

ISSN 1561-8358 (print)

ISSN 2524-244X (online)

УДК 621

<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-4-453-463>

Поступила в редакцию 10.04.2020

Received 10.04.2020

Л. Л. Сотник¹, С. И. Русан¹, Л. А. Сиваченко², О. И. Наливко¹¹Барановичский государственный университет, Барановичи, Брестская область, Республика Беларусь²Белорусско-Российский университет, Могилев, Республика Беларусь

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО АНАЛИЗА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАТЕРИАЛА С ВАЛКАМИ В ВИБРОВАЛКОВОМ ИЗМЕЛЬЧИТЕЛЕ

Аннотация. Представлены результаты исследования процесса измельчения материала в валковых агрегатах с различными кинематическими особенностями. В качестве объекта исследования выбрана конструкция вибровалкового агрегата, имеющего большие перспективы использования в производстве. Характерной особенностью такого агрегата является значительное влияние на процесс измельчения сил инерции. В качестве основного метода исследования принят метод моделирования, причем применительно к движению рабочих органов валкового и вибровалкового измельчителя и измельчаемого материала. Представлен приближенный анализ взаимодействия измельчаемого материала в валковых агрегатах с валками. Измельчаемый материал моделируется совокупностью горизонтальных элементарных слоев. На первом этапе представлено измельчение материала в валках с постоянными кинематическими параметрами. Установлены аналитические зависимости давления валков на материал. На втором этапе рассмотрено измельчение материалов в вибровалковом измельчителе. Отличительной особенностью вибровалкового измельчителя является наличие эксцентрично установленного вала. Представлен вариант, когда эксцентрик выполняет криволинейно-поступательное движение, а валок совершает гармонические колебания (вибрации) вдоль осей координат с амплитудой e . Рассмотрены возникающие при этом силы инерции и колебательные движения вала. Проведен анализ суммарного усилия в рассматриваемом агрегате, позволяющем реализовать раздавливающе-сдвиговое и вибрационное воздействия на измельчаемый материал. Силовое взаимодействие вала с материалом описано двумя системами сил: силами упругости, возникающими в результате сокращения модельных слоев согласно закону Гука, и силами, вызванными вибрацией вала (силами инерции). Полученные результаты имеют практическую значимость при проектировании валковых агрегатов и вибрационной техники, а также для анализа работы подобных конструкций измельчителей.

Ключевые слова: деформации, усилие, сопротивление, вибровалковый измельчитель, эксцентриковый валок, вибрации

Для цитирования: Метод приближенного анализа взаимодействия материала с валками в вибровалковом измельчителе / Л. Л. Сотник [и др.] // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2020. – Т. 65, №4. – С. 453–463. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-4-453-463>

Leonid L. Sotnik¹, Sergey I. Rusan¹, Leonid A. Sivachenko², Oleg I. Nalivko¹¹Baranovichi State University, Baranovichi, Brest Region, Republic of Belarus²Belarussian-Russian University, Mogilev, Republic of Belarus

METHOD FOR APPROXIMATE ANALYSIS OF INTERACTION OF MATERIAL WITH ROLLS IN A VIBROROLL GRINDER

Abstract. The article presents the results of a study of the process of material grinding in roller aggregates with various kinematic features. As the object of research, the design of a vibroroller unit is selected, which has great prospects for use in production. A characteristic feature of this unit is a significant influence on the grinding process of inertia forces. As the main method of research in relation to the movement of the working bodies of the roller and vibroroller shredder and the crushed material, a method of modeling is adopted. It is presented an approximate analysis of the interaction of the crushed material in roll units with rolls. The crushed material is modeled by a set of horizontal elementary layers. At the first stage, the material is crushed in rolls with constant kinematic parameters. Analytical dependencies of the roll pressure on the material are established. At the second stage, the grinding of materials in a vibroroller shredder is considered. A distinctive feature of the vibroroller shredder is the presence of an eccentrically installed roll. The variant is presented when the eccentric performs a curvilinear translational motion, and the roll performs harmonic fluctuation (vibrations) along the coordinate axes with an amplitude of e . The resulting inertia forces and oscillatory motions of the roll are considered. The analysis of the total force in the unit under consideration, which makes it possible to implement crushing-shear and vibration effects on the crushed material, is carried out. The force interaction of the roll with the material is described by two systems of forces: the elastic forces resulting from the contraction of the model layers according to Hooke's law, and the forces caused by the vibration of the roll (inertia forces). The results obtained are of practical importance in the design of roller units and vibration equipment, as well as for the analysis of the operation of such designs of grinders.

Keywords: deformation, force, resistance, vibratory shredder, eccentric roll, vibration

For citation: Sotnik L. L., Rusan S. I., Sivachenko L. A., Nalivko O. I. Method for approximate analysis of interaction of material with rolls in a vibroroll grinder. *Vestsi Natsyunal'nai akademii navuk Belarusi. Seryya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2020, vol. 65, no. 4, pp. 453–463 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2020-65-4-453-463>

Введение. Измельчению подвергаются материалы, имеющие различные прочность, твердость и абразивность. Процесс разделения исходного куска материала на отдельные части происходит, когда внешние механические силы превышают внутренние силы молекулярного взаимодействия. Вместе с тем при измельчении образуются новые поверхности [1].

Согласно имеющимся в литературе данным [2–8], реальная прочность измельчаемых материалов на несколько порядков ниже теоретической прочности. Поверхностные слои материала являются потенциально возможными местами зарождения трещин.

Одной из важнейших характеристик, определяющих эффективность работы вибровалкового измельчителя, является сила воздействия валков на измельчаемый материал. Необходимая для измельчения сила влияет на энергозатраты процесса и зависит от многих параметров.

Для того чтобы разрушить тело, его необходимо деформировать на такую величину, при которой в материале возникнет разрушающее напряжение. В вибровалковом измельчителе в материале возникают раздавливающе-сдвиговые и вибрационные (ударные) деформации. Цель исследования заключается в создании математической модели, позволяющей описать механизм разрушения материалов в вибровалковом измельчителе и получить уравнение для расчета усилия измельчения.

Методика проведения исследования. Процессам точного проектирования таких агрегатов с определением их технологической эффективности, прочности, необходимой мощности двигателей предшествует приближенный анализ силового взаимодействия измельчаемого материала с валками. Приближенный расчет в дальнейшем может быть уточнен.

На рис. 1 схематично показан простой вариант валков, горизонтальные оси вращения которых O_1, O_2 совмещены с их геометрическими осями симметрии. Материал, подлежащий переработке, находится в бункере (на рисунке не показан) над валками 1, 2. Валки вращаются в противоположные стороны с угловыми скоростями ω_1, ω_2 . Измельчаемый материал под действием силы тяжести и силы сцепления с валками перемещается в пространство между валками, которое сужается к минимальной ширине b .

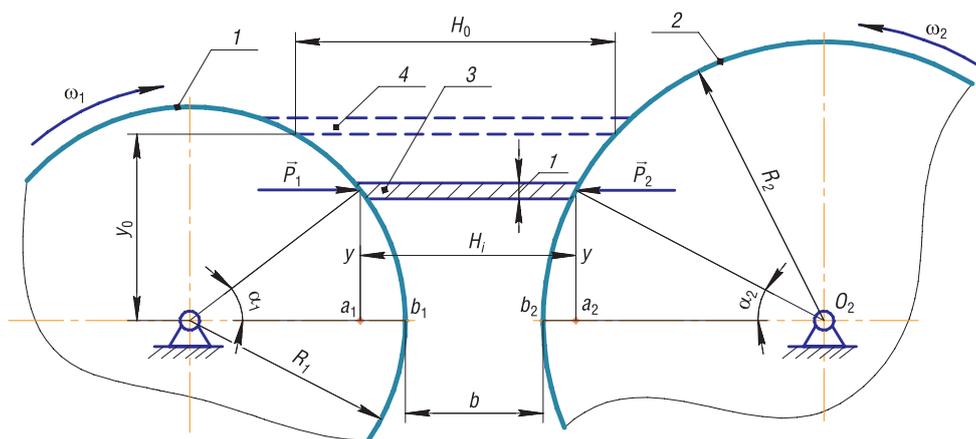


Рис. 1. Модель для анализа взаимодействия осесимметричных валков с материалом

Fig. 1. A model for analyzing the interaction of axisymmetric rolls with material

Определение сил взаимодействия материала с валками в симметричных агрегатах.

Для изучения сил взаимодействия выделим двумя горизонтальными плоскостями в пространстве между валками слой материала единичной толщины (см. рис. 1) на расстоянии y от осевой линии O_1O_2 . Поперечный размер слоя обозначим H_i . Будем учитывать, что величина H_i является функцией координаты y : $H_i = H_i(y)$. Продольный размер слоя B' примерно равен длине валков. Разделим слой в продольном направлении на B частей.

Одну из них размера $H_i \times 1 \times 1$ будем дальше условно рассматривать как сжатый упругий элементарный слой 3, деформации которого подчиняются закону Гука.

Введем ряд условий:

элементарный слой представляет собой пространство, заполненное измельчаемым материалом; содержащийся в слое материал нестабилен – может перемещаться вдоль и поперек своей оси; материал может работать только на сжатие.

На слой материала со стороны валков действуют силы, осевые составляющие которых обозначим через P_1, P_2 . Из условия равновесия элементарного слоя $\sum X_i = 0$ устанавливаем: $P_1 = P_2 = P(y) = P$. Будем считать, что сила тяжести содержащегося над слоем материала и сила его сцепления с валками не влияют на величину силы продольного сжатия P , а только продвигают слой материала вниз. Часть пространства между валками, в границах которого элементарный слой подвергается деформации и разрушению, будем называть активной зоной. На рис. 1 активная зона сверху ограничена слоем 4 длиной H_0 (показан пунктиром), снизу – отрезком b осевой линии O_1O_2 .

Найдем длину H_i элементарного слоя в его произвольном положении 3. Согласно рис. 1,

$$H_i = H_i(y) = a_1 a_2 = b_1 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_2 = b + R_1 + R_2 - \left(\sqrt{R_1^2 - y^2} + \sqrt{R_2^2 - y^2} \right).$$

Далее для упрощения везде будем полагать, что $R_1 = R_2 = R$. Тогда получим

$$H_i = b + 2 \left(R - \sqrt{R^2 - y^2} \right). \tag{1}$$

Деформация слоя равна

$$\Delta H = H_0 - \left(b + 2 \left(R - \sqrt{R^2 - y^2} \right) \right). \tag{2}$$

Согласно закону Гука $\Delta H = p H_0 / c$, откуда $p = c \Delta H / H_0$, и с учетом выражений (1), (2) определяем

$$p = \frac{c \left[H_0 - b - 2 \left(R - \sqrt{R^2 - y^2} \right) \right]}{\left[b + 2 \left(R - \sqrt{R^2 - y^2} \right) \right]}.$$

Представим полученный результат в следующем виде:

$$p = c \left\{ \left[\frac{H_0}{\left(a - 2 \sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] - 1 \right\}, \tag{3}$$

где $a = 2R + b = O_1O_2$; величины p и c измеряются в единицах силы, что приходится на единицу длины вала (Н/м).

По формуле (3) определяется интенсивность нагрузки (давления) на материал со стороны вала 2. Такое же по величине реактивное воздействие испытывает и валок. Приближенный график нагрузки представлен на рис. 2.

Допустим, что при $y = 0$ интенсивность нагрузки p достигает разрушительно значения P_p . Тогда выражение (3) позволяет найти соответствующую величину жесткости c . В действительности, при $y = 0$ по формуле $P_p = c((H_0/b) - 1)$, откуда $c = P_p / ((H_0/b) - 1)$.

Находим равнодействующую P распределенной нагрузки p в пределах активной зоны:

$$P = \int_0^{y_0} P p dy,$$

или

$$P = c B \int_0^{y_0} \left\{ \left[\frac{H_0}{\left(a - 2 \sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] - 1 \right\} dy. \tag{4}$$

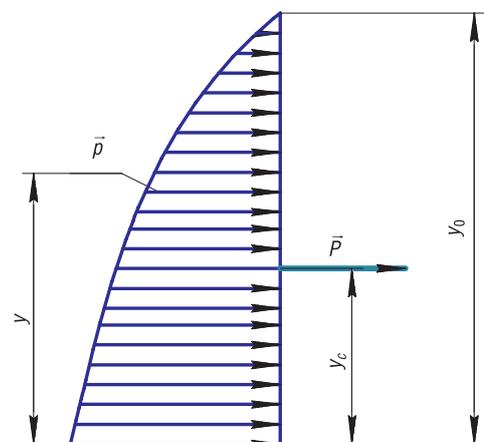


Рис. 2. Приближенный график давления на материал
Fig. 2. An approximate graph of material pressure

Определим сначала интеграл от первой составляющей вычитания в выражении (4), что в квадратных скобках. Для этого используем подстановку $y = R \sin t$. Получаем

$$\int_0^{y_0} \left[\frac{H_0}{\left(a - 2\sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] dy = H_0 \int_0^{y_0} \frac{d(R \sin t)}{a - 2\sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 t}} = H_0 \int_0^{y_0} \frac{R \cos t dt}{a - 2R \cos t} =$$

$$= -\frac{H_0}{2} \int_0^{y_0} \frac{(-2R \cos t) dt}{a - 2R \cos t} = -\frac{H_0}{2} \int_0^{y_0} \frac{(a - 2R \cos t - a) dt}{a - 2R \cos t} = \frac{H_0}{2} \int_0^{y_0} \left(\frac{a}{a - 2R \cos t} - 1 \right) dt. \quad (5)$$

Найдем интеграл от первого составляющего выражения (5). Применив универсальную подстановку $\operatorname{tg} t/2 = t$, которой соответствуют зависимости

$$\sin t = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos t = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad dt = \frac{2dt}{1+t^2}, \quad (6)$$

получаем

$$\int \frac{adt}{a - 2R \cos t} = \int \frac{2adt / (1+t^2)}{a - 2R(1-t^2) / (1+t^2)} = 2a \int \frac{dt}{a(1+t^2) - 2R(1-t^2)} = 2a \int \frac{dt}{b + kt^2} = \frac{2a}{k} \int \frac{dt}{(b/k) + t^2} =$$

$$= \frac{2a}{k} \int \frac{dt}{\left(\sqrt{b/k} \right)^2 + t^2} = \frac{2a}{k \sqrt{b/k}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k}{b}} t \right) = \frac{2a}{\sqrt{kb}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k}{b}} t \right), \quad (7)$$

где $k = 4R + b$.

Находим интеграл от второго составляющего выражения (5):

$$\int dt = \int \frac{dt}{1+t^2} = 2 \operatorname{arctg} t. \quad (8)$$

Подставляя выражения (7) и (8) в выражение (5), получаем:

$$\int \left[\frac{H_0}{\left(a - 2\sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] dy = \frac{aH_0}{\sqrt{kb}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k}{b}} t \right) - H_0 \operatorname{arctg} t. \quad (9)$$

В правой части равенства (9) возвращаемся к переменной y . В выражениях (5) и (8) использовались формулы: $\sin t = 2t/(1+t^2)$ и $\sin t = y/R$; поэтому $2t/(1+t^2) = y/R$. Следовательно $(y/R)t^2 - 2t + y/R = 0$.

Корни полученного квадратного уравнения приводятся к виду

$$\tau_{1,2} = \left(R \pm \sqrt{R^2 - y^2} \right) / y. \quad (10)$$

Здесь оба корня τ_1, τ_2 положительные. Примем тот из них, при котором сила по выражению (4) принимает большее значение. Будем считать, что таким корнем является корень $\tau_1 = \left(R + \sqrt{R^2 - y^2} \right) / y$.

Подставляя выражение (9) в выражение (4) и присоединяя второй интеграл, получаем:

$$\int dy = y.$$

$$P = cB \left\{ H_0 \left[\frac{a}{\sqrt{kb}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k}{b}} \tau_1 \right) - \operatorname{arctg} \tau_1 \right] - y \right\} \Big|_0^{y_0}. \quad (11)$$

Подставляя в выражение (11) пределы интегрирования, будем учитывать, что при $y = 0, \tau_1 = 2R/0 = \infty, \operatorname{arctg} \infty = \pi/2$.

Тогда согласно выражению (11) находим

$$P = cB \left\{ H_0 \left[a' \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k}{b}} \tau'_1 \right) - \operatorname{arctg} \tau'_1 - (a' - 1) \frac{\pi}{2} \right] - y_0 \right\}, \quad (12)$$

где $a' = \frac{a}{\sqrt{kb}}$, $\tau'_1 = \frac{(R + \sqrt{R^2 - y_0^2})}{y_0}$.

Чтобы определить положение линии действия силы P , то есть координату y_c (см. рис. 2), необходимо сначала найти статический момент S нагрузки p относительно оси валка O_2 по формуле

$$S = \int_0^{y_0} p y dy.$$

С учетом выражения (3) получаем

$$S = c \int_0^{y_0} \left\{ \left[\frac{H_0 y}{(a - 2\sqrt{R^2 - y^2})} \right] - y \right\} dy. \quad (13)$$

Преобразуем первое составляющее под интегралом; при $y = R \sin t dt$ находим:

$$\frac{y dy}{a - 2\sqrt{R^2 - y^2}} = \frac{(R \sin t)(R \cos t dt)}{a - 2R \cos t} = \frac{R^2 \cos t \sin t dt}{a - 2R \cos t}.$$

Введем новую подстановку $\cos t = \tau$, тогда $\sin t dt = -d\tau$.

Следовательно, первое составляющее выражения (13) приобретает вид

$$\frac{y dy}{a - 2\sqrt{R^2 - y^2}} = \frac{R^2 (-\tau) d\tau}{a - 2R\tau} = \frac{R^2 (a - 2R\tau - a) d\tau}{2R(a - 2R\tau)} = \frac{R}{2} \left(1 - \frac{a}{a - 2R\tau} \right) d\tau.$$

Выполняем интегрирование полученного выражения. Поскольку здесь

$$\int d\tau = \tau, \quad \int \frac{a d\tau}{a - 2R\tau} = -\frac{a}{2R} \ln(a - 2R\tau),$$

то

$$\int \frac{y dy}{a - 2\sqrt{R^2 - y^2}} = \frac{R \left\{ \tau + \left[a \ln(a - 2R\tau) \right] / 2R \right\}}{2}. \quad (14)$$

Возвращаемся к правой части равенства (14): сначала к переменной t , затем – к y ; при этом учитываем, что $\sin t = y/R$:

$$\cos t = \sqrt{1 - (y/R)^2} = \sqrt{R^2 - y^2} / R.$$

Получаем

$$\int \frac{y dy}{a - 2\sqrt{R^2 - y^2}} = \left\{ \sqrt{R^2 - y^2} + a \left[\ln(a - 2\sqrt{R^2 - y^2}) \right] / 2 \right\} / 2. \quad (15)$$

Подставляем полученное выражение (15) в выражение (13) и присоединяем интеграл $\int y dy$ второго составляющего (13):

$$S = c \left\{ H_0 \left\{ \sqrt{R^2 - y^2} + a \left[\ln(a - 2\sqrt{R^2 - y^2}) \right] / 2 \right\} / 2 - y^2 / 2 \right\} \Big|_0^{y_0}.$$

Подставляем пределы $(0, y_0)$:

$$S = c \left\{ H_0 \frac{\left\{ x_0 + a \left[\ln(a - 2x_0) \right] / 2 \right\}}{2} - \frac{y_0^2}{2} - c \frac{\left\{ H_0 \left[R + a \left(\ln b \right) / 2 \right] \right\}}{2} \right\}. \quad (16)$$

Координату y_c определяем по формуле

$$y_c = S / P. \quad (17)$$

Процесс измельчения материала в рассмотренном агрегате с неизменным межвалковым пространством будем называть стабильным. Разделение фракции происходит без существенных динамических воздействий. Это позволяет для приближенного силового анализа конструкции агрегата использовать уравнения статики.

На рис. 3 представлена система сил, возникающих при взаимодействии валков с измельчаемым материалом. Введем следующие обозначения: G_T – сила тяжести материала, находящегося в бункере 3 и активном пространстве между валками; F_i – сила инерции части материала (его масса определяется опытным путем), перемещаемого с ускорением через межвалковое пространство; $G = G_T - F_i$; $G' = G/2\sin\alpha$ – перпендикулярная к поверхности валка составляющая силы G , ограничивающей активное пространство; G_1, G_2 – силы тяжести валков; X_1, X_2, Y_1, Y_2 – реакции опор, в которых закреплены оси валков; M_1, M_2 – моменты на валках.

Силой F_i можно пренебречь.

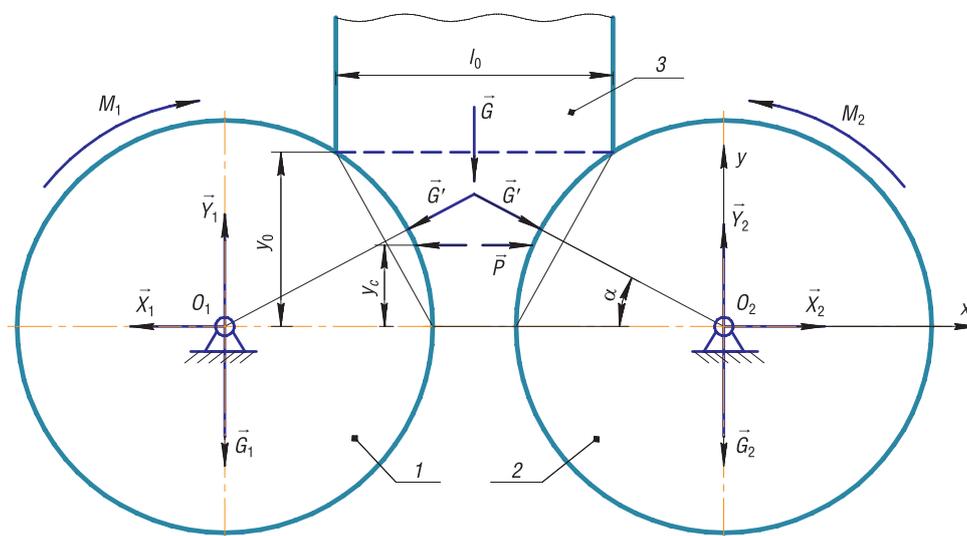


Рис. 3. Схема системы сил
Fig. 3. Force system diagram

Условия равновесия валка 2 представим следующим образом:

$$P + G' \cos \alpha + X_2 = 0; \quad Y_2 - G' \sin \alpha - G_2 = 0; \quad M_2 - P y_c = 0. \quad (18)$$

Из уравнений (18) находятся неизвестные X_2, Y_2 , и M_2 , необходимые для проектирования опор валков и выбора параметров двигателей.

Определение сил взаимодействия в вибровалковом измельчителе. Рассмотрим конструкцию, в которой правый валок 2 выполняет сложное движение (патент РФ № 186478 : В02С 4/32 «Вибровалковый измельчитель-активатор», авторы: В. С. Севостьянов, Л. А. Сиваченко, М. В. Севостьянов, Т. Л. Сиваченко, Л. Л. Сотник, П. Ю. Горягин; [9–11]). Его ось симметрии CC шарнирно закреплена на перекладке эксцентрикового вала, представляющего собой прямоугольную рамку, которая вращается вокруг неподвижной оси O_2O_2 (рис. 4).

Величину сдвига оси валка (его эксцентриситет) обозначаем e , на рис. 4 этот размер многократно увеличен. Свободно закрепленный на перекладке CC валок имеет две степени свободы. Поэтому его абсолютный угол поворота φ_2 определяется суммой двух углов: $\varphi_2 = \varphi_{2e} + \varphi_{2r}$, где φ_{2e} – угол поворота валка вместе с эксцентриковым валом в переносном движении вокруг оси O_2O_2 ; φ_{2r} – его поворот в относительном движении вокруг подвижной оси CC . Соответствующие угловые скорости эксцентрика обозначим ω_{2e}, ω_{2r} . При отсутствии дополнительного привода к валку 2 величина ω_{2r} неопределенная.

Остановимся далее на варианте, при котором $\omega_{2r} = -\omega_{2e}$; эксцентрик в этом случае выполняет криволинейно-поступательное движение. Каждая его точка описывает окружность радиусом e . Весь валок совершает гармонические колебания (вибрации) вдоль осей координат с амплитудой e . Измельчаемый материал будем, как и прежде, моделировать совокупностью горизонтальных элементарных слоев. Поэтому далее нас будут интересовать только горизонтальные вибрации эксцентрика, способные сжимать слои. Если исходное положение эксцентрика во введенной системе координат принять согласно рис. 5, то его уравнение движения вдоль оси O_2x определяется по формуле

$$x = e \sin \varphi_e, \tag{19}$$

где $\varphi_e = \omega t$, $\omega = \omega_{2e}$.

Упрощенная модель поступательных колебаний (19) эксцентрика показана на рис. 6.

В процессе колебаний валок из положения 2 перемещается на расстояние e в крайнее левое положение 2', затем – в крайнее правое 2''. Перемещение эксцентрика из положения 2'' в 2', в ходе которого материал сжимается и разрушается, представляет собой его рабочий ход. Обратное перемещение валка из положения 2' в 2'' назовем холостым ходом. Заметим, что во время холостого хода силовое напряжение слоев уменьшается. В верхней части активного пространства оно может изменяться до нулевого значения с потерей контакта между валком и материалом. Восстанавливаться контакт будет при рабочем ходе с эффектом удара, который требует дополнительного исследования.

Силовое взаимодействие валка с материалом будем описывать двумя системами сил: силами упругости, возникающими в результате сокращения модельных слоев согласно закону Гука, и силами, вызванными вибрацией валка (силами инерции). Причины сокращений слоев две: продвижение материала в активном пространстве между валками и перемещение эксцентрикового валка влево из положения 2 в 2' (см. рис. 6), на расстояние e . Силовые взаимодействия для первого варианта описаны выражениями (12), (16) и (17). При этом в вибровалковом измельчителе с эксцентриковым правым валком активное пространство ограничивается справа поверхностью валка в положении 2 (см. рис. 6).

При вычислении сил упругости, соответствующих деформации $\Delta H = e$, приближенно считаем процесс нагружения слоя статическим. Тогда в соответствии с законом Гука для каждого слоя длиной H_i получим: $p'H_i/c = e$, где p' – элементарная сила взаимодействия валка с материалом. Равнодействующую силу P' , приложенную к материалу, определим по формуле

$$P' = ceB \int_0^{y_0} dy / H_i.$$

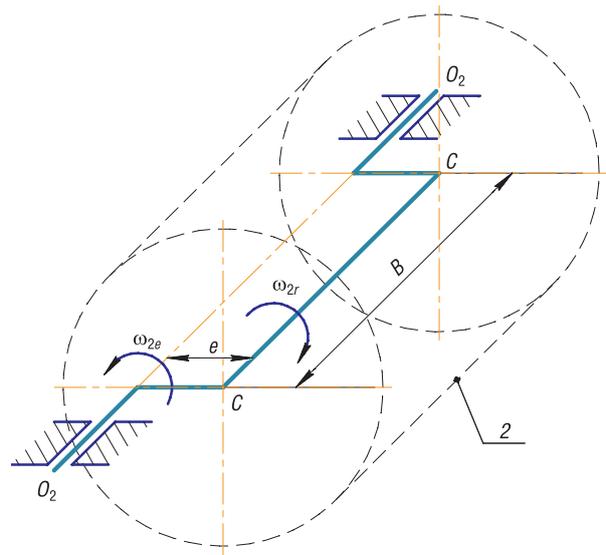


Рис. 4. Схема эксцентрикового валка
Fig. 4. Eccentric roll scheme

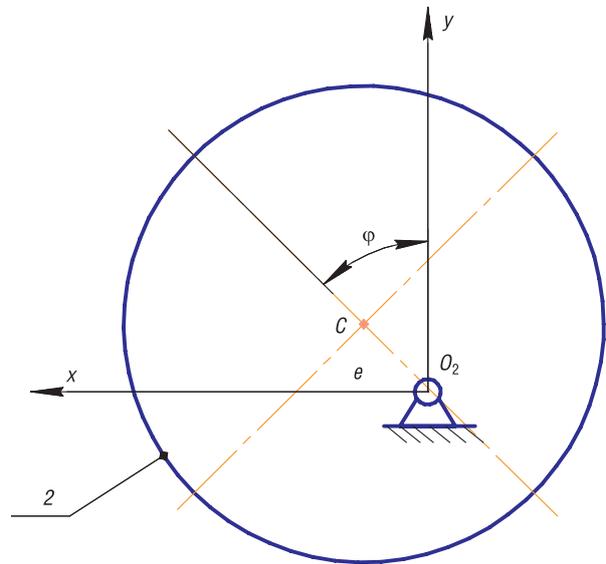


Рис. 5. Исходное положение эксцентрикового валка
Fig. 5. Starting position of the eccentric roll

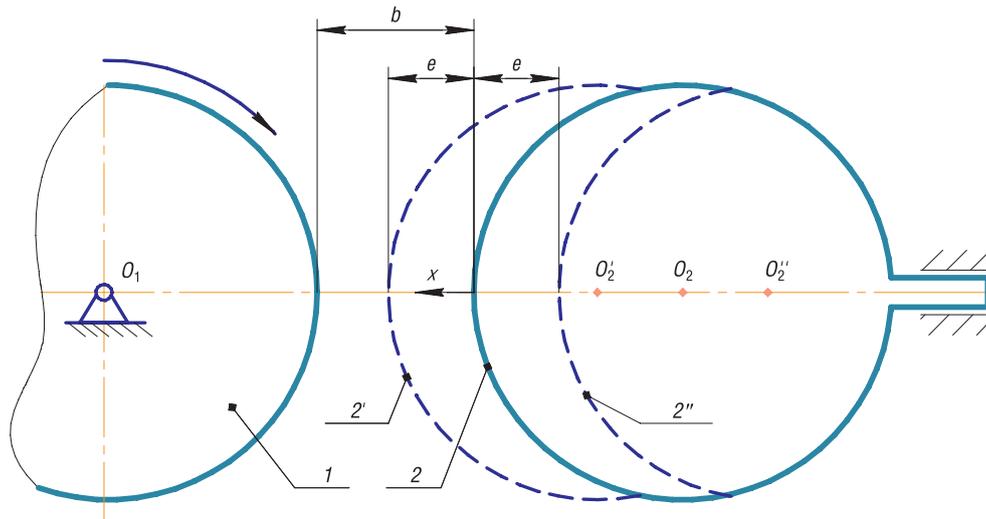


Рис. 6. Упрощенная модель колебаний эксцентрика
Fig. 6. Simplified eccentric oscillation model

В данном случае ширина активного пространства H_i определяется выражением (1). Интегрирование выполняется, как и при определении первого интеграла в выражении (4). В результате получаем

$$P' = ceB \left[a' \arctg \left(\sqrt{\frac{k}{b}} \right) \tau'_1 - \arctg \tau'_1 - (a' - 1) \frac{\pi}{2} \right]. \quad (20)$$

Здесь сохранены все обозначения, принятые в выражении (12). Реакцию материала, также равную P' , можно представить с помощью рис. 2. По аналогии с выводом выражения (16) находим статический момент нагрузки p' относительно центра O_2 . Окончательно получим

$$S' = ceB \left\{ \frac{\left\{ x_0 + a \left[\ln(a - 2x_0) \right] / 2 \right\}}{2} - \frac{\left[R + a(\ln b) / 2 \right]}{2} \right\}. \quad (21)$$

Положение линии действия реакции P' находим по формуле, аналогичной (17).

Определение сил инерции. Согласно [12, 13], силы инерции возникают во время движения материальных объектов с ускорением. В нашей задаче материальным объектом является измельчаемый материал, моделируемый совокупностью элементарных слоев. Длину слоя в его произвольном положении на рис. 7 обозначим H_i .

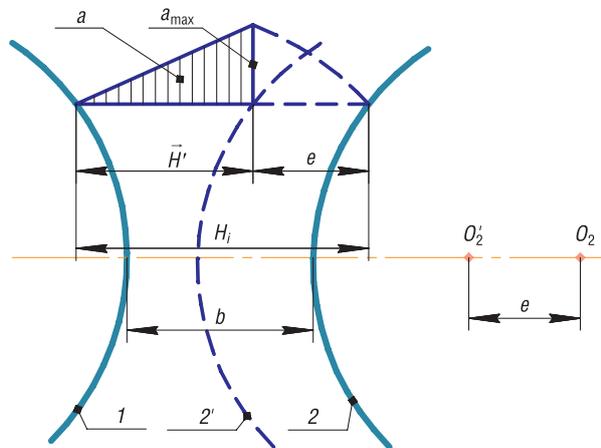


Рис. 7. График ускорения материала в положении 2'
Fig. 7. Graph of material acceleration in position 2'

Считаем, что массы слоев m_H не зависят от их уровня в активном пространстве, задаваемом координатой y , и находятся, как для недеформированного слоя в его верхнем положении $y = y_0$: $m_H = m_0 = \gamma_0 H_0$, где γ_0 – насыпная плотность материала. Допускаем, что при горизонтальном силовом воздействии эксцентриком масса слоя перемещается поступательно, как и сам валок. В таком случае его массу можно моделировать одним или несколькими материальными точками, а их силы инерции высчитывать по формуле вида $f_i = ma$, где m – масса материальной точки; a – ее ускорение. Определим по выражению (19)

максимальную силу инерции, которая имеет место при максимальном ускорении материала и эксцентрика,

$$a = \ddot{x} = -e\omega^2 \sin \omega t,$$

где при $\omega t = \pi/2$ получаем

$$|a| = |a_{\max}| = e\omega^2.$$

Следовательно, максимальное ускорение a_{\max} возникает для эксцентрика в положении 2'. Массу слоя для этого положения будем представлять двумя материальными точками с массами $m_e = (m_H/H_i)e$ и $m_{H'} = (m_H/H_i)H'$, где m_e и $m_{H'}$ – массы участков слоя материала длиной e и H' соответственно; при этом $e + H' = H_i$.

Первая материальная точка соприкасается с валком и в его положении 2' достигает значения a_{\max} . Массу участка H' считаем равномерно распределенной по его длине, тогда его центр масс находится посередине отрезка H' . Также допускаем, что ускорение материала в пределах этого отрезка угасает по линейному закону от a_{\max} к 0 (см. рис. 7). Тогда центру масс участка H' – второй материальной точке – будет соответствовать ускорение $a_{\max}/2$.

Таким образом, расчетная (максимальная) сила инерции, действующая на элементарный слой, определяется выражением

$$f_i = m_e a_{\max} + m_{H'} a_{\max} / 2.$$

Подставив сюда значения слагаемых, получаем

$$f_i = m_H (e + H' / 2) a_{\max} / H_i = m_H [e + (H_i - e) / 2] a_{\max} / H_i = m_H (1 - e / H_i) a_{\max} / 2,$$

или сокращенно $f_i = (1 + e / H_i) f_{ci}$, где $f_{ci} = m_H a_{\max} / 2 = \text{const}$.

Равнодействующую F_i элементарных сил инерции для всего активного пространства определим по формуле

$$F_i = \int_0^{y_0} B f_i dy,$$

или

$$F_i = f_{ci} B \int_0^{y_0} \left[1 + \frac{e}{\left(a - 2\sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] dy. \quad (22)$$

Для определения статического момента сил инерции, приведенных к одной плоскости относительно центра O_2 , используется выражение

$$S_i = f_{ci} B \int_0^{y_0} \left[y + \frac{ey}{\left(a - 2\sqrt{R^2 - y^2} \right)} \right] dy. \quad (23)$$

Повторив в выражениях (22), (23) методику интегрирования, используемую ранее для выражений (4), (13), получим

$$F_i = f_{ci} B \left\{ e \left[a' \arctg \left(\sqrt{\frac{k}{b}} \tau'_1 \right) - \arctg \tau'_1 - (a' - 1) \frac{\pi}{2} \right] + y_0 \right\}, \quad (24)$$

$$S_i = f_{ci} B \left\{ \frac{e}{2} \left\{ x_0 + \frac{a}{2} [\ln(a - 2x_0)] \right\} + \frac{y_0^2}{2} \right\} - f_{ci} B \left\{ \frac{e}{2} \left[R + \frac{a}{2} (\ln b) \right] \right\}. \quad (25)$$

В выражениях (24), (25) сохранены обозначения, введенные ранее в выражениях (12), (16). Положение линии действия силы F_i находим, как и выше, по формуле $y_c = S_i/F_i$.

Как видим, расчетные значения трех силовых факторов имеют место в одной фазе движения эксцентрика, поэтому их воздействия на материал и эксцентрик суммируются. При этом расчетная схема вибровалкового измельчителя (см. рис. 3) дополняется силами P' и F_i .

Здесь представлено силовое взаимодействие в механической системе для случая, когда $\omega_{2r} = -\omega_{2e}$; другое соотношение между угловыми скоростями в приближенной теории на результат не влияет.

Заключение. Разработан метод приближенного анализа взаимодействия материала с валками в вибровалковом измельчителе, основанный на использовании нелинейной зависимости между силами и деформациями.

Полученная в работе математическая модель позволяет описать механизм разрушения материалов в вибровалковом измельчителе. Аналитические зависимости для расчета усилия измельчения могут использоваться с различной эффективностью в зависимости от механических и структурных характеристик измельчаемого материала, а также от геометрических e , b , R , кинематических параметров ω и других факторов.

Полученные выражения для расчета усилия измельчения с созданием раздавливающе-сдвиговых и вибрационных (ударных) деформаций могут использоваться при практической реализации представленного метода измельчения материалов.

Список использованных источников

1. Дешко, Ю.И. Измельчение материалов в цементной промышленности / Ю.И. Дешко, М.Б. Креймер, Г.С. Крыхтин. – М.: Стройиздат, 1966. – 270 с.
2. Griffiths, A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids / A. A. Griffiths // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*. – 1921. – Vol. 221. – P. 163–198.
3. Моргулис, М.Л. Вибрационное измельчение материалов / М.Л. Моргулис. – М.: Промстройиздат, 1957. – 105 с.
4. Ходаков, Г.С. Тонкое измельчение строительных материалов / Г.С. Ходаков. – М.: Стройиздат, 1972. – 238 с.
5. Справочник по обогащению руд / Ю.Э. Аккерман [и др.]. – М.: Недра, 1982. – 387 с.
6. Колмогоров, В.П. Напряжения, деформации, разрушение / В.П. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
7. Зайцев, Ю.В. Прочность и долговечность конструкционных материалов с трещиной / Ю.В. Зайцев, С.Н. Леонович. – Минск: БНТУ, 2010. – 362 с.
8. Эберхардштайнер, Й. Прочность и трещиностойкость конструкционных строительных материалов при сложном напряженном состоянии / Й. Эберхардштайнер, С.Н. Леонович, Ю.В. Зайцев. – Минск: БНТУ, 2013. – 522 с.
9. Сотник, Л.Л. Изучение влияния технологических факторов на потребляемую мощность вибровалкового измельчителя / Л.Л. Сотник, Л.А. Сиваченко, И.А. Богданович // *Вестн. Брест. гос. техн. ун-та. Машиностроение*. – 2018. – №4. – С. 19–22.
10. Сотник, Л.Л. Исследования взаимодействия материальной точки с цилиндрическим эксцентриком / Л.Л. Сотник, С.И. Русан, Л.А. Сиваченко // *Вестн. Белорус.-Рос. ун-та*. – 2019. – №1. – С. 48–54.
11. Сиваченко, Л.А. Кинематический анализ движения эксцентрикового валка вибровалкового измельчителя [Электронный ресурс] / Л.А. Сиваченко, Л.Л. Сотник, С.И. Русан // *Энерго-ресурсосберегающие технологии и оборудование в дорожной и строительной отраслях: Междунар. науч.-практ. конф., Белгород, 22–23 сент. 2017 г. / Белгород. ГТУ им. В.Г. Шухова*. – Белгород, 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
12. Чигарев, А.В. Курс теоретической механики: учеб. пособие / А.В. Чигарев, Ю.В. Чигарев. – Минск: Новое знание; М.: ЦУПД, 2010. – 397 с.
13. Хвясцько, Г.М. Курс тэарэтычнай механікі. – Мінск: БДТУ, 2000. – 354 с.

References

1. Deshko Yu. I., Kreimer M. B., Krykhtin G. S. *Grinding Materials in the Cement Industry*. Moscow, Stroizdat Publ., 1966. 270 p. (in Russian).
2. Griffiths A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 1921, vol. 221, pp. 163–198.
3. Morgulis M. L. *Vibration Grinding of Materials*. Moscow, Promstroizdat Publ., 1957. 105 p. (in Russian).
4. Khodakov G. S. *Fine Grinding of Building Materials*. Moscow, Stroizdat Publ., 1972. 238 p. (in Russian).
5. Akkerman Yu. E., Bukaty G. B., Kizeval'ter B. V., Kornienko Ya. P., Olevskii V. A., Perov V. A., Povarov A. I., Yashin V. P. *Ore Beneficiation Handbook*. Moscow, Nedra Publ., 1982. 387 p. (in Russian).
6. Kolmogorov V. P. *Stresses, Deformations, Fracture*. Moscow, Metallurgia Publ., 1970. 229 p. (in Russian).
7. Zaitsev Yu. V. *Strength and Durability of Structural Materials with a Crack*. Minsk, Belarusian National Technical University, 2010. 362 p. (in Russian).
8. Eberhardsteiner, J., Leonovich S. N., Zaitsev Yu. V. *Strength and Crack Resistance of Structural Building Materials under Complex Stress State*. Minsk, Belarusian National Technical University, 2013. 522 p. (in Russian).
9. Sotnik L. L., Sivachenko L. A., Bogdanovich I. A. Studying the influence of technological factors on the power consumption of a vibratory shredder. *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie = Bulletin of the Brest State Technical University. Mechanical Engineering*, 2018, no. 4, pp. 19–22 (in Russian).

10. Sotnik L. L., Rusan S. I., Sivachenko L. A. Studies of the interaction of a material point with a cylindrical eccentric. *Vestnik Belorussko-Rossiiskogo universiteta* [Bulletin of the Belarusian-Russian University], 2019, no. 1, pp. 48–54 (in Russian).

11. Sivachenko L. A., Sotnik L. L., Rusan S. I. Kinematic analysis of the movement of an eccentric roll of a vibratory roll mill. *Energo-resursosberegayushchiye tekhnologii i oborudovaniye v dorozhnoy i stroitel'noy otraslyakh: Mezhdunarodnaya nauchnaya prakticheskaya konferentsiya, Belgorod, 22–23 sentyabrya 2017 g.* [Energy and Resource-Saving Technologies and Equipment in the Road and Construction Industries: International Scientific and Practical Conference, Belgorod, September 22–23, 2017]. Belgorod, Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov, 2017. CD-ROM (in Russian).

12. Chigarev A. V., Chigarev Yu. V. *Theoretical Mechanics Course*. Minsk, Novoe znanie Publ.; Moscow, Center for Educational and Professional Literature, 2010. 397 p. (in Russian).

13. Khvvyako G. M. *Theoretical Mechanics Course*. Minsk, Belarusian National Technical University, 2000. 354 p. (in Belarusian).

Информация об авторах

Сотник Леонид Леонидович – старший преподаватель кафедры технологии и оборудования машиностроения, руководитель секции технологии машиностроения, Барановичский государственный университет (ул. Войкова, 21, 225404, Барановичи, Брестская обл., Республика Беларусь). E-mail: Sotnikleonidtm@gmail.com

Русан Сергей Иванович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технического обеспечения сельскохозяйственного производства и агрономии, Барановичский государственный университет (ул. Войкова, 21, 225404, Барановичи, Брестская обл., Республика Беларусь). E-mail: rusan33@mail.ru

Сиваченко Леонид Александрович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры транспортных и технологических машин, Белорусско-Российский университет (ул. Грушевская, 32, 212003, Могилев, Республика Беларусь). E-mail: 228011@mail.ru

Наливко Олег Игоревич – аспирант, Барановичский государственный университет (ул. Войкова, 21, 225404, Барановичи, Брестская обл., Республика Беларусь). E-mail: alehnaliuko@mail.ru

Information about the authors

Leonid L. Sotnik – Senior Lecturer, Department of Engineering Technology and Equipment, Head of the Engineering Technology Section, Baranovichi State University (21, Voikov Str., 225404, Baranovichi, Brest Region, Republic of Belarus). E-mail: Sotnikleonidtm@gmail.com

Sergey I. Rusan – Ph. D. (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Technical Support of Agricultural Production and Agronomy, Baranovichy State University (21, Voikov Str., 225404, Baranovichi, Brest Region, Republic of Belarus). E-mail: ru-san33@mail.ru

Leonid A. Sivachenko – D. Sc. (Engineering), Professor, Professor of the Department of Transport and Technological Machines, Belarusian-Russian University (32, Grushevskaya Str., 212003, Mogilev, Republic of Belarus). E-mail: 228011@mail.ru

Oleg I. Nalivko – Postgraduate Student, Baranovichy State University (21, Voikov Str., 225404, Baranovichi, Brest Region, Republic of Belarus). E-mail: alehnaliuko@mail.ru