XII MICTI
IFC Campus Brusque
Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica Interdisciplinar
VI IFCULTURA
EVENTOS CONCOMITANTES:
I FEIRA EPROMUNDO
I IFC.AÇÃO
I MOSTRA DE INOVAÇÃO

# ANÁLISE DE UMA APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ENGENHARIA ELÉTRICA

# ANALYSIS OF A COMPLEX NUMBERS APPLICATION IN ELECTRICAL ENGINEERING

Título: ANÁLISE DE UMA APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ENGENHARIA ELÉTRICA

**Autores:** Beatriz Cristina de Oliveira VIEIRA, Sara Regina da Rosa PINTER. **Identificação autores:** Bolsista de Pesquisa - IFC *Campus* São Francisco do Sul; Orientador - IFC *Campus* São Francisco do Sul.

## RESUMO

Este projeto estudou a aplicação dos números complexos no curso de Engenharia Elétrica devido à possível abstração no estudo dessa integração, partindo de leituras nas áreas matemática e elétrica. Circuitos de corrente alternada podem ser representados por fasores que contém módulo e argumento e cuja manipulação convencional pode ser realizada por uma abordagem trigonométrica, enquanto os números complexos, em sua representação gráfica, facilita equações algébricas utilizando módulo e argumento.

**Palavras-chave:** Números complexos; engenharia elétrica; circuitos de corrente alternada.

## *ABSTRACT*

This project studied an aplication of complex numbers in the Electrical Engineering course regarding a possible abstraction in the study of this integration, starting off from readings in the mathematics and electrical areas. Alternating current circuits can be represented by fasors which have module and argument and which conventional manipulation can be performed by a trigonometric approach, while complex numbers, with their graphic representation, facilitate algebric equations using module and argument.

**Keywords:** Complex numbers; electrical engineering; alternating current circuits.

## INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Os cursos de Engenharia coletivamente dependem de um profundo entendimento e manipulação da matemática aplicada. Na Engenharia Elétrica, devido a alguns de seus conceitos intangíveis, há o uso de um conjunto numérico tão abstrato quanto: o conjunto dos números complexos. Este conjunto foi oficializado no final do século XIX após muitos anos de aperfeiçoamento dos conceitos envolvendo raízes de números negativos, sob a mão de ilustres matemáticos da época, como Euler, Gauss e outros (CERRI & MONTEIRO, 2011). Os números complexos ($\mathbb{C}$) são um conjunto numérico que supre cálculos envolvendo raízes de números negativos, os quais não são possíveis de serem realizados apenas com números reais. Para tal, o termo $\sqrt{n}$, que envolve a raiz de um determinado número negativo n, é reescrito como um produto de dois termos $\sqrt{-1}\sqrt{-n}$, e $\sqrt{-1}$ é representado pelo símbolo *i* na matemática e *j* na engenharia, assim possibilitando a resolução de equações algébricas (CERRI & MONTEIRO, 2011). Um número complexo *z* é formado por duas partes, uma real, Re(z), e uma imaginária, Im(z), acompanhada pelo símbolo *i* ou *j*. A partir de sua forma algébrica, $z = x + yi$, pode-se localizar o ponto $(x,y)$ em um plano cartesiano modificado, denominado plano de Argand-Gauss, onde os valores *x* e *y* representam as partes reais e imaginárias do número, respectivamente. Com início na origem desse plano,obtêm-se um vetor, cujo comprimento ($\rho$) é chamado módulo do número, e cujo ângulo de inclinação ($\theta$) referente ao eixo x, é chamado argumento. Esta representação gráfica pode ser descrita pela sua forma trigonométrica: $z = \rho\ (\cos\theta + i\ sen\ \theta)$ (ASSIS, 2014; IEZZI, 1943).

Na Engenharia Elétrica é de suma importância uma base de conceitos e representações bem definidas para pleno entendimento dos circuitos elétricos e seus componentes. Seguindo a crescente evolução dos conhecimentos cerca circuitos elétricos, a manipulação das equações envolvendo essas abstrações deve ser estendida a um panorama matemático que abranja tanto seu domínio quanto sua imagem gráfica. Um de seus conceitos mais usuais está presente no cotidiano de todos: a corrente alternada. A corrente alternada, diferentemente da contínua, possui valor e sentido variante no tempo, e, por consequência, as outras grandezas elétricas relacionadas a ela, tais como tensão e resistência, podem ser representadas por vetores, assim como por números complexos. Tal representação é dada por uma modificação da forma trigonométrica, chamada forma polar: $z = \rho \angle \theta$.

Visando as dificuldades de compreensão das relações entre os números complexos e suas aplicações na área da Engenharia Elétrica, este projeto procurou aprofundar-se nos conceitos teóricos para integrá-los ao entendimento da finalidade dos números complexos nesta área.

## METODOLOGIA

Para atingir os conhecimentos necessários para integrá-los na utilização dos números complexos, uma série ordenada de estudos foi realizada. Primeiramente houve aprofundamento na área exclusiva do conjunto dos Números Complexos, suas operações algébricas e manipulações básicas, seguidas de revisões pontuais em conceitos de Eletricidade Básica relacionados a números complexos.

Após uma extensa revisão teórica, os dados matemáticos foram avaliados e discutidos quanto o porquê de sua aplicação na Engenharia Elétrica.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

As diferentes formas de representação dos números complexos facilitam tipos diferentes de operação. Enquanto na forma algébrica as operações de soma e subtração são mais facilmente realizadas, na forma trigonométrica as demais operações, tais como multiplicação, divisão, potenciação e radiciação são simplificadas, mesmo que o processo ainda seja trabalhoso (ASSIS, 2014).

Na Engenharia Elétrica, a essência do funcionamento dos circuitos está no controle do fluxo de elétrons, denominado corrente elétrica. Esta pode ser contínua ou alternada, possuindo um valor e sentido constante ou variante, respectivamente. Em linhas de transmissão de energia elétrica, a corrente alternada á a mais utilizada, tanto por ser mais econômica a longas distâncias quanto pela diminuição de perdas (SEGUNDO & RODRIGUES, 2015). Sua representação é mais elaborada do que a da corrente contínua, pois devido sua forma gráfica ser uma onda senoidal, outras características são atribuídas a ela, como seu ciclo, frequência, fase, e demais propriedades de onda. Este fenômeno, além de poder ser compreendido por funções trigonométricas, é facilmente representado por números complexos (ALBUQUERQUE, 2012).

Em circuitos de corrente alternada (CA), a resistência não é a única grandeza referente à interferência de passagem de corrente, ou seja, a razão tensão/corrente em um circuito CA não depende apenas das resistências elétricas do circuito. Como também existem reatâncias indutivas, devido ao uso de bobinas, e capacitivas, devido ao uso de capacitores, a razão tensão/corrente deste circuito é referida como Impedância (Z). A impedância é composta por: seu componente resistivo ($Z_R$), seu componente capacitivo ($Z_C$) e seu componente indutivo ($Z_L$). Mesmo que seja praticamente impossível haver um circuito com propriedades de apenas um componente da impedância, o estudo dos três casos como ideais facilitam sua interpretação.

Um circuito CA puramente resistivo possui tensão e corrente que variam senoidalmente no tempo, cujos ciclos iniciam-se no mesmo instante, e a amplitude da corrente pode ser dada pela Lei de Ohm, pela razão entre tensão e resistência: $I = V.R^{-1}$.

Nesse caso, a impedância, que consequentemente é apenas sua resistência, é dada pela razão entre a tensão e a corrente. Contudo, isso muda em circuitos puramente capacitivos ou indutivos devido a um adiantamento ou atraso do início do ciclo da corrente referente ao da tensão. Numa reatância capacitiva, a corrente é adiantada em 90º em relação à tensão, logo sua impedância complexa encontra-se no eixo imaginário negativo. Enquanto que numa reatância indutiva, sua corrente é atrasada em 90º em relação à tensão e sua impedância está no eixo imaginário positivo. Essa representação é considerada com um vetor girante em sentido anti-horário com velocidade angular constante: o fasor. Pela notação $z = \rho \angle \theta$, pode-se relacionar tal movimento circular à onda senoidal, mantendo o módulo do vetor fixo e modificando seu argumento (IFSC, 2010).

Em análises de circuitos elétricos, utilizar representações complexas para a impedância é útil pois as propriedades algébricas dos números complexos simplificam a análise de problemas envolvendo tensões e correntes que variam senoidalmente, já que cálculos envolvendo essas funções podem ser bastante complicados (ORTUNHO, 2015).

Como sua forma complexa pode ser representada graficamente, sua propriedade multiplicativa possibilita rotacionar seu fasor dependendo dos ângulos/argumentos apresentados.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas desenvolvidas neste trabalho até então concluíram que os números complexos são necessários para a facilitação do desenvolvimento de equações ligadas à corrente alternada. Além de serem mais úteis quanto à demonstração de vetores gráficos e da variância constante dos argumentos das grandezas envolvidas.

O projeto ainda não está finalizado e pretende aprofundar-se ainda mais em suas utilizações e, se possível, torná-las mais acessíveis aos alunos iniciantes de Engenharia Elétrica.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Rômulo Oliveira. ANÁLISE DE CIRCUITOS EM CORRENTE ALTERNADA. Ed. Saraiva. 2ª ed. São Paulo, 2012.

ASSIS, J. R. O. Nùmeros Complexos. UNICAMP. Inst. de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas, 2014.

CERRI, Cristina & MONTEIRO, Martha S. História dos Números Complexos. CAEM. Inst. de Matemática e Estatística da USP. São Paulo, 2011.

IEZZI, Gelson. FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR. COMPLEXOS - POLINÔMIOS - EQUAÇÕES. 2ª ed. Atual Editora. São Paulo, Brasil. 1943.

IFSC. Circuitos de Corrente Alternada I. Universidade de São Paulo. Instituto de Física de São Carlos. São Carlos, 2010.

MATHEWS, john N. & HOWELL, Russell W. COMPLEX ANALYSIS FOR MATHEMATICS AND ENGINEERING. 3rd ed. Jones and Bartlett Publishers. Canada, 1997.

ORTUNHO, Tiago V. ELETRICIDADE 2 - EL2A2. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. 2015. São Paulo.

SEGUNDO, A, K, R. & RODRIGUES C. L. C. Eletricidade em CA. Rede e-Tec Brasil. IFMG. Ouro Preto, 2015.