

Оцінка динаміки машинно-тракторного агрегату з урахуванням впливу профілю опорної поверхні

І. В. Галич, Р. В. Антощенко, В. М. Антощенко, І. М. Лук'янов,
С. М. Дюндик, О. В. Кісь

Наведено результати теоретичних досліджень динаміки машинно-тракторного агрегату з урахуванням впливу профілю опорної поверхні. Встановлено, що в процесі роботи машинно-тракторний агрегат піддається впливу безлічі зовнішніх факторів, що призводять до зміни вертикальних навантажень на ходову частину та двигун. Складено математичні моделі динаміки трактора та машинно-тракторного агрегату у складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки і причіпної сівалки. Такі моделі дозволяють досліджувати динаміку та коливальні процеси багатоеlementних агрегатів. Сформовано математичну модель динаміки колеса трактора. Визначено швидкості руху та кути орієнтації елементів машинно-тракторного агрегату у просторі. Розраховано вплив профілю опорної поверхні на елементи агрегату при русі по полю, що підготовлено під сівбу та полю після оранки. Теоретичні дослідження впливу профілю опорної поверхні на динаміку машинно-тракторного агрегату виконано на прикладі трактора ХТЗ-242К та сівалки Vega-8 Profi (Україна). При русі рама сівалки має меншу амплітуду віброприскорень ніж трактор. Відповідно, трактор має більшу енергію коливань тому, що трактор спирається на ґрунт через колеса, які мають відповідну жорсткість. Сівалка рухається із заглибленими робочими органами у ґрунт, що приводить до зниження амплітуди коливань. Найбільша енергія амплітуди віброприскорень рами сівалки у вертикальному напрямі спостерігається на частотах 15,9; 23,44; 35,3 та 42,87 Гц. Визначено, що підвищення робочих швидкостей руху сільськогосподарських агрегатів призводить до того, коливання всіх складових елементів досягають значних величин. Це тягне за собою підвищення динамічних навантажень на ґрунт, і як наслідок, переущільнення.

Ключові слова: машинно-тракторний агрегат, коливання елементів рами, математична модель колеса, профіль опорної поверхні, амплітуда віброприскорень, спектральна щільність висоти профілю.

1. Вступ

На робочий процес машинно-тракторного агрегату (МТА) впливають безліч зовнішніх факторів, які призводять до виникнення додаткових вертикальних навантажень на ходову частину та двигун агрегату. Наприклад, це неоднорідності фізико-механічних властивостей оброблюваного ґрунту, нерівності дорожнього полотна, нерівномірність тягового опору з боку агрегатованої сільськогосподарської машини. Ці впливи носять випадковий характер і описуються ви-

падковими функціями. Крім того, сам машинно-тракторний агрегат, його двигун або трансмісія також є джерелами коливань та вібрацій.

Колівання трактора викликають переущільнення ґрунту, що ускладнює пророщування рослин і призводить до зниження родючості ґрунтів. Окрім цього, коливання призводять до порушення агротехнічних вимог, створення несприятливих умов вирощування рослин (порушується глибина обробітку ґрунту, закладення насіння, тощо). Колівання знижують тягово-зчіпні властивості трактора, погіршують умови праці водія працездатність, надають шкідливий вплив на роботу механізмів, викликаючи їх передчасний знос. Тому дослідження, які присвячені оцінці впливу профілю опорної поверхні на динаміку машинно-тракторного агрегату, є актуальними.

2. Аналіз джерел інформації та постановка проблеми

В роботах [1, 2] конструкцію трактора досліджено, як велику кількість інерційних мас, з'єднаних валами, зчепленням, пружними муфтами та іншими пружними елементами з різною тангенціальною жорсткістю. Ці деталі конструкції утворюють складні інерційно-пружно-дисипативні коливальні системи, взаємодія яких здійснюється за допомогою пружних і дисипативних елементів [3].

Пружні елементи мають здатність накопичувати потенційну енергію. Пружні властивості мають всі пружинні елементи конструкції та пневматичні шини – колеса, що піддаються радіальній та тангенціальній деформаціям.

Дисипативні елементи мають властивість дисипації (розсіювання) енергії. Дисипація енергії відбувається за рахунок розсіювання тепла, викликаними силами внутрішнього тертя, що виникають від тертя поверхонь деталей конструкції або гідравлічним (в'язкостним) тертям рідини об стінки гідросистеми внаслідок механічної роботи.

Скласти найбільш повну динамічну модель трактора або агрегату з високою достовірністю результатів є складною задачею. Розрахунок вертикальних прискорень та динамічних навантажень в системі «агрегат-трактор-трансмісія-двигун-остов» виконується через дослідження спрощеної динамічної моделі ідеалізованого трактора або агрегату.

В такому випадку, замість реального МТА приймається еквівалентна в динамічному відношенні розрахункова схема (фізична модель). До складу моделі входять інерційні маси, які замінюють окремі рухомі маси, пружні елементи, та елементи що характеризують податливість деталей трансмісії [4].

Для теоретичних досліджень і розрахунків коливань елементи трактора та агрегату схематизуються та спрощуються з урахуванням того, що елементи які мають незначний вплив на поведінку коливальної системи в цілому не враховуються [5]. Необхідно зазначити, що в роботі не досліджено вплив різних профілей опорної поверхні на коливальні процеси.

МТА є складною системою для аналізу, тому для її спрощення приводять всі жорсткості пружних зв'язків, моменти інерції і коефіцієнти демпфірування до одного елемента, зазвичай до колінчастого валу двигуна [6]. Однак в роботі не досліджено просторові коливання елементів МТА.

Для визначення коефіцієнтів демпфірування в механічних системах зазвичай використовуються емпіричні результати, які засновані на спостереженнях за затухаючими коливаннями [7].

Математичні моделі технічних об'єктів повинні відображати фізичні властивості об'єктів, при цьому моделі повинні бути якомога спрощеними, але такі математичні моделі повинні бути адекватними. Модель вважається адекватною, якщо відображає результати з прийнятною точністю або узгодженістю теоретичного та експериментального результатів.

Але залишилися невирішеними питання, пов'язані з розробкою математичної моделі МТА, що неминуче пов'язане з ідеалізацією досліджуваного об'єкта.

Одним з основних зовнішніх впливів, що впливають на виникнення динамічних зусиль на ґрунт при русі мобільних агрегатів, є нерівності поверхні [8]. Суттєвою особливістю нерівностей поверхні ґрунту є те, що вони відносяться до категорії випадкових в ймовірностно-статистичному сенсі. Фактичні значення і характер зміни можуть бути визначені тільки експериментально. Випадковий характер нерівностей полів являє собою головну особливість умов руху мобільних агрегатів і, отже, динамічних зусиль, що передаються рушіями на ґрунт. Відповідно, динамічні зусилля на ґрунт матимуть також випадковий характер. Зі збільшенням швидкості руху агрегатів частота збурюючого впливу нерівностей ґрунту підвищується [8]. В роботі досліджено частоти збурюючих впливів нерівностей ґрунту та їх вплив на елементи МТА в одній площині.

Підвищення робочих швидкостей руху машино-тракторних агрегатів – один з найважливіших резервів зростання продуктивності праці в сільському господарстві. З підвищенням швидкості руху машин в умовах проведення сільськогосподарських робіт коливання їх досягають значних величин, що тягне за собою підвищення динамічних навантажень на ґрунт, а отже, збільшення ущільнення [9].

В роботі [10] визначено вплив нерівностей полів на плавність ходу сільськогосподарських машин. Розраховано статистичні властивості нерівностей полів [8]. Встановлено, що значення статистичних параметрів та характеристик змінюються в широких межах в залежності від ґрунтового фону та напряму обробки [11].

Однак попередніми дослідженнями не враховувались коливання елементів машинно-тракторних агрегатів у просторі, тобто досліджувались коливання лише в одній площині.

Таким чином, дослідження динаміки МТА з урахуванням впливу профілю опорної поверхні є перспективними через урахування коливань в трьох вимірному просторі та висоти профілю опорної поверхні для окремого колеса.

3. Мета та завдання дослідження

Метою дослідження є оцінка динаміки машинно-тракторного агрегату з урахування впливу профілю опорної поверхні. Це дає можливість розробити методи зниження коливань елементів агрегату, покращити керованість та стійкість.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання:

– скласти математичні моделі динаміки трактора та МТА у складі трактора шарнірно-з'єднаної компоновки;

- скласти математичну модель колеса трактора, що враховує висоту профілю опорної поверхні;
- визначити вплив висоти профілю опорної поверхні на динаміку трактора та агрегату;
- підтвердити адекватність розробленої математичної моделі трактора та агрегату проведенням експериментальних досліджень.

4. Матеріали та методи дослідження динаміки машинно-тракторного агрегату з урахування впливу профілю опорної поверхні

Дослідження динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою, що враховують нерівності опорної поверхні, потребують складання кінематичних схем, динамічних та математичних моделей досліджуваної машини.

При складанні математичних моделей трактора та агрегату були прийняті наступні припущення: елементи МТА досліджено, як абсолютно тверді тіла та весь агрегат симетричний щодо поздовжньої площини. Коливальні процеси в елементах агрегата створюються нерівностями (профілем) опорної поверхні та неоднорідностями фізико-механічних властивостей ґрунту.

Не враховувалися процеси, які відбуваються в гідроприводі рульового керування; втрати тиску в гідросистемі; фізіологічні особливості організму оператора.

Також не враховуються процеси, які відбуваються в трансмісії; не враховувалися динамічні характеристики двигуна в процесі розгону та гальмування агрегату. Бічні зусилля на шинах обмежені зчепленням коліс з опорною поверхнею.

4. 1. Динамічна та математична модель трактора

Розв'язання проблеми динаміки трактора та агрегату з урахуванням коливань в трьох вимірному просторі потребує складання кінематичної схеми (рис. 1) та динамічної моделі трактора з шарнірно-з'єднаною рамою (рис. 2).

На схемах (рис. 1, 2) та математичній моделі динаміки трактора та МТА використано наступні позначення. $XOYZ$ – глобальна система координат. $xoyz$ – зв'язана система координат. т. o – центр мас трактора та т. O – центр глобальної системи координат. Кути повороту трактора навколо відповідних осей x , y , z позначено як α , β , γ . Маса першої та другої піврами трактора m_1 , m_2 . Приведені моменти інерції першої та другої піврами трактора щодо відповідних осей – J_{1x} , J_{1y} , J_{1z} , J_{2x} , J_{2y} , J_{2z} . Поступальну швидкість руху трактора позначено v , а кут зламму піврам трактора – ψ . Висота профілю опорної поверхні переднього лівого колеса h_{11} , переднього правого h_{12} , заднього лівого h_{21} , заднього правого колеса h_{22} . Геометричними параметрами трактора є відстань від центра мас до осі передніх коліс l_1 , відстань від центра мас до осі задніх коліс l_2 . Передні та задні осі трактора мають колію b_1 та b_2 . Відстань від центра мас трактора до осі передніх і задніх коліс по осі z – hfa_z , hra_z . Радіус переднього лівого колеса r_{11} , переднього правого r_{12} , заднього лівого r_{21} , заднього правого колеса r_{22} . Дотичну силу тяги на передньому лівому колесі позначено, як $P_{к11}$, передньому правому $P_{к12}$, задньому лівому $P_{к21}$, задньому правому $P_{к22}$. Крутний момент на передньому лівому колесі $M_{к11}$, передньому правому $M_{к12}$, задньому лівому $M_{к21}$, задньому правому $M_{к22}$. Сила опору коченню переднього лівого колеса P_{f11} , перед-

нього правого P_{f12} , заднього лівого P_{f21} , заднього правого P_{f22} . Сила бічного відведення переднього лівого колеса $P_{\delta 11}$, переднього правого $P_{\delta 12}$, заднього лівого $P_{\delta 21}$, заднього правого $P_{\delta 22}$. Приведена жорсткість шини переднього лівого колеса $C_{ш11}$, переднього правого $C_{ш12}$, заднього лівого $C_{ш21}$, заднього правого $C_{ш22}$. Приведений коефіцієнт демпфування шини переднього лівого колеса позначено як $k_{ш11}$, переднього правого $k_{ш12}$, заднього лівого $k_{ш21}$, заднього правого $k_{ш22}$.

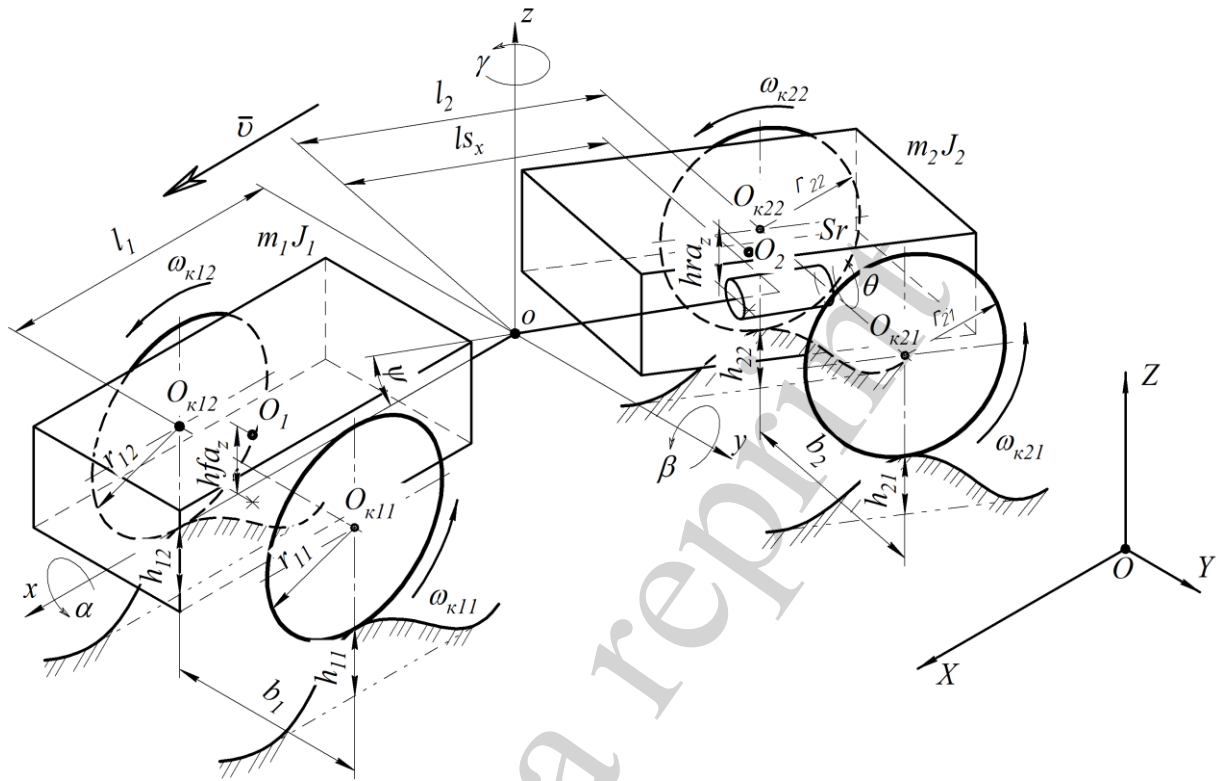


Рис. 1. Кінематична схема трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

В якості керуючого впливу на трактор прийнято кут зламу піврам трактора ψ . Метод складання математичних моделей та кінематичних зв'язків багатоеlementних агрегатів наведено у роботі [7].

Без урахування неголономних зв'язків рама трактора має, як тверде тіло, 6 ступенів свободи та 6 незалежних швидкостей \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} , ω_x , ω_y , ω_z . З урахуванням кута ψ та неголономного зв'язку, як миттєвого центра швидкостей у площині xy , кількість незалежних швидкостей стає 4 – \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} , ω_y .

Розглядаючи випадок руху трактора без буксування та з урахуванням обертання коліс число ступенів свободи зростає ще на 4. Формула визначення кутової швидкості обертання коліс без урахування буксування має вигляд:

$$\omega_{ij} = \frac{v_{C_{ij}xy}}{Z_{C_{ij}}}, \quad (1)$$

де $Z_{C_{ij}}$ – апліката центра колеса в абсолютній системі координат.

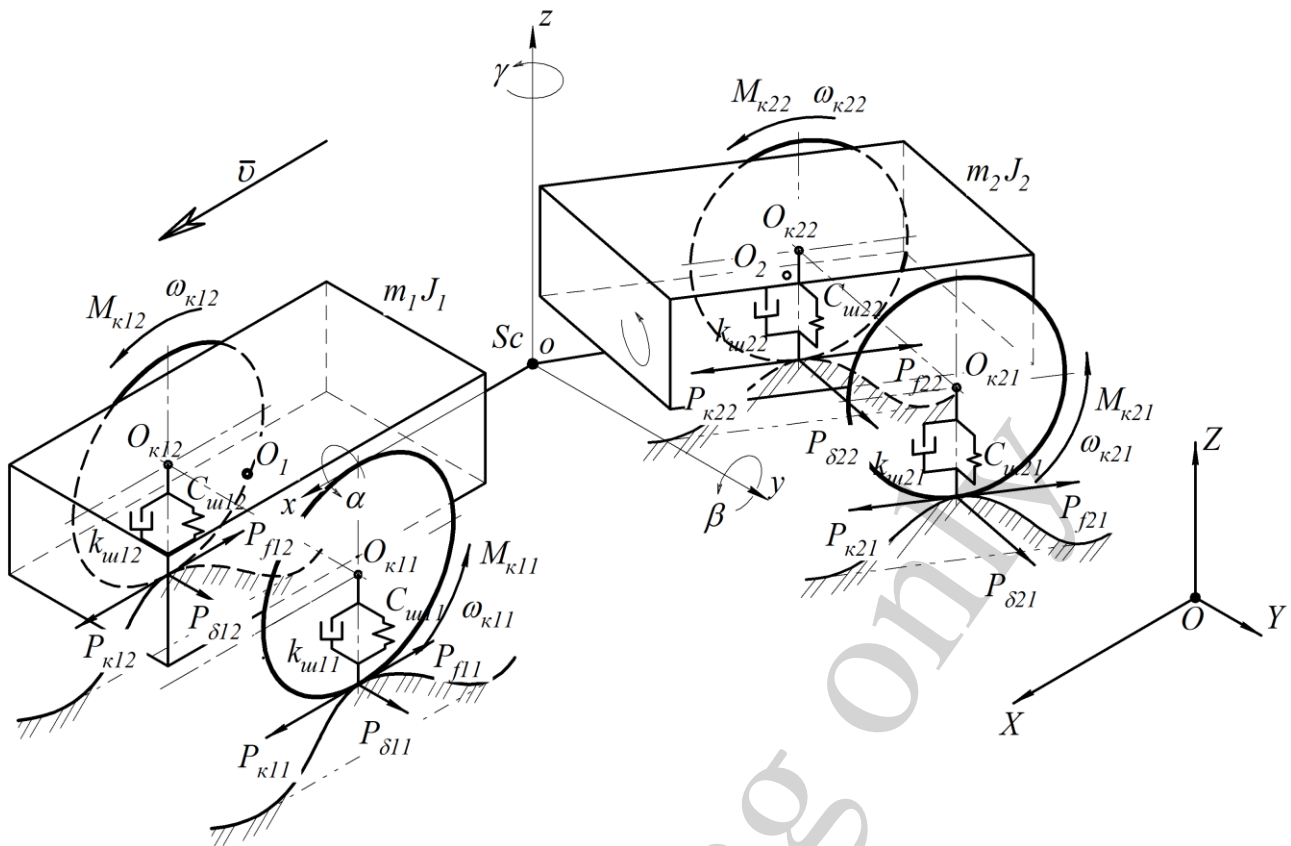


Рис. 2. Динамічна модель трактора з шарнірно-з'єднаною рамою

Рух трактора у складі машинно-тракторного агрегату по полю під час виконання технологічних операцій виробництва продукції рослинництва супроводжується буксуванням ведучих коліс [12]. Буксування коліс трактора знаходиться у межах від 0 до 15 %, тому необхідно його враховувати при дослідженнях динаміки трактора. На буксування впливає багато факторів такі, як навантаження на колесо [13], момент [14] та тиск в шині [15], тому перераховані фактори впливу також необхідно враховувати.

4. 2. Динамічна та математична модель колеса

Складено динамічну модель колеса, що враховує перелічені вище фактори. Модель наведено на рис. 3.

Модель колеса може використовувати постійний коефіцієнт опору кочення або залежність від тиску і швидкості [16]. Сила опору кочення дорівнює нулю, коли нормальна сила, що діє на поверхні колеса-дороги, менше або дорівнює нулю [17].

Для динамічної моделі колеса, що враховує сталий коефіцієнт опору коченню, залежність сили опору кочення має вигляд:

$$P_f = \mu F_z, \quad (2)$$

де μ – коефіцієнт опору коченню.

Якщо коефіцієнт опору коченню має гіперболічну форму, що виключає розрив при $v = 0$, коефіцієнт опору коченню розраховується з виразу:

$$\mu = \mu_0 \tanh\left(\frac{v}{v_{\max}}\right), \quad (3)$$

де μ_0 – асимптотичний коефіцієнт опору коченню; v_{\max} – максимальна швидкість руху колеса.

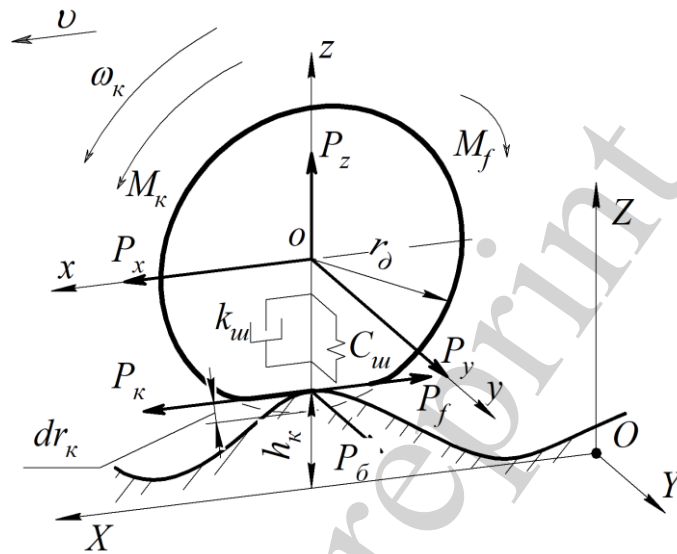


Рис. 3. Динамічна модель колеса: $XOYZ$ – глобальна (нерухлива) система координат; $xoyz$ – зв'язана система координат; ω_k – кутова швидкість обертання; v – поступова швидкість руху; h_k – висота профілю ґрунту; r_d – динамічний радіус колеса; dr_k – динамічна деформація колеса у вертикальному напрямі; P_x, P_y, P_z – сили, що діють на колесо прикладені до його центра; P_k – дотична сила тяги; M_k – крутний момент; P_f, M_f – сила та момент опору кочення; P_δ – сила бічного уводу; $k_{ш}$ и $C_{ш}$ – податливість та жорсткість шини у вертикальному напрямі

Однак використаємо складнішу модель колеса, що враховує залежності від тиску та швидкості, тоді залежність сили опору кочення прийме вигляд:

$$P_f = \left(\frac{P}{P_0}\right)^\alpha \left(\frac{P_z}{P_{z0}}\right)^\beta P_{z0} \cdot (A + B|v| + Cv^2), \quad (4)$$

де P, P_0 – дійсний та номінальний тиск у шині; P_z, P_{z0} – дійсне та номінальне навантаження на колесо; α, β, A, B, C – апроксимуючі коефіцієнти.

Враховуючи формули (опору кочення) (3), (4) та кочення колеса без буксування (1) складено математичну модель колеса, що має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\text{кij}} \dot{\omega}_{\text{кij}} = M_{\text{кij}} - r_{\text{дij}} \left(P_{\text{кij}} - \left(\frac{P_{\text{ij}}}{P_{0\text{ij}}} \right)^\alpha \left(\frac{P_{Z\text{ij}}}{P_{Z0\text{ij}}} \right)^\beta P_{Z0\text{ij}} \cdot \left(A + B |v_{\text{Cij}}| + C v_{\text{Cij}}^2 \right) \right), \\ \omega_{\text{кij}} = \frac{v_{\text{Cij},xy}}{r_{\text{дij}} \delta_{\text{кij}}}, \\ r_{\text{дij}} = r_{\text{кij}} - dr_{\text{кij}}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Залежність буксування колеса від дотичної сили тяги отримана експериментально та має вигляд [18]:

$$\delta_{\text{кij}} = 0,5^{-17} P_{\text{кij}}^4 - 0,25^{-12} P_{\text{кij}}^3 + P_{\text{кij}}^2 - 0,5^{-4} P_{\text{кij}}. \quad (6)$$

Висоту профілю опорної поверхні для лівого та правого борта колісного трактора задано окремо як функції від часу:

$$h_{11} = h_{\text{л}}(t);$$

$$h_{12} = h_{\text{п}}(t);$$

$$h_{21} = h_{\text{л}}(t + \Delta t);$$

$$h_{22} = h_{\text{п}}(t + \Delta t);$$

$$\Delta t = \frac{l}{v}, \quad (7)$$

де $h_{\text{л}}(t)$, $h_{\text{п}}(t)$ – функція висоти профілю опорної поверхні для лівого та правого борта трактора; l – база трактора; v – швидкість руху.

Запропонована математична модель колеса (5) враховує буксування $\delta_{\text{к}}$ та його залежність від дотичної сили $P_{\text{к}}$ на колесі, а також $dr_{\text{к}}$ динамічну деформацію колеса у вертикальному напрямі, що розраховується програмно під час досліджень [5].

Геометричні та кінематичні властивості динамічної моделі описано як узагальненими координатами і узагальненими швидкостями:

$$\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_s\}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \{\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s\}, \quad (8)$$

так і узагальненими координатами та псевдошвидкостями:

$$\boldsymbol{\pi} = \{ \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m \}; \dot{\boldsymbol{\pi}} = \{ \dot{\pi}_1, \dot{\pi}_2, \dots, \dot{\pi}_m \}. \quad (9)$$

Трактор, як двомасова динамічна система (рис. 1, 2), має просторовий рух ланок, тому рівняння динаміки представлено у вигляді рівнянь Апеля [7]:

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \left\{ \tilde{\mathbf{W}}_{C_i}^T m_i \vec{a}_{C_i} + \tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^T \left([\vec{J}_i] \cdot \vec{\varepsilon}_i + \vec{\omega}_i \times [\vec{J}_i] \cdot \vec{\omega}_i \right) \right\} - \tilde{\mathbf{W}}_P^T \mathbf{P} = 0, \quad (10)$$

де n – число твердих тіл у досліджуваній моделі; m_i , $[\vec{J}_i]$, \vec{a}_{C_i} , $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ – маса, тензор інерції, прискорення центра мас, кутова швидкість і кутове прискорення i -го тіла; $\tilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ – структурні матриці відповідно радіус-векторів центрів мас і кутових швидкостей тіл, формули для яких наведено нижче; \mathbf{W}_P – структурна матриця силових елементів.

Вектори \vec{a}_{C_i} задано в абсолютній системі координат, а вектори $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ – у пов'язаних із тілами системах координат (звичайно з осями - головними осями інерції). Структурні матриці $\tilde{\mathbf{W}}_{C_i}$, $\tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}$ формуються через матрицю геометричних елементів \mathbf{G} :

$$\tilde{\mathbf{W}}_{C_i}^u = \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \boldsymbol{\pi}} = \frac{\partial \vec{v}_{C_i}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} = \mathbf{W}_{C_i}^u \mathbf{G}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u = \frac{\partial \vec{\omega}_i^{(i)}}{\partial \dot{\boldsymbol{\pi}}} = \mathbf{W}_{\omega_i}^u \mathbf{G}. \quad (12)$$

Також і кінематичні параметри \vec{a}_{C_i} , $\vec{\omega}_i$, $\vec{\varepsilon}_i$ програмно сформовано автоматично за геометричними і диференціальними структурами:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}_{C_i} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right) = \\ &= \frac{d}{dt} \left[\mathbf{W}_{C_i}^u (\mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\pi}} + \boldsymbol{\gamma}) + \frac{\partial \vec{r}_{C_i}}{\partial t} \right] = \tilde{\mathbf{W}}_{C_i}^u \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\vec{\omega}_i^{(i)} = \mathbf{W}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} + \dots, \quad (14)$$

$$\vec{\varepsilon}_i^{(i)} = \frac{d}{dt} \left(\tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \dot{\boldsymbol{\pi}} + \dots \right) = \tilde{\mathbf{W}}_{\omega_i}^u \ddot{\boldsymbol{\pi}} + \dots \quad (15)$$

Матриця \mathbf{G} у транспонованому вигляді є загальним співмножником та відповідно для випадку просторового руху динамічної моделі трактора одержано рівняння у вигляді:

$$\mathbf{G}^T \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \mathbf{W}_{C_i}^{uT} m_i \vec{a}_{C_i} + \mathbf{W}_{\omega_i}^{uT} \left(\begin{array}{l} [\vec{J}_i^{(i)}] \cdot \vec{\varepsilon}_i^{(i)} + \\ + \vec{\omega}_i^{(i)} \times [\vec{J}_i^{(i)}] \cdot \vec{\omega}_i^{(i)} \end{array} \right) \right\} - \mathbf{W}_P^T \mathbf{P} \right) = 0. \quad (16)$$

Рівняння динаміки неголономної системи отримано лінійною комбінацією рівнянь динаміки голономної системи з коефіцієнтами, взятими з лінійної форми [7]. Для чисельного інтегрування систему загальних диференціальних рівнянь (СЗДР) (16) перетворено до нормальної форми Коші в псевдокоординатах \mathbf{q} та \mathbf{v} :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{g}, \\ \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}. \end{cases} \quad (17)$$

де $\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \left\{ \mathbf{W}_{C_i}^T m_i \mathbf{W}_{C_i} + \mathbf{W}_{\omega_i}^T [\vec{J}_i] \mathbf{W}_{\omega_i} \right\}$ – матриця інерції системи; \mathbf{F} – вектор-матриця узагальнених сил системи.

Початковими умовами для системи (17) є значення узагальнених координат і незалежних узагальнених швидкостей (псевдошвидкостей) у початковий момент часу:

$$\mathbf{q}|_{t=0} = \mathbf{q}_0, \pi|_{t=0} = \pi_0.$$

Метод формування рівнянь динаміки багатоелементних машин з довільним розташуванням елементів (8)–(17) підтвердив свою ефективність [5, 7].

4. 3. Динамічна та математична модель машинно-тракторного агрегату

Для дослідження впливу профілю опорної поверхні на динаміку машинно-тракторного агрегату складено динамічну модель сівалки, що наведено на рис. 4.

Переважає більшість позначень рис. 4 співпадають з рис. 1 та 2, однак: b_1 , b_2 – відстань від центру мас сівалки до центру коліс; hP_x , hP_y , hP_z – відстані від центра мас до рівнодіючої сили опору ґрунту; P_x , P_y , P_z – проекції сили опору ґрунту на відповідні осі.

Динамічна модель агрегата складається з двох динамічних моделей трактора (рис. 1, 2) та сівалки (рис. 4) з'єднаних послідовно між собою т. Dhr трактора та т. Dhf сівалки.

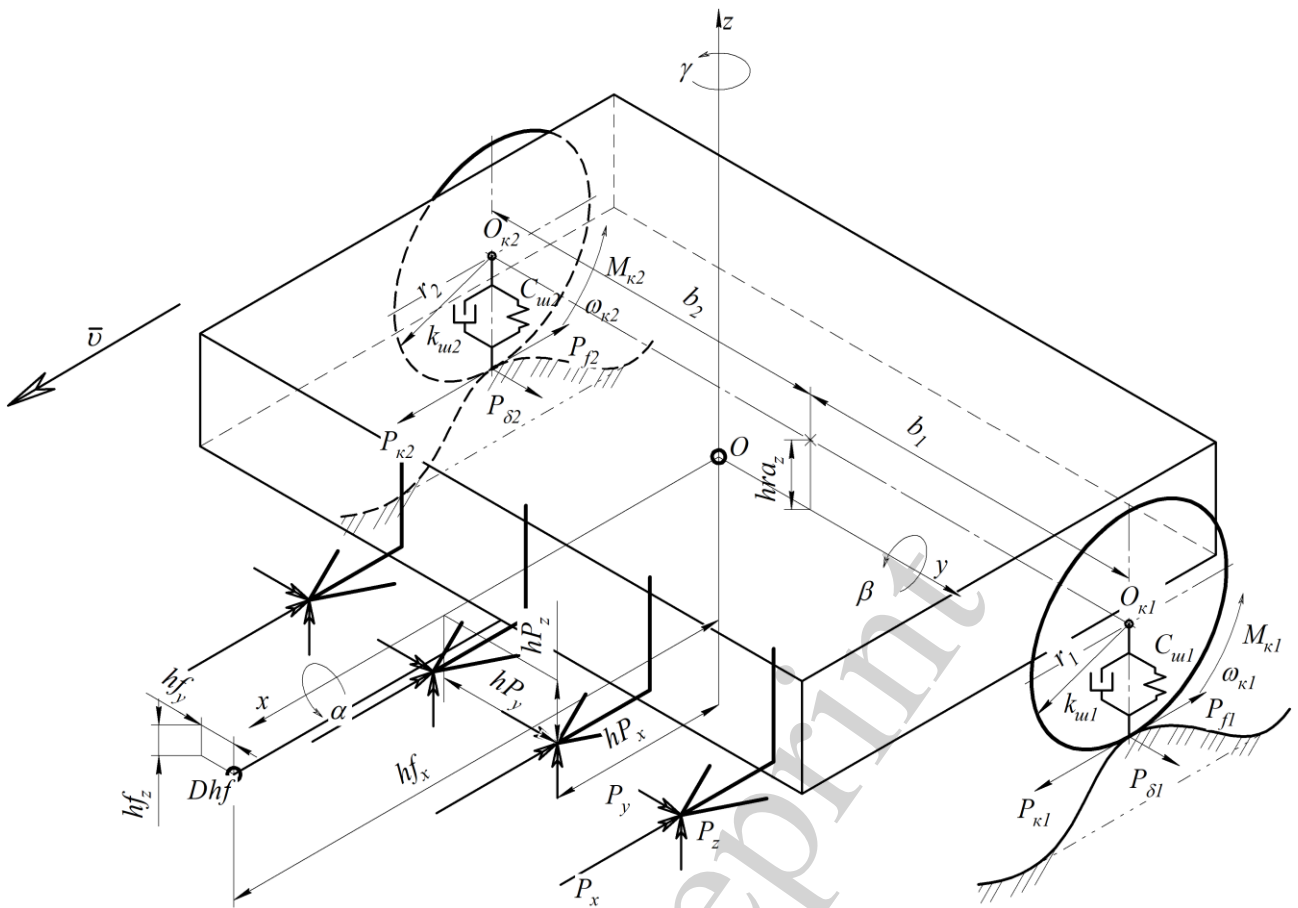


Рис. 4. Динамічна модель сівалки

Математична модель МТА має чотири узагальнених координати, тобто чотири ступені свободи та 6 незалежних координат із залежними варіаціями. Вектор узагальнених координат $\dot{\mathbf{q}}$ та вектор незалежних координат із залежними варіаціями у формі Коші мають вигляди:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} X^T \\ Y^T \\ Z^T \\ \beta^T \\ \alpha^C \\ \beta^C \end{bmatrix}^T ; \dot{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \alpha^T \\ \gamma^T \\ \omega_{\kappa 11}^T \\ \omega_{\kappa 12}^T \\ \omega_{\kappa 21}^T \\ \omega_{\kappa 22}^T \\ \gamma^C \\ \omega_{\kappa 1}^C \\ \omega_{\kappa 2}^C \end{bmatrix}^T, \quad (18)$$

де X^T , Y^T , Z^T – повздовжня, поперечна та вертикальна координата центра мас трактора; α^T , β^T , γ^T – кути повороту центра мас трактора навколо осей X , Y та Z ;

$\alpha^C, \beta^C, \gamma^C$ – кути повороту центра мас сівалки навколо осей X, Y та Z ; $\omega_{\kappa 11}^T, \omega_{\kappa 12}^T, \omega_{\kappa 21}^T, \omega_{\kappa 22}^T$ – кутові швидкості обертання коліс трактора (переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого); $\omega_{\kappa 1}^C, \omega_{\kappa 2}^C$ – кутові швидкості обертання коліс сівалки (правого та лівого).

Математична модель динаміки трактора з шарнірно-з'єднаною рамою та сівалки, що враховує рух коліс по профілю опорної поверхні та коливань елементів рами в трьох вимірному просторі, в формі Коші має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}^T = f_1(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Y}^T = f_2(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{Z}^T = f_3(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \beta^T = f_4(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \alpha^C = f_5(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \beta^C = f_6(\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}); \\ \dot{\alpha}^T = \frac{a^T \dot{X}^T + b^T \dot{Y}^T + c \dot{Z}^T - \beta^T (d^T \cos \gamma^T + \sin \gamma^T)}{\cos \gamma^T - d^T \sin \gamma^T}; \\ \dot{\gamma}^T = \alpha^T \beta^T + v B_x^T \frac{\operatorname{tg} \gamma^T}{l^T}; \\ \dot{\gamma}^C = \frac{v y A^C}{l_1^C - h f_x^C} + \alpha^C \beta^C; \\ J_{\kappa ij} \dot{\omega}_{\kappa ij} = M_{\kappa ij} - r_{\kappa ij} \left(P_{\kappa ij} - \left(\frac{P_{ij}}{P_{0ij}} \right)^\alpha \left(\frac{P_{Zij}}{P_{Z0ij}} \right)^\beta P_{Z0ij} \cdot (A + B |v_{Cij}| + C v_{Cij}^2) \right); \\ \omega_{\kappa ij} = \frac{v_{Cij \cdot xy}}{(r_{\kappa ij} - dr_{\kappa ij}) \delta_{\kappa ij}}; \\ h_{11} = h_{\text{л}}(t); \\ h_{12} = h_{\text{п}}(t); \\ h_{21} = h_{\text{л}}(t + \Delta t); \\ h_{22} = h_{\text{п}}(t + \Delta t), \end{array} \right. \quad (19)$$

де f_i – функції від векторів-матриць; $\mathbf{G}, \mathbf{g}, \mathbf{M}, \mathbf{F}$ – вектори-матриці, що обчислені з (16) та (17); $i=1, \dots, 6$ – номер узагальненої координати.

5. Результати оцінки впливу профілю опорної поверхні на динаміку машинно-тракторного агрегату

З аналізу попередніх досліджень [8, 19, 20] висоту профілю опорної поверхні можна описати поліномом вигляду:

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^m A_{ijk} \sin(\omega_{ijk}t + \varphi_{ijk}), \quad (20)$$

де k – порядковий номер гармоніки; m – кількість гармонік; ij – порядковий номер колеса; A_{ijk} – амплітуда ij -колеса k -гармоніки профілю опорної поверхні; ω_{ijk} – частота ij -колеса k -гармоніки профілю опорної поверхні; φ_{ijk} – фаза ij -колеса k -гармоніки профілю опорної поверхні.

5.1. Форма профілю опорної поверхні

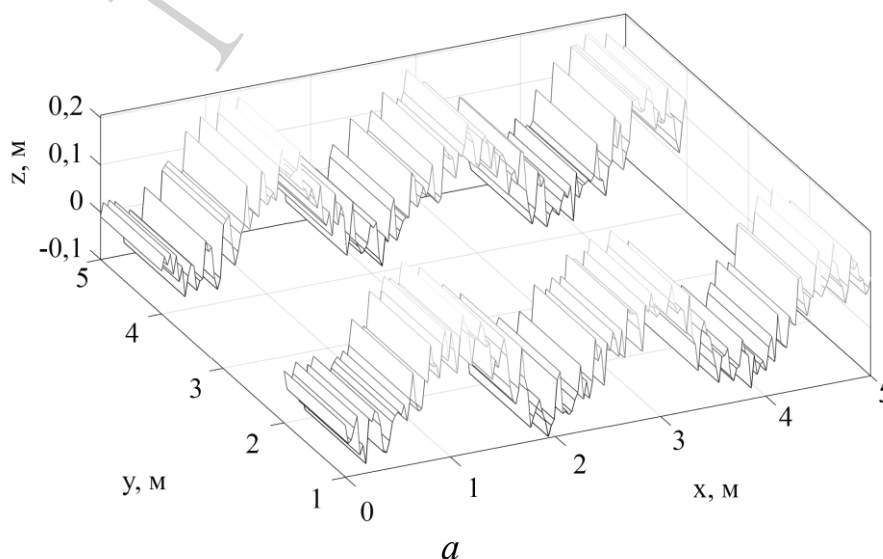
За результатами експериментальних досліджень профіль поверхні поля після оранки, що описується поліномом (20), зображено на рис. 5.

На рис. 5, а зображено форму профілю опорної поверхні для окремих бортів трактора. На рис. 5, б наведено залежність висоти профілю опорної поверхні h_{11} , h_{12} , h_{21} , h_{22} від часу для чотирьох коліс трактора. Розраховано спектральну щільність висоти профілю опорної поверхні (рис. 6).

Розмах коливань висоти профілю опорної поверхні для поля після оранки складає 0,135 м, медіана – 0,0503 м, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $\bar{x} = 0,03$ (рис. 5, а).

Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні має дві гармоніки: одна з частотою 1,5 Гц зі значенням 0,03 та друга – 0,004 на частоті 15,6 Гц.

Профіль поля підготовленого під посів, що математично описаний поліномом (20) для кожного колеса трактора наведено на рис. 7, а. Для цього профілю також розраховано спектральну щільність висоти профілю опорної поверхні (рис. 8).



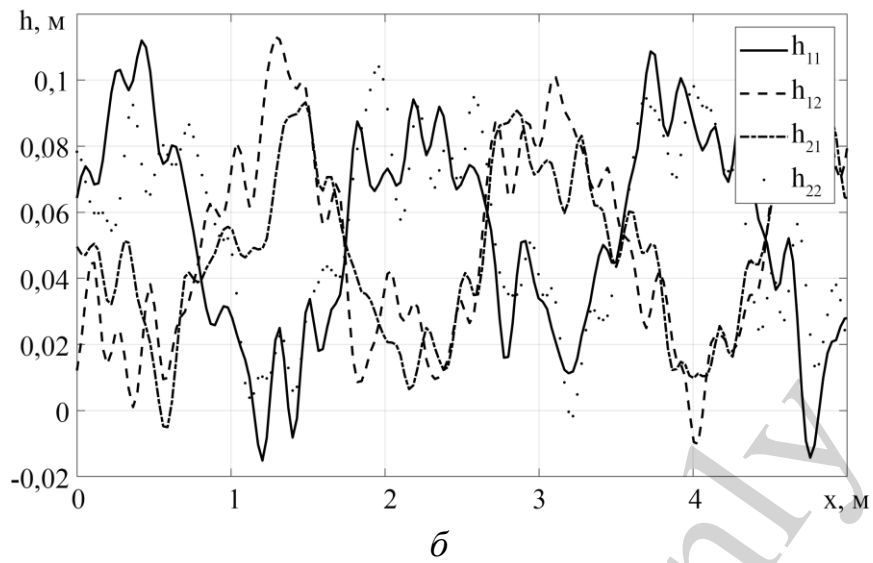


Рис. 5. Поверхня поля після оранки: *a* – форма профілю; *б* – залежність висоти профілю від часу

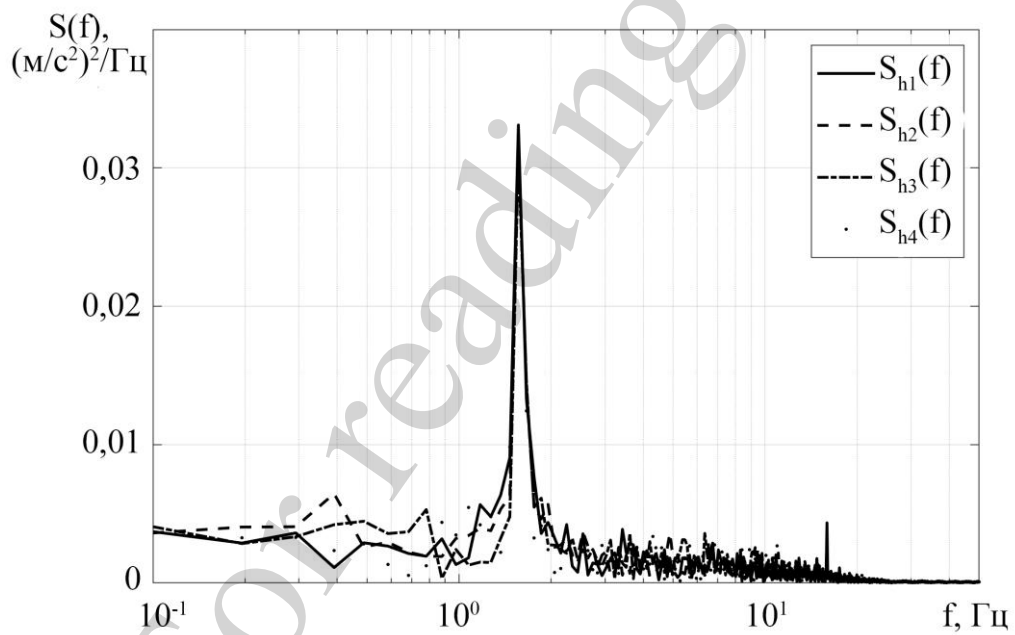


Рис. 6. Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні (поле після оранки)

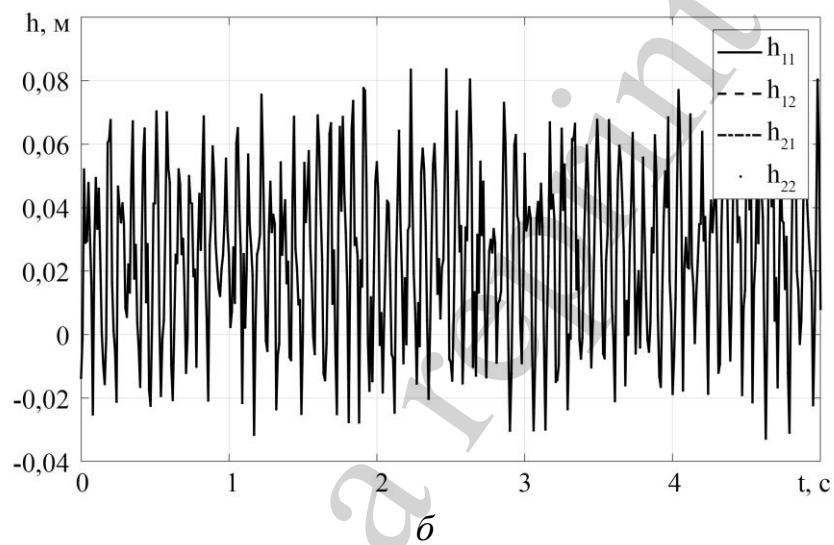
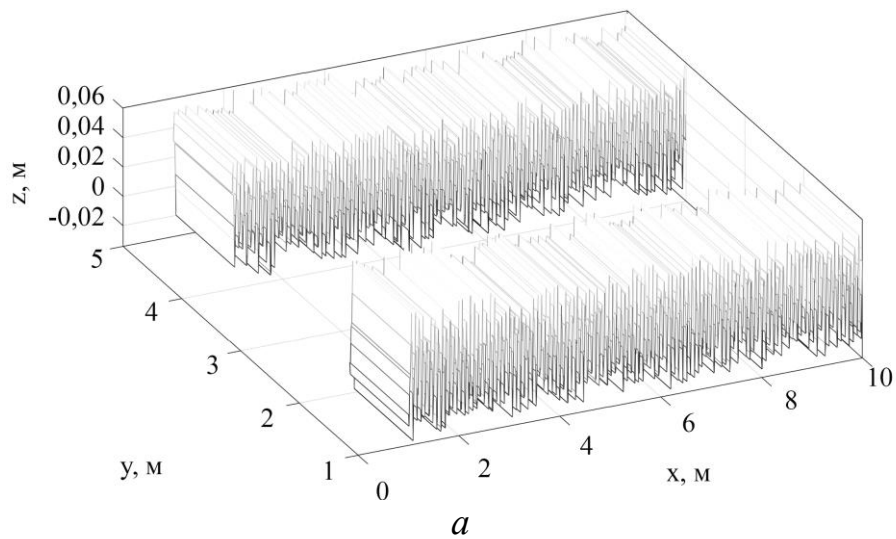


Рис. 7. Поверхня поля підготовленого під сівбу: *а* – форма профілю; *б* – залежність висоти профілю від часу

На рис. 7 наведено розмах коливань висоти профілю опорної поверхні для поля підготовленого під посів й складає 0,115 м, медіана – 0,0252 м, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $\bar{x} = 0,025$. Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні має дві гармоніки: одна з частотою 12,7 Гц зі значенням 0,02 та друга – 0,004 на частоті 24,8 Гц (рис. 8).

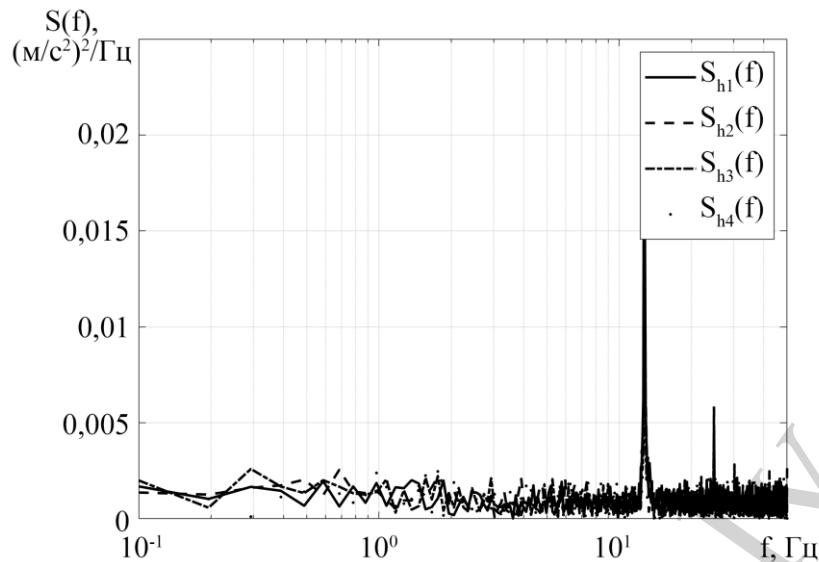
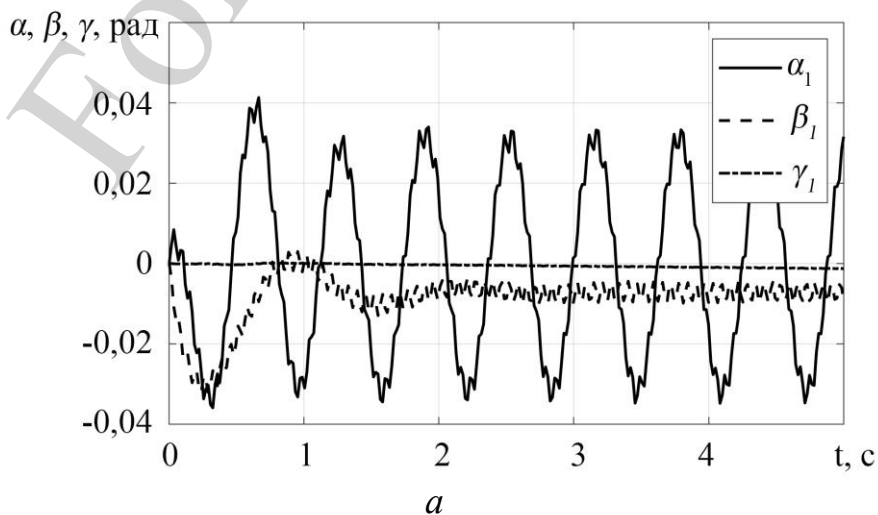


Рис. 8. Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні (поле підготовлене під сівбу)

5. 2. Вплив профілю опорної поверхні на динаміку трактора

Систему диференційних рівнянь (18)–(19) розв’язано в ССКА «КіДіМ» та результати додатково оброблено в MatLab. Результати теоретичних досліджень по оцінці впливу профілю опорної поверхні на динаміку трактора та агрегату наведено на рис. 9–15.

Теоретично досліджено математичну модель трактора (без агрегатованої сільськогосподарської машини) (18), (19). Розраховано залежності кутів повороту (орієнтації) (рис. 9, *a*) та проєкцій швидкостей центру мас (рис. 9, *б*) трактора до відповідних осей від часу; залежності швидкостей обертання коліс трактора (рис. 10, *a*) та їх динамічних радіусів (рис. 10, *б*) від часу; спектральну щільність амплітуди віброприскорення центра мас трактора у вертикальному напрямі (рис. 11). Результати отримано для трактора масою 8600 кг та швидкості руху 2,8 м/с.



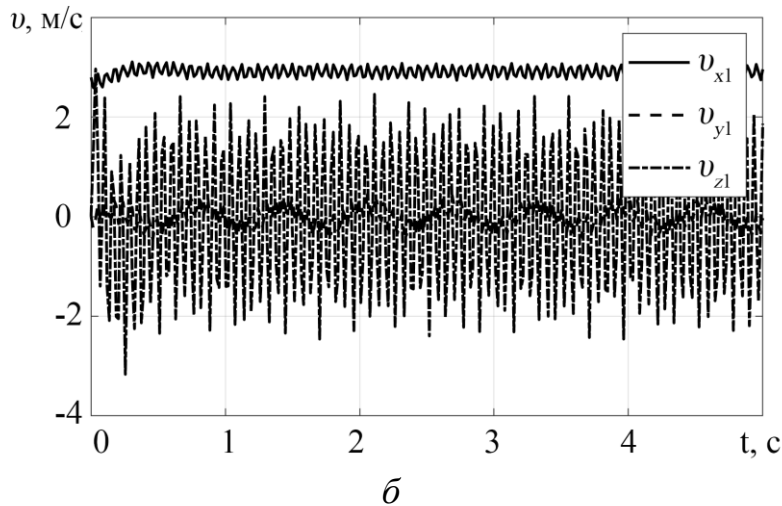
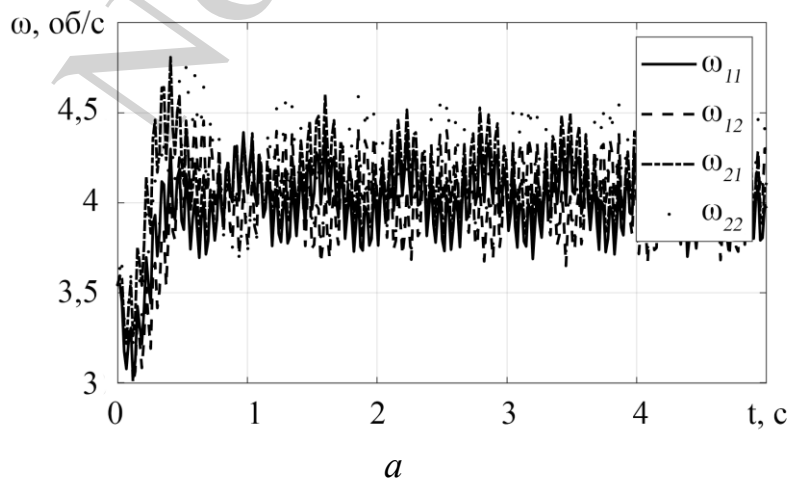


Рис. 9. Кути орієнтації в просторі та проекції швидкостей рами трактора: *a* – залежності кутів повороту (орієнтації) від часу; *б* – залежності проекцій швидкостей від часу

Рух трактора супроводжується коливаннями рами навколо осі x (рис. 9, *a*). Розмах коливань кута повороту рами навколо осі x складає $0,07$ рад, а період складає $0,63$ с. Коливання рами трактора навколо осі y мають вигляд затухаючих, розмах яких складає $0,03$ рад з періодом $0,66$ с. При прямолінійному русі кут повороту рами навколо осі z є постійним та дорівнює нулю.

Швидкість руху трактора у повздовжньому напрямі (по осі x) відповідає агротехнічній швидкості руху при сівбі зернових культур $v_x = 2,8$ м/с (рис. 9, *б*). Розмах коливань швидкості у вертикальному напрямі (по осі z) значно більше ніж у поперечному (по осі y) та відповідно дорівнює $4,4$ м/с і $0,41$ м/с, а їх період складає $0,63$ с. Визначено, що форма профілю опорної поверхні найбільш впливає на швидкість руху рами трактора у вертикальному напрямі.



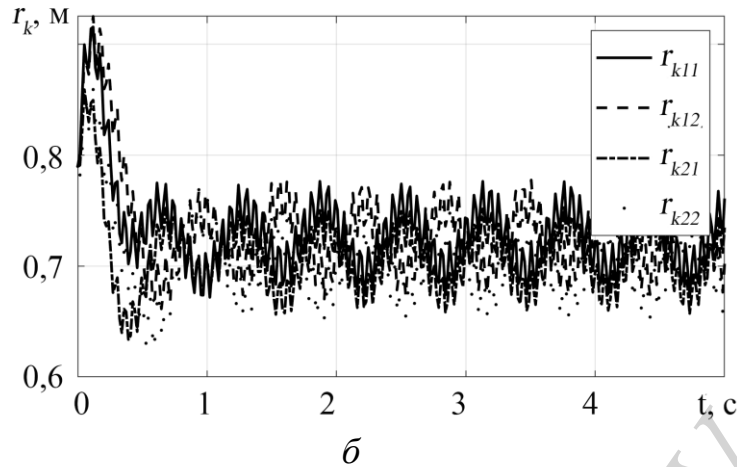


Рис. 10. Динаміка коліс трактора: *a* – залежності швидкостей обертання коліс від часу; *б* – залежності динамічних радіусів коліс від часу

Необхідно зазначити, що профіль опорної поверхні має безпосередній вплив на руші трактора. Колеса трактора можна представити як динамічні моделі з пружними та демпфуючими елементами (рис. 3), які мають безпосередній вплив на динаміку. Середня швидкість обертання коліс 4,15 об/с. Розмах коливань швидкостей обертання коліс складає 0,625 об/с (рис. 10, *a*).

Колеса трактора також піддаються впливу коливального характеру. Динамічний радіус коліс має розмах коливань 0,11 м, найбільше значення радіусу дорівнює 0,75 м, а найменше – 0,68 м (рис. 10, *б*).

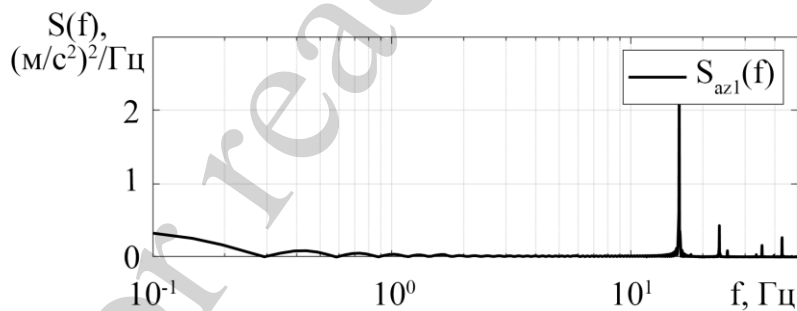


Рис. 11. Спектральна щільність амплітуди віброприскорення центра мас трактора у вертикальному напрямі

Найбільша енергія амплітуди віброприскорень рами трактора у вертикальному напрямі спостерігається на частоті 15,9 Гц зі значенням 2,188; друга гармоніка $S_{az1}(23,44)=0,386$; третя – $S_{az1}(35,3)=0,144$ та четверта – $S_{az1}(42,87)=0,24$ (рис. 11).

5. 3. Вплив профілю опорної поверхні на динаміку машинно-тракторного агрегату

Динаміку машинно-тракторного агрегату досліджено на прикладі трактора ХТЗ-242К та сівалки Vega-8 Profi. Визначено залежності кутів повороту (орієн-

тації) (рис. 12, *a*) та проєкцій швидкостей центру мас (рис. 12, *б*) навколо відповідних осей від часу; спектральну щільність амплітуди віброприскорення центру мас сівалки (рис. 13) у вертикальному напрямі.

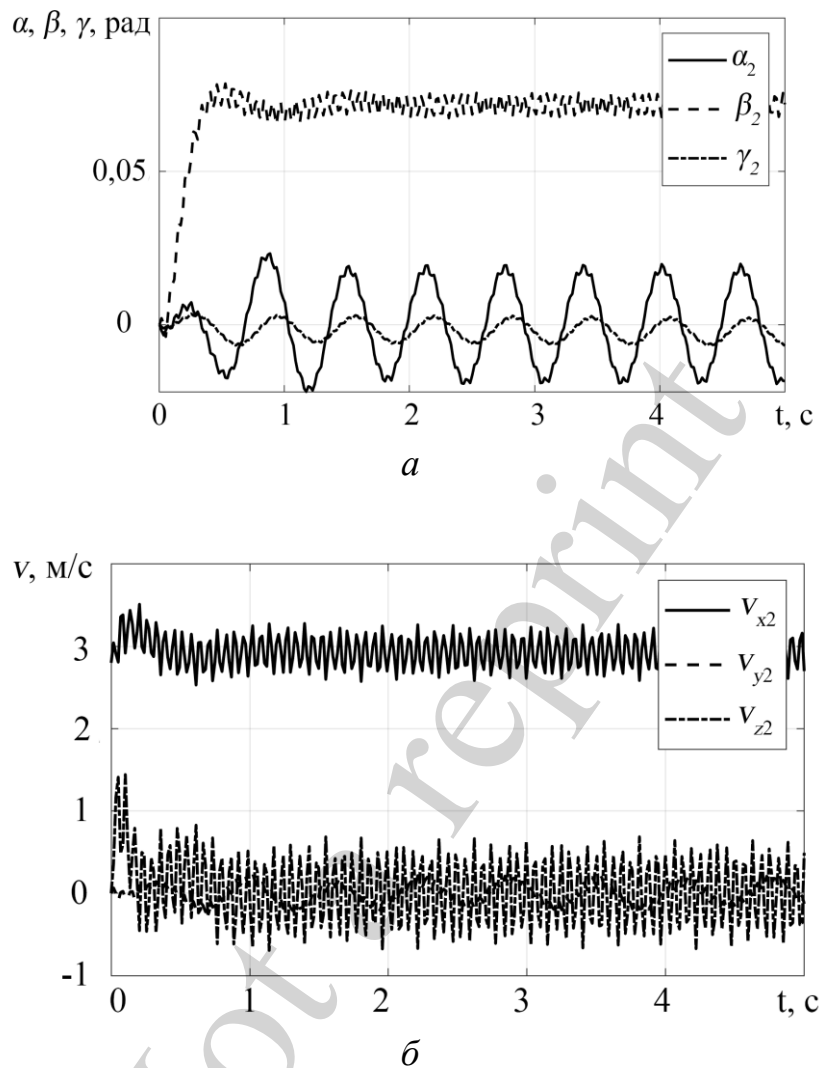


Рис. 12. Кути орієнтації в просторі та проєкції швидкостей рами сівалки: *a* – залежності кутів повороту (орієнтації) від часу; *б* – залежності проєкцій швидкостей від часу

Як і у трактора, кут повороту рами сівалки навколо осі x має вигляд гармонійних коливань та розмах таких коливань складає 0,03 рад (рис. 12, *a*).

Поступова швидкість руху сівалки (повздовжній рух, вісь x) (рис. 12, *б*) співпадає зі швидкістю руху трактора (рис. 9, *б*), однак швидкості руху та розмах їх коливань у сівалки значно менший. Періоди коливань, як і у трактора дорівнюють 0,63 с.

Найбільша енергія амплітуди віброприскорень рами сівалки у вертикальному напрямі спостерігається на частоті 15,9 Гц зі значенням 0,539; друга гармоніка $S_{az2}(23,44)=0,107$; третя – $S_{az2}(35,3)=0,031$ та четверта – $S_{az2}(42,87)=0,059$ (рис. 13).

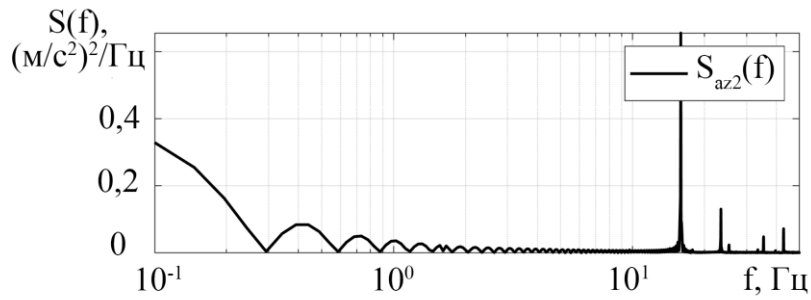


Рис. 13. Спектральна щільність амплітуди віброприскорень центру мас сівалки $S_{az2}(f)$ у вертикальному напрямі

5. 4. Результати експериментальних досліджень та підтвердження адекватності математичної моделі трактора та агрегату

Для перевірки адекватності запропонованої математичної моделі використано вимірювальну систему динаміки та енергетики мобільних машин [7], структурну схему якої наведено на рис. 14.

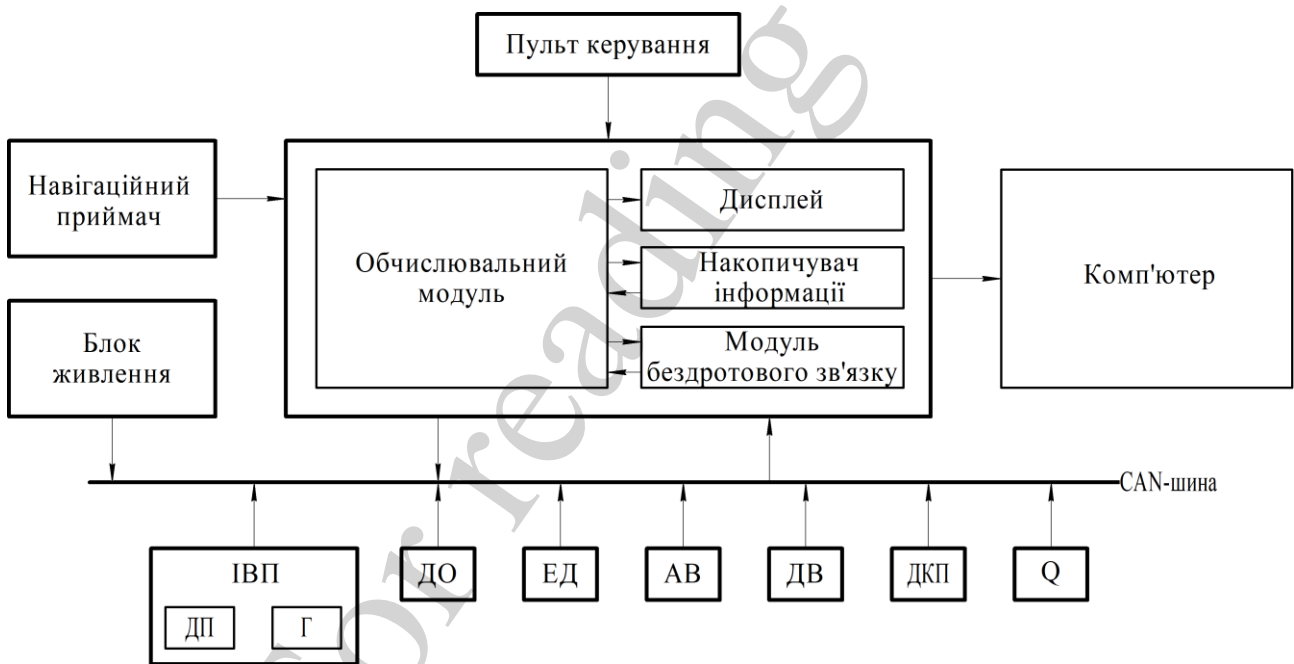


Рис. 14. Структурна схема вимірювальної системи динаміки та енергетики мобільних машин

Розроблена вимірювальна система відноситься до технічних засобів діагностування та експлуатаційного контролю і може бути використана в сільському господарстві та машинобудівній промисловості. Вона призначена для визначення кінематичних, динамічних, потужнісних та енергетичних характеристик мобільних машин та їх елементів при дорожніх, польових і стендових випробуваннях.

Вимірювальна система включає інерційні вимірювальні пристрої (ІВП), що складаються з гіроскопів (Г) та датчиків прискорень (ДП), навігаційного приймача

(GPS), датчиків швидкості обертання (ДО), електронних динамометрів (ЕД), аналогових (АВ) та дискретних (ДВ) входів та датчиків витрати палива (Q). Для вимірювальної системи розроблено програмне забезпечення DASys PC Suite, яке відповідає за зберігання інформації з датчиків на внутрішньому або зовнішньому носії інформації. Комунікація між датчиками та обчислювальним модулем відбувається по CAN-шині і радіоканалу у діапазоні 2,4 ГГц.

Експериментальні дослідження виконано на МТА у складі трактора ХТЗ-242К та сівалки Vega-8 Profi, що виконував сівбу зернових на полі підготовленому під сівбу.

Перевірку адекватності розробленої математичної моделі виконано методом обґрунтованим у роботі [7], що полягає у порівнянні спектральних щільностей амплітуд віброприскорень досліджуваних елементів агрегату. Порівняно теоретичні $S_{azr1}(f)$ та експериментальні $S_{aze1}(f)$ спектральні щільності амплітуд віброприскорень рами трактора у вертикальному напрямі (рис. 15).

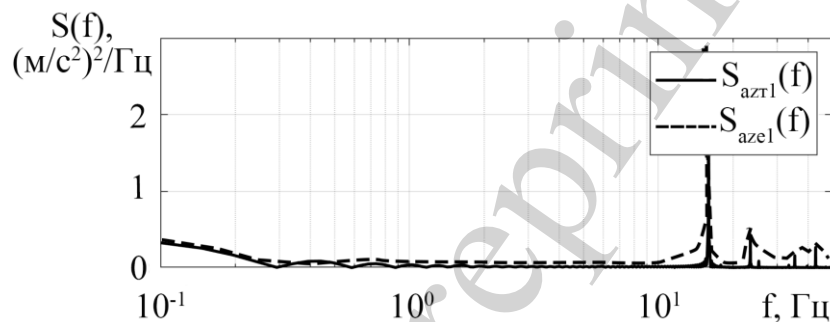


Рис. 15. Теоретичні $S_{azr1}(f)$ та експериментальні $S_{aze1}(f)$ спектральні щільності амплітуд віброприскорень рами трактора

Частоти 15,9, 23,44, 35,3 та 42,87 Гц максимальних амплітуд віброприскорень рами трактора у вертикальному напрямі для теоретичних та експериментальних досліджень співпадають. Різниця між теоретичними та експериментальними даними амплітуд віброприскорень рами трактора складає 11 %.

Аналогічно порівняно теоретичні $S_{azr2}(f)$ та експериментальні $S_{aze2}(f)$ спектральні щільності амплітуд віброприскорень рами сівалки у вертикальному напрямі (рис. 16).

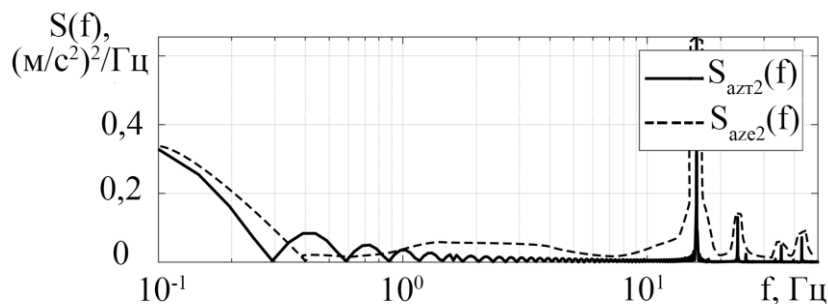


Рис. 16. Теоретичні $S_{azr2}(f)$ та експериментальні $S_{aze2}(f)$ спектральні щільності амплітуд віброприскорень рами сівалки

Також співпадають частоти максимальних амплітуд віброприскорень рами сівалки у вертикальному напрямі для теоретичних та експериментальних досліджень. Різниця між даними амплітуд віброприскорень сівалки – 12 %.

Таким чином, запропоновану у роботі математичну модель можна вважати адекватною.

6. Обговорення результатів дослідження динаміки машинно-тракторного агрегату з урахуванням впливу профілю опорної поверхні

Підвищення робочих швидкостей руху сільськогосподарських агрегатів призводить до того, що коливання всіх складових елементів досягають значних величин. Це тягне за собою підвищення динамічних навантажень на ґрунт і, як наслідок, збільшення ущільнення. Необхідно зазначити, що нерівності поверхні ґрунту відносяться до категорії випадкових в ймовірностно-статистичному сенсі.

Профіль опорної поверхні значно впливає на динаміку трактора та сівалки. Коливальні процеси, що утворюються опорною поверхнею, передаються через колеса на остови елементів МТА. Вони найбільш впливають на обертання рам навколо осей x та y і майже не впливають на рискання (рис. 9, а, 12, а).

Дослідження обмежуються двома профілями опорної поверхні (рис. 5, 7). Згідно до агротехнічних вимог та умов експлуатації посівного машинно-тракторного агрегату саме ці профілі опорної поверхні є найбільш розповсюдженими.

При русі рама сівалки має меншу амплітуду віброприскорень (рис. 13) ніж трактор (рис. 11). Відповідно, трактор має більшу енергію коливань тому, що трактор спирається на ґрунт через колеса, які мають відповідну жорсткість. Сівалка рухається із заглибленими робочими органами у ґрунт, що приводить до зниження амплітуди коливань. Частоти гармонік віброприскорень для рами трактора та сівалки співпадають (рис. 11, 13).

Визначення динамічних навантажень потребує складання складних динамічних та математичних моделей трактора або агрегату з високою достовірністю. В роботі запропонований метод автоматичного формування рівнянь динаміки багатоелементних агрегатів. Метод є ресурсоємним, тобто потребує значного часу на автоматичне формування рівнянь динаміки, але в той же час ефективним.

Визначено динамічні показники машинно-тракторного агрегату для робочої швидкості руху 2,8 м/с (10 км/год), яка обґрунтована агротехнічними вимогами (рис. 9, 12). Подальше покращення продуктивності можливе через підвищення швидкості руху, що потребує проведення додаткових теоретичних досліджень.

Особливістю запропонованих у роботі рішень є розроблена математична модель МТА (18)–(19), що дозволяє досліджувати динаміку елементів, як окремих моделей.

Необхідно зазначити, що дослідження динаміки МТА з одночасним урахуванням коливань у трьох вимірному просторі з урахуванням профілю опорної поверхні не проводились. Також не досліджувались коливальні процеси багатоелементних МТА, що з'єднуються через шарнір та сницю.

7. Висновки

1. Визначено, що без урахування неголономних зв'язків трактор, як тверде тіло, має 6 ступенів свободи та 4 незалежні швидкості. Математична модель машинно-тракторного агрегату має чотири узагальнених координати. При цьому чотири ступені свободи та 6 незалежних координат із залежними варіаціями. Динамічна модель агрегата складається з двох динамічних моделей трактора та сівалки з'єднаних послідовно між собою в одній точці (навісці).

2. Динамічна модель колеса враховує коефіцієнт опору кочення та залежності від тиску і швидкості. Визначено, що колеса трактора піддаються впливу коливального характеру. Динамічний радіус коліс має розмах коливань 0,11 м, найбільше значення радіусу дорівнює 0,75 м, а найменше – 0,68 м. Період коливань складає 0,63 с.

3. Розмах коливань висоти профілю опорної поверхні для поля після оранки складає 0,135 м, медіана – 0,0503 м, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $\bar{x} = 0,03$. Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні має дві гармоніки: одна з частотою 1,5 Гц зі значенням 0,03 та друга – 0,004 на частоті 15,6 Гц. Відповідно для поля підготовленого під сівбу розмах коливань висоти профілю опорної поверхні для поля підготовленого під посів й складає 0,115 м, медіана – 0,0252 м, а середньоквадратичне відхилення дорівнює $\bar{x} = 0,025$. Спектральна щільність висоти профілю опорної поверхні має дві гармоніки: одна з частотою 12,7 Гц зі значенням 0,02 та друга – 0,004 на частоті 24,8 Гц. Визначено, що форма профілю опорної поверхні найбільше впливає на швидкість руху рами трактора у вертикальному напрямі. Кути повороту рам трактора та сівалки навколо осі x мають вигляд гармонійних коливань з розмахом 0,03 рад. Найбільша енергія амплітуди віброприскорень рами сівалки у вертикальному напрямі спостерігається на частоті 15,9 Гц зі значенням 0,539; друга гармоніка $S_{az2}(23,44)=0,107$; третя – $S_{az2}(35,3)=0,031$ та четверта – $S_{az2}(42,87)=0,059$.

4. Запропоновану у роботі математичну модель можна вважати адекватною тому, що спектральні щільності амплітуд віброприскорень рами трактора та сівалки отримані під час теоретичних та експериментальних досліджень співпадають. Різниця між даними амплітуд віброприскорень не перевищує 12 %.

Література

1. Shabana, A. A. (2013). Dynamics of Multibody Systems. Cambridge University Press, 384. doi: <https://doi.org/10.1017/cbo9781107337213>
2. Wong, J. Y. (2008). Theory of ground vehicles. Wiley, 592. URL: <https://www.wiley.com/en-us/Theory+of+Ground+Vehicles%2C+4th+Edition-p-9780470170380>
3. Жутов, А. Г., Карсаков, А. А., Аврамов, В. И. (2013). Формирование нагрузки на крюке в зависимости от момента сопротивления. Тракторы и сельхозмашины, 2, 24–25. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18851435>
4. Werner, R., Kormann, G., Mueller, S. (2012). Dynamic modeling and path tracking control for a farm tractor towing an implement with steerable wheels

and steerable drawbar. 2nd Commercial Vehicle Technology Symposium. Kaiserslautern, 241–250.

5. Bulgakov, V., Ivanovs, S., Adamchuk, V., Antoshchenkov, R. (2019). Investigations of the Dynamics of a Four-Element Machine-and-Tractor Aggregate. *Acta Technologica Agriculturae*, 22 (4), 146–151. doi: <https://doi.org/10.2478/ata-2019-0026>

6. Blundell, M., Harty, D. (2004). *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 288. doi: <https://doi.org/10.1016/b978-0-7506-5112-7.x5000-3>

7. Антощенко, Р. В. (2017). Динаміка та енергетика руху багатоелементних машинно-тракторних агрегатів. Х.: ХНТУСГ, 244. URL: <http://dspace.khntusg.com.ua/handle/123456789/1186>

8. Cutini, M., Brambilla, M., Bisaglia, C. (2017). Whole-Body Vibration in Farming: Background Document for Creating a Simplified Procedure to Determine Agricultural Tractor Vibration Comfort. *Agriculture*, 7 (10), 84. doi: <https://doi.org/10.3390/agriculture7100084>

9. Dzyuba, O., Dzyuba, A., Polyakov, A., Volokh, V., Antoshchenkov, R., Mykhailov, A. (2019). Studying the influence of structural-mode parameters on energy efficiency of the plough PLN-3-35. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3 (1 (99)), 55–65. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.169903>

10. Lenzuni, P., Deboli, R., Preti, C., Calvo, A. (2016). A round robin test for the hand-transmitted vibration from an olive harvester. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 53, 86–92. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2015.10.006>

11. Pazooki, A., Cao, D., Rakheja, S., Boileau, P.-É. (2011). Ride dynamic evaluations and design optimisation of a torsio-elastic off-road vehicle suspension. *Vehicle System Dynamics*, 49 (9), 1455–1476. doi: <https://doi.org/10.1080/00423114.2010.516833>

12. Guan, D., Fan, C., Xie, X. (2005). A dynamic tyre model of vertical performance rolling over cleats. *Vehicle System Dynamics*, 43 (sup1), 209–222. doi: <https://doi.org/10.1080/00423110500109398>

13. Besselink, I. J. M., Schmeitz, A. J. C., Pacejka, H. B. (2010). An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes. *Vehicle System Dynamics*, 48 (sup1), 337–352. doi: <https://doi.org/10.1080/00423111003748088>

14. Pacejka, H. (2012). *Tire and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 672. doi: <https://doi.org/10.1016/c2010-0-68548-8>

15. Taylor, R. K., Bashford, L. L., Schrock, M. D. (2000). Methods for measuring vertical tire stiffness. *Transactions of the ASAE*, 43 (6), 1415–1419. doi: <https://doi.org/10.13031/2013.3039>

16. Jazan, R. N. (2014). *Vehicle dynamics: Theory and Application*. Springer. doi: <http://doi.org/10.1007/978-1-4614-8544-5>

17. Wille, R., Bohm, F., Duda, A. (2005). Calculation of the rolling contact between a tyre and deformable ground. *Vehicle System Dynamics*, 43, 483–492. doi: <https://doi.org/10.1080/00423110500139759>

18. Мельник, В. І., Антощенко, В. М., Антощенко, Р. В., Кісь, В. М., Галич, І. В. (2019). Результати експериментальних досліджень тягової ди-

наміки трактора ХТЗ-243К. Вісник ХНТУСГ імені Петра Василенка, 198, 181–187. URL: <http://dspace.khntusg.com.ua/bitstream/123456789/10461/1/26.pdf>

19. Wee, B. S., Yahya, A., Suparjo, B. S., Othman, I. (2002). Mobile, automated, 3-axis laser soil surface profile digitizer. Biological, agricultural and food engineering: Proceedings of 2nd World Engineering Congress (WEC2002), Engineering innovation and sustainability: Global challenges and issues. Kuching, 319–326.

20. Kabir, M. S. N., Ryu, M.-J., Chung, S.-O., Kim, Y.-J., Choi, C.-H., Hong, S.-J., Sung, J.-H. (2014). Research Trends for Performance, Safety, and Comfort Evaluation of Agricultural Tractors: A Review. Journal of Biosystems Engineering, 39 (1), 21–33. doi: <https://doi.org/10.5307/jbe.2014.39.1.021>

Not a reprint