

N° d'ordre : 3017

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE BORDEAUX 1

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par

Jose Manuel ROZOT

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : Mécanique

Modèle prédictif de l'apparition de la microporosité de retrait durant la solidification d'un alliage Aluminium-Silicium

Soutenue le 19 septembre 2005

Après avis de :

MM.	Michel BELLET	Maître de Conférences HDR, Ecole des Mines de Paris, CEMEF	Rapporteurs
	Denis MAILLET	Professeur des Universités, ENSEM Nancy	

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	Jean-Christophe BATSALE	Professeur des Universités, ENSAM Bordeaux	
	Jean-Luc BATTAGLIA	Maître de Conférences HDR, Université Bordeaux 1	
	Michel BELLET	Maître de Conférences HDR, Ecole de Mines de Paris, CEMEF	
	Hervé COMBEAU	Professeur des Universités, Ecole des Mines de Nancy	President
	Michel DANIS	Professeur des Universités, Université Bordeaux 1	
	Eric DARSY	Directeur Méthodes Fonderie, Groupe Le Bélier	Invité
	Jean-Marie GEORGE	Enseignant ENSAM Bordeaux	Invité
	Denis MAILLET	Professeur des Universités, ENSEM Nancy	

À Mila

— Or donc, si je comprends bien, vous faites, et vous savez pourquoi vous faites, mais vous ne savez pas pourquoi vous savez que vous savez ce que vous faites?

Umberto Eco, *Le nom de la rose*

Ce qui est simple est faux ; ce qui est compliqué est inutilisable

Paul Valéry, *Mauvaises pensées et autres*

Remerciements

Ce travail s'est déroulé au sein du laboratoire TREFLE (UMR CNRS 8508) et au sein du Groupe Le Béliet.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à MM. BELLET et MAILLET pour avoir accepté de rapporter mon document, et aussi pour avoir contribué à son amélioration significative.

J'adresse toute ma reconnaissance aux membres du jury avec lesquels l'échange a été constructif et plus particulièrement à M. COMBEAU, qui a de plus accepté de présider le jury de thèse.

Ce travail doit beaucoup à M. BATTAGLIA pour le temps qu'il a su consacrer à l'encadrement scientifique de ce travail de thèse, mais aussi pour les marathons qu'il m'a proposés (en particulier celui du Médoc). Je suis aussi redevable à M. DARSY pour les contributions métiers qu'il a amenées à ce travail.

Enfin je tiens à remercier tous ceux qui ont réussi à me supporter au quotidien aussi bien sur les lieux de travail (surtout Andrzej et Céline), que sur les lieux de détente (notamment les murs d'escalade). Mais ces remerciements seraient incomplets, si je ne remerciais pas celle qui partage mes bords et qui a accepté de naviguer avec moi pour la vie !

Sommaire

Chapitre 1: Introduction Générale	11
1.1 Le procédé	11
1.1.1 Mise en oeuvre	11
1.1.2 Les Oxydes	12
1.1.3 Le poteyage	12
1.1.4 La Solidification	13
1.2 La problématique	14
1.2.1 Défaut de gazage	16
1.2.2 Défaut de retrait	18
1.2.3 Défaut mixte	21
1.2.4 Particularité de l'étude	22
1.3 Description phénoménologique	22
1.3.1 Contractions dendritique et eutectique	23
1.3.2 Milieu poreux	24
Chapitre 2: Etat des connaissances	27
2.1 Modèles à l'échelle dendritique	27
2.1.1 Croissance dendritique	27
2.1.2 Ecoulement interdendritique	30
2.2 Modèles à l'échelle du moule	32
2.2.1 Fronts de solidification	32
2.2.2 Solidification dendritique	34
2.2.3 Solidification eutectique	35
2.2.4 Modèles thermiques	38
2.2.5 Poteyage et conditions aux limites	39
2.3 Modèles prédictifs de la microporosité	41
2.3.1 Modèles basés sur la présence d'hydrogène en solution	41

2.3.2	Modèles utilisant la perméabilité du milieu	42
2.3.3	Vitesse interdendritique	44
2.3.4	Perméabilité	45
2.3.5	Autres modèles	48
2.4	Modèles globaux	48
2.4.1	Critères	49
2.4.2	Corrélation	49
Chapitre 3:	Modélisation	57
3.1	Solidification et Refroidissement	57
3.1.1	Critères d'homogénéisation	57
3.1.2	Conservation de l'énergie	61
3.1.3	Données matériau et conditions aux limites	62
3.1.4	Conditions limites à l'interface alliage/moule	63
3.1.5	Le système d'équation	64
3.2	Conservation de la masse	65
3.2.1	Echelle de modélisation	65
3.2.2	Ecriture du problème	65
3.2.3	Pression de retrait	67
3.2.4	Perméabilité	69
3.2.5	Le système d'équation	71
3.3	Résolution numérique	71
3.3.1	Résolution numérique de l'équation de la chaleur	73
3.3.2	Résolution numérique de l'équation de masse	75
3.4	Analyse de sensibilité	76
3.4.1	Sensibilité de la température	77
3.4.2	Sensibilité de la porosité de retrait	83
3.4.3	Expérience optimale	89
Chapitre 4:	Dispositif expérimental	93
4.1	Expérience	93
4.1.1	Solidification dirigée	93
4.1.2	Préparation du métal	95
4.1.3	Déroulement de la coulée	97
4.2	Mesures de température	98

4.2.1	Environnement et thermocouple	98
4.2.2	Mise en œuvre de la mesure	100
4.2.3	Position des thermocouples	102
4.3	Mesure de Porosité	103
4.3.1	Choix de système de la méthode	103
4.3.2	Imagerie 2D	104
Chapitre 5: Résultats et discussion		107
5.1	Thermique	107
5.1.1	Validation du modèle 1D par rapport à la géométrie réelle du refroidisseur	108
5.1.2	Identification des paramètres inconnus	111
5.1.3	Résultats	112
5.2	Porosité	115
5.2.1	Configuration unidirectionnelle	116
5.2.2	Stabilité de la position du front	117
5.2.3	Mesures et incertitudes	118
5.2.4	Identification du paramètre de transport	119
5.3	Discussion	120
5.3.1	Validité du modèle	120
5.3.2	Interprétation	122
5.3.3	Estimation de la perméabilité pour identifier la compressibilité	122
5.3.4	Estimation de la compressibilité pour identifier la perméabilité.	126
5.3.5	Un paramètre global	127
Chapitre 6: Conclusion et perspectives		131
6.1	Perspectives scientifiques	132
6.2	Perspectives industrielles	132

Nomenclature

A_0	Surface spécifique	m^{-1}
c_i	Constantes	
C_0	Concentration massique de l'alliage en Si	
C_{eut}	Concentration massique en Si de la phase eutectique	
C_S^*	Concentration massique en Si de la phase solide à l'interface solide liquide	
C_L^*	Concentration massique en Si de la phase liquide à l'interface solide liquide	
C_L^H	Concentration de l'Hydrogène dans la phase liquide	
C_S^H	Concentration de l'Hydrogène dans la phase solide	
C_{L0}^H	Concentration initiale de l'Hydrogène dans la phase liquide	
$C_{S_Max}^H$	Solubilité de l'Hydrogène dans la phase solide	
C_0^H	Concentration initiale de l'alliage en Hydrogène	
C_K	Constante adimensionnelle	
C_0^{Si}	Concentration massique initiale de l'alliage en Silicium	
C_p	Capacité calorifique	$W.kg^{-1}.K^{-1}$
C_{p_S}	Capacité calorifique de la phase solide	$W.kg^{-1}.K^{-1}$
C_{p_L}	Capacité calorifique de la phase liquide	$W.kg^{-1}.K^{-1}$
D_L^H	Coefficient de diffusion de l'Hydrogène dans la phase liquide	$m^2.s^{-1}$
D_S^H	Coefficient de diffusion de l'Hydrogène dans la phase solide	$m^2.s^{-1}$
D	Diamètre du lopin	m
d	Distance caractéristique de l'espace interdendritique	m
d_1	Espace entre bras primaire de dendrite SDAS	m
d_2	Espace entre bras secondaire de dendrite DAS	m
d_{80}	Porosité mesurée sur un échantillon ayant solidifié sous une pression de 80mBar	
e	Emissivité	
f_S	Fraction massique de la phase solide	
f_L	Fraction massique de la phase liquide	

Nomenclature

fem_K	Force électromotrice délivrée par le thermocouple	V
G	Gradient thermique moyen	$K.m^{-1}$
G_T	Gradient thermique local instantané	$K.m^{-1}$
g	Gravité (vecteur)	$m.s^{-2}$
g_S	Fraction volumique de phase solide	
g_L	Fraction volumique de phase liquide	
g_P	Fraction volumique de porosité	
g_{eut}	Fraction volumique finale d'eutectique	
H	Enthalpie volumique	$J.m^{-3}$
h_S	Enthalpie massique de la phase solide	$J.kg^{-1}$
h_L	Enthalpie massique de la phase liquide	$J.kg^{-1}$
h_{SL}	Enthalpie massique de changement de phase (solide/liquide)	$J.kg^{-1}$
h_P	Enthalpie massique de la phase poreuse	$J.m^{-3}$
K	Perméabilité de la zone semi solide	m^2
κ	Courbure de l'interface solide/liquide	m^{-1}
K_0	Constante de perméabilité de Kozeny-Carman	m^2
k_{Si}	Coefficient de partition du Silicium entre les phases solide et liquide	
k_H	Coefficient de partition de l'Hydrogène entre les phases solide et liquide	
k_H^G	Coefficient de partition de l'Hydrogène entre les phases gazeuse et liquide	
L	Longueur caractéristique du système	m
L_0	Distance séparant les extrémités d'un capillaire	m
L_τ	Longueur du capillaire	m
l	Longueur caractéristique du Volume Élémentaire Représentatif (VER)	m
M	Module de compressibilité volumique	Pa
m_{eau}	Masse de l'échantillon pesé dans l'eau	kg
m_{air}	Masse de l'échantillon pesé dans l'air	kg
p_L	Pression dans la phase liquide	Pa
p_{ext}	Pression extérieure	Pa
p_{met}	Pression métallo statique	Pa
p_R	Pression de retrait	Pa

p_σ	Pression capillaire	Pa
r	Rayon moyen de la porosité	m
R	Résistance thermique de contact	$\text{K}\cdot\text{m}^2\cdot\text{W}^{-1}$
R_T	Vitesse de refroidissement instantanée	$\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$
S	Section	m^2
S_0	Section	m^2
S_V	Surface spécifique	m^{-1}
S_X^T	Sensibilité réduite de la température au paramètre X	K
T	Température	K
T_0	Température de référence	K
\dot{T}	Taux de refroidissement	$\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$
T_{eq}	Température d'équilibre du mélange	K
T_E	Température eutectique	K
T_{ext}	Température de l'environnement	K
T_{SL}	Température de l'interface	K
T_S	Température de la phase solide	K
T_L	Température de la phase liquide	K
T_{eut}	Température eutectique	K
T_{liq}	Température liquidus	K
T_{sol}	Température solidus	K
T_{Al}	Température de l'alliage	K
T_{moule}	Température du moule	K
T_{H^2}	Température de l'hydrogène	K
T_{0S}	Température initiale de la phase solide	K
T_{0L}	Température initiale de la phase liquide	K
ΔT_d	Différence maximale de température entre les phases solide et liquide	K
ΔT_l	Différence maximale de température entre deux point du VER	K
ΔT_L	Différence maximale de température entre deux point du système	K
t	Temps	s

Nomenclature

t_{sol}	Temps de solidification	s
t_0	Constante temporelle	s
Δt	Pas de temps	s
U_{out}^{595}	Tension de sortie de l'amplificateur de tension AD595	V
V	Vitesse moyenne de solidification	$m.s^{-1}$
V_S	Vitesse intrinsèque de la phase solide	$m.s^{-1}$
V_L	Vitesse intrinsèque de la phase liquide	$m.s^{-1}$
$V_{L/S}$	Vitesse de Darcy (de filtration)	$m.s^{-1}$
V_{SL}	Vitesse de l'interface solide liquide	$m.s^{-1}$
\mathbf{x}	Vecteur position	m^3
\mathbf{x}_0	Constante spatiale	m^3
\mathbf{x}_{SL}	Ensemble des \mathbf{x} appartenant à l'interface solide/liquide	m^3
\mathbf{x}_L	Ensemble des \mathbf{x} appartenant à la phase liquide	m^3
\mathbf{x}_S	Ensemble des \mathbf{x} appartenant à la phase solide	m^3
\mathbf{z}	Composante verticale du vecteur position \mathbf{x}	m
Symboles grecs		
α	Rapport des masses volumiques liquide et solide	
α_S	Diffusivité thermique de la phase solide	$m^2.s^{-1}$
α_L	Diffusivité thermique de la phase liquide	$m^2.s^{-1}$
β	Coefficient de retrait	
ε	Porosité	
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
ρ_{ech}	Masse volumique de l'échantillon	$kg.m^{-3}$
ρ_0	Masse volumique idéale (sans porosité)	$kg.m^{-3}$
ρ_S	Masse volumique de la phase solide	$kg.m^{-3}$
ρ_L	Masse volumique de la phase liquide	$kg.m^{-3}$
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	$W.m^{-2}.K^{-4}$
σ_{SL}	Tension de surface entre les phases solide et liquide	$N.m^{-1}$
σ_{LG}	Tension de surface entre les phases liquide et gazeuse	$N.m^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$

λ_S	Conductivité thermique de la phase solide	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
λ_L	Conductivité thermique de la phase liquide	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\lambda_{\text{poteyage}}$	Conductivité du poteyage	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
μ_L	Viscosité dynamique de la phase liquide	Pa.s
τ	Tortuosité	
Ω	Volume du Volume Élémentaire Représentatif	m^3
Ω_L	Volume liquide du Volume Élémentaire Représentatif	m^3
Ω_S	Volume solide du Volume Élémentaire Représentatif	m^3

Fonctions et opérateurs

$\langle \rangle$	Opérateur moyenne volumique
$\text{erf}()$	Fonction erreur

Chapitre 1: Introduction Générale

1.1 Le procédé

Afin de comprendre certains choix dans l'approche scientifique dont l'application se fera dans le domaine industriel, nous proposons d'exposer ici le procédé industriel qui nous intéresse.

1.1.1 Mise en oeuvre

Le procédé qui a suscité le développement de cette étude est le procédé de fonderie en coulée par gravité d'un alliage d'aluminium en moule permanent en acier. Pour des raisons de coût de fabrication de moule, ce procédé est utilisé dans le cas de grandes séries. La capacité de production du moule est limitée par sa cadence. Celle-ci dépend du cycle thermique du moule. Comme nous le montrerons plus tard chaque moule a un régime thermique.

Il s'agit de verser l'alliage liquide au moyen d'une louche (voir figure 1) dans le moule en acier en utilisant uniquement la force de gravité. L'énergie thermique de l'alliage est évacuée vers le moule par conduction. Une fois l'alliage solidifié, le moule est ouvert et la pièce est extraite, puis le moule est refermé et est prêt à être réutilisé. C'est pourquoi le terme de moule permanent est utilisé par opposition à un moule perdu (cas des moules en sable par exemple).

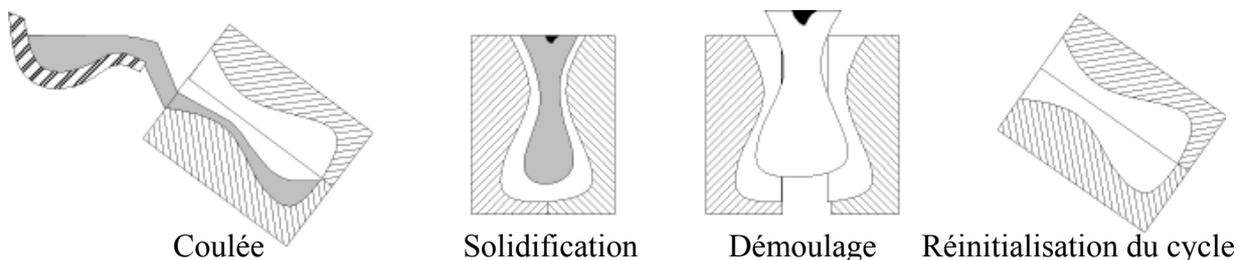


Figure 1 : procédé de coulée gravitaire

Les différents éléments du moule, dont les principaux sont appelés coquilles, sont portés par la coquilleuse qui assure les différents mouvements des éléments du moule à commencer par les mouvements d'ouverture et de fermeture dont nous venons de parler ainsi que les mouvements de bascule que nous exposerons plus tard.

1.1.2 Les Oxydes

Spontanément, au contact de l'air, l'aluminium s'oxyde selon la réaction :



Une peau d'alumine (Al_2O_3) flotte à sa surface. Le brassage de l'aluminium peut entraîner la fragmentation de cette peau d'alumine et son immersion dans le bain liquide. Les oxydes peuvent être incorporés à l'aluminium dans le four de maintien ou dans la louche qui sert au remplissage. C'est pourquoi le remplissage turbulent du moule est évité. La présence d'oxyde dans le matériau est une source de défaut. De même un remplissage turbulent du moule entraînant l'emprisonnement d'air, le fondeur cherche à effectuer un remplissage de type écoulement laminaire dans l'empreinte. C'est pourquoi le moule vide est incliné avant remplissage et au fur et à mesure que l'on remplit le moule ce dernier se redresse. Cette technique est nommée coulée basculée.

De manière similaire, le remplissage de la louche lors du puisage dans le four de maintien est fait de manière à ne pas morceler la peau de surface du four de maintien et à ne pas laisser entrer la peau dans la louche.

1.1.3 Le poteyage

Le moule nécessite une préparation avant d'être utilisé. La forte affinité du fer avec l'aluminium nécessite le dépôt d'un revêtement en surface interne moule. Sans cette intervention les atomes de fer du moule migreraient dans l'aluminium. Cela entraînerait ainsi une modification progressive de la géométrie de l'empreinte du moule et donc une dérive dimensionnelle des pièces produites.

Ce revêtement est déposé sur les surfaces empreintes du moule quand celui-ci est chaud (400°C environ). Le moule est chauffé par des chalumeaux au gaz et quand il est à température (contrôle par pistolet Infra Rouge), un revêtement est pulvérisé. Ce revêtement est appelé poteyage. Il a d'autres fonction : aider le démoulage et aider l'évacuation de l'air lors du remplissage.

Il existe plusieurs types de revêtements selon le besoin du moule. Du poteyage qualifié de réfractaire (isolant) au poteyage dit conducteur (à base de graphite). Une empreinte est en générale revêtue de plusieurs poteyages.

1.1.4 La Solidification

La figure 2 montre que, la solidification se fait de manière uniforme sur toutes les surfaces du moule : la solidification se dirige spontanément dans la direction normale à la surface du moule.



Figure 2 : solidification non dirigée

En noir apparaît, sur la figure 2 , le défaut de retassure lié au retrait (contraction volumique lié à la solidification). Pour un alliage d'aluminium avec 7% en masse de Silicium le retrait est de l'ordre de 8%. Comme le montre le dessin central de la figure, une poche de liquide est enfermée au centre de la pièce. Cette poche va provoquer une retassure à cœur de la pièce.

Afin d'éviter ce défaut, il faut essayer de diriger la solidification de façon à orienter le déplacement du front de solidification de telle sorte qu'aucune poche de liquide ne soit enfermée. Pour cela le fondeur peut jouer sur le poteyage. En appliquant un poteyage conducteur dans les zones où l'on veut accélérer la solidification et un autre isolant là où l'on veut la ralentir.

La figure 3 montre une solidification dirigée. La première figure montre que la solidification est plus avancée en bas de moule qu'en haut de moule. Ainsi la solidification étant ralentie en haut de moule et accélérée en bas de moule, globalement la direction de solidification est dirigée verticalement. L'intérêt de diriger la solidification réside dans le problème d'éviter d'enfermer une poche de liquide. Et d'éviter ainsi l'apparition de la retassure qui est une macro-porosité.



Figure 3 : Solidification dirigée

D'une façon générale, le fondeur ajoute à sa pièce de fonderie des volumes qui vont « encaisser » les défauts de retrait selon les besoins de la pièce produite. Ces éléments sont nommés masselottes. Par exemple, il s'avère intéressant de garder les masselottes chaudes afin qu'elles « travaillent » jusqu'à la fin de la solidification de la pièce. C'est pourquoi les

masselottes reçoivent un poteyage réfractaire. Ces masselottes sont ensuite séparées de la pièce par une opération de sciage.

On retiendra surtout du poteyage son influence significative sur la dynamique de la solidification.

1.2 La problématique

Les fabricants d'automobile augmentent le nombre des équipements de leurs produits ce qui augmente le poids des véhicules. Afin de compenser cette augmentation de poids et afin de maîtriser une dérive de la consommation en carburant des véhicules, le choix de matériaux plus légers est souvent fait. Les maîtres cylindres et étriers de frein sont actuellement fabriqués en alliage d'aluminium sur la plupart des véhicules européens. La part en poids de l'aluminium dans les véhicules européens suit une croissance annuelle de 8%.

Il y a nécessité pour le fabricant de ce type de produits d'assurer une tenue mécanique et une tenue en fatigue du matériau. Ces pièces étant dédiées au freinage, donc assurant la sécurité, les problèmes liés à la tenue mécanique et la tenue en fatigue sont considérés avec la plus grande attention, la thématique de la fatigue est très prolifique en publication. Les aspects d'influence de la microstructure de l'alliage et des micros défauts ont été étudiés par [BUF2001], [BON1999], [SAM1995], [YOK1984], [ZHA2000], [WAN2001_1], [WAN2001_2], [AVA2002], [HAN2002], [BER1997], [CAC1996], [MAY2003], [NAD2004], [STA1995], [DOW2003].

De nombreux défauts peuvent apparaître au cours du procédé de moulage. Ces défauts diminuent de manière très significative les caractéristiques mécaniques et la tenue en fatigue des pièces. La figure 4 montre l'influence de la porosité de défaut sur la tenue en fatigue. Le volume de publication traitant du sujet indique que le problème intéresse beaucoup les industriels.

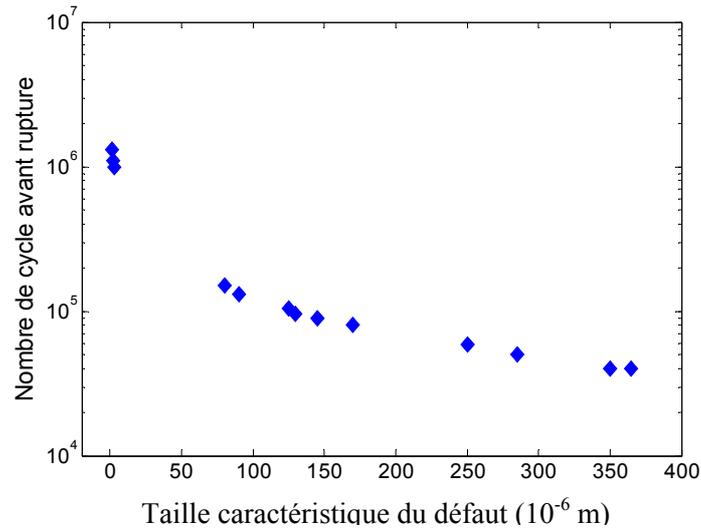


Figure 4 : influence de la taille d'une porosité de défaut sur la tenue en fatigue d'après [WAN2001]

La maîtrise de la composition chimique de l'alliage ainsi que la suppression des oxydes est une priorité. De même la maîtrise de l'écoulement de l'aluminium liquide dans l'empreinte lors de la coulée est un point important du développement du moule. Comme nous l'avons exposé précédemment un écoulement turbulent peut emprisonner de l'air ou brasser des oxydes de surface. A partir d'un bain de fusion propre et d'un remplissage contrôlé, nous pouvons considérer que l'empreinte est pleine d'aluminium sain. Tous les défauts qui apparaissent ensuite sont liés à la solidification.

Le dimensionnement thermique du moule est une autre étape de son développement. Le but étant de diriger la solidification dans l'empreinte en jouant sur les conditions aux limites (poteyages, refroidissement, isolation, etc.).

Nous ne détaillerons pas ici les défauts géométriques dus aux problèmes de moule (fermeture, dilatation,...), mais uniquement les défauts propres à la solidification du matériau.

Les principaux défauts sont des défauts de porosité. Il s'agit de cavités dans le métal solide. Selon la taille des pores le terme de microporosité ou de macroporosité est utilisé. Il est communément admis qu'il existe deux causes d'apparition à ces défauts. Il peut s'agir soit de défaut causé par le gazage du métal liquide soit de défaut causé par le retrait solide lors de la solidification.

La microporosité diminue les caractéristiques mécaniques et la tenue en fatigue des pièces. Mais la microporosité a une autre conséquence, que l'on peut mettre en évidence lors de l'usinage de mâtres cylindres. Après usinage de la surface du cylindre, si celle-ci comporte des porosités, alors l'usure du joint peut se faire de manière prématurée. Comme le montre la

figure 5 , une porosité peut devenir, après mise à jour par l'usinage, une forme anguleuse nocive au joint glissant.

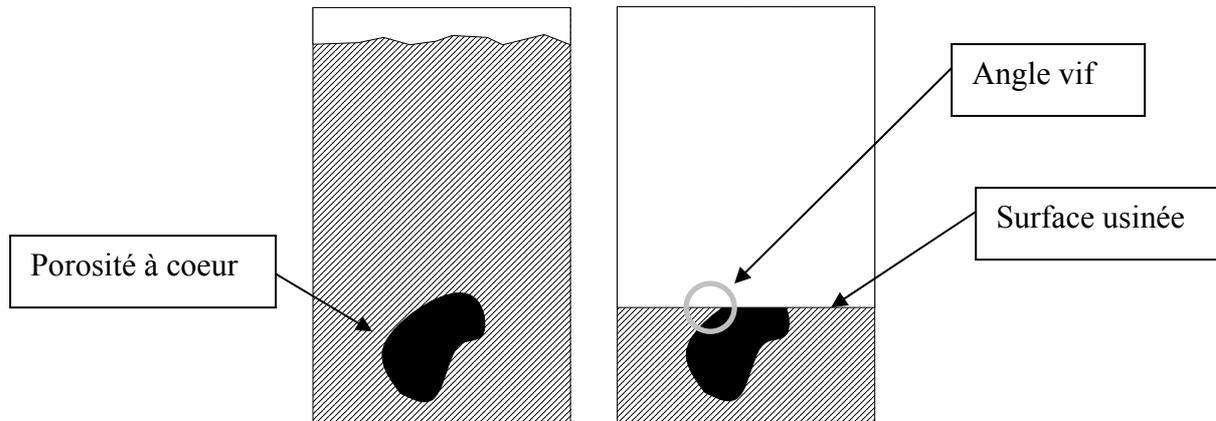


Figure 5 : porosité mise à jour après usinage

L'angle vif présent sur la surface peut devenir un site d'endommagement pour un joint glissant sur la surface. Un joint qui glisserait sur cette surface s'endommagerait à chaque passage de l'angle vif. Du point de vue de l'utilisateur cela revient à une tenue en fatigue insuffisante du mécanisme. Ce qui s'apparente à une « rupture » en fatigue n'est pas provoquée par une rupture du matériau, mais est provoqué par l'usure prématurée du joint.

1.2.1 Défaut de gazage

La porosité de gazage est due à la différence de solubilité de l'hydrogène dans les phases solide et liquide.

Pour la fusion de l'aluminium l'énergie utilisée est le gaz. Des torches à gaz sont utilisées dans les fours de fusion. La réaction exothermique produit deux gaz : le dioxyde de carbone et l'hydrogène. Or l'hydrogène a une forte affinité avec l'aluminium liquide. Mais les torches ne font qu'accélérer un phénomène qui se produit naturellement avec l'humidité de l'air qui produit de l'hydrogène comme le montre l'équation (2). L'aluminium liquide dissout l'hydrogène présent selon la réaction :



La solubilité de cet élément dans la phase liquide est bien plus importante que dans la phase solide comme le montre la figure 6 (la quantité d'hydrogène est exprimée en unité de volume dans les conditions Normales soit Nm³). Lors de la solidification cette différence de solubilité se traduit par une libération d'hydrogène sous forme gazeuse. Ce phénomène provoque

l'apparition de bulles (voir figure 7) dans la phase liquide que l'on retrouve dans l'alliage solidifié.

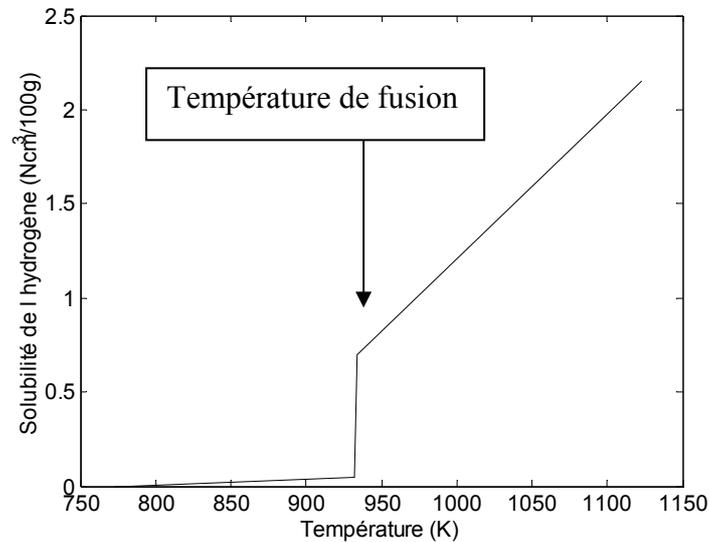


Figure 6 : évolution de la solubilité de H dans Al pur en fonction température

L'apparition de cette porosité est maîtrisable en traitant le métal liquide avant la coulée. Il s'agit de chasser l'hydrogène dissout dans le métal liquide en faisant barboter un gaz peu soluble dans l'aluminium. Le barbotage de l'azote provoque la diminution de la pression partielle de l'hydrogène. Ainsi l'aluminium rejette l'hydrogène, l'aluminium subit un procédé de dégazage. En fait, il s'agit de diminuer la concentration en hydrogène en solution dans l'aluminium liquide de façon à ce que cette concentration soit plus faible que la concentration de saturation de l'hydrogène dans la phase solide. Ainsi l'hydrogène dissout initialement dans la phase liquide restera dissout dans la phase solide.

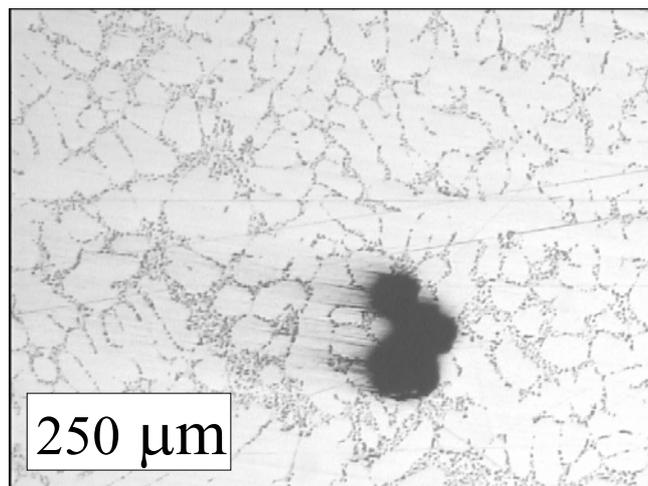


Figure 7 : défaut de gazage

Ce défaut a la particularité d'apparaître de façon assez uniforme (voir figure 8) dans toute la pièce. En effet si un gradient de porosité de gazage est constaté dans la pièce, localement ce défaut est uniformément réparti ([TEW1998] et [ANS1999]). La figure 7 met en évidence que la morphologie de ce défaut est assez simple puisque proche d'une sphère (sur la figure 7, trois bulles se sont collées).

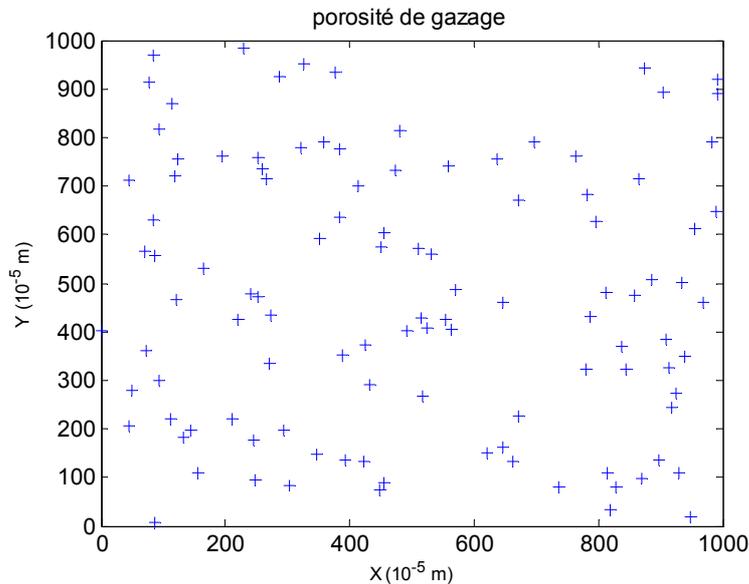


Figure 8 : répartition du défaut de gazage

Dans notre étude nous nous intéresserons à l'apparition de porosité de retrait. Nous négligerons donc l'existence de gaz dissous dans l'aluminium liquide en début de refroidissement, l'alliage est dit dégazé. Nous exposerons dans le chapitre 4, dédié aux expérimentations, les mesures qui permettent de qualifier le dégazage de l'alliage.

1.2.2 Défaut de retrait

La porosité de retrait est liée au phénomène de retrait de solidification. En effet la masse volumique de l'aluminium solide est plus importante que celle de l'aluminium liquide. Macroscopiquement un effet de retrait est constaté lors de la solidification au travers de la contraction des masselottes.

A partir de son état liquide, la température de l'alliage diminue jusqu'à atteindre la température de liquidus (température à laquelle apparaît le premier cristal). A cette température les premiers cristaux de solution solide apparaissent. Au fur et à mesure que la température du mélange semi-solide (qui comporte donc les deux phases solide et liquide) diminue, la composition du mélange évolue. La figure 9 représente le diagramme de phase qui situe l'évolution de la solidification qui passe par les deux frontières de phase.

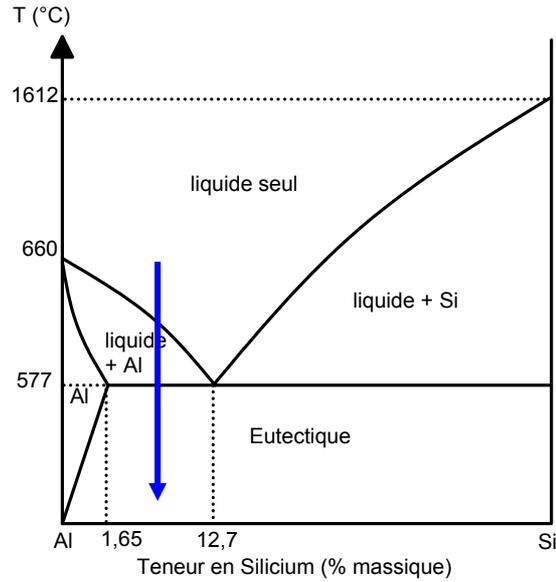


Figure 9 : diagramme de phase Al-Si

Cette évolution est la première étape de la solidification, la croissance de la phase solide se fait par croissance des cristaux d'aluminium appelés dendrites. Lors de ce premier mode de changement de phase, il y a une contraction volumique (voir figure 10). Cette étape se poursuit jusqu'à la température eutectique. A cette température la fraction liquide restante se précipite sous une forme solide appelée eutectique. C'est lors de cette étape qu'apparaissent les microporosités de retrait. En effet, dans cette deuxième phase de solidification le changement de phase se fait à température constante : ce deuxième changement de phase est assimilable à un changement de phase de corps pur.

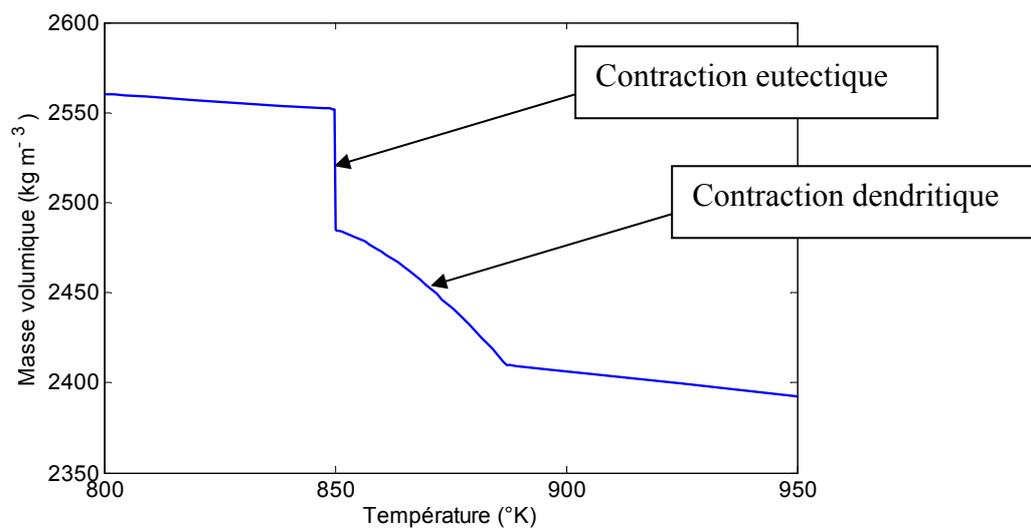


Figure 10 : évolution de la masse volumique

Ce retrait rapide n'est pas nécessairement compensé par l'alimentation en fluide selon la morphologie de la zone semi-solide (extension notamment).

A l'inverse du défaut de gazage, localement la porosité de retrait est comme le montre la figure 11 d'après [TEW1998] et [ANS1999].

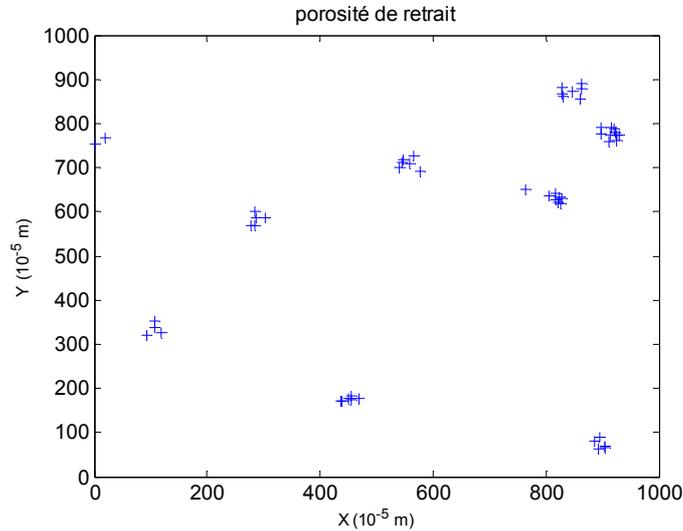


Figure 11 : répartition du défaut de retrait

La morphologie du défaut de porosité de retrait est plus complexe que celle de gazage. Le défaut étant « coincé » entre les bras de dendrites, comme le montre la figure 12, sa morphologie contient des points de rebroussement.

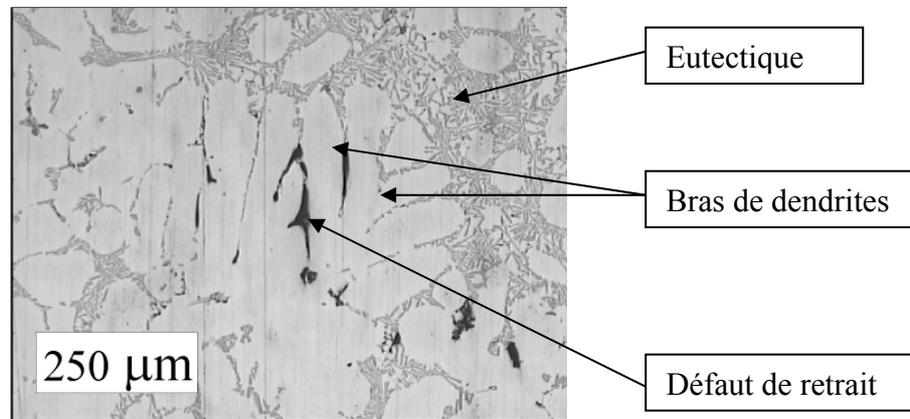


Figure 12 : défaut de retrait

Cette géométrie 2D est issue de la coupe d'une porosité réelle en trois dimensions de géométrie que l'on peut imaginer comme le propose [ANS1999] avec la figure 13.

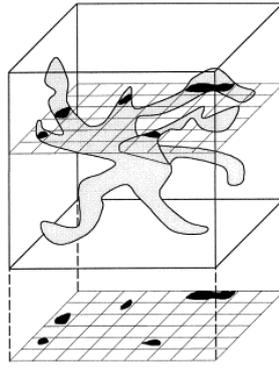


Figure 13 : forme 3D de la porosité et vue d'une coupe [ANSI999]

Comme le montre l'étude des mécanismes de rupture en fatigue comme par exemple [BUF2001] (voir figure 14) les amorces à rupture se font au joint Al - Si de l'eutectique.

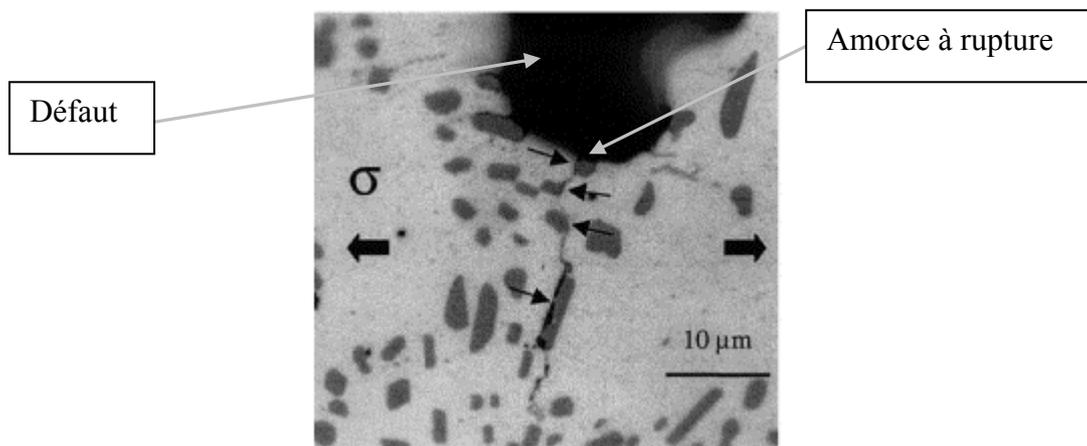


Figure 14 : amorçage à rupture au joint Al-Si de la surface du défaut ([BUF2001])

De plus, un point de rebroussement correspond à une concentration de contrainte. Si le point de rebroussement correspond à un joint Al-Si de l'eutectique, alors l'amorce à rupture se fera en ce point de fragilité d'autant plus facilement.

1.2.3 Défaut mixte

On peut cependant signaler que parfois les défauts de porosité de retrait et de porosité de gazage forment ensemble un défaut mixte. Ce phénomène est utilisé pour des pièces sans fonction mécanique, comme les collecteurs d'admission par exemple. Ces pièces ayant des parois très fines, l'apparition de la porosité de retrait est très courante, celle-ci entraîne souvent une perte de l'étanchéité du matériau. Pour éviter l'apparition de microporosité de retrait localisée, le fondeur gaze volontairement le métal liquide afin d'obtenir un défaut de gazage uniformément réparti. Cela ne fait pas perdre la fonction d'étanchéité de la pièce et fait disparaître les défauts de porosité de retrait. Les porosités de retrait ont migré vers les

sites de porosité de gazage ce qui a dispersé le défaut. C'est pourquoi en présence d'alliage gazé la porosité de retrait est masquée par la porosité de gazage.

1.2.4 Particularité de l'étude

Comme nous le montrerons plus tard l'intérêt porté à la microporosité en général est grand, cela étant dû aux demandes des industriels de tous les secteurs, surtout celui de la fabrication des carters. L'intérêt pour la microporosité de retrait seule est très faible, effectivement cela n'intéresse qu'une niche économique du point de vue des volumes par rapport à l'ensemble des autres produits automobiles en aluminium. L'intérêt porté par l'entreprise Le Bélier, qui est spécialisée dans les pièces de sécurité pour l'automobile, à ce défaut spécifique, est la rencontre de contraintes liées au secteur d'activité et à la fonction de ses produits.

Le besoin industriel de grandes séries demande un dimensionnement au plus juste du volume à couler par rapport au volume final, afin de minimiser les volumes à usiner. Si une simple augmentation du volume de la pièce permettrait de diminuer la porosité (en jouant sur des phénomènes d'alimentation), cette solution est souvent économiquement non viable en automobile alors qu'elle l'est pour l'aéronautique par exemple.

Le freinage automobile remplit des fonctions de sécurité, c'est pourquoi la qualité demandée des produits est bien plus élevée que la moyenne sur le même type de matériau utilisé dans d'autres applications automobiles. Par exemple, un carter de moteur supportera bien un léger gazage qui aura parfois même l'avantage de gommer les défauts de retrait.

Globalement la spécificité des produits du Bélier fait que l'entreprise s'intéresse à une forme de défaut spécifique. En effet, sur les 60 kg en moyenne d'aluminium contenus dans un véhicule (pesant en moyenne 1100kg) seule une très faible part est consacrée aux pièces de sécurité.

1.3 Description phénoménologique

La description du mécanisme d'apparition de la microporosité de retrait est un phénomène continu. Pourtant pour l'expliquer nous allons le décrire sous forme séquentielle pour un alliage binaire d'Aluminium au Silicium hypo eutectique (moins de 12,7% de silicium) de 7% par exemple.

1.3.1 Contractions dendritique et eutectique

La solidification de l'alliage d'aluminium se fait en deux parties. Au cours de la première solidification (de 887K à 850K) les dendrites (cristaux d'aluminium) se déploient et croissent dans un bain liquide en enrichissant ce bain liquide en Silicium. En effet, la concentration maximale de silicium dans l'aluminium solide étant inférieure à 2%, en se solidifiant les cristaux n'intègrent que très peu d'atomes de silicium.

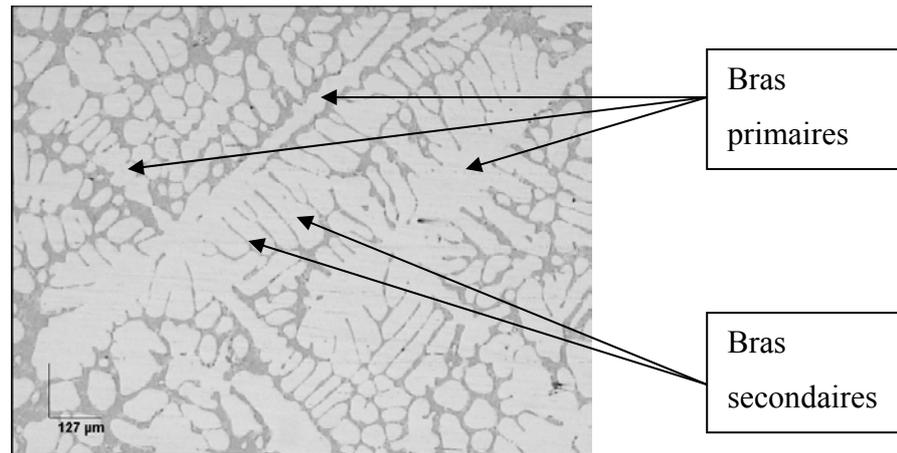


Figure 15 : dendrites en vue de coupe (micrographie)

Le solide ainsi formé est une solution solide de Silicium dans de l'Aluminium sous forme de cristal à branches principales et secondaires, ce cristal est appelé dendrite que l'on peut voir sur la figure 15. Dendrite vient du mot grec « dendron » qui signifie arbre ; cette figure permet de constater effectivement une ramification semblable à celles des branches d'arbre avec les bras primaires et les bras secondaires. Au cœur, le solide est moins riche en Silicium qu'en périphérie : il y a un gradient croissant de concentration en Silicium. Au début ces cristaux baignent dans le liquide. Cet état de cristaux baignant dans le liquide est qualifié de boueux (de l'anglais « slurry ») dans la littérature par [DIA1993], [VRE2000_1], [VRE2000_2] et [DAH2001] par exemple. La croissance des dendrites et la contraction volumique dû au changement de phase les conduisent à se rencontrer formant ainsi un réseau connecté. Cet état de réseau plus ou moins connecté est qualifié de pâteux (de l'anglais « mushy »). Ce milieu semi solide est assimilable à un milieu poreux dans lequel la phase solide est constituée par des dendrites et la phase liquide par le liquide restant : la figure 15 permet d'imaginer le milieu poreux si l'eutectique est considéré comme une phase liquide. La contraction volumique des dendrites baignant dans le liquide a pour effet, de rapprocher les cristaux.

1.3.2 Milieu poreux

Lorsque le milieu liquide atteint une concentration en silicium de 12.7 %masse, alors le liquide restant se solidifie sous une autre forme, appelée eutectique. Le liquide restant se solidifie comme un corps pur (c'est-à-dire à température constante et non sur une plage de température) avec deux phases hétérogènes. Cette solidification entraîne une contraction volumique. La contraction ne peut plus se traduire par le rapprochement des cristaux, ceux-ci étant connectés. Pour compenser la contraction volumique (Figure 16b), l'aluminium liquide doit se frayer un chemin dans ce milieu poreux qui freine son déplacement (Figure 16c). Comme le montre les mesures de température, au cours de la solidification, le milieu poreux se déplace et s'étend. Le milieu poreux constitué par la zone semi-solide est difficile à caractériser, en effet, comme l'a montré [VOL1995], la zone semi solide évolue dans le temps et dans l'espace. A partir d'une certaine extension du milieu poreux la perméabilité devient trop faible pour permettre d'alimenter en liquide certaines zones de vide créées par le retrait, d'où l'apparition de porosité (Figure 16d).

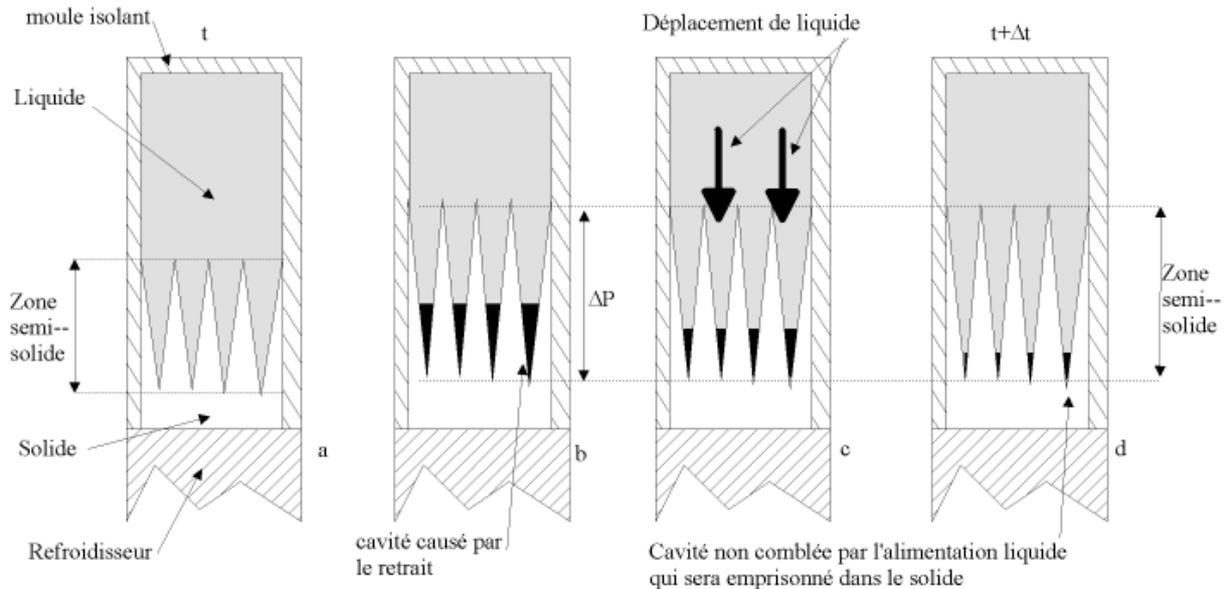


Figure 16 : mode d'apparition des porosités de retrait

Bibliographie

- [ANS1999] J.P. ANSON & J.E. GRUZLESKI, The quantitative discrimination between shrinkage alloys and gas microporosity in cast aluminium alloy using spatial data analysis, *Materials Characterization*, No. 43, pp. 319-335, 1999
- [AVA2002] M. AVALLE, G. BELINGARDI, M.P. CAVATOTA & R. DOGLIONE, Casting defects and fatigue strength of die cast aluminium alloy: a comparison between standard specimens and production components, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 24, pp. 1-9, 2002
- [BER1997] S. BERETTA, A. BLARASIN, M. ENDO, T. GIUNTI & Y. MURAKAMI, Defect tolerant design of automotive components, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 19, pp. 319-333, 1997
- [BON1999] F. BONOLLO & R. TOVO, Fatigue in Al casting alloys: metallurgical aspect, Rapport interne TALAT, 1999
- [BUF2001] J.-Y. BUFFIERE, S. SAVELLI, P.H. JOUNEAU, E. MAIRE & R. FOUGERES, Experimental study of porosity and its relation to fatigue mechanisms of model Al-Si7-Mg0.3 cast alloys, *Materials Science and Engineering A*, No. 316, pp. 115-126, 2001
- [CAC1996] C.H.CACERES & B.I. SELLING, Casting defects and tensile properties of an Al-Si-Mg alloy, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 220, pp. 109-116, 1996
- [DAH2001] A. K. DAHLE, S. SANNES, D. H. St. JOHN & H. WESTENGEN, Formation of defect bands in high pressure die cast magnesium alloys, *Journal of Light Metal*, No. 1, pp. 99-103, 2001
- [DIA1993] Q.Z. DIAO & H.L. TSAI, The formation of negative –and positive- segregated bands during solidification of aluminium-copper alloys, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 18, pp. 4299-43058, 1993
- [DOW2003] D.L. McDOWELL, K. GALL, M.F. HOSTEMEYER & J. FAN, Microstructure-based fatigue modelling of cast A356-T6 alloy, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, pp. 49-80, 2003
- [HAN2002] S.W. HAN, S. KUMAI & A. SATO, Effect of solidification structureshort fatigue crack growth in Al-7%Si-0.4%Mg alloy castings, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 332, pp. 56-63, 2002
- [MAY2003] H. MAYER, M. PAPAKYRIACOU, B. ZETTL & S.E. STANZL-TSCHEGG, Influence of porosity on the fatigue limit of die cast magnesium and aluminium alloys, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 25, pp. 245-256, 2003
- [NAD2004] Y. NADOT, J. MENDEZ & N. RANGANATHAN, Influence of casting defect on the fatigue limit of nodular cast iron, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 26, pp. 311-319, 2004
- [SAM1995] A.M. SAMUEL & F.H. SAMUEL, A metallographic study of porosity and fracture behaviour in relation to the tensile properties in 319.2 end chill casting, *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 26, pp. 2359-2372, 1995
- [STA1995] S.E. STANZL-TSCHEGG, H.R. MATER, A. BESTE & S. KROLL, Fatigue and fatigue crack propagation in AlSi7Mg cast alloys under in-service loading conditions, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 17, pp. 149-155, 1995

[TEW1998] A. TEWARI, M. DIGHE, A. ARUN & M. GOKHALE, Quantitative characterization of spatial arrangement of micropores in cast microstructures, *Materials characterization*, No. 40, pp. 119-132, 1998

[VOL1995] V.R. VOLLER & S. SUNDARRAJ, A model of inverse segregation: the role of microporosity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 6, pp. 1009-1018, 1995

[VRE2000_1] C. J. VREEMAN, M. J. M. KRANE & F. P. INCROPERA, The effect of free-floating dendrites and convection on macrosegregation in direct chill cast aluminium alloys. Part I: model development, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 677-686, 2000

[VRE2000_2] C. J. VREEMAN, M. J. M. KRANE & F. P. INCROPERA, The effect of free-floating dendrites and convection on macrosegregation in direct chill cast aluminium alloys. Part II: prediction for Al-Cu and Al-Mg alloys, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 687-704, 2000

[WAN2001_1] Q.G. WANG, D. APELIAN & D.A. LADOS, Fatigue behaviour of A356-T6 aluminium cast alloys. Part I. Effect of casting defects, *J. of Light Metals*, Vol. 1, pp. 73-84, 2001

[WAN2001_2] Q.G. WANG, D. APELIAN & D.A. LADOS, Fatigue behaviour of A356-T6 aluminium cast alloys. Part II. Effect of microstructural constituents, *J. of Light Metals*, Vol. 1, pp. 85-97, 2001

[YOK1984] U. H. YOKOHAMA & S.K. KANBARA, Fatigue strength and mechanical properties of aluminium alloy casting of different structural fitness, *Aluminium*, Vol. 60, No. 12, pp. 917-920, 1984

[ZHA2000] C.ZHANG, W. CHEN & R. POIRIER, Effect of solidification cooling rate on the fatigue life A367.2-T6 cast aluminium, *Fatigue Fract. Engng. Struct.*, Vol. 23, pp. 417-423, 2000

Chapitre 2: Etat des connaissances

Comme nous allons le voir la thématique de la solidification et ses interactions avec les écoulements sont très étudiées. De nombreuses phénoménologies interviennent dans la solidification. Selon les matériaux et leurs mises en oeuvre un phénomène peut être prépondérant devant les autres. C'est pourquoi, selon l'application industrielle étudiée un phénomène plutôt qu'un autre est mis en avant. Selon les cas, l'échelle de description peut être très différente. Nous avons choisi ici de décliner les différents modèles existants selon différentes échelles de description croissantes en distinguant à chaque fois la partie thermique de la partie écoulement.

2.1 Modèles à l'échelle dendritique

Il s'agit de modèles qui sont développés à une échelle proche de la dendrite (environ 1mm). Ces modèles travaillent avec des hypothèses fortes comme gradient, vitesse de solidification et vitesse de refroidissement constants. Malgré des hypothèses de ce type, ces modèles permettent de prévoir le mode de croissance des dendrites et l'écoulement inter-dendritique.

2.1.1 Croissance dendritique

Aux échelles d'espace et de temps considérées, il n'y a pas d'équilibre thermique entre les deux phases solide et liquide. Il est donc nécessaire de distinguer la température du liquide de celle du solide.

La résolution analytique du problème thermique à cette échelle est communément appelée problème de Stephan du nom du Suédois Jozef Stephan qui travailla à cette étude. Il écrivit un papier en 1889 en langue allemande intitulé « Über der Theorie der Wärmeleitung » (qui signifie « de la théorie de la chaleur latente »). Dans lequel il formalisa l'écriture du problème unidirectionnel de la solidification:

$$\frac{\partial}{\partial t} T_s(x, t) = \alpha_s \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_s(x, t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} T_L(x,t) = \alpha_L \frac{\partial^2}{\partial x^2} T_L(x,t) \quad (4)$$

Où T_S et T_L sont les températures de solide et de liquide, α_S et α_L les diffusivités du liquide et du solide, t le temps et x la position. La diffusion de la chaleur est écrite séparément dans la phase liquide et dans la phase solide. A l'interface solide/liquide ($x = x_{SL}$) il y a égalité de la température des deux phases :

$$T_{SL} = T_S(x_{SL}, t) = T_L(x_{SL}, t) \quad (5)$$

A cette même interface l'enthalpie volumique de changement de phase H_{SL} est implémentée au moyen d'un flux de chaleur source qui dépend du déplacement du front de solidification:

$$\rho H_{SL} \frac{\partial}{\partial t} x_{SL}(t) = -\lambda_L \frac{\partial}{\partial t} T_L(x,t) + \lambda_S \frac{\partial}{\partial t} T_S(x,t) \quad (6)$$

Où λ_S et λ_L sont respectivement les conductivités des phases solides et liquides. Cette méthode est exposée dans [SAR1995], [BRO1996], [GON1996], [CHE1997] et [CHE2000].

Pour une géométrie unidirectionnelle, les solutions analytiques des équations (3) et (4) s'expriment à partir de la fonction erreur *erf* :

$$T_X = A_X + B_X \operatorname{erf}\left(\frac{x - x_0}{2\sqrt{\alpha_X(t - t_0)}}\right) \text{ avec } X=S \text{ ou } L \quad (7)$$

où A_S , A_L , B_S , B_L , t_0 et x_0 dépendent des condition initiales et d'une constante C solution de l'équation (6) qui s'écrit sous la forme :

$$\rho H_{SL} C \sqrt{\pi} = -\frac{\lambda_L B_L(C)}{\sqrt{\alpha_L}} \exp\left(\frac{-C^2}{\alpha_L}\right) + \frac{\lambda_S B_S(C)}{\sqrt{\alpha_S}} \exp\left(\frac{-C^2}{\alpha_S}\right) \quad (8)$$

A_S , A_L , B_S et B_L ayant des expressions de la forme :

$$c_1 + c_2 \frac{T_{SL} - T_{0X} \operatorname{erf}\left(\frac{-C}{\sqrt{\alpha_X}}\right)}{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{-C}{\sqrt{\alpha_X}}\right)} \text{ avec } X=S \text{ ou } L \quad (9)$$

avec T_{0S} et T_{0L} les températures initiales des phases solides et liquides.

Pour une modélisation à deux ou trois dimensions il est nécessaire de faire appel à des méthodes de discrétisation spatiale. L'utilisation d'un code de calcul permet de modéliser la

croissance dendritique. Les mêmes équations et les mêmes hypothèses sont utilisées. La figure 17 présente le résultat d'une solution numérique de solidification dendritique.

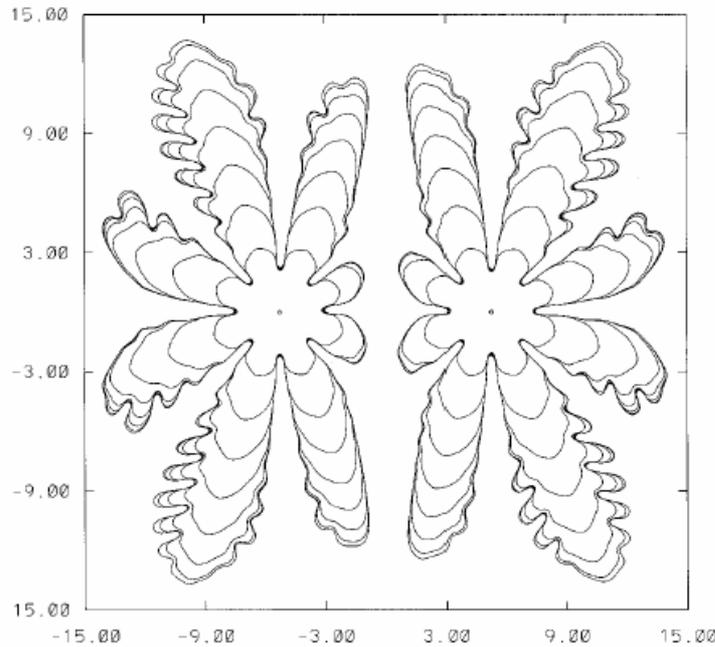


Figure 17 : solution numérique de croissance dendritique [CHE1997]

Sur le même point de vue d'autres modèles numériques existent, comme [PRO1999], qui prennent en compte la condition thermique en température de Gibbs-Thomson. Il s'agit de prendre en compte une condition de stabilité de l'interface solide/liquide. En effet, la forme de l'interface est régie par une stabilité thermodynamique. La courbure de l'interface doit satisfaire une condition de stabilité. Une analyse thermodynamique de coexistence des deux phases conduit à l'expression suivante :

$$T_{SL} = T_{eq} \left(1 - \frac{\sigma_{SL}}{H_{SL}} \kappa \right) \quad (10)$$

Où κ est la courbure de l'interface solide liquide, σ_{SL} est la tension de surface et T_{eq} la température d'équilibre du mélange. Le même genre de solution est trouvé mais les bras secondaires de dendrite semblent être mieux pris en compte. Sur la figure 18 est présenté le résultat d'une solution numérique prenant en compte la condition de stabilité de l'interface. L'attention est attirée sur la finesse des bras secondaires des dendrites.

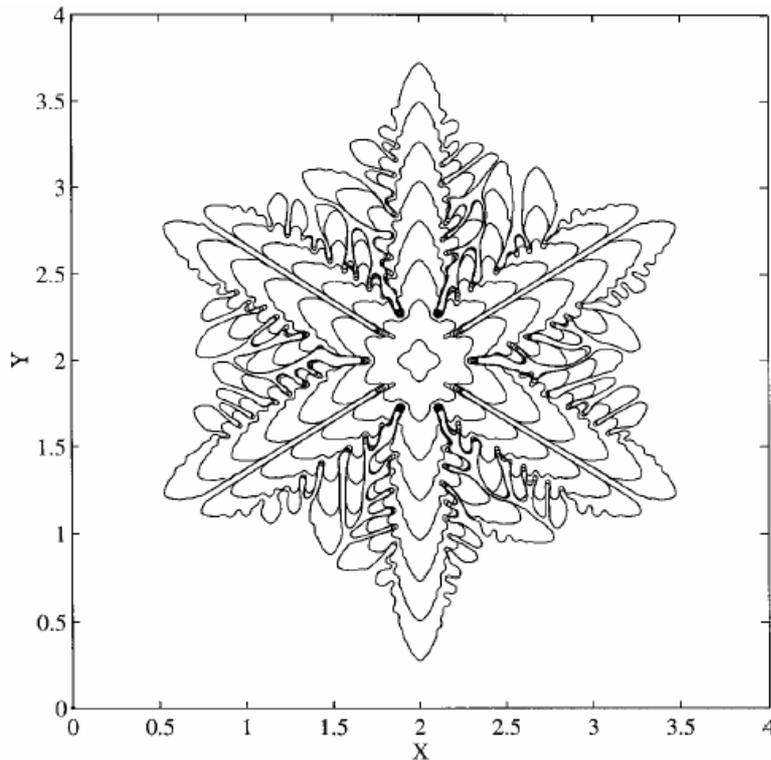


Figure 18 : simulation de croissance d'une dendrite type H_2O [JUR1996]

Le même type de travaux est exposé récemment dans [PRO1999]. Ces travaux concernent des dendrites à quatre branches comme celles des dendrites d'aluminium.

D'autres modèles basés sur des automates cellulaires, comme l'expose [GEI2001], modélisent la croissance des grains à partir de la minimisation de l'énergie du système. Nous n'exposerons pas ici ce type de modèle.

2.1.2 Ecoulement interdendritique

A l'inverse du problème de Stephan, la préoccupation de ce type de modélisation est tout à fait moderne. Il s'agit de modéliser l'écoulement de fluide entre des dendrites. C'est le problème de Stokes. Afin de décrire cet écoulement, un débit interdendritique est imposé constant. Cela permet par des prises de moyenne (voir les travaux de [WHI1999]) de remonter à une grandeur à l'échelle du milieu semi solide : la perméabilité interdendritique.

A partir d'un réseau régulier de dendrites le débit de liquide est imposé. Cette démarche est exposée avec différents niveaux de géométrie dendritique. [BRO2002] travaille sur des géométries issues de simulation de croissance dendritique comme vu précédemment, alors que [SAN2005] et [BHA1994] travaillent avec des géométries simplifiées de dendrite en réseau.

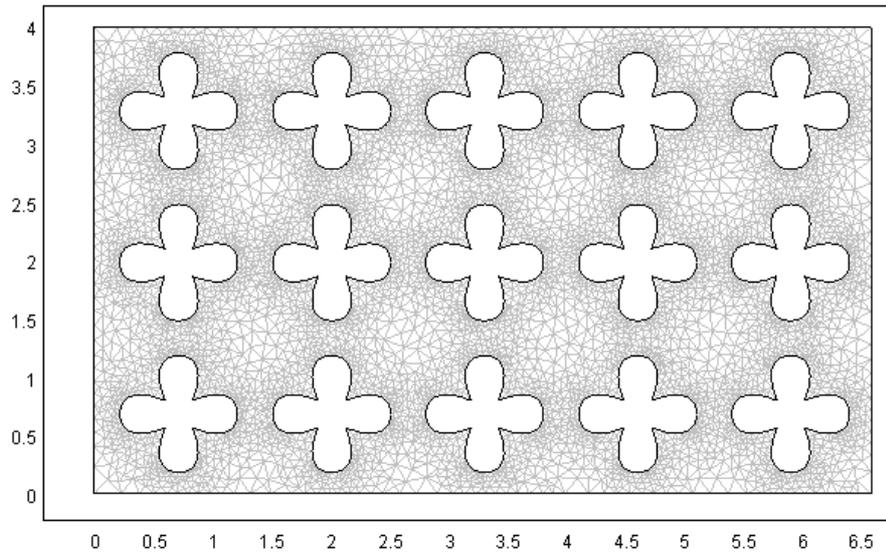


Figure 19 : réseau de dendrites à géométrie simplifiée (échelle en $10^{-4}m$)

Sur la géométrie choisie, l'écoulement de Navier-Stokes incompressible en régime permanent est résolu ; l'expression mathématique est :

$$\rho_L \mathbf{V}_{L/S} \cdot \underline{\nabla}(\mathbf{V}_{L/S}) = -\underline{\nabla}(p_L) + \mu_L \nabla \cdot (\nabla(\mathbf{V}_{L/S})) + \rho_L \mathbf{g} \quad (11)$$

Avec la condition d'incompressibilité

$$\nabla \cdot (\mathbf{V}_{L/S}) = 0 \quad (12)$$

En imposant un écoulement dans ce réseau dendritique, une différence de pression entre l'entrée et la sortie est évidemment constatée. Cela permet d'obtenir la perméabilité moyenne du milieu :

$$K = \frac{V \mu_L \Delta x}{\Delta p_L} \quad (13)$$

où V est la vitesse moyenne du fluide et Δx la longueur du milieu.

On obtient ainsi, pour la géométrie de la figure 19, une perméabilité de $5 \cdot 10^{-11} m^2$, alors que [BRO2002] obtient des perméabilités de l'ordre de $5 \cdot 10^{-12} m^2$. En effet, ce modèle permet de montrer que la perméabilité est d'autant plus forte que la solidification est avancée. Effectivement les travaux de [BRO2002] utilisent des géométries où les dendrites sont plus développées et plus enchevêtrées.

Une approche par prise de moyenne exposée par [GOY1999] et [NEC2002] permet d'obtenir des perméabilités du même ordre de grandeur (de l'ordre de $5 \cdot 10^{-12} m^2$ pour [GOY1999]).

2.2 Modèles à l'échelle du moule

A partir d'hypothèse d'homogénéisation, l'écriture à l'échelle mésoscopique de la solidification et de l'écoulement du fluide est possible. Il s'agit ici de travailler à l'échelle de la zone semi-solide c'est à dire 10^{-2} m environ. Cette échelle est industriellement plus intéressante que l'échelle dendritique. Elle permet de prendre en compte l'effet des dimensions du moule, des conditions initiales et des conditions aux limites sur la dynamique de solidification. De nombreux logiciels métier sont dédiés à cette échelle de simulation, citons MagmaSoft, ProCast et QuickCast.

2.2.1 Fronts de solidification

A partir du diagramme de phase et de la composition de l'alliage (C_0 % de Silicium), sont définies les températures T_{sol} , T_{liq} et T_{eut} qui sont respectivement les températures de solidus (fraction solide égale à 1), liquidus (fraction liquide égale à 1) et eutectique que l'on retrouve sur le diagramme de phase. Ici nous présentons un diagramme partiel des alliages binaires Aluminium Silicium, partie des alliages hypo-eutectiques ($C_0 < C_{eut}$ où pour le couple Al-Si $C_{eut} = 12.7\%$)

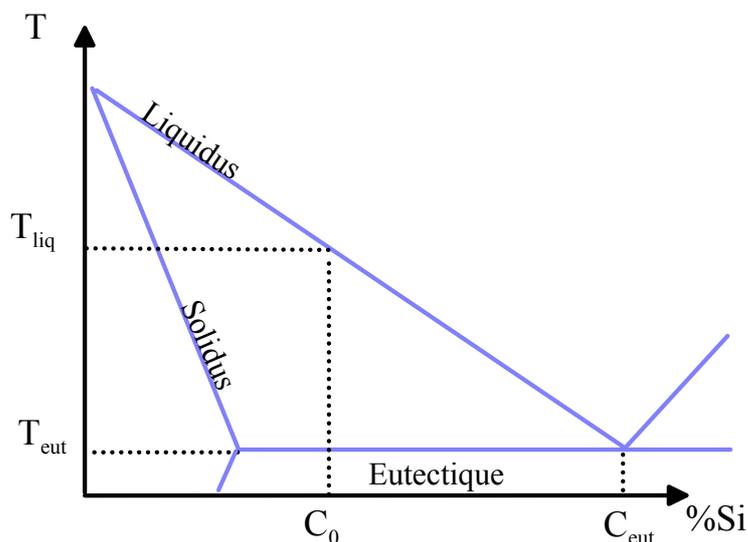


Figure 20 : partie diagramme de phase Al-Si hypo-eutectique

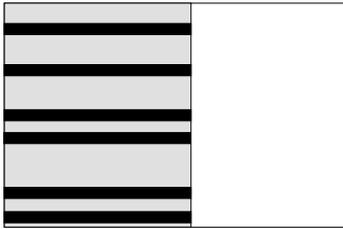
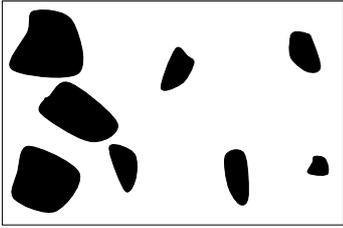
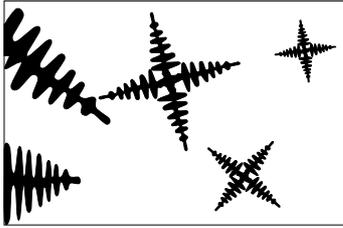
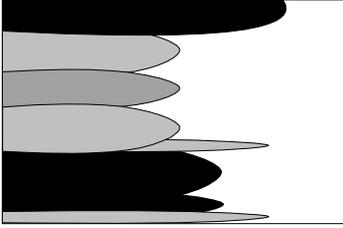
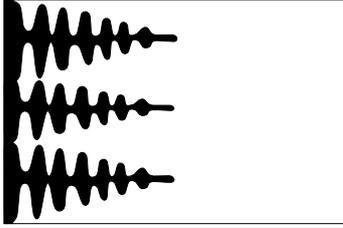
Le diagramme (figure 20) précise l'existence des différentes phases de l'aluminium. Pour une concentration C_0 en Silicium, quand la température est supérieure à T_{liq} , seule la phase liquide

existe. La solidification dendritique se déroule sur la plage de température $[T_{eut} \ T_{liq}]$ où les phases solide et liquide coexistent. Enfin quand la température est inférieure à T_{eut} la phase liquide encore présente se solidifie sous forme eutectique.

La solidification se déroule donc en deux phases, la phase de solidification dendritique puis la phase de solidification eutectique.

La première phase se déroule à partir de la température de liquidus T_{liq} jusqu'à la température eutectique T_{eut} . Lors de cette phase la croissance dendritique peut se faire de différentes façons : La croissance des cristaux est régie par l'évacuation de la chaleur latente de solidification.

Selon les vitesses de solidification et la composition des métaux plusieurs formes de solidification peuvent apparaître comme présenté par [FLE1974] ou par [CAM1991] (voir les figures 21 à 26).

 <p><i>Figure 21 : Front plan monophasé</i></p>	 <p><i>Figure 22 : Front plan diphasé</i></p>
 <p><i>Figure 23 : Equiaxe non dendritique</i></p>	 <p><i>Figure 24 : Equiaxe dendritique</i></p>
 <p><i>Figure 25 : Colonnaire cellulaire</i></p>	 <p><i>Figure 26 : Colonnaire dendritique</i></p>

Dans le cas d'un alliage hypo-eutectique d'aluminium au Silicium de fonderie, deux structures dendritiques sont possibles: Colonnaire dendritique ou équiaxe dendritique. C'est en général la forme équiaxe qui est recherchée. Afin d'obtenir une telle forme, l'ajout un produit affinant (TiB_2) est nécessaire, il va favoriser la germination de grains solides.

2.2.2 Solidification dendritique

Quelque soit le mode de croissance dendritique il existe un équilibre entre les phases solide et liquide qui pilote la fonction de la fraction solide en fonction de la température. Il existe fondamentalement deux expressions de cet équilibre.

La plus connue est la loi dite des leviers explicitée entre autres par [KUR1998]. Elle s'explique à partir du diagramme de phase de l'alliage considéré.

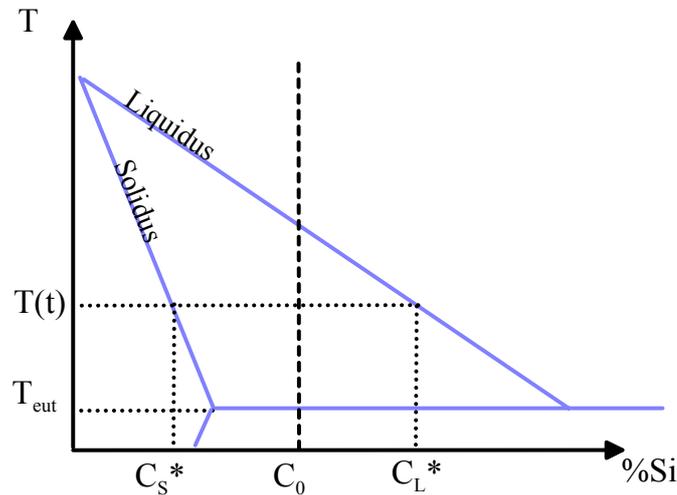


Figure 27 : diagramme de phase linéarisé

Pour un alliage de concentration C_0 en Silicium, à une température T , les concentrations des phases solide C_S^* et liquide C_L^* en Silicium à l'interface sont définies comme présenté sur la figure 27. A partir de la linéarisation des segments solidus et liquidus du diagramme de phase, il est possible de définir le coefficient de partition k_{Si} par :

$$k_{Si} = \frac{C_S^*}{C_L^*}, k_{Si} \neq 1 \quad (14)$$

En faisant l'approximation que la concentration dans le liquide est uniforme $C_L = C_L^*$ et qu'il en est de même dans le solide $C_S = C_S^*$ (diffusion instantanée dans le solide et le liquide), la conservation de la masse Silicium en solution dans l'aluminium s'écrit :

$$f_S C_S^* + (1 - f_S) C_L^* = C_0 \quad (15)$$

On peut ainsi décrire la fraction solide à partir de avec la relation suivante :

$$f_S = \frac{k_{Si}}{(k_{Si} - 1)} \left(\frac{C_0}{C_S^*} - 1 \right) \text{ si } C_S^* \neq 0 \quad (16)$$

C'est l'écriture la plus courante de la fraction solide appelée loi des leviers.

La seconde façon d'écrire la fraction est nommée loi de Scheil ou loi des leviers hors équilibre. Cette loi de Scheil est explicitée dans l'ouvrage [FLE1974]. Elle prend en compte le fait qu'il n'y a pas diffusion dans le solide. C'est-à-dire que à cœur de la dendrite C_S est plus faible qu'en surface : il y a un gradient de concentration dans le solide. Par contre l'hypothèse de diffusion instantanée dans le liquide $C_L = C_L^*$ est conservée. La conservation de l'entité en solution s'écrit donc à l'interface sous forme différentielle :

$$(C_L - C_S^*) \delta f_S = (1 - f_S) \delta C_L \quad (17)$$

En intégrant et en utilisant le fait que l'on a $C_S^* = k_{Si} C_L$, et en particulier initialement quand $f_S = 0$, il y a $C_L = C_0$. La résolution de la forme différentielle précédente donne :

$$f_S = 1 - \left(\frac{C_S^*}{k_{Si} C_0} \right)^{\frac{1}{k_{Si} - 1}} \quad (18)$$

Il existe de nombreuses autres expressions pour la fraction solide à partir d'hypothèses moins restrictives qui amènent d'autres variables comme le coefficient de diffusion du Silicium dans la phase solide, le coefficient de diffusion dans la phase liquide, des paramètres de convection, etc. Dans [KUA2002] à la page 143 sont présentés encore cinq autres modèles pour la fraction solide.

2.2.3 Solidification eutectique

La deuxième phase de solidification est la solidification eutectique. Théoriquement ce deuxième changement de phase a la même propriété qu'un changement de phase de corps pur : ce changement de phase se produit à température constante (Température eutectique T_{eut}). Cette propriété est mise en évidence sur une courbe de refroidissement lent d'un alliage (figure 28)

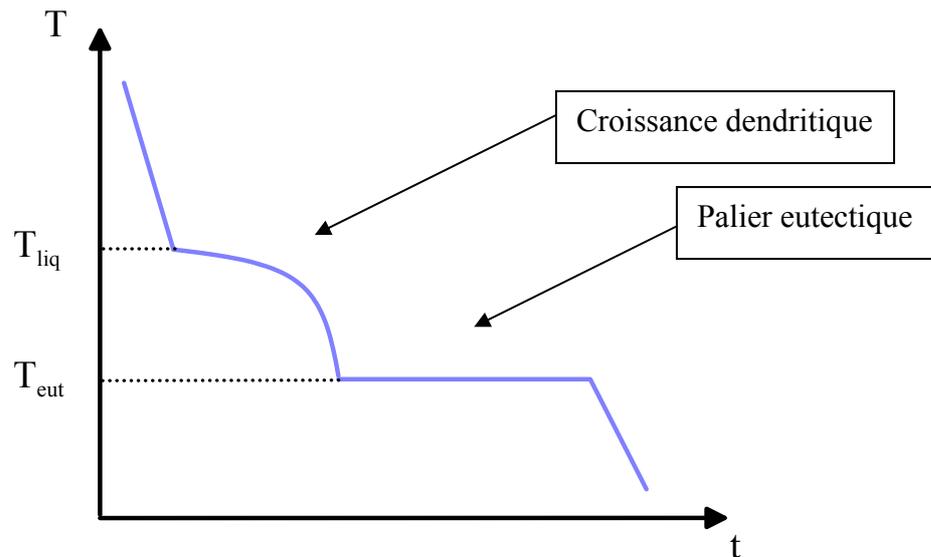


Figure 28 : refroidissement lent d'un alliage binaire

Numériquement, cette propriété pose un problème. En effet, ce changement de phase à température constante se traduit pour la fonction fraction solide g_s comme une discontinuité. La figure 29 présente la discontinuité de la fonction fraction solide à la température eutectique.

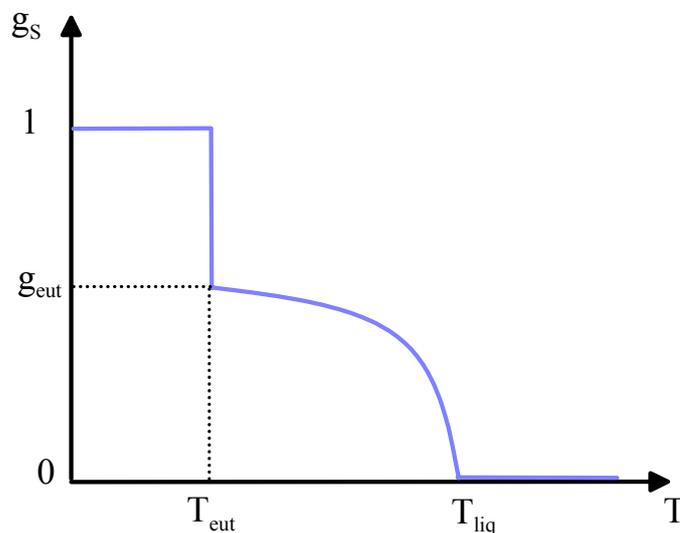


Figure 29 : évolution théorique de $g_s(T)$

On appelle g_{eut} la fraction solide eutectique c'est-à-dire la fraction solide à la limite de température eutectique (c'est-à-dire avant le début de la solidification eutectique).

$$g_{eut} = \lim_{T \rightarrow T_{eut}^+} (g_s) \quad (19)$$

Les numériciens préfèrent créer une plage de solidification eutectique qui s'étend de T_{eut} à T_{sol} , où T_{sol} est une température choisie arbitrairement. Souvent sur cette plage de température l'évolution de g_s est considérée linéaire :

$$g_s = g_{eut} + (1 - g_{eut}) \frac{T - T_{eut}}{T_{sol} - T_{eut}} \text{ avec } T \in [T_{sol} - T_{eut}] \quad (20)$$

ainsi une évolution de la forme représentée sur la figure 30 est obtenue.

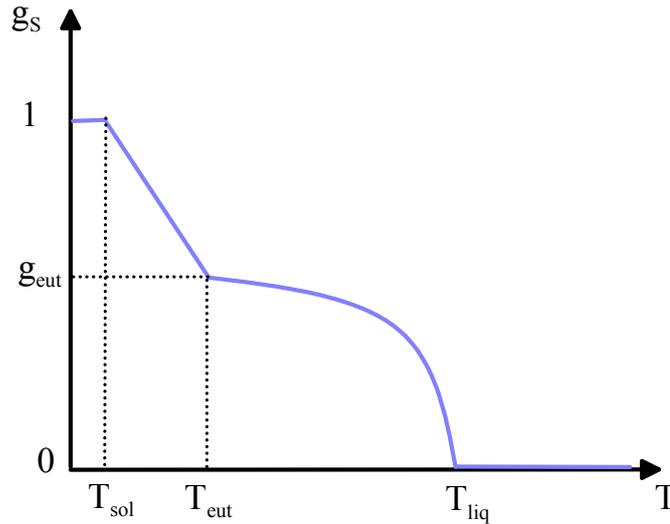


Figure 30 : évolution pratique de $g_s(T)$

Cependant certains auteurs utilisent des formes identiques à celle présentée précédemment (loi de Scheil ou des leviers) pour la solidification dendritique avec un coefficient de partition arbitraire. Ainsi il existe plusieurs formes pour $g_s(T)$ dans la littérature dont nous présentons sur la figure 31 quelques exemples.

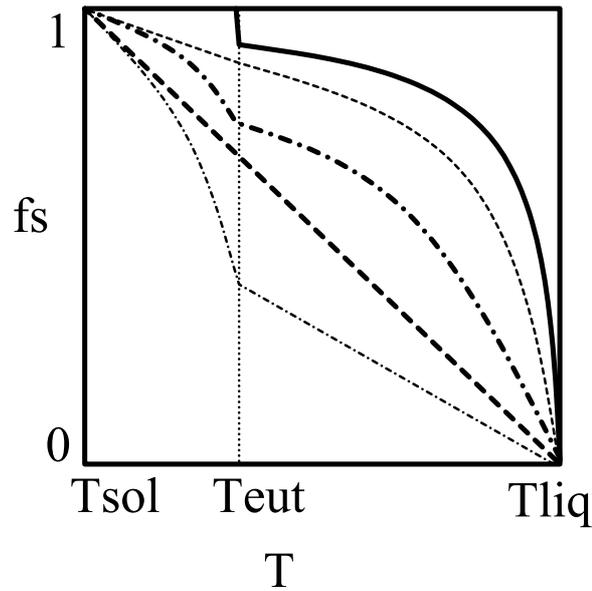


Figure 31 : quelques exemples d'évolution de la fraction solide

2.2.4 Modèles thermiques

La prise en compte des phénomènes de solidification à cette échelle permet sous certaines conditions, que nous exposerons dans le chapitre 3, de faire l'hypothèse que le milieu semi-solide est homogénéisable. C'est-à-dire que à l'échelle d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) il y a équilibre thermique entre les différentes phases:

$$T_S = T_L = T_{SL} = T \quad (21)$$

Cette hypothèse est importante puisqu'elle permet aussi de définir les fractions volumique g_x , et massique f_x pour les différentes phases solide et liquide, auxquelles il faut ajouter une phase supplémentaire : la phase poreuse (défaut) avec une fraction volumique g_p .

Ainsi la propriété suivante est obtenue :

$$g_S + g_L + g_P = 1 \quad (22)$$

La différence principale avec le formalisme précédent, c'est que précédemment une unité de volume discrétisé était solide ou liquide. A cette échelle un volume discrétisé peut être partiellement solidifié, Le taux de matériau solidifié est représenté en masse (fraction solide) ou en volume « fraction volumique ». Il existe une relation entre la fraction volumique g_S et la fraction massique f_S :

$$g_s = \frac{1}{1 + \frac{\rho_s}{\rho_L} \frac{1-f_s}{f_s}} \quad (23)$$

ρ_s et ρ_L sont respectivement les masses volumiques des phases solide et liquide.

Il existe deux principaux formalismes d'écriture de la conservation de l'énergie lors du changement de phase, la première est un formalisme en température où la chaleur latente apparaît comme un terme source:

$$\langle \rho Cp \rangle \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\underline{\lambda} \nabla T) + \rho_L H_{sl} \frac{\partial g_s}{\partial t} \quad (24)$$

Où $\underline{\lambda}$ est le tenseur de dispersion thermique du milieu et $\langle \rho Cp \rangle$ la capacité calorifique volumique moyenne.

Il existe aussi un autre formalisme en enthalpie volumique H qui est définie ainsi :

$$H = \langle \rho h \rangle = \rho_L g_L H_{sl} + \rho_L \int_{T_0}^T g_L Cp_L dT + \rho_s \int_{T_0}^T g_s Cp_s dT \quad (25)$$

A partir de cette écriture de l'enthalpie volumique, l'équation de la chaleur devient :

$$\frac{dH(g_s, T)}{dt} = \nabla \cdot (\underline{\lambda} \nabla T) \quad (26)$$

Nous constatons que ces deux écritures posent le même problème de résolution à savoir qu'à partir d'une seule équation scalaire, il faut résoudre deux champs scalaires g_s (si, dans un premier temps, l'hypothèse que $g_p = 0$) et T . Pour résoudre cette équation il faut donc s'appuyer sur le diagramme de phase du matériau considéré afin de définir la fraction solide comme une fonction de la température. Ainsi il ne reste qu'un seul champ scalaire à résoudre à partir de l'équation de conservation de l'énergie. Il s'agit donc de décrire la fraction solide comme une fonction de la température.

2.2.5 Poteyage et conditions aux limites

La compréhension des échanges de chaleur à l'interface aluminium/moule est primordiale pour simuler correctement la solidification. En effet, les flux de chaleur à cette interface pilotent la solidification. Le poteyage qui est à l'interface de contact entre le matériau du moule et celui de l'alliage a un rôle thermique important dans cet échange tant qu'il y a contact entre les deux parties. Tant qu'il y a contact l'échange de chaleur est régi par les lois de la conduction. Le poteyage d'épaisseur voisine de 300 microns, peut être vu comme une

résistance de contact. Ainsi la densité de flux de chaleur φ traversant le poteyage d'épaisseur e et de conductivité $\lambda_{poteyage}$ peut s'écrire à partir des températures de l'aluminium T_{Al} et du moule T_{moule} de chaque coté de l'interface.

$$\frac{e}{\lambda_{poteyage}} \varphi = T_{Al} - T_{moule} \quad (27)$$

On peut définir R , la résistance de contact du poteyage par :

$$R = \frac{e}{\lambda_{poteyage}} \quad (28)$$

On peut aussi ajouter d'une façon générale les résistances thermiques de contact moule/poteyage et poteyage/aluminium. La résistance de contact est due à la nature du contact entre les deux matériaux considérés. La rugosité et la micro géométrie ont une influence sur la résistance de contact. D'une façon générale, il convient de définir une résistance de contact globale qui englobe tous ces aspects. [MAR2000], [STO1999], [LOU1999_1], [LOU1999_2] et [OMA2000], se sont intéressés à la mesure de cette résistance de contact. Son ordre de grandeur est de 10^{-5} à 10^{-4} Km²/W.

La contraction volumique de solidification et la contraction thermique conduisent au décollement de la pièce des parois du moule. Lorsqu'il y a décollement le transfert de chaleur par rayonnement est prépondérant devant la conduction. La lame d'air ainsi formée modifie l'échange de chaleur entre l'aluminium et le moule. La modification du mode de transfert de chaleur est significative, [TRO1998] montre qu'une lame d'air de 20 μm d'épaisseur peut diviser la résistance thermique par 3 dans une configuration de moule de fonderie. L'apparition de cette lame d'air peut donc modifier de manière significative la dynamique de la solidification d'une pièce. C'est pourquoi de nombreux industriels s'intéressent sérieusement à ces phénomènes thermomécaniques et de nombreuses publications traitent du problème : [CEL2002], [BAL2001], [BAR2000] et [MEN1995].

Ces modèles prennent en compte le couplage thermomécanique. Les déplacements mécaniques engendrés (par les solidification et contraction thermique) modifient l'échange de chaleur entre la pièce et le moule. Un modèle complet est proposé par [FAC1996]. Il y expose un critère qui conditionne l'échange de chaleur. Si la pression de contact entre le moule et la pièce est positive alors le mode d'échange de chaleur considéré est la conduction, sinon il utilise un mode d'échange de chaleur en parallèle : conduction (à travers la lame d'air) et rayonnement (facteur de forme pris égal à 1).

2.3 Modèles prédictifs de la microporosité

2.3.1 Modèles basés sur la présence d'hydrogène en solution

Malgré une richesse en volume et en diversité des publications traitant de l'apparition des microporosités, nous avons constaté que quasiment toutes proposent des modèles basés sur les phénomènes de gazage couplés parfois avec la porosité de retrait. Les problèmes traités d'un point de vue retrait pur ne sont que des approches statistiques ou empiriques.

Afin d'essayer d'être le plus clair possible nous allons exposer tout d'abord les modèles basés sur le gazage avec progressivement leurs différentes améliorations et leurs différentes hypothèses. Nous terminerons par les modèles de retrait pur.

Les modèles qui traitent de l'hydrogène en solution sont basés sur la conservation de l'hydrogène d'une part et la solubilité de l'hydrogène dans les différentes phases de l'aluminium. Cette démarche est celle suivie par [CHA1994]. La conservation de l'hydrogène s'écrit simplement (en l'absence de défaut) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (g_s C_s^H + (1 - g_s) C_L^H) = \nabla \cdot (D_L^H \nabla C_L^H + D_S^H \nabla C_S^H) \quad (29)$$

Où C_s^H est la concentration de l'hydrogène dans la phase solide, C_L^H est la concentration de l'hydrogène dans la phase liquide, D_L^H et D_S^H sont les coefficients de diffusion respectivement dans les phases liquide et solide. Souvent D_S^H est négligé devant D_L^H voir [LEE2002], [LEE2001_1], [SUN2001], [LEE2001_2]. Il existe aussi une partition entre les concentrations solide et liquide :

$$k_H = \frac{C_s^H}{C_L^H} \quad (30)$$

où k_H est le coefficient de partition. La phase gazeuse de l'hydrogène (à la pression partielle p_{H_2}) est en équilibre avec la phase en solution. Cet équilibre s'écrit à l'aide du coefficient de partition k_H^G :

$$k_H^G \sqrt{p_{H_2}} = C_L^H \quad (31)$$

La condition d'apparition d'une bulle de gaz est conditionnée par la valeur de la pression locale dans le liquide p_L et la tension de surface à l'interface liquide gaz. Si la pression

partielle en gaz est supérieure à la pression locale du liquide et à la perte de charge due la tension de surface σ_{LG} entre les phases liquide et gazeuse :

$$p_{H_2} > p_L + \frac{2\sigma_{LG}}{r} \quad (32)$$

où r est le rayon de la porosité formée, alors la porosité peut se former et la pression du gaz à l'intérieur est régie par :

$$\frac{p_{H_2}}{T_{H_2}} \frac{4\pi r^3}{3} = c \quad (33)$$

c étant une constante et T_{H_2} la température du gaz dans le pore.

A partir de cette théorie il existe deux grands axes de développement. Le premier a pour but de comprendre l'ensemble des facteurs influents sur la solubilité de l'hydrogène. Les concentrations locales en cuivre, fer, magnésium, etc. ont une influence sur la solubilité de l'hydrogène. Il s'agit de prédire correctement la pression partielle en hydrogène p_{H_2} dans le liquide. Les travaux de [POI1987] et [ANY1995] se situent dans ce cas de figure en jouant sur la température ou les ségrégations. Les ségrégations sont des défauts dont nous n'avons pas encore parlé, il s'agit de gradient de concentration d'un composé chimique (comme le cuivre ou le fer par exemple) à l'échelle de la pièce.

Ces ségrégations peuvent entraîner une variation de solubilité de l'hydrogène dans sa phase liquide ou sa phase gazeuse, ce qui peut avoir une incidence significative sur la microporosité. Dans le cas des alliages au silicium ce phénomène de ségrégation n'a pas été clairement mis en évidence. C'est pourquoi nous ne nous étendrons pas plus sur le thème de la ségrégation. Notons tout de même que les solubilités de l'hydrogène sont influencées par la température et que certains modèles prennent en compte ce phénomène qui reste pourtant clairement négligeable devant la variation de solubilité lors du changement de phase.

2.3.2 Modèles utilisant la perméabilité du milieu

L'autre axe de développement consiste à identifier clairement l'ensemble des phénomènes qui interviennent dans le calcul de la pression locale dans le liquide p_L . La première forme d'expression de la pression dans le liquide qui vient à l'esprit est bien sûr une équation de l'hydrostatique :

$$p_L = p_{ext} + \rho_L g \Delta z \quad (34)$$

où p_{ext} est la pression extérieure à laquelle est soumise la surface libre, Δz la profondeur du point considéré et g la gravité.

Ce niveau de description est insuffisant pour décrire correctement la pression dans le liquide. Il faut donc écrire la pression dans le liquide sous la forme suivante :

$$p_L = p_{ext} + \rho_L g \Delta z + \Delta p_M \quad (35)$$

En effet, l'écoulement interdendritique, comme nous l'avons déjà exposé engendre des pertes de charge dans la zone semi solide Δp_M qui, comme nous le montrerons plus tard, ne sont pas négligeables.

L'écoulement de fluide interdendritique s'exprime suivant les auteurs à partir d'un écoulement de Poiseuille ou de Darcy.

L'approximation est parfois faite, comme le présente la figure 32, que le milieu semi-solide est un réseau de canaux parallèles de section circulaire (de rayon r) et de longueur la longueur du milieu semi-solide L_M .

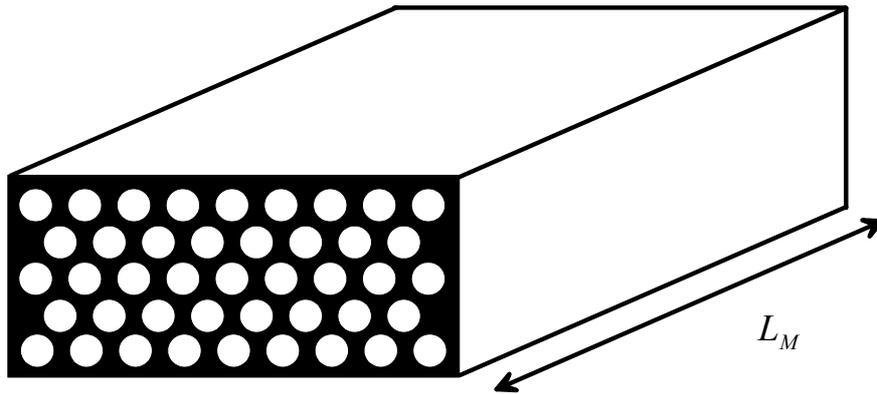


Figure 32 : milieu poreux idéalisé

Un écoulement de type Poiseuille dans un tel milieu permet de lier la vitesse du fluide au gradient de pression provoqué par l'écoulement à partir la relation suivante :

$$\mathbf{V}_{L/S} = \frac{r^2}{8\mu_L} \frac{\Delta p_M}{L_M} \quad (36)$$

où μ_L est la viscosité dynamique du fluide et $\mathbf{V}_{L/S}$ la vitesse moyenne dans les capillaires. [BOU1996] expose le détail de ce calcul. La difficulté est d'exprimer le rayon des tubes d'une part et d'autre part la vitesse du fluide $\mathbf{V}_{L/S}$ dans le milieu poreux. Dans [WHI2001] l'emploi de la relation (36) est proposé. Elle est utilisée sous la forme suivante :

$$p_L = p_{ext} + \rho_L g \Delta z + \frac{8\mu_L}{r^2} \mathbf{V}_{L/S} L_M \quad (37)$$

A partir d'un écoulement de Poiseuille il est possible de retrouver, comme le fait [BOU1996], la loi de Darcy :

$$\mathbf{V}_{L/S} = \frac{-K}{\mu_L} \frac{\Delta p_M}{L_M} \quad (38)$$

Où K est la perméabilité de la zone semi-solide (qui dépend de la porosité du milieu comme nous le montrerons plus loin). D'une façon générale en (2D ou 3D) la loi de Darcy est écrite sous la forme :

$$\mathbf{V}_{L/S} = \frac{-K}{\mu_L} \nabla p_M \quad (39)$$

ainsi l'expression de la pression devient:

$$p_L = p_{ext} + \rho_L \mathbf{g} \Delta z - \int_{g_s=0}^{g_s=1} \frac{K}{\mu_L} \mathbf{V}_{L/S} dz \quad (40)$$

Cette formulation est couramment utilisée. Pourtant son utilisation n'est pas forcément aisée : il faut être capable de caractériser la perméabilité du milieu d'une part et être capable d'exprimer la vitesse du fluide d'autre part.

2.3.3 Vitesse interdendritique

Nous rappelons ici que nous ne nous intéresserons pas au remplissage du moule, mais uniquement aux phénomènes d'écoulement qui se produisent lors de la solidification du matériau, notamment l'apparition de la microporosité qui en résulte. C'est uniquement l'écoulement interdendritique qui nous intéresse, dans le but de calculer les pertes de charge Δp_M dans la zone semi solide que provoque cet écoulement dendritique.

Une idée est d'exprimer la vitesse du fluide $\mathbf{V}_{L/S}$ à partir de la vitesse du front de solidification \mathbf{V}_{SL} :

$$\mathbf{V}_{L/S} = -\beta \mathbf{V}_{SL} \quad (41)$$

où β est le coefficient de retrait de solidification eutectique défini de la même manière que [FLE1974] à parti des masses volumiques solide et liquide respectivement ρ_S et ρ_L de la manière suivante :

$$\beta = \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_S} \quad (42)$$

Ce calcul de la vitesse du liquide est bien évidemment erroné mais donne un ordre de grandeur des pressions mises en jeu. Cette approximation est trouvée dans [LEE1990], [LI2002], [NAG1999] et [ATW2000] pour le calcul de la pression liquide.

Une autre pratique consiste à s'appuyer sur l'équation de conservation de la masse, en supposant qu'il n'y a pas d'apparition de microporosité, pour en déduire la vitesse du fluide. A partir du moment où l'on écrit l'équation de conservation de la masse le problème du repère d'étude se pose : Quel repère choisir ?

Jusqu'à présent, nous considérons la vitesse du fluide dans le milieu poreux « supposé fixe ». En réalité, la contraction thermique de la phase solide provoque, dans un repère lié au moule, le déplacement de la phase solide. Autrement dit, la phase solide a une vitesse V_s . Ainsi la conservation de la masse en l'absence de défaut de porosité peut être écrite, comme le font [CHE1993], [CHI1992_1], [CHI1992_2], [COR2001], [SAR1998_1], [SAR1998_2], [VOL1987], [BEN1987], [CHE1995] et [GAN2002] dans des procédés de mise en forme divers sous la forme :

$$\rho_s \frac{\partial g_s}{\partial t} + \rho_L \frac{\partial g_L}{\partial t} + \nabla \cdot (g_L \rho_L (\mathbf{V}_L - \mathbf{V}_s)) + \nabla \cdot (g_s \rho_s \mathbf{V}_s) = 0 \quad (43)$$

En prenant comme repère celui lié à la phase solide ($\mathbf{V}_s = 0$), la relation suivante est obtenue :

$$\rho_s \frac{\partial g_s}{\partial t} + \rho_L \frac{\partial g_L}{\partial t} + \nabla \cdot (g_L \rho_L \mathbf{V}_L) = 0 \quad (44)$$

A partir de l'expression de la fraction solide il est possible de remonter à une expression de la vitesse idéale du fluide, puisque c'est la vitesse théorique telle qu'aucun défaut de porosité n'apparaisse.

2.3.4 Perméabilité

L'expression de la perméabilité de la zone semi solide est bien évidemment liée à la porosité ε du milieu considéré. Nous notons qu'il y a un risque de confusion autour du terme de porosité. La porosité est pour le fondeur un défaut. Pour le physicien il s'agit de la fraction volumique de la phase non solide du milieu poreux soit :

$$\varepsilon = 1 - g_s \quad (45)$$

L'expression la plus répandue en fonderie est l'expression de Kozeny-Carman:

$$K = K_0 \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \quad (46)$$

Où K_0 est une constante qui prend en compte la taille des pores ou des grains d du milieu considéré et la tortuosité τ des canaux qui le traversent et qui s'écrit sous la forme :

$$K_0 = c \frac{d^2}{\tau^2} \quad (47)$$

c étant une constante.

Identifier la taille des grains reste d'une complexité certaine. S'il s'agissait de sable l'accès à un diamètre moyen de grain paraîtrait facilement accessible. Lorsqu'il s'agit de dendrites l'accès à une telle grandeur est plus compliqué.

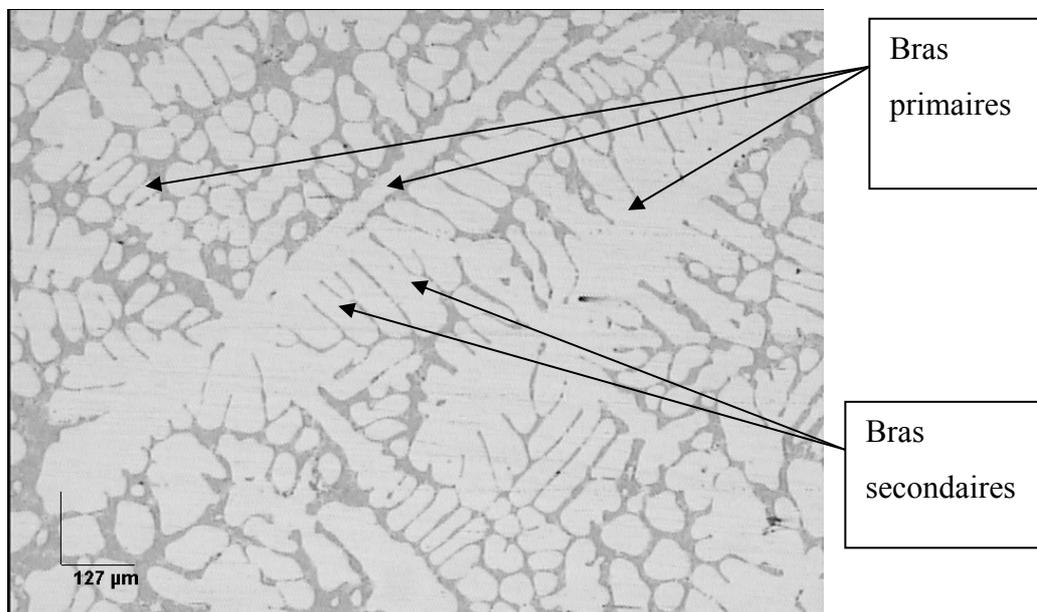


Figure 33 : forme d'une dendrite

Comme le montre la figure 33, la mesure d'une taille caractéristique semble plus difficilement accessible. Les fondeurs utilisent, pour mesurer la finesse de la structure, deux indicateurs :

- le DAS (Dendrite Arm Spacing) : il s'agit de la distance moyenne entre deux bras primaires de dendrite d_1 (voir figure 34)
- le SDAS (Secondary Dendrite Arm Spacing) : il s'agit de la distance moyenne entre deux bras secondaires de dendrite noté d_2 (voir figure 34)

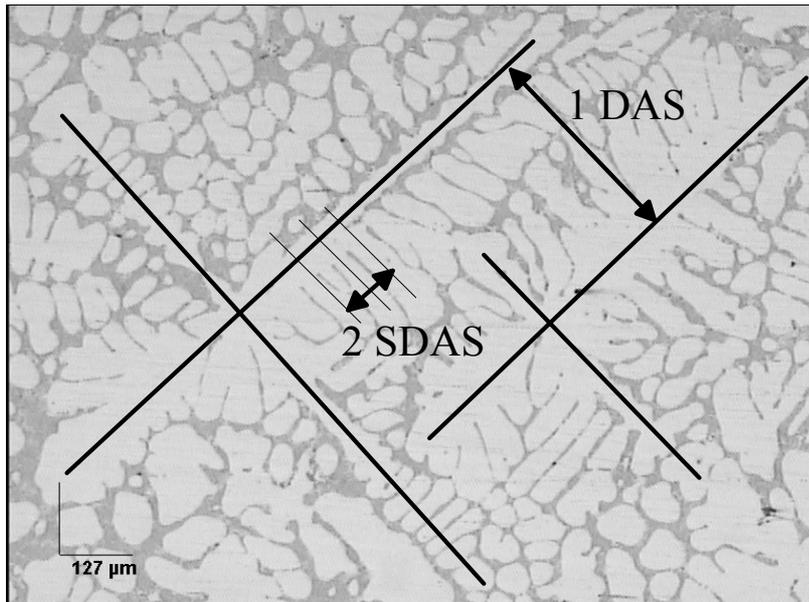


Figure 34 : mesure du DAS et du SDAS

Suivant les publications c'est soit d_1 soit d_2 qui remplace d dans l'expression de la perméabilité.

La prise en compte de la tortuosité du milieu, les canaux ne sont pas rectilignes mais courbes, ils contournent les dendrites. La longueur curviligne d'un canal interdendritique L_τ est supérieure à la distance L_0 qui sépare ses extrémités. Le chemin parcouru effectivement par le fluide est supérieur à la longueur de milieu parcouru.

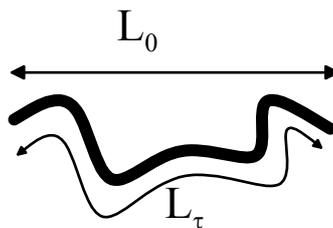


Figure 35 : canal de forme non rectiligne

On peut définir la tortuosité τ d'un capillaire du milieu semi solide de la forme suivante :

$$\tau = \frac{L_\tau}{L_0} \quad (48)$$

Ainsi la perméabilité de la zone semi solide et l'écoulement du fluide qui la traverse sous sa forme idéale (absence de porosité dans l'équation de la masse (44)) peuvent être décrits.

La démarche devient donc simple (à condition de pouvoir identifier l'ensemble des constantes). A partir de la résolution de l'équation de la chaleur, nous sommes capables de positionner la zone semi solide ainsi que son déplacement. En chaque point la variation de fraction solide est connue. A l'aide de l'équation de la masse (44), remonter au débit de fluide idéal, qui compense le retrait de solidification de façon à ne pas former de porosité de retrait, est possible. A partir du débit de fluide, la perte de charge est calculée. Elle est utilisée pour le calcul de la pression liquide locale. Enfin la vérification de la condition (32) d'apparition de la porosité peut être faite.

Une autre méthode proposée dans [KUZ1995], [KUZ2002], [HUA1998] et [PEQ2002], consiste à écrire l'équation de conservation de la masse en prenant en compte le terme de porosité volumique g_p sous la forme :

$$\frac{\partial g_p}{\partial t} = -\beta \frac{\partial g_L}{\partial t} + \frac{\rho_L}{\rho_S} \nabla \cdot (g_L \mathbf{V}_L) \quad (49)$$

La difficulté réside dans le fait que dans cette méthode, il faut résoudre simultanément l'équation en pression et l'équation en fraction volumique de défaut. La résolution des deux équations de type elliptique des champs scalaires g_p et p_L peut, semble-t il selon [PEQ2002], être résolues à conditions que les conditions aux limites soient correctement implémentées.

2.3.5 Autres modèles

Nous signalerons juste ici l'existence des modèles stochastiques, leurs développements sont avancés, les résultats sont loin de donner toutes satisfaction aux fondeurs du point de vue applicatif. [SZP1996] expose une application de prédiction de la microporosité au moyen d'une méthode de monte Carlo.

2.4 Modèles globaux

Des auteurs ont proposés des corrélations entre mesures expérimentales de porosité (en fraction volumique ou en taille) et grandeurs issues de simulation à méso échelle. Des corrélations purement expérimentales ou issues de plan d'expérience numériques sont aussi souvent exposées.

2.4.1 Critères

Des fonctions critères sont proposées par différents auteurs, elles sont composées de différentes grandeurs caractérisant la solidification locale :

- V , la vitesse moyenne de solidification (en m/s)
- t_{sol} , le temps de solidification (en s),
- G , le gradient thermique moyen (en K/m)
- \dot{T} , noté parfois R , le taux de refroidissement (en K/s)

Si le critère est supérieur à une valeur critique alors la porosité apparaît, sinon, il n'y a pas de défaut. Le plus célèbre est le critère de Niyama proposé en 1982 dans [NIY1982], connu pour sa simplicité et sa bonne corrélation dans les fontes :

$$\frac{G}{\sqrt{\dot{T}}} > Crit \quad (50)$$

Par contre la très mauvaise application de ce critère pour les alliages d'aluminium a été montrée par Spittle en 1994 [SPI1994]. Cependant, d'autres auteurs ont proposé d'autres critères, tel [LEE1990] qui propose :

$$\frac{G t_{sol}^{\frac{2}{3}}}{V} > Crit \quad (51)$$

Aujourd'hui la profusion de critère [HUA1993], [VAN1998], [STE1998] est telle que les logiciels métiers comme PROCast proposent des critères du type :

$$c_1 G^{C_2} V^{C_3} t_{sol}^{C_4} > Crit \quad (52)$$

Le paramétrage des quatre constantes de ce critère est laissé à l'appréciation de l'utilisateur. Ce qui nécessite un nombre important d'expériences.

On peut encore trouver des critères portant sur d'autres grandeurs que des grandeurs thermiques. Citons les critères portant sur le gradient de fraction solide, la distance d'alimentation ou la pression.

2.4.2 Corrélation

A partir de plans d'expériences basés sur la simulation numérique certains auteurs en déduisent des corrélations qui lient des éléments relatifs à la porosité (diamètre moyen des

porosités, diamètre maximum des porosités, porosité moyenne, etc.) avec les conditions initiales ou les grandeurs caractéristiques de la solidification. Par exemple, [LEE2004] fait une modélisation multi échelles dont la figure 36 expose le schéma de principe, notamment les articulations entre les échelles décrites précédemment.

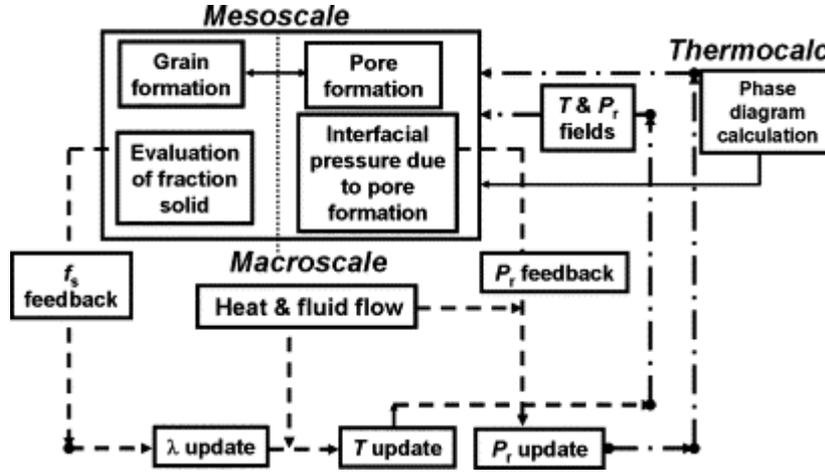


Figure 36 : modèle multi échelle de [LEE2004]

La conclusion de l'article présente comment une série de simulations a permis de trouver une relation entre différents paramètres : environnemental (pression extérieure), initiaux (concentration initiale de l'hydrogène en solution, concentration en cuivre de l'alliage) et des grandeurs caractérisant la solidification (temps de solidification), du type :

$$\text{Log}(L_{Max_pore}) = c_1 + c_2 \text{Log}(t_{sol}) + c_3 C_0^{Cu} + c_4 p^{-1} + c_5 \text{Log}(C_0^H) \quad (53)$$

Ce modèle répond à des attentes industrielles, par sa simplicité d'utilisation et par sa pertinence vis-à-vis des critères de fatigue qui utilisent une taille maximale de porosité admissible (voir [ZHA2000], [WAN2001_1], [WAN2001_2] et [BER1997])

D'autres auteurs préfèrent travailler à partir de mesures en prenant comme base la fraction volumique de porosité. Par exemple Pechiney proposait en 1995 à ses clients une relation à 6 paramètres. Un des paramètres est la porosité d_{80} mesurée sur un échantillon ayant solidifié sous une pression de 80 mBar:

$$g_p = c_1 + c_2 (d_{80} - c_{80}) + c_3 (t_{sol} - c_{sol}) + c_4 (t_{sol} - c_{sol})(d_{80} - c_{80}) \quad (54)$$

On constate ici que cette expression nécessite d'identifier six constantes.

Les travaux de [LI2003] proposent, sur la même approche, la corrélation suivante :

$$g_p = \frac{C_{LO}^H}{C_{S_Max}^H} \rho_L \frac{T_{eut}}{273} \left[1 - \exp\left(\frac{t_{sol}}{c}\right) \right] \quad (55)$$

avec C_{L0}^H , la concentration initiale de l'hydrogène dans la phase liquide et $C_{S_Max}^H$, la solubilité de l'hydrogène dans la phase solide.

Cette corrélation nécessite une seule variable, mais elle ne donne qu'une tendance qui est en exponentielle du temps de solidification.

Bibliographie

- [ANY1995] P.N. ANYALEBECHI, Analysis of the effects of alloying element on hydrogen solubility in liquid aluminium alloys, *Script Metallurgical and Mat*, Vol. 33, No. 8, pp. 1209-1216, 1995
- [ATW2000] R. C. ATWOOD, S. SRIDHAR, W. ZHANG & P. D. LEE, Diffusion-controlled growth of hydrogen pores in aluminium-silicon casting: in situ observation and modelling, *Acta materialia*, No. 48, pp. 405-417, 2000
- [BAL2001] X. BALANDRAUD, A. CHRYSOCHOOS, S. LECLERRC & R. PEYROUX, Effet du couplage thermomécanique sur la propagation d'un front de changement de phase, *C. R. Acad. Paris*, Tome 329, Série IIb, pp. 621-626, 2001
- [BAR2000] P. BARRAL & P. QUINTELA, A numerical algorithm for prediction of Thermomechanical deformation during the casting of aluminium alloy ingots, *Finite Elements in Analysis and Design*, No. 34, pp. 125-143, 2000
- [BEN1987] W.D. BENNON & F.P. INCROPERA, A continuum model for momentum, heat and species transport in binary solid-liquid phase change systems-II. Application to solidification in a rectangular cavity, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, No. 10, pp. 2171-2187, 1987
- [BER1997] S. BERETTA, A. BLARASIN, M. ENDO, T. GIUNTI & Y. MURAKAMI, Defect tolerant design of automotive components, *Int. J. of Fatigue*, Vol. 19, pp. 319-333, 1997
- [BHA1994] M.S. BHAT, D.R. POIRIER, J.C. HEINRICH & D. NAGELHOUT, Permeability normal to columnar dendrites at high fraction liquid, *Scripta Metallurgica et Materialia*, Vol. 31, No. 3, pp. 339-344, 1994
- [BOU1996] R. BOUDET & A. CHAUVIN *Mécanique des milieux continus*, collection matériaux, edition Hermes, Paris, 1996
- [BRO1996] P. BROADBRIDGE & B.M. PINCOMBE, The Stefan solidification problem with nonmonotonic nonlinear heat diffusivity, *Mathl. Comput. Modelling*, Vol. 23, No. 10, pp. 87-98, 1996
- [BRO2002] S.G.R. BROWN, J.A. SPITTLE, D.J. JARVIS & R.WALDEN-BEVAN, Numerical determination of liquid flow permeabilities for equiaxed dendritic structures, *Acta. Materialia*, Vol. 50, pp. 1559-1569, 2002
- [CAM1991] J. CAMPBELL, *Castings*, Butter worth Heinemann, 1991, ISBN 0-7506-1696-2
- [CEL2002] D.J. CELENTANO, A themomechanical model with microstructure evolution for aluminium alloy casting processes, *Int. J. of Plasticity*, Vol. 18, pp. 1291-1335, 2002
- [CHA1994] D. CHARPENTIER, *Modélisation de la Formation des microporosités lors de la solidification d'alliages à base d'aluminium*, Institut National Polytechnique de Lorraine, Science & Génie des matériaux, 1994
- [CHE1993] J.H. CHEN & L. TSAI, Inverse segregation for a unidirectional solidification of aluminium-copper alloys, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 12, pp. 3069-3075, 1993
- [CHE1995] Y. CHEN, Y.-T. IM & J. LEE, Finite element simulation of solidification with momentum, heat and species transport, *J. of Materials Processing Technology*, No. 48, pp. 571-579, 1995

- [CHE1997] S. CHEN, B. MERRIMAN, S. OSHER & P. SMEREKA, A simple level set method for solving Stefan problem, *Journal of Computational Physics*, Vol. 135, pp. 8-29, 1997
- [CHE2000] T-F. CHENG, Numerical analysis of non linear multiphase Stefan problem, *Computers and Structures*, Vol. 75, pp. 225-233, 2000
- [CHI1992_1] K.C. CHIANG & H.L. TSAI, Shrinkage-induced fluid flow and domain change in two-dimensional alloy solidification, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 7, pp. 1763-1770, 1992
- [CHI1992_2] K.C. CHIANG & H.L. TSAI, Interaction between shrinkage-induced fluid flow and natural convection during alloy solidification, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 7, pp. 1771-1778, 1992
- [COR2001] S.R. COREILL, G.B. McFADDEN, W.F. MIYCHELL, B.T. MURRAY J.B. ANDREWS & Y. ARIKAWA, Effect of flow due to density change on eutectic growth, *Journal of Crystal Growth*, No. 224, pp. 145-154, 2001
- [FAC1996] M. FACKELDEY, A. LUDWIG & P.R. SAHM, Coupled modelling of the solidification process predicting temperatures, stresses and microstructures, *Computational Materials Science*, No. 7, pp. 194-199, 1996
- [FLE1974] M.C. FLEMINGS, *Solidification Processing*, Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, New York, 1974, ISBN 07-021283-X
- [GAN2002] M. E. GANAOU, A. LAMAZOUADE, P. BONToux & D. MORVAN, Computational solution for fluid flow under solid/liquid phase change conditions, *Computer & Fluids*, Vol. 31, pp. 539-556, 2002
- [GEI2001] J. GEIGER, A. ROOSZ & P. BARKOCZY, Simulation of grain coarsening in two dimensions by cellular-automaton, *Acta. Materiala*, Vol. 49, pp. 623-629, 2001
- [GON1996] A.M. GONZALEZ & D.A. TARZIA, Determination of unknown coefficients of a semi-infinite material through a simple mushy zone model for the two-phase Stefan problem, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 34, No. 7, pp. 799-817, 1996
- [GOY1999] B. GOYEAU, T. BENIHADDADENE, D. GOBIN & M. QUINTARD, Numerical calculation of permeability in a dendritic mushy zone, *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 30, pp. 613-622, 1999
- [HUA1993] H. HUANG, V.K. SURI, J.L. HILL & J.T. BERRY, Issues in thermal contact and phase change in porosity prediction, *Trans. ASME*, Vol. 115, pp. 2-7, 1993
- [HUA1998] J. HUANG, T. MORI, & J.G. CONLEY, Simulation of Microporosity Formation in Modified and Unmodified A356 Alloy Castings, *Metallurgical and Materials Processing B*, Vol. 29, pp. 1249-1260, 1998
- [JAC2002] A. JACOT & B.M. RAPPAZ, A pseudo-front tracking technique for the modelling of solidification microstructures in multi-component alloys, *Acta materiala*, Vol. 50, pp. 1909-1923, 2002
- [JUR1996] D. JURIC & G. TRYGGVASON, A front-tracking method for dendritic solidification, *Journal of Computational Physics*, Vol. 123, pp. 127-148, 1996

- [KUA2002] KUANG-O (OSCAR) YU, Modeling for casting and solidification processing, RMI Titanium Company, Niles, Ohio, 2002
- [KUR1998] W. KURZ & D.J. FISCHER, Fundamentals of solidification, Trans Tech Publication Ltd, Fourth edition, 1998, ISBN 0-87849-804-4
- [KUZ1995] A.V. KUZNETSOV & K. VAFAI, Development and investigation of three-phase model of the mushy zone for analysis of porosity formation in solidifying castings, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 38, No. 14, pp. 2557-2567, 1995
- [KUZ2002] A.V. KUZNETSOV & M. XIONG, Dependence of microporosity on the direction of solidification, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 29, No. 1, pp. 25-34, 2002
- [LEE1990] YW. LEE, E CHANG & C.F. CHIEU, Modeling of feeding behaviour of Solidifying Al-7Si-0.3Mg Alloy Plate Casting, Metallurgical and Materials Transactions B, Vol. 21, pp. 715-722, 1990
- [LEE2001_1] P. D. LEE & J. D. HUNT, Hydrogen porosity in directionally solidified aluminium-copper alloy: a mathematical model, Acta materialia, No. 49, pp. 1383-1398, 2001
- [LEE2001_2] P.D. LEE, A. CHIRAZI & D. SEE, Modelling microporosity in aluminium-silicon alloys: a review, Journal of Light Metal, No. 1, pp. 15-30, 2001
- [LEE2002] P.D. LEE, R.C. ATWOOD, R.J. DASHWOOD & H. NAGAUMI, Modelling of porosity formation in direct chill cast aluminium-magnesium alloys, Materials Science and Engineering, No. A328, pp. 213-222, 2002
- [LEE2004] P.D. LEE, A. CHIRAZI, R.C. ATWOOD & W. WANG, Multiscale modelling of solidification microstructures, including microsegregation and microporosity, in Al-Si-Cu alloy, Materials Science and Engineering, Vol. A365, pp. 57-65, 2004
- [LI2002] K.D. LI & E CHANG, A mechanism of porosity distribution in A356 aluminium alloy castings, Metallurgical and Materials Transactions, Vol. 43, No. 7, pp. 1711-1715, 2002
- [LI2003] K.D. LI & E. CHANG, Explanation of the porosity distribution in A206 aluminium casting, AFS transaction 2003, American Foundry Society, Des Plaines IL, 2003
- [LOU1999_1] T. LOULOU, E.A. ARTYUKHIN & J.P. BARDON, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I-experimental principle and modelisation, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp. 2119-2127, 1999
- [LOU1999_2] T. LOULOU, E.A. ARTYUKHIN & J.P. BARDON, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: II-experimental setup and results, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp. 2129-2142, 1999
- [MAR2000] M.A. MARTORANO & J.D.T. CAPOCCHI, Heat transfer at the metal mold interface in the unidirectional solidification of Cu-8%Sn alloys, Int. J. of Heat and Mass Transfer, No. 43, pp. 2541-2552, 2000
- [MEN1995] M. MENAI & M. BELLET, Thermomechanical coupling during solidification: A 3d finite element approach, Conference on modelling of casting, welding and advanced solidification processes, London 10-15 September 1995
- [NAG1999] H. NAGAUMI, Prediction of porosity contents and examination of porosity formation in Al-4.4%Mg DC slab, Science and Technology of Advanced Materials, No. 2, pp. 49-57, 2001

- [NEC2002] A. NECULAE, B. GOYEAU, M. QUINTAR & D. GODIN, Passive dispersion in dendritic structures, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 323, pp. 367-376, 2002
- [NIY1982] E. NYAMA, T. UCHIDA, M. MORIKAWA & S. SAITO, A method of shrinkage prediction and its application to steel casting practice, *AFS Int. Cast Metals J.*, Vol. 7, pp. 52-63, 1982
- [OMA2000] D. O'MAHONEY & D.J. BROWNE, Use of experiment and an inverse method to study interface heat transfer during solidification in the investment casting process, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 22, pp. 111-122, 2000
- [PEQ2002] C. PEQUET, M. GREMAUD & M. RAPPAZ, Modelling of microporosity, macroporosity and pipe-shrinkage formation during the solidification of alloys using mushy-zone refinement method: application to aluminium alloys, *Metallurgical and Materials Processing A*, Vol. 33A, pp. 2095-2105, 2002
- [POI1987] D.R. POIRIER, K. YEUM & A.L. MAPLES, A thermodynamic prediction for microporosity formation in aluminium-rich Al-Cu alloys, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 18, pp. 1979-1987, 1987
- [PRO1999] N. PROVATAS, N. GOLDENFELD & J. DANTZIG, Adaptive mesh refinement computation of solidification microstructures using dynamic data structures, *J. of Computational Physic*, No. 148, pp. 265-290, 1999
- [SAN2005] R.G. SANTOS & M.L.N.M. MELO, Permeability of interdendritic channels, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 391, pp. 151-158, 2005
- [SAR1995] B. SARLER, Stefan's work on solid-liquid phase changes, *Engineering Analysis Boundary Element*, Vol.16, pp. 83-92, 1995
- [SAR1998_1] B. SARLER & G. KUHN, Dual reciprocity boundary element method for convective-diffusive solid-liquid change problems, Part 1. Formulation, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, No. 21, pp. 53-63, 1998
- [SAR1998_2] B. SARLER & G. KUHN, Dual reciprocity boundary element method for convective-diffusive solid-liquid change problems, Part 2. Numerical examples, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, No. 21, pp. 65-79, 1998
- [SPI1994] J.A. SPITTLE, M. ALMESHEDANI & S.G. BROWN, The Niyama function and its proposed application to microporosity prediction, *Cast Metal*, Vol. 7, pp. 51-56, 1994
- [STE1998] D.M. STEFANESCU & H. PANG, Modelling of casting solidification stochastic or deterministic? , *Canadian metallurgical Quarterly*, Vol. 37, No. 3-4, pp. 229-239, 1998
- [STO1999] D.T. STONE & B.G. THOMAS, Measurement and modelling of heat transfer across interfacial mold flux layer, *Canadian Metallurgical Quarterly*, Vol. 38, No. 5, pp. 363-375, 1999
- [SUN2001] P. K. SUNG, D. R. POIRIER, S. D. FELICELLI, E. J. POIRIER & A. AHMED, Simulation of microporosity in IN718 equiaxed investment castings, *Journal of Crystal Growth*, No. 226, pp. 363-377, 2001
- [SZP1996] B. SZPUNAR & R. W. SMITH, Monte Carlo simulation of solidification processes: porosity, *Canadian metallurgical Quarterly*, Vol. 35, No. 3, pp. 299-303, 1996

[TRO1998] M. TROVANT & S.A. ARGYROPOULOS, The implementation of mathematical model to characterize mold metal interface effects in metal casting, Canadian metallurgical Quarterly, Vol. 37, No. 3-4, pp. 185-196, 1998

[VAN1998] I. VANNIER, C. DAVID, H. COMBEAU & G. LESOULT, A comparison between experiments and empirical criteria Predicting A-Type segregations and microporosity, Modeling of Casting, Welding, and Advanced Solidification Processes 7, 1998

[VOL1987] V.R. VOLLER & PARKASH C., A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems, Int. J. of Heat and Mass transfer, Vol. 30, No. 8, pp. 1709-1719, 1987

[WAN2001_1] Q.G. WANG, D. APELIAN & D.A. LADOS, Fatigue behaviour of A356-T6 aluminium cast alloys. Part I. Effect of casting defects, J. of Light Metals, Vol. 1, pp. 73-84, 2001

[WAN2001_2] Q.G. WANG, D. APELIAN & D.A. LADOS, Fatigue behaviour of A356-T6 aluminium cast alloys. Part II. Effect of microstructural constituents, J. of Light Metals, Vol. 1, pp. 85-97, 2001

[WHI1999] S. WHITAKER, The method of volume averaging, Kluwer academic publishers, 1999, ISBN 0-7923-5486-9

[WHI2001] H. S. WHITESELL & R. A. OVERFELT, Influence of solidification variables on the microstructure, macrosegregation and porosity of directionally solidified Mar-M247, Materials Science and Engineering A, No. 318, 2001

[ZHA2000] C.ZHANG, W. CHEN & R. POIRIER, Effect of solidification cooling rate on the fatigue life A367.2-T6 cast aluminium

Chapitre 3: Modélisation

Notre modélisation s'articule autour de deux axes. D'abord il y a la modélisation des transferts thermiques puis la modélisation de l'écoulement interdendritique. Même si ces deux phénomènes sont couplés, nous allons en exposer leur modélisation respective, puis nous nous intéresserons à leur articulation.

3.1 Solidification et Refroidissement

La modélisation de la thermique en fonderie doit prendre en compte la chaleur latente de solidification. Comme nous allons le montrer cela entraîne des non linéarités.

3.1.1 Critères d'homogénéisation

A priori dans un mélange solide liquide, selon l'échelle spatio-temporelle à laquelle nous nous intéressons, il n'y a pas nécessairement équilibre thermique local entre les deux phases. Dans le cas de la zone semi solide, nous sommes face à une configuration de type milieu poreux. C'est-à-dire qu'il y a une phase solide, qui constitue la matrice du milieu poreux, et une phase liquide qui peut occuper les volumes non occupés par la phase solide. De plus le milieu évolue : la phase solide évolue durant la solidification. A l'échelle de la taille caractéristique du réseau solide (10^{-4} m environ), il faut distinguer les températures de chaque phase. T_L et T_S sont les températures respectives des phases liquide et solide. Donc à cette échelle, il convient de considérer $T_S \neq T_L$.

[KAV1991] expose au chapitre 3, une condition pour écrire l'équilibre thermique local ($T_S = T_L$) sur un volume élémentaire représentatif, de dimensions plus grande que celles de la taille caractéristique du réseau, à partir des différentes échelles présentées sur la figure 37, avec :

- ΔT_L , la différence de température maximale en deux points du système, L désignant l'échelle du système,

- ΔT_l , la différence de température maximum entre deux points du volume élémentaire représentatif, de longueur caractéristique l ,
- ΔT_d , la différence de température entre la température du solide et la température du liquide, d définit la longueur caractéristique de l'espace interdendritique (DAS),

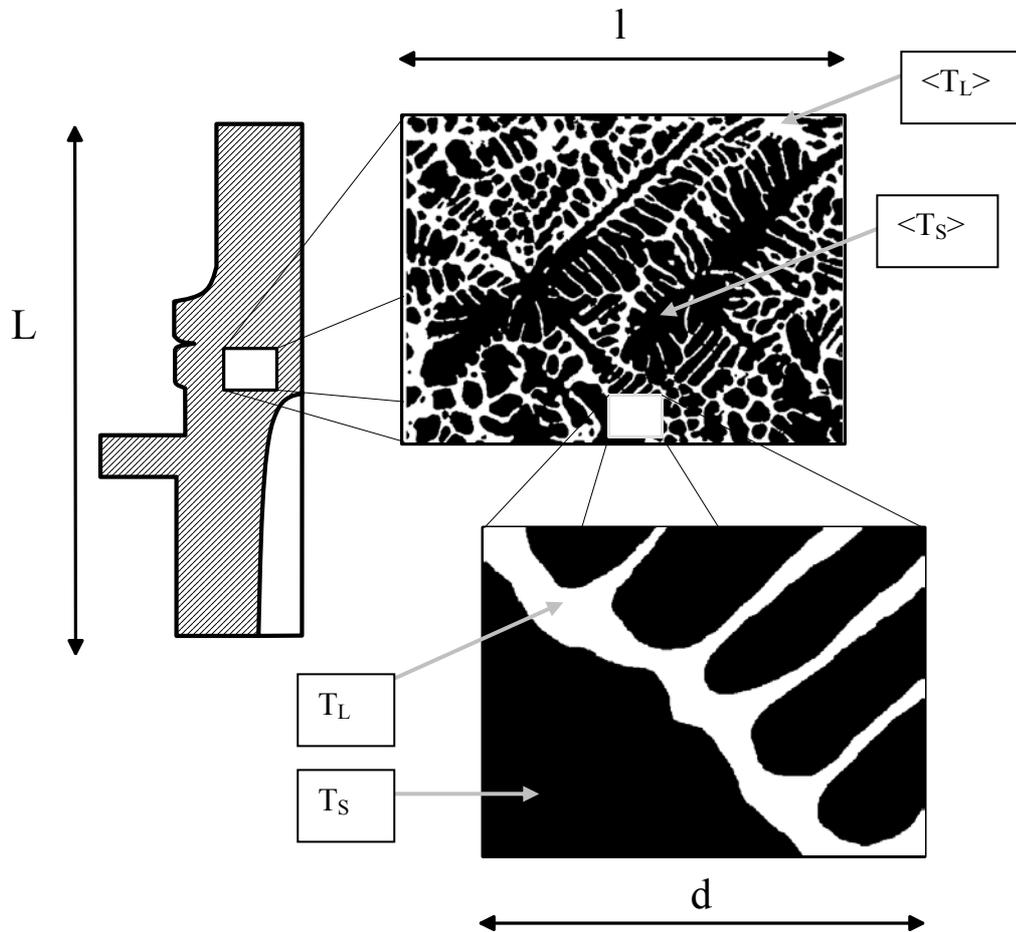


Figure 37 : les différentes échelles

L'hypothèse d'équilibre local nécessite la vérification de la condition suivante:

$$\Delta T_d < \Delta T_l \ll \Delta T_L \quad (56)$$

Ainsi la différence de température ΔT_d entre les phases à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER) peut être négligée, et écrire :

$$\langle T_L \rangle = \langle T_S \rangle = \langle T \rangle \quad (57)$$

Où $\langle T_L \rangle$ et $\langle T_S \rangle$ sont respectivement les températures moyennes des phases solide et liquide sur le VER, définies à partir du volume $\Omega = \Omega_L + \Omega_S$ du VER soit :

$$\frac{1}{\Omega_S} \int_{\Omega_S} T_S d\Omega_S = \frac{1}{\Omega_L} \int_{\Omega_L} T_L d\Omega_L = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} T d\Omega = \langle T \rangle \quad (58)$$

[KAV1991] fait cependant remarquer que si les différences de températures ΔT_d et ΔT_l sont négligeables devant ΔT_L , les gradients respectifs aux différentes échelles ne le sont pas.

[WHI1999] a proposé des critères de validité de l'hypothèse d'équilibre thermique local. Nous donnons ici les conditions à respecter pour pouvoir écrire l'équation de la chaleur avec équilibre local :

- Conditions sur l'échelle de temps (t) :

$$\frac{g_L \rho_L C p_L l^2}{t} \left(\frac{1}{\lambda_L} + \frac{1}{\lambda_S} \right) \ll 1 \quad (59)$$

et

$$\frac{g_S \rho_S C p_S l^2}{t} \left(\frac{1}{\lambda_L} + \frac{1}{\lambda_S} \right) \ll 1 \quad (60)$$

- Condition sur l'échelle d'espace (VER)

$$\frac{g_L \lambda_L l}{A_0 L^2} \left(\frac{1}{\lambda_L} + \frac{1}{\lambda_S} \right) \ll 1 \quad (61)$$

et

$$\frac{g_S \lambda_S l}{A_0 L^2} \left(\frac{1}{\lambda_L} + \frac{1}{\lambda_S} \right) \ll 1 \quad (62)$$

Où A_0 est la surface spécifique définie par la surface de l'interface solide/liquide par unité de volume.

Donc pour un matériau donné, dont les paramètres thermophysiques sont connus, et pour une taille de système donné, il y a une condition sur le pas de temps et sur l'échelle d'espace. Dans le cas qui nous intéresse, le système est celui d'une pièce de fonderie dont la taille est de l'ordre de 200 mm dans sa plus grande taille (maître cylindre plus masselotte). Pour calculer la taille du VER, il est nécessaire d'évaluer la surface spécifique. Plusieurs possibilités sont à notre disposition pour ce calcul : à partir d'image 2D, d'image 3D, ou d'estimation à partir d'une géométrie idéalisée.

Nous avons fait le choix d'une analyse d'image 2D pour des raisons de précision d'une part mais aussi de coût. En effet, l'estimation de la surface spécifique à partir d'une géométrie idéale peut nous éloigner de la réalité du milieu. Une image 3D a un coût non négligeable

pour une contribution qui reste modeste puisque seule une évaluation de l'ordre de grandeur nous intéresse. Donc à partir d'une série de photos nous avons balayé une surface de quelques millimètres carrés (un étalonnage a été réalisé et permet de connaître précisément la taille d'un pixel). A partir de cette séquence, représentée sur la figure 38, nous avons construit un échantillon représentatif du milieu.

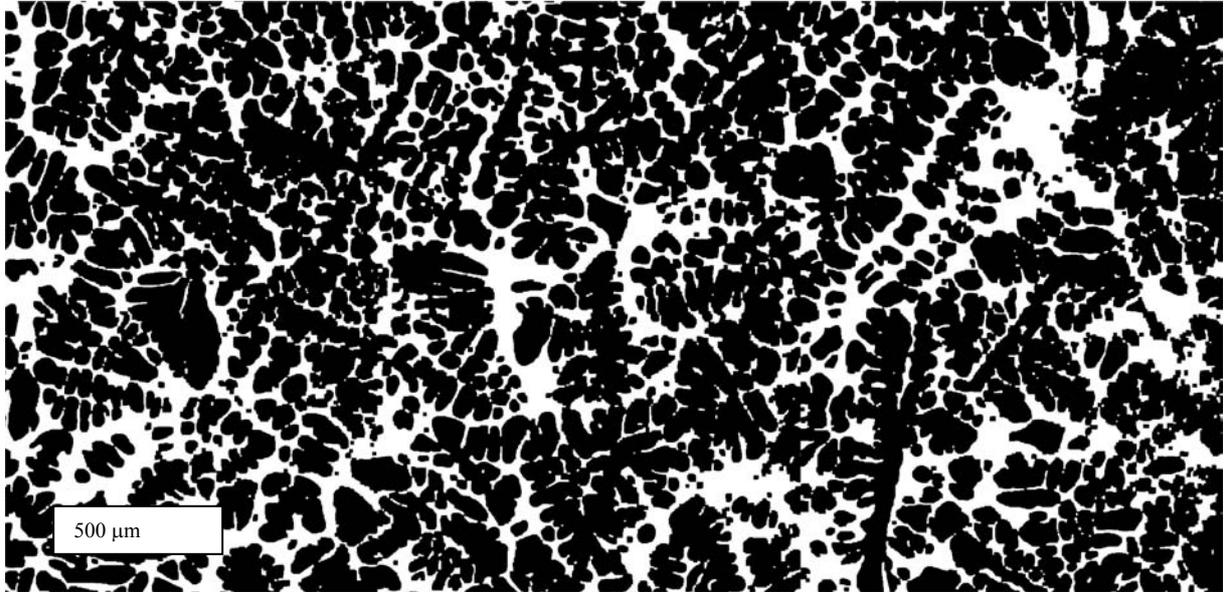


Figure 38 : image du milieu

Un traitement d'image permet de calculer la longueur de contour par unité de surface. Ainsi la longueur spécifique obtenue est de $0,04 \text{ pixel}^{-1}$. Les travaux de [COS1985] et [CHE1978] proposent une relation entre longueur spécifique moyenne et surface spécifique moyenne, connaissant d'après l'étalonnage (réalisé par une société extérieure) la taille d'un pixel, nous avons obtenu une surface spécifique de 25.10^3 m^{-1} pour une fraction solide de 0,7.

A partir de ces grandeurs nous avons déduit que les conditions nécessaires à la vérification de l'hypothèse d'homogénéisation conduisent, pour les conditions (61) et (62), à :

$$l \ll 10^2 \quad (63)$$

Cette condition n'étant pas contraignante et vérifiée immédiatement, il ne nous reste que à vérifier les conditions (59) et (60) qui conduisent à :

$$10^2 l^2 \ll t \quad (64)$$

Au vu des dynamiques thermiques constatées, l'échelle de temps correspondant à la fréquence d'échantillonnage des mesures qui semble convenir est de l'ordre de 10^{-1} à 10^{-2} seconde, ce qui impose donc un VER de l'ordre de 10^{-3} m.

3.1.2 Conservation de l'énergie

Le choix de la formulation s'est imposé rapidement et les possibilités sont nombreuses. Pourtant, comme l'expose [BEL1998], la conservation de l'énergie suivant la façon dont elle est implémentée peut ne pas conserver l'énergie. Nous avons opté pour une formulation enthalpique de l'équation de la chaleur qui semble mieux conserver l'énergie. Cette formulation est exposée dans [SWA1992] et [DES1987] par exemple.

L'enthalpie du VER s'écrit

$$H = \int_{\Omega} \langle \rho h \rangle d\Omega \quad (65)$$

A partir de la répartition volumique $g_S + g_L + g_P = 1$, l'enthalpie du mélange peut s'écrire :

$$\langle \rho h \rangle = g_S \rho_S h_S + g_L \rho_L h_L + g_P \rho_P h_P \quad (66)$$

D'où la nécessité d'exprimer les enthalpies de chacune des phases:

- L'enthalpie de la phase solide h_S s'écrit à partir d'une température de référence T_0 , quand la température est supérieure à la température de liquidus alors l'enthalpie de phase est constante.

$$h_S = \int_{T_0}^T C_{p_S} dT \quad (67)$$

- L'enthalpie de la phase liquide est nulle quand la température est inférieure à la température de solidus.

$$h_L = h_{SL} + \int_{T_0}^T C_{p_L} dT \quad (68)$$

- L'enthalpie de la phase poreuse (défaut) est nulle puisque c'est du vide:

$$\rho_P h_P = 0 \quad (69)$$

Ainsi l'expression de l'enthalpie du mélange devient :

$$H = g_L \rho_L h_{SL} + g_L \int_{T_0}^T (\rho_L C_{p_L}) dT + g_S \int_{T_0}^T (\rho_S C_{p_S}) dT \quad (70)$$

La conservation de l'énergie s'écrit pour le VER comme l'égalité entre la variation d'enthalpie du VER et le bilan du flux de chaleur entrant et sortant du VER.

$$\int_{\Omega} \frac{dH}{dt} d\Omega = \int_{\partial\Omega} [\lambda \underline{\nabla}(T)] \underline{n} dS = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\lambda \underline{\nabla}(T)) d\Omega \quad (71)$$

Les travaux de [MAT1996] montrent que dans le milieu semi-solide les vitesses des phases sont inférieures à 10^{-3} m.s^{-1} . Ainsi si nous utilisons comme distance caractéristique l (10^{-3} m comme proposée précédemment) et une diffusivité thermique de l'aluminium de l'ordre de $5.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, nous obtenons un nombre Péclet de égal à $Pe = 2.10^{-2}$. Ainsi le terme de transport est négligé devant le terme de diffusion, l'équation de conservation de la chaleur devient :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla.(\langle \lambda \rangle \nabla(T)) \quad (72)$$

où $\langle \lambda \rangle$ n'est donc pas la dispersion thermique puisque que l'on néglige le terme de transport mais la conductivité moyenne du mélange.

La dérivée de l'enthalpie par rapport à la température est la suivante (si l'hypothèse est faite que les masses volumiques et chaleurs spécifiques des différentes phases sont indépendantes de la température) :

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \left[\rho_s g_s C_{p_s} + \rho_L h_{sL} \frac{\partial g_L}{\partial T} + \rho_L g_L C_{p_L} \right] \quad (73)$$

On obtient alors une nouvelle forme pour l'équation de la chaleur (72) :

$$\left[\rho_s g_s C_{p_s} + \rho_L h_{sL} \frac{\partial g_L}{\partial T} + \rho_L g_L C_{p_L} \right] \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla.(\langle \lambda \rangle \nabla T) \quad (74)$$

Le terme $\rho_s g_s C_{p_s} + \rho_L h_{sL} \frac{\partial g_L}{\partial T} + \rho_L g_L C_{p_L}$ est assimilable à un terme capacitif équivalent $\langle \rho C_p \rangle_{eq}$.

3.1.3 Données matériau et conditions aux limites

Les sources d'information pour les grandeurs thermophysiques sont très variées et très variables. Des données proposées dans les publications, aux bases de données issues de chez Pechiney (fabricant d'aluminium), en passant par les bases de données de logiciels métier (PAM-QuikCast par exemple), les grandeurs peuvent varier de manière significative.

En effet suivant les sources, les grandeurs sont prises constantes, dépendantes linéairement de la température et des interpolations proposées. Une telle variété entraîne une réelle problématique pour le renseignement du modèle de diffusion de chaleur. A cela s'ajoute le choix de la forme de la fonction $g_s(T)$ qui, comme nous l'avons exposé au chapitre 2, permet de nombreuses variations.

En ce qui concerne la conductivité moyenne $\langle \lambda \rangle$, de nombreux ouvrages utilisent la loi des mélanges :

$$\langle \lambda \rangle = g_S \lambda_S + g_L \lambda_L \quad (75)$$

Pourtant comme l'a montré [RAV1999], cette relation est fautive pour les structures dendritiques. [RAV1999] a estimé l'erreur réalisée lorsque l'on utilise la loi des mélanges pour calculer la conductivité moyenne par rapport à l'emploi de la géométrie réelle. Dans notre cas pour une configuration dendritique équiaxe et un rapport de conductivité $\frac{\lambda_L}{\lambda_S}$ voisin de 0,5 et une erreur maximum de 3% est obtenue. Pour cette raison nous utiliserons la loi des mélanges.

De plus il semble que la finesse du grain (c'est-à-dire du DAS) ait une influence sur la conductivité. Nous avons fait des mesures de diffusivité sur deux échantillons d'un même matériau de finesse différentes par HotDisk®.

<i>DAS</i> <i>(10⁻⁶ m)</i>	<i>Conductivité à 20°C</i> <i>(W m⁻¹ K⁻¹)</i>
80	176 ± 2%
160	157 ± 2%

Tableau 1 : conductivité et finesse de grain

Ces résultats sont quand même à confirmer car de la microporosité était présente dans l'échantillon qui avait le plus grand DAS. Il faut rappeler que le temps de solidification a une influence sur le DAS. Plus la solidification est rapide, plus les grains sont fins. Dans un premier temps nous négligerons ces influences. Comme on le voit l'incertitude sur la conductivité thermique est de l'ordre de plus de 7%.

3.1.4 Conditions limites à l'interface alliage/moule

A l'interface moule/aluminium, la conduction est perturbée par une résistance de contact due au poteyage. Afin de modéliser cette résistance de contact, nous utiliserons la grandeur R , comme exposée au chapitre 2. Cette grandeur intègrera les résistances de contact poteyage/aluminium et poteyage/moule. Des mesures ont été faites par [STO1999], [LOU1999_1], [LOU1999_2] et [OMA2000] sur des procédés fonderie, l'ordre de grandeur de la résistance de contact est de 10^{-5} à 10^{-4} Km²/W.

$$\varphi = \frac{T_{alliage} - T_{Moule}}{R} \quad (76)$$

Dans le cadre d'une expérience, il conviendra d'identifier la résistance thermique du poteyage. Les résistances thermiques équivalentes ont des valeurs très variées suivant la rugosité de la surface du moule, la nature du poteyage, l'épaisseur appliquée, le mode d'application (au pinceau ou pulvérisé) et la mise en œuvre de l'application (par exemple la pression de pulvérisation).

3.1.5 Le système d'équation

Ainsi pour résoudre l'équation de la chaleur nous avons à résoudre le système d'équations suivant :

- Dans le moule :

$$\langle \rho C p \rangle_{Moule} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{Moule} \nabla T) \quad (77)$$

- Dans l'alliage :

$$\frac{\partial H(\mathbf{g}_S, \mathbf{g}_L)}{\partial t} = \nabla \cdot (\langle \lambda(\mathbf{g}_S, \mathbf{g}_L) \rangle \nabla(T)) \quad (78)$$

avec une forme pour g_S issu du diagramme de phase Al-Si

$$T \geq T_{liq} \quad g_S = 0 \quad (79)$$

$$T_{liq} > T > T_{eut} \quad g_S = (1 - g_{eut}) \left(\frac{T_{eut} - T}{T_{eut} - T_{liq}} \right)^{\frac{1}{k_{Si} - 1}} \quad (80)$$

$$T = T_{eut} \quad g_S = g_{eut} \quad (81)$$

$$T_{eut} > T > T_{sol} \quad g_S = g_{eut} + (1 - g_{eut}) \frac{T - T_{eut}}{T_{sol} - T_{eut}} \quad (82)$$

$$T_{sol} \geq T \quad g_S = 1 \quad (83)$$

- Conditions limites à l'interface alliage/moule

$$\varphi = \frac{T_{alliage} - T_{Moule}}{R} \quad (84)$$

$$-\varphi = \nabla \cdot (\langle \lambda(\mathbf{g}_S) \rangle \nabla(T)) \quad (85)$$

$$\varphi = \nabla \cdot (\lambda_{Moule} \nabla T) \quad (86)$$

3.2 Conservation de la masse

Lors de la solidification, la contraction volumique de certaines zones entraîne une « aspiration » du liquide entraînant son mouvement dans le réseau constitué des dendrites.

3.2.1 Echelle de modélisation

Vérifions si l'échelle choisie pour décrire la diffusion de chaleur convient pour décrire la conservation de la masse. Le modèle proposé s'appuie sur la conservation de la masse couplée avec la loi de Darcy. La loi de Darcy étant une description à une échelle macroscopique devant la taille des pores du milieu poreux. C'est-à-dire, comme le dit [WHI1999], que la validité de la loi est conditionnée par le fait que le VER doit être grand devant la taille des pores. Dans notre cas les pores du milieu poreux sont l'espace interdendritique qui est caractérisé par le DAS.

Il s'agit donc de vérifier si l'échelle de description utilisée pour la modélisation de la diffusion de chaleur est grande devant le DAS. Le procédé qui nous intéresse produit des DAS de l'ordre de grandeur de 10^{-5} à 10^{-4} m. Donc le VER sur lequel l'équation de Darcy restera valable est de l'ordre du 10^{-3} m.

3.2.2 Ecriture du problème

A partir de l'équation de conservation de la masse dans un repère lié à la phase solide, la relation suivante est obtenue (44) :

$$\rho_S \frac{\partial g_S}{\partial t} + \rho_L \frac{\partial g_L}{\partial t} + \nabla \cdot (g_L \rho_L \mathbf{V}_L) = 0 \quad (87)$$

\mathbf{V}_L est la vitesse intrinsèque de la phase liquide de la phase liquide dans le repère lié à la phase solide.

C'est un point de vue que l'on le trouve couramment dans la littérature (voir [BOU2002] par exemple).

Le volume est occupé par trois phases : la somme des fractions volumiques des différentes phases est égale à l'unité soit :

$$g_S + g_L + g_P = 1 \quad (88)$$

La relation différentielle obtenue en fraction volumique de défaut fait apparaître un terme de contraction volumique (en dérivée de la fraction volumique liquide) et un terme de transport (en divergence du vecteur vitesse de la phase liquide).

$$\frac{\partial g_P}{\partial t} = \frac{\partial g_L}{\partial t} \left(\frac{\rho_L - \rho_S}{\rho_S} \right) + \nabla \cdot \left(g_L \frac{\rho_L}{\rho_S} \mathbf{V}_L \right) \quad (89)$$

On reconnaît le coefficient de retrait β et le rapport des masses volumiques de la phase liquide

par rapport à la phase solide $\alpha = \frac{\rho_L}{\rho_S}$, nous écrivons donc :

$$\frac{\partial g_P}{\partial t} = -\beta \frac{\partial g_L}{\partial t} + \alpha \nabla \cdot (g_L \mathbf{V}_L) \quad (90)$$

Si la contribution de retrait est grande devant la contribution de transport de phase liquide alors la microporosité apparaît.

L'expression de la vitesse reste la principale problématique, nous l'avons exposé au chapitre 2. Nous ne pouvons plus utiliser l'équation de conservation de la masse pour calculer la vitesse de la phase liquide, puisque ce calcul est basé sur $g_P = 0$.

A partir de la loi de Darcy, nous allons reporter ce problème au calcul du champ de pression dans le liquide.

$$\mathbf{V}_L = \frac{-K}{g_L \mu_L} (\nabla(p_L) - \rho_L \mathbf{g}) \quad (91)$$

K est la perméabilité, μ_L la viscosité dynamique de la phase liquide, \mathbf{g} le vecteur accélération de la gravité et p_L la pression locale dans la phase liquide.

Le couplage de l'équation de conservation de la masse avec la loi de Darcy, permet d'écrire la contribution du terme de transport sous la forme :

$$\alpha \nabla \cdot (g_L \mathbf{V}_L) = \alpha \left(\nabla \cdot \left(\frac{-K}{\mu_L} \nabla p_L \right) - \nabla \cdot (\rho_L \mathbf{g} g_L) \right) \quad (92)$$

Nous le justifierons par la suite en le montrant avec des ordres de grandeur, mais nous proposons de négliger le gradient de pression dû à la gravité devant le gradient de pression liquide. La relation (90) devient :

$$\frac{\partial g_P}{\partial t} = -\beta \frac{\partial g_L}{\partial t} - \alpha \nabla \cdot \left(\frac{K}{\mu_L} \nabla p_L \right) \quad (93)$$

Le terme $-\beta \frac{\partial g_L}{\partial t}$ apporte la contribution de retrait et $-\alpha \nabla \cdot \left(\frac{K}{\mu_L} \nabla p_L \right)$ apporte la contribution de transport.

Si la majorité des modèles existants sont basés sur le gazage, l'expression de la pression locale dans l'aluminium reste valable. Mais l'expression de la pression n'est pas ce qui nous intéresse réellement. Au vu de l'équation (93), nous pouvons dire que c'est l'expression du gradient de pression qui est primordiale. De même la perméabilité doit être identifiée. Nous avons donc deux travaux à mener : être capable de calculer la perméabilité du milieu et être capable de calculer la différence de pression locale.

3.2.3 Pression de retrait

Comme l'hydrogène dissout initialement dans l'alliage d'aluminium liquide l'est à un taux inférieur à celui de la solubilité de la phase solide, nous négligerons dans notre étude l'existence de l'entité hydrogène.

Cette hypothèse a été vérifiée par mesure du gazage dans les fours d'utilisation industrielle de l'usine, les mesures ont montré des taux d'hydrogène de l'ordre de $0,12 \cdot 10^{-3}$ L/100g (litre de H^2 dissout mesuré dans des conditions Normales de pression 10^5 Pa et une température de zéro degré Celsius) en moyenne. Les mesures ont été faites à l'aide d'un procédé nommé ALSCAN[®]. Comme la solubilité de l'hydrogène dans la phase aluminium solide est de l'ordre de $0,3 \cdot 10^{-3}$ L/100g, nous pouvons donc dire que la porosité issue des phénomènes de gazage est inexistante. L'hydrogène initialement dissout dans la phase liquide le reste dans la phase solide sans produire de porosité.

C'est ici la grande différence avec les modèles de gazage. Les modèles basés sur une phénoménologie de création de défaut issu de l'hydrogène s'attachent à exprimer la pression locale de l'aluminium liquide. Alors que le modèle de retrait que nous proposons ici est un modèle qui nécessite l'expression de la différence de pression locale. C'est pourquoi nous proposons une nouvelle expression du calcul de la pression de retrait, c'est-à-dire la pression provoquée localement par la contraction volumique. Dans notre étude nous proposons l'hypothèse que les défauts créés sont du vide.

De nombreux modes de calcul de la pression ont été largement explicités lors du chapitre 2. Même si ces modèles avaient pour finalité de travailler avec la pression partielle en hydrogène, le principe du calcul de la pression reste valable dans notre cas. Cependant comme

nous ne nous intéressons qu'à la différence de pression locale, l'approche va être sensiblement différente.

Il s'agit de décrire le phénomène de piston provoqué par le retrait de solidification du métal. Pour faire cela, il est nécessaire de s'appuyer sur une grandeur appelée module de compressibilité volumique isotherme que nous nommerons ici M . M^{-1} est la compressibilité du matériau. Un volume v de matériau quand il est soumis à un accroissement de pression Δp subit une diminution de volume Δv tel que :

$$\Delta p = M \frac{\Delta v}{v} \quad (94)$$

L'idée nouvelle est de dire que pour un volume donné de mélange (solide et liquide), une partie de liquide qui se solidifie impose à la partie liquide qui reste une dilatation volumique.

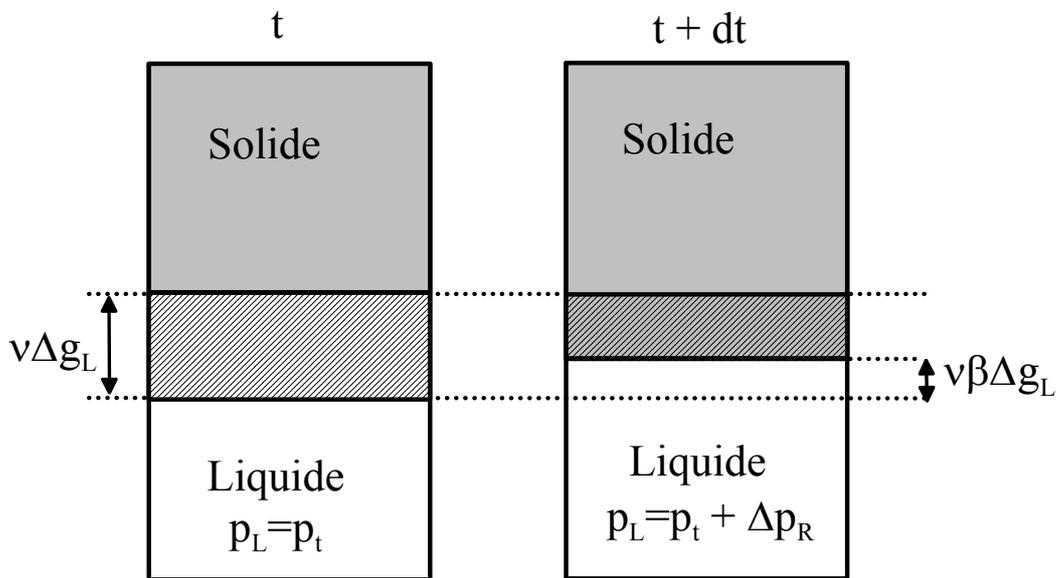


Figure 39 : la solidification donne lieu à une pression de retrait

Comme le montre la figure 39, la solidification du volume liquide $\Delta v_L = v\Delta g_L$ représenté par le volume hachuré blanc donne lieu à une contraction de volume que l'on retrouve solidifié, et représenté hachuré en grisé. La contraction de ce volume provoque une dilatation du volume liquide restant $g_L v$ égale à $\beta\Delta v_L$ soit $v\beta\Delta g_L$. Cette dilatation provoque donc une dépression locale que nous nommerons dépression de retrait Δp_R égale à :

$$\Delta p_R = M\beta \frac{\Delta g_L}{g_L} \quad (95)$$

La fraction liquide étant décroissante au cours du temps (solidification), Δg_L est négatif, et donc Δp_R est négatif : il s'agit bien d'une dépression. Il y a un effet piston, puisque pour le

volume liquide restant tout se passe comme si un piston reculait. Comme nous nous intéressons au gradient de pression de retrait, l'équation (95) peut s'écrire sous la forme :

$$\nabla p_R = \frac{M\beta}{g_L} \nabla g_L \quad (96)$$

Cette écriture constitue la nouveauté de ce travail, le gradient de pression qui provoque le déplacement de liquide est proposé comme une fonction du gradient de fraction liquide.

La principale difficulté est d'être capable de mesurer M qui est d'un accès difficile à cause de la mise en oeuvre de l'expérience qu'elle nécessite. Dans [RAJ2002], la mesure ne permet pas d'accéder au module de compressibilité de l'aluminium liquide. La mesure de la compressibilité de l'aluminium pur solide à haute température s'arrête à 933K (limite du changement de phase), elle est de l'ordre de 3 à 8 10^{10} Pa. Pour comparer avec une autre donnée, un métal liquide par exemple, dans [CRC1989] la valeur de la compressibilité du mercure à 20°C est proposée à 0,5 10^{10} Pa.

La compressibilité de l'aluminium liquide peut donc être considérée comme inconnue, avec un ordre de grandeur qui lui est connu.

3.2.4 Perméabilité

La perméabilité du milieu semi solide de type aluminium est couramment décrite par la relation de Kozeny-Carman (voir par exemple [VOL1987], [CHI1992_1], [KUZ1995] et [HUA1998]) qui prend en compte la fraction liquide restante, une grandeur caractéristique d du milieu (couramment c'est le DAS ou le SDAS), et de la tortuosité du milieu.

En ce qui concerne la grandeur caractéristique, nous mesurons le DAS qui est d'un accès plus pratique que le SDAS. En effet, à partir de coupe 2D et d'une croissance non contrôlée des dendrites, la mesure du SDAS est quasiment aléatoire.

$$K = C_K d^2 \frac{(1 - g_s)^3}{g_s^2} \quad (97)$$

C_K étant une grandeur qui dépend de la «forme» du milieu comme par exemple sa tortuosité, la sphéricité des éléments, etc.

Dans une étude préliminaire nous avons balayé plusieurs formes dérivées de la relation de Kozeny-Carman pour exprimer la perméabilité, et nous avons pu constater que la forme en puissance 3 de la fraction liquide convenait le mieux à la description du problème. C'est pourquoi nous avons conservé cette expression telle qu'elle est ici.

La principale difficulté dans l'expression de la perméabilité est donc la prédiction du DAS. En effet, suivant la diffusion de la chaleur, la taille du DAS varie. Ainsi, proche de l'interface moule/aluminium, le DAS est plus fin que à cœur comme le montre la figure 40.

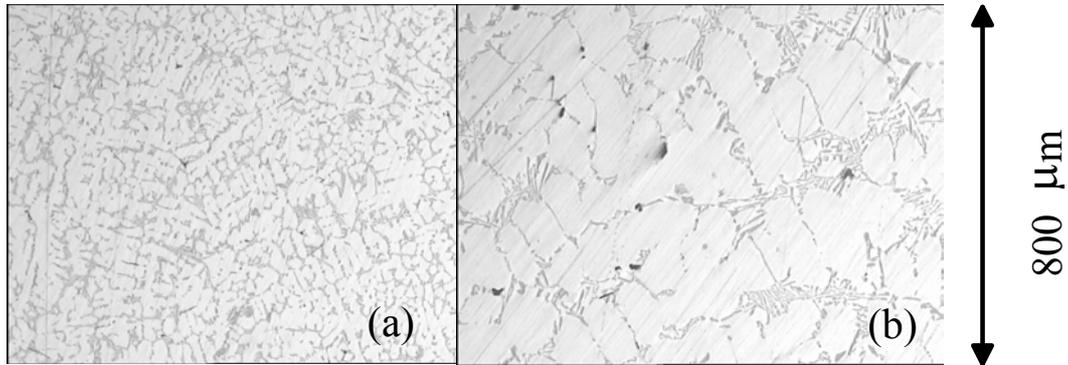


Figure 40 : évolution du DAS figure a) en surface b) à coeur

Les industriels utilisent des relations de la forme

$$DAS = C_1 t_{sol}^{C_2} \quad (98)$$

Cette relation est d'une excellente corrélation dans la pratique, nous constatons de plus que le paramètre C_2 tend en général vers 0,5.

Cependant une expérience de mise en évidence de la phénoménologie permet aussi d'aller mesurer localement les espaces interdendritiques sur la pièce produite. Nous obtenons ainsi une carte des DAS qui sera utilisée pour exprimer la perméabilité locale. Même si à terme, pour une simulation globale, cette solution n'est pas viable, elle permet d'identifier de manière certaine le DAS en fonction de sa position dans la pièce. A terme il faudra utiliser la relation (98).

A partir des équations (90) (conservation de la masse), (96) (gradient de pression de retrait) et (97) (Kozeny-Carman), nous obtenons la relation d'évolution de la microporosité au cours du temps sous la forme :

$$\frac{\partial g_p}{\partial t} = -\beta \frac{\partial g_L}{\partial t} - \frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L} \nabla \cdot \left(d^2 \frac{(1 - g_s)^2}{g_s^2} \nabla g_L \right) \quad (99)$$

L'intérêt de cette relation est qu'elle est entièrement solvable à partir de la connaissance de la température. A partir d'un champ de solution $T(\mathbf{x}, t)$ et du coefficient $\frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L}$ nous pouvons en déduire la répartition de défaut final $g_p(\mathbf{x})$. Nous faisons surtout remarquer que le quotient $\frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L}$, constitue le seul paramètre à identifier de cette équation différentielle.

Nous remarquons toujours les deux termes dans l'expression de $\frac{\partial g_P}{\partial t}$. Le terme de gauche du

membre de droite ($\beta \frac{\partial g_L}{\partial t}$) est la contribution du retrait. Le terme de droite du membre de

droite ($\frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L} \nabla \cdot \left(d^2 \frac{(1 - g_S)^2}{g_S^2} \nabla g_L \right)$) représente la contribution de transport de liquide pour

compenser le retrait. C'est pourquoi nous nommerons le coefficient $\frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L}$: le paramètre

transport.

On notera que ce modèle ne prend pas en compte les effets inertiels de l'écoulement comme l'explicitent [BOU2002], [NIJ1995_1], [NIJ1995_2] et [PRE1991] par exemple.

3.2.5 Le système d'équation

La résolution de l'équation de conservation de la masse se réduit à la résolution du système :

$$\frac{\partial g_P}{\partial t} = -\beta \frac{\partial g_L}{\partial t} - \frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L} \nabla \cdot \left(d^2 \frac{(1 - g_S)^2}{g_S^2} \nabla g_L \right) \quad (100)$$

$$g_S + g_L + g_P = 1 \quad (101)$$

et g_S un fonction de la température défini de la même manière que dans la partie conservation de la chaleur.

3.3 Résolution numérique

Le problème à résoudre comprend donc deux équations de conservation (chaleur et masse) qui sont couplées. L'écoulement de la chaleur dirige l'écoulement interdendritique. Et l'écoulement interdendritique a une influence sur le transfert de la chaleur.

Le système complet d'équation est donc :

- Conservation de la chaleur

Dans le moule :

$$\langle \rho C_p \rangle_{Moule} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{Moule} \nabla T) \quad (102)$$

Dans l'alliage :

$$\frac{\partial H(\mathbf{g}_S, \mathbf{g}_L)}{\partial t} = \nabla \cdot (\langle \lambda(\mathbf{g}_S, \mathbf{g}_L) \rangle \nabla(T)) \quad (103)$$

Conditions limites à l'interface alliage/moule

$$\varphi = \nabla \cdot (\lambda_{Moule} \nabla T) \quad (104)$$

$$-\varphi = \nabla \cdot (\langle \lambda(\mathbf{g}_S) \rangle \nabla(T)) \quad (105)$$

$$\varphi = \frac{T_{alliage} - T_{Moule}}{R} \quad (106)$$

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \mathbf{g}_P}{\partial t} = -\beta \frac{\partial \mathbf{g}_L}{\partial t} - \frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L} \nabla \cdot \left(d^2 \frac{(1 - \mathbf{g}_S)^2}{\mathbf{g}_S^2} \nabla \mathbf{g}_L \right) \quad (107)$$

avec une forme pour \mathbf{g}_S issu du diagramme de phase Al-Si

$$T \geq T_{liq} \quad \mathbf{g}_S = 0 \quad (108)$$

$$T_{liq} > T > T_{eut} \quad \mathbf{g}_S = (1 - \mathbf{g}_{eut}) \left(1 - \left(\frac{T_{eut} - T}{T_{eut} - T_{liq}} \right)^{\frac{1}{k_{Si}-1}} \right) \quad (109)$$

$$T = T_{eut} \quad \mathbf{g}_S = \mathbf{g}_{eut} \quad (110)$$

$$T_{eut} > T > T_{sol} \quad \mathbf{g}_S = \mathbf{g}_{eut} + (1 - \mathbf{g}_{eut}) \frac{T - T_{eut}}{T_{sol} - T_{eut}} \quad (111)$$

$$T_{sol} \geq T \quad \mathbf{g}_S = 1 \quad (112)$$

et

$$\mathbf{g}_S + \mathbf{g}_L + \mathbf{g}_P = 1 \quad (113)$$

Lors de l'écriture de l'équation de la chaleur nous avons fait l'hypothèse de négliger le terme de transport devant celui de diffusion. Ainsi l'équation de conservation de la chaleur est découplée de l'équation de conservation de la masse. Cette hypothèse permet de découpler les deux résolutions. Ainsi la diffusion de chaleur dirige l'écoulement interdendritique.

Ce découplage a l'inconvénient d'éliminer l'influence du défaut de porosité. Mais comme nous l'avons montré précédemment l'incertitude sur la conductivité thermique est de l'ordre de plus de 7% alors que la porosité maximale est de 2%. L'erreur provoquée par le découplage sur la dynamique de la thermique est négligeable devant les incertitudes des

données du matériau. Dans la partie résolution de l'équation de conservation de la chaleur nous écrirons donc $g_L = 1 - g_S$ et $g_P = 0$.

3.3.1 Résolution numérique de l'équation de la chaleur

L'équation de la chaleur est résolue numériquement à l'aide de la méthode des éléments finis. Nous avons utilisé le logiciel FEMLAB[®] pour effectuer la résolution numérique. Nous avons utilisé une fonction d'interpolation quadratique sur chaque élément fini. Le solveur utilisé est un solveur le UMFpack (Unsymmetric Multi-Frontal sparse linear solver).

Il est nécessaire de choisir la forme de la fonction fraction solide g_S . Nous avons choisi une évolution « standard » de la fraction solide comme présentée sous forme d'équation précédemment. La fraction solide est dirigée par une évolution de type Scheil pour la solidification dendritique (de 887 à 850K) et une évolution linéaire pour la solidification eutectique (de 850 à 830K) comme présenté sur la figure 41.

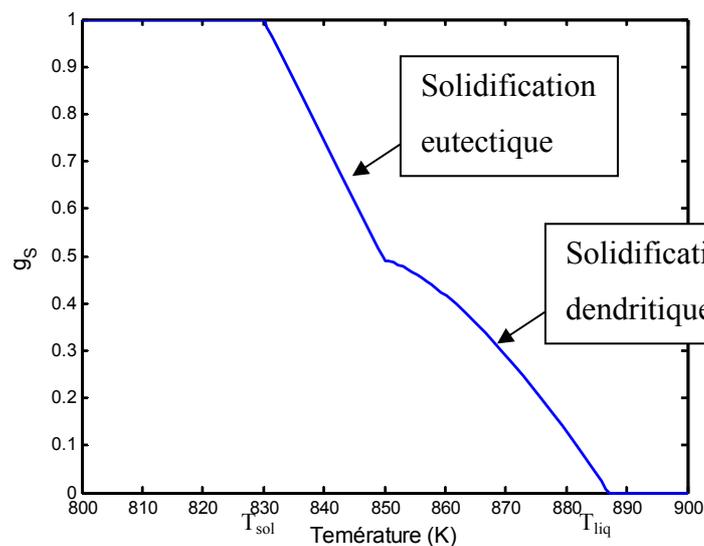


Figure 41 : évolution de la fraction solide

Ceci permet d'exprimer directement la dérivée de la fraction liquide nécessaire à la résolution de l'équation de la chaleur. La forme de la dérivée de la fraction liquide est présentée sur la figure 42. Nous remarquons les trois discontinuités aux températures liquidus, eutectique et solidus.

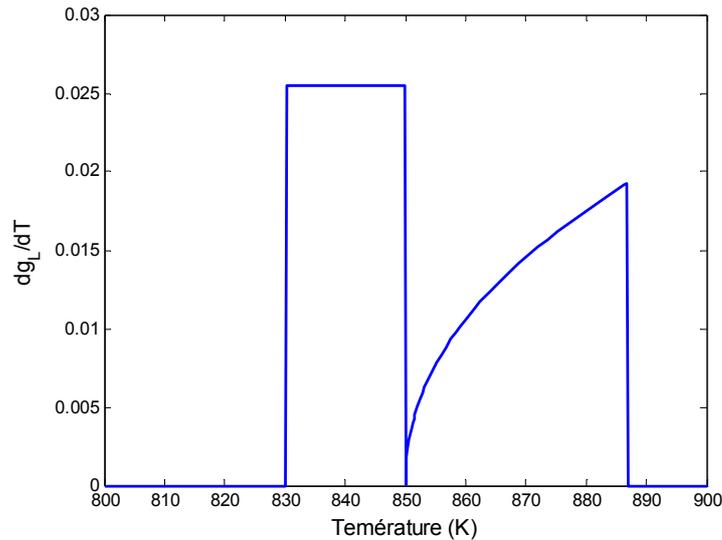


Figure 42 : évolution de la dérivée de la fraction liquide

Ces discontinuités font des « sauts » de l'ordre de $2 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ ce qui se traduira par des discontinuités du terme capacitif équivalent $\langle \rho C_p \rangle_{eq}$. Les masses volumiques et chaleurs spécifiques des phases solides et liquides ont de faibles variations en fonction de la température (de l'ordre de $1 \cdot 10^{-4}$). Nous obtenons d'après les valeurs retenues (les valeurs sont présentées dans le chapitre 5) pour le terme capacitif $\langle \rho C_p \rangle_{eq} = \frac{\partial H}{\partial T}$ de fortes discontinuités d'un coefficient supérieur à 10^3 , comme le présente la figure 43.

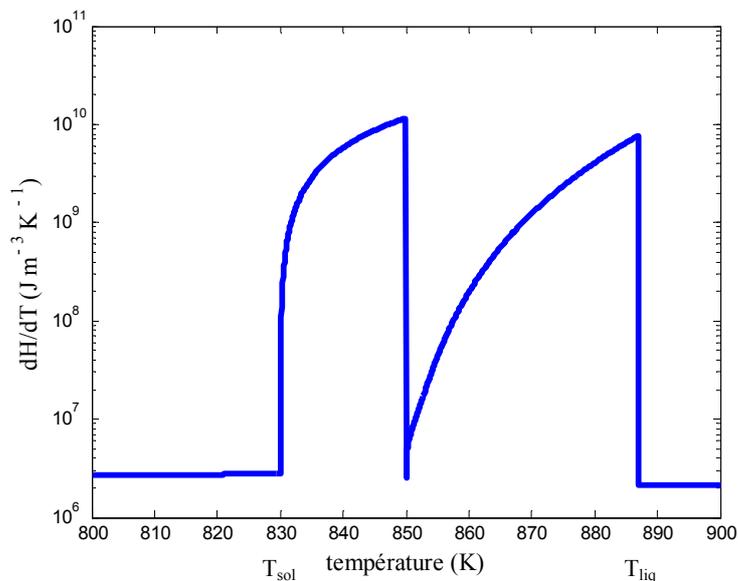


Figure 43 : évolution du terme capacitif théorique

La prise en compte des discontinuités n'étant pas simple numériquement, nous avons utilisé une fonction tangente hyperbolique pour assurer une continuité en T_{sol} (830K) et T_{liq} (887K).

La discontinuité eutectique a été supprimée afin de simplifier la résolution. Finalement un terme capacitif continu est utilisé comme présenté figure 44.

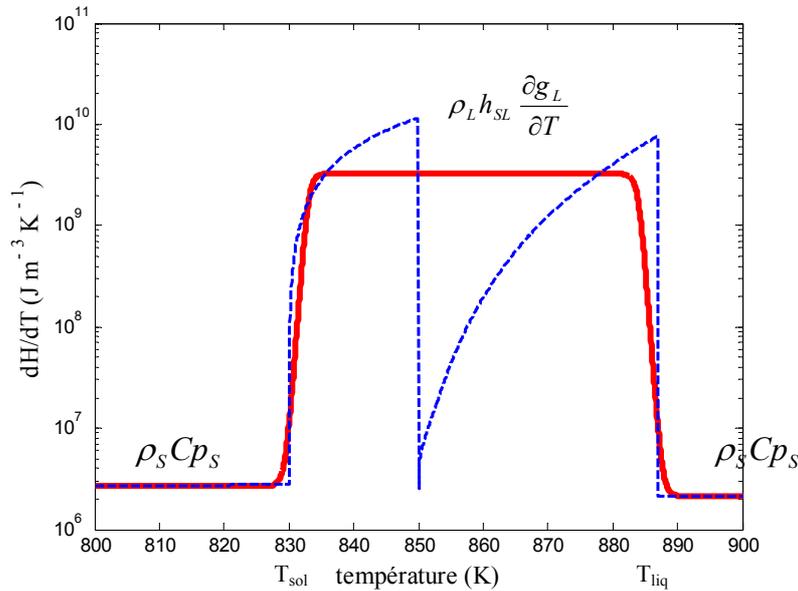


Figure 44 : évolution du terme capacitif proposé

Nous définissons sur trois plages, sur la partie solide, sur la partie liquide et sur la partie mélange respectivement : $\rho_s C p_s$, $\rho_L C p_L$ et $\rho_L h_{SL} \frac{\partial g_L}{\partial T}$. Sur chacune des ces trois plages le

terme $\langle \rho C p \rangle_{eq} = \frac{dH}{dT}$ est pris constant.

3.3.2 Résolution numérique de l'équation de masse

Le découplage permet de calculer la température à partir de la solution de l'équation de la chaleur. Comme le montre l'expression de conservation de la masse (99), à partir du champ scalaire $g_L(\mathbf{x}, t)$, il est possible de calculer $\frac{dg_P}{dt}$. Le champ scalaire $g_L(\mathbf{x}, t)$ est directement déduit à partir du champ $T(x, t)$. L'erreur faite lors de cette approximation est négligeable. En effet, à tout instant on a $g_S \gg g_P$, nous pouvons donc écrire en première approximation $g_L = 1 - g_S$. Les erreurs sur le calcul la température sont bien plus importantes que cette approximation.

Sachant que les microporosités de retrait n'apparaissent qu'aux derniers instants de la solidification, nous allons utiliser uniquement dans cette intégration la partie linéaire de

l'expression de la fraction solide (entre les températures eutectique et solidus) à partir de deux constantes A_S et B_S .

$$g_s(T) = A_S T + B_S \quad (114)$$

De même, nous allons linéariser la solution $T(\mathbf{x}, t)$ en l'écrivant sous la forme :

$$T(\mathbf{x} + d\mathbf{x}, t + dt) = T(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}_T d\mathbf{x} + R_T dt \quad (115)$$

où \mathbf{G}_T défini le gradient thermique local instantané et R_T la vitesse de refroidissement instantanée.

Dans la même idée de simplification, le DAS d est pris constant localement (on néglige les variations à petite échelle). Ainsi, d peut sortir de l'opérateur divergence.

A partir des expressions (114) et (115) et des hypothèses faites, nous obtenons l'expression de écrite $\frac{dg_p}{dt}$ en 1D.

$$\frac{dg_p}{dt} = \beta A_S R_T - \frac{\alpha d^2 C_K M \beta}{\mu_L} G_T^2 A_S^2 \left[2 \frac{g_L}{g_S} - \left(\frac{g_L}{g_S} \right)^2 \right] \quad (116)$$

Numériquement, nous le montrerons plus loin, la porosité apparaissant aux fractions liquides très petites, nous pouvons négliger g_L^2 devant g_L . Nous pouvons alors écrire la relation (116) sous une forme encore plus simple.

$$\frac{dg_p}{dt} = \beta A_S R_T - \frac{\alpha d^2 C_K M \beta}{\mu_L} A_S^2 G_T^2 2 \frac{g_L}{g_S} \quad (117)$$

A partir de la solution $T(\mathbf{x}, t)$ il est simple de calculer $\mathbf{G}_T(\mathbf{x}, t)$ et $R_T(\mathbf{x}, t)$. Le calcul de g_p s'apparente donc à un post traitement de la solution $T(\mathbf{x}, t)$. Nous distinguons donc deux paramètres pour ce calcul : le produit $\frac{\alpha d^2 C_K M \beta}{\mu_L}$ (paramètre de transport) et le paramètre βA_S (le paramètre de retrait). La résolution de l'équation se réduit donc simplement à une intégration. Nous avons employé une simple méthode des trapèzes pour intégrer l'équation, la condition initiale étant $g_p = 0$ pour tout \mathbf{x} .

3.4 Analyse de sensibilité

Afin de simplifier l'analyse, nous la mènerons à partir d'une simulation 1D de solidification. La géométrie choisie est présentée sur la figure 45.

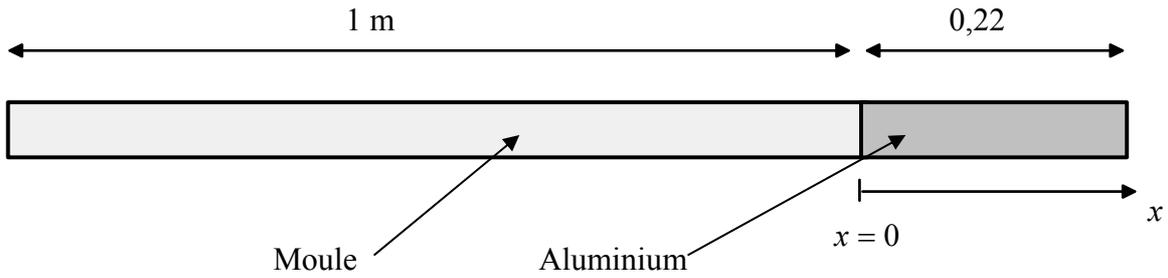


Figure 45 : géométrie choisi pour l'étude de sensibilité

La résolution est découplée nous résolvons successivement les équations de chaleur et de masse. L'équation de conservation de la chaleur est résolue en premier, à partir de laquelle on obtient le champ $T(x, t)$; puis à partir de cette solution l'équation de conservation de la masse est résolue.

A partir du choix initial des paramètres nous avons effectué une étude de sensibilité sur la réponse en température d'une part et sur la réponse en porosité d'autre part. Les paramètres retenus pour cette étude sont :

- Le terme $\rho_L h_{SL} \frac{\partial g_L}{\partial T}$, les capacités calorifiques volumiques des phases solide et liquides respectivement $\rho_S C p_S$ et $\rho_L C p_L$.
- La diffusivité thermique du moule, la résistance thermique entre l'alliage d'aluminium et le moule (poteyage) et la température initiale du moule (le refroidisseur).
- Enfin pour la partie calcul de porosité le produit $\frac{\alpha d^2 C_K M \beta}{\mu_L}$ (paramètre de transport) et le paramètre $A_S \beta$ (le paramètre de retrait).

3.4.1 Sensibilité de la température

Nous résolvons donc l'équation de la chaleur écrite sous sa forme unidirectionnelle.

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\langle \lambda(g_s(T)) \rangle \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (118)$$

$$\langle \rho C p \rangle_{Moule} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{Moule} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (119)$$

$$\lambda_{Moule} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{alliage} - T_{Moule}}{R} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\langle \lambda(g_s) \rangle \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (120)$$

avec g_s défini comme au paragraphe 3.3.

Les conditions initiales sont prises uniformes dans chacun des deux domaines : température initiale de l'alliage $T_{alliage}^{ini}$ et température initiale du refroidisseur T_{moule}^{ini} .

Nous supposons que le système est calorifugé, ainsi les pertes du système vers l'extérieur sont négligeables (Nombre de Biot très petit) ; ainsi nous ferons l'hypothèse d'ailette T ne représente plus la température locale mais la température moyenne d'une section.

Nous utilisons les valeurs présentées dans le tableau 2 pour les différentes grandeurs thermophysiques.

<i>grandeur</i>	<i>valeur</i>	<i>unité</i>
ρ_S	$2696-0,17 T$ (<i>T en K</i>)	kg.m^{-3}
ρ_L	$2658-0,28 T$ (<i>T en K</i>)	kg.m^{-3}
Cp_S	$798+0,14 T$ (<i>T en K</i>)	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Cp_L	$1711-0,7 T$ (<i>T en K</i>)	$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\langle \rho Cp \rangle_{eq}$	$2.14 \cdot 10^9$	$\text{J. m}^{-3}.\text{K}^{-1}$
H_{SL}	341000	J.m^{-3}
T_{liq}	887	K
T_{eut}	850	K
T_{sol}	830	K
g_{eut}	$0,51$	
k_{si}	1.68	
λ_S	225	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
λ_L	95	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$T_{alliage}^{ini}$	923	K
T_{moule}^{ini}	673	K

Tableau 2 : valeurs utilisées

Ces valeurs sont synthétisées de [MAG2001], [CEL2002] et [TIM2003]. Dans le cas où une grandeur est prise constante dans la modélisation alors qu'elle dépend de la température, nous utilisons sa valeur à la température eutectique.

La résolution permet d'obtenir l'évolution de la température en un point donné. Des évolutions type sont présentées en quelques points sur la figure 46.

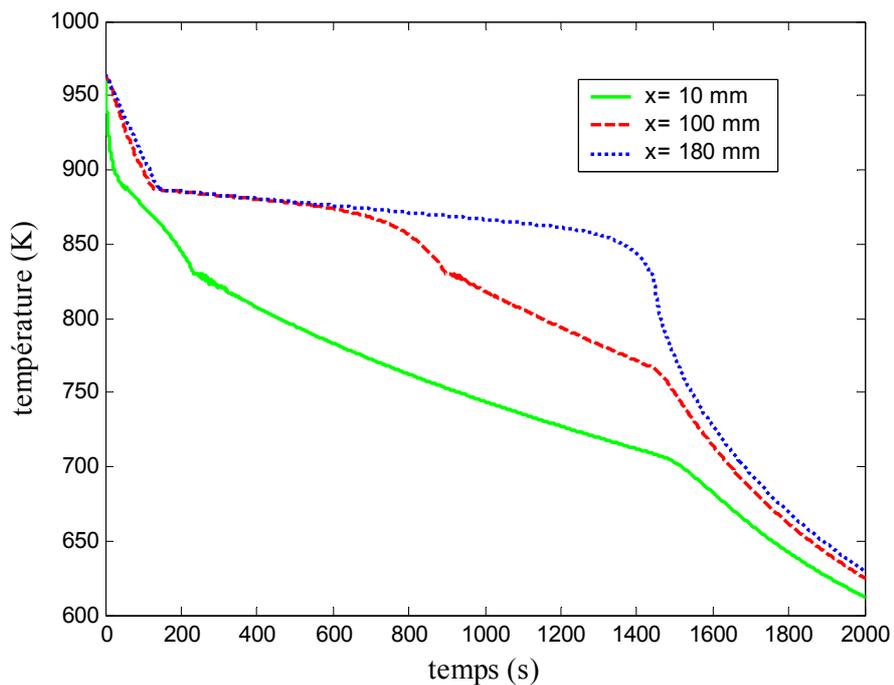


Figure 46 : évolution de la température en quelques points

On distingue quatre régimes thermiques que l'on a identifiés pour une seule courbe sur la figure 47. En chaque position trois régimes sont observables. Ils sont propres à la position. Le dernier régime est commun à toutes les positions. Il commence vers 1500 secondes, il s'agit du refroidissement en l'absence de chaleur latente dans l'ensemble du système

Nous présenterons les sensibilités en deux points de l'aluminium. Le premier point est pris proche de la surface ($x = 10$ millimètres) et le second point en est plus éloigné ($x = 100$ millimètres).

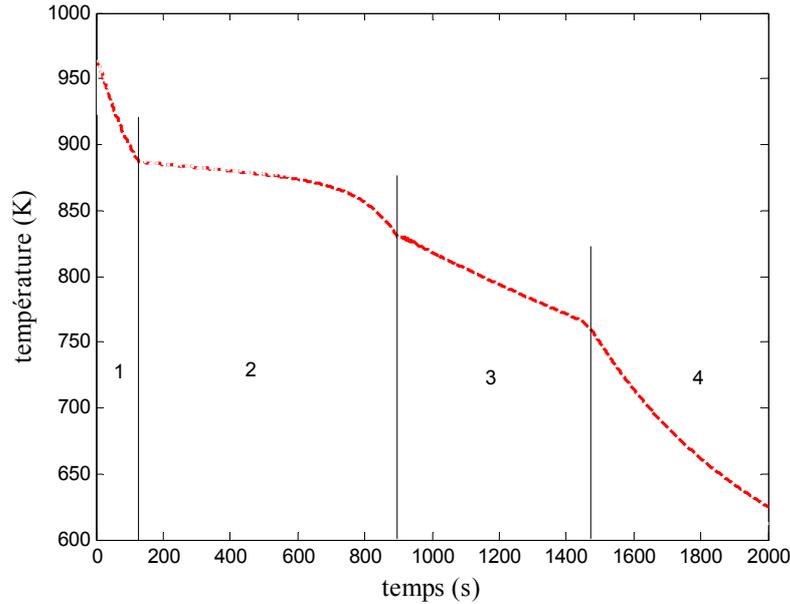


Figure 47 : les quatre régimes thermiques à $x = 100\text{mm}$

Le premier régime est le refroidissement liquide avec des vitesses de refroidissement importantes. Puis la deuxième phase est le refroidissement avec changement de phase local, lors de cette phase les vitesses de solidification sont beaucoup plus lentes. La troisième phase est un refroidissement solide perturbé par le transfert issu de la chaleur latente des couches supérieures. Une fois que tout le barreau est solidifié, vers 1500 secondes, le dernier régime de refroidissement solide complet commence, avec des vitesses plus rapides que dans la phase précédente.

Les sensibilités réduites de la température aux paramètres sélectionnés sont présentées aux figures 48 ($x = 10\text{mm}$ du refroidisseur) et 49 ($x = 100\text{mm}$ du refroidisseur). La sensibilité réduite S_X^T au paramètre X est définie par :

$$S_X^T = X \frac{\Delta T(x,t)}{\Delta X} \quad (121)$$

Nous effectuons cinq simulations en faisant varier le paramètre X de -50%, -20%, +20% et +50%. Puis en chaque point et en chaque instant, nous en déduisons une sensibilité moyenne.

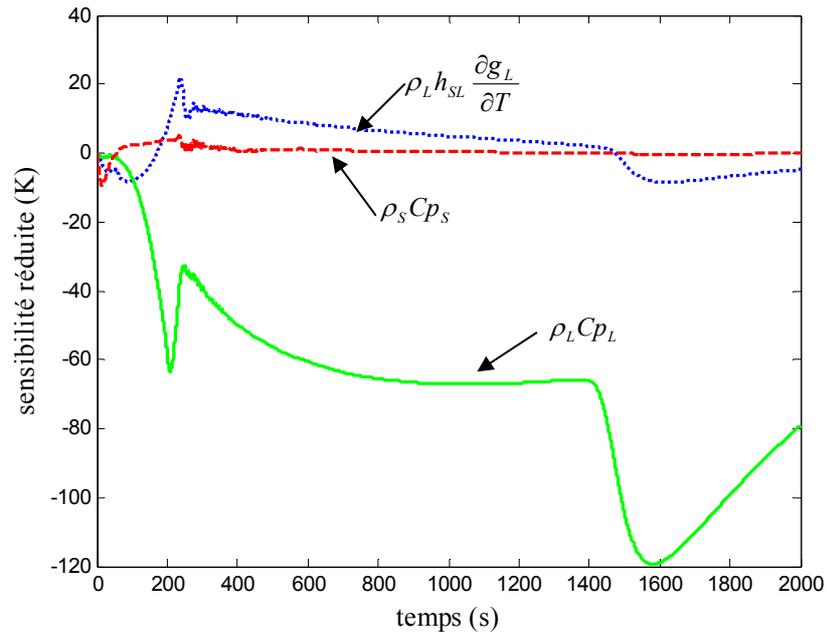


Figure 48 : sensibilité aux paramètres $\rho_S C p_S$, $\rho_L C p_L$

et $\rho_L h_{SL} \frac{\partial g_L}{\partial T}$ pour $x = 10$ mm

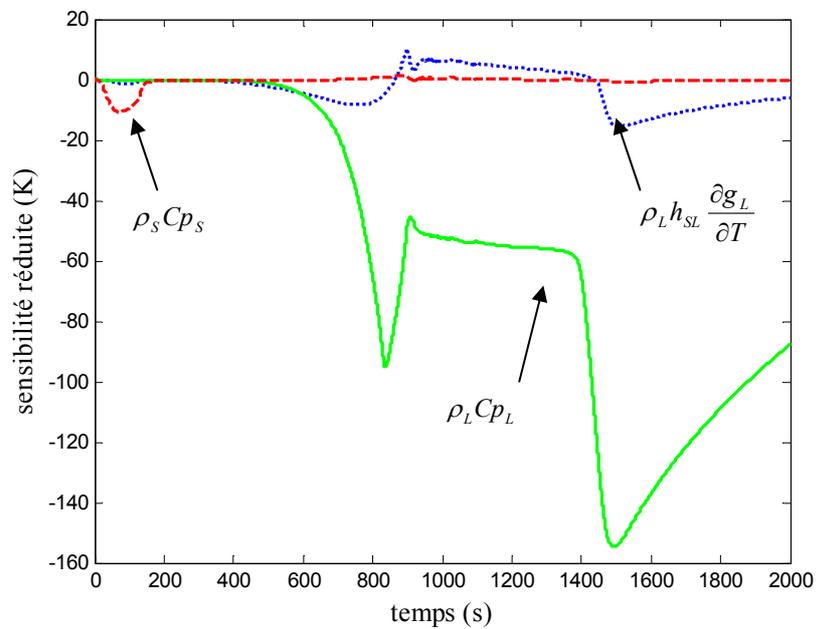


Figure 49 : sensibilité aux paramètres $\rho_S C p_S$, $\rho_L C p_L$

et $\rho_L h_{SL} \frac{\partial g_L}{\partial T}$ pour $x = 100$ mm

Ces figures montrent la forte sensibilité du modèle au terme de capacité calorifique volumique liquide par rapport aux deux autres paramètres. L'influence significative du terme capacitif liquide correspond d'abord à une modification de l'enthalpie initiale à dissiper avant d'atteindre le liquidus. Plus la position s'éloigne de l'interface plus l'influence est significative car il y a un effet boule de neige ; mais aux temps très longs l'influence de ce terme tend vers zéro.

Une autre série de simulation permet d'accéder à la sensibilité du modèle à la résistance thermique de contact à l'interface moule/alliage, à la température initiale du moule et à la diffusivité thermique du moule. Les figures 50 et 51 représentent respectivement les sensibilités réduites à $x = 10$ et $x = 100$ mm du refroidisseur.

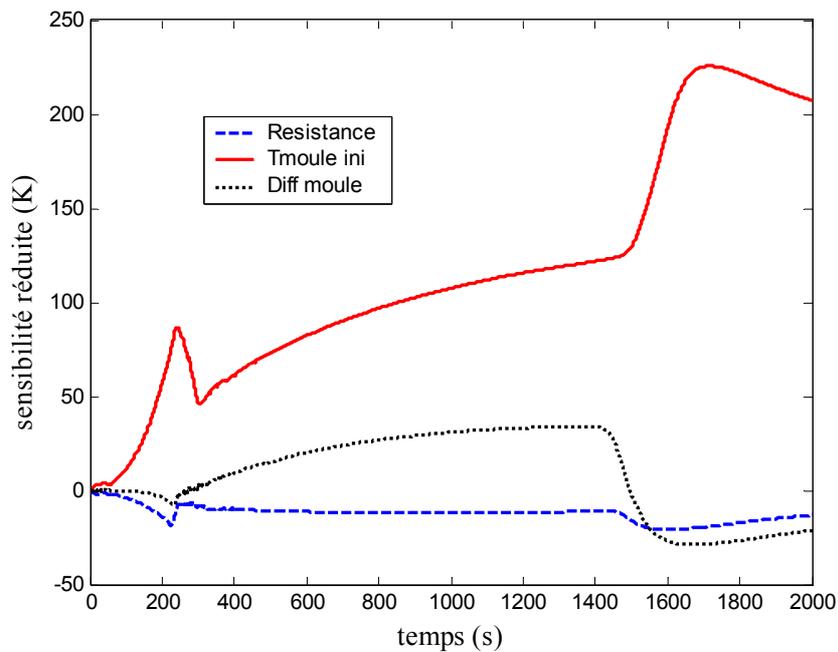


Figure 50 : sensibilité aux paramètres « procédés » à $x = 10$ mm pour les paramètres résistance thermique de contact, diffusivité thermique du moule et température initiale du moule.

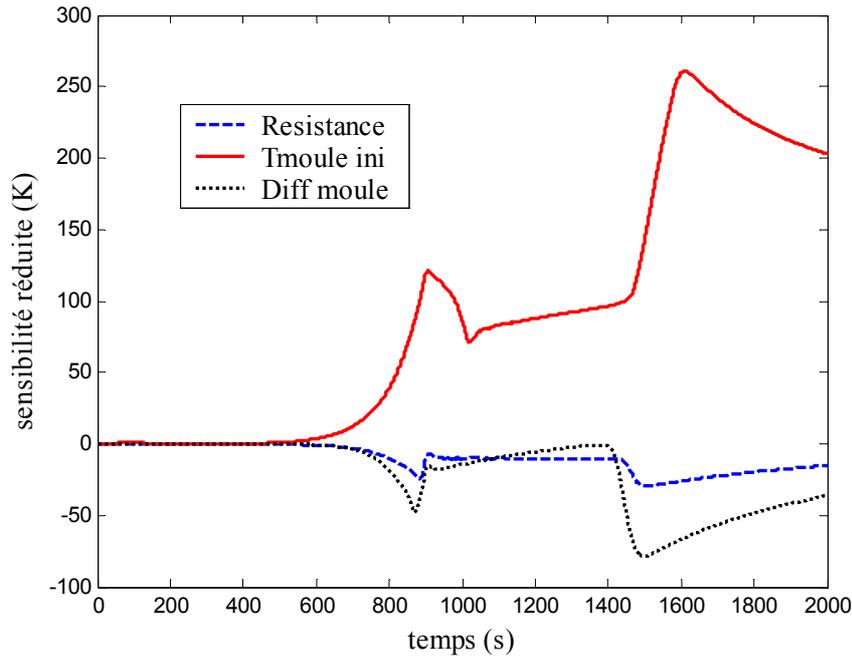


Figure 51 : sensibilité aux paramètres procédés à $x = 100$ mm

Ces figures montrent que la sensibilité du modèle de transfert de la chaleur à la température initiale est bien plus grande devant les autres paramètres. Nous nous attendions, d'après les savoirs faire métier, à une sensibilité importante à la résistance de contact. La résistance thermique de contact crée un décalage constant entre les deux température de surface (aluminium et refroidisseur) qui joue sur la solidification aux temps courts pour la zone située proche de l'interface. Son influence devient vite négligeable devant les deux autres termes aux temps long et pour les points situés plus loin de l'interface. Cette dynamique est liée à notre configuration. En effet le moule est très volumineux. Ceci explique que la résistance de contact « pèse » peu.

3.4.2 Sensibilité de la porosité de retrait

Afin d'effectuer le calcul de la porosité volumique finale nous avons proposé une valeur du paramètre $\frac{\alpha C_{\kappa} d^2 M \beta}{\mu_L}$ (le DAS est pris constant dans un premier temps). Au vu des données

proposées dans la littérature (voir détails des valeurs utilisées au chapitre 5) nous avons utilisé la valeur de $78,3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Nous montrerons qu'il y a une grande incertitude sur certains paramètres (paramètre de perméabilité et module de compressibilité).

<i>grandeur</i>	valeur	<i>unité</i>
α	0,91	
β	0,086	
M	10^{10}	Pa
μ_L	10^{-3}	Pa s
C_K	1/180	
d	10^{-4}	m

Tableau 3 : valeurs choisies

Le modèle d'écoulement interdendritique permet d'obtenir une courbe d'évolution de la porosité suivant la distance au moule. Ce calcul s'est révélé extrêmement sensible à la stabilité de la solution $T(x,t)$. Comme le montre la figure 52, de petites instabilités numériques vont conduire à de plus grandes instabilités sur la vitesse de solidification (figure 54) et sur le gradient de température (figure 53). Cela va donc perturber le calcul de porosité.

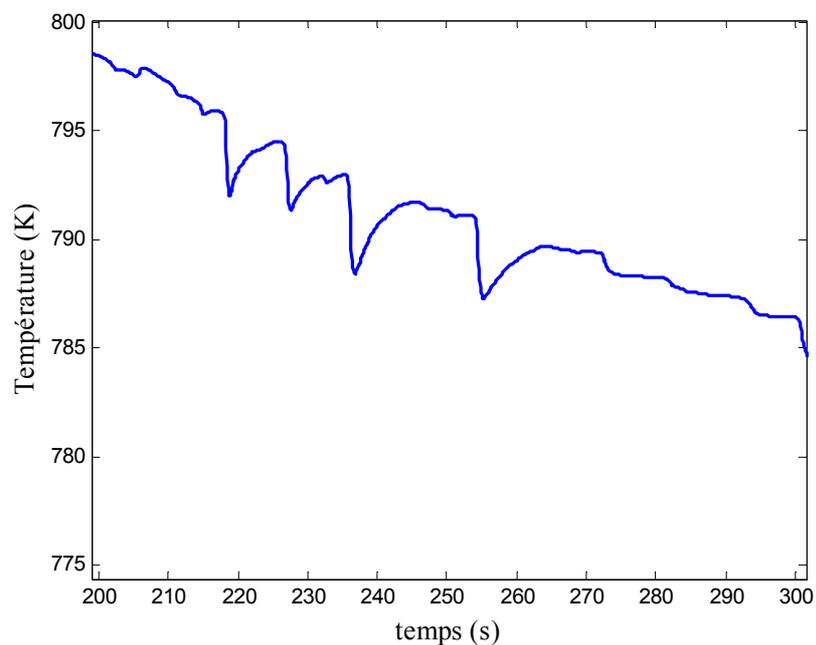


Figure 52 : évolution de la température calculée en $x=85\text{mm}$

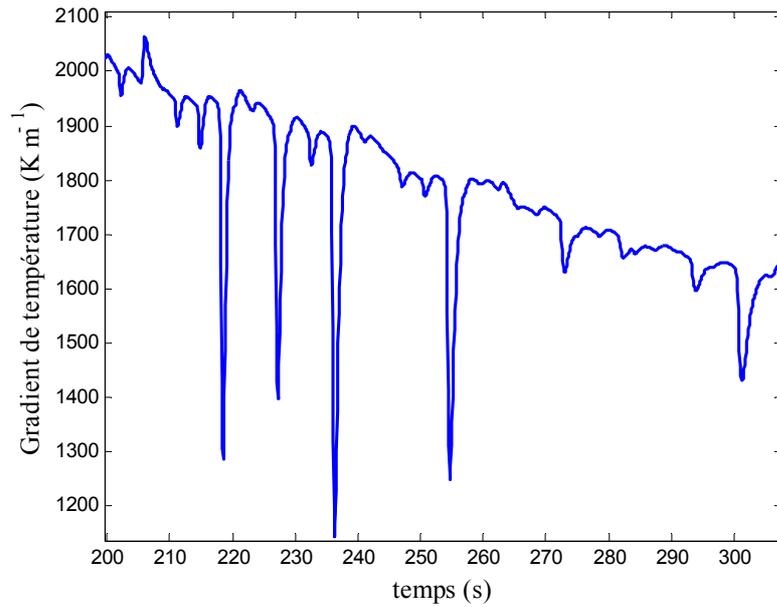


Figure 53 : évolution de $\frac{\partial T}{\partial x}$ calculé en $x=85\text{mm}$

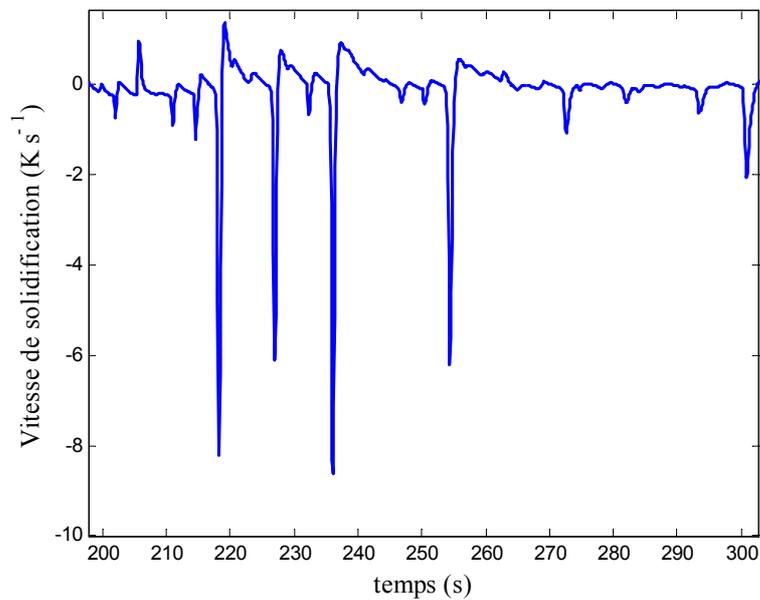


Figure 54 : évolution de la vitesse de solidification calculée en $x=85\text{mm}$

En appliquant un simple filtre passe bas sur la solution $T(x,t)$, le bruit numérique sur la réponse en porosité diminue considérablement. Cette réduction du bruit permet d'obtenir un calcul des gradients et vitesses de solidification plus significatif. Ainsi la réponse du modèle de prédiction de la porosité peut être calculée. La figure 55 montre le résultat du calcul.

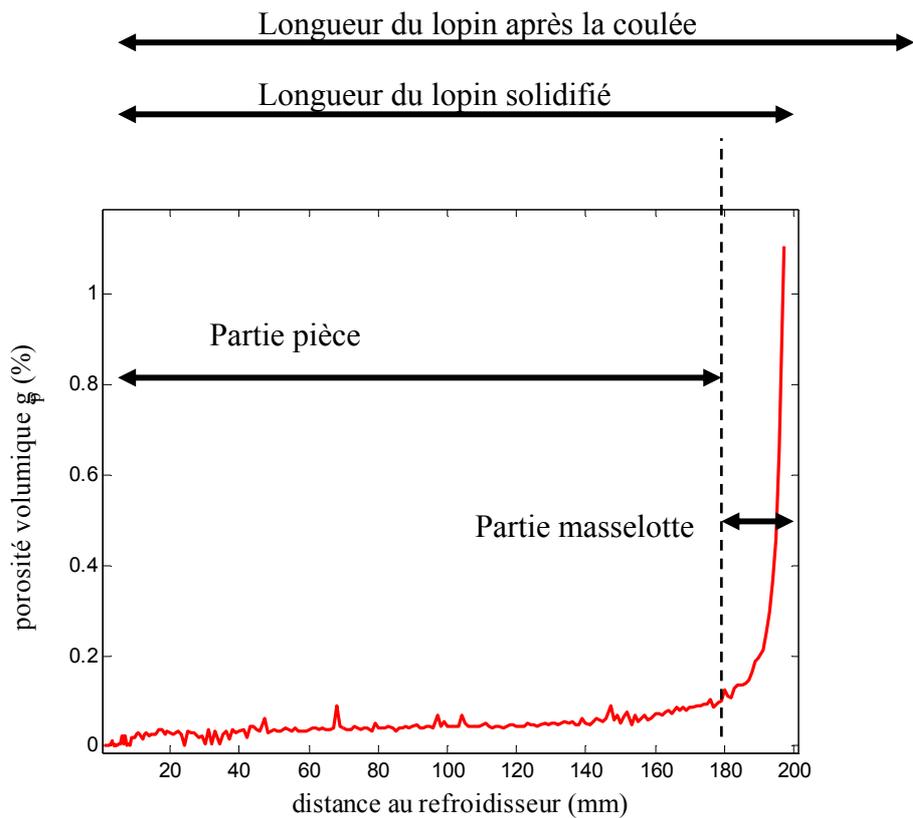


Figure 55 : évolution de la porosité calculée à partir de la solution $T(x,t)$ filtrée

L'évolution ainsi obtenue semble mettre en évidence deux domaines. Le premier pour des distances au moule inférieures à 180mm, avec une porosité maximale de 0,1%. L'autre domaine étant constitué par le reste du barreau qui comporte un volume de porosité 10 fois plus importante (porosité maximale de plus de 1%). Nous constatons un net front de porosité. Ce front est la conséquence de la condition à la limite en $x = 220\text{mm}$. Cette condition limite accentue le fait qu'en fin de solidification le phénomène d'alimentation est perturbé par l'absence de réserve liquide dans les couches supérieures.

Nous avons fait une étude de sensibilité aux paramètres sur lesquels peut jouer le fondeur. Nous avons donc choisi la résistance thermique de contact, la diffusivité du moule et la température initiale du moule. Les résultats sont proposés sur la figure 56, sur laquelle nous avons tracé la sensibilité réduite de la porosité à ces différents paramètres.

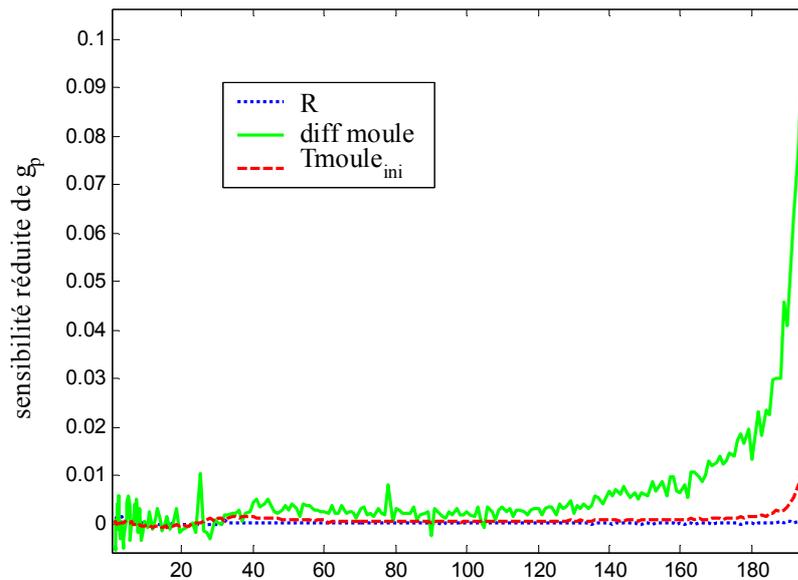


Figure 56 : sensibilité réduite de la porosité aux paramètres :
résistance thermique de contact, diffusion du moule
et température initiale du moule

Dans notre configuration ce n'est pas le poteyage qui semble piloter l'apparition de la microporosité de retrait. Ce résultat est en corrélation avec l'étude de sensibilité de la température qui était elle-même peu sensible à la résistance thermique de contact. Nous constatons que la diffusivité du moule est le paramètre qui a le plus d'influence sur la porosité. Ce qui est normal puisque c'est la diffusivité thermique des matériaux qui pilotent les vitesses de solidification. Il y a inversion par rapport à la sensibilité en température. Ceci est le fait que pour le calcul de porosité ce n'est pas la température qui est importante mais le gradient de température et la vitesse de refroidissement.

Dans le cas d'un développement de moule, dont le matériau a déjà été choisi, la température initiale du moule reste le paramètre dominant devant le poteyage.

Nous nous sommes intéressés ensuite à la sensibilité du modèle de calcul de porosité aux

paramètres $\frac{\alpha C_K d^2 M \beta}{\mu_L}$ et βA_S soit respectivement les paramètres des contribution de

transport et de retrait.

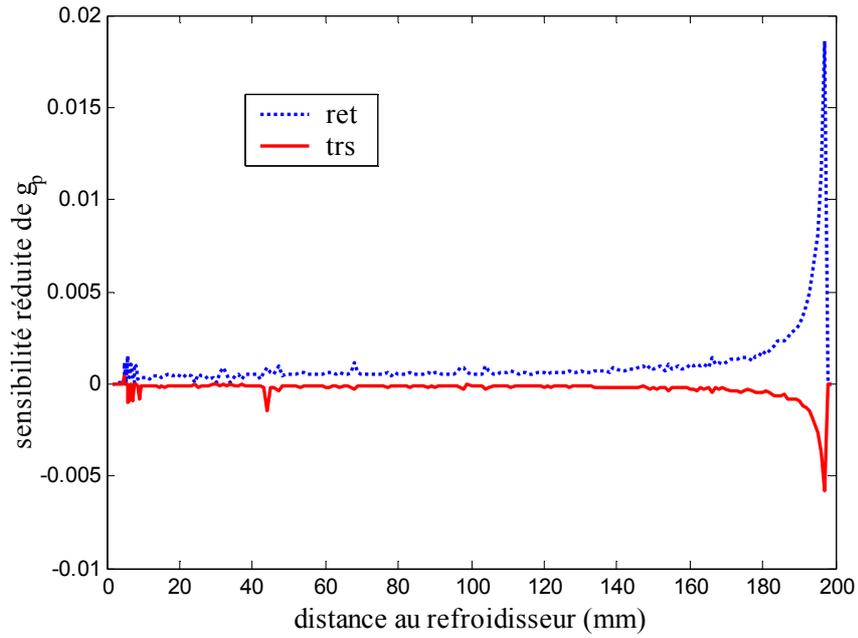


Figure 57 : sensibilité réduite de la porosité aux paramètres

$$\frac{\alpha C_{\kappa} d^2 M \beta}{\mu_L} \text{ (trs) et } \beta A_s \text{ (ret)}$$

La figure 57 montre que la sensibilité de la porosité est bien plus importante au paramètre de retrait βA_s qu'au paramètre de transport $\frac{\alpha C_{\kappa} d^2 M \beta}{\mu_L}$. La figure 58 montre que les sensibilités réduites sont proportionnelles à la porosité.

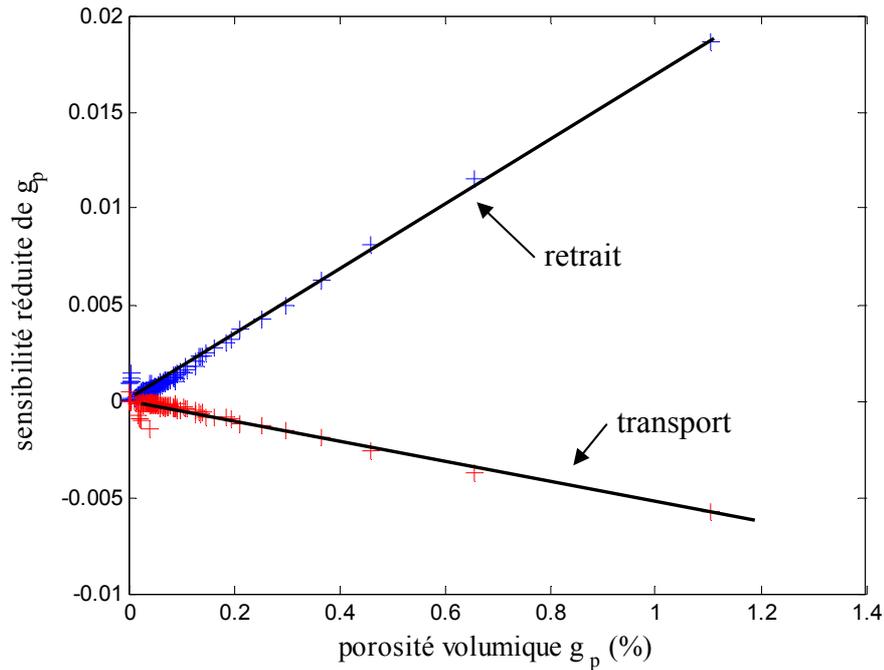


Figure 58 : linéarité des sensibilités

Cette linéarité paraît justifiée au vu de l'équation (116). De même le signe des contributions est en accord avec l'équation (116).

Les données matériaux concernant la contraction volumique de solidification sont assez précises (incertitude de moins de 1%), alors qu'on peut dire que le paramètre de transport est lui inconnu. Nous considérerons donc n'avoir qu'à identifier le paramètre de transport.

3.4.3 Expérience optimale

Afin de valider qualitativement le modèle de prédiction de la porosité, il nous faut pouvoir confronter mesures et simulation sur une géométrie identique. Nous avons choisi de réaliser une expérience correspondant à la configuration choisie pour l'analyse de sensibilité. Le choix d'une expérience à solidification unidimensionnelle est souvent fait, pour des raisons de commodité de mise en œuvre, mais aussi pour s'affranchir des phénomènes thermiques liés à la géométrie. Mais surtout dans cette configuration la physique est beaucoup mieux contrôlée (conditions limites). De plus la géométrie unidirectionnelle permet de travailler plus rapidement d'un point de vue résolution numérique.

En premier lieu nous validerons la solution de l'équation de la chaleur. Nous ferons cela de deux manières d'abord en comparant les mesures de température et les températures prévues par le modèle. Ensuite nous validerons l'ensemble de la démarche au travers de mesures de

porosité. Nous pourrions juger du caractère qualitatif de l'ensemble du modèle (chaleur et transport).

Si le modèle s'avère quantitatif, nous pourrions tenter d'identifier le paramètre de

transport $\frac{\alpha C_K M \beta}{\mu_L}$.

Bibliographie

- [BEL1998] M. BELLET, M. DEVILLE & M. RAPPAZ, Modélisation numérique en science et génie des matériaux, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1998, ISBN 2-88074-365-6
- [BOU2002] P. BOUSQUET-MELOU, B. GOYEAU, M. QUINTAR, F. FICHOT & D. GODIN, Average momentum equation for interdendritic flow in a solidifying columnar mushy zone, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 3651-3665, 2002
- [CHE1978] J. L. CHERMANT & M. COSTER, Fractographie quantitative, *Bulletin du cercle d'études des métaux*, 1978
- [CHI1992_1] K.C. CHIANG & H.L. TSAI, Shrinkage-induced fluid flow and domain change in two-dimensional alloy solidification, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 7, pp. 1763-1770, 1992
- [COS1985] M. COSTER & J.L. CHERMANT, Précis d'analyse d'image, Edition du CNRS, 1985
- [CRC1989] CRC handbook of chemistry and physics, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 70th edition
- [DES1987] J.-L. DESBIOLLES, J.-J. DROUX, J. RAPPAZ & M. RAPPAZ, Simulation of solidification of alloys by the finite element method, *Computer Physics Report*, No. 6, pp. 371-383, 1987
- [HUA1998] J. HUANG, T. MORI , & J.G. CONLEY, Simulation of Microporosity Formation in Modified and Unmodified A356 Alloy Castings, *Metallurgical and Materials Processing B*, Vol. 29, pp. 1249-1260, 1998
- [KAV1991] M. KAVIANY, Principles of heat transfer in porous media, Springer-Verlag, 1991, ISBN 3-540-97593-4
- [KUZ1995] A.V. KUZNETSOV & K. VAFAI, Development and investigation of three-phase model of the mushy zone for analysis of porosity formation in solidifying castings, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 14, pp. 2557-2567, 1995
- [LOU1999_1] T. LOULOU, E.A. ARTYUKHIN & J.P. BARDON, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: I-experimental principle and modelisation, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2119-2127, 1999
- [LOU1999_2] T. LOULOU, E.A. ARTYUKHIN & J.P. BARDON, Estimation of thermal contact resistance during the first stages of metal solidification process: II-experimental setup and results, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2129-2142, 1999
- [NIJ1995_1] J. NI & F.P. INCROPERA, Extension of continuum model for transport phenomena occurring metal alloy solidification. Part I. The conservation equations, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, No. 38, No. 7, pp. 1285-1296, 1995
- [NIJ1995_2] J. NI & F.P. INCROPERA, Extension of continuum model for transport phenomena occurring metal alloy solidification. Part II. Microscopic considerations, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, No. 38, No. 7, pp. 1285-1296, 1995

[OMA2000] D. O'MAHONEY & D.J. BROWNE, Use of experiment and an inverse method to study interface heat transfert during solidification in the investment casting process, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 22, pp. 111-122, 2000

[PRE1991] P.J. PRESCOTT , F.P. INCROPERA & W.D. BENNON, Modelling of dendritic solidification systems: reassessment of continuum equation, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 34, No. 9, pp. 2351-2359, 1991

[RAJ2002] S. RAJU, K. SIVASUBRAMANIA & E. MOHANDAS, The high temperature bluk modulus of aluminium: an assessment using experimental enthalpy and thermal expansion data, Solid State Communications, No. 122, pp. 671-676, 2002

[RAV1999] K. RANVINDRAN, S.G.R. BROWN & J.A. SPITTLE, Prediction of the effective thermal conductivity of three-dimensional regions by the finite element method, Mat. Science and Engineering A, Vol. 269, pp. 90-97, 1999

[STO1999] D.T. STONE & B.G. THOMAS, Measurement and modelling of heat transfer across interfacial mold flux layer, Canadian Metallurgical Quarterly, Vol. 38, No. 5, pp. 363-375, 1999

[SWA1992] C.R. SWAMINATHAN & V. R. VOLLER, A general enthalpie method for modelling solidification processes, Metallurgical and Materials Processing B, Vol. 23, pp. 651-664, 1992

[VOL1987] V.R. VOLLER & PARKASH C., A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems, Int. J. of Heat and Mass transfer, Vol. 30, No. 8, pp. 1709-1719, 1987

[WHI1999] S. WHITAKER, The method of volume averaging, Kluwer academic publishers, 1999, ISBN 0-7923-5486-9

Chapitre 4: Dispositif expérimental

Cette expérimentation a pour but de valider le modèle de prédiction de la microporosité sur la configuration simple présentée au chapitre 3.

4.1 Expérience

Dans un premier temps les mesures de température consistent à valider le modèle de transfert de chaleur. Il s'agit sur une expérience simple de mesurer la température en quelques points afin de pouvoir vérifier le modèle de diffusion de la chaleur. Puis, nous mesurerons la porosité de retrait pour pouvoir qualifier la validité du modèle.

4.1.1 Solidification dirigée

L'expérience est très commune, c'est la même que celle de [CHA1994] ou [MEL2004] par exemple. Il s'agit d'obtenir une solidification unidirectionnelle de l'alliage. Afin de réaliser le moule correspondant à la configuration du chapitre 3, nous avons opté pour un cylindre de hauteur 200 millimètres (correspondant à la hauteur d'un maître cylindre et de sa masselotte). La réalisation de l'isolation des parois latérales reste le principal souci. Afin de tenter de garantir l'isolation des parois nous avons utilisé un tube en fibre réfractaire. Le choix du diamètre du cylindre doit être fait de façon à obtenir, lors de la solidification, des isothermes planes. Le moule est un cylindre en matériau fibre céramique, la majeure partie de la chaleur sera évacuée vers le bas par conduction. Les caractéristiques thermiques du tube sont données par le fabriquant (voir tableau 4). Après quelques expériences le matériau choisi s'est révélé être semi transparent au rayonnement infrarouge. Cela nécessitera de prendre en compte un rayonnement à travers la paroi du cylindre.

<i>Masse volumique</i>	$210 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
<i>Chaleur spécifique</i>	$1,13 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
<i>Conductivité thermique</i>	$0,13 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Tableau 4 : données thermo physiques du cylindre (manchon)

Comme nous souhaitons évacuer la chaleur par conduction uniquement (pas de circuit d'eau ni d'air pulsé), et que nous ne pouvons pas réaliser, comme présenté dans la simulation du chapitre 3, un cylindre en acier de 1 mètre de long, nous avons opté pour une semelle en alliage CuAl9Fe3 de forme cylindrique. La géométrie n'est plus unidirectionnelle dans la partie refroidisseur mais axisymétrique. Le modèle devra en tenir compte.

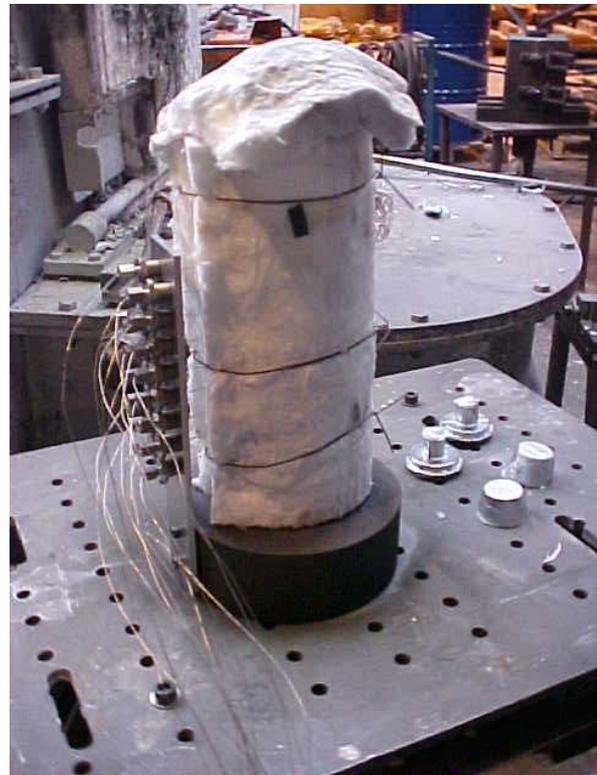
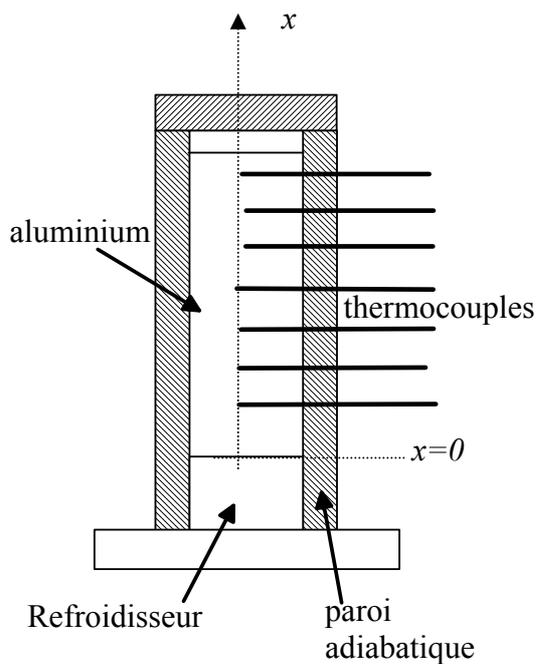


Figure 59 : le principe de l'expérimentation et sa mise en œuvre

Le tube a un diamètre intérieur de 50 mm et une hauteur de 200mm. L'épaisseur de paroi du tube est de 7mm. Afin d'améliorer l'isolation radiale, une couche de fibre réfractaire souple d'épaisseur 25mm, qui se présente en rouleau, est ajoutée. Les caractéristiques thermiques de la céramique en rouleau sont sensiblement les mêmes que celles du tube.

Les caractéristiques thermiques du refroidisseur ont été mesurées au laboratoire (méthode flash pour la diffusivité thermique, calorimètre pour la capacité calorifique et double pesée pour la masse volumique). Les résultats sont présentés dans le tableau 5.

<i>Masse volumique</i>	$7580 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \pm 4\%$
<i>Chaleur spécifique</i>	$417 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \pm 1\%$
<i>Conductivité thermique</i>	$52 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \pm 2\%$

Tableau 5 : caractéristiques thermo physiques mesurées

4.1.2 Préparation du métal

Le matériau choisi est un aluminium A356 (soit selon les dénominations des différentes normes AlSi7Mg, ISO 3522 ou UNS A03560). Il s'agit d'un alliage d'aluminium allié à 7% en masse au silicium avec moins de 1% en masse de Magnésium. Les tolérances de la composition sont présentées sur le tableau 6. Ce tableau présente aussi deux mesures sur le four utilisé à quelques jours d'intervalle. Cet alliage est effectivement utilisé en production automobile. Le souhait de rester proche du procédé industriel nous a conduit à utiliser un alliage industriel.

Avant la coulée, il est nécessaire de contrôler la qualité du métal par rapport à différents critères. Nous contrôlons tout d'abord la composition chimique, ensuite la propreté (absence d'oxyde) et enfin nous vérifions que la quantité d'hydrogène en solution dans la phase liquide est inférieure à la solubilité dans la phase solide.

La composition de l'alliage est vérifiée à l'aide d'un spectromètre de masse. Notamment, nous sommes attentifs aux taux de titane, d'antimoine et de strontium. Le titane est un affinant de la phase dendritique (favorise la germination de la phase dendritique). Une variation trop importante du taux de Titane peut modifier de façon significative la géométrie du milieu semi solide et donc sa perméabilité. Le strontium est un affinant de la phase eutectique et l'antimoine un modifiant de cette même phase. Ces éléments interviennent au moment de la solidification eutectique et lui font prendre des formes différentes. Une variation sur ces paramètres peut faire varier la viscosité du liquide interdendritique.

	Norme EN1706	Jour 1	Jour 2
Si (%)	6,5 - 7,5	6,57	6,91
Fe (%)	0,20 max	0,13	0,13
Cu (%)	0,25 max		
Mn (%)	0,35 max		
Mg (%)	0,2 - 0,45	0,42	0,46
Ti (%)	0,25 max	0,14	0,10
Sr (ppm)		2,8	2,9
Sb (%)		0,081	0,096

Tableau 6 : stabilité des bains en composition

On contrôle aussi les teneurs en fer. Le fer provoque la création d'éléments intermétalliques. Il s'agit de cristaux (comme FeSiAl_5 ou $\text{Al}_x(\text{FeMn})_y\text{Si}$ que l'on voit sur la figure 60) qui se forment pendant la solidification. Ceux ci se solidifient à des températures voisines de la température la solidification eutectique. Ils peuvent perturber l'écoulement interdendritique. Ces cristaux ont des formes de plaquettes. Elles peuvent aisément boucher un canal interdendritique. L'influence des éléments intermétalliques sur la microporosité a été montrée dans [DON1997], [TAY1997], [CAC1999] et [DAS2001].

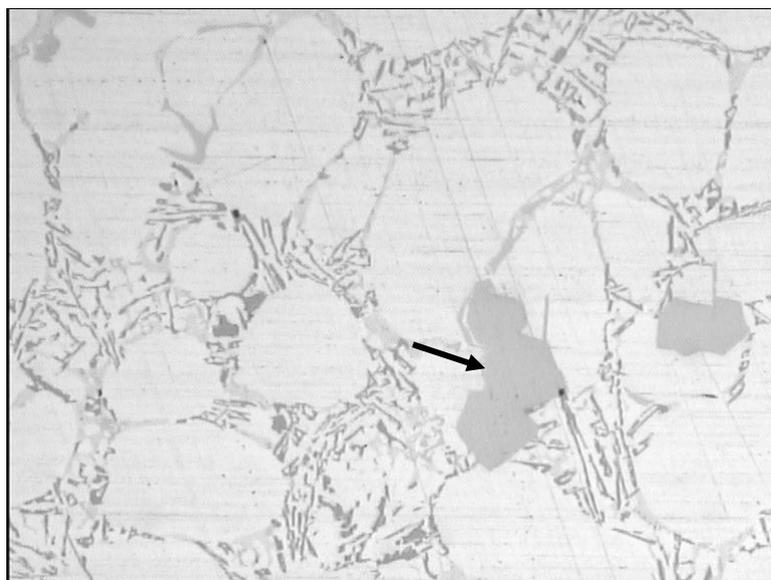


Figure 60 : cristal de $\text{Al}_x(\text{FeMn})_y\text{Si}$

C'est pour cette raison que nous n'avons pas choisi un alliage d'aluminium au cuivre dans lequel les intermétalliques sont beaucoup plus fréquents comme le montre [CAC1998]

La présence d'oxyde est aussi sujette à problème. Les bains d'aluminium que nous utilisons sont traités régulièrement contre les oxydes. Or, la présence d'oxyde provoque des porosités dans les pièces comme le montre [TIA2002]. Nous n'avons jamais constaté de présence d'oxyde dans les diverses coupes que nous avons réalisées. L'important pour nous est de vérifier que le four est en exploitation au moment où nous voulons utiliser le métal qu'il contient et que le traitement est réalisé régulièrement.

De même la quantité d'hydrogène dissoute dans la phase liquide est vérifiée régulièrement. La mesure directe de cette grandeur n'est pas faite régulièrement sur tous les fours dont dispose l'usine. Pratiquement le fondeur se contente d'un indicateur. Un échantillon d'aluminium est prélevé à l'aide d'un récipient dans le bain. L'échantillon (et son récipient) refroidit dans une enceinte sous une pression de 8.10^3 Pa. Une fois solidifié l'échantillon est coupé en deux puis la surface de l'une des deux parties est polie. Ensuite à l'aide de photos type il est possible d'identifier si la quantité d'hydrogène dissout dans l'aluminium est inférieure à la solubilité de la phase solide. Couramment le gazage en hydrogène constaté est de 0,12 L/100g pour une solubilité de la phase solide de 0,3 L/100g.

Ces trois étapes permettent de commencer l'expérimentation à partir d'un alliage sain et de qualité constante au cours de différentes expériences.

4.1.3 Déroulement de la coulée

A l'aide d'une louche le fondeur puise dans le four de l'alliage liquide en effectuant un mouvement particulier qui permet d'écarter la peau d'oxyde de surface avant de remplir la louche. Ainsi l'alliage contenu dans la louche ne contient pas encore d'oxyde ni en surface ni à coeur. Mais spontanément une nouvelle peau d'oxyde se reforme à la surface de l'alliage de la louche. La louche est équipée d'un siphon qui empêche la peau d'être versée lors de la coulée.

La température de l'alliage décroît assez rapidement. Il faut donc remplir le moule suffisamment rapidement afin de garantir une température suffisante de l'alliage. Mais un remplissage trop rapide peut provoquer un écoulement excessivement turbulent dans le moule. Ce brassage peut emprisonner de l'air par exemple. Afin d'obtenir un meilleur

compromis entre rapidité de remplissage et moindres turbulences de l'écoulement, le moule est incliné en début de remplissage et est progressivement redressé.



Figure 61 : moule expérimental sur la table à bascule

Une table avec un système hydraulique, présenté sur la figure 61, permet d'assurer ce mouvement. Une fois le moule plein le haut du moule est recouvert par de la fibre réfractaire. L'alliage est coulé à une température de 650°C. Le refroidisseur a une température initiale de 250°C (mesure par pyromètre IR). La solidification complète du lopin dure 1500 secondes.

4.2 Mesures de température

La modélisation de l'apparition des microporosités de retrait étant basée sur le modèle de transfert de chaleur, il est nécessaire de vérifier la concordance entre l'expérience et la simulation. Il est donc nécessaire de faire des mesures de température.

4.2.1 Environnement et thermocouple

L'environnement industriel a été un problème pour la mesure de températures. L'environnement électromagnétique de l'entreprise nous a imposé l'utilisation de thermocouples chemisés isolés. La chemise assure un blindage contre les ondes électromagnétiques et l'isolement permet de s'affranchir des problèmes liés à la masse.

Effectivement, les fours de maintien environnants étant électriques, les fils de thermocouples sans blindage se sont révélés être des boucles à mesure de champ magnétique.

L'emploi de thermocouples chemisés ayant un coût significatif, un souci d'économie nous a conduit à utiliser des aiguilles. Il s'agit de tubes dans lesquels nous glisserons les thermocouples. Ainsi après la coulée la récupération du thermocouple est aisée, l'aiguille est par contre perdue. Entre la soudure chaude et l'alliage il y a donc une couche d'isolant, puis la chemise (gaine) du thermocouple, puis de l'air s'il y a du jeu entre le thermocouple et l'aiguille, et enfin l'aiguille qui est en contact avec le matériau.

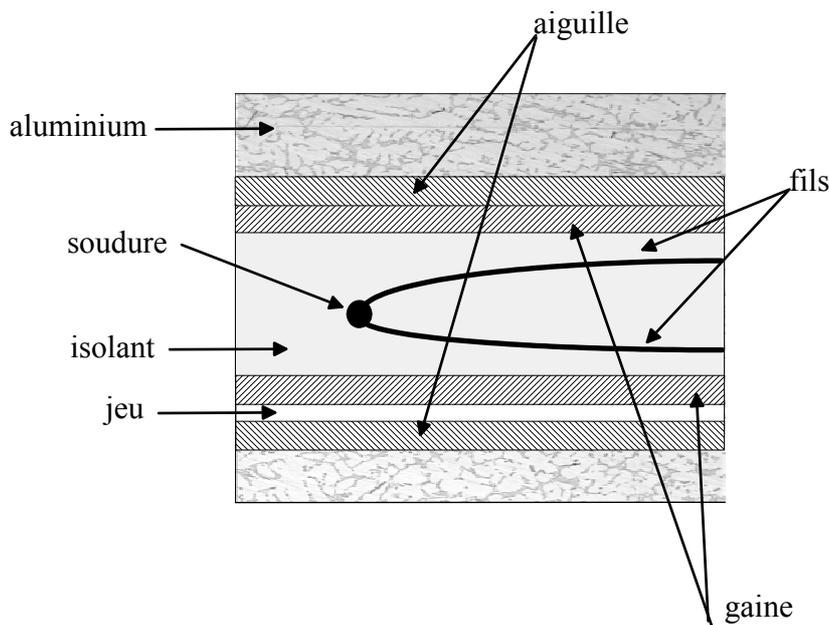


Figure 62 : vue de coupe du thermocouple dans son aiguille coulé dans le métal

Pour garder un temps de réponse satisfaisant nous avons essayé de minimiser le diamètre des thermocouples. Nous avons utilisé des thermocouples de diamètre extérieur 0,5mm. Les diamètres des aiguilles mesurent 0,6mm pour l'intérieur et 0,9mm pour l'extérieur. Le jeu de 0,1 mm est le jeu minimal, pour faire entrer le thermocouple (qui est toujours légèrement tordu à cause du stockage) dans l'aiguille. Le temps de réponse du thermocouple, sans l'aiguille, indiqué par le fabricant est de 0,03 seconde (correspond au temps de montée à 63% du signal en régime permanent). Le temps réponse du thermocouple avec l'aiguille en inox est de 0,031 seconde soit un temps de réponse augmenté de 15% avec l'aiguille en inox par rapport à la configuration sans aiguille.

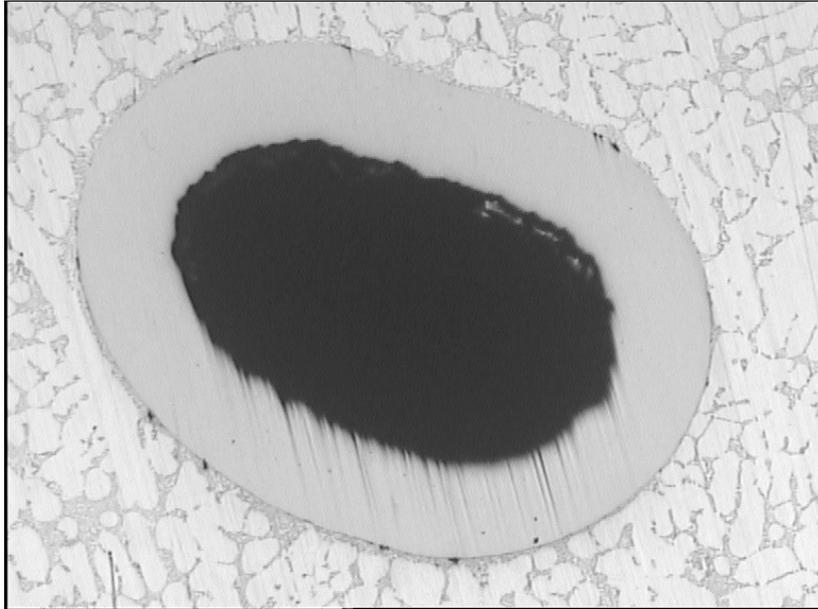


Figure 63 : vérification du collage entre aiguille et aluminium

La figure 63 montre le collage de l'aiguille avec l'aluminium. Cette figure montre aussi que les dendrites ne se développent pas normalement à la surface de l'aiguille. Nous remarquons même une dendrite tangente à la surface de l'aiguille. Cela signifie que la solidification ne s'est pas initiée sur l'aiguille, nous pouvons donc en conclure que les thermocouples ne perturbent donc pas de manière significative la solidification.

4.2.2 Mise en œuvre de la mesure

Nous avons positionné 15 thermocouples le long du cylindre. Les 15 thermocouples utilisés sont de type K ($\sim 41 \cdot 10^{-6} \text{ V.K}^{-1}$). Les thermocouples sont répartis uniformément sur la hauteur du cylindre. Etant donné la géométrie choisie, les fils des thermocouples sont placés dans des plans perpendiculaires au flux de chaleur et donc perpendiculaire à l'axe du cylindre. L'amplification a été réalisée par un circuit intégré AQ595CQ dédié à chacun des thermocouples. L'alimentation des amplificateurs a été réalisée avec un transformateur type PC qui délivre une tension stabilisée. L'acquisition est réalisée avec une carte PCMCIA de NI[®] utilisé sous LABVIEW[™]. La figure 64 présente la disposition de la chaîne d'acquisition sur le site d'expérimentation. L'échantillonnage est de 25 points par seconde et par thermocouple.

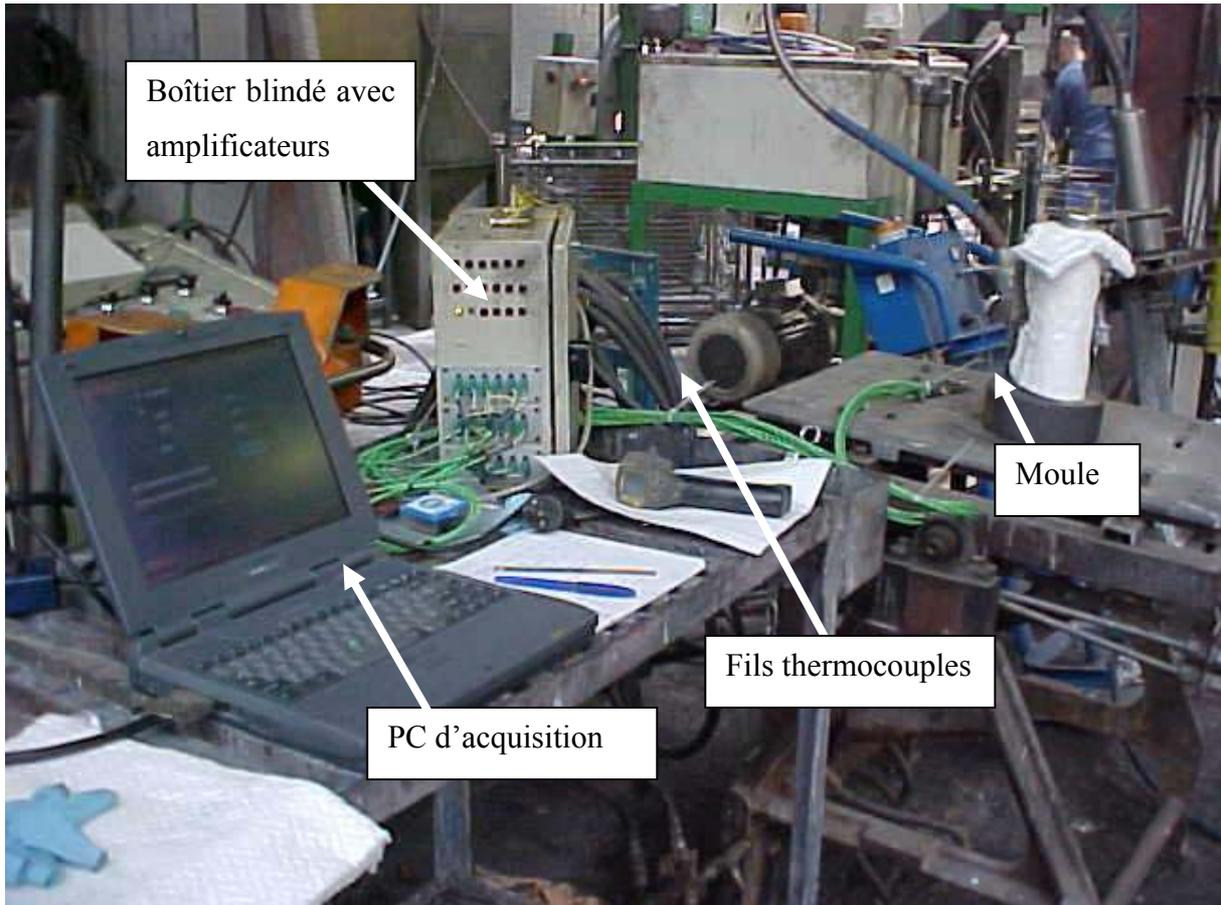


Figure 64 : chaîne d'acquisition

Après acquisition, la température est calculée à partir du signal amplifié que l'on a enregistré. Il faut inverser deux fonctions. Il faut inverser d'abord la fonction amplification de l'amplificateur AD595CQ, cela permet de calculer, avec l'équation (122), la force électromotrice délivrée par le thermocouple fem_K en Volt (signal d'entrée de l'amplification).

$$U_{out}^{595} = (fem_K + 11.10^{-6})247,3 \quad (122)$$

Où U_{out}^{595} est la tension amplifiée délivrée par l'amplificateur avec un gain de 247,3 et un offset de 11.10^{-6} Volt. Cette tension est enregistrée lors de l'acquisition. Il faut inverser ensuite la fonction d'approximation de la force électromotrice en fonction de la température proposée par la norme EIT90 pour le thermocouple type K et les températures Celsius positives.

$$fem_K = \left(\sum_{i=0}^9 b_i t_{90}^i + c_0 \exp(c_1(t_{90} - c_2)^2) \right) 10^{-6} \quad (123)$$

avec

b_0	$-1,7600413686.10^1$
b_1	$3,8921204975.10^1$
b_2	$1,8558770032.10^{-2}$
b_3	$-9,9457592874.10^{-5}$
b_4	$3,1840945719.10^{-7}$
b_5	$-5,6072844889.10^{-10}$
b_6	$5,6075059059.10^{-13}$
b_7	$-3,2020720003.10^{-16}$
b_8	$9,7151147152.10^{-20}$
b_9	$-1,2104721275.10^{-23}$
c_0	$1,185976.10^2$
c_1	$-1,183432.10^4$
c_2	$1,269686.10^2$
t_{90}	Température en degrés Celsius

Tableau 7 : constantes de la norme EIT90

Un bruit de mesure important a été constaté lors des expériences préliminaires. Après étude il s'est avéré que la terre du réseau était très perturbée. De même il a fallu aussi s'isoler du réseau qui était très parasité. Pour cela nous avons utilisé un transformateur d'isolation 220V/220V.

4.2.3 Position des thermocouples

Une fois l'aluminium solidifié et les aiguilles prises à l'intérieur, la mesure de la position des aiguilles est possible. Le positionnement exact des différents thermocouples est effectué par radiographie rayon X. Des clichés sont effectués selon trois directions d'un repère orthogonal. On retiendra que ces positions sont celles en fin d'expérimentation alors que l'aluminium a effectué son retrait. Il convient donc de prendre en compte que les thermocouples se déplacent avec le matériau durant la solidification. L'incertitude sur les mesures est de l'ordre de 0,3 à 0,4 millimètre.

<i>Thermocouple</i>	<i>Point de mesure (mm)</i>
<i>1</i>	<i>1,2</i>
<i>2</i>	<i>12,9</i>
<i>3</i>	<i>24,5</i>
<i>4</i>	<i>33,0</i>
<i>5</i>	<i>45,1</i>
<i>6</i>	<i>55,2</i>
<i>7</i>	<i>66,5</i>
<i>8</i>	<i>72,5</i>
<i>9</i>	<i>84,2</i>
<i>10</i>	<i>93,5</i>
<i>11</i>	<i>107,1</i>
<i>12</i>	<i>117,4</i>
<i>13</i>	<i>128,7</i>
<i>14</i>	<i>139,1</i>
<i>15</i>	<i>147,8</i>

Tableau 8 : positions des points de mesure

Le tableau 8 présente les positions des points de mesure obtenues à partir des radiographies.

4.3 Mesure de Porosité

Plusieurs possibilités existent pour mesurer la porosité. Sont couramment utilisés pour ce type de mesure les Rayons X, la densimétrie et le traitement d'image issue d'une surface polie.

4.3.1 Choix de système de la méthode

Le choix des rayons X n'a pas été fait pour des raisons de résolution. La microporosité sur des volumes tel que lopin que nous avons à analyser, n'est pas aisée. Les puissances mises en jeu pour une telle épaisseur ne permettent pas d'accéder à une mesure de microporosité. La microporosité peut être vue par rayon X sur des échantillons beaucoup plus petits, à l'aide de la micro-tomographie. La taille de l'échantillon nécessite la coupe du lopin en petits

morceaux. Chacun des morceaux demandant un coût de traitement assez élevé, et vu le nombre d'échantillons nécessaires, le choix de la micro-tomographie Rayon X n'a pas été retenu.

La densimétrie paraît un moyen plus approprié. Il s'agit d'une double pesée d'un échantillon, une fois dans l'air (m_{air}) et une autre fois dans l'eau (m_{eau}). A partir de ces deux mesures la densité de l'échantillon $\frac{\rho_{ech}}{\rho_{eau}}$, rapport masse volumique de l'échantillon par rapport à celle de

l'eau, est obtenue.

$$\frac{\rho_{ech}}{\rho_{eau}} = \frac{m_{air}}{m_{air} - m_{eau}} \quad (124)$$

La fraction volumique de porosité g_p de l'échantillon est déduite à partir d'un densité idéale ρ_0 (sans porosité) avec la relation :

$$g_p = \frac{\rho_0 - \rho_{ech}}{\rho_0} \quad (125)$$

L'accès direct à la porosité moyenne est permis par cette méthode. Cependant nous mesurons directement l'ensemble des porosités (macro-porosité, microporosité, porosité d'oxyde et gazage). La densimétrie est un choix qui est fait couramment dans l'industrie pour sa rapidité de mise en œuvre. Nous avons préféré traiter des images 2D. Cette méthode permet de mesurer et localiser chaque porosité.

4.3.2 Imagerie 2D

Nous utilisons un microscope inversé équipé d'une platine automatisée. Le système d'acquisition de l'image est piloté par ordinateur. La caméra assure un grossissement de l'image d'un facteur x10 et un objectif de grossissement x5. Globalement le grossissement est de x50. La platine est elle aussi pilotée par le même ordinateur pour assurer le déplacement de l'échantillon avec une résolution de 2.10^{-6} m. Après un étalonnage nous savons que le champ capté par le système optique est de 1268.10^{-6} m par 947.10^{-6} m. Ainsi lors du balayage le recouvrement des champs réalisés par deux images consécutives est de 2.10^{-6} m au plus ou à l'inverse leur espacement est de 10^{-6} m au plus. Le balayage entraîne donc une incertitude sur la surface balayée égale à la moitié de la surface de recouvrement (ou de l'espacement) divisé par la surface de l'image ; soit une incertitude de 0,36% sur la surface balayée.

La mise au point est réalisée de manière automatique avant chaque photo. En effet le mouvement de la platine n'étant pas parfaitement orthogonal à l'axe de l'optique, une mise au point est nécessaire lors des déplacements de la platine. Un moteur pas-à-pas piloté par l'ordinateur est lié à la vis micrométrique du microscope et assure la mise au point.

Ensuite l'image est traitée afin de calculer la surface de porosité. Le logiciel de traitement utilisé n'était pas dédié au calcul de porosité au départ. Nous utilisons un logiciel initialement utilisé pour le comptage de cellule ou bactérie en biologie. Sur les images les porosités apparaissent en noir alors que le reste apparaît en clair. Comme le montre la figure 65, un simple seuillage permet d'isoler les porosités.

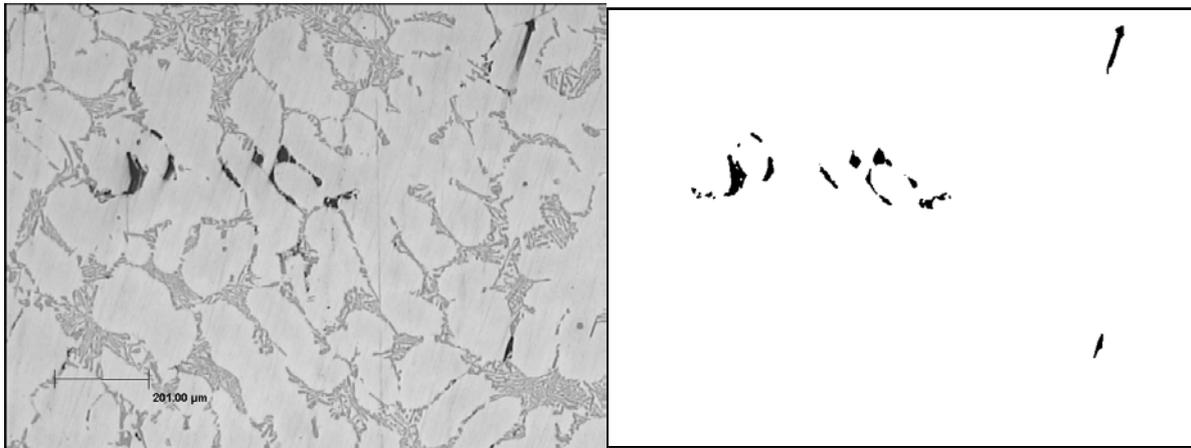


Figure 65 : image avant et après seuillage

A partir d'une image seuillée, nous effectuons un comptage des pixels. Chaque série de pixels noirs (représentant la microporosité) contigus est repérée comme une porosité dont la surface est la somme des pixels. Chaque porosité est référencée avec sa position indiquée par le repère de la platine.

Ainsi nous obtenons une cartographie des défauts en 2 dimensions de l'échantillon. Ainsi une répartition de la fraction surfacique de porosité est obtenue. [COS1985] propose, sous certaines conditions, que la porosité volumique soit égale à la porosité surfacique.

Les conditions à remplir sont que la coupe d'observation n'a pas d'influence sur la mesure et que localement les porosités soient orientées et distribuées au hasard. Nous avons vérifié ces conditions en effectuant trois coupes dans des directions longitudinales différentes. Effectivement la mesure n'est pas influencée par le choix de la coupe. D'autre part la distribution et l'orientation des porosités ne semblent pas être organisées.

Bibliographie

[CAC1998] C.H. CACERES, M.B. DJURDJEVIC, T.J. STOCKWELL & J.H. SOKOLOWSKI, The level of Cu content microporosity in Al-Si-Cu-Mg casting alloys, Scripta Materiala, Vol. 40, No. 5, pp. 631-637, 1999

[CAC1999] C. H. CACERES, M. D. DJURDJEVIC, T.J. STOCKWELL & J. H. SOKOLOWSKI, The effect of Cu content on the level of microporosity in an Al-Si-Cu-Mg Casting alloys, Scripta Materiala, Vol. 40, No. 5, pp. 631-637, 1999

[CHA1994] D. CHARPENTIER, Modélisation de la Formation des microporosités lors de la solidification d'alliages à base d'aluminium, Institut National Polytechnique de Lorraine, Science & Génie des matériaux, 1994

[COS1985] M. COSTER & J.L. CHERMANT, Précis d'analyse d'image, Edition du CNRS, 1985

[DAS2001] M. DASH & M. MAKLOUF, Effect of key element on the feeding characteristics of aluminium-silicon casting alloys, Journal of Light Metal, No. 1, pp. 251-265, 2001

[DON1997] S.D. McDONALD, A.K. DAHLE, J.A. TAYLOR, D.H. StJOHN & J.W. ZINDEL, Microstructural evolution of an Al-Si-Mg foundry alloy during solidification, Die Casting and Toolmaking Tech. Conférence, Melbourne, 1997

[MEL2004] M.L.N.M. MELO, E.M.S.RIZZO & R.G.SANTOS, Numerical modal to predict the position, amount and size of microporosity formation in Al-Cu alloys by dissolved gas and solidification shrinkage, Mat. Science and Engineering A, No. 374, pp. 351-361, 2004

[TAY1997] J.A. TAYLOR, G.B. SCHAFFER & D.H. StJOHN, Shrinkage porosity formation in iron-containing Al-Si-Cu-Mg casting alloys, Die Casting and Toolmaking Tech. Conférence, Melbourne, 1997

[TIA2002] C. TIAN, J. LAW, J. van der MURRAY, , J-Y GRAHAM & D. St. JOHN, Effect of melt cleanliness on sthe formation of porosity defects in automotive aluminium high pressure die castings, Journal of Materials Processing Technology, No. 122, pp. 82-93, 2002

Chapitre 5: Résultats et discussion

Nous avons cherché à obtenir des mesures de température et de porosité sur un même lopin. Il s'est avéré que la présence des aiguilles des thermocouples rendait difficile le polissage des surfaces. Ainsi lors d'une première expérience nous mesurons les températures et avec le lopin d'une seconde expérience nous mesurons la porosité. Afin d'être dans des configurations similaires nous effectuerons ces deux coulées successivement. Et afin d'avoir dans le refroidisseur des gradients de température similaires dans les deux cas. La température de surface du refroidisseur est mesurée par pyromètre infrarouge avant la coulée. A cet effet le refroidisseur est peint en noir (on a vérifié préalablement que son émissivité était égale à 1), les coulées sont effectuées quand la température de surface du refroidisseur est de 75°C.

On réalise donc trois coulées successives avec le même temps de cycle :

- Première coulée de mise en température du refroidisseur : il s'agit de l'initialisation du cycle, le lopin est jeté au rebut.
- Deuxième coulée avec mesure de température par 15 thermocouples : le lopin est radiographié par rayons X pour mesurer la position des thermocouples.
- Troisième coulée : le lopin est tronçonné pour mesurer la microporosité.

Le découplage des équations de conservation de la chaleur et de conservation de la masse permet de s'intéresser séparément aux problèmes d'identification de paramètre de chacune des équations. Nous allons d'abord nous intéresser à la thermique. Une fois la solution de thermique optimisée par rapport aux mesures, nous nous pencherons sur le calcul du défaut de porosité à partir de cette solution optimale.

5.1 Thermique

Il s'agit d'abord de vérifier le bon accord entre la simulation et les mesures de températures puisque c'est le point de départ du calcul des porosités. Il s'agit d'optimiser les paramètres pour lesquels les valeurs sont incertaines.

5.1.1 Validation du modèle 1D par rapport à la géométrie réelle du refroidisseur

Comme nous l'avons déjà dit le modèle 1D correspond à la géométrie réelle pour l'alliage d'aluminium (cylindre de section S_0), mais la forme du refroidisseur (deux cylindres de sections différentes S_0 et $S > S_0$) engendre en 1D une brusque augmentation de section.

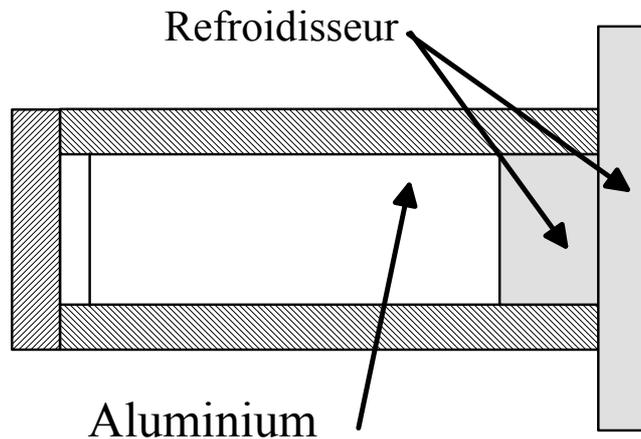


Figure 66 : géométrie non 1D du refroidisseur

Nous avons vérifié que le modèle 1D prend en compte la forme du refroidisseur en comparant un modèle 1D et un modèle 3D (axisymétrique). Pour faire cela nous avons simulé le refroidissement d'un matériau (sans changement de phase) et nous avons comparé les températures simulées en une même position dans le matériau dans les deux cas de figure.

Il s'est avéré que la différence de température est significative, la figure 69 le montre.

Cela est dû au fait que lors du changement de section les lignes de flux, qui étaient parallèles dans la première partie, divergent. Ainsi les isothermes se courbent comme on le montre sur la figure 67.

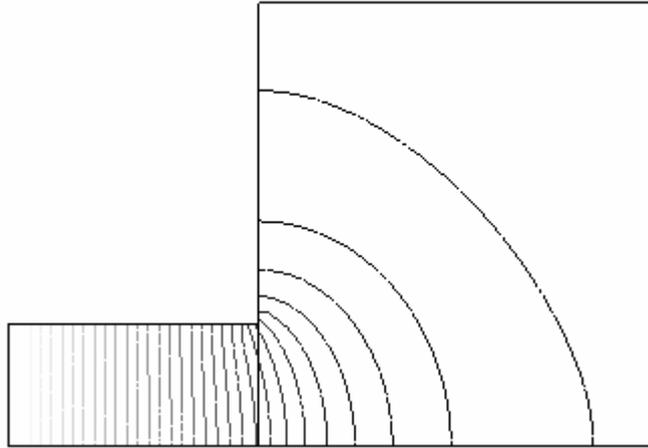


Figure 67 : isothermes dans le refroidisseur

Pour le cas 1D dans le refroidisseur on augmente le terme capacitif proportionnellement à la section du refroidisseur.

$$\frac{S(x)}{S_0} \langle \rho C p \rangle_{Moule} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{Moule} \nabla T) \quad (126)$$

La section efficace des

Dans le cas 1D T représente la température moyenne de la section, il faut donc compenser ce fait en prenant comme surface $S(x)$ du modèle 1D la surface de l'isotherme T du modèle 3D tel que

Nous avons donc identifié une fonction $\frac{S(x)}{S_0}$ qui permet d'obtenir une même courbe de refroidissement dans le cas 1D que dans le cas 3D. La fonction $\frac{S(x)}{S_0}$ identifiée est présentée sur la figure 68.

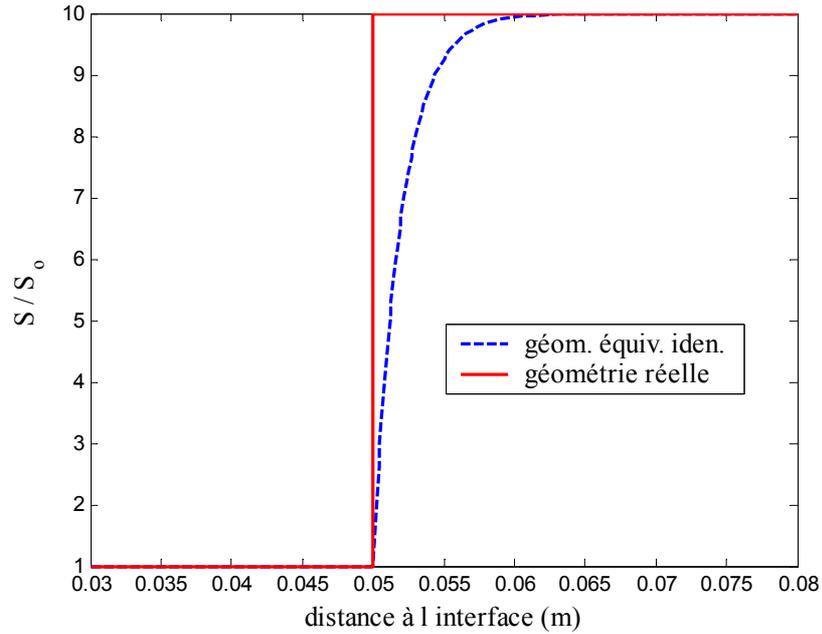


Figure 68 : Evolutions de la section du refroidisseur suivant l'axe $-x$

La fonction à identifier a été discrétisée en une trentaine de point. A l'aide d'un algorithme de Levenberg-Marquardt nous avons minimisé les différences entre l'évolution de la température simulée en quelques points de l'aluminium dans le cas 1D par rapport à l'évolution de la température simulée aux mêmes points dans l'aluminium dans le cas 3D.

Après identification nous avons constaté que la fonction $\frac{S(x)}{S_0}$ avait la forme suivante :

$$\frac{S(x)}{S_0} = \left(\frac{S}{S_0} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{0,05-x}{c_0}} \right) + 1 \quad (127)$$

Nous avons à nouveau utilisé l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour identifier la constante c_0 (une seule constante cette fois). Elle a été identifiée à 0,111m.

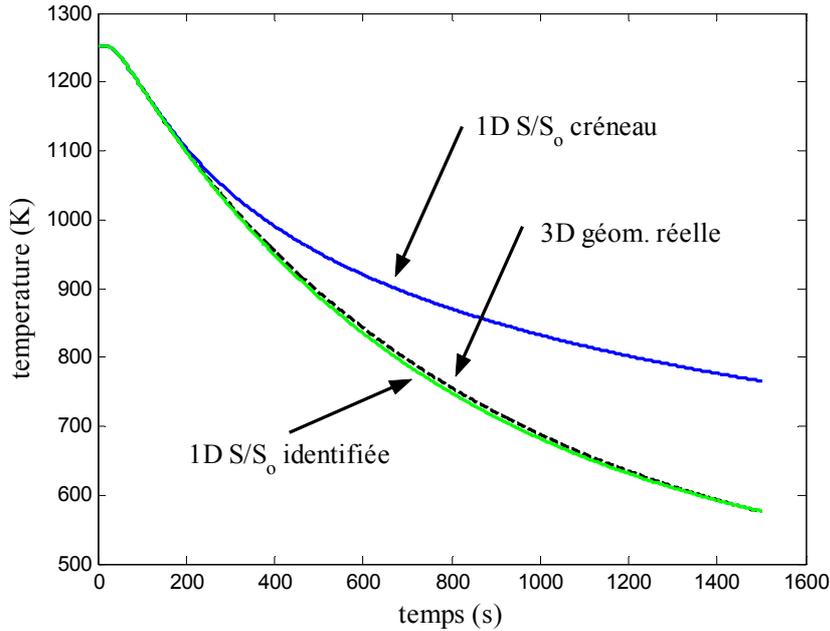


Figure 69 : évolution de la température avec différents modèles

On constate effectivement le bon accord entre le modèle 1D avec la fonction $\frac{S(x)}{S_0}$ identifiée et le modèle 3D sur la figure 69.

Nous avons présenté dans le tableau 2 les valeurs utilisées pour les différentes grandeurs.

5.1.2 Identification des paramètres inconnus

Au cours des différentes expérimentations nous avons constaté que le matériau en fibre céramique utilisé pour le moule était transparent au rayonnement infrarouge.

Connaissant, la géométrie du système, les températures initiales des deux matériaux et les grandeurs thermophysiques des deux matériaux, il ne reste que deux paramètres inconnus : l'émissivité équivalente de l'aluminium au travers du matériau réfractaire et la résistance thermique de contact entre l'aluminium et le refroidisseur.

Dans le modèle 1D nous avons donc implémenté des pertes par rayonnement à la surface de l'alliage d'aluminium. De même, la table sur laquelle est fixée le refroidisseur ayant un effet d'ailette nous avons intégré sa géométrie en augmentant l'épaisseur du refroidisseur.

$$\frac{\partial H(T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\langle \lambda(g_s(T)) \rangle \frac{\partial T}{\partial x} \right) - e\sigma(T^4 - T_{ext}^4) \frac{4}{D} \quad (128)$$

où e est l'émissivité, σ la constante de Stefan-Boltzmann et D le diamètre nominal.

En minimisant les écarts entre les températures simulées et températures mesurées aux différentes positions, nous avons identifié les paramètres inconnus. Nous avons utilisé un algorithme de Levenberg-Marquardt qui minimise la somme des carrés des écarts entre les températures mesurées et les températures simulées en jouant sur la résistance thermique R de contact et l'émissivité e .

La sensibilité à la résistance de contact étant très faible cette dernière n'a pas pu être identifiée elle est donc restée à la valeur de initiale de $2.10^{-4} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ (issue de la base de donnée PAM-Cast).

Nous avons, par contre, pu identifier l'émissivité de la surface : elle est comprise entre 0,21 et 0,28. Etant donné l'état de surface rugueux et l'oxyde d'alumine présent en surface cette fourchette semble être en concordance avec les grandeurs proposées dans [CRC1990].

5.1.3 Résultats

Les figures 70 à 73 présentent les évolutions des températures mesurées et des températures simulées en différentes positions.

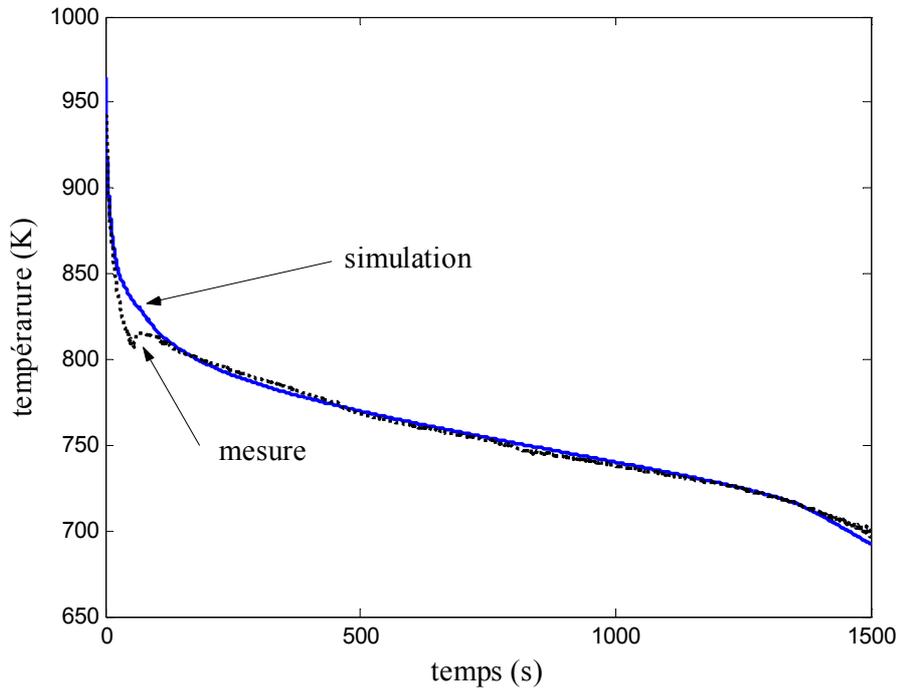


Figure 70 : évolution de la température à $x = 10$ mm

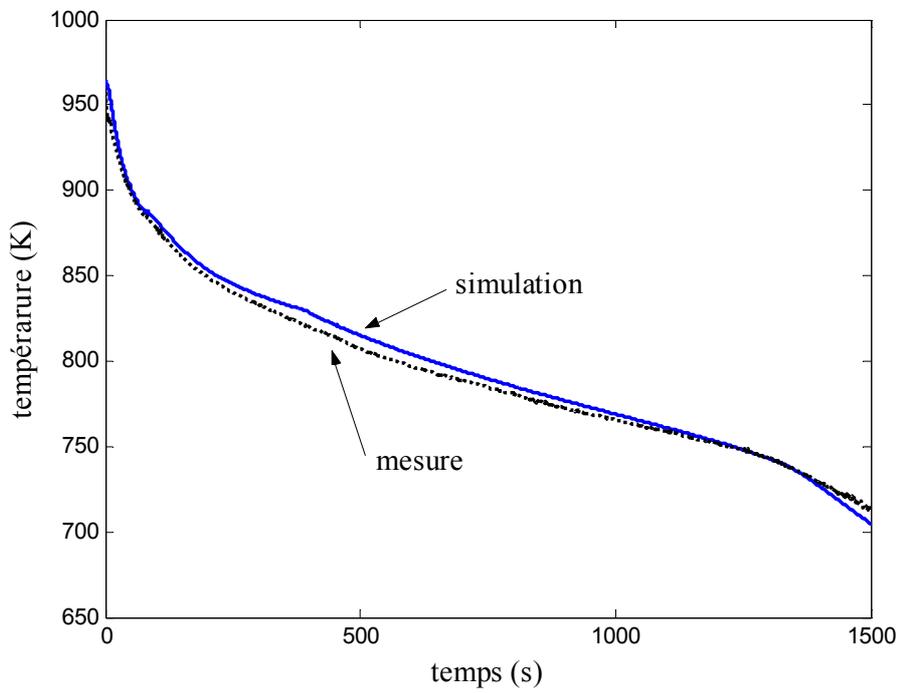


Figure 71 : évolution de la température à $x = 47$ mm

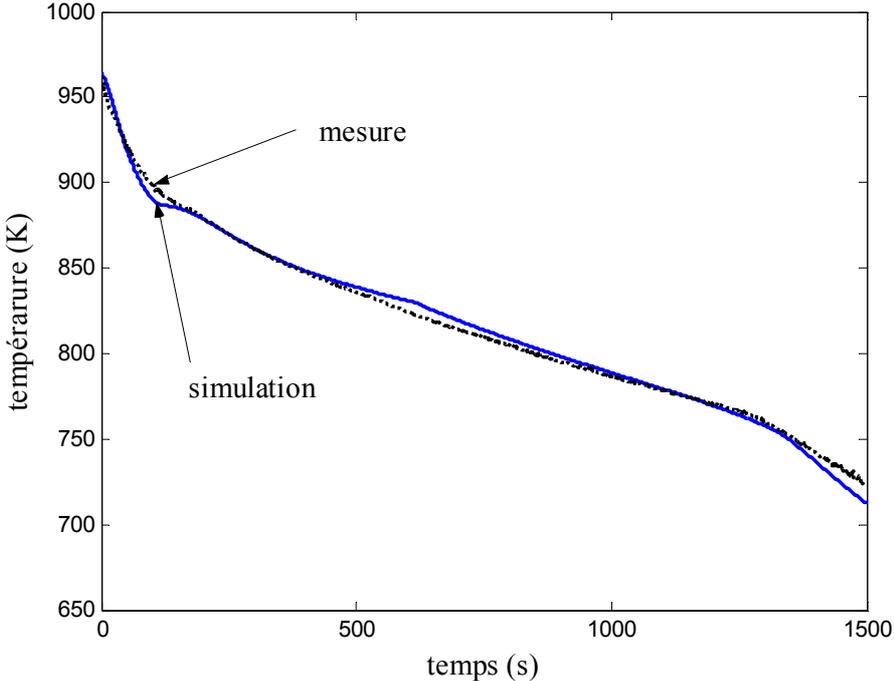


Figure 72 : évolution de la température à $x = 71$ mm

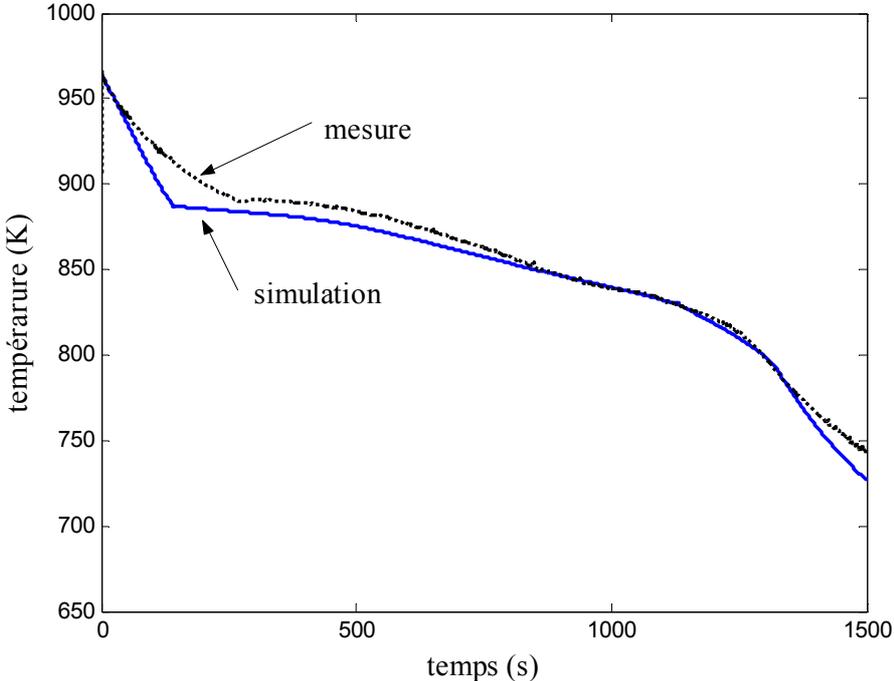


Figure 73 : évolution de la température à $x = 136$ mm

Comme nous pouvons le constater à l'échelle globale simulations et mesures sont en accord. Cependant nous constatons que pour les points proches de l'interface alliage/refroidisseur l'accord n'est pas correct sur la plage de solidification eutectique (de 850 à 830K).

Inversement pour un point plus éloigné de l'interface l'accord entre les dynamiques de solidification simulées et mesurées est moins bon aux temps courts et en refroidissement solide.

Les sources d'erreur peuvent être liées à la simulation, à l'expérimentation ou à la non satisfaction des hypothèses :

- Le fait qu'il existe des pertes par rayonnement sur les parois latérales du cylindre peut faire perdre le caractère unidirectionnel de la configuration, les isothermes ne devraient donc plus être planes. Le positionnement des thermocouples ne permet pas de mesurer un gradient radial de température.
- L'émissivité peut dépendre de la température. Nous avons utilisé une émissivité moyenne indépendante de la température.
- La résistance thermique de contact entre chaque thermocouple et le matériau n'est pas pris en compte cela peut aussi être une source d'erreur.
- Le positionnement des thermocouples est lui aussi source d'erreur.
- Le dispositif métrologique peut lui aussi influencer l'écoulement de chaleur (effet d'ailette du thermocouple), aussi la mesure est peut être erronée.

Cependant, nous pouvons dire que le modèle convient sur les plages de solidification eutectique pour les points assez éloignés de l'interface alliage/refroidisseur. C'est en ces points et à ces températures qu'apparaissent les porosités.

5.2 Porosité

A partir du champ $T(x,t)$ obtenu avec les paramètres nominaux et optimisés nous intégrons l'équation de la masse (117) comme présenté au paragraphe 3.3.2.

Le dispositif présenté dans le chapitre 4 permet d'obtenir une cartographie des défauts. La figure 74 donne un résultat de cartographie de défaut. Comme le montrent cette figure toutes les zones ne sont pas explorées. Les deux zones de tronçonnage sont bien visibles. Nous

remarquons aussi que l'exploration se fait sur une bande de 40mm afin d'éviter les rayures présentes sur les bords du lopin.

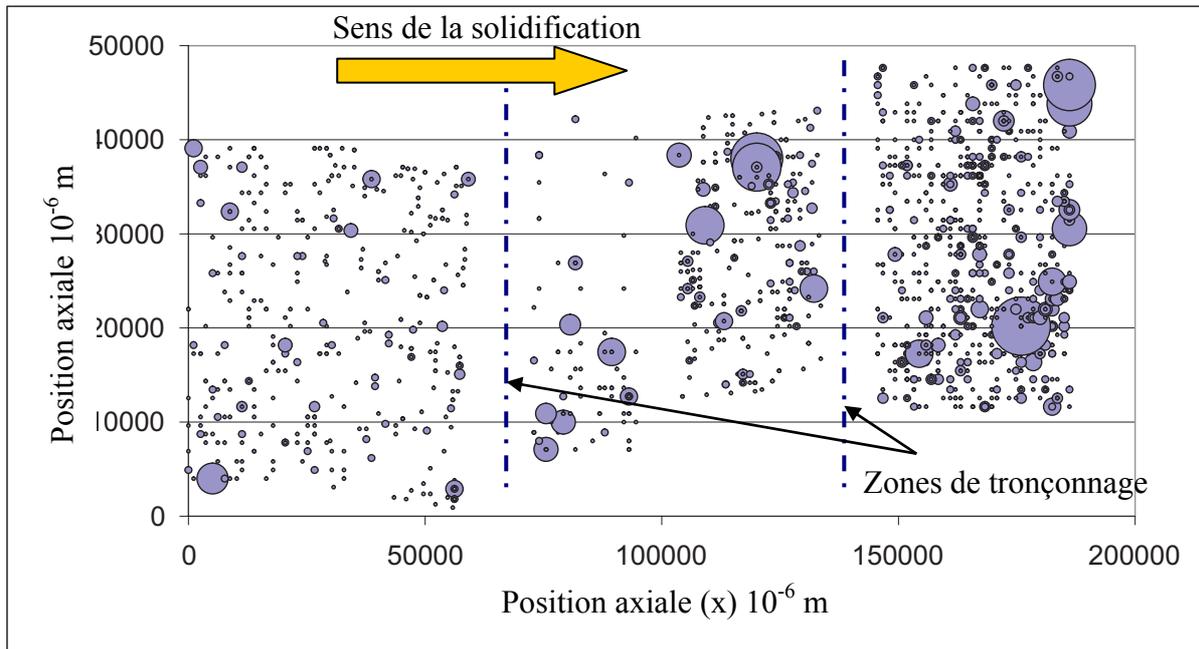


Figure 74 : cartographie des défauts

La grandeur fraction de porosité volumique n'a de sens qu'à partir d'une surface balayée minimale. Ainsi nous ne présenterons que des résultats de fraction de porosité volumique mesurée sur des surfaces suffisantes (60 à 100 mm²). Pratiquement, nous balayons des surfaces de 40mm par 4mm.

5.2.1 Configuration unidirectionnelle

Afin de valider le caractère unidirectionnel nous avons mesuré sur différents lopins la variation radiale de porosité. Ces mesures ont été faites sur des surfaces de 25mm suivant la hauteur du lopin (pour x allant de 55 à 80mm) et 4mm suivant le rayon.

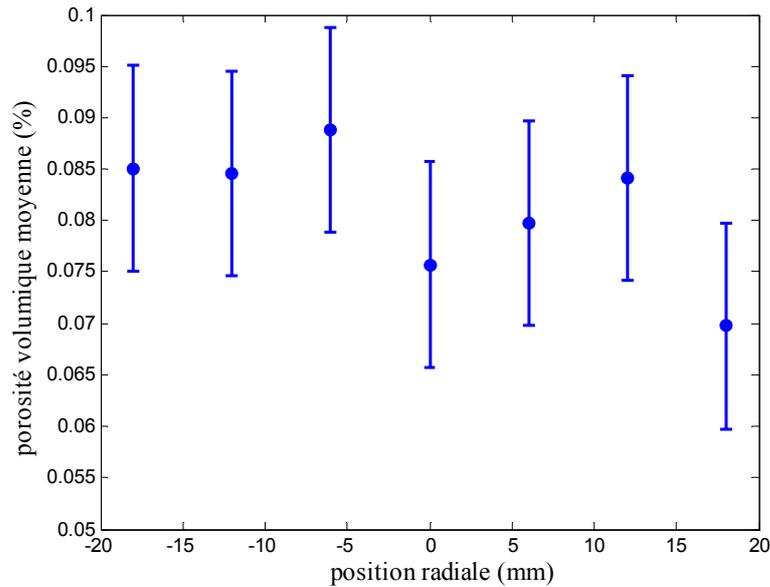


Figure 75 : variation radiale de porosité

Les résultats, présentés sur la figure 75, permettent d'abord de constater que l'expérience semble présenter l'absence de gradient radial de porosité. Ainsi, malgré la présence de pertes thermiques radiales par rayonnement, ce résultat permet de conclure sur le caractère unidirectionnel de la solidification.

Ensuite, nous constatons que cette série de mesures a permis d'évaluer l'incertitude de la mesure de porosité. Nous constatons que celle-ci est importante aux faibles porosités : l'intervalle d'incertitude absolue est de 0,02%. Si la surface balayée est trop petite alors l'intervalle d'incertitude augmente considérablement.

5.2.2 Stabilité de la position du front

La figure 76 présente les mesures de porosité pour la partie basse (porosité inférieure à 0,5%) sur trois lopins coulés dans des configurations similaires à trois dates différentes. Les températures initiales du refroidisseur diffèrent entre elles de 30 degrés. La sensibilité de la porosité à ce paramètre n'est pas négligeable. Comme présenté dans le chapitre 3, la stabilité de la position du front de solidification est remarquable.

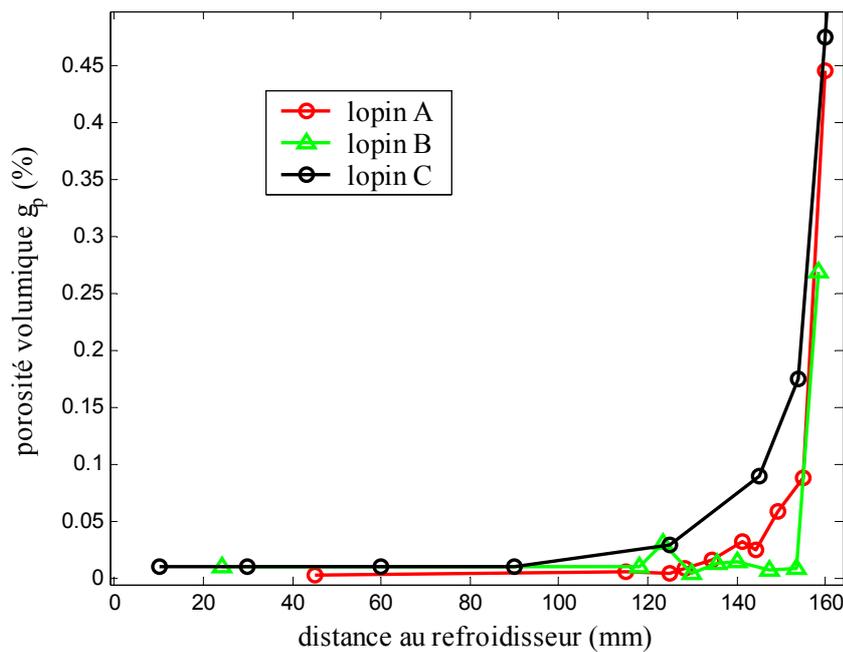


Figure 76 : mesure de porosité pour des lopins coulés dans des configurations voisines

Le lopin C est celui qui a été coulé avec le refroidisseur le plus chaud et le lopin B avec le refroidisseur le plus froid.

5.2.3 Mesures et incertitudes

Nous avons fait un essai de répétitivité de la mesure de porosité :

- pour des porosités faibles (<0,2%) l'intervalle d'incertitude est de l'ordre de 0,02% (vu précédemment). Les porosités étant faibles, elles ne sont pas toujours détectées suivant les réglages. Les faibles porosités sont souvent sous estimées. Cependant la présence éventuelle de petites saletés peut venir surestimer la porosité.
- Pour les porosités plus importantes (>0,2%) l'intervalle de porosité grandit encore et devient proportionnel à la porosité. Les plus grosses porosités entraînent des rayures qui sont vues par la chaîne de mesure comme une porosité. De plus du coton, utilisé pour le nettoyage des surfaces, s'accroche au bord des porosités et accentue le phénomène. Pour certaines porosités trop profondes, la mise au point du microscope étant perturbée et la mesure de la surface peut être sous estimée. Globalement

l'intervalle d'incertitude relative est de 10%. Cependant nous avons constaté que nous sommes souvent dans le cas de la sous-estimation.

Les mesures de porosité sur le lopin, qui est coulé après celui sur lequel nous avons effectué les mesures de température, sont présentées sur la figure 77.

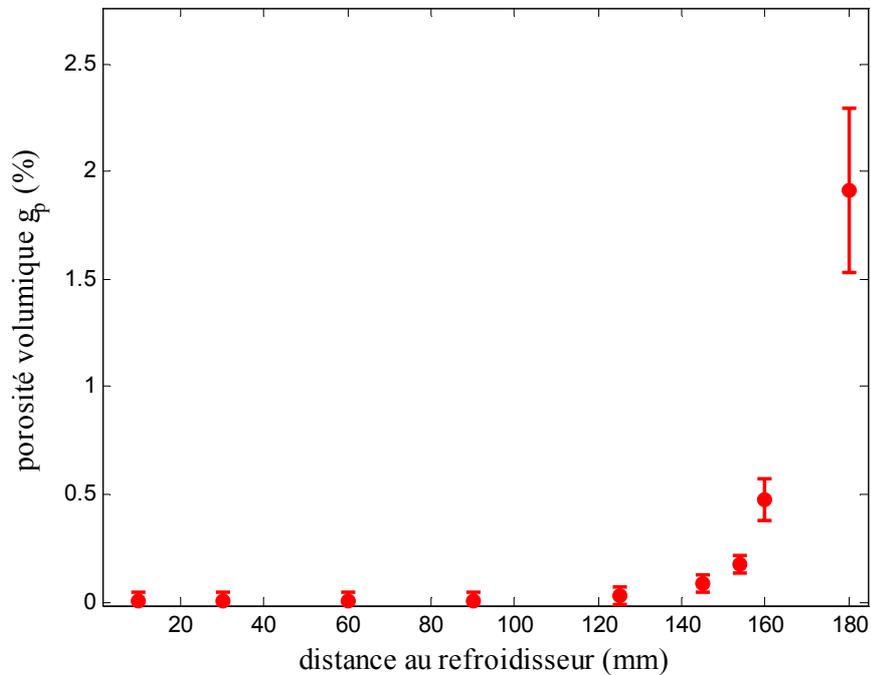


Figure 77 : porosité mesurée avec incertitude associée

5.2.4 Identification du paramètre de transport

Il s'agit d'optimiser ce paramètre de façon à ce que la courbe de porosité calculée soit proche de celle mesurée et encadrée par sa barre d'erreur. La figure 78 présente le résultat de cette identification. Nous avons utilisé un algorithme de Levenberg-Marquardt qui minimise la somme des carrés des écart entre la porosité mesurée et la porosité calculée.

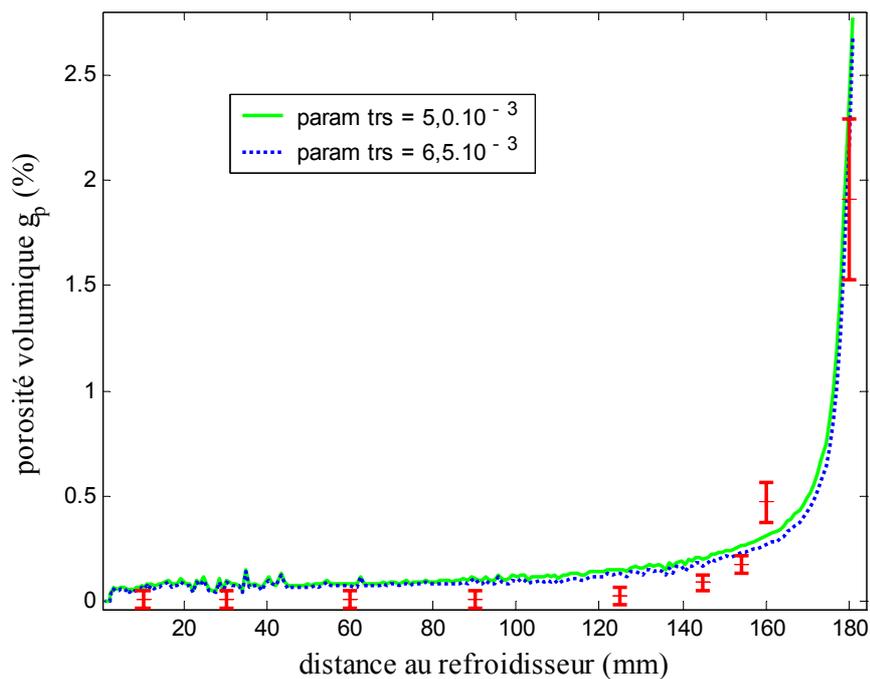


Figure 78 : évolution de la porosité mesurée et simulée pour différents

Nous constatons d'abord un bon accord général du modèle avec les mesures. Nous avons identifié le paramètre $\frac{\alpha\beta C_K d^2 M}{\mu_L}$ à une valeur de $5,75.10^{-3} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ($\pm 15\%$) alors que la valeur estimée était initialement de $78,3 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. L'estimation initiale est donc fautive sur une ou plusieurs des grandeurs du paramètre de transport.

5.3 Discussion

Il semble donc que à première vue le modèle proposé soit en accord qualitatif avec les résultats de l'expérience. Dans un premier temps nous nous intéresserons à la dynamique d'apparition de la microporosité que propose le modèle. Puis nous nous intéresserons à la valeur du paramètre identifié.

5.3.1 Validité du modèle

Les figures 79 et 80 montrent pour deux positions $x = 50$ et $x = 150$ mm du refroidisseur (respectivement des porosités finales de 0,08% et 0,22%) l'évolution de la grandeur $\frac{dg_P}{dt}$ en fonction de la température au point considéré.

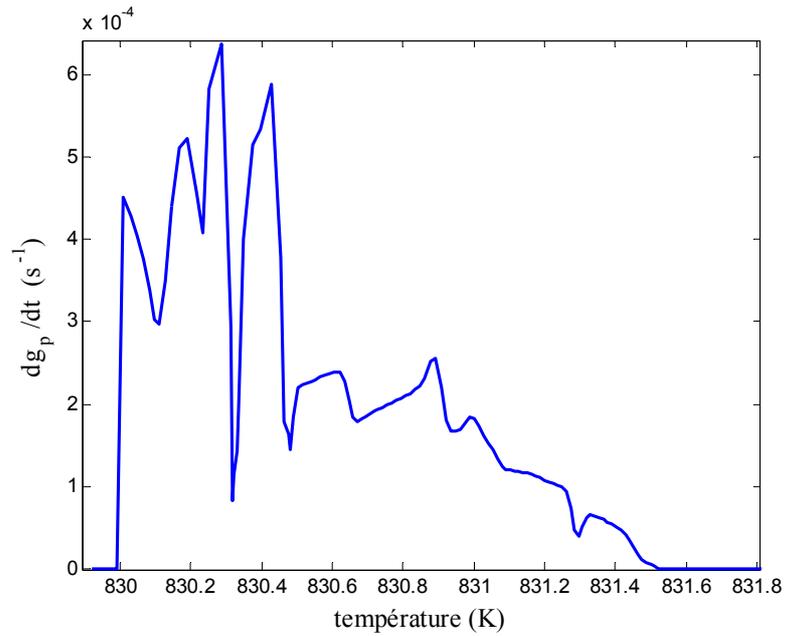


Figure 79 : apparition de la microporosité au cours du refroidissement pour un point situé à $x = 50\text{mm}$; la porosité finale est de 0,08%

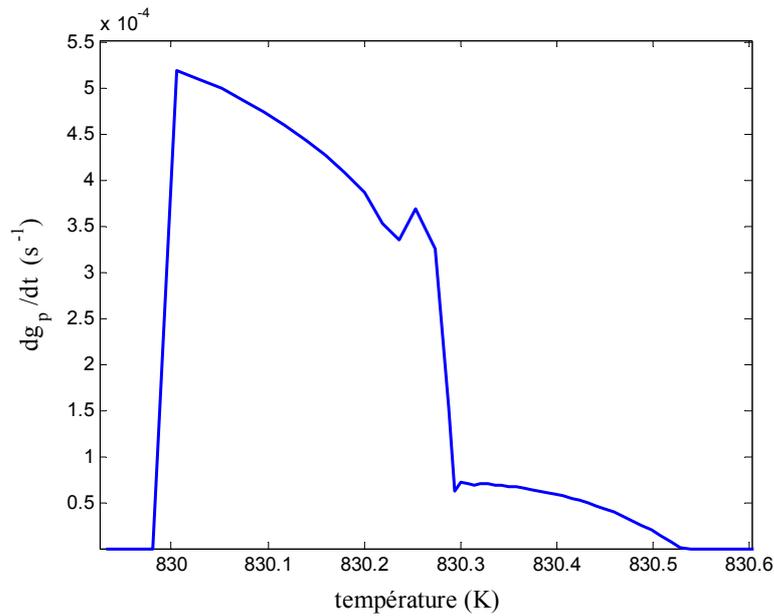


Figure 80 : apparition de la microporosité au cours du refroidissement pour un point situé à $x = 150\text{mm}$; la porosité finale est de 0,22%

Ces figures montrent que la porosité apparaît aux moments ultimes de la solidification (les derniers degrés). Ce fait était déjà postulé par les fondeurs. Nous remarquons aussi que pour les points plus proches de la surface de contact alliage refroidisseur que la solution $T(x,t)$

n'est pas encore très stable : le calcul des gradients et vitesses de solidification est perturbé malgré le filtre.

5.3.2 Interprétation

Tentons d'interpréter le résultat de la valeur identifiée pour le paramètre de transport $\frac{\alpha\beta d^2 C_K M}{\mu_L}$:

- Les valeurs de α et β sont assez bien connues, respectivement 0,91 et 0,086 à $\pm 1\%$. Ces paramètres sont obtenus à partir de masses volumiques liquide et solide.
- La distance moyenne entre les bras secondaires de dendrite d , peut être mesurée, sur un lopin. Nous exposerons le résultat de cette mesure un peu plus loin.
- En ce qui concerne la viscosité dynamique μ_L , le problème est plus complexe. Le terme μ_L représente la viscosité dynamique de l'aluminium liquide, celle-ci est relativement bien connue (environ $1,3 \cdot 10^{-3}$ Pa.s à 660°C pour l'aluminium pur liquide). Mais comme la porosité apparaît lors de la solidification eutectique, μ_L peut être considéré comme la viscosité dynamique de l'aluminium eutectique (12,7% de Silicium) autour de la température eutectique (850K). Cette grandeur est d'un accès moins aisé dans les bases de données. C'est pourquoi nous nous proposons d'utiliser la viscosité de l'aluminium pur à 660°C . Ce choix est couramment fait : par exemple la base de données PamCast fait ce choix.

Ainsi la valeur identifiée est $C_K d^2 M$. Elle est estimée à $9,5 \cdot 10^{-5}$ Pa.m² ($\pm 15\%$)

5.3.3 Estimation de la perméabilité pour identifier la compressibilité

Si nous cherchons à estimer la perméabilité, il s'agit donc d'évaluer le produit $C_K d^2$. De nombreux travaux tentent d'estimer ou de mesurer la perméabilité des alliages d'aluminium. La plupart des études portent sur les alliages aluminium - cuivre. Comme nous l'avons déjà dit cet intérêt marqué pour ce type d'alliage réside dans le fait qu'il est le plus sujet à l'apparition de la microporosité.

On dénombre plusieurs types de travaux :

- La simulation numérique 2D proposée par [NEC2002], [BHA1994] et [SAN2005] : il s'agit à partir de géométrie idéale de zone semi-solide de calculer la perméabilité de la zone

solide en résolvant l'équation de Navier-Stokes (ou la loi d'Hagen-Poiseuille), puis par prise de moyenne de la vitesse de la phase fluide calculer la perméabilité. Sur le même principe les travaux de [WIS1993] et [MEL2004] proposent la résolution de la même équation sur une géométrie réelle issue de photographies de matériau.

- La simulation numérique 3D est exposée dans [BRO2005] : la démarche est la même que précédemment mais en 3 dimensions. La géométrie de la zone semi solide est obtenue par simulation de solidification à l'échelle de la dendrite. La géométrie peut aussi être issue d'analyse d'image 3D, comme présentée par [BER2005], à l'aide de micro-tomographie Rayons X.
- La mesure expérimentale de perméabilité est réalisée par [NIE1999], [DUN1999] et [POI1993]. Cette expérience consiste à provoquer un écoulement gravitaire dans un échantillon semi-solide. La mesure de la perte de charge permet de calculer la perméabilité.

Ce qui ressort de l'ensemble de ces travaux c'est que l'équation de Kozeny-Carman est systématiquement utilisée sous les formes suivantes :

$$K = \frac{g_L^3}{kS_V^2} = \frac{g_L^3}{kS_{VS}^2 g_S^2} = C_K d^2 \frac{g_L^3}{g_S^2} \quad (129)$$

où S_V est la surface spécifique (surface de l'interface solide/liquide par unité de volume), S_{VS} est la surface spécifique solide (surface de l'interface solide/liquide par unité de volume solide) et k une constante qui dépend de la morphologie du milieu (tortuosité, facteur de forme,...).

Dans le tableau 9 sont présentés quelques résultats de simulation, analyses et mesures trouvées dans la bibliographie sur divers alliages à structure dendritique.

Référence	Fraction liquide	Perméabilité (10^{-12} m^2)	Surface spécifique solide (10^4 m^{-1})	d (10^{-6} m)
[BRO2002]	0,32	8,2	3,7	
[SAN2005]	0,3	4		115
[MEL2004]	0,3	8		160
[BER2005]	0,29	2,2	5,2	90
Mesure [DUN1999]	0,33	5,3	3,9	100
Mesure [POI1993]	0,31	0,52	17,9	40

Tableau 9 : quelques valeur de la littérature

Si nous traçons le produit $\frac{K}{\frac{g_L^3}{g_S^2}}$ en fonction de d^2 , nous obtenons la figure 81. Nous

constatons que la pente semble constante : Nous retrouvons la grandeur C_K égale

à $\frac{1}{180} = 0,0056$, couramment utilisée par les fondeurs.

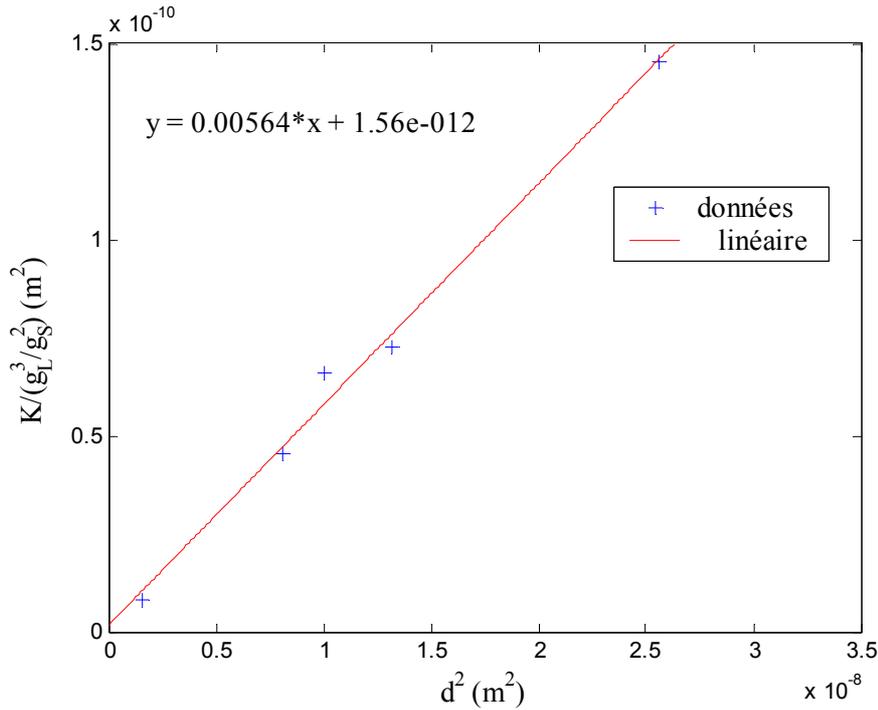


Figure 81 : évolution de $\frac{K}{\frac{g_L^3}{g_S^2}}$ en fonction de d^2

suivant quelques données de la littérature

Ainsi une estimation de la perméabilité peut être faite:

$$K = \frac{d^2}{180} \frac{g_L^3}{g_S^2} \quad (130)$$

La mesure de l'espace entre les bras secondaires de dendrites permet d'estimer la perméabilité de notre milieu poreux.

Cette mesure a été faite en fonction de la distance au refroidisseur x obtenit :

$$d = 27 + 0,38x \text{ avec } d \text{ en } \mu\text{m} \text{ et } x \text{ en mm} \quad (131)$$

ainsi le d moyen est de 62.10^{-6} m.

Nous obtenons donc pour une fraction solide de 0,95 une perméabilité égale à $2,95.10^{-15}$ m².

La valeur identifiée pour $C_K d^2 M$, permet alors d'identifier le module de compressibilité à une valeur de $2,7.10^8$ Pa.

La valeur du module de compressibilité de l'aluminium liquide M est mal connue dans la bibliographie :

- Le module de compressibilité de l'aluminium (solide) pur à la limite du changement de phase (933K) : $7,2 \cdot 10^{10}$ Pa (voir [RAJ2002])

- Le module de compressibilité de l'aluminium (solide) à 20°C : $7,6 \cdot 10^{10}$ Pa (voir [WAN2001], [RAJ2002])
- Le module de compressibilité du mercure (liquide) à 20°C : $0,5 \cdot 10^{10}$ Pa (voir [CRC1990])

Il semble donc que le module de compressibilité de l'aluminium puisse être estimé dans une fourchette de 10^9 à 10^{11} Pa. Une telle incertitude ne permet pas de remonter à l'identification de la perméabilité du milieu. Nous n'aurons donc pas accès à cette grandeur de manière plus fine.

La valeur identifiée pour le module de compressibilité semble donc sous estimée. Plusieurs voies sont possibles, soit la perméabilité est surestimée, soit effectivement le module de compressibilité est plus faible que la valeur attendue, soit un équilibre entre ces deux possibilités.

5.3.4 Estimation de la compressibilité pour identifier la perméabilité.

On se propose de faire le travail inverse que précédemment, il s'agit d'utiliser une valeur issue de la bibliographie pour le module de compressibilité et d'identifier la perméabilité. Comme vu précédemment la perméabilité est selon la bibliographie contenue dans une fourchette allant de 10^9 à 10^{11} Pa. Soit ayant mesuré la valeur de d , nous obtenons C_K identifié sur une large plage allant de $\frac{1}{4 \cdot 10^4}$ à $\frac{1}{4 \cdot 10^6}$. Nous utilisons alors le fait que la constante C_K peut contenir la tortuosité du matériau sous la forme suivante :

$$C_K = \frac{1}{180\tau^2} \quad (132)$$

Alors la tortuosité identifiée vaut entre 15 et 150. Ces grandeurs paraissent grandes, pourtant une résolution de l'équation de Navier-Stokes sur l'image de la figure 38, on obtient des tortuosité de l'ordre de 6 à 19 pour une fraction solide de 0,7 (0,69 après remplissage des canaux non percolants). Il est donc possible que quand la fraction solide atteint 0,9 la tortuosité augmente encore. La tortuosité du milieu peut donc être un élément à approfondir dans cette étude. Peut être faut-il faire évoluer le modèle de perméabilité vers une forme plus complexe lorsque la fraction solide dépasse 0,9 avec une tortuosité qui dépend du DAS et de la fraction solide.

5.3.5 Un paramètre global

En plus du module de compressibilité et de la constante de Kozeny-Carman, l'incertitude sur la viscosité dynamique est aussi un paramètre dont la grandeur doit être considérée avec méfiance. C'est pourquoi en conclusion de cette étude, nous pouvons dire que le paramètre

identifié $\frac{C_K M}{\mu_L}$ a un ordre de grandeur qui corrèle globalement avec la bibliographie, mais

qu'il est difficile de pouvoir identifier séparément l'un des éléments de ce paramètre. Le

paramètre $\frac{C_K M}{\mu_L}$ reste le paramètre à identifier pour l'emploi de ce modèle.

- [BER2005] D. BERNARD, O. NIELSEN, L. SALVO & P. CLOETENS, Permeability assessment by 3D interdendritic flow simulation on micrography mappings Al-Cu alloys, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 392, pp. 112-120, 2005
- [BHA1994] M.S. BHAT, D.R. POIRIER, J.C. HEINRICH & D. NAGELHOUT, Permeability normal to columnar dendrites at high fraction liquid, *Scripta Metallurgica et Materialia*, Vol. 31, No. 3, pp. 339-344, 1994
- [BRO2002] S.G.R. BROWN, J.A. SPITTLE, D.J. JARVIS & R.WALDEN-BEVAN, Numerical determination of liquid flow permeabilities for equiaxed dendritic structures, *Acta. Materialia*, Vol. 50, pp. 1559-1569, 2002
- [CEL2002] D.J. CELENTANO, A thermomechanical model with microstructure evolution for aluminium alloy casting processes, *Int. J. of Plasticity*, Vol. 18, pp. 1291-1335, 2002
- [CRC1990] CRC handbook of chemistry and physics, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 70th edition, 1989-1990
- [DUN1999] A.J. DUNCAN, Q. HAN & S. VISWANATHAN, Measurement of liquid permeability in the mushy zones of aluminium-copper alloys, *Metallurgical and Materials Transactions B*, Vol. 30, pp. 745-750, 1999
- [MAG2001] T. MAGNUSSON & L. ARNBERG, Density and Solidification Shrinkage of Hypoeutectic Aluminium-Silicon Alloys, *Metallurgical and Materials Processing A*, Vol. 32, pp. 2605-2613, 2001
- [MEL2004] M.L.N.M. MELO, E.M.S.RIZZO & R.G.SANTOS, Numerical modal to predict the position, amount and size of microporosity formation in Al-Cu alloys by dissolved gas and solidification shrinkage, *Mat. Science and Engineering A*, No. 374, pp. 351-361, 2004
- [NEC2002] A. NECULAE, B. GOYEAU, M. QUINTAR & D. GODIN, Passive dispersion in dendritic structures, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 323, pp. 367-376, 2002
- [NIE1999] O. NIELSEN, L. ARNBERG, A. MO & H. THEVIK, Experimental determination of mushy zone permeability in aluminium-copper alloys with equiaxed microstructures, *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 30, pp. 2455-2462, 1999
- [PEY1993] R. PEYRET & T.D. TAYLOR, *Computational methods for fluid flow*, Springer-Verlag, New York, 1993, ISBN 0-387-11147-6
- [POI1993] D.R. POIRIER & P. OCANSEY, Permeability for flow of liquid through equiaxial mushy zones, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 171, pp. 231-240, 1993
- [RAJ2002] S. RAJU, K. SIVASUBRAMANIA & E. MOHANDAS, The high temperature bulk modulus of aluminium: an assessment using experimental enthalpy and thermal expansion data, *Solid State Communications*, No. 122, pp. 671-676, 2002
- [SAN2005] R.G. SANTOS & M.L.N.M. MELO, Permeability of interdendritic channels, *Mat. Science and Engineering A*, Vol. 391, pp. 151-158, 2005
- [TIM2003] Jean Jacques PERRIER & Sylvain JACOB, *Techniques de l'ingénieur, traité matériaux métalliques*, référence M 3 635, 2003
- [WAN2001] Z. WANG, P. LAZOR & S.K. SAXENA, A simple model for assessing the high pressure melting of metals: nickel, aluminium and platinum, *Physica B*, Vol. 293, pp. 408-416, 2001

[WIS1993] P. WISNIEWSKI & H.B. BRODY, Microstructural characterisation of interdendritic liquid channels, Materials Science and Engineering, Vol. A165, pp. 45-49, 1993

Chapitre 6: Conclusion et perspectives

Le but de cette étude était d'apporter un moyen de prédiction de l'apparition de la microporosité de retrait. Nous avons montré comment cette étude se démarquait clairement des phénomènes de gazage et que la spécificité des produits fabriqués qui nous intéressent nécessitait une autre approche que celles proposées dans les études antérieures. Nous avons montré comment cette spécificité nous a conduit à proposer un nouveau modèle d'apparition de la microporosité, utilisant le module de compressibilité de l'aluminium, en considérant que les porosités créées sont constituées de vide. Ces cavités apparaissent lorsque, lors de la solidification, la phase liquide ne peut pas compenser les phénomènes de retrait de solidification.

Ce modèle est basé sur les équations de conservation de la chaleur et de la masse en tout point de l'alliage. Ce domaine est constitué d'une partie solide, d'une partie liquide et d'une partie semi-solide. Cette dernière partie est considérée comme un milieu poreux de porosité variable. En effet, au cours de la solidification la partie semi-solide se déplace et s'étend. Cette extension diminue la perméabilité du milieu. Le liquide interdendritique, qui se meut à travers la zone semi-solide afin de compenser les retraits, est freiné par la perméabilité. Quand la perméabilité devient trop faible, le fluide ne peut plus compenser la contraction volumique de solidification locale. Ainsi apparaissent les microporosités.

Cette phénoménologie de l'apparition du défaut de microporosité constitue la particularité du modèle proposé. L'équation de conservation de la masse nécessite l'expression de la vitesse du liquide interdendritique pour calculer la micro-porosité. Cette vitesse est calculée à partir de la loi de Darcy qui lie la perméabilité du milieu (calculée à partir de la relation de Kozeny-Carman) et le gradient de pression local à la vitesse moyenne interdendritique. Le gradient de pression est calculé à partir de la vitesse instantanée de solidification locale et le module de compressibilité de l'aluminium liquide. Cette dernière étape constitue la nouveauté du modèle : le gradient de pression est provoqué par le retrait de solidification. Nous avons montré que ce gradient de pression de retrait est le résultat d'un effet piston.

L'étude de sensibilité de la température et de la fraction volumique de porosité à certains paramètres, dans le cas d'une configuration unidirectionnelle a montré que la fraction

volumique de défaut de microporosité est particulièrement sensible à la température initiale du moule.

Cette étude nous a conduit à réaliser une expérience dans laquelle nous avons mesuré l'évolution de la température au cours du temps dans l'alliage en solidification et la fraction volumique finale de porosité.

A partir de ces mesures et de l'analyse de sensibilité, nous avons pu identifier les paramètres mal connus comme l'émissivité moyenne de l'alliage et le paramètre de « transport » $\frac{C_K M}{\mu_L}$.

Les valeurs des paramètres identifiées semblent cohérentes avec les données disponibles dans la bibliographie. Mais nous n'avons pas pu identifier séparément les termes de ce paramètre.

Avec les valeurs identifiées le modèle est prédictif d'un point de vue qualitatif et quantitatif.

6.1 Perspectives scientifiques

L'étude proposée s'est cantonnée à une étude unidirectionnelle et sur un alliage affiné. Le flux de chaleur et le flux de matière (écoulement interdendritique) ont, dans la configuration unidirectionnelle, le même sens et la même direction. Dans une application 3D il est possible que le flux de chaleur et le flux de matière aient des directions différentes. Dans le cas d'une structure dendritique colonnaire par exemple, cela pose un problème de modification de la zone semi-solide du point de vue de l'écoulement de matière. Ceci constitue une restriction du modèle aux matériaux à structure dendritique équiaxe.

Une caractérisation de la perméabilité à partir d'imagerie 2D (image optique de surface polie) ou 3D (micro tomographie rayon X d'échantillon) permettrait de mesurer le terme C_K qui prendrait en compte la tortuosité du milieu par exemple. A partir de cette mesure nous aurons accès à la caractérisation du paramètre $\frac{M}{\mu_L}$ du matériau qui ne dépend pas de la géométrie du milieu semi-solide. Ainsi nous pourrions dissocier les paramètres géométriques des paramètres physiques M et μ_L .

6.2 Perspectives industrielles

A terme, la finalité de ce modèle est d'être opérationnel pour les services de bureau d'étude. Dans un premier temps le post traitement de résultats de calculs de solidification issus de

logiciels industriels va être effectué. Il va être nécessaire de vérifier la compatibilité du modèle avec les résultats de simulation de logiciels industriels. La vérification se fera dans le cas de figure simple proposé dans ce travail.

Des expérimentations vont être menées sur des cas 3D simples afin de continuer à valider le modèle dans des configurations se rapprochant des moules métalliques. Puis nous ferons évoluer la géométrie jusqu'à une géométrie réellement industrielle.

L'extension à d'autres matériaux est aussi une perspective à ce travail. L'expérience telle qu'elle est présentée dans ce travail peut constituer une caractérisation du paramètre $\frac{C_K M}{\mu_L}$

pour d'autres matériaux à structure dendritique équiaxe.

MODÈLE PRÉDICTIF DE L'APPARITION DE LA MICROPOROSITÉ DE RETRAIT DURANT LA SOLIDIFICATION D'UN ALLIAGE ALUMINIUM SILICIUM

RESUME :

Dans le système de freinage l'utilisation de pièces en alliage d'aluminium de fonderie est courante. Ce type de système nécessite une fiabilité des éléments qui se traduit par un besoin de maîtrise de la santé matière des produits. Le modèle proposé a pour but de prédire l'apparition de micro-défauts : les microporosités de retrait. Ceux-ci apparaissent lors de la solidification et diminuent la durée de vie des systèmes.

Ce travail propose la modélisation de l'apparition de ces défauts lors d'une solidification d'un alliage Aluminium Silicium. Cette contribution se démarque des travaux traitant des phénomènes liés à la variation de solubilité des gaz dans l'aluminium lors de la solidification. Ce travail s'intéresse aux phénomènes de retrait dans le cas où il n'y a pas rupture d'alimentation. Le milieu semi-solide est considéré comme un milieu poreux. Lorsque la perméabilité de ce milieu est trop faible le retrait de solidification ne peut être compensé par déplacement de liquide. Ce modèle s'appuie sur un couplage entre la thermique de la solidification et le transfert de masse (écoulement interdendritique).

Le modèle proposé utilise peu de paramètres. Ce caractère parcimonieux du modèle et l'incertitude sur la valeur de certains paramètres ont permis l'identification des dits paramètres. Ce travail d'identification par méthode inverse a nécessité des expérimentations, dans une configuration permettant de maîtriser les conditions aux limites.

MOTS CLES :

Fonderie, alliage d'aluminium, micro-défaut de retrait, milieu semi-solide, perméabilité

PREDICTIVE MODEL OF SHRINKAGE MICROPOROSITY APPARITION DURING ALUMINIUM SILICIUM ALLOY SOLIDIFICATION

ABSTRACT :

In a brake system, the foundry aluminium alloy is commonly used. This kind of system needs highly reliable elements. These elements involve having mastered material health of the components. The main goal of our model is to predict the apparition of micro defects: the shrinkage microporosity. They appear while solidification takes place and decrease systems lifetime.

This work introduces a new model for defects apparition during a Aluminium-Silicium Alloy solidification. Our contribution differentiates from gas solubility variation studies in aluminium while solidification, as it deals with shrinkage phenomenon when there is no supplying rupture. The semi liquid medium is considered as a porous environment. When permeability is too low, shrinkage solidification cannot be compensated by the liquid displacement. This model is built using both thermal solidification and mass transfer (interdendritic mass flow).

Our model is economic parameters-wise. This parsimony and the uncertainty of some parameters have allowed the identification of those special parameters. This inverse method identification work has required special experimentations, where boundary conditions had to be controlled.

KEYWORDS :

Foudry, aluminium alloy, shrinkage micro-defect, semi-solid media, permeability