UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE

MATEMÁTICA para la Vida

URACCAN - CURSO PROPEDÉUTICO

AUTORES:
LUCILA ALTAMIRANO GUILLÉN
SILGUIAN YAMILLETT GUTIÉRREZ MENDOZA
WILLIAM OSWALDO FLORES LÓPEZ
EUGENIO CASIMIRO LÓPEZ MAIRENA
SABINO ARIEL OLIVAR MOLINA
MOISÉS MEDINA LÓPEZ
ERNESTO EDUARDO VANEGAS SEVILLA
ELEBE WILLIAMS MULLER
SILVIO ANTONIO PETTERS WEBSTER
JAVIER OSMAR ARTOLA GARCÍA

Correo electrónico: osmartola@gmail.com

URACCAN-RECINTO LAS MINAS, SIUNA, NICARAGUA

Este documento fue creado en la versión TeX 3.14159265 (TeX Live 2019/Debian) y la versión de LaTeX pdfTeX 3.14159265-2.6-1.40.20 (TeX Live 2019/Debian) en el sistema operativo **Ubuntu 20.04.1 LTS** x64. La publicación del mismo es de dominio público, se puede imprimir y distribuir libre de gastos en su forma original. te

Título: Matemática para la vida
ISBN: 978-99964-23-29-1

Esta publicación obtuvo el financiamiento de SAIH

SAIH | El Fondo de Asistencia Internacional de los Estudiantes y Académicos Noruegos

Prólogo

"Las matemáticas son el lenguaje son el idioma que uso Dios para escribir el mundo"

Galileo Galilei

El libro aquí presentado está preparado para el desarrollo de la asignatura de Matemática para la vida del curso propedéutico que oferta la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense (URACCAN) en sus recintos y extensiones.

La motivación en la enseñanza de las matemáticas en una universidad representa una gran dificultad. La queja de muchos estudiantes es ¿por qué nos enseñan estas matemáticas que nunca las usaremos en nuestra vida diaria? Por esta razón se ha elaborado un material en el que se incorporan problemas aplicados a lo que hacemos en la vida cotidiana.

Es un programa atractivo, con el cual se puede acercar esta asignatura a los estudiantes que hasta ahora habían fracasado en los estudios clásicos de Matemáticas. Es esta la razón de este libro, ya que hasta ese momento apenas había textos para el curso propedéutico, sin embargo, no se había construido un libro completo que contenga todos los elementos de la asignatura.

El objetivo del libro es reforzar temas relacionados con enteros y fracciones, razones y proporciones, notación científica y conversión de unidades de medición, partiendo de aspectos históricos, comprendiendo el objeto de estudio, resolviendo ejercicios y aplicaciones relacionadas con el entorno, incidiendo de esta manera en el desarrollo de habilidades para el análisis, análisis simbólico, cálculos e interpretación de resultados.

> "Al igual que las ciencias, la Matemática es una especie de juego donde el universo hace de contrario. Los mejores matemáticos, y los mejores profesores de Matemáticas, son evidentemente quienes mejor comprenden las reglas del juego y gozan experimentando la emoción de jugar"

Martin Gardner

Dra. Alta Suzzane Hooker Blandford
Rectora de la URACCAN

Índice general

Índice de tablas

UNIDAD 1

Enteros y fracciones

Sesión 1: Números enteros y fracciones

Contenidos

- Números enteros: operaciones con números enteros
- Fracciones: tipos de fracciones
- Aplicaciones

Objetivos de aprendizaje

- Definir números enteros y fracciones.
- Describir los diferentes tipos de fracciones.
- Realizar operaciones con números enteros.
- Recrear situaciones del entorno y resolverlas utilizando números enteros.
- Asumir valores institucionales como el respeto, la responsabilidad y la ética en el desarrollo de las temáticas.
- Valorar la importancia de los números enteros en la vida cotidiana.

SECCIÓN 1.1

Números enteros

Ejemplo 1.1.1. *Problema inicial*

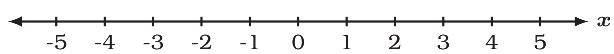
En la comunidad Dákura *del municipio de Puerto Cabezas la familia Padilla tenía sembrado 120 árboles de coco, sin embargo, el huracan Félix en el año 2007 botó 94 de ellos, hasta la actualidad, la misma familia ha logrado sembrar 125.*

Con base al problema, reflexione:

a) *¿Cuál es el total de árboles de coco con los que cuenta actualmente la familia?*
b) *¿Actualmente, la familia dispone de más o menos árboles de coco?*
c) *¿Qué motiva a la familia Padilla sembrar tantos árboles de coco?*

Recuerda que

Los números enteros es un conjunto formado por los números negativos $\{\ldots,-3,-2,-1\}$, el elementos neutro $\{0\}$ y el conjunto de los números naturales $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$, es decir, juntando los conjuntos se forma el conjunto de los números enteros que representa por la letra $\mathbb{Z}$ y está formado por el conjunto $\mathbb{Z}=\{\ldots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$.



Las operaciones básicas con números enteros son la suma, resta, multiplicación y división, sin embargo, existen otras que no se revisan acá como la potenciación, radicación y logaritmación. Para operar con los números enteros se aplica la ley de los signos que es fundamental para desarrollar con éxito operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

SECCIÓN 1.2

Operaciones con números enteros

1.2.1. Suma y resta

Recuerda que

Si las cantidades tienen el mismo signo se suman y se conserva el signo. Si las cantidades tienen signos diferentes se restan y el resultado final tendrá el signo del número mayor, en valor absoluto.

Ejemplo 1.2.1. *Resuelva y escriba la regla aplicada en los siguientes casos.*

1. $15+2=\square$ ______________________________
2. $-10-20=\square$ ______________________________
3. $-30+500=\square$ ______________________________
4. $-1000+200=\square$ ______________________________

Ejemplo 1.2.2. *Doña Zoyla Baca Blanca, adquirió un préstamo por la cantidad de 5,400 córdobas. Al finalizar el mes realiza un abono de 1,250 córdobas.*

Reflexione y resuelva.

a) *¿Cuál es el estado actual del préstamo? Realice la operación*

b) *¿Qué operación realizó para generar el resultado anterior?*

c) *¿Qué signo tiene la cantidad restante?*

1.2.2. Multiplicación y división

La Tabla 1.1 muestra a la izquierda la ley de los signos para la multiplicación, a la derecha la de la división.

Operación	**Resultado**	**Operación**	**Resultado**
$(+)(+)$	$+$	$+\div+$	$+$
$(+)(-)$	$-$	$+\div-$	$-$
$(-)(+)$	$-$	$-\div+$	$-$
$(-)(-)$	$+$	$-\div-$	$+$

Tabla 1.1. Ley de los signos para la multiplicación y división

En la Tabla 1.1 se muestra que el producto y división de dos cantidades es positivo si ambas tienen el mismo signo, en caso contrario el producto o división es negativo.

Ejemplo 1.2.3. *Verifique y escriba la regla aplicada en los siguientes casos.*

1. $(2)(3) = \boxed{}$ ______________________________
2. $(10)(-4) = \boxed{}$ ______________________________
3. $(-6)(4) = \boxed{}$ ______________________________
4. $(-10)(-5) = \boxed{}$ ______________________________
5. $30 \div 2 = \boxed{}$ ______________________________
6. $-20 \div 4 = \boxed{}$ ______________________________
7. $100 \div (-4) = \boxed{}$ ______________________________

8. $-100 \div (-4) = \boxed{}$ ____________________

Ejemplo 1.2.4. *Un ganadero de la colonia* El Serrano *de la ciudad de Nueva Guinea desea repartir 60 vacas entre sus 5 hijos.*

Reflexione y resuelva.

a) ¿Cuántas vacas le corresponde a cada uno? Realice la operación.

b) Uno de los hijos quiere vender la herencia (cada vaca está valorada en 10,000 córdobas), ¿cuánto dinero obtiene por la venta?

SECCIÓN 1.3

Fracciones

Recuerda que

Una fracción es un número escrito en forma de un cociente $\frac{a}{b}, b \neq 0$, es decir, como un número dividido por otro.

Ejemplo 1.3.1. *Los números:* $\frac{1}{3}, \frac{10}{2}, \frac{200}{300},$ *son fracciones.*

Recuerda que

Toda fracción está compuesta por un numerador y un denominador. Baldor (1998) explica que "El denominador indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal, y el numerador cuantas de esas partes se toman" (p. 233).

Ejemplo 1.3.2. *Numerador y denominador*

En la fracción $\frac{3}{5}$, 3 *es el numerador y* 5 *el denominador.*

Recuerda que

La clasificación de las fracciones se pueden dar a partir de las siguientes relaciones:

- **Según la relación entre el numerador y denominador:** fracción propia y fracción impropia.

  Una fracción es propia si el denominador es mayor que el numerador $\frac{a}{b}, b > a$. Una fracción es impropia si el numerador es mayor que el denominador $\frac{a}{b}, a < b$.

- **Según la escritura del denominador:** fracciones homogéneas y fracciones heterogéneas.

  Dos o más fracciones son homogéneas si tienen el mismo denominador. Dos o más fracciones son heterogéneas si tienen diferentes denominadores.

Ejemplo 1.3.3. *Escriba el tipo de fracción que corresponde en cada caso:*

1. $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}$ ____
2. $\frac{10}{200}, \frac{3}{40}$ ____
3. $\frac{60}{4}, \frac{8}{3}$ ____
4. $\frac{1}{4}, \frac{9}{4}, \frac{3}{4}$ ____
5. $\frac{1}{9}, \frac{7}{2}, \frac{1}{8}$ ____
6. $\frac{2}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}$ ____

SECCIÓN 1.4

Ejercicios propuestos

Resolver los siguientes problemas

1. Mónica parte en la escalera desde la planta primera planta de su casa. Primeramente, sube 5 escalones, después baja 3, sube 5, baja ,6 sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué escalón está?
2. Juan debe 440 córdobas a un taller por la reparación de su moto. Si abona 350 córdobas, ¿cuánto debe?
3. En una planta de refrigeración de carne del matadero Amerrisques de Juigalpa Chontales, el termómetro marcaba $14°C$ bajo cero a las 8 de la mañana; al medido día la temperatura había subido 10 grados y a las 7:00 p.m. había bajado 5 grados respecto al mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?
4. El día 28 de enero, el termómetro marcó en Estelí una mínima de $-12°C$ y en Jinotega llegó a una máxima de $25°C$. ¿Cuál fue la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?
5. Un depósito de agua potable de 10,000 litros está lleno. Cada día entran 2,000 litros y salen 3,000 litros. Indica el tiempo que tardará en vaciarse.
6. Un barco está hundido a unos 200 metros de profundidad. Se reflota a una velocidad de 2 metros por minuto. ¿A qué profundidad estará al cabo de una hora?
7. Jaime tiene una deuda y decide pagar 1,200 córdobas cada mes. ¿Cuál era el importe de la deuda si tarda 10 meses en saldarla?
8. La fosa marina de Mindanao tiene una profundidad de 11,040 metro, y la fosa marina de Java, de 7,250 metros. Calcula la diferencia entre la más y la menos profunda. Calcula también la diferencia entre la menos y la más profunda.
9. Un repartidor de pizzas gana 360 córdobas cada día y gasta, por término medio, 50 en gasolina y 200 en reparaciones de la moto. Si además recibe 15 córdobas de propina, ¿cuánto ahorra diariamente?
10. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de $9°C$ cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire ha variado $-81°C$?
11. En un almacén tuvieron 3,400 córdobas de beneficio en el primer mes, perdieron 837 córdobas en el segundo mes y ganaron 2,800 córdobas en el tercer mes. ¿Tuvieron ganancias o pérdidas durante el trimestre?, ¿a cuánto ascendieron?
12. Un avión vuela a 8,000 m de altura. Sube 1,000 m para evitar una tormenta y luego desciende hasta los 2,600 m, ¿cuántos metros ha descendido el avión?
13. ¿Cuántos años transcurren desde 234 a. C. a 1967 d.C.?
14. Un depósito se abastece de agua mediante un grifo que se abre cada día, automáticamente, durante un cuarto de hora, y aporta un caudal de 15 litros por minuto. Después, se conecta, durante hora y media, a un sistema de riego que demanda un caudal de 3 litros por minuto.

    a) Calcula cuánto gana o pierde el depósito al día

    b) Calcula la cantidad de agua que debe contener hoy, al iniciar el día, para que el riesgo se mantenga durante un mes.

Sesión 2: Operaciones con fracciones

Contenidos

- Fracciones: tipos de fracciones y operaciones con fracciones
- Aplicaciones

Objetivos de aprendizaje

- Identificar los tipo de fracciones en las operaciones.
- Realizar operaciones con fracciones.
- Recrear y resolver situaciones del entorno utilizando operaciones con fracciones.
- Asumir valores institucionales como el respeto, la responsabilidad y la ética en el desarrollo de las temáticas.
- Valorar la importancia de las fracciones en la vida cotidiana.

SECCIÓN 1.5

Operaciones con fracciones

A continuación se presentan las reglas para evaluar operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios.

1.5.1. Suma y resta de fracciones

Recuerda que

Para sumar dos o más fracciones, fijamos nuestra atención en los denominadores, como se describe a continuación:

i. Si las fracciones tienen el mismo denominador, solo se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{f} + \frac{b}{f} = \frac{a+b}{f} \quad \text{o bien} \quad \frac{a}{f} - \frac{b}{f} = \frac{a-b}{f}, \quad f \neq 0 \tag{1.5.1}$$

ii. Si los denominadores de las fracciones son distintos, se extrae el mínimo común denominador y se efectúa la operación de suma o resta.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd}, \quad b \text{ y } d \neq 0 \tag{1.5.2}$$

Ejemplo 1.5.1. *Verifique y explique los siguientes algoritmos utilizados.*

1. $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{1+5}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

2. $\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=\frac{1-7}{2}=-\frac{6}{2}=-3$

3. $\frac{1}{3}+\frac{10}{3}-\frac{5}{3}=\frac{6}{3}=2$

4. $\frac{7}{5}-\frac{3}{4}$

   Solución: *Se calcula el mínimo común denominador de 5 y 4 (que es 20) y se opera como sigue:*

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{4(7)-5(3)}{20}=\frac{28-15}{20}=\frac{13}{20}$$

5. $\frac{2}{3}+\frac{7}{9}=\frac{2(3)+7(1)}{9}=\frac{6+7}{9}=\frac{13}{9}$

6. $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\right) &= \frac{1}{2}-\left[\frac{5(1)-3(3)}{15}\right]=\frac{1}{2}-\left(\frac{5-9}{15}\right)=\frac{1}{2}-\left(-\frac{4}{15}\right)=\frac{1}{2}+\frac{4}{15}\\ &= \frac{15(1)+2(4)}{30}=\frac{15+8}{30}=\frac{23}{30}\end{aligned}$$

1.5.2. Multiplicación de fracciones

Recuerda que

Para multiplicar fracciones no importa que los denominadores sean iguales o distintos, ya que, la multiplicación es el producto directo de numerador con numerador partido por el producto directo de denominador con denominador.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d} \tag{1.5.3}$$

Ejemplo 1.5.2. *Verifique y explique los siguientes algoritmos utilizados.*

1. $\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{12}{35}$

2. $\left(\frac{10}{3}\right)\left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{(10)(-2)}{(3)(5)} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3}$

3. $\frac{5}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9}$

1.5.3. División de fracciones

Recuerda que

Para dividir fracciones se multiplica la fracción del dividendo con el inverso multiplicativo del divisor.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \tag{1.5.4}$$

Ejemplo 1.5.3. *Verifique y explique los siguientes algoritmos utilizados.*

1. $\frac{6}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{6}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{\cancel{42}^{\,14}}{\cancel{15}_{\,5}} = \frac{14}{5}$

2. $\frac{13}{4} \div \frac{15}{7} = \frac{13}{4} \times \frac{7}{15} = \frac{91}{60}$

SECCIÓN 1.6

Aplicaciones con números fraccionarios

A continuación se resuelven algunas aplicaciones que involucran la suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios.

1. Un estudiante de la universidad URACCAN corre $\frac{9}{2}\,km$ el lunes, $\frac{26}{3}\,km$ el martes, $10\,km$ el miércoles y $\frac{5}{8}\,km$ el jueves. ¿Cuánto ha recorrido en los cuatro días?

   Solución: La distancia recorrida en los cuatro días es la suma de las distancias recorridas en cada día, sea d la distancia que ha recorrido en los cuatro días.

$$\begin{aligned} d &= \frac{9}{2} + \frac{26}{3} + 10 + \frac{5}{8} = \frac{12(9) + 8(26) + 24(10) + 3(5)}{24} \\ &= \frac{108 + 208 + 240 + 15}{24} = \frac{571}{24} = 23\,\frac{19}{24}\,km \end{aligned}$$

   ¿Por qué el resultado final se representa como $23\,\frac{19}{24}\,km$?

2. Compré tres sombreros a $\$\dfrac{13}{5}$ cada uno y seis camisas a $\$\dfrac{15}{4}$ cada una. Si pago con un billete de $50, ¿cuánto me devuelven?

   Solución: Llamaremos V al vuelto, el cual está dado por:

$$
\begin{aligned}
V &= 50-\left[3\left(\frac{13}{5}\right)+6\left(\frac{15}{4}\right)\right]=50-\left(\frac{39}{5}+\frac{90}{4}\right)=50-\left[\frac{4(39)+5(90)}{20}\right]\\
&= 50-\left(\frac{156+450}{20}\right)=50-\frac{606}{20}=\frac{20(50)-1(606)}{20}=\frac{1000-606}{20}\\
&= \frac{394}{20}=\frac{197}{10}=\$19\ \frac{7}{10}
\end{aligned}
$$

3. Debo $183 y pago $\$\dfrac{296}{7}$. ¿Cuánto me falta por pagar?

   Solución: La cantidad que me falta por pagar (FP) es la diferencia de lo que debo y lo que he pagado.

$$
FP = 183-\frac{296}{7}=\frac{7(183)-296}{7}=\frac{1,281-296}{7}=\frac{985}{7}=\$140\ \frac{5}{7}
$$

4. A $\$\dfrac{25}{11}$ el kilo de una mercancía, ¿cuántos kilos puedo comprar con $80?

   Solución: Sea k la cantidad de kilos que se pueden comprar con los $80.

$$
k = 80\div\frac{25}{11}=80\times\frac{11}{25}=\frac{880}{25}=\frac{176}{5}=35\ \frac{1}{5}\text{ kilos}
$$

5. Se cuenta que tres hermanos discutían acerca de un lote de 35 camellos que habían recibido como herencia a la muerte de su padre. Según la voluntad de éste, uno de de los hijos debía recibir la mitad de los camellos, otro una tercera parte y el más joven una novena parte. ¿Cuántos camellos le tocarían a cada uno? Un amigo que oía la discusión y quería aprovecharse de la situación dio una solución. ¿Cuál crees tú que sería la solución, cumpliendo con la voluntad del padre?

   Solución: Al resolver el problema directamente nos damos cuenta que, por ejemplo, el primero debía recibir $\dfrac{35}{2}=17.5$ camellos, cosa que no es posible, pues no podemos darles la mitad de un camello. El amigo que escuchó la discusión, rápidamente pensó en prestar un camello para completar 36 y los repartió con la voluntad del padre y asignó:

   Al primero: $36\left(\dfrac{1}{2}\right)=18$

   Al segundo: $36\left(\dfrac{1}{3}\right)=12$

   Al tercero: $36\left(\dfrac{1}{9}\right)=4$

   En total asigna entre los hermanos 34 camellos, así que regresa el que prestó y él se queda con el que sobró, en total suman los 36.

SECCIÓN 1.7

Ejercicios propuestos

Operaciones con fracciones

1. $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$
2. $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$
3. $\frac{7}{11}+\frac{3}{11}+\frac{12}{11}$
4. $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{7}{4}+\frac{5}{4}$
5. $\frac{5}{7}+\frac{8}{7}+\frac{10}{7}+\frac{15}{7}$
6. $\frac{3}{17}+\frac{8}{17}+\frac{11}{17}+\frac{23}{17}$
7. $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$
8. $\frac{5}{8}+\frac{11}{64}$
9. $\frac{5}{4}+\frac{7}{8}+\frac{1}{16}$
10. $\frac{7}{11}+\frac{3}{15}+\frac{2}{5}$
11. $\frac{3}{5}+\frac{7}{4}+\frac{11}{16}$
12. $\frac{3}{21}+\frac{1}{2}+\frac{2}{49}$
13. $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$
14. $\frac{3}{7}+\frac{8}{49}+\frac{21}{10}+\frac{6}{15}$
15. $3\,\frac{1}{4}+5\,\frac{3}{4}$
16. $8\,\frac{3}{7}+6\,\frac{5}{7}$
17. $9\,\frac{3}{5}+4\,\frac{1}{10}$
18. $1\,\frac{1}{100}+1\,\frac{1}{10}$
19. $7\,\frac{9}{55}+8\,\frac{13}{44}$
20. $5\,\frac{3}{4}+6\,\frac{1}{3}+8\,\frac{1}{12}$
21. $2\,\frac{1}{15}+4\,\frac{1}{10}+8\,\frac{3}{25}$
22. $3\,\frac{1}{160}+2\,\frac{1}{45}+4\,\frac{7}{60}+1\,\frac{1}{800}$
23. $7+\frac{8}{7}$
24. $14+\frac{6}{9}$
25. $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}$
26. $\frac{11}{14}-\frac{5}{14}$
27. $\frac{7}{8}-\frac{1}{8}-\frac{5}{8}$
28. $\frac{11}{12}-\frac{7}{12}-\frac{4}{12}$
29. $\frac{22}{25}-\frac{5}{25}-\frac{10}{25}$
30. $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{5}{8}$
31. $\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$
32. $\frac{19}{36}-\frac{7}{80}-\frac{11}{90}$
33. $8-\frac{2}{3}$
34. $9-\frac{9}{10}$
35. $13-\frac{6}{8}$
36. $6\,\frac{5}{6}-3\,\frac{1}{16}$
37. $11\,\frac{3}{8}-5\,\frac{1}{24}$
38. $401\,\frac{11}{51}-400\,\frac{9}{17}$
39. $\frac{3}{8}-\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)$

40. $4\,\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)$
41. $\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)$
42. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{6}$
43. $\left(\frac{6}{14} + \frac{3}{7}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$
44. $\left(20 - \frac{1}{10}\right) - \left(8 - \frac{1}{25}\right)$
45. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$
46. $\frac{18}{15} \times \frac{9}{36}$
47. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{1}{8}$
48. $\frac{3}{5} \times \frac{17}{19} \times \frac{5}{34} \times \frac{38}{75}$
49. $1\,\frac{1}{2} \times 1\,\frac{2}{3}$
50. $1\,\frac{2}{7} \times 1\,\frac{5}{9} \times 2\,\frac{1}{6} \times 2\,\frac{4}{7}$
51. $2\,\frac{4}{39} \times 2\,\frac{1}{6} \times 1\,\frac{1}{41} \times 4\,\frac{1}{3} \times 2\,\frac{4}{7}$
52. $6\,\frac{1}{3} \times -2\,\frac{1}{4} \times 3\,\frac{1}{5} \times 2\,\frac{1}{19}$
53. $\frac{3}{5} \div \frac{7}{10}$
54. $\frac{21}{30} \div \frac{6}{7}$
55. $\frac{30}{41} \div \frac{3}{52}$
56. $\frac{150}{136} \div \frac{135}{180}$
57. $8 \div \frac{1}{2}$
58. $15 \div \frac{3}{4}$
59. $7 \div \frac{3}{5}$
60. $\frac{13}{50} \div 39$
61. $\frac{81}{97} \div 18$
62. $1\,\frac{1}{2} \div 2\,\frac{1}{3}$
63. $7\,\frac{1}{6} \div 8\,\frac{1}{7}$
64. $\left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{3}{2}$
65. $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{30}\right) \div \frac{1}{6}$
66. $\left(4 - \frac{1}{3}\right) \div \frac{11}{6}$
67. $\frac{3}{5} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)$
68. $\frac{5}{6} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{6}{5}\right)$
69. $\left(\frac{5}{8} \times \frac{10}{50}\right) \div 10\,\frac{1}{12}$
70. $\left(10 \div \frac{5}{6}\right) \div 10\,\frac{9}{32}$

Problemas con fracciones

1. Una plancha de $\frac{1}{4}$ de pulgada de espesor se atornilla a otra de $\frac{5}{8}$ pulgadas. ¿Cuál es el espesor de la doble plancha?
2. Si se coloca un libro de $\frac{1}{2}$ pulgada de espesor sobre otro libro de $\frac{7}{8}$ pulgadas, ¿cuál es el espesor de los dos juntos?
3. Una barra redonda de hierro de $\frac{7}{8}$ pulgadas de diámetro está revestida de una lámina de latón de $\frac{1}{32}$ pulgadas de espesor. ¿Cuál es el diámetro de la barra con su revestimiento?
4. Tengo cuatro cuerdas de $14\,\frac{1}{4}$ metros, 12 metros, $14\,\frac{1}{4}$ metros y 12 metros respectivamente. Despreciando lo que se gasta para añadirlas, ¿de qué largo puedo formar con ellas una sola?

5. Isabel tenía una cinta de $\frac{7}{8}$ de vara y gastó $\frac{1}{2}$ vara para adornar un traje. ¿Cuánta cinta le quedó?

6. Mi casa dista $\frac{7}{8}$ de legua de aquí y mi tienda dista $\frac{3}{4}$ de legua de aquí, en la misma dirección. ¿Qué distancia hay de mi casa a mi tienda?

7. Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$. ¿Qué parte de mi dinero me queda?

8. Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto en cada hora. ¿Cuánto adelantará en 5 horas, en medio día, en una semana?

9. Tengo $86. Si compro 3 libros en $\$1\,\frac{1}{8}$ cada uno y seis objetos de $\$\frac{7}{8}$ cada uno, ¿cuánto me queda?

10. Compré 6 caballos a $\$8,000\,\frac{1}{5}$ cada uno y los vendí a $\$9,000\,\frac{3}{10}$ cada uno. ¿Cuánto gané?

11. A $\$\frac{7}{8}$ el kg de una mercancía, ¿cuánto valen $8\,kg$, $12\,kg$?

12. Si una soga de 40 metros de longitud se cortan tres partes iguales de $5\,\frac{2}{3}$ metros de longitud, ¿cuánto falta a lo que queda para tener $31\,\frac{5}{8}$ metros?

13. Pepé está haciendo una cometa y necesita una varilla de $6\,\frac{3}{4}$ pulgadas. Si la corta de una varilla de 18 pulgadas, ¿cuál es el largo de la que queda?

14. Elvira tenía 22 pulgadas de cinta y empleó $14\,\frac{1}{2}$ pulgadas para unos adornos. ¿Cuánta cinta le quedó?

15. Salí para un viaje de 28 leguas, y en el primer medio día anduve $7\,\frac{1}{4}$ leguas. ¿Cuántas leguas me quedaban para terminar el viaje?

16. Una modista tenía $14\,\frac{1}{4}$ metros de seda, de los cuales gastó $8\,\frac{3}{4}$ metros. ¿Cuántos metros le quedaron?

17. ¿Cuál es el perímetro del suelo de un cuarto que tiene $16\,\frac{1}{8}$ pies de largo y $14\,\frac{1}{2}$ pies de ancho?

18. Luisa lleva al mercado un canasto que pesa $2\,\frac{1}{8}$ libras. Si compra $3\,\frac{1}{2}$ libras de carne, 2 libras de azúcar y $1\,\frac{1}{4}$ libras de manteca, ¿cuánto peso tiene que llevar a su casa?

19. Paquito tiene $4\,\frac{1}{8}$ pies de alto, y a Pedro le faltan 4 pulgadas para tener el mismo alto. ¿Cuál es la altura de Pedro?

20. Juan tiene $11\,\frac{2}{3}$ años, Martha es $\frac{1}{2}$ año mayor que Juan, y Tomás es $1\,\frac{1}{4}$ menor que Martha. ¿Qué edad tiene Tomás?

21. En un estadio de béisbol $\frac{2}{3}$ de los aficionados apoyan al equipo local, si el número de asistentes es de 6,300 personas, ¿cuántas apoyan al equipo visitante?

22. A un cuadro de pintura se le puso un vidrio de $37\,\frac{1}{8}$ pulgadas de largo por $23\,\frac{1}{4}$ pulgadas de ancho, y un marco que cubría por todos los lados $\frac{3}{8}$ de pulgadas del vidrio, ¿cuáles eran el largo y el ancho del vidrio que quedaba visible?

23. Una tubería consta de un tubo de $74\,\frac{1}{2}$ pulgadas de largo, uno de $63,\,\frac{7}{8}$ pulgadas, uno de 122 pulgadas, y uno de largo igual a la mitad del de éste último. ¿Cuál es el largo de la tubería?

24. Un hombre vendió $\frac{1}{2}$ de una caja de naranjas por la mañana, $\frac{1}{3}$ por la tarde y $\frac{1}{8}$ por la noche. ¿Qué fracción de la caja le quedó?

25. Medido cinco botes de aceite, se halló que el primero contenía $4\,\frac{1}{4}$ cuartillos, el segundo $4\,\frac{3}{8}$, el tercero $4,\,\frac{7}{16}$, el cuarto $4\,\frac{5}{32}$ y el quinto $2\,\frac{2}{3}$. ¿Cuánto aceite había por todo?

26. Tenía para vender 336 hectáreas de tierra y he vendido $\frac{3}{8}$ de ella. ¿Cuánto he vendido?, ¿cuántas hectáreas de tierra me quedan?

27. Debo hacer un viaje de 117 kilómetros. Después de haber hecho $\frac{5}{9}$ del viaje. ¿Cuánto me queda por andar?

28. Si una lámina metálica tiene $\frac{1}{16}$ pulgadas de espesor, ¿cuántas láminas hay que superponer para obtener un espesor de $\frac{3}{16}$ pulgadas?

29. Si una bicicleta anda a razón de 1 kilómetro en $\frac{1}{8}$ de hora, ¿cuántos kilómetros recorrerá en $3\,\frac{1}{8}$ horas?

30. ¿Cuántas toallas de $\frac{5}{8}$ de vara de largo pueden hacerse de un corte de género de $11\,\frac{1}{4}$ varas, despreciando lo que se doble en los extremos para bastillas?

31. Juan tiene 12 años y Pablo 18. ¿Qué parte de la edad de Pablo es la de Juan?

32. Pablo tiene 18 años y su tío 54, ¿qué parte de la edad de su tío es la de Pablo?

33. Si Juan tiene 12 años y Pablo 18, ¿qué parte de la edad de Pablo era la de Juan hace 6 años?

34. Si en varias escuelas hay 85 niñas, y las niñas son los $\frac{5}{9}$ del número total de alumnos, ¿cuántos alumnos hay?

35. Un padre dejó $\frac{3}{5}$ de su fortuna a uno de sus hijos, quién recibió \$3,210. ¿Cuál era la fortuna del padre?

UNIDAD 2

Razones y proporciones

Sesión 3: Razones y proporciones

Contenidos

- Razones y proporciones
- Extremos y medios de una proporción
- Regla de tres simple
- Método práctico para resolver reglas de tres simple
- Aplicaciones

Objetivos de aprendizaje

- Definir razón y proporción, regla de tres simple.
- Interpretar regla de tres simple y compuesta.
- Calcular extremos y medios usando razones y proporciones.
- Recrear situaciones de su entorno y resolverlas usando regla de tres simple.
- Reflexionar sobre la relevancia del dominio de las razones, proporciones y reglas de tres.

SECCIÓN 2.1

Razones

Ejemplo 2.1.1. *Problema inicial*

En el recinto Las Minas en una de las aulas de clase la población estudiantil está clasificada de la siguiente manera: 20 mestizos, 4 mayangnas y 2 creoles.

Con base al problema reflexione:

a) Compare la cantidad de estudiantes mestizos con relación a mayangnas
b) Compare la cantidad de estudiantes mayangnas con relación a creoles
c) Compare la cantidad de estudiantes mayangnas con relación a los mestizos

Recuerda que

Razón es el resultado de comparar dos cantidades. La razón aritmética de x a y se escribe: $x : y, x/y, x$ a y, donde x es el antecedente e y el consecuente.

Ejemplo 2.1.2. *Razón en la vida cotidiana.*

1. *En una de las aulas del curso propedéutico se tienen 35 varones y 5 mujeres para optar a la carrera de ingeniería civil.*

   a) Compare la cantidad de estudiantes varones con relación a las mujeres e interprete el valor obtenido.

   Solución: *La relación es* $35 : 5 = \dfrac{7}{1}$

   Por cada siete varones que ingresan al curso propedéutico para estudiar ingeniería civil, entra una mujer.

   b) Compare la cantidad de estudiantes mujeres con relación a los varones e interprete el valor obtenido.

   Solución: *La relación es* $5 : 35 = \dfrac{1}{7}$

   Por cada mujer que ingresa al curso propedéutico para estudiar ingeniería civil, entran siente varones.

   Reflexione: ¿Por qué sucede esto?

SECCIÓN 2.2

Proporciones

Recuerda que

Una proporción es la igualdad de dos razones aritméticas.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o bien} \quad a : b :: c : d$$

donde a y d son los extremos y b y c son los medios. El producto de los extremos es igual con el producto de los medios.

Ejemplo 2.2.1. *Hallar el término desconocido.*

1. $\frac{8}{6} = \frac{4}{x}$

   Solución: $8x = (6)(4) \quad \Rightarrow \quad 8x = 24 \quad \therefore \quad x = \frac{24}{8} = 3$

2. $\frac{9}{x} = \frac{3}{4}$

   Solución: $3x = (9)(4) \quad \Rightarrow \quad 3x = 36 \quad \therefore \quad x = \frac{36}{3} = 12$

SECCIÓN 2.3

Regla de tres

Ejemplo 2.3.1. *Problema inicial*

Se desarrollaron tres talleres para reflexionar sobre los valores institucionales de URACCAN *a los estudiantes del curso propedéutico en donde han participado 60 estudiantes. Posteriormente, la universidad ha planificado realizar cinco talleres.*

Reflexione con base al problema:

a) ¿Cuántos estudiantes participarán en los cinco talleres planificados?

b) ¿Cuáles son los valores de la universidad URACCAN?

La regla de tres es muy usada para resolver diversos problemas de la vida cotidiana, tanto que muchas personas quieren resolver cualquier situación real usando reglas de tres, uno de los errores más comunes es resolver problemas de física que involucran distancias y velocidad usando regla de tres. Para evitar este tipo de situaciones como las descritas anteriormente, centramos nuestro interés en definir regla de tres simple y compuesta.

Recuerda que

La regla de tres es una operación cuyo propósito es hallar el cuarto término de una proporción, cuando se conocen tres.

2.3.1. Regla de tres simple

Recuerda que

La regla de tres es simple si en ella intervienen dos magnitudes. Con el fin de resolver una regla de tres simple, se identifica el supuesto y la pregunta.

Recuerda que

En una regla de tres el supuesto está constituido por los datos conocidos del problema y la pregunta por los datos de la parte del problema que contiene la incógnita.

Ejemplo 2.3.2. *Si 5 libros cuestan 3, 000 córdobas, ¿cuánto costarán 15 libros?*

Solución: *El supuesto está constituido por 5 libros y 2000 córdobas, la pregunta está compuesta por 15 libros y x córdobas.*

2.3.2. Método para resolver regla de tres

La regla de tres se puede resolver por cualquiera de los tres métodos:

- Método de reducción a la unidad
- Método de las proporciones
- Método práctico

2.3.2.1. Método práctico

Este método no es el más utilizado; pero si es el más práctico para resolver cualquier situación que involucre regla de tres simple o compuesta, veamos a continuación la descripción del método.

Partimos escribiendo el supuesto y la pregunta, comparamos cada una de las magnitudes con la incógnita (suponiendo que las demás magnitudes permanecen constantes), para ver si son directa o inversamente proporcionales con las incógnita.

A las magnitudes que sean directamente proporcionales con la incógnita se les pone debajo un signo $+$ y encima un signo $-$, a las magnitudes que sean inversamente proporcionales con la incógnita se les pone debajo un signo $-$ y encima un signo $+$.

El valor de la incógnita x será igual al valor conocido de su misma especie (al cual siempre se le pone $+$), multiplicado por todas las cantidades que llevan el signo $+$, partiendo este producto por el producto de las cantidades que llevan el signo $-$.

Dos magnitudes son directamente proporcionales si, la primera aumenta, también aumenta la segunda o viceversa. Son inversamente proporcionales si la primera aumenta la segunda disminuye o viceversa.

Ejemplo 2.3.3. *Magnitudes directamente proporcionales*

La cantidad de habitantes en una población y la cantidad de alimentos demandados son dos magnitudes directamente proporcionales, pues a más población más alimentos demandados, a menos población menos alimentos demandados.

Ejemplo 2.3.4. *Magnitudes inversamente proporcionales*

La cantidad de personas en una familia y la calidad de vida son magnitudes inversamente proporcionales. Si la cantidad de personas en la familia aumenta, la calidad de vida disminuye; si la cantidad de personas disminuye la calidad de vida aumenta.

A continuación se resuelven algunas reglas de tres simples y compuestas aplicando el método práctico.

1. Si 5 libros cuestan 3,000 córdobas, ¿Cuánto costarán 15 libros?

   Solución: Empezamos escribiendo el supuesto y la pregunta.

   $$\begin{array}{lcc} & - & + \\ \text{Supuesto:} & 5 \text{ libros} & 3{,}000 \text{ córdobas} \\ \text{Pregunta:} & 15 \text{ libros} & x \text{ córdobas} \\ & + & \end{array}$$

   Comparamos: A más libros más córdobas, estas magnitudes son directamente proporcionales; ponemos + debajo de libros y − encima; ponemos + a 3,000 córdobas. El valor de x es el producto de 3,000 con 15, que son las que tienen signo +, partido por 5 que tiene −.

   $$x = \frac{3000 \times 15}{5} = C\$9,000$$

2. Cuatro hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la obra 7 hombres?

   Solución: Empezamos escribiendo el supuesto y la pregunta.

   $$\begin{array}{lcc} & + & + \\ \text{Supuesto:} & 4 \text{ hombres} & 12 \text{ días} \\ \text{Pregunta:} & 7 \text{ hombres} & x \text{ días} \\ & - & \end{array}$$

   Comparamos: A más hombres, menos días; estas magnitudes son inversamente proporcionales; ponemos − debajo de hombres y + arriba; ponemos + a 12 días.

   $$x = \frac{12 \times 4}{7} = 6\,\frac{6}{7} \text{ días}$$

SECCIÓN 2.4

Ejercicios propuestos

1. $8 : x :: 16 : 4$
2. $\dfrac{2}{x} = \dfrac{10}{25}$
3. $7 : 3 :: 21 : x$
4. $\dfrac{x}{4} = \dfrac{6}{12}$
5. $\dfrac{1}{9} = \dfrac{10}{x}$
6. $\dfrac{x}{8} = \dfrac{2}{x}$
7. $\dfrac{9}{x} = \dfrac{x}{4}$
8. $x : 8 :: 45 : 20$
9. $x : 16 :: 4 : 8$
10. $(x+1) : 40 :: 2 : 16$

Razones y proporciones

Regla de tres simple

1. Juan escucha radio URACCAN-Siuna durante 30 minutos, lapso en el que hay 7 minutos de anuncios comerciales; si escucha la radio durante 120 minutos, ¿cuántos minutos de anuncios escuchará?
2. Una piscina se llena en 10 horas con una llave que arroja 120 litros de agua por minuto, ¿cuántos minutos tardará para llenarse si esta llave arrojara 80 litros del líquido?
3. Se desea plantar árboles dispuestos en 30 filas, de modo que cada fila tenga 24 de éstos. Si se colocan los mismos árboles en 18 filas, ¿cuántos se tendrán por fila?
4. Un microbús cobra a una persona $17.50 de pasaje por una distancia de 21 kilómetros, ¿cuánto pagará otra persona, cuyo destino está a 51 kilómetros de distancia?
5. Se compraron 40 kg de dulces para repartirlos equitativamente entre 120 niños. ¿Cuántos kilogramos se necesitarán para un grupo de 90 pequeños?
6. Un albañil gana $1,500 mensuales. ¿Cuánto recibe por 20 días?
7. Doña Leda Carrillo tiene una pastelería y sabe que para hacer un pastel de fresas para 8 personas utiliza 2 kg de azúcar, ¿qué cantidad de azúcar utilizará si le encargan un pastel, también de fresas, que alcance para 24 personas?
8. Si un automóvil hizo 9 horas durante un recorrido de 750 kilómetros, ¿qué tiempo empleará en recorrer 2,250 kilómetros si su velocidad es constante?
9. Si 4 libros cuestan 20 córdobas, ¿cuánto costarán 3 docenas de libros?
10. Si una vara de $2.15\,m$ de longitud da una sombra de $6.45\,m$, ¿cuál será la altura de una torre cuya sombra, a la misma hora, es de $51\,m$?
11. Si media docena de una mercancía cuestan 14.50 córdobas, ¿cuánto importarán 5 docenas de la misma?
12. Los $\dfrac{3}{7}$ de la capacidad de un estanque son $8,136$ litros. Hallar la capacidad del estanque.
13. Una cuadrilla de obreros emplea 14 días, trabajando 8 horas diarias, en realizar cierta obra. Si hubiera trabajado una hora menos al día, ¿en cuántos días habrían terminado la obra?
14. 9 hombres pueden hacer una obra en 5 días. ¿Cuántos hombres más harían falta para hacer la obra en un día, ¿cuántos hombres menos para hacerla en 15 días?

Sesión 4: Regla de tres compuesta y tanto por ciento

Contenidos

- Regla de tres compuesta.
- Tanto por ciento de una cantidad.
- Aplicaciones

Objetivos de aprendizaje

- Definir regla de tres compuesta y tanto por ciento de una cantidad.
- Interpretar la regla de tres compuesta y el tanto por ciento de una cantidad.
- Recrear situaciones de su entorno y resolverlas utilizando regla de tres compuesta y tanto por ciento.
- Reflexionar sobre la relevancia del dominio de regla de tres compuesta y tanto por ciento.

SECCIÓN 2.5

Regla de tres compuesta

Recuerda que

La regla de tres es compuesta, si en ella intervienen al menos tres magnitudes.

1. Tres hombres trabajando 8 horas diarias han hecho 80 metros de una obra en 10 días. ¿Cuántos días necesitaran 5 hombres trabajando 6 horas diarias para hacer 60 metros de la misma obra?

   Solución: Escribimos el supuesto y la pregunta.

$$
\begin{array}{lcccc}
 & + & + & - & + \\
\text{Supuesto:} & 3 \text{ hombres} & 8 \text{ h. diarias} & 80\,m & 10 \text{ días} \\
\text{Pregunta:} & 5 \text{ hombres} & 6 \text{ h. diarias} & 60\,m & x \text{ días} \\
 & - & - & + &
\end{array}
$$

   Comparamos: A más hombres, menos días; ponemos $-$ debajo de hombres y $+$ encima; a más horas diarias de trabajo, menos días en hacer la obra: ponemos $-$ debajo de horas diarias y $+$ encima; a más metros, más días, ponemos más debajo de metros y $-$ encima; ponemos $+$ a 10 días.

$$x = \frac{10 \times 60 \times 8 \times 3}{80 \times 6 \times 5} = 6\,\text{días}$$

2. Una cuadrilla de obreros ha hecho una obra en 20 días trabajando 6 horas diarias. ¿En cuántos días habrían hecho la obra si hubieran trabajado 8 horas diarias?

   Solución: Igual que los ejercicios anteriores, escribimos el supuesto, la pregunta y comparamos las magnitudes con la incógnita.

$$\begin{array}{lcc} & + & + \\ \text{Supuesto:} & 20\text{ días} & 6\text{ horas diarias} \\ \text{Pregunta:} & x\text{ días} & 8\text{ horas diarias} \\ & & - \end{array}$$

$$x = \frac{20 \times 6}{8} = 15\,\text{días}$$

3. Una guarnición de 1600 hombres tiene víveres para 10 días a razón de 3 raciones diarias cada hombre. Si se refuerzan con 400 hombres, ¿cuántos días durarán los víveres si cada hombre toma 2 raciones diarias?

   Solución: Escribimos el supuesto y la pregunta.

$$\begin{array}{lccc} & + & + & + \\ \text{Supuesto:} & 1600\text{ hombres} & 10\text{ días} & 3\text{ rac. diarias} \\ \text{Pregunta:} & 2000\text{ hombres} & x\text{ días} & 2\text{ rac. diarias} \\ & - & & - \end{array}$$

   Comparamos: A más hombres, suponiendo que las raciones no varían, menos días duraran los víveres: ponemos signo $-$ debajo de los hombres y $+$ encima; a más raciones diarias, suponiendo que el número de hombres no varía, menos días duraran los víveres: ponemos signo $-$ debajo de raciones y signo $+$ encima; además ponemos $+$ en 10 días.

$$x = \frac{1600 \times 10 \times 3}{2000 \times 2} = 12\,\text{días}$$

4. Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de \$20. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

   Solución: Escribimos el supuesto y la pregunta.

$$\begin{array}{lccc} & - & - & + \\ \text{Supuesto:} & 9\text{ g} & 10\text{ h} & \$20 \\ \text{Pregunta:} & 15\text{ g} & 12\text{ h} & x \\ & + & + & \end{array}$$

   Comparamos: A más grifos abiertos, incrementa el pago, a menos grifos abiertos, menos debemos pagar, así que estas cantidades son directamente proporcionales con la incógnita, entonces ponemos signo $+$ debajo de grifos y $-$ encima.

Nuevamente, a más horas diarias, más es la cantidad que debemos pagar y a menos horas diarias, menos es la cantidad a pagar, así éstas son directamente proporcionales, por tanto, ponemos un signo $+$ debajo de horas y un signo $-$ encima; además ponemos $+$ en \$20 .

$$x = \frac{(15\,\cancel{g})(12\,\cancel{h})(\$20)}{(9\,\cancel{g})(10\,\cancel{h})} = \$40$$

El precio a pagar por los 15 grifos abiertos durante 12 horas en esos mismos días es de \$40.

SECCIÓN 2.6

Tanto por ciento

Ejemplo 2.6.1. *Problema inicial*

En el recinto Las Minas la población estudiantil del curso propedéutico está clasificada de la siguiente manera: 370 mestizos, 20 mayangnas y 10 creoles.

Con base al problema reflexione:

a) ¿A cuántos estudiantes equivale el 100 %?
b) ¿Qué porcentaje representa a los estudiantes mayangnas?
c) ¿Qué porcentaje representa a los estudiantes mayangnas?
c) ¿Por qué la mayor cantidad de población estudiantil son mestizos?

El tanto por ciento es de mucho interés, ya que, se aplica en nuestra vida cotidiana, a menudo escuchamos: rebajaron el tanto por ciento a un artículo, el tanto por ciento de los estudiantes son hombres, gano el tanto por ciento más que Luis, etc.

Recuerda que

Se llama tanto por ciento de un número, a una o varias de las cien partes iguales en que éste se puede dividir, es decir, uno o varios centésimos de un número, el tanto por ciento se designa por %.

Ejemplo 2.6.2. *El 4 % de 80 o* $\frac{4}{100}$ *de 80 equivale a cuatro centésimas partes de 80, es decir, que 80 se divide en cien partes iguales y de ellas se toman cuatro. Un resultado evidente es que el 100 % de un número es el mismo número, esto quiere decir por ejemplo que el 100 % de 8 es 8.*

Ejemplo 2.6.3.

1. *Hallar el 15 % de 32*

   Solución: *El 100 % de 32 es 32; el 15 % de 32 es lo que se busca, por tanto será x. Formulamos una regla de tres simple con estas cantidades.*

$$x = \frac{32 \times 15}{100} = 4.8$$

$$\begin{array}{lcc} & - & + \\ \text{Supuesto:} & 100\,\% & 32 \\ \text{Pregunta:} & 15\,\% & x \\ & + & \end{array}$$

Por tanto, el 15 % de 32 es 4.8

2. *Hallar el $\frac{1}{8}$ % de 96*

   Solución: *El 100 % de 96 es 96; el $\frac{1}{8}$ % de 96, que es lo que se busca es x. Procediendo de la misma manera que el ejercicio anterior, tenemos:*

$$\begin{array}{lcc} & - & + \\ \text{Supuesto:} & 100\,\% & 96 \\ \text{Pregunta:} & \frac{1}{8}\,\% & x \\ & + & \end{array}$$

$$x = \frac{96 \times \frac{1}{8}}{100} = 0.12$$

El $\frac{1}{8}$ % de 96 es 0.12

2.6.1. Aplicaciones de tanto por ciento

El tanto por ciento es usado con mucha frecuencia en descuentos al comprar un artículo, pago de impuestos, aumentos salariales, tasas de intereses de instituciones financieras, resúmenes estadísticos y en fin en muchas situaciones prácticas de nuestro entorno.

1. Usted va a comprar una motocicleta cuyo precio es de $5,800. El vendedor le explica que en todo el mes de diciembre hay disponible un descuento del 15 % sobre el precio de varios artículos incluyendo la moto, ¿cuánto deberá pagar usted por la motocicleta si la compra en cualquier día del mes de diciembre?

   Solución: El descuento es $\frac{15}{100}(5,800) = \$870$, entonces, usted debe pagar por la motocicleta $5,800 - 870 = \$4,930$

2. Pedro tenía 80 córdobas. Si gastó el 20 % y dio a su hermano el 15 % del resto, ¿cuánto le queda?

   Solución: Gastó el 20 % de 80 córdobas, o sea, $\left(\frac{20}{100}\right)80 = C\$16$, gastó 16 córdobas, el resto es $80 - 16 = 64$ córdobas, le dio a su hermano el 15 % de 64, entonces, $\left(\frac{15}{100}\right)64 = C\$9.60$, por tanto le quedan $64 - 9.60 = 54.40$ córdobas.

3. El 20 % de los estudiantes del colegio Juan Amos Comenius que tiene 240 estudiantes practica deportes, ¿cuántos estudiantes practican deportes?

Solución: Calculamos el 20 % de 240, esto es, $\frac{20}{100}(240) = 48$. Entonces, 48 estudiantes del colegio practican deportes.

4. El salario bruto mensual del profesor Isidro Rodríguez de URACCAN-Recinto Las Minas fue de 19,400 córdobas durante todo el año 2020. Si mensual le deducen el 10 % en concepto de I. R. (Impuesto sobre la Renta) y 6.25 % de INSS (Instituto Nicaragüense de Seguridad Social). ¿Cuál es su salario neto? Asuma que no le aplicarán más deducciones

   Solución: Sea SN el salario neto y SB el salario bruto, el salario neto (SN) de Isidro es.

$$\begin{aligned} SN &= SB - (10\,\% + 6.25\,\%)SB = SB - 16.25\,\%SB \\ &= 18,400 - 16.25\,\%(18,400) = 18,400 - 0.1625(18,400) \\ &= 18,400 - 2,990 = 15,410 \end{aligned}$$

   Isidro recibió mensualmente durante todo el 2018 un salario de 14,572.5 córdobas.

5. El profesor Noel Altamirano de URACCAN-Recinto Las Minas es docente con disciplina de ahorro. El profesor visita el Banco LAFISE BANCENTRO para indagar sobre las tasas de interés que generá su cuenta de ahorro. Le explican que la tasa es del 1 % anual para cuentas de ahorro. El profesor desea abrir una cuenta con 10,000 córdobas como monto inicial, ¿qué interés obtendrá el profesor Noel por su capital a final del año?

   Solución: Un interés anual del 1 % significa que por cada 100 córdobas obtiene 1 córdoba al año. Entonces, el profesor obtendrá al final del año un interés de $\frac{1}{100}(10,000) = C\$100$.

6. Por una computadora portátil que costaba \$1,200 se han pagado \$990, ¿qué tanto por ciento de descuento se ha efectuado?

   Solución: El descuento es $1,200 - 990 = \$210$, el porcentaje que representa este descuento es:

$$\begin{array}{lcc} & + & - \\ \text{Supuesto:} & 100\,\% & 1{,}200 \\ \text{Pregunta:} & x & 210 \\ & & + \end{array}$$

$$x = \frac{210 \times 100}{1,200} = 17.5\,\%$$

   El descuento fue de 17.5 %

7. Pagué un total de 680 córdobas por la cuenta del restaurante. Si se sabe que el 15 % corresponde al pago del IVA (Impuesto al Valor Agregado) y 10 % al servicio, ¿cuánto me costó realmente lo consumido?

   Solución: Sea C el costo de lo que realmente consumí.

$$IVA = 15\,\%(680) = 102 \quad \text{y} \quad \text{Servicio} = 10\,\%(680) = 68, \text{ entonces,}$$
$$C = 680 - (\text{IVA} + \text{Servicio}) = 680 - (102 + 68) = 680 - 170 = C\$510$$

SECCIÓN 2.7

Ejercicios propuestos

Regla de tres compuesta

1. Una guarnición de 500 hombres tiene víveres para 20 días a razón de 3 razones diarias. ¿Cuántas raciones diarias tomará cada hombre si se quiere que los víveres duren 5 días más?
2. Dos números están en la relación de 5 a 3. Si el mayor es 655, ¿cuál es el menor?
3. Una cuadrilla de obreros emplea 14 días, trabajando 8 horas diarias, en realizar cierta obra. Si hubiera trabajado una hora menos al día, ¿en cuántos días habrían terminado la obra?
4. Seis hombres trabajando durante 9 días, a razón de ocho horas diarias han hecho los $\frac{3}{8}$ de una obra. Si se refuerzan con cuatro hombres, y los obreros trabajan ahora 6 horas diarias, ¿en cuántos días terminarán la obra?
5. Una guarnición de 1,300 hombres tiene víveres para 4 meses. Si se quiere que los víveres duren 10 días más, ¿cuántos hombres habrá que rebajar de la guarnición?
6. 10 hombres, trabajando en la construcción de un puente hacen $\frac{3}{5}$ de la obra en 8 días. Si se retiran 8 hombres, ¿cuánto tiempo emplearán los restantes para terminar la obra?
7. Andrea lee un libro de 500 páginas en 20 días y lee 1 hora diaria, ¿cuántos minutos debe leer diariamente para que en condiciones iguales lea un libro de 800 páginas en 15 días?
8. El padre de Alejandro contrató a 15 obreros que, al trabajar 40 días durante 10 horas diarias, construyeron en su casa una alberca con capacidad para 80,000 litros de agua; si Alejandro contrata a 10 de esos obreros para que trabajen 6 horas diarias y construyan otra alberca con capacidad para 40,000 litros de agua, ¿cuántos días tardarán en construirla?
9. Una fábrica proporciona botas a sus obreros, si 4 obreros gastan 6 pares de botas en 120 días, ¿cuántos pares de botas gastarán 40 obreros en 300 días?
10. La tripulación de un barco la forman el capitán, 5 ayudantes y 6 investigadores. El capitán programa las raciones de agua a razón de 8 litros diarios para toda la tripulación en un viaje de 6 días, pero a la hora de zarpar 2 de los investigadores deciden quedarse. Debido a esto se decide que el viaje dure 2 días más, ¿cuál debe ser la ración diaria de agua?
11. Si 24 motocicletas repartidoras de pizzas gastan $27,360 en gasolina durante 30 días trabajando 8 horas diarias, ¿cuánto dinero se deberá pagar por concepto de gasolina para 18 motocicletas que trabajan 10 horas diarias durante 6 meses? (considera meses de 30 días).

Tanto por ciento

1. Calcule el:

   a. $1.9\,\%$ de 6.8

   b. $622\,\%$ de 0.72

   c. $32\,\%$ de 16

   d. $83\frac{1}{3}\,\%$ de 71.10

   e. $75\,\%$ de 8440

   f. $9.8\,\%$ de 2,857

   g. $50\,\%$ de 1728

h. $166\,\frac{2}{3}\,\%$ de 84

i. 4 % de 75

j. $12\,\frac{1}{2}\,\%$ de 512

2. Un comerciante ofrece una rebaja de $33\,\frac{1}{3}\,\%$ en el precio corriente de sus sombreros, y otro ofrece una rebaja de $\frac{1}{3}$. ¿Hay diferencia alguna entre las dos rebajas?
3. Un hombre tomó prestados $175 por un año, por los cuales debía pagar 6 % al volverlos. ¿Cuánto tubo que pagar al final del año fuera de los $175?
4. Si un fabricante vende botas con ganancia de 15 % y las botas le cuestan $\$2.33\,\frac{1}{3}$ por par, ¿cuánto gana en la venta de 1000 pares de botas?
5. Un agricultor puede hacer arar malamente su tierra a razón de $3.48 la hectárea. Para hacerla arar bien debe pagar a razón de $66\,\frac{2}{3}\,\%$ más. ¿Cuánto le costará hacer arar bien 60 hectáreas?
6. Una vaca da al día 14 kilogramos de leche, que produce 3.1 % de su peso de mantequilla; otra da 12 kilogramos de leche, que produce 3.7 % de su peso de mantequilla. Si la mantequilla vale 46 centavos por kilo, ¿cuál de las dos vacas produce más dinero al día, y cuánto más?
7. Un agricultor tiene 75 árboles y desea vender la madera del 60 % de ellos. Si la madera se vende a $5.75 el estéreo, y 5 árboles dan 3 estéreos, ¿cuánto dinero recibirá?
8. Una modista compró $37\,\frac{1}{2}$ metro de terciopelo a $41.10 por metro, menos una rebaja de 8 % que se le hizo. Luego vendió el terciopelo a $4.25 por metro. ¿Cuánto ganó?
9. La calidad del oro se mide en quilates, que son veinticuatroavos del peso. El oro de 18 quilates contiene $\frac{18}{24}$ de oro puro. ¿Cuál es el tanto por ciento de oro en un anillo de 18 quilates?
10. ¿Cuánto por ciento de oro puro contiene un anillo de 12 quilates?, ¿una cadena de 16 quilates?
11. Un hombre tiene $2175 de renta anual y ahorra $652.50. ¿Cuánto por ciento de su renta ahorra?, ¿cuánto por ciento gasta?, ¿Cuál es la suma de estos dos tantos por ciento?
12. Si el 23 % de los habitantes de una región votaron en unas elecciones, y hubo 3956 votos, ¿cuál era la población de dicha región?
13. Don Jorge vendió 24 vacas, y dice que eran sólo $8\,\frac{1}{3}\,\%$ de las que tenía. ¿Cuántas vacas tenía?
14. Se pusieron varios huevos a veinte cluecas, y 33 de ellos no salieron. Si éstos formaban el 15 % del número total de huevos, ¿cuántos eran los huevos?
15. Un equipo de básquetbol tuvo 29 derrotas durante 80 juegos, ¿cuál fue el porcentaje de victorias?
16. En un partido de baloncesto, Nathjuly encestó 4 tiros de 3 puntos, 6 de tiro libre y 8 de cualquier otra parte. Si en total hizo 40 tiros a la canasta, ¿cuál es el porcentaje de efectividad?
17. Luis Neil vende por $180 unos minerales que ha comprado, y gana 20 % del precio de compra. ¿Cuánto por ciento del precio de compra es el de la venta?, ¿cuál es el precio de compra?
18. Shary da prestados $250 y recibe $10 de interés al año, ¿cuál es el tanto por ciento de interés?
19. En un potrero hay ahora 60 novillos y el año pasado había 48, ¿cuánto por ciento ha sido el aumento?
20. Un contenedor de leche con capacidad para 800 litros está lleno en sus dos quintas partes, si se agregan 80 litros más, ¿qué porcentaje del contenedor se encuentra lleno?
21. Un metro cúbico de agua pesa 1 tonelada métrica. De un depósito que contiene 16 metros cúbicos de agua se han sacado 500 kilogramos. ¿Cuánto por ciento del agua se ha sacado?
22. Don Pascual trajo de su platanal para vender 550 racimos de plátanos, de los cuales le quedan 44. ¿Cuántos por ciento le quedan por vender?, ¿cuántos por ciento ha vendido ya?

23. En noviembre los depósitos de un banco ascendieron por término medio a C$2,200 diarios. En diciembre el promedio diario fue de 26 %. ¿Cuál fue el promedio en diciembre?
24. Si un panadero gasta 639 kilogramos de harina para hacer pan, y agrega 213 kilogramos de líquido, ¿cuánto por ciento del peso de la mezcla es el del líquido?
25. Un comisionista recibió en Nueva York 24,000 racimos de plátanos, el 55 % de Nicaragua y el resto de Colombia. ¿Cuánto recibió de cada país?
26. Un agricultor compra 360 hectáreas de tierra a $30 la hectárea, y al cabo de un año las venda a $38.75 la hectárea. Si la tierra le está produciendo al año 5 % del precio de compra , ¿cuánto gana al venderla?
27. Un comerciante consiguió prestados $33,250 al 5 %, con los cuales compró sombreros a $4.75 cada uno. Los vendió a $5.65 por sombrero, y pagó toda su deuda al cabo de 6 meses. ¿Cuánto ganó?
28. Cuando un joven cumple 14 años, su padre le pone en el banco $300, cuyos intereses, al 5 %, aquél retira cada año durante sus vacaciones. ¿Cuánto habrá recibido cuando cumpla 21 años?
29. Tengo una casa que alquilo por $25 al mes. Pago $50 al año de contribución, $10 por seguro, y gasto $50 en reparaciones. ¿Me convendría venderla por $5000 e invertir el dinero al 4 % anual, suponiendo que en tal caso tendría que pagar sólo $10 de contribución?, ¿cuál es la diferencia de renta anual entre los dos casos?
30. Un ganadero compró el 1° de febrero 12 novillos a $45 por cabeza, y prometió pagar después, con interés de 6 %. Pagó todo el 16 del siguiente abril. ¿Cuánto pagó?
31. Un agricultor tenía 375 kilogramos de papas, de las cuales $37\frac{1}{2}$ kilogramos resultaron podridas. ¿Cuánto por ciento le quedó?
32. ¿Cuánto se paga por un vidrio cuyo precio corriente es de $1.20 y que se vende con el 25 % y el 10 % de descuento?
33. ¿Cuál es al 5 % la comisión de un agente de bienes raíces que arrienda una tienda por un año a $37 mensuales.
34. Un hombre vendió un caballo con una pérdida de 7 % del precio de compra. Si la pérdida fue de $43.40, ¿cuánto le costó el caballo?
35. Un sastre rebajó $4.65 del precio de un terno, diciendo que era el 15 % del precio corriente. ¿Cuál era el precio corriente?

UNIDAD 3

Notación científica

Sesión 5: Notación científica

Contenidos

- Definición y propiedades
- Utilización de la calculadora y Smartphone

Objetivos de aprendizaje

- Interiorizar el concepto y las propiedades de notación científica.
- Identificar metodologías de resolución de problemas en la notación científica.
- Conocer la importancia del uso de la calculadora y Smartphone en la notación científica.
- Aplicar el concepto y las propiedades de notación científica.
- Usar metodologías de resolución de problemas en la notación científica.
- Utilizar adecuadamente la calculadora y Smartphone en la notación científica.
- Fomentar la importancia del uso de la notación científica en la vida cotidiana de los pueblos.

Ejemplo 3.0.1. *Problema inicial*

Un terabyte tiene 1 000 000 000 000 byte, en notación científica esta cantidad se expresa como 1×10^{12} *byte.*

Con base en el problema reflexione:

- *¿Cómo se lee el número 1 000 000 000 000?*
- *¿Había visto antes este tipo de cantidades?*

Recuerda que

La notación científica se emplea para simplificar cálculos y tiene dos propósitos: uno es la representación concisa de números muy grandes o muy pequeños y, el otro, la indicación del grado de exactitud de un número que representa una medición.

Recuerda que

Para expresar una cantidad en notación científica la coma se recorre una posición antes de la primera cifra, si la cantidad es grande, o un lugar después de la primera cifra si la cantidad es pequeña. El número de lugares que se recorre la coma decimal es el exponente de la base 10.

Ejemplo 3.0.2.

1. *Expresar en notación científica 2 345 000*

   Solución: *Se coloca el 2 como cifra entera, 345 como parte decimal (2.345) y se indica la multiplicación por 10 con exponente 6, ya que fue el número de cifras que se recorrió la coma a la izquierda,* $2\ 345\ 000 = 2,345 \times 10^6$

2. *Un satélite gira en una órbita circular de 820 000 km sobre la superficie terrestre. Expresar esta cantidad en notación científica.*

   Solución: *La órbita del satélite expresada en notación científica es:* $820\ 000 = 8,2 \times 10^5$ *km.*

Recuerda que

Cuando los números son pequeños, la coma decimal se recorre hacia la derecha hasta dejar como parte entera la primera cifra significativa y el exponente del número 10 es de signo negativo.

Ejemplo 3.0.3.

1. *Escribe en notación científica 0,043*

   Solución: *El punto decimal se recorre lugares hacia la derecha y el resultado se expresa como:* $0,043 = 4,3 \times 10^{-2}$.

2. *La longitud de una bacteria es de 0.000052 m, expresar esta longitud en notación científica.*

   Solución: *La longitud de la bacteria expresada en notación científica es:* $0,000052\,m = 5,2 \times 10^{-5}\,m$

SECCIÓN 3.1

Escritura en forma desarrollada

Recuerda que

El número $a \times 10^n$ se expresa en forma desarrollada de las siguientes formas: si el exponente n es positivo, entonces indica el número de posiciones que se debe recorrer la coma decimal a la derecha y los lugares que no tengan cifra son ocupados por ceros.

Ejemplo 3.1.1. *Escribe en su forma desarrollada* $25,36 \times 10^6$

Solución: *El exponente 6 indica el número de lugares que se recorren hacia la derecha y los lugares que no tengan cifra serán ocupados por ceros,* $25,36 \times 10^6 = 25\ 360\ 000$.

Recuerda que

Si el exponente es negativo, entonces indica el número de posiciones que se debe recorrer la coma decimal a la izquierda y los lugares que no tengan cifra son ocupados por ceros.

Ejemplo 3.1.2. *Escribe en su forma desarrollada* 8×10^{-2}

Solución: *Se recorren 2 lugares hacia la izquierda, por lo tanto,* $8 \times 10^{-2} = 0,08$. *Otra forma de convertir un número en notación científica a notación desarrollada, es realizar la multiplicación por la potencia de 10 desarrollada.*

Ejemplo 3.1.3.

1. *Escribe en su forma desarrollada* $3,012 \times 10^5$

   Solución: *Se desarrolla la potencia de 10 y luego se realiza la multiplicación, entonces,* $3,012 \times 10^5 = 3,012 \times 100\ 000 = 301\ 200$

2. *Expresar en su forma desarrollada* $8,0015 \times 10^{-3}$

   solución: *Se desarrolla la potencia de 10 y se obtiene:* $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, *entonces:*

$$8,0015 \times 10^{-3} = 80015 \times \frac{1}{1000} = \frac{80015}{1000} = 0,0080015$$

SECCIÓN 3.2

Ejercicios propuestos

Expresa en notación científica las siguientes cantidades

1. 4 350
2. 16 000
3. 95 480
4. 273 000
5. 670 200
6. 350 000 000
7. 5 342 000
8. 18 600 000
9. $0,176$
10. $0,0889$
11. $0,00428$
12. $0,000326$
13. $0,000000462$
14. $0,00000003$
15. $0,0000000879$
16. $0,0000000012$
17. $0,000000000569$
18. $0,0000000000781$

Escribe en su forma desarrollada

1. $1,6 \times 10^4$
2. $0,1 \times 10^{-2}$
3. $37,6 \times 10^5$
4. 6×10^{-3}
5. $4,2 \times 10^2$
6. $72,4 \times 10^{-5}$
7. 1×10^{-6}
8. $8,3 \times 10^{-4}$
9. $1,05 \times 10^7$
10. $2,34 \times 10^{-1}$
11. $3,264 \times 10^2$
12. $62,34 \times 10^{-1}$
13. $2,3 \times 10^{-12}$
14. $3,01 \times 10^{-4}$
15. $4,14501 \times 10^8$
16. $3,002 \times 10^{-7}$

Exprese en notación científica las siguientes situaciones

1. El radio de nuestra galaxia es 1420000000000000000000000000 m
2. La masa de la Tierra es 5983000000000000000000000 kg
3. La energía que puede alcanzar un rayo láser es de 10,000,000,000 de watts
4. El Producto Nacional Bruto de 1996 de cierto país fue de 1,781,400,000,000 dólares. Calcula la cantidad de córdobas que representa esa cantidad.

Sesión 6: Operaciones con notación científica

Contenidos

- Operaciones: suma, resta, multiplicación y división
- Resolución de problemas

Objetivos de aprendizaje

- Analizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división en la notación científica.
- Resolver ejercicios de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división en la notación científica.
- Propiciar espacios de diálogo y colaboración para el uso de la notación científica en la vida cotidiana de los pueblos.

Recuerda que

Para efectuar operaciones de suma o resta de números en notación científica es necesario que la base 10 tenga el mismo exponente:

$$a \times 10^n + b \times 10^n = (a + b) \times 10^n$$

Ejemplo 3.2.1.

1. *Efectúa* $3,5 \times 10^{-6} + 1,83 \times 10^{-6}$

   Solución: *Los exponentes de la base 10 son iguales, se suman las cifras y la potencia de 10 permanece constante.*

   $$3,5 \times 10^{-6} + 1,83 \times 10^{-6} = (3,5 + 1,83) \times 10^{-6} = 5,33 \times 10^{-6}$$

2. *¿Cuál es el resultado de* $2,73 \times 10^{-4} - 1,25 \times 10^{-4}$*?*

   Solución: *Los exponentes de la base 10 son iguales, se realiza la operación de la siguiente manera:*

   $$2,73 \times 10^{-4} - 1,25 \times 10^{-4} = (2,73 - 1,25) \times 10^{-4} = 1,48 \times 10^{-4}$$

Recuerda que

Cuando los exponentes de la base 10 sean diferentes, se recorre el punto decimal para igualarlos y después se efectúa la operación.

Ejemplo 3.2.2. *Efectúa* $1,34 \times 10^6 + 2,53 \times 10^5$

Solución: *Se escoge una de las cifras para igualar los exponentes, en este caso se expresa a exponente 5.*

$$1,34 \times 10^6 = 1340\ 000 = 13,4 \times 10^5$$

Luego la operación, resulta:

$$1,34 \times 10^6 + 2,53 \times 10^5 = 13,4 \times 10^5 + 2,53 \times 10^5 = (13,4 + 2,53) \times 10^5 = 15,93 \times 10^5$$

Esta misma operación se realiza convirtiendo a exponente 6 y el resultado no se altera, entonces,

$$2,53 \times 10^5 = 253\ 000 = 0,253 \times 10^6$$

Luego, al sustituir:

$$1,34 \times 10^6 + 2,53 \times 10^5 = 1,34 \times 10^6 + 0,253 \times 10^6 = (1,34 + 0,253) \times 10^6 = 1,593 \times 10^6$$

SECCIÓN 3.3

Multiplicación y división

Recuerda que

Para multiplicar o dividir un número en notación científica por o entre un número real cualquiera, se afecta sólo a la primera parte del número.

$$a(b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^n; \quad \frac{b \times 10^n}{a} = (b \div a) \times 10^n, a \neq 0$$

Ejemplo 3.3.1.

1. *¿Cuál es el resultado de* $3(5,2 \times 10^7)$*?*

   Solución: *Se efectúa el producto de 3 por 5,2 , la base 10 y su exponente no se alteran.*

   $$3(5,2 \times 10^7) = 3(5,2) \times 10^7 = 15,6 \times 10^7 = 1,56 \times 10^8$$

2. *Efectúa* $\dfrac{3,5 \times 10^{-6}}{5}$

Solución: *Se realiza la división de 3,5 entre 5 mientras que la base 10 y su exponente no se alteran.*

$$\frac{3,5 \times 10^{-6}}{5} = \frac{3,5}{5} \times 10^{-6} = 7 \times 10^{-7}$$

Recuerda que

Para multiplicar o dividir números escritos en notación científica, se efectúa la multiplicación o división en las primeras partes y para la base 10 se aplican las leyes de los exponentes.

$$(a \times 10^m)(b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n}, \quad \frac{a \times 10^m}{b \times 10^n} = (a \div b) \times 10^{m-n}$$

Ejemplo 3.3.2.

1. *Efectúa la siguiente operación* $(8,2 \times 10^{-5})(4,1 \times 10^{-3})$

   Solución: *Se multiplican 8,2 por 4,1 y los exponentes de la base 10 se suman.*

   $$(8,2 \times 10^{-5})(4,1 \times 10^{-3}) = (8,2 \times 4,1) \times 10{-}5 + (-3) = 33,62 \times 10^{-8} = 3,362 \times 10^{-7}$$

2. *Determina el resultado de* $\dfrac{(4,25 \times 10^{6})(2,01 \times 10^{-2})}{2,5 \times 10^{8}}$

   Solución:

   $$\begin{aligned} \frac{(4,25 \times 10^{6})(2,01 \times 10^{-2})}{2,5 \times 10^{8}} &= \frac{(4,25 \times 2,01)(10^{6} \times 10^{-2})}{2,5 \times 10^{8}} = \frac{8,5425 \times 10^{4}}{2,5 \times 10^{8}} \\ &= \frac{8,5425}{2,5} \times 10^{4-8} = 3,417 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

SECCIÓN 3.4

Ejercicios propuestos

Efectuar las siguientes operaciones

1. $3(7,2 \times 10^{-6})$
2. $4,2(3,52 \times 10^{8})$
3. $\dfrac{1,13 \times 10^{5}}{2}$
4. $\dfrac{1}{4}(4,83 \times 10^{-6})$
5. $\dfrac{3,27 \times 10^{8}}{3}$
6. $5(3 \times 10^{-4} + 2,6 \times 10^{-5})$
7. $3,8(6,25 \times 10^{13} - 42 \times 10^{12})$
8. $(2,73 \times 10^{-2})(1,16 \times 10^{4})$
9. $(4,25 \times 10^{-8})(1,2 \times 10^{-6})$
10. $(3,1 \times 10^{5})(2,3 \times 10^{6})$
11. $1,25 \times 10^{-6}(7 \times 10^{9} + 1,2 \times 10^{10})$
12. $5,4 \times 10^{8}(1,3 \times 10^{-11} - 5 \times 10^{-12})$
13. $\dfrac{1,16 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-3}}$
14. $\dfrac{(1,32 \times 10^{-4})(2,5 \times 10^{-3})}{3 \times 10^{-12}}$

Resuelva los siguientes problemas

1. El Sol es una estrella cuyo diámetro mide 109 veces el diámetro de la Tierra. ¿Cuánto mide el diámetro del Sol si el de la Tierra mide $12\ 756$ km?
2. La estrella Vega de la constelación de la Lira se encuentra a una distancia de 25 años luz de la Tierra. Si un año luz es la distancia que recorre la luz en un año, ¿cuántos kilómetros está separada Vega de la Tierra?
3. La distancia entre el centro de la Tierra y el de la Luna es de $3,84 \times 10^{8}$. Si el radio de la Tierra es $6,37 \times 10^{6}\ m$ y el radio de la Luna es $1,74 \times 10^{6}$ metros, calcula la distancia entre la superficie de la Tierra y la de la Luna.
4. La dosis de una vacuna es de $0,05\,cm^{3}$. Si la vacuna tiene cien millones de bacterias por centímetro cúbico, ¿cuántas bacterias habrá en una dosis? Exprésalo en notación científica.
5. Si la velocidad de crecimiento del cabello humano es $1,6 \times 10^{-8}\ km/h$, ¿cuántos centímetros crece el pelo en dos semanas? ¿Y en un año?
6. En astronomía la distancia se mide en años-luz, en donde un año-luz es la distancia que recorre un rayo de luz en un año. Si la velocidad de la luz es de 300000 Km/seg, ¿cuál es el valor de un año-luz en kilómetros?
7. La capacidad de almacenamiento de una computadora se describe en megabytes, donde un Mb representa un megabyte ($1\ 048\ 576$ bytes) de memoria. Si se requiere un byte para representar un solo símbolo como una letra, un número, un signo de puntuación, ¿aproximadamente cuántos símbolos es capaz de almacenar un disco duro de $1\ 000$ Mb? Da la respuesta en notación científica.
8. En Química existe una escala logarítmica conocida como pH (potencial de hidrógeno) que sirve para medir la acidez o alcalinidad de una solución. La escala va del 0, que representa el punto más ácido, hasta el 14, que represente lo más alcalino. Una solución totalmente neutra tiene un $pH = 7$. El pH se obtiene mediante la fórmula: $pH = -\log_{10}[H^{+}]$ en donde es la concentración de iones hidrógeno, en moles/litro.
9. Una lluvia ácida se genera al reaccionar el agua de lluvia con los contaminantes atmosférica. Una lluvia con un pH menor de 5,6 se considera ácida. Cierto día, en la ciudad de Bluefield se registró una lluvia con una concentración de iones hidrógeno de $3,98 \times 10^{-3}$ moles/litro. ¿Se tuvo lluvia ácida ese día?

UNIDAD 4

Conversiones de unidades de medición

Sesión 7: Unidades de longitud

Contenidos

- Patrón de unidad de medida: definición y propiedades
- Sistema internacional de medidas (SI)
- Magnitudes fundamentales: longitud

Objetivos de aprendizaje

- Interpretar el concepto de medir, unidad, sistema de unidades y diferentes sistemas internacionales de medidas.
- Conocer las magnitudes fundamentales longitud, masa y tiempo.
- Convertir unidades de longitud en distintos sistemas de medición.
- Aplicar sistemas internacionales de medida para resolver situaciones de la vida cotidiana.
- Valorar la importancia de los sistemas de medida en la vida cotidiana de los pueblos.

SECCIÓN 4.1

Patrón de unidad de medida

Ejemplo 4.1.1. *Problema inicial*

Si Laura mide tres veces más que David, éste la mitad que Marisa y Marisa mide 90 cm.

Con base en el problema reflexione:

- *¿Cuánto miden David y Laura? Expresar el resultado en centímetros y metros*
- *¿Cuál crees tú que puede ser la edad aproximada de cada uno?*

Recuerda que

Medir es comparar dos magnitudes de la misma especie.

Unidad es una cantidad fija de una magnitud tomada arbitrariamente que sirve de referencia o comparación para medir.

Un sistema de unidades es un conjunto de unidades de medida consistente, estándar y uniforme.

El sistema internacional de unidades (SI) es el sistema más usado que consiste de unidades básicas como el metro, kilogramo, segundo, amperio, kelvin, candela y mol.

SECCIÓN 4.2

Magnitudes fundamentales

Recuerda que

Magnitud fundamental es aquella magnitud que no se define mediante otras magnitudes, por lo tanto, son independientes.

La longitud, la masa y el tiempo son cantidades físicas fundamentales que describen muchas cantidades y fenómenos.

4.2.1. Longitud

Recuerda que

La longitud es la cantidad base que usamos para medir distancias o dimensiones en el espacio. La unidad de longitud es el metro, que se representa con la letra m

Con respecto a los múltiplos y submúltiplos del metro, Aguilar, et al. (2009) refieren:

> Los múltiplos del metro se forman anteponiendo a la palabra metro los prefijos: deca (D), hecto (H) y kilo (k) que significan: diez, cien y mil; los submúltiplos se forman anteponiendo los prefijos: deci (d), centi (c) y mili (m) cuyo significado es: décima, centésima y milésima. (p. 194)

A continuación se dan las equivalencias de longitud en el sistema métrico decimal.

$$1\,km = 10\,Hm = 10^2\,Dm = 10^3\,m = 10^4\,dm = 10^5\,cm = 10^6\,mm$$

Ejemplo 4.2.1.

1. *Convierte 1.2 kilómetros a metros.*

   Solución: *Un kilómetro equivale a* $10^3 = 1000$ *metros, entonces:*

$$\left(\frac{1.2\,km}{1}\right)\left(\frac{10^3\,m}{1\,km}\right) = \frac{1.2\times 10^3\,m\cdot \cancel{km}}{1\,\cancel{km}} = 1\ 200\,m$$

2. *La distancia entre Siuna y Managua son 317 kilómetros, expresar esta distancia en metros.*

En la Tabla 4.1 se dan algunas equivalencias de longitud del sistema ingles comparadas con el metro.

Unidad de medida	Abreviatura	Equivalencia
Milla	mi	$1\,mi = 1609.34\,m$
Yarda	yd	$1\,yd = 0.9144\,m$
Pie	ft	$1\,ft = 0.3048\,m$
Pulgada	in	$1\,in = 0.0254\,m$

Tabla 4.1. Unidades de longitud en el sistema inglés

Ejemplo 4.2.2. *La distancia entre las ciudades* Bluefilds *y* Nueva Guinea *es de 62.14 millas. Expresar esta distancia en metros y kilómetros.*

Solución: *En la Tabla4.1 se tiene que* $1\,mi = 1609.34\,m$, *entonces, la distancia en metros es:*

$$\left(\frac{62.14\,mi}{1}\right)\left(\frac{1609.34\,m}{1\,mi}\right) = \frac{62.14\times 1609.34\,\cancel{mi}\cdot m}{1\,\cancel{mi}} = 100\ 004.40\,m$$

La distancia en kilómetros es:

$$\begin{aligned}\left(\frac{100\ 004.40\,m}{1}\right)\left(\frac{1\,km}{10^3\,m}\right) &= \frac{100\ 004.40\,\cancel{m}\cdot km}{10^3\,\cancel{m}}\\ &= \frac{100\ 004.40\,km}{1000} = 100.0044\,km \approx 100\,km\end{aligned}$$

Ejemplo 4.2.3. *El maestro Silvio de URACCAN-Recinto Bilwi camina 1.98 kilómetros desde su casa hasta su oficina, exprese esta distancia en metros.*

SECCIÓN 4.3

Ejercicios propuestos

Realizar las siguientes conversiones

1. 218 centímetros a metros
2. 373 centímetros a metros
3. 4,960 metros a kilómetros
4. 1 kilómetro, 840 metros a metros
5. 9 metros, 56 centímetros a centímetros
6. 25 centímetros, 8 milímetros a milímetros
7. 6,950 metros a kilómetros
8. 231 milímetros a centímetros
9. 12 centímetros, 7 milímetros a milímetros
10. 185 cm a dm
11. 6,300 m a dm
12. 380 Dm a km
13. 170, 005 km a Dm
14. 380 Hm a km
15. 900 m a Hm
16. 15. 480 km a m

Resolver las siguientes aplicaciones

1. Están construyendo un nuevo puente en la Costa Caribe de Nicaragua. Llevan 12 tramos construidos de 20 m cada uno y aún quedan 3 hm de puente por hacer. ¿Qué longitud de puente han construido por ahora?, ¿cuánto medirá el puente en metros cuando lo terminen?
2. El entrenamiento de Laura es bastante complicado, porque tiene que correr hacia adelante y hacia atrás. Cada minuto, primero avanza 200 metros y luego debe retroceder corriendo hacia atrás 5 decámetros. Este ejercicio lo repite siempre durante 10 minutos. Al finalizar cada minuto, ¿cuánto ha avanzado respecto al lugar donde empezó el minuto?, al finalizar el entrenamiento, ¿cuánto ha avanzado respecto al lugar donde empezó a correr?
3. Para ir a clase, Pedro tiene que andar por término medio 1 520 pasos de 62 cm. ¿Cuántos km habrá recorrido durante un año escolar de 210 días si va al colegio y vuelve a su casa?
4. ¿Cuántos alfileres de 3,5cm de largo pueden fabricarse con un alambre de latón de 152.07m, sabiendo que hay una pérdida de 2mm de alambre por alfiler?
5. ¿Cuántos rieles de 15m se necesitan para enlazar a una fábrica con la estación que dista 765m?
6. José, Jesús y Sofía tienen una cometa cada uno. José tiene 90 m de hilo para elevar su cometa, Jesús 66 m y Sofía 56 m.
   a) ¿Cuántos cm tienen entre los tres?
   b) ¿Cuántos centímetros tiene más Jesús que Sofía?

Sesión 8: Unidades de masa y tiempo

Contenidos

..

- Magnitudes fundamentales: masa y tiempo

Objetivos de aprendizaje

- Interpretar el concepto de las magnitudes fundamentales masa y tiempo.
- Convertir unidades de masa y tiempo en distintos sistemas de medición.
- Aplicar sistemas internacionales de medida para resolver situaciones de la vida cotidiana.
- Valorar la importancia de los sistemas de medida en la vida cotidiana de los pueblos.

4.3.1. Masa

Recuerda que

La masa es la cantidad base con que describimos cantidades de materia. En el sistema internacional de unidades (SI) el kilogramo (kg) es el patrón de medida para las unidades de masa.

A continuación se muestran las equivalencias de masa en el sistema métrico decimal.

$$1\,kg = 10Hg = 10^2\,Dg = 10^3\,g = 10^4\,dg = 10^5\,cg = 10^6\,mg$$

Ejemplo 4.3.1. *¿A cuántos kilogramos equivalen 700 dg (decigramos).*

Solución: *Un kilogramo equivale a 10^4 decigramos, entonces:*

$$\left(\frac{700\,dg}{1}\right)\left(\frac{1\,kg}{10^4\,dg}\right) = \frac{700\,\cancel{dg}\,kg}{10^4\,\cancel{dg}} = 0.07\,kg = 7.0\times10^{-2}\,kg$$

Ejemplo 4.3.2. *Juan tiene dos perros: Rosti es de color marrón y pesa 1850 decagramos. El otro perro, Docky, es de color blanco y pesa 24 kilogramos. ¿Qué perro es más pesado?, ¿qué diferencia de masa hay entre ambos perros?*

En la Tabla 4.2 se dan algunas equivalencias de longitud del sistema ingles comparadas con el kilogramo.

Unidad de medida	Abreviatura	Equivalencia
libra	lb	$1\,lb = 0.4536\,kg$
Onza	oz	$1\,oz = 0.0283\,kg$

Tabla 4.2. Unidades de masa en el sistema inglés

4.3.2. Tiempo

Recuerda que

Tiempo es una magnitud física con que se mide la duración o comparación de acontecimientos. En el sistema internacional de unidades (SI) el segundo (s) es el patrón de medida para las unidades de tiempo.

En seguida se muestran las equivalencias de medidas de tiempo.

1 siglo o centuria=100 años
1 década=10 años
1 lustro=5 años
1 año=12 meses
1 mes=30 días
1 semana=7 días
1 día=24 horas
1 hora=60 minutos=3,600 segundos
1 minuto (min)=60 segundos (s)

Ejemplo 4.3.3. *Escribe en horas el número: 7 horas, 10 minutos.*

Solución: *Hay que convertir los 10 minutos a hora, entonces:*

$$\left(\frac{10\,min}{1}\right)\left(\frac{1\,h}{60\,min}\right) = \frac{10\cancel{min}\,h}{60\cancel{min}} = \frac{1}{6}\,h$$

El resultado es $7\,h + \frac{1}{6}\,h = \frac{43}{6}\,h = 7\,\frac{1}{6}\,h$

Ejemplo 4.3.4. *Expresar en segundos: 4 años, 7 meses y 20 días*

SECCIÓN 4.4

Ejercicios propuestos

Realizar las siguientes conversiones

1. 3 kg a g
2. 700 dg a kg
3. 156 Hg a Dg
4. 36 kg a Dg
5. 7 Hg a Dg
6. 5000 g a kg
7. 38,000 mg a Hg
8. 6, 400 cg a g
9. 1.1 kg a g
10. 4.8 g a mg
11. 22.18 g cg
12. 74,000 dg a kg
13. 5 horas a minutos
14. 16 horas a minutos
15. 15 minutos a horas
16. 40 minutos a horas
17. 2.56 días a horas
18. 48 horas a días
19. 2 años a meses
20. 144 meses a años

Resolver los siguientes problemas

1. Los Rodríguez dieron una gran cena cuando su hija Susana se licenció como ingeniera de caminos. En aquella ocasión el matrimonio Rodríguez, ofreció: Un jamón de 2 Kg y 800 gr; dos tortillas de 9,8 Hg cada una; un kilogramo de queso; cinco barras de pan de 125 gr cada una, 30 Hg y 400 gr de marisco; una tarta de 10 Hg. ¿Cuántos kg de comida compraron los Rodríguez para la cena?
2. Si Jorge pesa vestido 65 kg y su ropa pesa 12 Hg, ¿cuánto pesa realmente Jorge?
3. Si un saco contiene 25 kg de arena y vacío pesa 800 gr, ¿Cuántas libras pesa el saco lleno?
4. Si Laura mide tres veces más que David, éste la mitad que Marisa y Marisa mide 90 cm, ¿Cuánto miden David y Laura? Expresar el resultado en cm y m. ¿Cuál crees tú que puede ser la edad aproximad de cada uno?
5. Para hacer una tarta de manzana, Jesús necesita 3 Kg de esa fruta. Si cada una de las manzanas pesa aproximadamente 176,5 gr, ¿cuántas manzanas ha de comprar Jesús?
6. Un velero sale a las 07:45 y regresa a las 20:16 ¿Cuánto tiempo estuvo en el mar?
7. Una impresora saca 14 folios por minuto ¿Cuánto tiempo ha estado funcionando si ha editado 644 folios?
8. Un ciclista sale de paseo a las siete y diez de la mañana y regresa a las once y veinte. Expresa el tiempo que duró su paseo de modo complejo.
9. Un reloj marca en estos momentos las seis y media de la mañana ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que marque las cinco y cuarto de la tarde?
10. El señor Gómez fabrica velas de 16 cm de largo, por si se va la luz. Las velas se consumen 3,2 cm cada hora que están encendidas. ¿Cuántas horas dura una vela?
11. Esther, Bea y Marta han realizado una carrera de 200 m. Esther ha tardado un minuto y medio, Bea un minuto y 25 segundos y Marta ha empleado 96 segundos. Expresa en segundos los tiempos de cada una e indica el orden de llegada a la meta.

Bibliografía

Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. y Reyes, R. (2009). *Matemáticas simplificadas* (2ª ed.). Pearson Educación, S. A. de C. V.

Baldor, A. (1998). *Aritmética: Teórico práctico*. Publicaciones cultural, S. A. de C. V.

Índice alfabético

URACCAN

UNIVERSIDAD DE LAS REGIONES AUTÓNOMAS DE LA COSTA CARIBE NICARAGÜENSE

LIBERTAD SABIDURÍA AUTONOMÍA

9789996423291