

# UMA PROPOSTA DE ENSINO ENVOLVENDO PROGRAMAÇÃO LINEAR E DESENVOLVIDA NO ENSINO MÉDIO

## A TEACHING PROPOSAL INVOLVING LINEAR PROGRAMMING AND DEVELOPED IN HIGH SCHOOL

Sheila de Assis

Suzamara Bautitz

Eliane Suely Everling Paim

**Resumo:** Nesse artigo é apresentado os resultados de uma proposta pedagógica aplicada numa turma do ensino médio cujo principal objetivo era introduzir a Programação Linear nessa etapa do ensino e enfatizar que problemas diretamente ligados ao cotidiano podem ser resolvidos, utilizando conteúdos ministrados na disciplina de matemática. Os resultados aqui apresentados são frutos de uma pesquisa realizada num curso de pós-graduação nível Lato Sensu. A proposta foi aplicada numa turma de segundo ano do ensino médio de uma escola estadual localizada na zona rural do município de Ipumirim, estado de Santa Catarina. Essa turma foi selecionada, porque de acordo com a ementa da disciplina de matemática da referida escola, os alunos nessa fase do ensino, apresentam conhecimentos de todos os tópicos necessários para o desenvolvimento dessa atividade, sendo eles: equações e inequações lineares, sistemas lineares, organização e tratamento de dados, geometria analítica. As metodologias envolvidas foram Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Após a execução de todas as etapas da proposta pedagógica desenvolveu-se o interesse dos alunos pela aprendizagem de conteúdos da disciplina. O objetivo do trabalho foi alcançado já que no término da atividade, os alunos conseguiram apontar, discutir, modelar e solucionar um problema associado ao cotidiano.

**Palavras-chave:** Programação Linear. Modelagem matemática. Cotidiano.

**Abstract:** This article presents the results of a pedagogical proposal applied in a high school class whose main objective was to introduce Linear Programming at this stage of teaching and emphasize that problems directly linked to everyday life can be solved, using content taught in the discipline of mathematics. The results presented here are the result of research carried out on a Lato Sensu graduate course. The proposal was applied to a second-year high school class at a state school located in the rural area of the municipality of Ipumirim, state of Santa Catarina. This class was selected because, according to the mathematics subject of the school, the students in this phase of teaching present knowledge of all the topics necessary for the development of this activity, namely: linear equations and inequalities, linear systems, organization and treatment of data, analytical geometry. The methodologies involved were Mathematical Modeling and Problem Solving. After carrying out all the stages of the developed pedagogical proposal, students' interest in learning the subject's contents was noticed. The objective of the work was achieved since at the end of the activity, students were able to point out, discuss, model and solve a problem associated with daily life.

**Keywords:** Linear Programming. Mathematical modeling. Daily.

## INTRODUÇÃO

Muitas vezes, o aluno na sala de aula é instigado a resolver exercícios de física e química utilizando um grande número de fórmulas; a conjugarem inúmeros verbos na disciplina de

português; a localizarem países, cidades e rios num determinado mapa e a resolver exercícios de matemática abordando os mais variados assuntos. No que diz respeito ao conteúdo de matemática, surge um questionamento: nossos alunos conseguem identificar que diversos conhecimentos matemáticos adquiridos no ambiente escolar, resolvem inúmeros problemas do cotidiano?

Diante desse e outros questionamentos e na busca por uma aprendizagem mais significativa, muitos professores são encorajados a desenvolverem e aplicarem diferentes práticas pedagógicas nas suas aulas.

Esse trabalho, resultado de uma pesquisa realizada num programa de Pós-Graduação em Educação Matemática nível *Latu Sensu*, apresenta uma proposta de ensino envolvendo a Programação Linear, associada a aplicação de certos conteúdos matemáticos ministrados no ensino médio. O principal objetivo dessa proposta é associar a resolução de problemas simples presentes no cotidiano dos alunos, a conteúdos matemáticos ministrados no ambiente escolar. Para o desenvolvimento dessa proposta, utilizou-se as metodologias de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

A Programação Linear segundo Prado (2004) é uma poderosa técnica de planejamento, capaz de produzir excelentes resultados dos mais variados problemas. Na maioria das vezes são problemas de otimização, ou seja, determinar o máximo ou o mínimo de determinadas situações.

O estudo da Matemática não contempla em sua Base Nacional Curricular para o ensino médio o estudo da Programação Linear, porém, problemas resolvidos por Programação Linear envolvem determinados assuntos abordados no ensino médio, tais como: inequações e equações lineares, funções, matrizes, determinantes e geometria analítica.

Na literatura, existem trabalhos publicados considerando a aplicação da Programação Linear no ensino médio, objetivando despertar no aluno um maior interesse pela busca de conhecimento na área da matemática.

Melo e Fachin (2012) apresentaram uma proposta de estudo da Programação Linear no ensino médio. A aplicação dessa atividade foi por meio de uma sequência didática que teve como público alvo, um grupo de alunos de uma escola pública da rede federal. Neste trabalho foi adotado a metodologia de resolução de problemas. Após a aplicação da atividade, os autores perceberam uma satisfação geral entre os alunos participantes, sendo que alguns deles demonstraram interesse em continuar estudando o tema proposto. A atividade também possibilitou uma efetiva participação dos alunos na construção de seu próprio conhecimento.

Lyra e Queiroz (2015) exibem um trabalho que contextualiza no ensino médio a Programação Linear a partir da resolução de sistemas lineares. O principal objetivo da proposta é

mostrar aos discentes que muitos problemas reais podem ser resolvidos utilizando a Programação Linear e fazendo uso de conhecimentos de sistemas de equações e inequações lineares, além do apoio de softwares matemáticos.

Esses e outros trabalhos presentes na literatura objetivam desenvolver estratégias de ensino que possam ser capazes de estreitar a relação entre o aluno e a matemática. D'Ambrosio (2005, p.65) afirma que:

[...] uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações problemas caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, mais atual, visa a construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida. O processo de formalização é lento e surge da necessidade de uma nova forma de comunicação pelo aluno. Nesse processo o aluno envolve-se com o "fazer" matemática no sentido de criar hipóteses e conjecturas e investigá-los a partir da situação problema proposta. (D'AMBROSIO, U. 2005, p. 65).

O trabalho foi desenvolvido numa turma de segundo ano do ensino médio de uma escola estadual localizada na zona rural do município de Ipumirim, estado de Santa Catarina.

O presente artigo foi organizado da seguinte maneira: no item 1 apresenta-se uma sucinta explanação da Programação Linear e da Pesquisa Operacional, abordando sua história, desenvolvimento, explicação dos principais conceitos envolvidos e as principais áreas de atuação. A Modelagem Matemática e a Resolução de problemas são abordadas nos itens 2 e 3. Já no item 4 encontra-se a metodologia adotada neste trabalho enquanto que os resultados e discussões do desenvolvimento da prática proposta aparecem no item 5, seguida das considerações finais do trabalho.

## 1. PROGRAMAÇÃO LINEAR

Embalada pelo conflito com a Alemanha durante a segunda guerra mundial, a Pesquisa Operacional teve sua origem na Grã-Bretanha em 1938. Nessa época, seu principal intuito era de otimizar cálculos para obter êxito durante as batalhas contra as tropas inimigas. A Programação Linear, no ramo da programação matemática, é uma importante área da Pesquisa Operacional que com as características de um problema, objetiva buscar uma solução ótima. Essas características estão associadas a um conjunto de equações lineares. Na expressão "Programação Linear", o termo "programação" não está relacionado a programação de computadores ou linguagens de programação, mas sim ao planejamento de recursos devido às condições iniciais dadas. Diz-se que a Programação Linear é a técnica mais utilizada da Pesquisa Operacional.

A Programação Linear é uma ferramenta utilizada para encontrar o lucro máximo ou o lucro mínimo em situações nas quais temos diversas opções de escolhas e que estão sujeitas a algum tipo de restrição ou regulamento.

Em 1947, enquanto trabalhava para a Força Aérea Americana produzindo técnicas de otimização, George Dantzig, cientista matemático, desenvolveu o método Simplex, capaz de resolver qualquer problema de Programação Linear. O algoritmo Simplex requer uma grande quantidade de cálculos que inicialmente eram resolvidos manualmente. Com o surgimento do computador, a Programação Linear encontrou um grande aliado.

Para uma melhor compreensão da Programação Linear, alguns conceitos devem ser esclarecidos: *(i)* Modelo: representação simplificada de um determinado comportamento por meio de equações matemáticas capazes de simular a realidade; *(ii)* Variáveis de decisão: são as variáveis utilizadas no modelo matemático podendo ser controladas pelo tomador de decisão; *(iii)* Parâmetro: são as variáveis utilizadas no modelo matemático que não podem ser controladas pelo tomador de decisão; *(iv)* Função-objetivo: é definida como uma função matemática que representa o principal objetivo do tomador de decisão e *(v)* Restrições: expressam o que pode ou não ser feito e/ou quais são as limitações dos recursos ou das atividades que estão vinculadas ao modelo matemático.

Em outras palavras, ao considerar problemas de Programação Linear, busca-se maximizar ou minimizar uma função denominada de função objetivo aliada a diversas restrições impostas pelo problema dado, representado matematicamente por equações e/ou inequações lineares.

Segundo Lins e Calôba (2006, p.7):

De forma simplificada, pode-se dizer que a utilização de modelos de Programação Linear compreende as etapas de formulação do Problema de Programação Linear (PPL), resolução e validação de resultados. A primeira etapa corresponde à representação matemática do problema de que está modelando. É a etapa básica da programação linear, onde são definidas as variáveis e suas relações, reconhecidas as restrições relevantes ao caso em estudo e expresso(s) o(s) objetivo(s). (LINS; CALÔBA, 2006, p.7).

Na prática, a Programação Linear tem sido aplicada em diversas áreas, entre elas: alimentação, rotas de transporte, manufatura, siderurgia, petróleo, agricultura, carteira de investimentos, mineração, localização industrial e outras áreas.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática é uma tendência de ensino que possibilita ao docente desenvolver aulas voltadas a temas de interesse dos alunos. Esses temas podem surgir da

investigação, da curiosidade ou de uma situação-problema evidenciada pelos discentes. O professor deve estar bem preparado ao desenvolver atividades utilizando essa metodologia, pois a mesma possibilita explorar vários conteúdos do currículo escolar. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.79) ressaltam que a Modelagem Matemática:

[...] No contexto da Educação Matemática, pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como se observa o mundo. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, P.79).

Assim sendo, a Modelagem Matemática é uma linguagem pela qual pode-se transformar problemas reais em problemas matemáticos. Estando em consonância com os dizeres de Golbarg e Luna (2005, p.9) que enfatizam a modelação junto a Programação Linear:

A construção de modelos determina a inclusão de parâmetros e constantes que serão responsáveis pela definição e dimensionamento das relações entre as variáveis do modelo (constante de similaridade). Na fase de validação do modelo, cumpre comparar seu comportamento com a realidade e, se necessário, atuar sobre esses elementos de forma a aproximar ao máximo o comportamento do sistema modelado ao do sistema real. (GOLBARG; LUNA, 2005, p.9).

Para desenvolver a resolução de problemas originados no cotidiano, recomenda-se incentivar os estudantes a utilizarem conhecimentos previamente adquiridos no ambiente escolar e associados a novas conexões cognitivas que os auxiliam na resolução de forma clara e objetiva. Essa prática ajuda os discentes a perceberem a aplicabilidade prática da matemática no meio em que vive.

Segundo Biembengut (2011, p.18), uma estudiosa do ramo da Educação Matemática, um modelo matemático pode ser definido como: “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema da situação real”.

Muitas situações que envolvem o nosso dia a dia, apresentam problemas que necessitam soluções e tomadas de decisões. Alguns desses problemas podem ser resolvidos envolvendo uma matemática simples, como por exemplo, o percurso de uma determinada distância mantendo-se uma velocidade média ou mesmo o cálculo do volume de um determinado recipiente cilíndrico. A modelagem matemática é um processo que objetiva a obtenção de um modelo e sua construção requer criatividade e conhecimento matemático. De acordo com Biembengut (2011, p.15): “A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Para a elaboração de um modelo matemático eficiente, Biembengut (2011, p.13) sugere uma sequência de procedimentos indispensáveis, divididos em três etapas:

- a) Inteiração
  - reconhecimento da situação-problema;
  - familiarização com o assunto a ser modelado referencial teórico.
- b) Matematização
  - formulação do problema hipótese;
  - resolução do problema em termos do modelo
- c) Modelo matemático
  - interpretação da solução;
  - validação do modelo avaliação (BIEMBENGUT, 2011, p. 13).

Sobre a primeira etapa, após a definição da situação-problema que se deseja estudar, recomenda-se a realização de um estudo detalhado do assunto a ser abordado. Na segunda etapa (matematização), o objetivo principal é atingir um conjunto de fórmulas, expressões aritméticas, gráficos, representações, equações/inequações algébricas ou programas computacionais que vão auxiliar na resolução do problema proposto. A terceira e última etapa que envolve o modelo matemático, destaca a importância do nível de confiabilidade na sua utilização. Na finalização de um modelo, é importante a preparação de um relatório que descreva todos os passos desenvolvidos, visando sempre o aprimoramento do processo.

### 3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De um modo geral, os problemas matemáticos trabalhados nas salas de aulas são repetitivos porque objetivam a fixação de conteúdos ministrados recentemente. Esse procedimento impede que o aluno desenvolva seu raciocínio lógico. É indispensável que o docente adote metodologias capazes de despertar a curiosidade do aluno e a autoconfiança na resolução dos problemas propostos. A metodologia de resolução de problemas contribui positivamente para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois colabora para o desenvolvimento de um pensamento matemático crítico.

Para Polya (1978),

O professor que deseja desenvolver nos alunos o espírito solucionador e a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Por meio desta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer (POLYA, 1978).

A tarefa de ensinar a resolver problemas não é uma atividade muito fácil de ser executada. Segundo Dante (1999), a resolução de problemas não é um mecanismo direto de

ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisa ser cuidadosamente desenvolvido pelo aluno com o apoio e estímulo do docente. Neste caso o professor deixa de ser o transmissor do conhecimento para assumir o papel de colaborador no processo de ensino e aprendizagem do aluno.

Para que o aluno seja capaz de resolver uma situação problema proposta, é indispensável ter um enunciado claro e objetivo.

#### 4. METODOLOGIA

O presente trabalho apresenta uma proposta de ensino considerando a Programação Linear como forma de contextualização de conhecimentos abordados na disciplina de matemática. Tal proposta foi introduzida numa turma de segundo ano do ensino médio da Escola de Educação Básica Orides Rovani, localizada na zona rural do município de Ipumirim, estado de Santa Catarina. A turma possui 10 alunos, sendo 5 meninos e 5 meninas. Essa turma foi selecionada porque, de acordo com as ementas da disciplina de matemática da referida escola, os alunos nessa etapa do ensino, apresentam conhecimentos prévios de todos os tópicos necessários para o desenvolvimento do trabalho.

Procura-se com essa proposta abordar a Programação Linear, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, compreender os problemas apresentados, criar modelos matemáticos, discutir diferentes métodos para a resolução do problema proposto, abordar a resolução de equações, inequações e sistemas lineares. Nos problemas serão considerados a resolução de situações que envolvam duas ou três variáveis.

A execução do trabalho iniciou-se com observação da turma em questão pelas pesquisadoras com o intuito de obter informações relevantes sobre o grupo. Em paralelo, uma detalhada revisão bibliográfica de trabalhos que envolviam a mesma temática foi realizada. Encerrada essa etapa, iniciou-se a elaboração de uma proposta pedagógica que mais tarde seria aplicada na turma.

A proposta mencionada acima, era composta pelos seguintes tópicos: *(i)* abordagem histórica do surgimento da Pesquisa Operacional e da Programação Linear no Brasil e no mundo; *(ii)* apresentação e discussão de um problema do cotidiano; *(iii)* definição de alguns conceitos básicos da Programação Linear; *(iv)* organização dos dados e a criação do modelo matemático; *(v)* resolução do problema apresentado usando diferentes métodos; *(vi)* discussão dos resultados obtidos, *(vii)* apresentação, discussão e resolução de um problema proposto pelos alunos.

Todas as etapas foram elaboradas valorizando a participação do aluno.

A aplicação da proposta pedagógica ocorreu no mês de junho de 2019, no decorrer de 10 aulas com duração de 45 minutos cada. A atividade foi aplicada em aproximadamente 3 semanas.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O trabalho aqui apresentado iniciou-se com a apresentação da autora e a explicação das atividades que seriam desenvolvidas nas próximas aulas de matemática. Deixou-se claro que o objetivo da atividade era associar os conhecimentos adquiridos na sala de aula ao contexto do cotidiano dos estudantes.

Diante da apresentação e discussão de algumas situações presentes no cotidiano, a primeira etapa da atividade procurou saber se os alunos compreendiam que a resolução de tais situações, estavam associadas a aplicação de conteúdos abordados na disciplina de matemática. Percebeu-se que alguns conteúdos eram mais fáceis de serem associados, enquanto que outros, os alunos não faziam ideia de onde poderiam ser aplicados. Na sequência, enfatizou-se o quanto conteúdos adquiridos no ambiente escolar podem contribuir para a resolução de situações do dia a dia.

Na segunda etapa da prática pedagógica, o surgimento e definição da Pesquisa Operacional e da Programação Linear no Brasil e no mundo foram abordados. Utilizou-se vídeos e textos para elucidar o assunto em pauta. Foram destacados alguns exemplos de áreas de aplicação da Programação Linear. Nesse momento, os alunos movidos pela curiosidade interagiram intensamente com a pesquisadora.

Na sequência, sugeriu-se que os alunos realizassem em dupla a leitura e compreensão do seguinte problema: um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas: (a) A (arrendamento) – Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana de açúcar a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra R\$ 300,00 por alqueire por ano; (b) P (pecuária) – Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/alq.) por ano e irrigação (100.000 litros de água/alq.). O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 400,00 por alqueire por ano e (c) S (plantio de soja) – Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água/alq. para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$ 500,00 por alqueire por ano. Estão disponíveis por ano: 12.750.000 litros de água; 14.000 kg de adubo e 100 alqueires de terra. Quantos alqueires deverão destinar-se a cada atividade para proporcionar o melhor retorno? Construa o modelo matemático.

Após alguns minutos, quando a discussão da interpretação do texto foi aberta a toda a sala de aula, percebeu-se que a maioria da turma não havia compreendido o objetivo principal do problema. Assim, para melhorar o entendimento da turma, os dados do problema foram discutidos, organizados e expostos no quadro de giz para que todos tivessem acesso. Com essa ação, percebeu-se melhoria na compreensão do problema.

No próximo encontro, o problema da confeitaria continuou sendo discutido. Nesse momento, trabalhou-se com a definição de modelo matemático, variáveis, parâmetros, função objetivo e restrição, iniciando assim, a modelagem do problema proposto.

Segundo Goldbarg e Luna (2005, p.15):

A dificuldade de formular um problema é semelhante à de representar adequadamente um sistema do mundo real. O primeiro nível de dificuldade incide sobre o modelador (ou a equipe) e está associado à sua capacidade de perceber os relacionamentos entre causa e efeito e encontrar as causas fundamentais. Um segundo nível engloba o domínio das técnicas de representação do fenômeno em um contexto diferente do original, o contexto do modelo. (GOLDBARG; LUNA, 2005, p.15).

Da discussão coletiva, concluiu-se que o principal objetivo do problema era maximizar o lucro do fazendeiro. Depois de uma minuciosa análise dos dados do problema, a função objetivo foi definida em conjunto com toda a classe e exposta no quadro de giz.

Definida e compreendida a função objetivo, o próximo passo foi compreender as restrições presentes no problema e escrevê-las na forma de equações e/ou inequações matemáticas. Após várias discussões e algumas intervenções da pesquisadora, os alunos apresentaram as equações e/ou inequações que representavam as três atividades produtivas do fazendeiro.

Com o problema modelado matematicamente, os alunos apontaram que outras situações presentes no cotidiano também podiam ser representadas por expressões matemáticas. O conteúdo de equações e inequações aprendidas no decorrer dos anos passaram a ter outro significado para os alunos dessa turma. Mas a indagação foi unânime: Como resolver o problema?

No encontro seguinte, a turma foi dividida em dois grupos e após algumas intervenções da pesquisadora, os alunos encontraram a solução para o problema por meio da resolução de sistemas lineares. Para finalizar essa fase, cada equipe nomeou um representante que posicionou-se diante dos colegas e explicou o passo a passo que cada grupo adotou para solucionar o problema. As resoluções encontradas foram expostas detalhadamente no quadro de giz.

Os alunos foram orientados a seguir basicamente a proposta de encaminhamento de resolução de problemas sugerida por Polya (1994):

- 1ª etapa: compreensão do problema;
- 2ª etapa: construção de uma estratégia de resolução;
- 3ª etapa: execução da estratégia e
- 4ª etapa: revisão da solução.

Os alunos foram convidados a apresentarem outras situações do dia a dia cuja solução estava associada a sistemas lineares. Esse foi considerado um dos momentos mais rico da atividade pois quase todos os alunos conseguiram expor uma situação problema vivenciada no cotidiano.

Na próxima etapa da execução do trabalho, os alunos e a pesquisadora deslocaram-se até o laboratório de informática da escola e lá a resolução do problema foi trabalhada por meio do método gráfico, utilizando o Software Graph. Esse software está disponível gratuitamente para o sistema Windows e tem como principal finalidade gerar gráficos de funções matemáticas. Na realização dessa atividade, foi fundamental a aplicação de conhecimentos associados a geometria analítica.

No laboratório, os alunos tiveram a oportunidade de plotar os gráficos das restrições, da função objetivo e analisar a região de possíveis soluções. A resolução do problema também foi explorada com a utilização do Software Lindo (Linear, Interactive and Discrete Optimizer).

O Software Lindo foi desenvolvido pela Lindo Systems Inc. de Chicago, EUA, para a resolução de modelos de programação linear, quadrática ou inteira, sendo possível a resolução de problemas de até 100.000 variáveis. Esse software funciona no ambiente Windows e está disponível em várias versões.

Finalizada essa etapa do trabalho, percebeu-se que os alunos estavam motivados e mais convencidos que a resolução de problemas vivenciados no dia a dia, poderiam ser obtidas com a aplicação de conhecimentos adquiridos nas aulas de matemática.

Na próxima fase da prática pedagógica, solicitou-se que a turma pensasse num problema do cotidiano e que pudesse ser resolvido utilizando a aplicação da Programação Linear, assim como no problema trabalhado anteriormente. A única restrição solicitada foi que a situação apresentasse no máximo três variáveis. Após minutos de conversa, os alunos propuseram calcular o lucro obtido com a venda do tradicional doce “pé de moleque”, efetuada pela escola durante as festividades juninas.

Esse também foi um momento gratificante, pois percebeu-se que os alunos além de executarem as etapas da proposta pedagógica aplicada até o momento, compreenderam o que fizeram e conseguiram propor uma situação que envolvesse o assunto sugerido (Programação Linear). A boa compreensão dos alunos se deve ao fato da sequência didática ter sido elaborada

considerando inicialmente uma situação-problema contextualizada e inserida dentro de uma realidade próxima do aluno. Considera-se que a valorização da participação ativa do aluno também tenha gerado bons frutos.

Certos da decisão, os alunos foram buscar informações mais precisas sobre a fabricação e comercialização do doce com os principais responsáveis. Descobriu que a escola produz três tipos do doce, tendo os seguintes materiais principais: açúcar mascavo, açúcar cristal e chocolate.

De acordo com Burak e Aragão (2012, p.93):

Conhecer mais sobre o tema, ou seja, buscar informações no local onde se localiza o interesse do grupo de pessoas envolvidas, além de constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de modelagem, é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico, mais atento (BURAK; ARAGÃO, 2012. p.93).

Após a coleta dos dados necessários, os alunos apresentaram a seguinte problemática: para a produção dos doces de pé de moleque que serão vendidos durante a festa junina da escola, encontra-se disponível os seguintes ingredientes: 12 kg de açúcar mascavo, 15 kg de açúcar cristal, 18 kg de chocolate, 75 kg de amendoim, 12 unidades de creme de leite de 150 ml, 12 unidades de leite condensado de 395 ml, 10 litros de leite. Para 10 unidades de pé de moleque de açúcar mascavo e açúcar cristal vendidos tem-se um lucro de R\$ 10,00 e para 10 unidades comercializadas de pé de moleque de chocolate tem-se um lucro de R\$ 7,50. Para a produção de 10 unidades de pé de moleque de açúcar cristal são necessários os seguintes ingredientes: 1 kg de açúcar cristal; 1,4 kg de amendoim; 100 ml de creme de leite; 200 ml de leite condensado e 200 ml de leite. Para a produção de 10 unidades de pé de moleque de açúcar mascavo são necessários: 1 kg de açúcar mascavo; 1,4 kg de amendoim; 100 ml de creme de leite; 200 ml de leite condensado e 200 ml de leite. E para a produção de 10 unidades de pé de moleque sabor chocolate utiliza-se 2 kg de amendoim e 1 kg de chocolate.

Logo após a descrição do problema, os alunos apresentaram a seguinte expressão como função objetivo do problema:

$$L = 10x + 10y + 7,50z \quad (1)$$

Onde:

L = representa o lucro a ser obtido;

x = a quantidade (em dezena) do doce pé de moleque feito de açúcar cristal;

y = a quantidade (em dezena) do doce pé de moleque feito de açúcar mascavo e

z = a quantidade (em dezena) do doce pé de moleque feito de chocolate.

Sobre as restrições foram apresentadas as seguintes inequações:

$$\text{Amendoim: } x + y + 2z \leq 75 \quad (2)$$

$$\text{Açúcar cristal: } 1,2 x \leq 15 \quad (3)$$

$$\text{Açúcar mascavo: } 1,2 y \leq 12 \quad (4)$$

$$\text{Chocolate: } z \leq 18 \quad (5)$$

$$\text{Creme de leite: } 100x + 100y \leq 900 \quad (6)$$

$$\text{Leite condensado: } 200x + 200y \leq 2370 \quad (7)$$

(7)

$$\text{Leite: } 0,2x + 0,2y \leq 10 \quad (8)$$

(8)

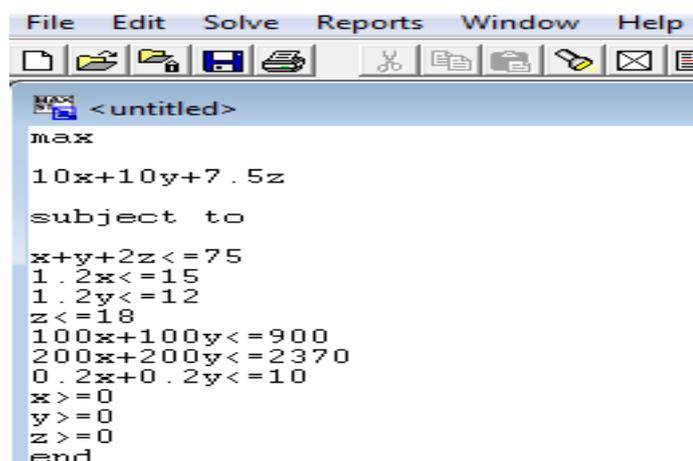
$$x \geq 0; y \geq 0 \text{ e } z \geq 0$$

(9)

Além de apresentar a descrição do problema, a definição das variáveis, da função objetivo e das restrições, os alunos solucionaram o problema utilizando o Software Lindo, como mostra a Figura 1. A solução algébrica do problema também foi apresentada. Em conformidade com Colin (2007, p.28):

Para um problema colocado na forma padrão, o algoritmo simples caminha de uma solução viável para outra, de modo que o valor da função – objetivo é diminuído até o ponto ótimo ser alcançado. O algoritmo pode ser definido como contendo, grosso modo, três partes: inicialização (o algoritmo prepara os dados de entrada), interação (o algoritmo repete diversas vezes o procedimento e faz com que a otimização do modelo seja alcançada) e regra de parada (o algoritmo avalia a solução ótima foi obtida, ou se é impossível obtê-la). (COLIN, 2007, p. 28).

**Figura 1:** Função objetivo e restrições do problema digitadas no Software Lindo.



```
File Edit Solve Reports Window Help
max
10x+10y+7.5z
subject to
x+y+2z<=75
1.2x<=15
1.2y<=12
z<=18
100x+100y<=900
200x+200y<=2370
0.2x+0.2y<=10
x>=0
y>=0
z>=0
end
```

Fonte: As autoras

A fase final da execução da proposta pedagógica aconteceu na sala de aula com a socialização dos resultados encontrados. Esse foi mais um momento de muita riqueza, pois os alunos demonstraram interesse e satisfação na execução da atividade. Mais de 70% da turma pode relatar que a atividade aplicada trouxe um significado positivo para os conteúdos ministrados nas aulas de Matemática. Eles puderam perceber que o que se aprende na sala de aula pode perfeitamente ser aplicado no dia a dia.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho apresenta uma proposta didática que insere a Programação Linear no ensino médio como uma aplicação natural de alguns tópicos ministrados, sendo eles: equações e inequações lineares, sistemas lineares, função afim, geometria analítica. A aplicação da proposta sucedeu-se numa turma de segundo ano do ensino médio, composta por 10 alunos e localizada no estado de Santa Catarina.

Para a confecção da proposta optou-se pela criação de um planejamento criterioso valorizando sempre a participação do aluno. Ressalta-se que bons resultados em qualquer atividade, sendo da área da educação ou não, podem ser atingidos por meio de um planejamento prévio eficiente.

O trabalho desenvolvido na turma em questão foi planejado a partir de revisões bibliográficas relacionadas com temática abordada e observações no comportamento da turma. A proposta pedagógica desenvolvida é composta por uma revisão histórica do surgimento da Programação Linear e Pesquisa Operacional no Brasil e no mundo, servindo como motivação para o início dos trabalhos. Também foram consideradas diversas discussões na sala de aula; definição de tópicos fundamentais da Programação Linear e da Modelagem Matemática; interpretação de situações problemas e organização de dados; resolução de sistemas lineares envolvendo duas e três variáveis. As soluções dos problemas propostos foram elucidadas com o uso dos Softwares Lindo e Graph.

A aplicação dessa atividade ocorreu durante 10 aulas estendidas por aproximadamente 3 semanas. Foi um período muito rico tanto para os alunos como para as pesquisadoras. Várias vezes, os alunos ao término das aulas permaneciam na sala de aula questionando tópicos não assimilados durante as aulas.

Todos os conhecimentos foram trabalhados paulatinamente e em conjunto com a turma. Pode-se afirmar que essa atividade proporcionou uma efetiva participação dos alunos na busca e concretização dos conhecimentos.

Salienta-se que alguns dos resultados encontrados durante a execução das atividades, foram obtidos sem as intervenções das pesquisadoras. Em todas as etapas do desenvolvimento da proposta didática ocorreu intensa participação dos alunos e era visível a satisfação entre eles diante dos resultados obtidos.

Na fase final da proposta, quando sentamos em círculo para discutir as etapas vivenciadas na atividade, percebe-se nitidamente a importância de abordar na sala de aula uma matemática mais contextualizada e com aplicação direta no cotidiano do aluno.

O momento chave de toda a aplicação da atividade foi quando os alunos tiveram bagagem para propor um problema relacionado à vivência escolar e podendo ser solucionado empregando a Programação Linear.

Com a aplicação da atividade podemos fortalecer a importância de um trabalho sério, bem planejado, visando sempre a participação do aluno e a construção contínua do conhecimento. A matemática abordada com contextualização direta à resolução de problemas do cotidiano, além de aproximar mais a disciplina da vida real, traz desafios e curiosidades contribuindo assim para a formação de um cidadão preparado para enfrentar as dificuldades impostas pela sociedade.

## REFERÊNCIAS

- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau. 2004. Ed. Edfurb.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5ª ed., 2ª reimpressão.- São Paulo: Contexto. 2011.
- BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de. **A modelagem matemática: e relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba: CRV, 2012.
- COLIN, Emerso. Carlos. **Pesquisa operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 2.ed. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Ed. Ática; São Paulo, 1999.
- GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.
- LINS, Marcos Pereira Estelita; CALÔBA, Guilherme Marques. **Programação linear: com aplicações em teoria dos jogos e avaliação de desempenho (data envelopment analysis)**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

LYRA, Marcelo Simplício de; QUEIROZ, Thiago Alves de. **Programação Linear: Uma contextualização a partir de sistemas lineares.** Universidade Federal de Goiás – Polo Catalão, GO Brasil. Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM, 2014.

MELO, Jorge Nazareno Batista; FACHIN, Maria Paula Gonçalves. **Uma proposta de ensino e aprendizagem de programação linear no ensino médio.** Porto Alegre: UFRGS, 2012.

MEYER, João Frederico da Costa Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em educação matemática.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PRADO, Darci Santos do. **Programação Linear.** Nova Lima (MG) INDG Tecnologia e Serviços Ltda. 2014.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um enfoque do matemático.** Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, 1994.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SMOLE, Kátia; STOCCO DINIZ, Maria Igenes. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001