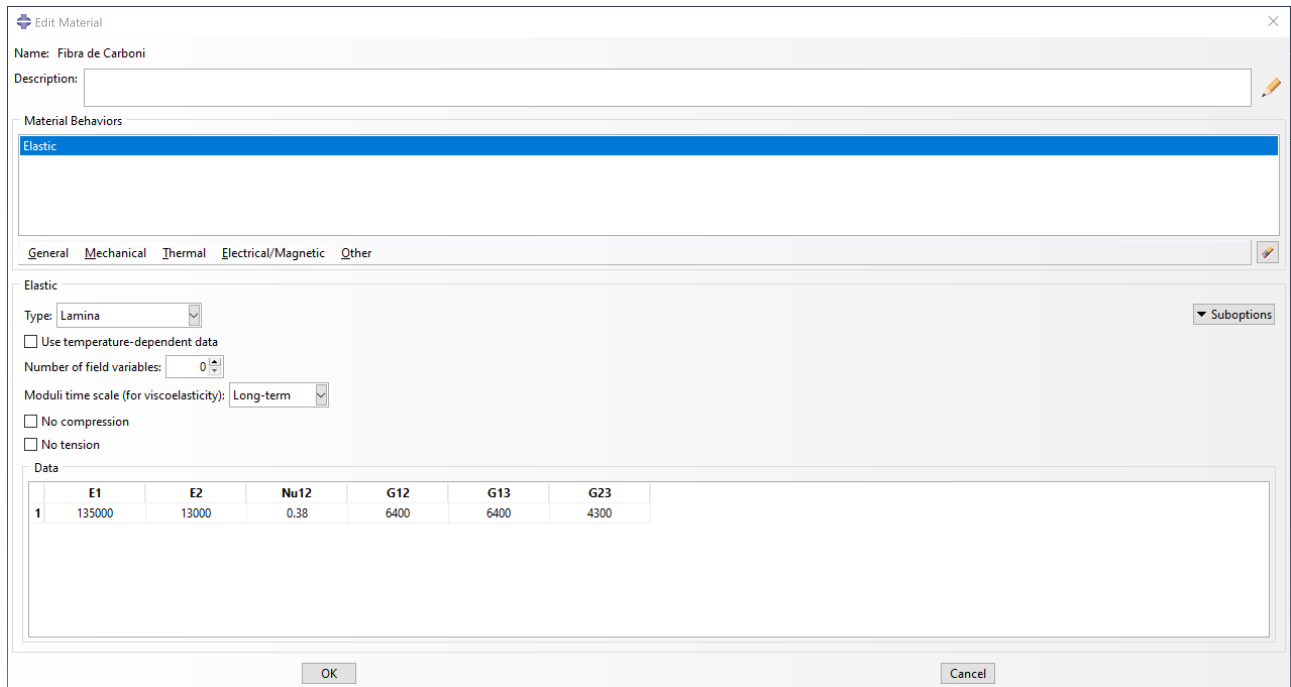


Figura 70.- Característiques mecàniques de la fibra de carboni [comportament laminar].

Com que el programa no permet el càlcul combinant elements amb un material laminar i elements amb material isotròpic o ortotròpic, s'ha considerat que les diverses capes de fibra de carboni estan col·locades en diferents orientacions, per tant s'aconsegueix un comportament quasi isotròpic.

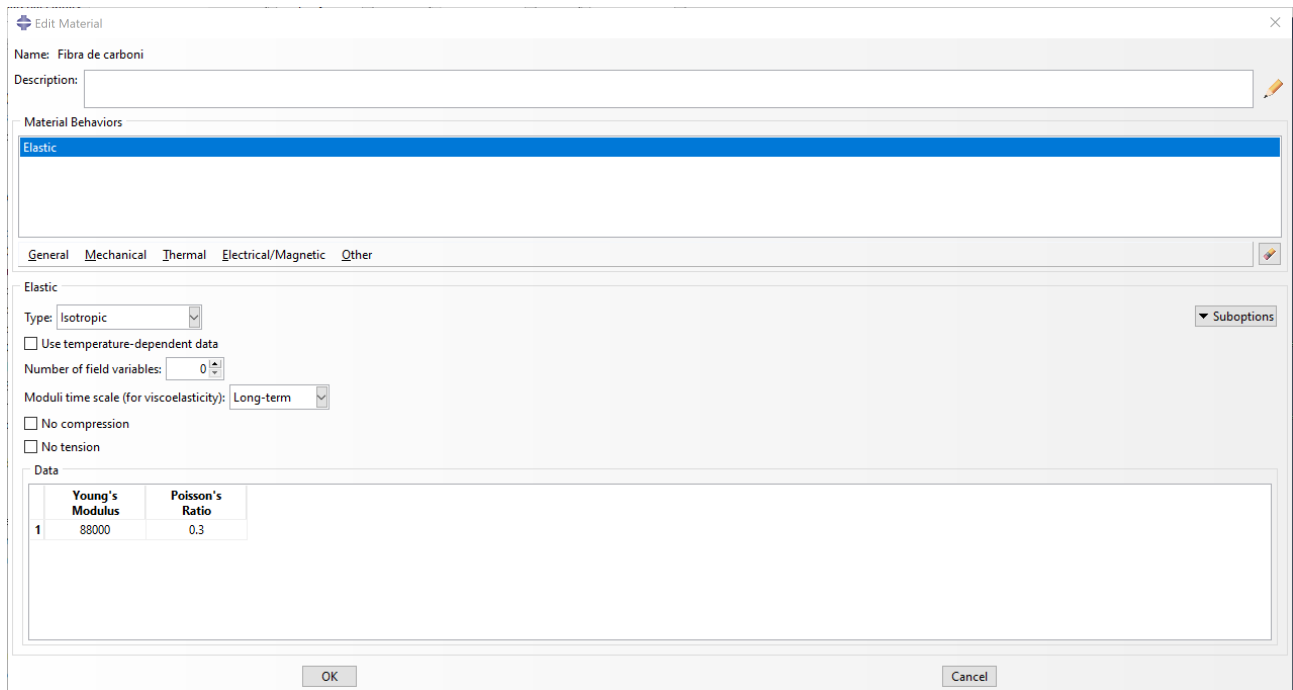


Figura 71.- Característiques mecàniques de la fibra de carboni [comportament isotròpic].

La fusta és un material molt complex. Els seu comportament és totalment ortotròpic, això vol dir que es comporta de formes completament diferents en cadascun dels tres eixos de coordenades. Per parametritzar el seu comportament són necessaris tres mòduls de Young (D_{1111} , D_{1122} i D_{2222}), tres relacions de Poisson (D_{1133} , D_{2233} i D_{3333}) i tres mòduls de rigidesa (D_{1212} , D_{1313} i D_{2323}).

Totes aquestes dades es poden de la matriu de la llei de Hooke⁴ fent varis assaigs amb cada material. Cada element de la matriu de la llei de Hooke equival a una de les dades D que s'han d'introduir al programa.

$$\begin{array}{lll}
 E_{xy} = D_{1111} & E_{xz} = D_{1122} & E_{yz} = D_{2222} \\
 \nu_{xy} = D_{1133} & \nu_{xz} = D_{2233} & \nu_{yz} = D_{3333} \\
 G_{xy} = D_{1212} & G_{xz} = D_{1313} & G_{yz} = D_{2323}
 \end{array}$$

⁴ La llei de Hooke està explicada a l'Annex 2.

Edit Material

Name: Fusta de Auro

Description:

Material Behaviors

Elastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Elastic

Type: Orthotropic

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term

No compression

No tension

Data

	D1111	D1122	D2222	D1133	D2233	D3333	D1212	D1313	D2323
1	13860	1829.52	900.9	0.774	0.476	0.424	0	873.18	1538.46

OK Cancel

Figura 72.- Característiques mecàniques de la fusta d'auró.

Edit Material

Name: Fusta de Bedoll

Description:

Material Behaviors

Elastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Elastic

Type: Orthotropic

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term

No compression

No tension

Data

	D1111	D1122	D2222	D1133	D2233	D3333	D1212	D1313	D2323
1	15290	1192.62	764.5	0.697	0.451	0.426	259.93	1039.72	1131.46

OK Cancel

Figura 73.- Característiques mecàniques de la fusta de bedoll.

Tal com s'ha dit en l'apartat 5.1.1., la fusta de Auró aporta lleugeresa a l'esquí i la fusta de Bedoll aporta agilitat i maniobrabilitat a l'esquiar.

Aquest polímer és un polietilè de ultra alt pes molecular i s'ha considerat que el seu comportament és isotròpic. Aquest material es fa servir per a la part inferior de l'esquí, el terra. La gran característica que té aquest material i que ajuda molt a l'esquiador és el baix coeficient de fregament.

The image shows a software interface for editing material properties. The window title is 'Edit Material'. The 'Name' field contains 'P-TEX 4504'. The 'Description' field is empty. Under 'Material Behaviors', 'Elastic' is selected. The 'Elastic' tab is active, showing the following settings:

- Type: Isotropic
- Use temperature-dependent data
- Number of field variables: 0
- Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term
- No compression
- No tension

The 'Data' section contains a table with the following values:

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	900	0.46

Buttons for 'OK' and 'Cancel' are visible at the bottom of the dialog.

Figura 74.- Característiques mecàniques del UHMW-PE (P-TEX 4504).

ASSIGNACIÓ DELS MATERIALS:

Per a assignar els materials a cada peça, primer s'han de crear les seccions, cada peça correspon a una secció, tal com es mostra en la figura número 75. Un cop creades totes les seccions, s'ha d'assignar cada material a cada secció.

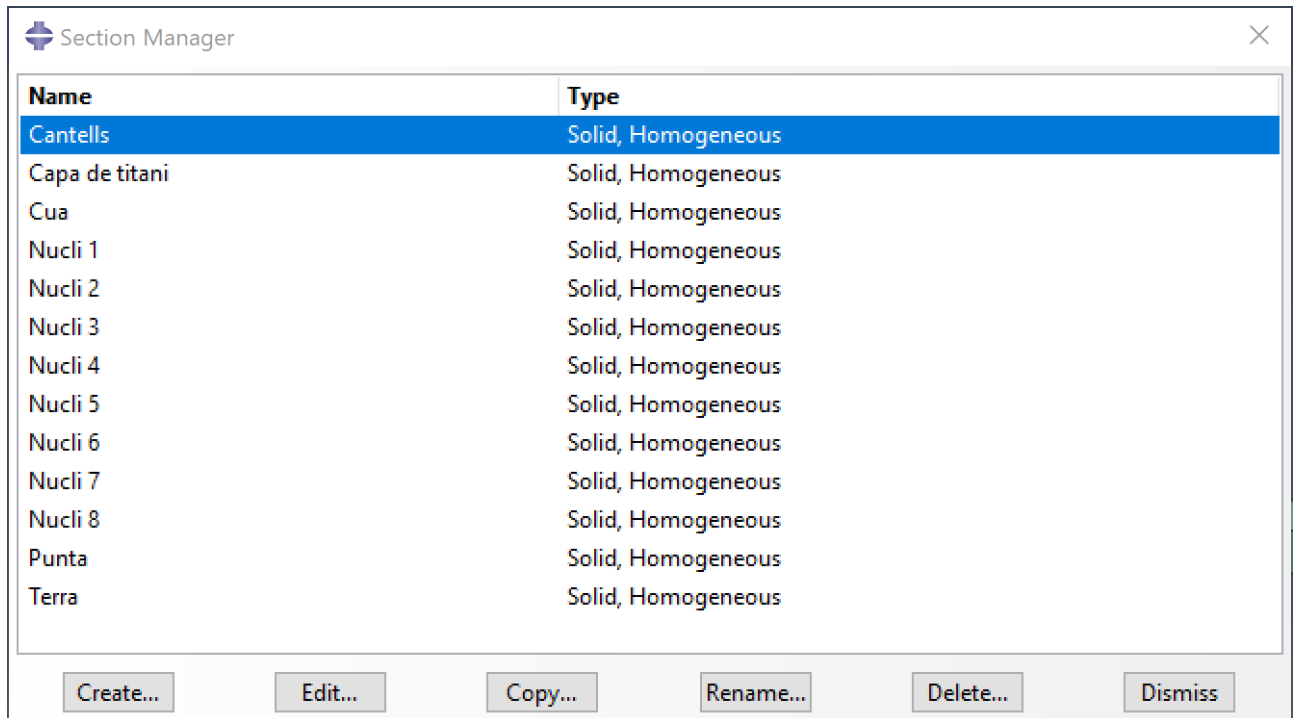


Figura 75.- Seccions.

S'han considerat totes les seccions com a sòlids homogenis, fins i tot les que estan fetes de fibra de carboni, s'ha considerat així per simplificar el mallat i la simulació.

En la figura número 76 s'observa que al assignar el material a una peça, aquesta es posa de color verd.

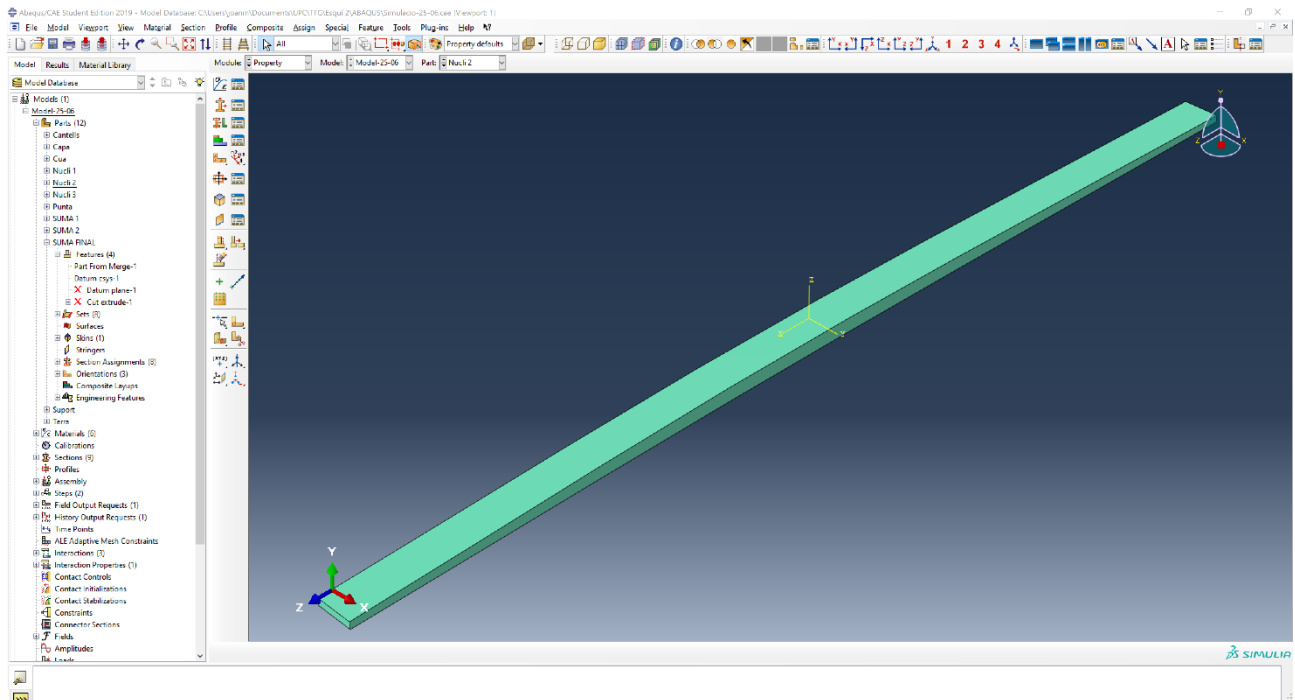


Figura 76.- Vista isomètrica del nucli 2, el central, amb el material ja assignat.

A les peces que el material es comporta de forma ortotròpica, s'ha de determinar en quina direcció estan orientades les fibres, per poder-ho determinar es necessita crear un eix de coordenades local per a cadascuna de les peces, en aquest cas es pot observar al centre de la peça un eix de coordenades de color groc. Per a crear l'eix de coordenades s'ha de fer mitjançant l'eina "Tools" -> "Datum" -> "CSYS" -> "3 points". Un cop creat l'eix de coordenades s'ha d'assignar la orientació de les fibres del material amb l'eina "Assign Material Orientation" i seleccionar l'eix de coordenades prèviament creat.

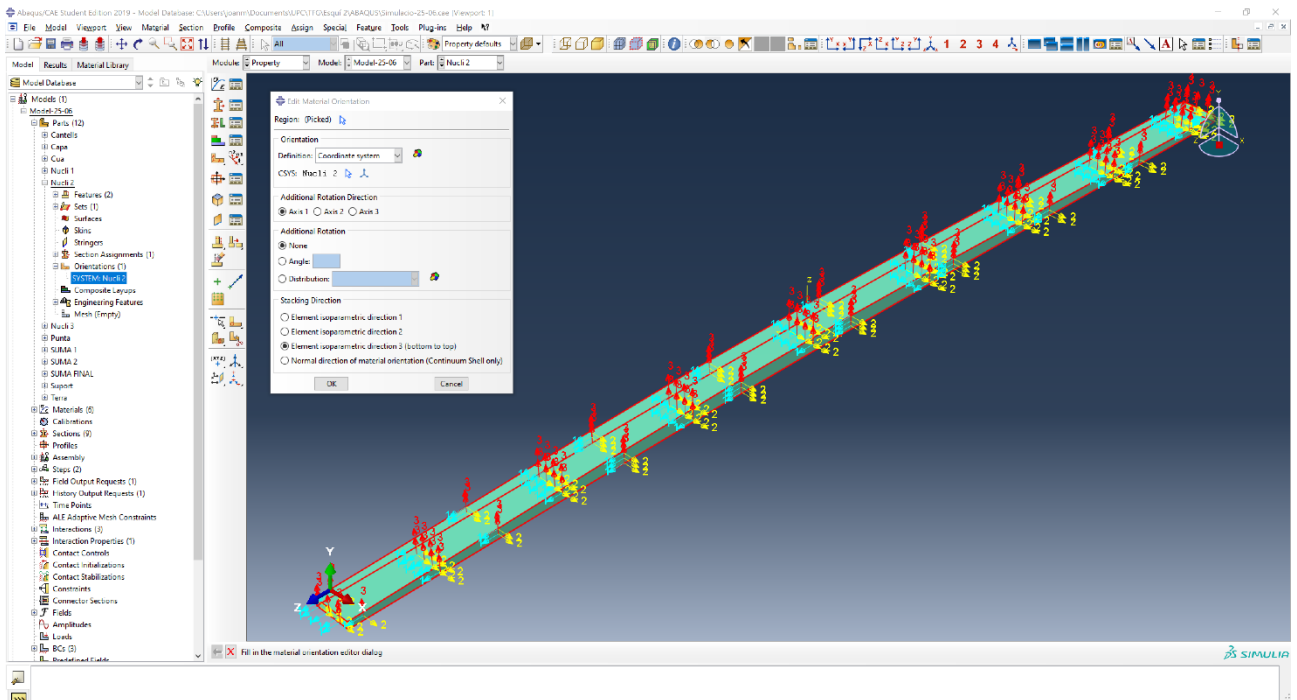


Figura 77.- Assignació de l'orientació de les fibres del material.

En alguns casos no es pot assignar l'eix de coordenades en la posició desitjada, llavors, al assignar l'orientació de les fibres s'ha d'indicar quin angle han d'estar orientades respecte l'eix de coordenades creat i respecte quin dels eixos, en el nucli 3, el lateral esquerre, s'ha girat l'orientació de les fibres 180° en l'eix X respecte l'eix de coordenades local.

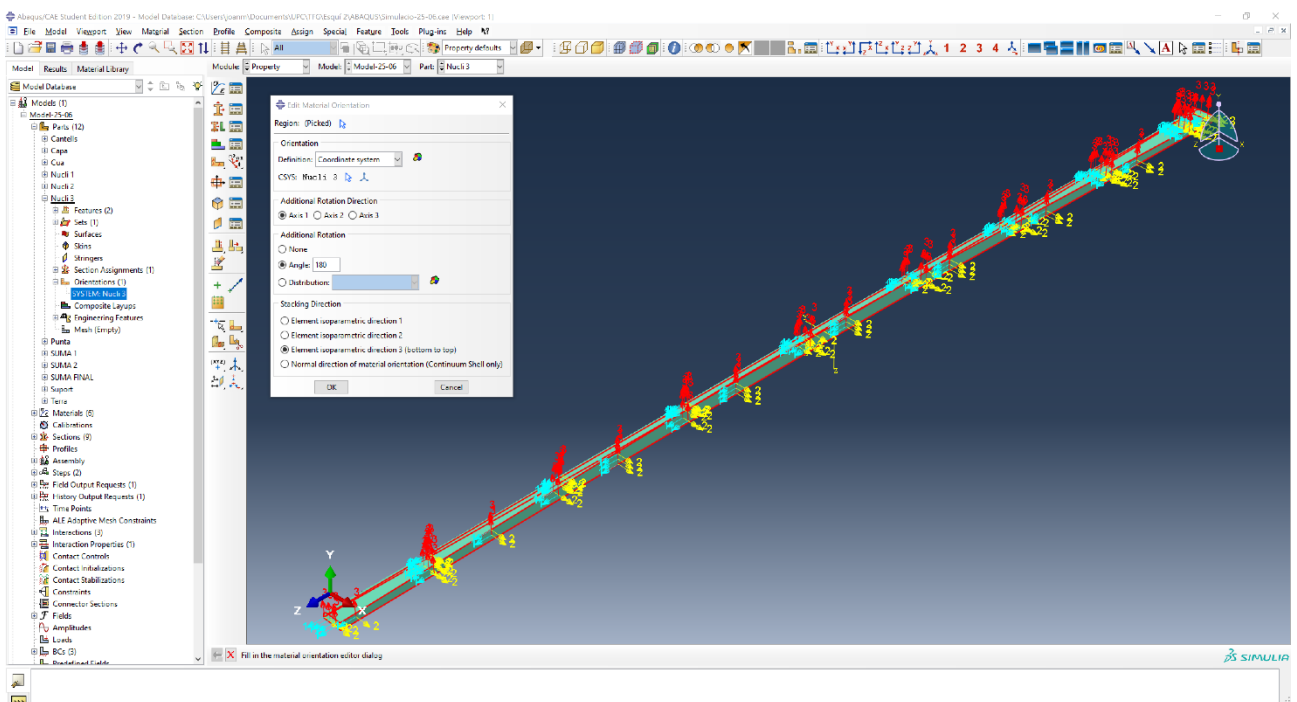


Figura 78.- Assignació de l'orientació de les fibres del material.

La fletxa cian indica l'eix de les X, la groga l'eix de les Y i la fletxa vermella indica l'eix de les Z.

ENSEMBLATGE:

L'ensamblatge es realitza mitjançant l'eina "Instance" -> "Create". S'han de crear tantes Instances com peces hi hagin, en aquest cas 8 més els suports.

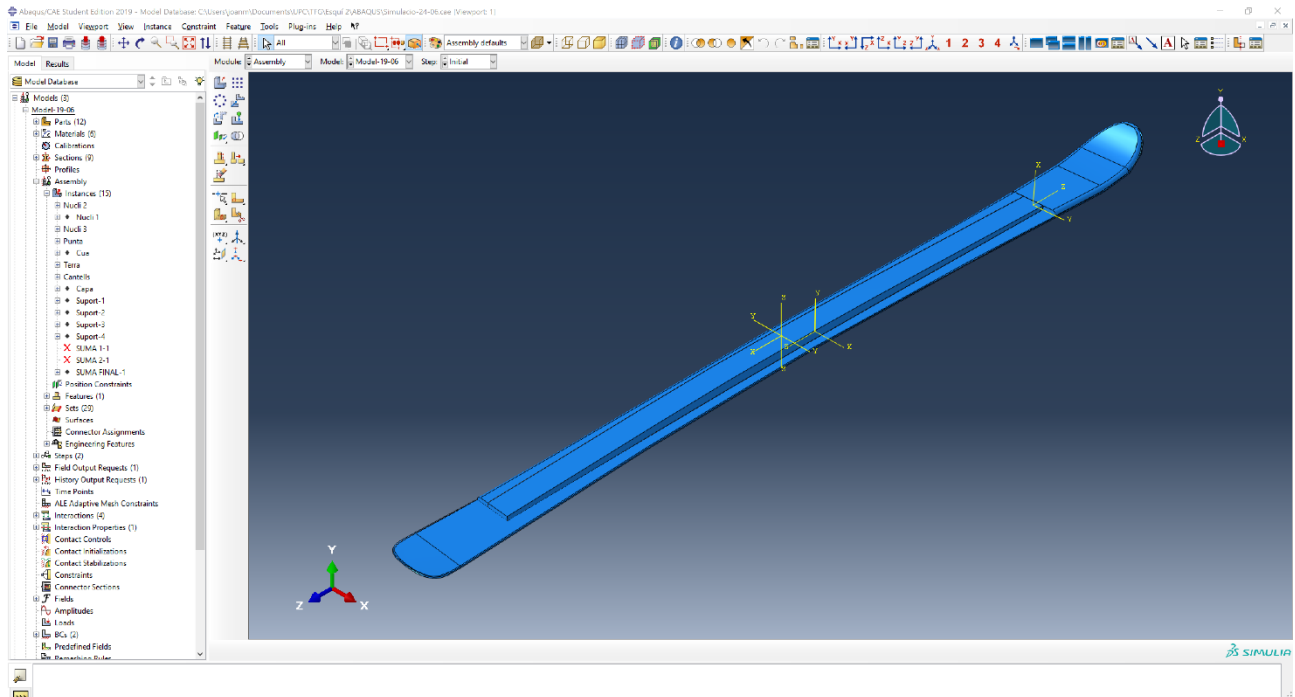


Figura 79.- Ensamblatge de l'esquí.

En la figura 79 s'observa algunes de les peces ja col·locades. Hi falta la cua, el nucli lateral dret i la capa de titani.

DISPOSICIÓ DELS SUPORTS I PUNXONS:

En aquest cas, els suports on anirà recolzat l'esquí, s'han col·locat als punts els quals l'esquí toca al terra quan no rep cap càrrega externa i el punxó, l'eina que realitza la força per doblegar l'esquí, s'ha col·locat al punt més alt de la part central de l'esquí el qual coincideix amb la zona central d'on anirien les fixacions.

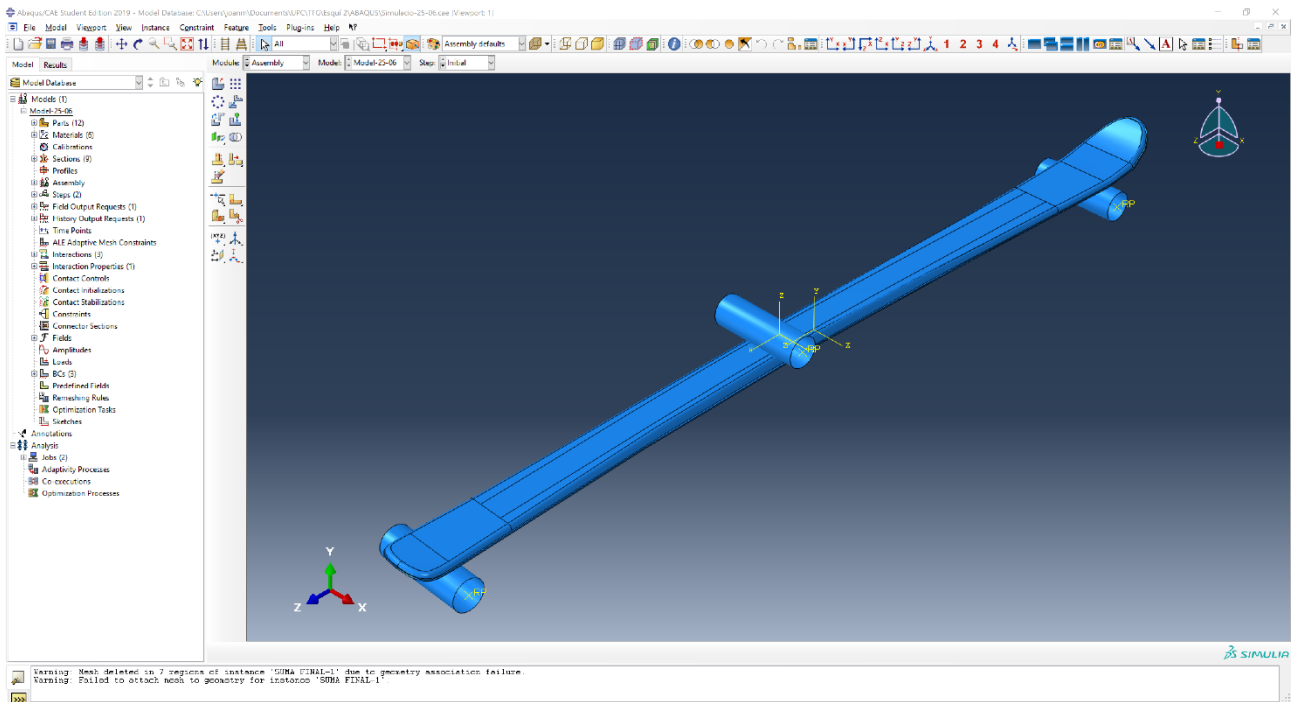


Figura 80.- Disposició dels suports i punxons.

Aquests elements són “*Analytical Rigid*”, així que no és necessari mallar-los i al mateix temps no es deformen.

CONDICIONS DE CONTORN:

En aquest cas, com que es tracta d'un assaig de flexió, la peça que fa de punxó realitzarà un recorregut vertical per tal de flexionar l'esquí. Les peces que fan de suport, representen el banc de treball i estan encastades per tal que es quedin fixes durant la simulació.

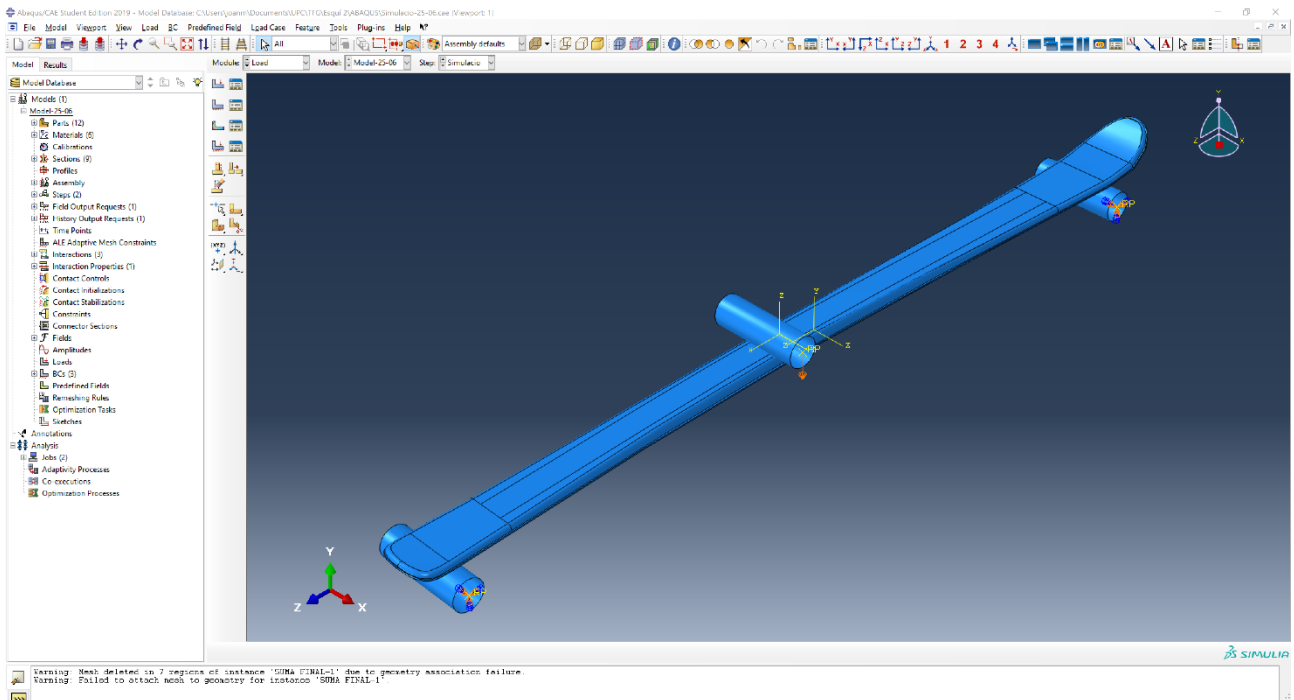


Figura 81.- Disposició dels suports i punxos.

En la figura 81 s'observa una fletxa de color taronja que simbolitza el desplaçament vertical de la peça que fa de punxó i dos triangles al punt de referència de les peces que fan de suport que simbolitza que estan encastades.

Per a poder fer el càlcul sense que hi hagi irregularitats entre les peces, s'han de sumar entre elles, però mantenint les propietats de cadascuna d'elles. Tot i haver simplificat lleugerament la geometria, el programa continua sense poder sumar la capa de titani a causa de la complexitat de la geometria. S'ha optat per eliminar aquesta peça i crear una "skin" a partir de la geometria restant. En aquesta "skin" se li pot aplicar un gruix per tal de simular la capa de titani.

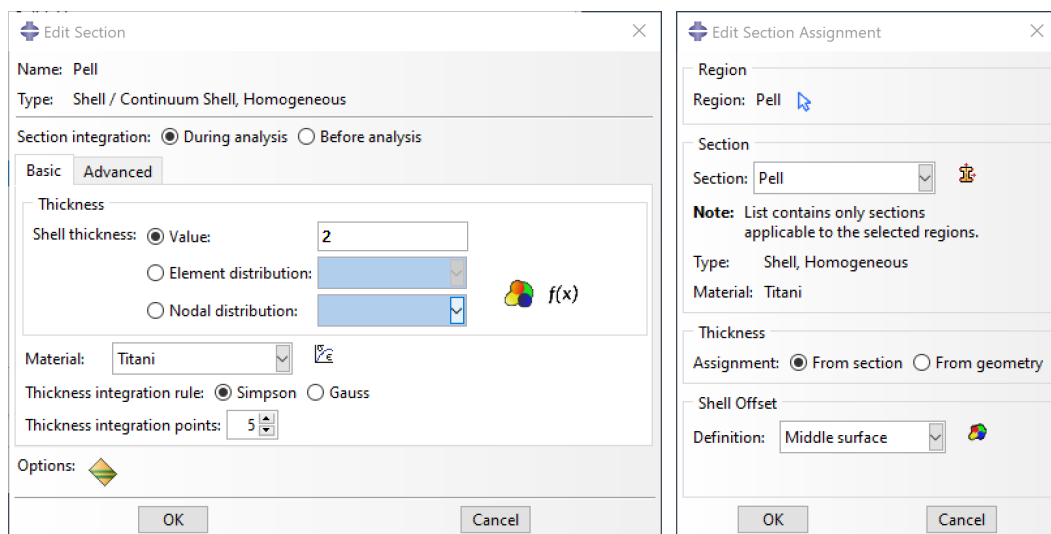


Figura 82.- Gruix i secció de la pell.

Al realitzar la simulació, l'esquí es desplaçava en l'eix X i donava resultats erronis, per tal d'evitar-ho s'ha tallat per la meitat i s'ha aplicat una simetria al llarg d'aquest eix. Aquesta simetria permet que l'esquí quedi fixe en l'eix X i no hi hagi desplaçaments no desitjats.

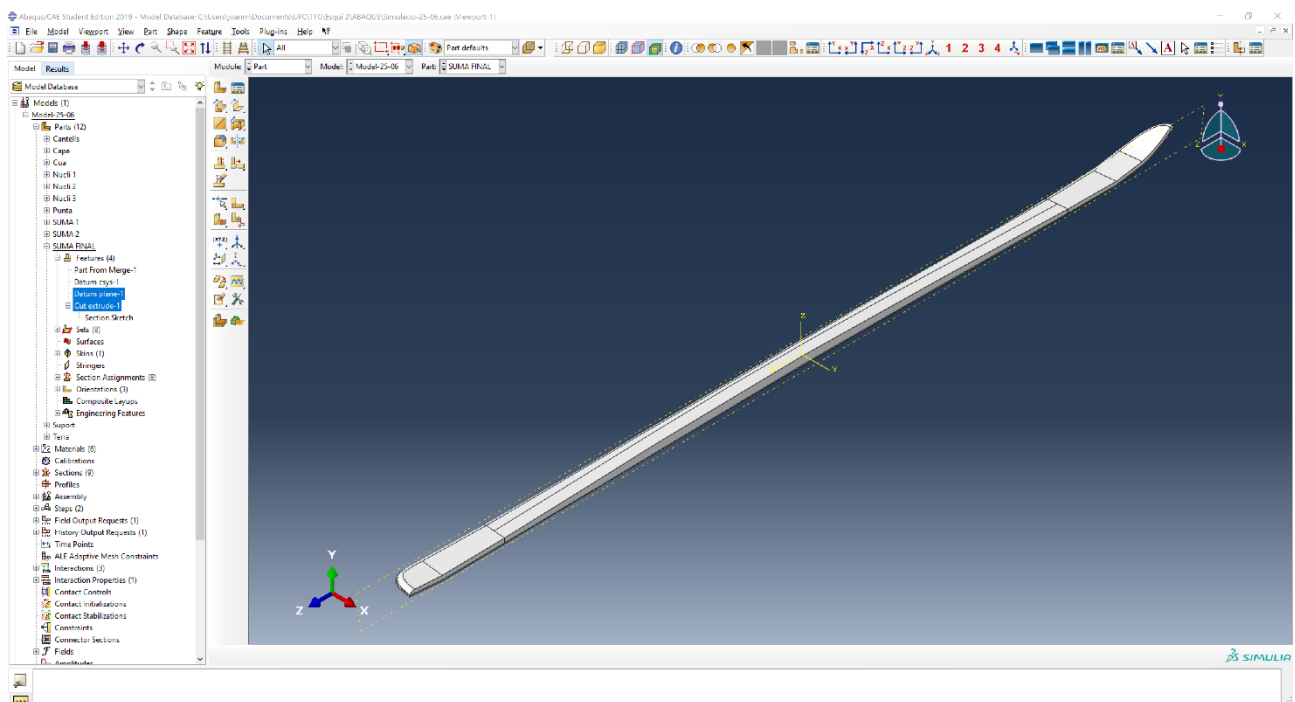


Figura 83.- Tall de la peça a partir del pla Z-X.

MALLAT:

Amb el programa que s'ha treballat, hi ha diverses opcions de mallat per tal d'optimitzar al màxim el mallat i ajustar-lo a la geometria de la manera més acurada possible. En aquest cas s'han usat 3 mètodes de mallat els quals es diferencien pel color.

- MALLAT "TET": Aquest mallat és el que millor s'ajusta a qualsevol geometria car fa servir tetraedres, però a l'hora de fer el càlcul és el més lent ja que genera molts més elements. Surt representat de color rosa.
- MALLAT "HEX-DOMINATED": Aquest mallat utilitza hexaedres els quals poden tenir formes obliqües per tal d'adaptar-se millor a la geometria. Surt representat de color groc.
- MALLAT "HEX": Aquest mallat és el més senzill dels 3 ja que utilitza únicament hexaedres els quals les parets entre elles totes formen 90°. Surt representat de color verd.

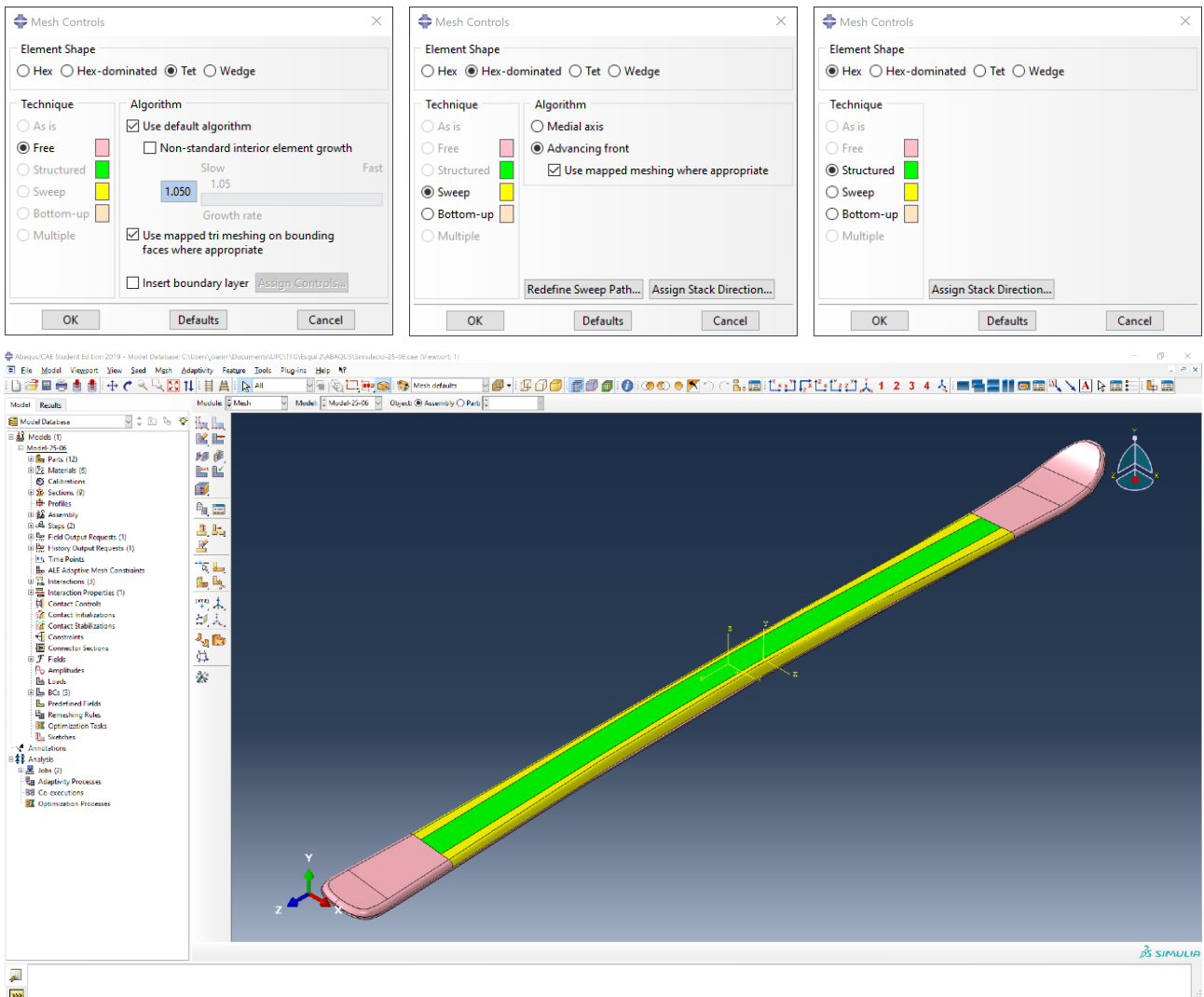


Figura 84.- Condicions del mallat.

Les dues peces que no es veuen en la figura número 84, per tal que es puguin veure la resta, estan assignades per a un mallat “TET”.

Un cop assignades les condicions de mallat per a cada peça, s’ha de determinar la mida de l’element per a cadascuna d’elles, en aquest cas s’ha determinat una mesura general de 5mm ja que prèviament s’havien sumat totes les peces.

Per a determinar la mida dels elements s’ha utilitzat l’eina “Seed” -> “Instance”. Per a les peces de la part del nucli assignades per a un mallat “HEX” o “HEX-DOMINATED”, s’ha utilitzat, a més a més, l’eina “Seed” -> “Edges” per a que a les puntes refinés més el mallat.

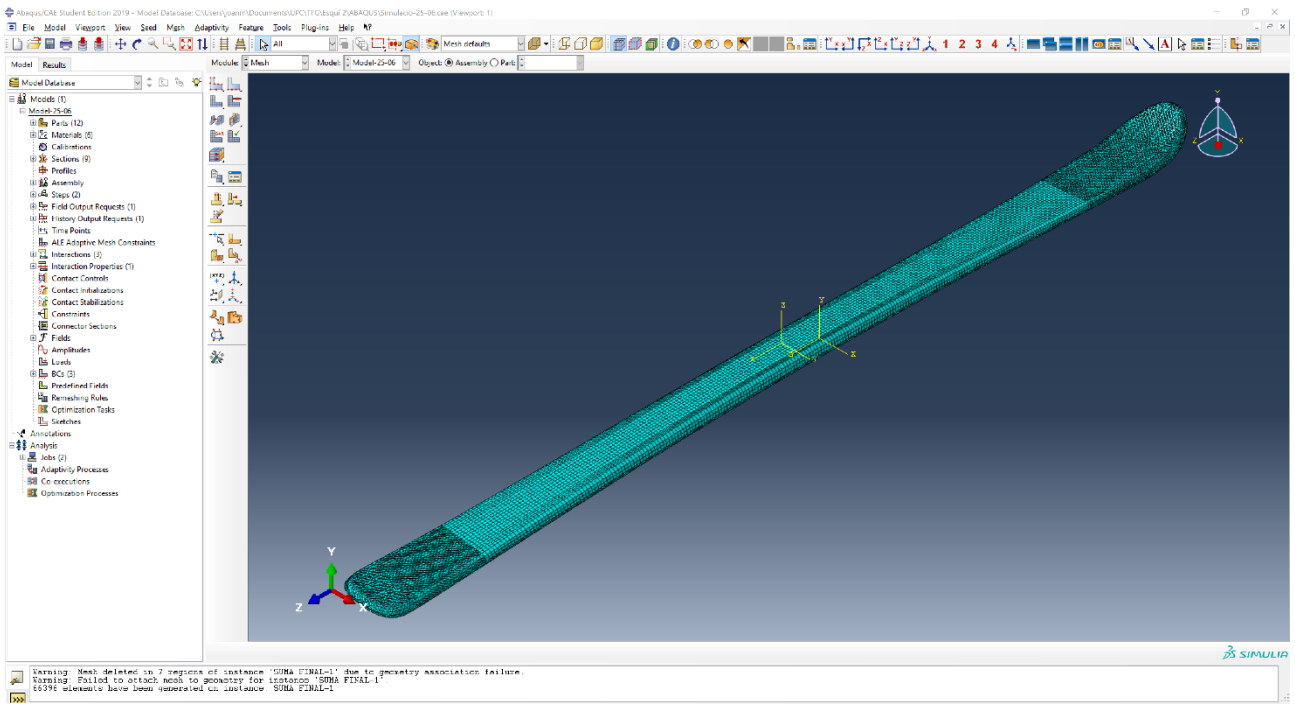
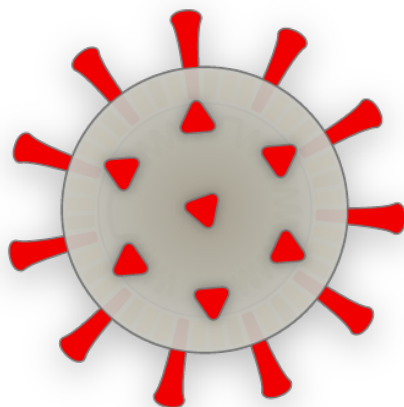


Figura 85.- Mallat, 37.058 elements per a la meitat de la peça.

7.2. ANÀLISI AMB UN ESQUÍ DE PROVA

A causa de la pandèmia viscuda aquest 2020 arreu del món causada pel nou virus SARS-CoV-2, no s'han pogut realitzar els tests pertinents pel correcte anàlisi de l'esquí. Per tant tampoc s'ha pogut fer la corresponent comparació de resultats entre les proves fetes virtualment amb el *software* ABAQUS® *Student version 2019* i les proves reals.



8. RESULTATS

8.1. ANÀLISI PER ELEMENTS FINITS

Als anàlisi no s'ha aplicat criteris de fallida perquè la simulació en la que s'ha sotmès l'esquí, no passa a la vida real ja que, a no ser que hi hagi un clot molt gran a la neu, el terra és pla i el pont de l'esquí es deforma fins a arribar a tocar al terra, llavors la part inferior de l'esquí queda completament plana. En aquest cas, per fer que l'esquí quedés completament pla, el punxó hauria de baixar 7mm.

En les diverses figures on es mostren els estats tensionals de les peces, es pot observar com la part inferior de cada peça treballa a tracció i la superior a compressió. En les peces les quals tenen part fora dels dos suports, com poden ser la punta i la cua, tota aquesta part no rep tensions longitudinals i per tant apareix amb un to verd (o l'equivalent al valor 0 segons l'escala).

8.1.1. ANÀLISI 1

En aquest cas el punxó ha baixat 50mm.

FORCES DE REACCIÓ:

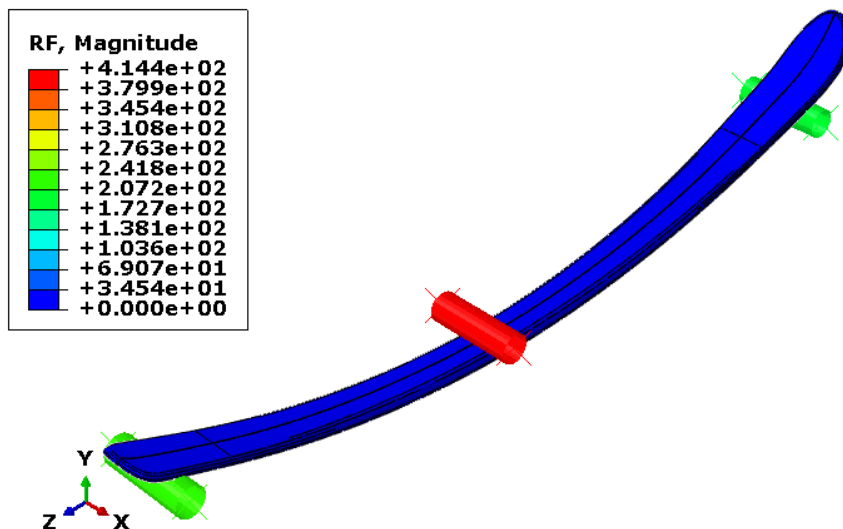


Figura 86.- Forces de reacció sobre els suports [N].

$$4,144e^2N = 414,4N$$

Per a aconseguir una deformació així esquiant, suposant que la neu és completament plana, l'esquiador ha d'inclinar l'esquí 70° respecte el terra. Amb aquesta inclinació i tenint en compte que el radi de gir dels esquí és de 14,5m, el gir que es realitzarà serà d'uns 5,5m de radi. Se suposa un pes de l'esquiador de 70kg ja que és el màxim permès al ser un esquí júnior.

- P_j = pes a suportar.
- F_{c_j} = força centrípeta.
- m = massa.
- a_n = acceleració centrípeta.
- r = radi de gir.

$$P_j = 70kg * \cos 70 * 9,81 \frac{m}{s^2} = 234,9N$$

$$F_{c_j} = 414,4N - P_j = 414,4N - 234,9N = 179,5N$$

$$F_c = \frac{F_{c_j}}{\sin 70} = \frac{179,5N}{\sin 70} = 191N$$

$$a_n = \frac{F_c}{m} = \frac{191N}{70kg} = 2,73 \frac{m}{s^2}$$

$$v = \sqrt{a_n * r} = \sqrt{2,73 \frac{m}{s^2} * 5,5m} = 3,87 \frac{m}{s}$$

Se suposa un coeficient de fricció entre el cantell de l'esquí i la neu de $\mu = 0,35$.

- $F_{f_{max}}$ = força de fricció.
- μ = coeficient de fricció.
- N = força normal.

En aquest cas, la força normal és la força perpendicular al terra, per tant equival al pes.

$$F_{f_{max}} = \mu * N = 0,35 * 686,7N = 240,3N$$

$$F_{f_{max}} = 240,3N > F_c = 191N$$

CANTELLS:

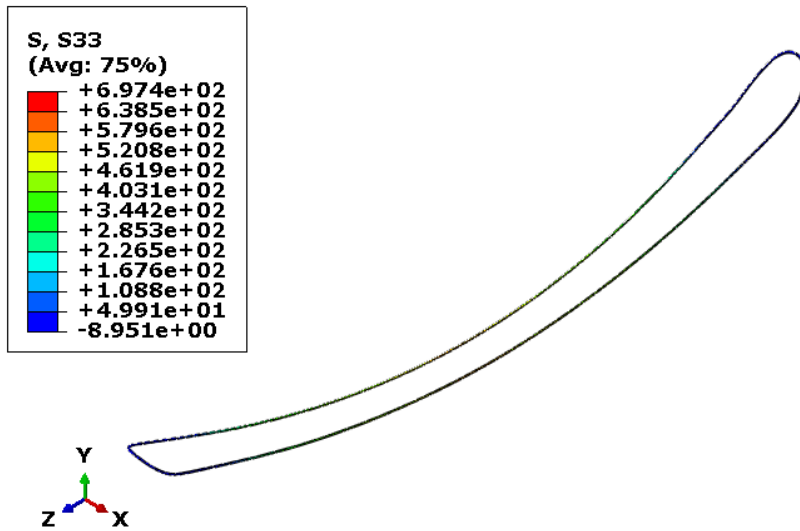


Figura 87.- Estat tensional longitudinal dels cantells [MPa].

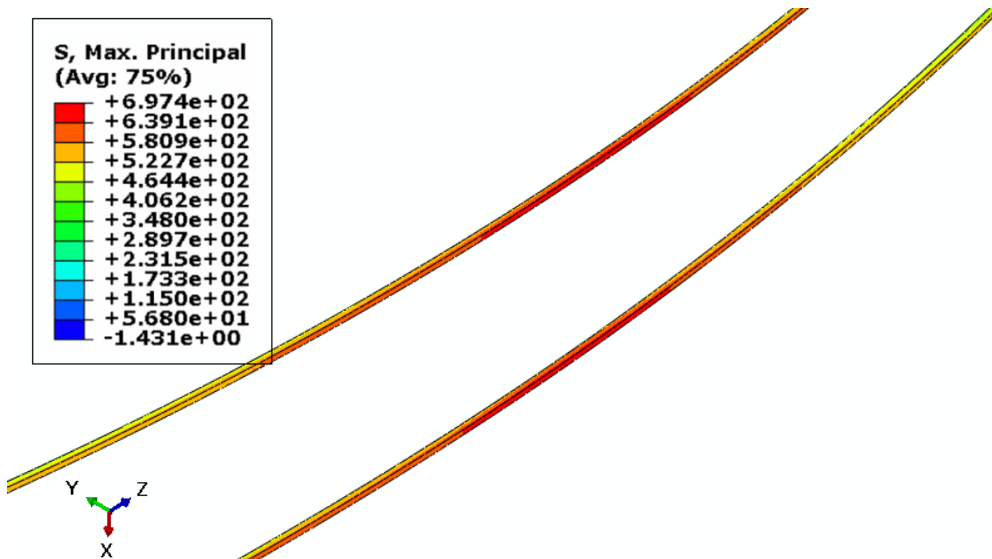


Figura 88.- Zona més tensionada dels cantells [MPa].

NUCLI CENTRAL:

En aquesta peça, com que se li ha assignat una orientació a les fibres, les tensions longitudinals són les de l'eix X, S11.

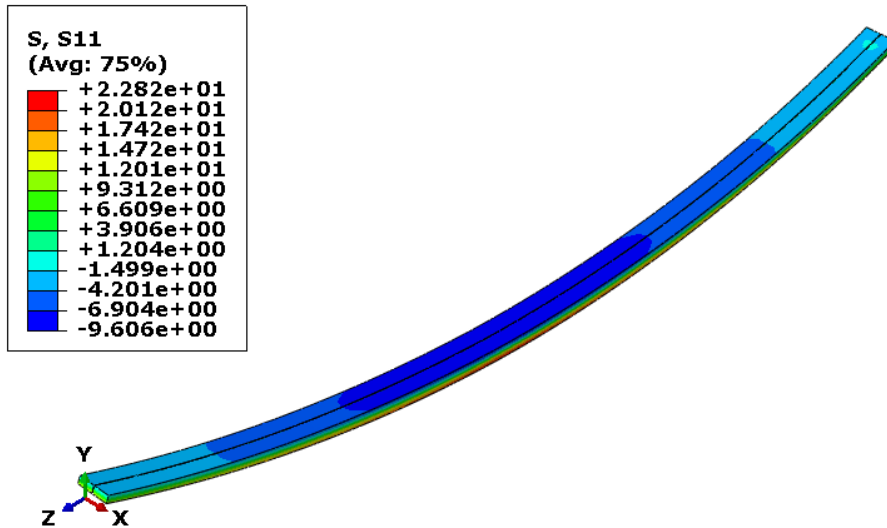


Figura 89.- Estat tensional longitudinal del nucli central [MPa].

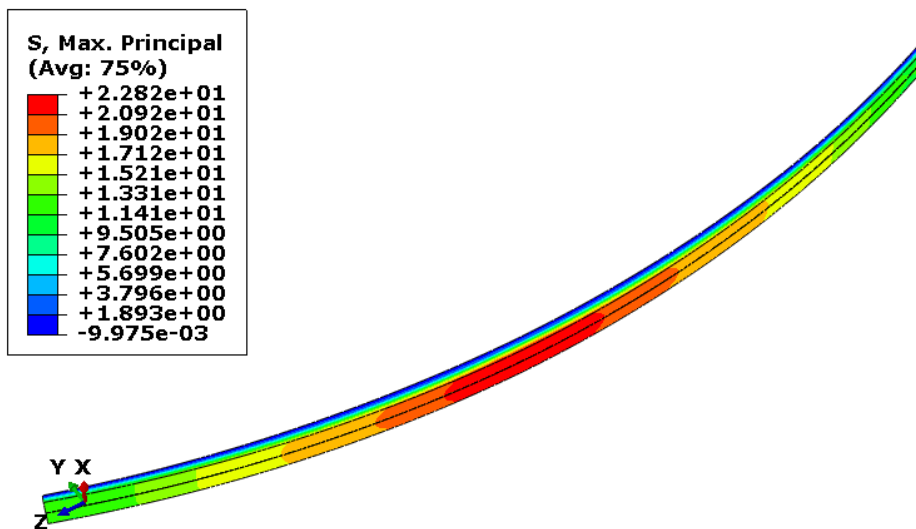


Figura 90.- Estat tensional màxim del nucli central [MPa].

NUCLIS LATERALS:

En aquesta peça, com que se li ha assignat una orientació a les fibres, les tensions longitudinals són les de l'eix X, S11.

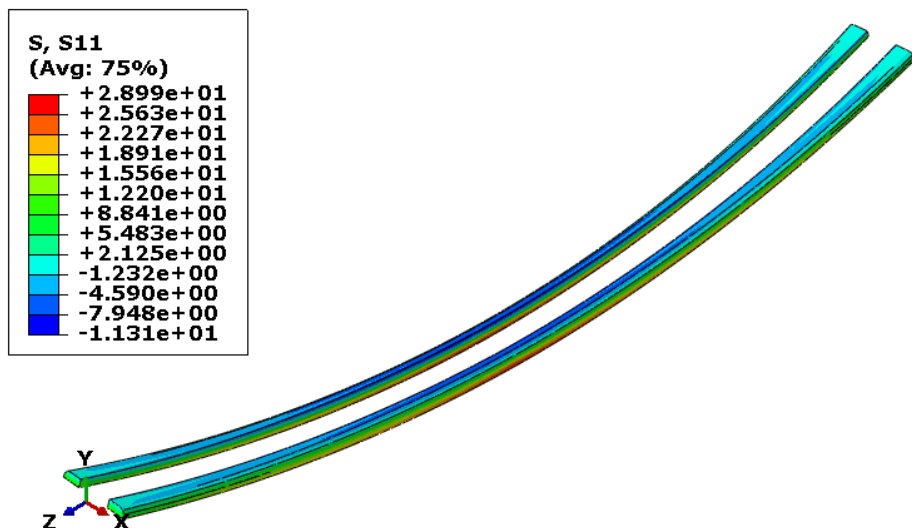


Figura 91.- Estat tensional longitudinal dels nuclis laterals [MPa].

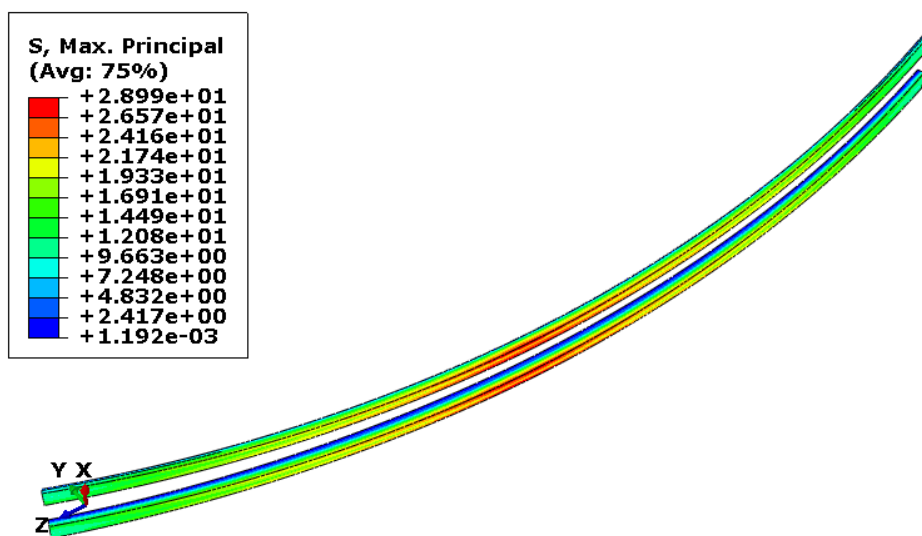


Figura 92.- Estat tensional màxim dels nuclis laterals [MPa].

TERRA:

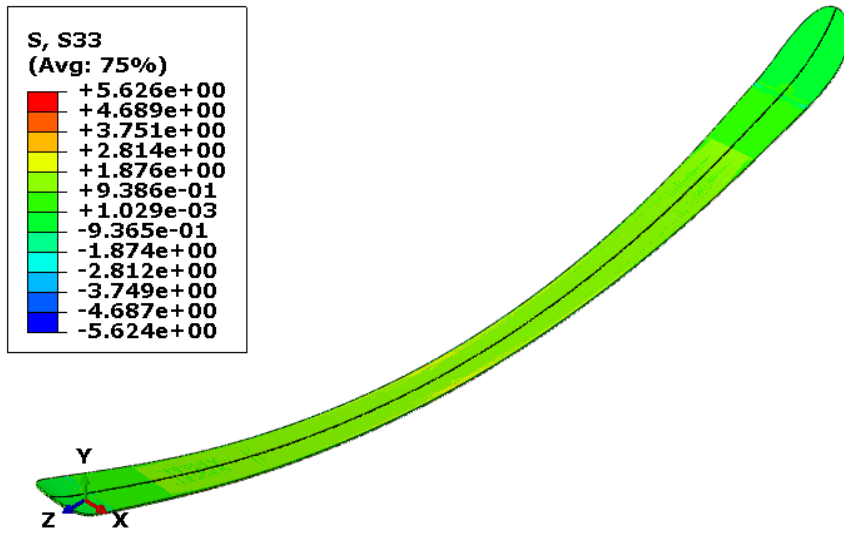


Figura 93.- Estat tensional longitudinal del terra [MPa].

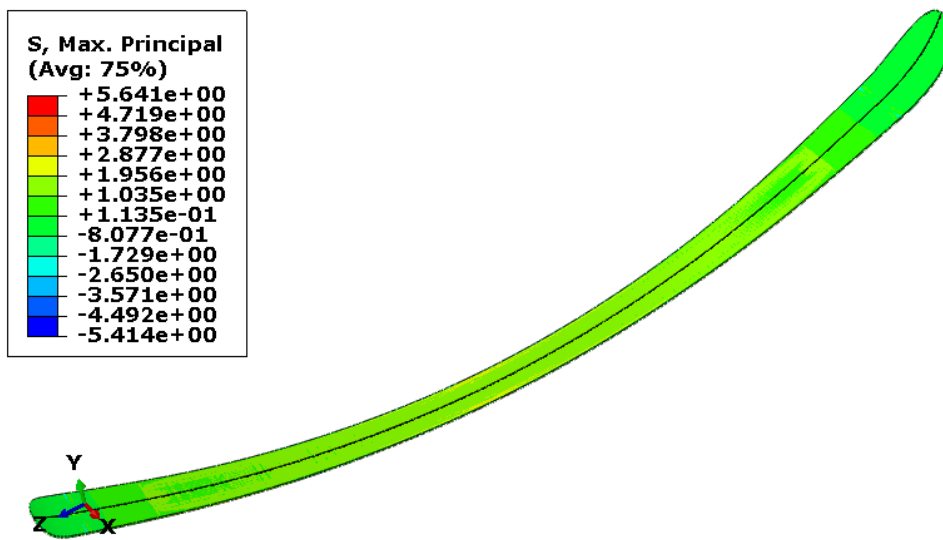


Figura 94.- Estat tensional màxim del terra [MPa].

PUNTA I CUA:

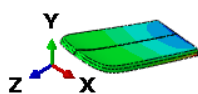
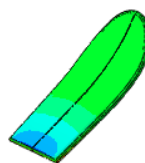
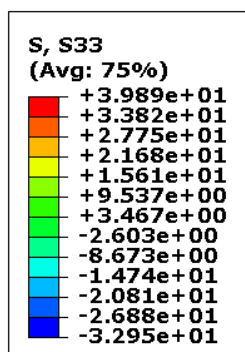


Figura 95.- Estat tensional longitudinal de la punta i la cua [MPa].

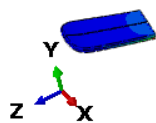
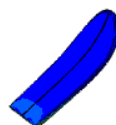
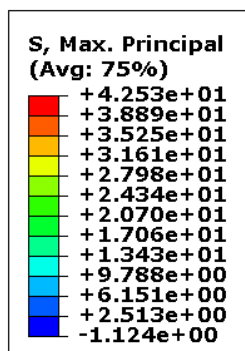


Figura 96.- Estat tensional màxim de la punta i la cua [MPa].

CAPA DE TITANI:

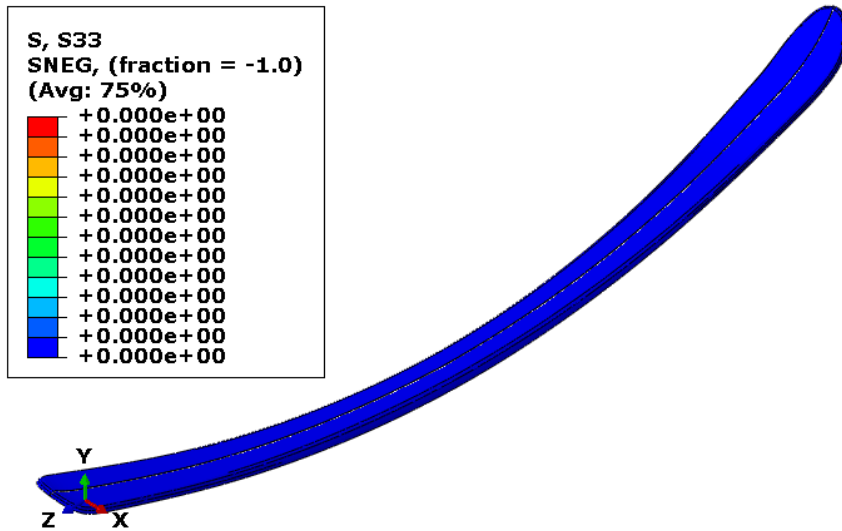


Figura 97.- Estat tensional longitudinal de la capa de titani [MPa].

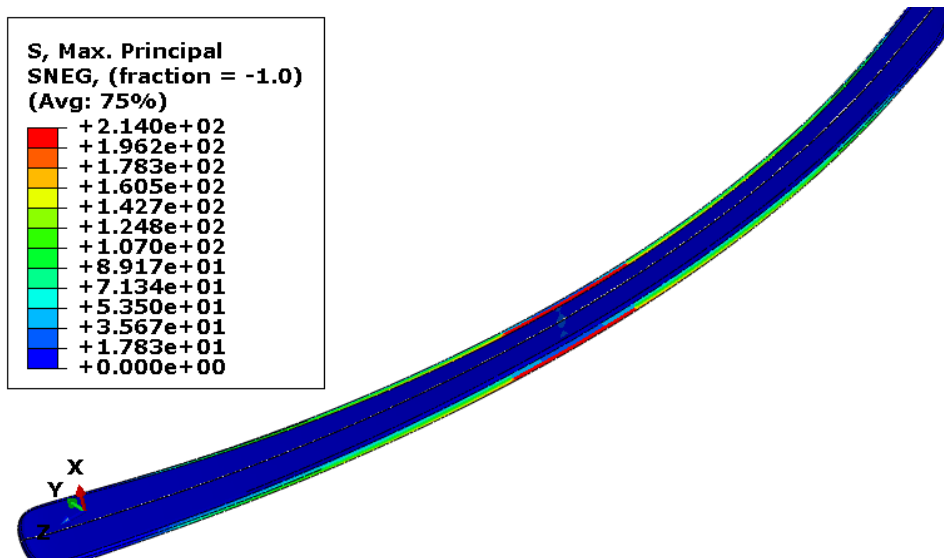


Figura 98.- Estat tensional màxim de la capa de titani [MPa].

8.1.2. ANÀLISI 2

En aquest cas el punxó ha baixat 70mm.

FORCES DE REACCIÓ:

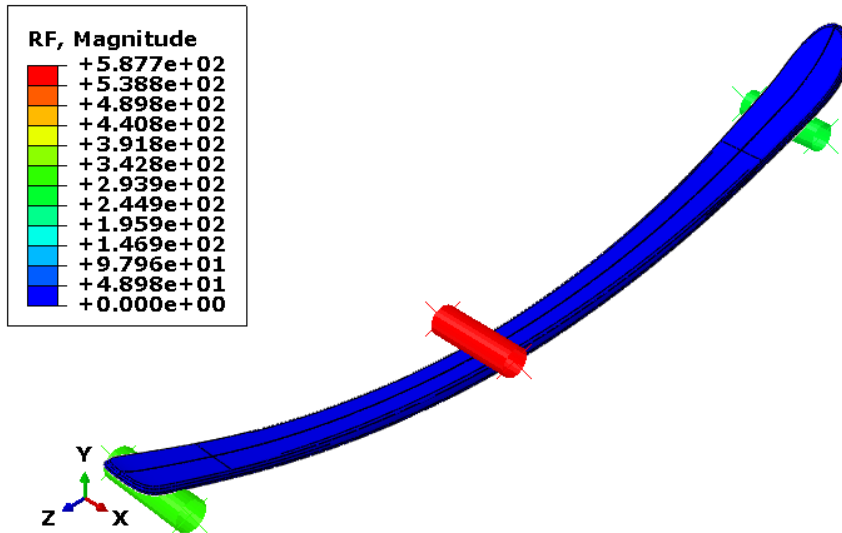


Figura 99.- Forces de reacció sobre els suports [N].

$$5,877e^2 N = 587,7N$$

Per a aconseguir una deformació així esquiant, suposant que la neu és completament plana, l'esquiador ha d'inclinar l'esquí 77° respecte el terra. Amb aquesta inclinació i tenint en compte que el radi de gir dels esquí és de 14,5m, el gir que es realitzarà serà d'uns 4m de radi.

- P_j = pes a suportar.
- F_{c_j} = força centrípeta.
- m = massa.
- a_n = acceleració centrípeta.
- r = radi de gir.

$$P_j = 70kg * \cos 77 * 9,81 \frac{m}{s^2} = 154,5N$$

$$F_{c_j} = 587,7N - P_j = 587,7N - 154,5N = 433,2N$$

$$F_c = \frac{F_{c_j}}{\sin 77} = \frac{433,2N}{\sin 77} = 444,6N$$

$$a_n = \frac{F_c}{m} = \frac{444,6N}{70kg} = 6,35 \frac{m}{s^2}$$

$$v = \sqrt{a_n * r} = \sqrt{6,35 \frac{m}{s^2} * 4m} = 5 \frac{m}{s}$$

Se suposa un coeficient de fricció entre el cantell de l'esquí i la neu de $\mu = 0,35$.

- $F_{f_{max}}$ = força de fricció.
- μ = coeficient de fricció.
- N = força normal.

En aquest cas, la força normal és la força perpendicular al terra, per tant equival al pes.

$$F_{f_{max}} = \mu * N = 0,35 * 686,7N = 240,3N$$

$$F_{f_{max}} = 240,3N < F_c = 444,6N$$

CANTELLS:

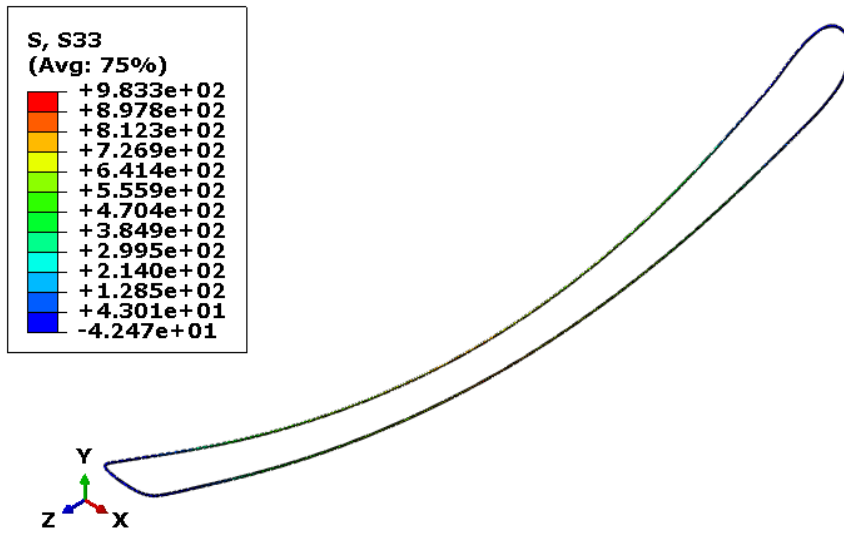


Figura 100.- Estat tensional longitudinal dels cantells [MPa].

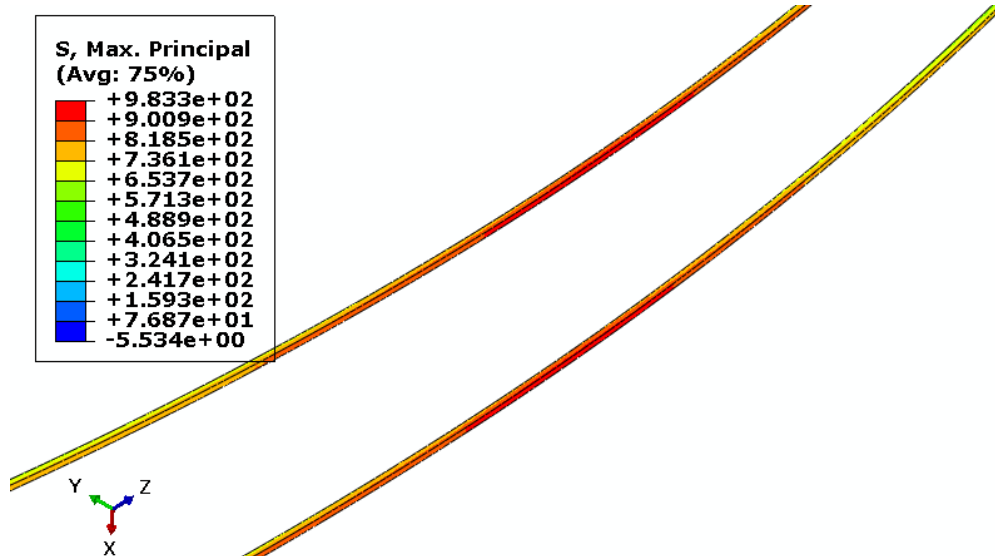


Figura 101.- Zona més tensionada dels cantells [MPa].

NUCLI CENTRAL:

En aquesta peça, com que se li ha assignat una orientació a les fibres, les tensions longitudinals són les de l'eix X, S11.

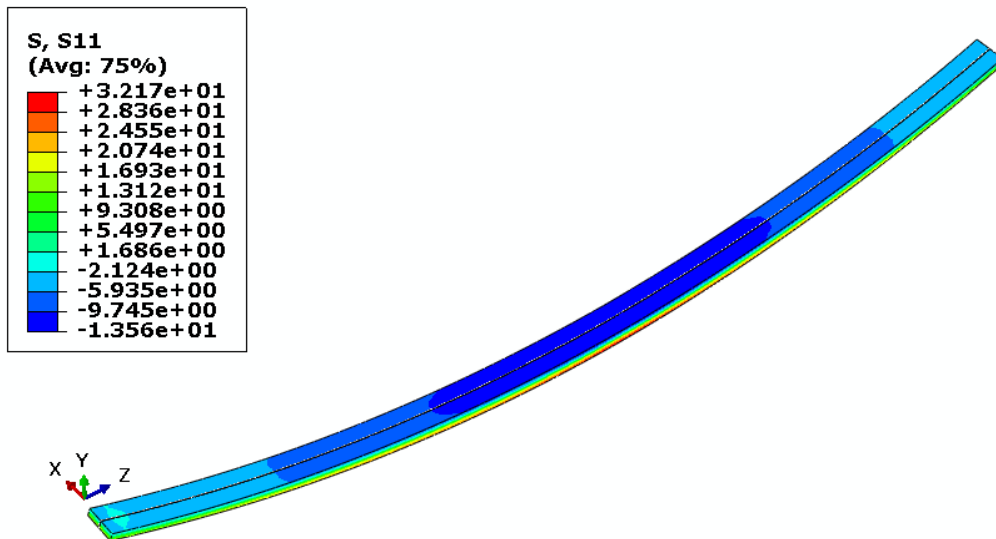


Figura 102.- Estat tensional longitudinal del nucli central, zona a compressió [MPa].

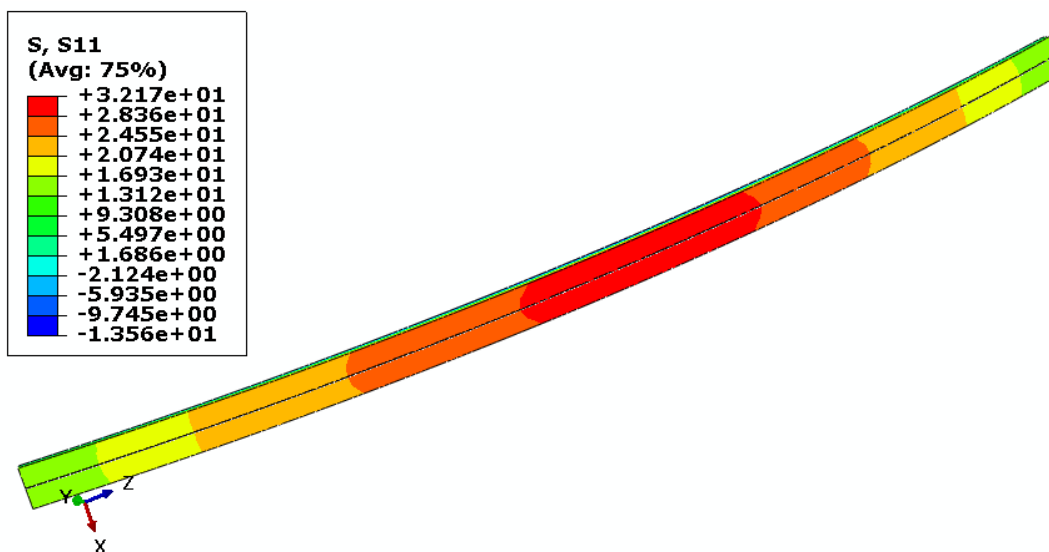


Figura 103.- Estat tensional longitudinal del nucli central, zona a tracció [MPa].

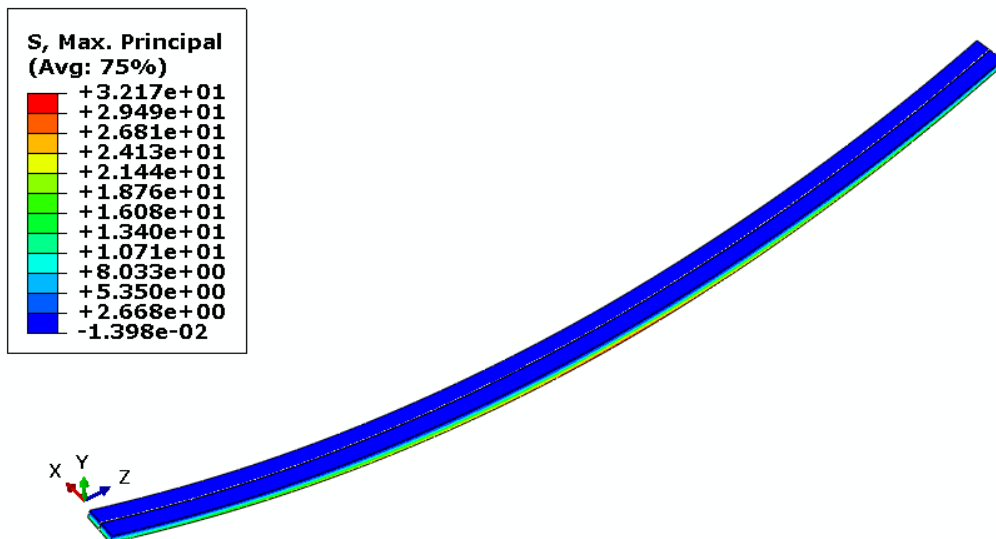


Figura 104.- Estat tensional màxim del nucli central, zona a compressió [MPa].

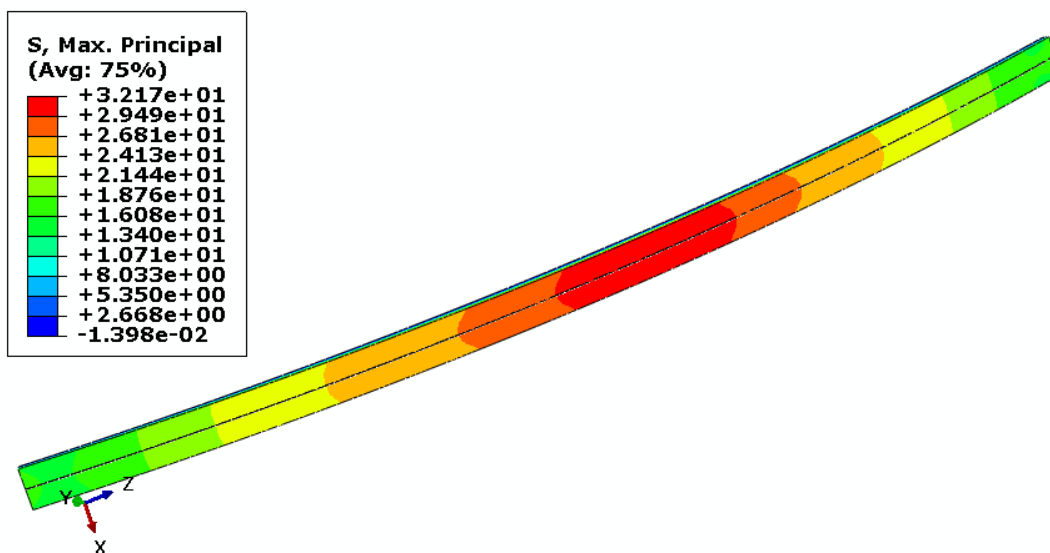


Figura 105.- Estat tensional màxim del nucli central, zona a tracció [MPa].

NUCLIS LATERALS:

En aquesta peça, igual que en l'anterior, com que se li ha assignat una orientació a les fibres, les tensions longitudinals són les de l'eix X, S11.

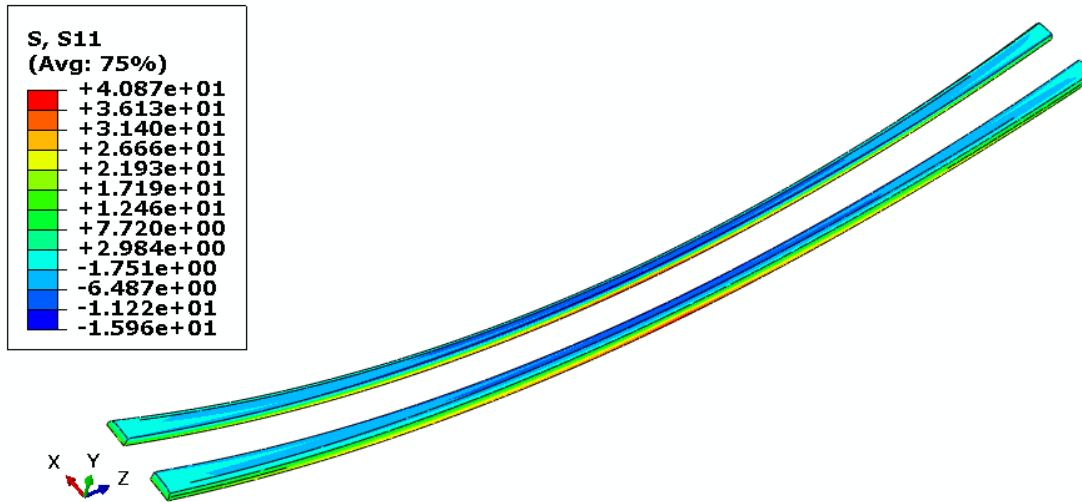


Figura 106.- Estat tensional longitudinal dels nuclis laterals, zona a compressió [MPa].

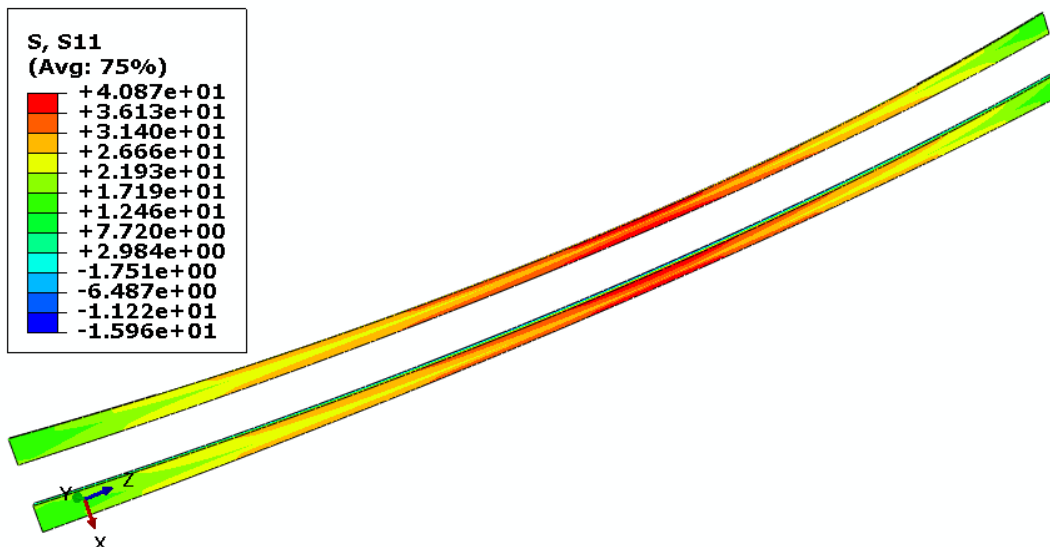


Figura 107.- Estat tensional longitudinal dels nuclis laterals, zona a tracció [MPa].

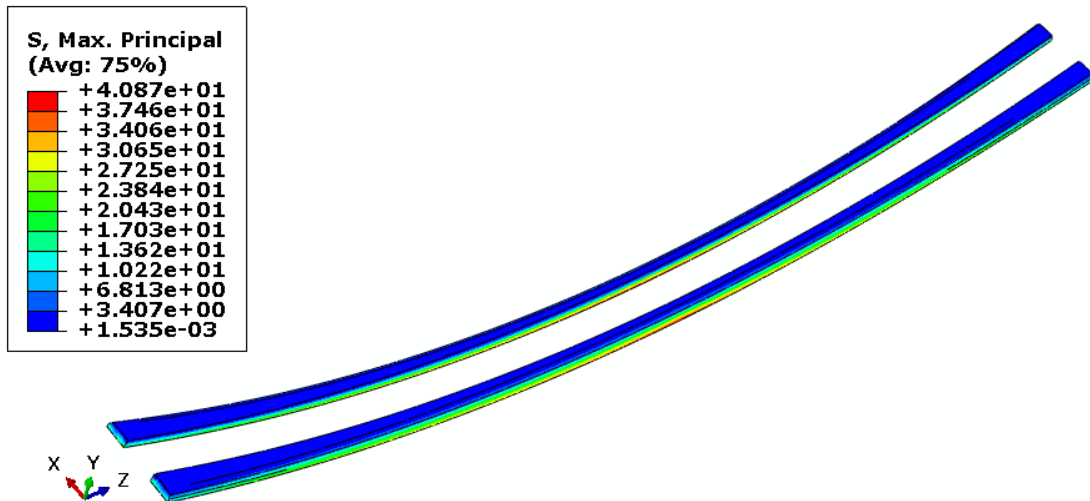


Figura 108.- Estat tensional màxim dels nuclis laterals, zona a compressió [MPa].

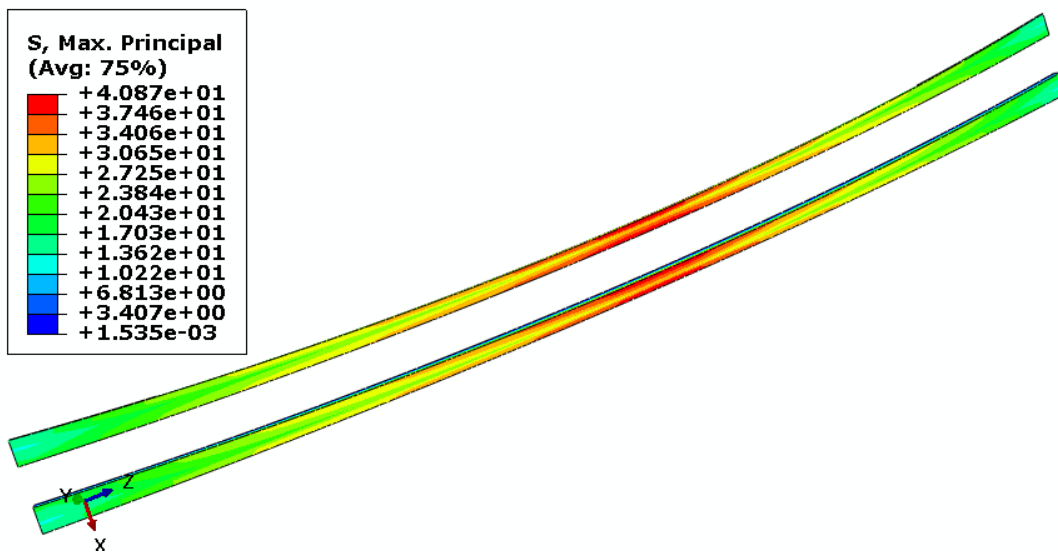


Figura 109.- Estat tensional màxim dels nuclis laterals, zona a tracció [MPa].

TERRA:

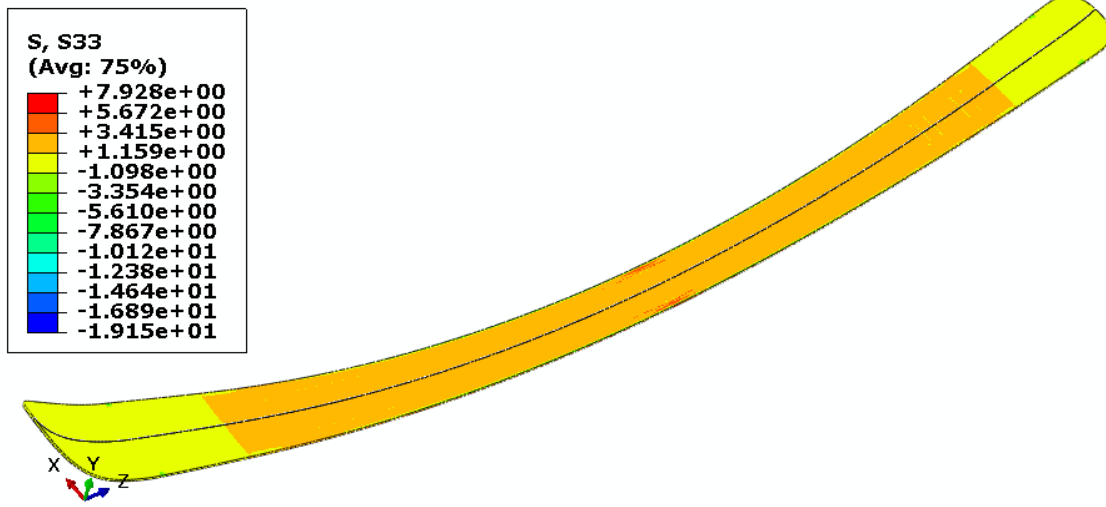


Figura 110.- Estat tensional longitudinal del terra [MPa].

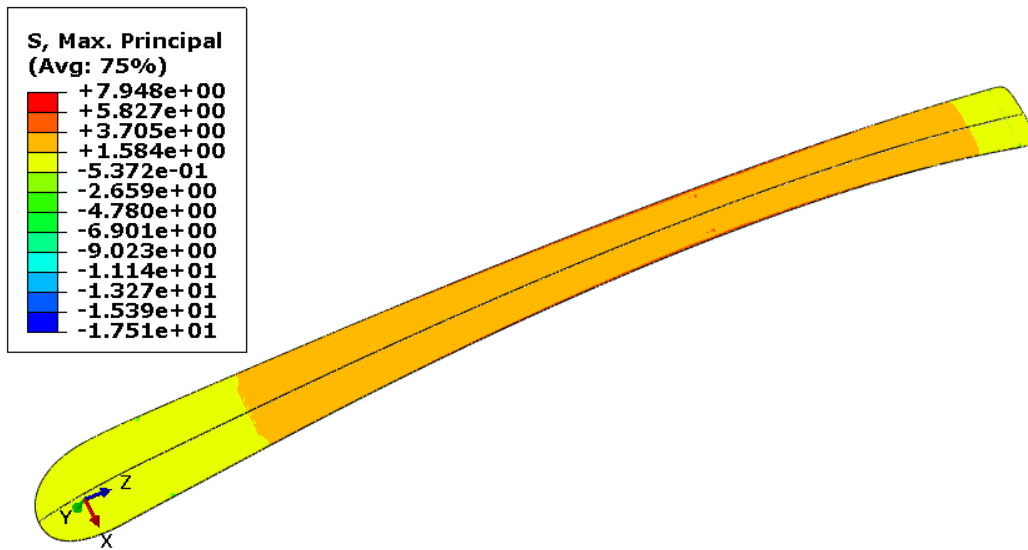


Figura 111.- Estat tensional màxim del terra [MPa].

PUNTA:

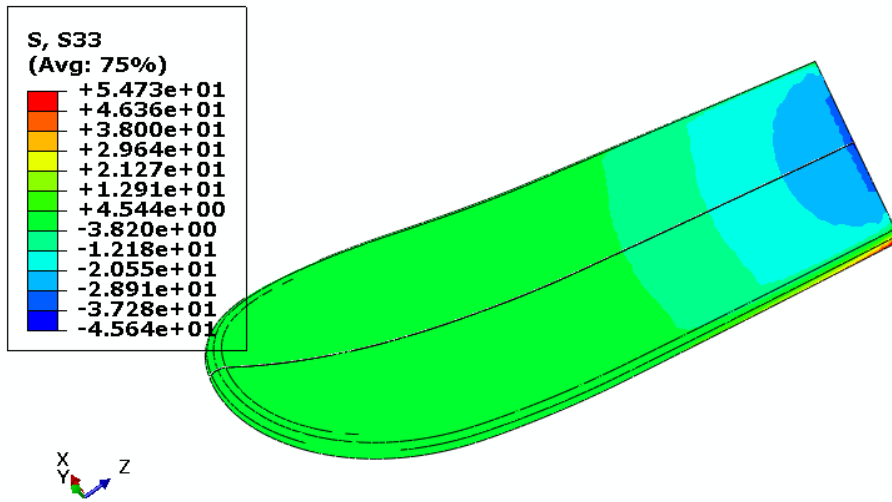


Figura 112.- Estat tensional longitudinal de la punta, zona a compressió [MPa].

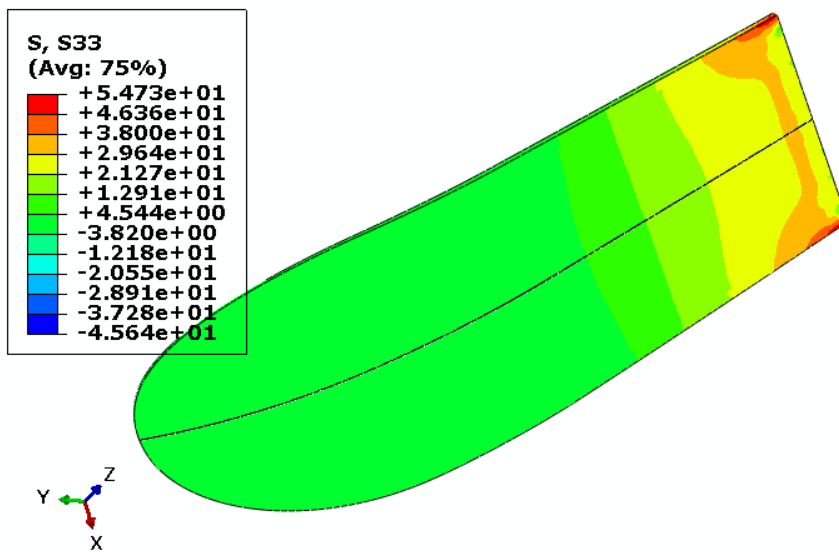


Figura 113.- Estat tensional longitudinal de la punta, zona a tracció [MPa].

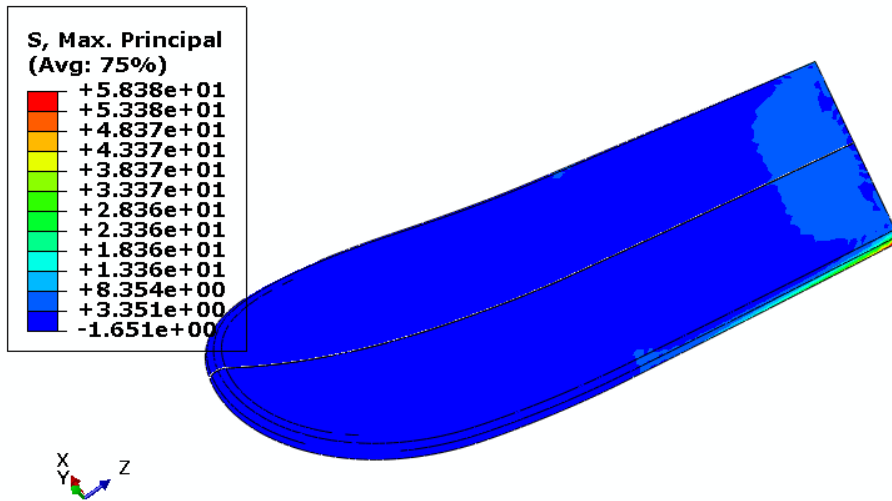


Figura 114.- Estat tensional màxim de la punta, zona a compressió [MPa].

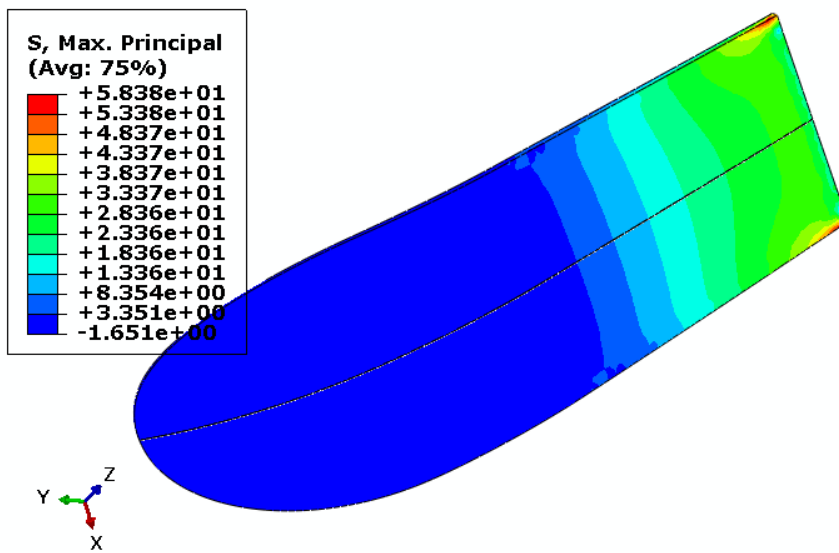


Figura 115.- Estat tensional màxim de la punta, zona a tracció [MPa].

CUA:

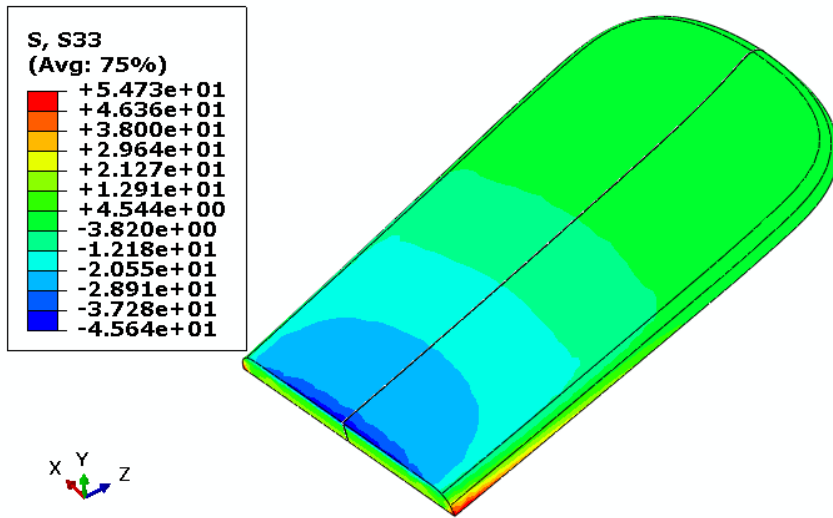


Figura 116.- Estat tensional longitudinal de la cua, zona a compressió [MPa].

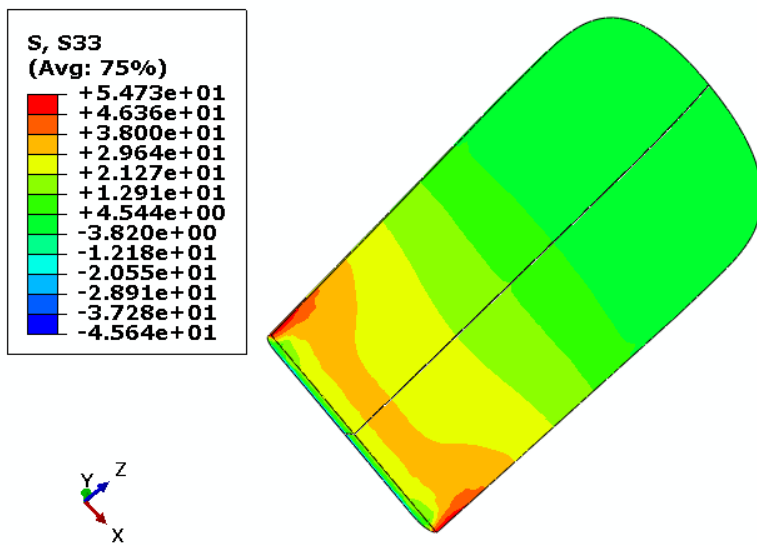


Figura 117.- Estat tensional longitudinal de la cua, zona a tracció [MPa].

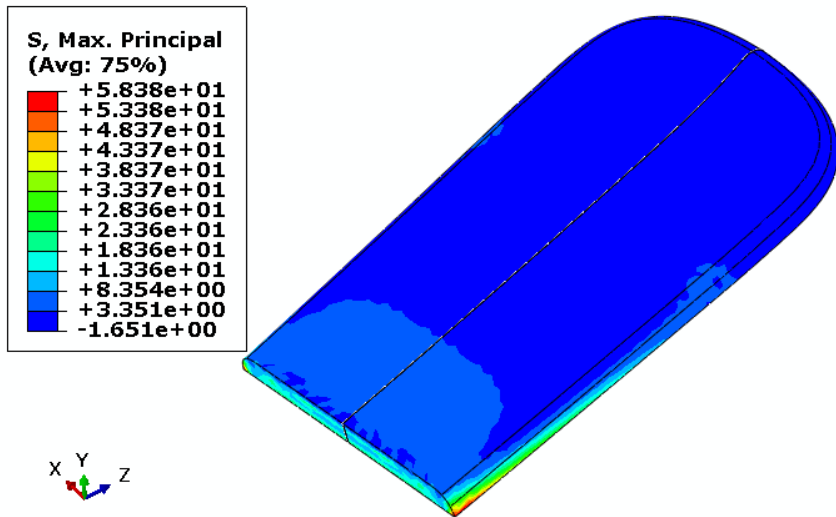


Figura 118.- Estat tensional màxim de la cua, zona a compressió [MPa].

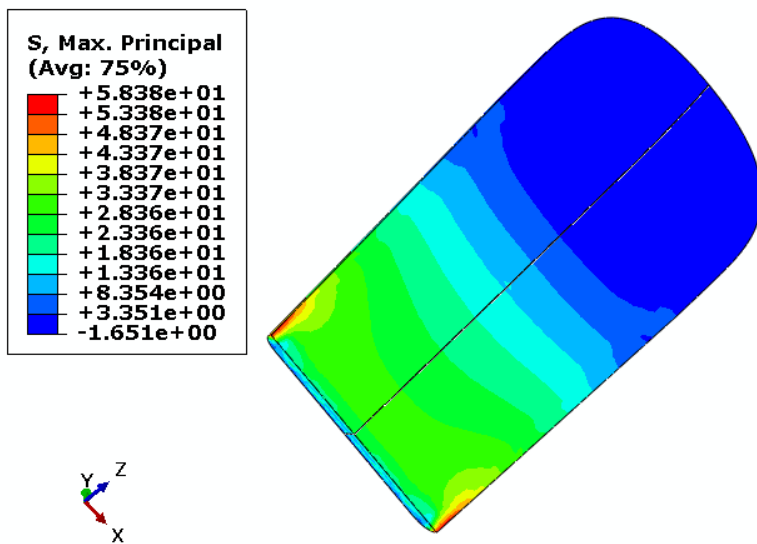


Figura 119.- Estat tensional màxim de la cua, zona a tracció [MPa].

CAPA DE TITANI:

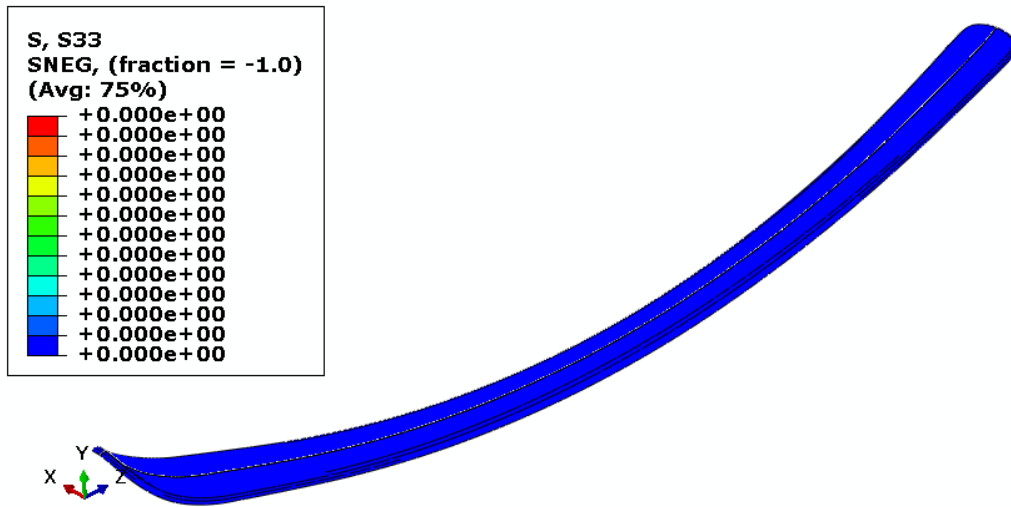


Figura 120.- Estat tensional longitudinal de la capa de titani [MPa].

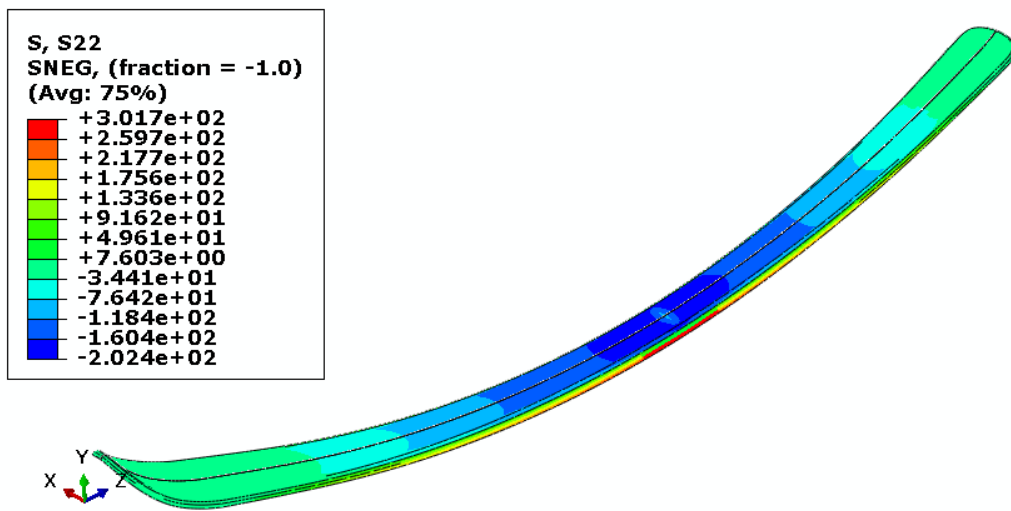


Figura 121.- Estat tensional transversal de la capa de titani [MPa].

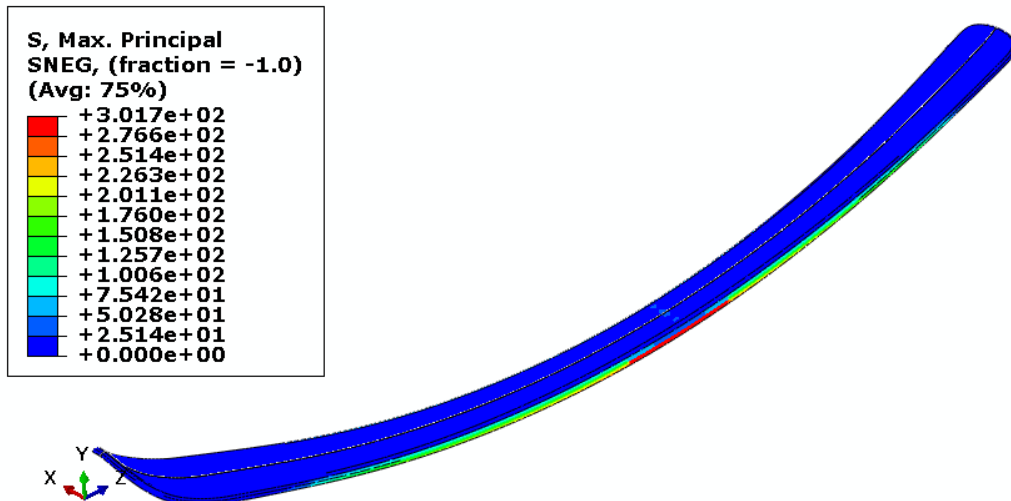


Figura 122.- Estat tensional màxim de la capa de titani [MPa].

8.2. ANÀLISI AMB UN ESQUÍ DE PROVA

Com s’ha comentat en l’apartat 7.2. aquest apartat no s’ha pogut realitzar a causa de la pandèmia ocorreguda durant el primer semestre de l’any 2020.

8.3. COMPARACIÓ DE RESULTATS

Igualment esmentat en l’apartat 7.2. tampoc s’ha pogut realitzar la comparació de resultats ja que només s’ha pogut obtenir una sola font de resultats.

9. CONCLUSIONS

S'ha vist com la geometria afecta a l'esquí, sobretot la curvatura inferior, en aquest cas, al tenir un esquí *camber*, pateix molt al fer la simulació que s'ha fet ja que l'esquí parteix d'una precàrrega positiva. La mateixa simulació feta amb un esquí *full rocker*, els estats tensionals de l'esquí serien més baixos ja que parteix d'una precàrrega negativa. Apart d'això, per arribar al mateix punt de flexió, un esquí *camber* s'ha de deformar molt més que no pas un esquí *full rocker*.

La simulació numèrica és una eina de gran ajut per a la optimització de components de constitució tant complexa com la d'un esquí. Aquesta estratègia, la del càlcul numèric, permet analitzar una gran varietat de disposicions, de materials i de geometries, amb molt menys consum de recursos.

En la primera simulació, es pot concloure que l'esquiador podria realitzar el gir sense fer derrapar els esquís sobre la neu ja que la força centrípeta no supera la força de fricció màxima, tot i que hauria d'anar força lent, els girs sense derrapar se solen fer quan el radi de gir és gran.

En la segona simulació, es pot concloure que l'esquiador derraparia al realitzar el gir ja que la fricció entre la neu i els cantells de l'esquí no seria capaç d'aguantar la força centrípeta, en la figura número 101 es pot observar com els cantells estan molt tensionats, com que l'esquí derraparia, mai arribaria a optar aquesta geometria i els cantells no estarien tant tensionats.

10. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

L'ESQUÍ: EVOLUCIÓ I FABRICACIÓ

- [GEC74] Enciclopèdia Catalana, S.A. Gran Enciclopèdia Catalana, Volum 7. Barcelona: diagonal, 357, baixos. 1974. ISBN: 84-300-6029-4. Consulta: gener del 2020.
- [HIS19] Historia del esquí: orígenes y evolución hasta el S.XIX. (2019), <https://www.nevasport.com/110ski/art/57888/historia-esqui-origenes-evolucion-siglo-xix/>. Consultada al Maig del 2020.
- [EVO19] Evolución del material del esquí: siglos XIX y XX (2019), <https://www.nevasport.com/110ski/art/57952/Evolucion-del-material-de-esqui-siglos-XIX-y-XX/>. Consultada al Maig del 2020.
- [CAR19] Carving: la última revolución del esquí (2019), <https://www.nevasport.com/110ski/art/58121/Carving-la-ultima-revolucion-del-esqui/>. Consultada al Maig del 2020.

CARACTERÍSTIQUES D'UN ESQUÍ

- [GUS18] A. Gustems, J. Serramalera. "Disseny, anàlisi i fabricació d'uns esquís de muntanya" (2018), pp. 10-12.
- [ACH17] Achten sie auf die richtige skilänge (2017), <https://www.freeride.de/nachrichten/achten-sie-auf-die-richtige-skilange/>. Consultada al Juny del 2020.

L'ESQUÍ ANALITZAT

- [VÖL20] Völkl race skis products (2020), <https://www.voelkl.com/es/productos/esquis/racing/racetiger-sl-r-jr-w-plate-8643/>. Consultada al Juny del 2020.

MATERIALS DE L'ESQUÍ

- [VIQ20] Viquipèdia: Llista de mòduls elàstics (2020), https://ca.wikipedia.org/wiki/Llista_de_m%C3%B2duls_el%C3%A0stics. Consultada al Juny del 2020.
- [TIT20] Titanio, https://pt.kle.cz/es_ES/titanio.html. Consultada al Juny del 2020.

- [TET11] The Engineering Toolbox: Wood, Panel and Structural Timber Products – Mechanical Properties (2011), https://www.engineeringtoolbox.com/timber-mechanical-properties-d_1789.html. Consultada al Juny del 2020.
- [TET03] The Engineering Toolbox: Young’s Modulus – Tensile and Yield Strength for common materials (2003), https://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html. Consultada al Juny del 2020.
- [DIE20] Dielectric Manufacturing: UHMW (Ultra-High-Molecular-Weight Polyethylene), <https://dielectricmfg.com/knowledge-base/uhmw/>. Consultada al Juny del 2020.

10.1. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES DE FIGURES

L’ESQUÍ: EVOLUCIÓ I FABRICACIÓ

- [1] R. Historia, “Chamonix, los primeros Juegos Olímpicos de Invierno”, La Aventura de la Historia, 2019. <https://www.laaventuradelahistoria.es/chamonix-primeros-juegos-olimpicos-de-invierno>.
- [2] L. Nieve, “Crónica completa de los Campeonatos de España de esquí alpino disputados en Espot”, Lugares de Nieve, 2017. <https://www.lugaresdenieve.com/?q=es/noticia/cronica-completa-campeonatos-espana-esqui-alpino-disputados-espot>.
- [3] F. Baptista, “A Hystory of Skis”, National Geographic. https://www.nationalgeographic.org/photo/skihistory/?utm_source=BiblioRCM_Row#history-of-skis.
- [4] 110ski, “Evolución del material de esquí: siglos XIX y XX”, Nevasport, 2019. <https://www.nevasport.com/110ski/art/57952/Evolucion-del-material-de-esqui-siglos-XIX-y-XX/>.
- [5] 110ski, “Carving: la última revolución del esquí”, Nevasport, 2019. <https://www.nevasport.com/110ski/art/58121/Carving-la-ultima-revolucion-del-esqui/>.

CARACTERÍSTIQUES D’UN ESQUÍ

- [6] V. Estiber, “Cómo elegir los esquís: tipos y características”, Estíber, 2017. <https://www.estiber.com/blog/como-elegir-esquis-tipos-caracteristicas/>.
- [7] J. J. Aliaga, “Geometria de los deportes: esquí”, Blogger, 2011. <http://dibujo-geometrico.blogspot.com/2011/06/geometria-en-los-deportes-esqui-alumnos.html>.
- [8] D. Notes, “Snow Ski Technology”, Donsnotes, 2015. <https://donsnotes.com/sports/ski-technology.html>.
- [9] O. Rockberg i A. Winqvist, “Achten sie auf die richtige skilänge”, Freeride, 2017. <https://www.freeride.de/nachrichten/achten-sie-auf-die-richtige-skilange/>.

L'ESQUÍ ANALITZAT

[10] Völkl, 2020. <https://www.voelkl.com/es/productos/esquis/racing/racetiger-sl-r-jr-w-plate-8643/>.

11. ANNEXES

11.1. ANNEX 1: PRIMER MODELAT

En el primer modelat, es va utilitzar una única “spline” per a fer la planta de l’esquí, aquesta anava des de la punta fins a la cua i estava formada per cinc punts. Fer el modelat d’aquesta manera fa que sigui més complicat de parametritzar ja que és una forma totalment anàrquica.

A partir d’aquesta corba es va realitzar una simetria, igual que en el modelat definitiu.

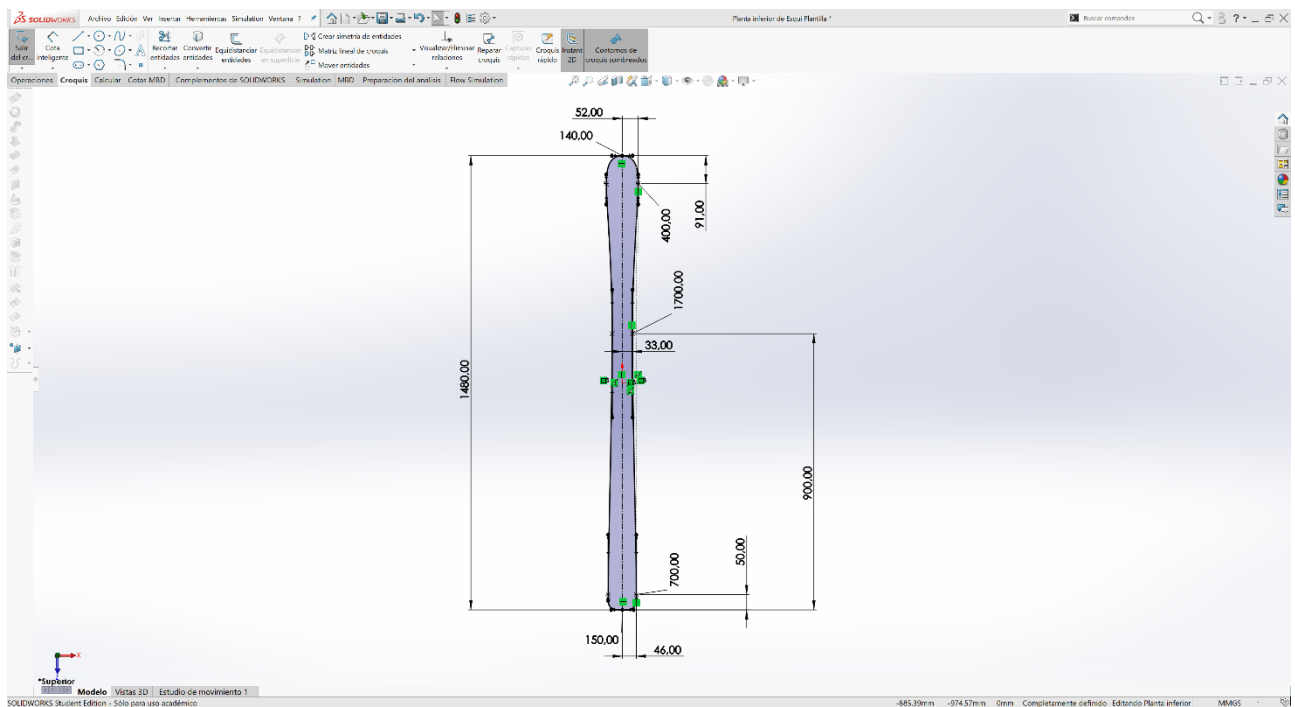


Figura A1.- Croquis en planta del contorn.

Els perfils inferior i superior de l'esquí, també s'havien realitzat amb una única "spline" de cinc punts que anava des de la punta fins la cua.

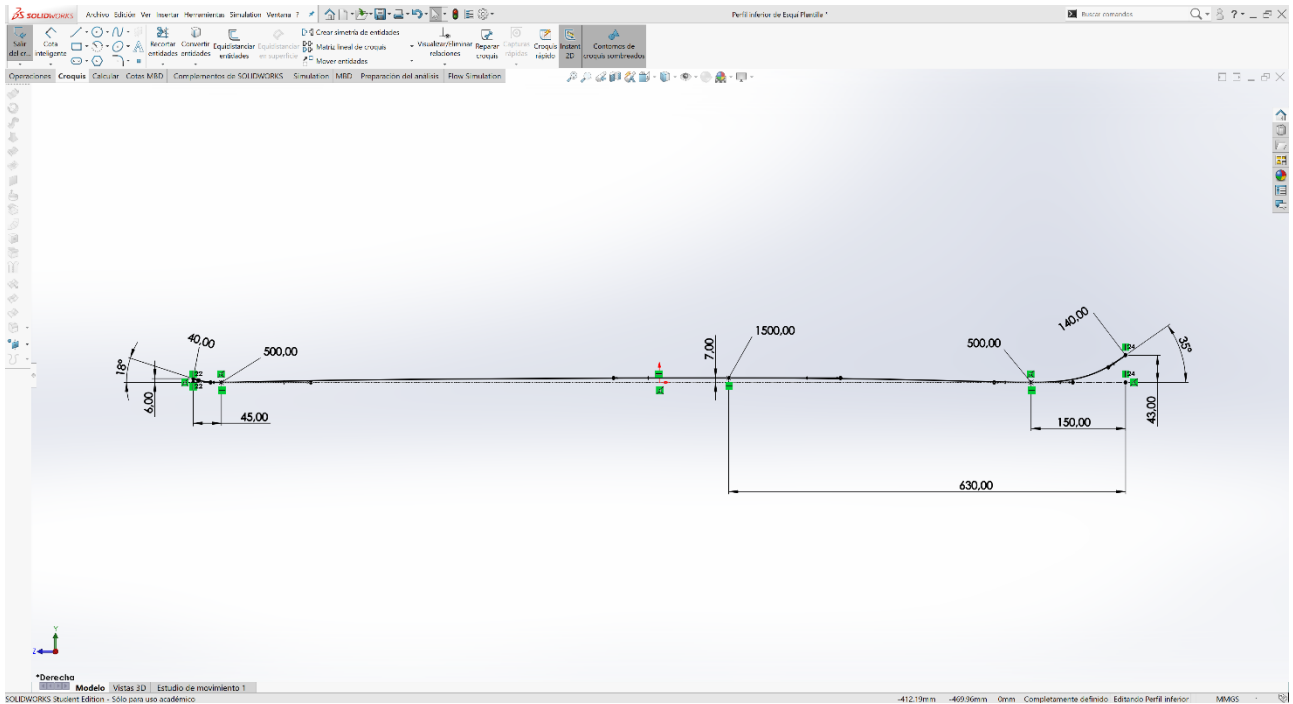


Figura A2.- Croquis en perfil de la superfície inferior.

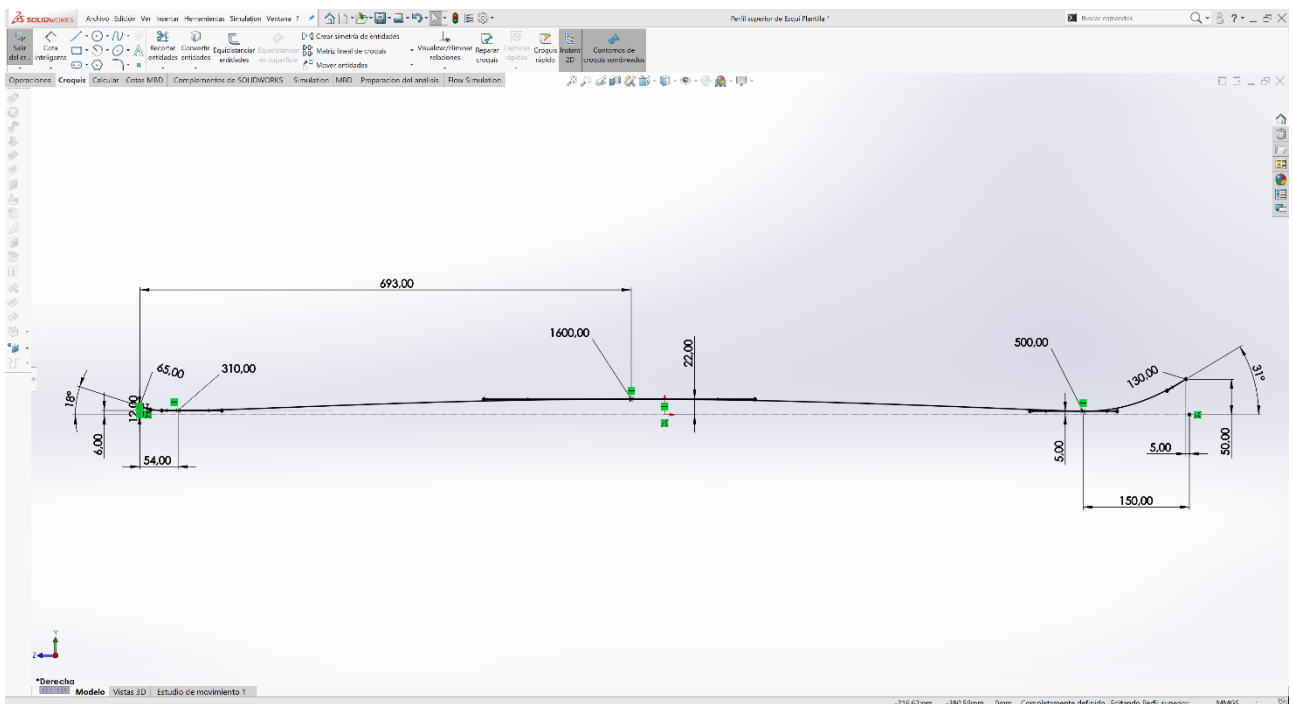


Figura A3.- Croquis en perfil de la superfície superior.

En el primer modelat, com que es va utilitzar l'operació "recubrir superficie", només es van crear dues corbes per definir l'arrodoniment de les vores de l'esquí, això feia que al centre de l'esquí, com que hi ha més separació entre la superfície superior i la inferior, no fes correctament l'arrodoniment desitjat i es creaven superfícies molt petites que a l'hora de fer el càlcul amb el programa ABAQUS® Student version 2019, donés errors.

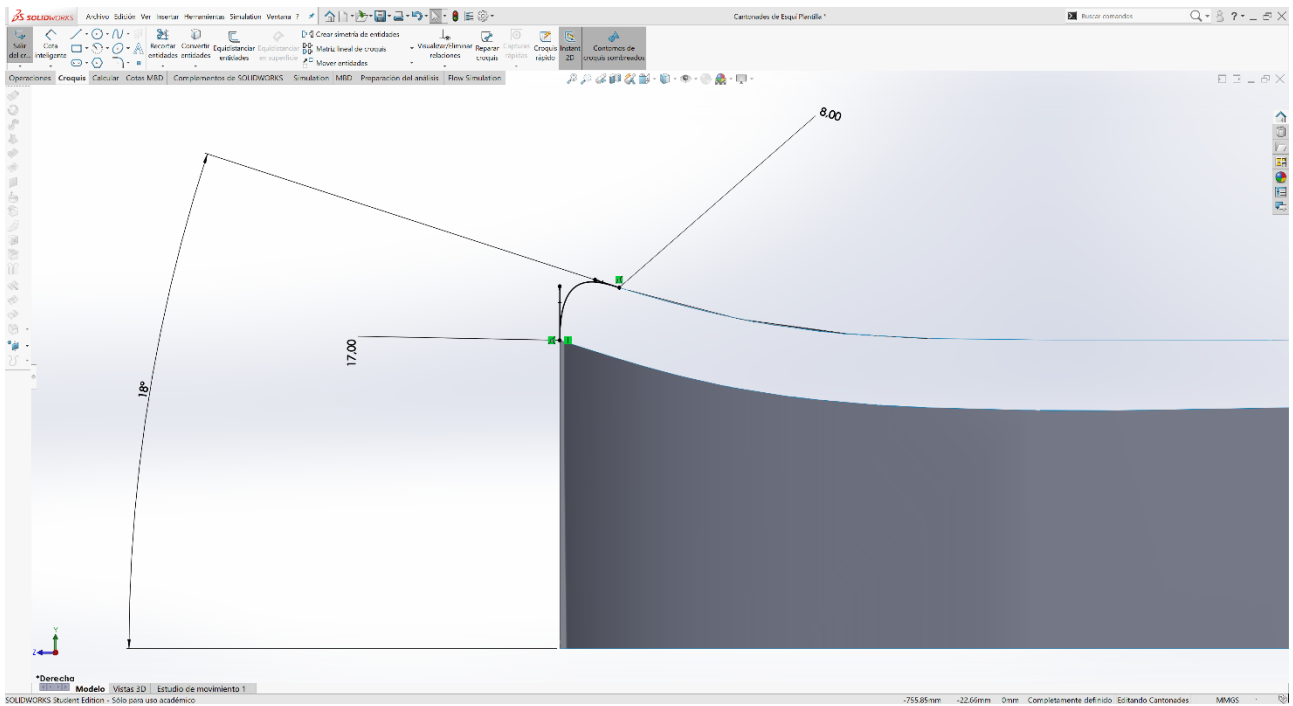


Figura A4.- Croquis en perfil dels cantells (1).

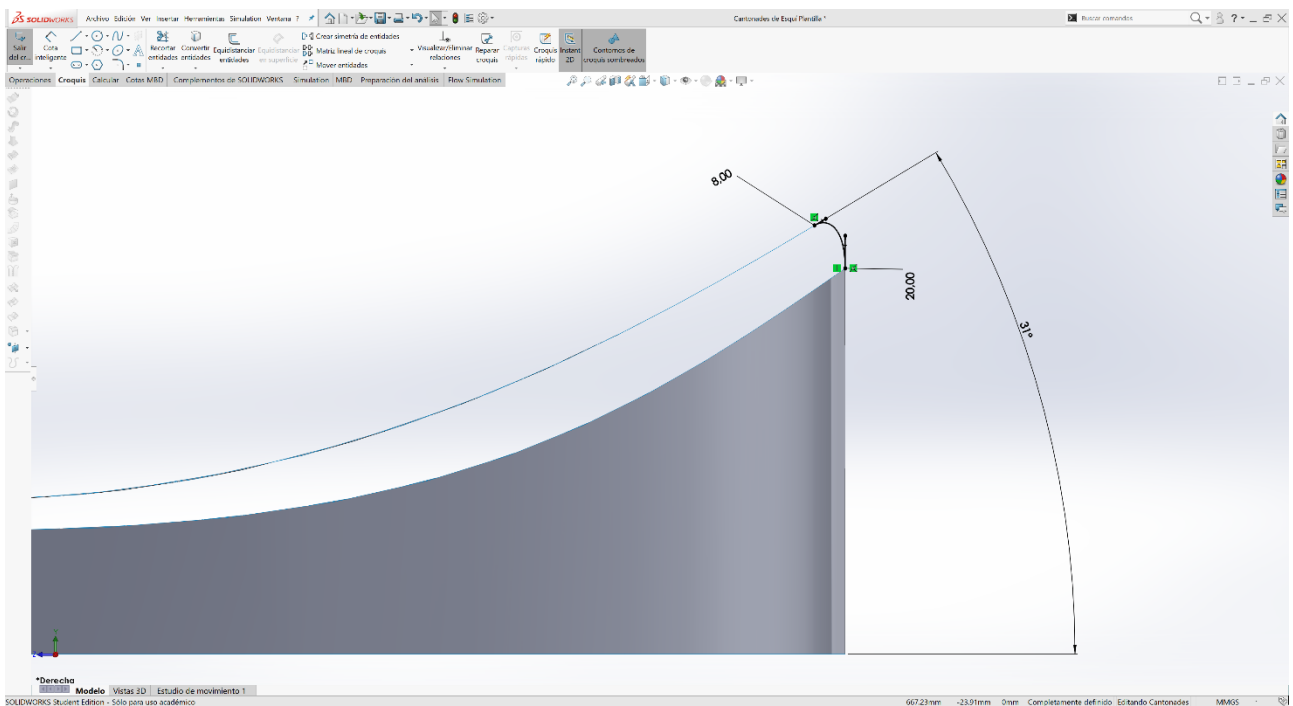


Figura A5.- Croquis en perfil dels cantells (2).

Com que es va optar per a fer els arrodoniments de les vores amb l'operació anomenada anteriorment s'havia de fer una extrusió de dues superfícies a partir de les corbes guia prèviament dissenyades.

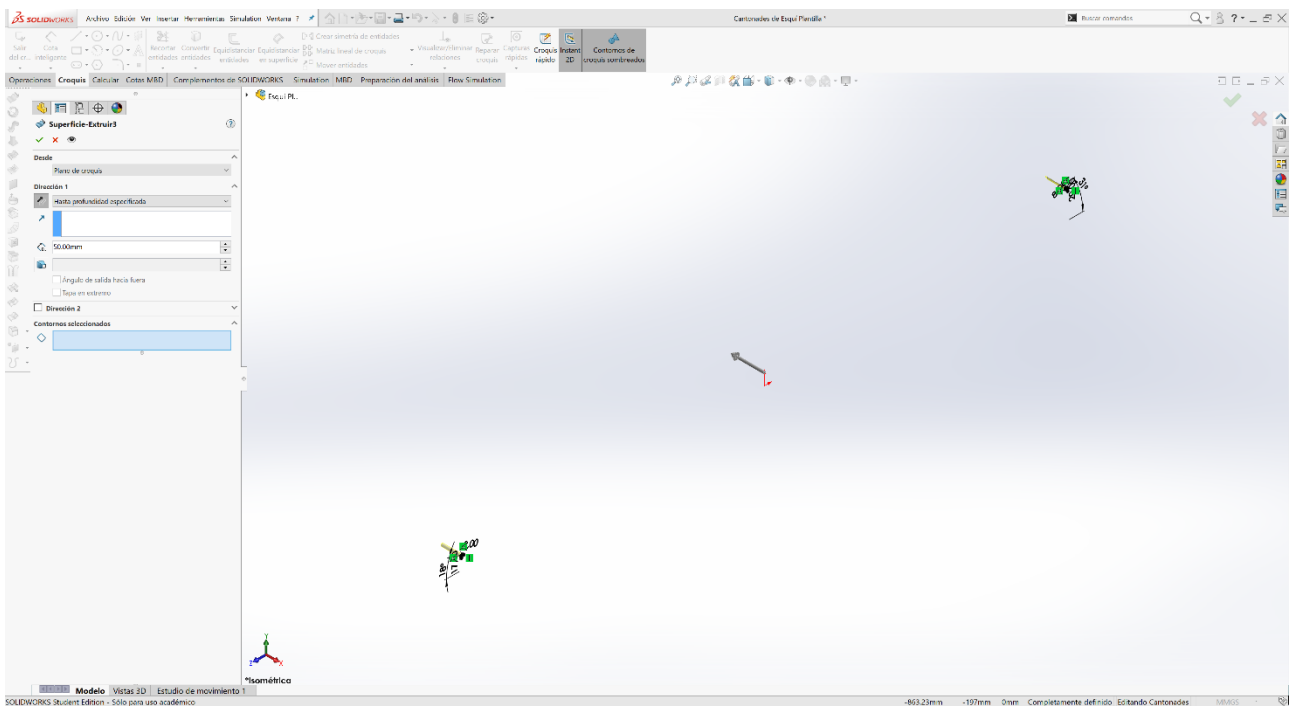


Figura A6.- Operació extrusió de superfície.

Es pot observar en la figura número A7 com es va extruir una superfície a partir del croquis en planta de la base de l'esquí, aquesta superfície servia per a guiar l'escombrat de superfície. En el modelat final no fa falta aquesta superfície ja que l'escombrat es fa de superfície a superfície i no de aresta a aresta.

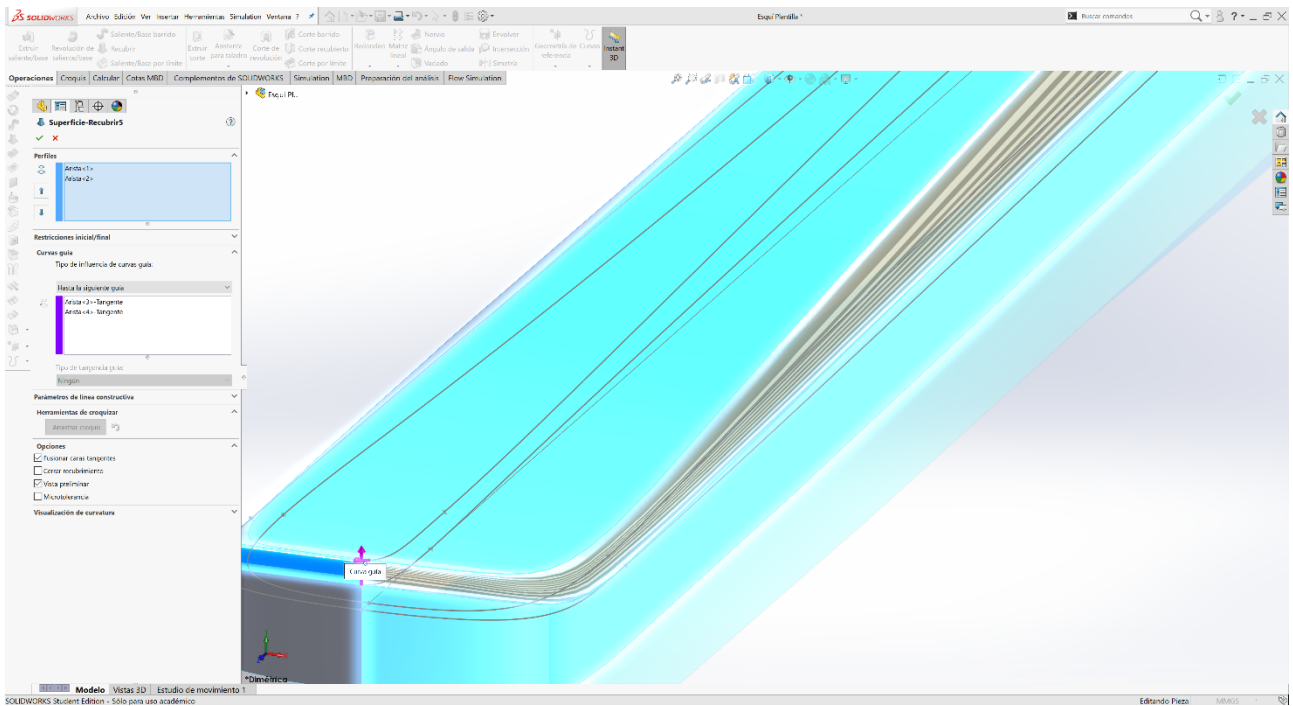


Figura A7.- Operació escombrat amb superfície.

Al fer el modelat així, s'obtenien superfícies amb la forma de l'esquí. Per convertir-ho en un sòlid, es necessita l'operació "coser superfícies", amb aquesta operació es pot crear un sòlid a partir d'un conjunt de superfícies i a la vegada s'arreglen els petits desajustos entre superfícies.

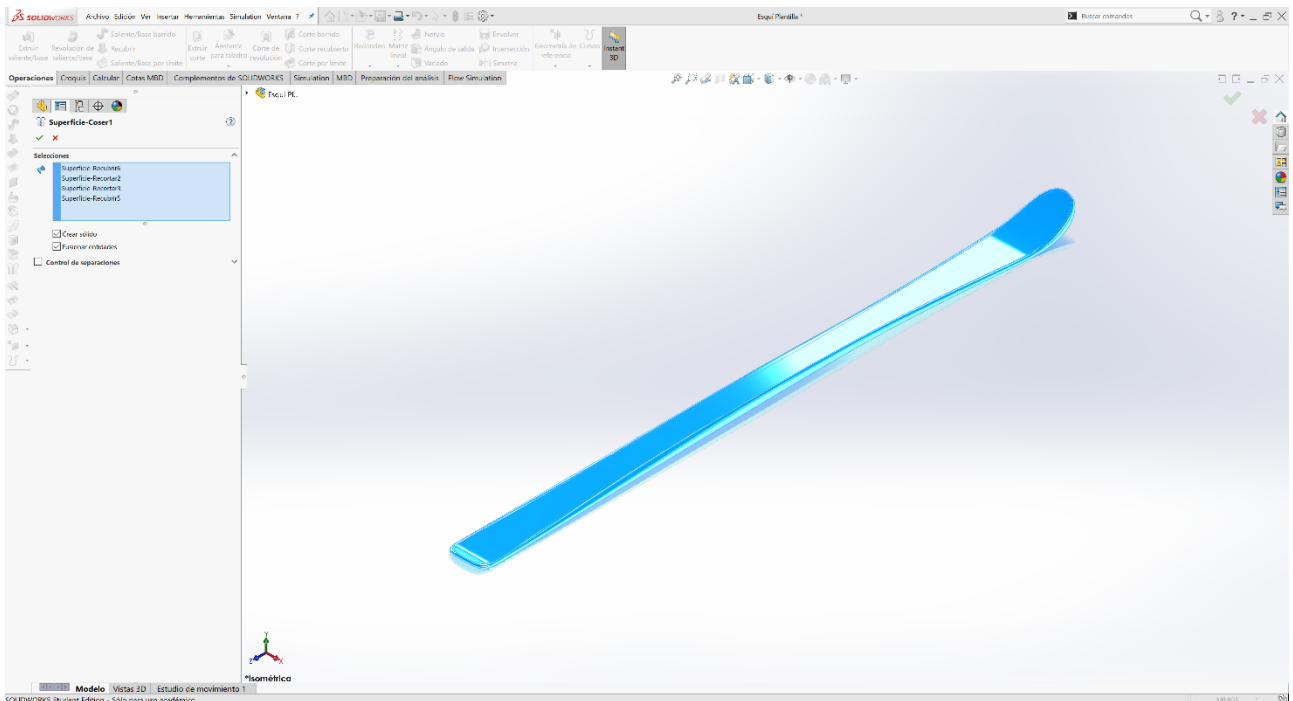


Figura A8.- Operació cosir superfícies.

Totes les peces que conformen l'esquí es van crear a partir de la geometria preliminar creada excepte una, els cantells, aquests es van crear a partir de la capa de titani. Aquesta es va fer mitjançant l'operació buidat, en el modelat definitiu també s'ha utilitzat la mateixa operació però en tota la geometria de l'esquí, no només per a la capa de titani, d'aquesta manera es necessitaven menys operacions i al mateix temps, les tres peces exteriors s'ajustaven millor.

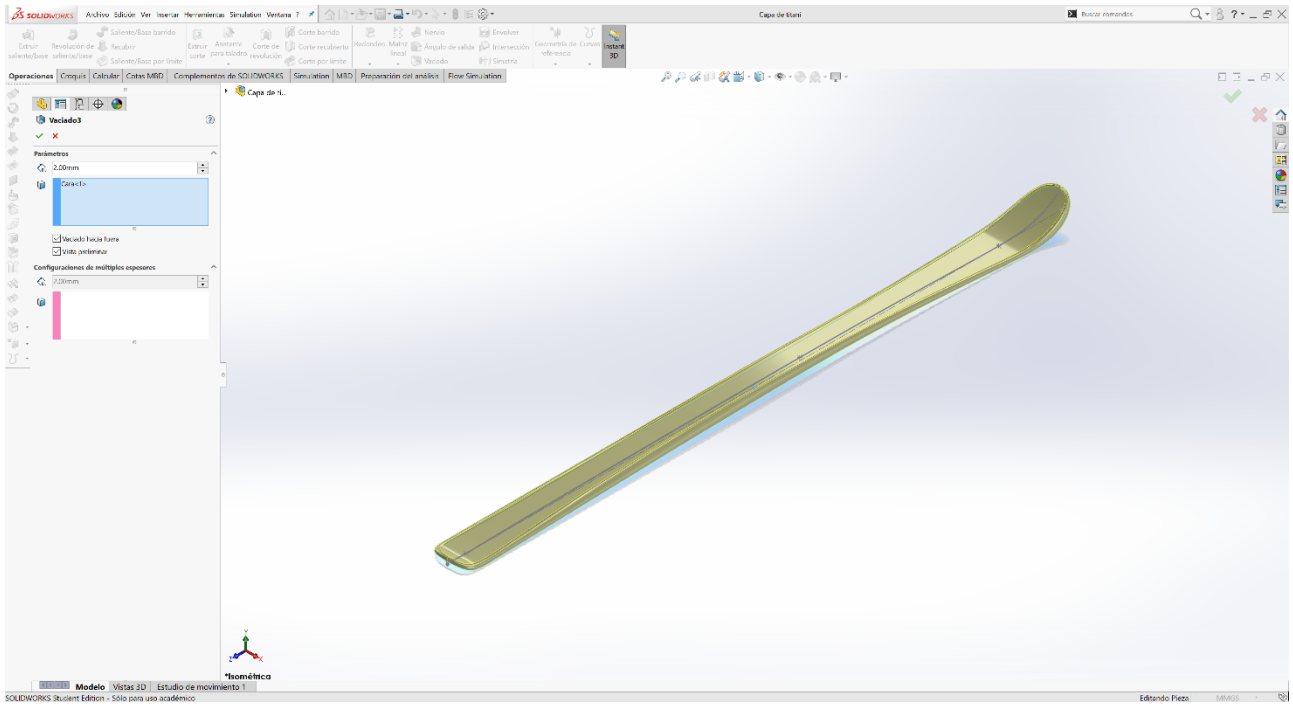


Figura A9.- Operació buidat.

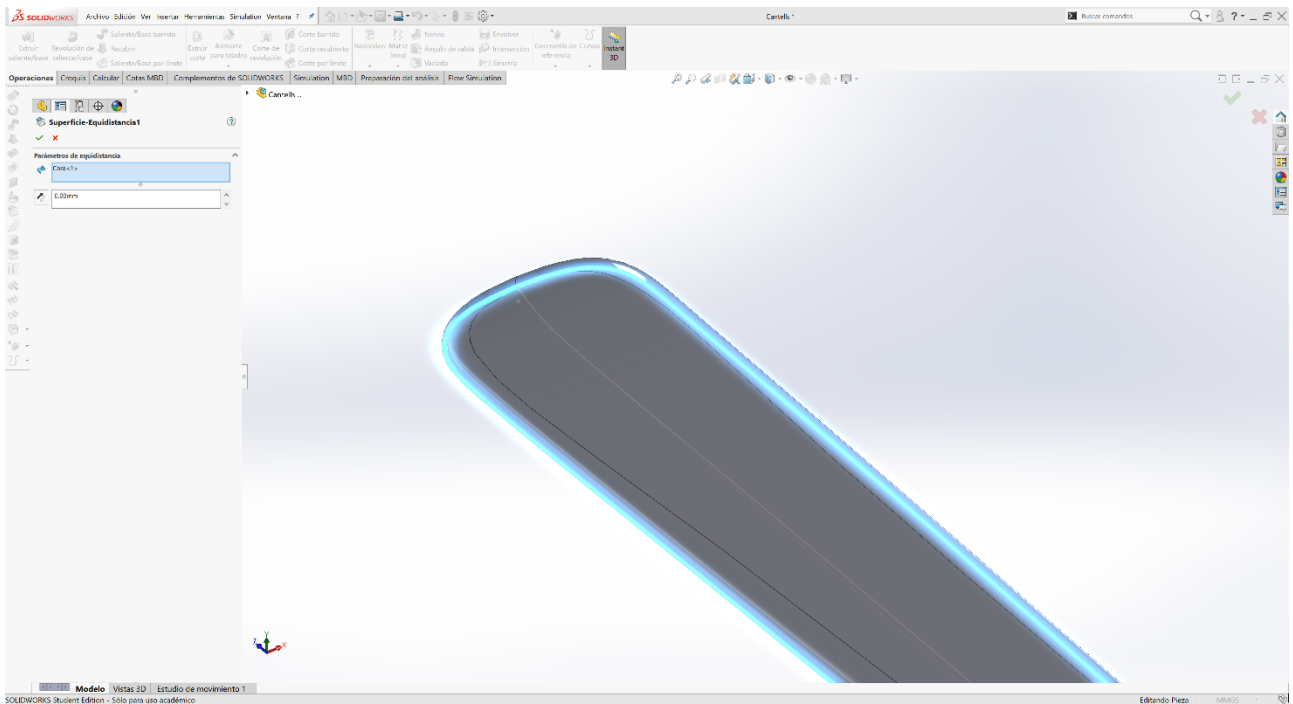


Figura A10.- Operació superfície equidistant.

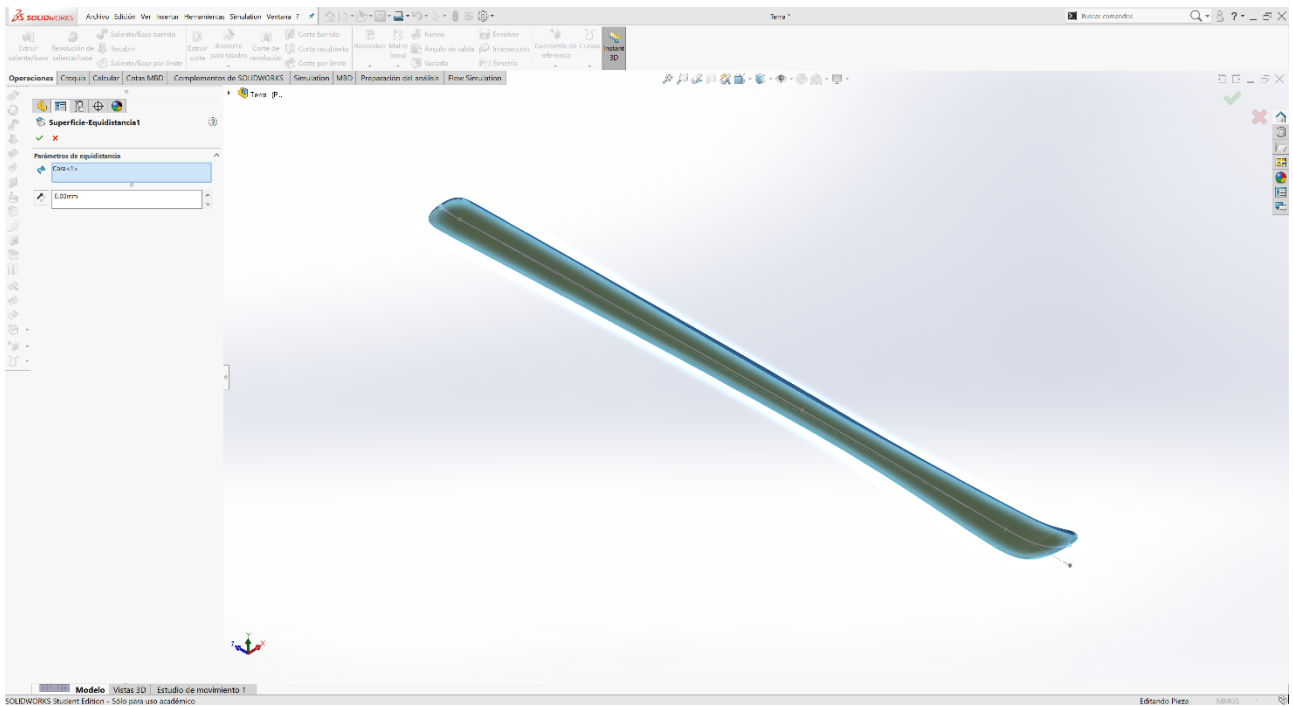


Figura A11.- Operació superfície equidistant.

En el primer modelat es va necessitar crear una superfície equidistant tant per a crear el terra com per crear els cantells, aquestes operacions no s'han necessitat per a crear el modelat definitiu.

En el primer modelat, el nucli es volia fer tal i com és a la realitat, laminat, però als extrems es generaven superfícies molt petites que feien que el mallat i el càlcul es compliquessin. En el modelat definitiu s'ha optat per simplificar aquesta part i fer únicament tres nuclis.

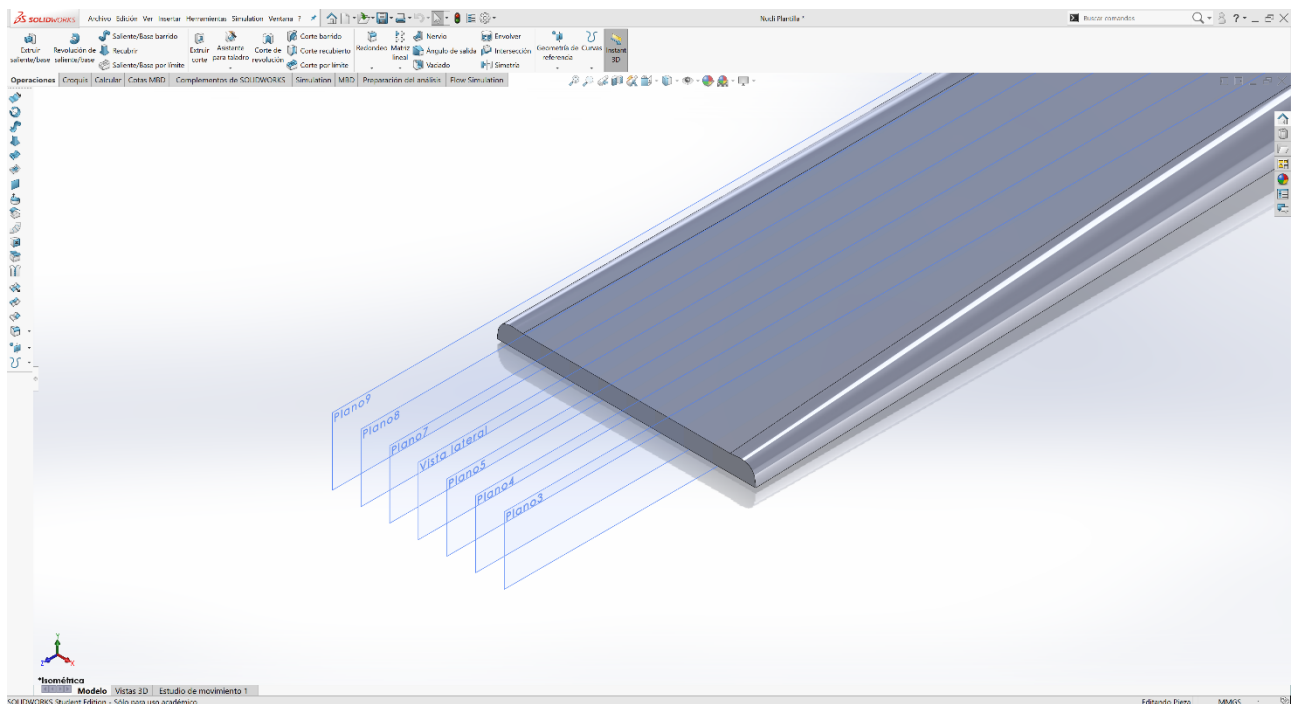


Figura A12.- Vista isomètrica dels plans.

Tots els passos en el programa de càlcul FEM ABAQUS® Student version 2019 explicats a la memòria han sigut els mateixos que es van realitzar en el primer modelat.

11.2. ANNEX 2: LLEI DE HOOKE

La llei de Hooke per a materials amb un comportament ortotròpic es basa en la següent matriu:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{yz}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$

Aquesta matriu relaciona les característiques del material amb les deformacions i les tensions.

12. AGRAÏMENTS

M^a Dolors Riera Colom

Ricardo Villar Ribera

Marc Manrique Mañas

Clàudia Brugués Pastoret

Paula Montilla Mateu

Maria Bosch Costa

Carla Comella Correa

Lara Correas Renau

Meritxell Xifré Passols

Maria Serra Moncunill

Mireia Blanch Cañizares

Pere Sucarrats Sibila

Laura Robles Jiménez

Sílvia Miralles Papell

