



Universidad de Cuenca

## RESUMEN

El presente trabajo de graduación denominado “Software Educativo de álgebra para el Noveno Año de Educación General Básica 2”, está basado en los contenidos de la reforma curricular ecuatoriana de álgebra para el noveno año. Se ha diseñado una página web y un texto guía el cual contiene la base teórica con sus respectivos enunciados, leyes, teoremas, fórmulas, y ejercicios resueltos. Se pretende que el software educativo, haga el papel de profesor virtual.

Para la creación del software se utilizaron los programas: MACROMEDIA FLASH 8 y MICROSOFT FRONTPAGE 2003, mediante los cuales he diseñado y publicado en la página web animaciones que contienen la resolución de ejercicios y aplicación de teorías. Para la estructura general de la página web, se utilizaron plantillas preestablecidas que facilitan el manejo de menús y marcos.

Las animaciones flash que se encuentran en la página web, ayudarán a despertar el interés de los estudiantes en prestar atención y sobre todo a desarrollar capacidades, destrezas, competencias y creatividad.

## PALABRAS CLAVE

Cociente, comprobación, desigualdad, ecuación, equivalente, exponente, fracción, igualdad, incógnita, inecuación, inversa, potenciación, producto, propiedad, racional, radicación, radical, variable.



## ÍNDICE

Certificado.....	6
Dedicatoria.....	7
Agradecimiento.....	8
Prologo.....	9
Introducción.....	10

### Capítulo 1

1.1 Tics para la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de la computadora.....	12
1.2 Ventajas de las tic en el aula de clase.....	14
1.3 Consejos previos a la utilización de las tics.....	16
1.4 Recomendaciones para el uso de las tics.....	17
1.5 Características principales del texto guía y de la página web.....	18
1.6 Recomendaciones generales.....	19

### Capítulo 2

Potenciación de números enteros.....	20
2.1 Potenciación de números enteros.....	20
2.1.1 Regla de los signos en la potenciación.....	20
2.1.2 El cero como base.....	21
2.1.3 El cero como exponente.....	21
2.2 Reglas de cálculo con potencias.....	22
2.2.1 Producto de potencias de igual base.....	22
2.2.2 Cociente de potencias de igual base.....	22
2.2.3 Potencia de potencia.....	23
2.3 Potenciación de números relativos.....	23



2.4 La propiedad distributiva.....	24
2.5 Ejercicios.....	25

### Capítulo 3

Radicación de números enteros.....	27
3.1 Radicación de números enteros.....	27
3.2 Propiedad distributiva en la radicación.....	29
3.2.1 Raíz de un producto.....	29
3.2.2 Raíz de un cociente.....	29
3.2.3 Raíz de una raíz.....	30
3.3 Supresión de signos en la radicación.....	30
3.3.1 Signos de operación.....	30
3.3.2 Signos de agrupación.....	31
3.4 Ejercicios.....	32

### Capítulo 4

Ecuaciones de primer grado.....	34
4.1 Ecuaciones de primer grado con una variable.....	34
4.1.1 Clasificación.....	35
4.2 Ecuaciones equivalentes.....	37
4.3 Resolución de ecuaciones de primer grado.....	40
4.3.1 Ecuaciones fraccionarias.....	43
4.4 Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado.....	44
4.5 Ejercicios.....	49



## Capítulo 5

Inecuaciones de primer grado.....	56
5.1 Inecuaciones de primer grado.....	56
5.1.1 Características generales de las inecuaciones.....	56
5.2 Gráfica de desigualdades.....	58
5.3 Intervalos.....	59
5.4 Resolución de inecuaciones de primer grado .....	60
5.5 Problemas de aplicación con inecuaciones.....	64
5.6 Ejercicios.....	68
Conclusiones.....	72
Recomendaciones.....	73
Anexos.....	74
Glosario.....	77
Bibliografía.....	78



# UNIVERSIDAD DE CUENCA

## FACULTAD DE FILOSOFIA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CARRERA DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA



### “SOFTWARE EDUCATIVO DE ÁLGEBRA PARA EL NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA 2”

TESIS PREVIA A LA  
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN CIENCIAS DE  
LA EDUCACIÓN, EN LA  
CARRERA DE MATEMÁTICAS Y  
FÍSICA

**AUTOR: SANTIAGO ISMAEL VÁSQUEZ ZHINDÓN**

**DIRECTORA: Ing. LOURDES ILLESCAS**

**CUENCA-ECUADOR  
2011**



## **CERTIFICADO**

Yo, Santiago Ismael Vásquez Zhindón.

Certifico que todo el contenido del presente trabajo es de exclusiva responsabilidad del autor.

**Santiago Ismael Vásquez Zhindón**



## **DEDICATORIA**

Este trabajo va dedicado a mis padres que con su esfuerzo y sacrificio han estado a mi lado para darme todo su apoyo y colaboración en todos los momentos y circunstancias de mi vida.

Dedico también es trabajo a las personas más importantes en mi vida mis hijos: Sebastián Alejandro y Arianna Denisse, quienes son la razón de mi vivir y llenan mi vida de alegría y satisfacción.

**Santiago Vásquez**



## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios primero por la vida que me dio y por todo lo que me ha dado, a mis padres que me dieron el estudio y apoyo en todo momento de mi vida, a la Universidad de Cuenca y Profesores que me abrieron las puertas para poder enriquecerme de sabiduría y conocimientos, a mi esposa Ximena que siempre fue un apoyo en mi carrera universitaria y de manera muy especial a mi abuelito Lolito que gracias a él pude llevar a cabo mis estudios sin descuidar mi trabajo.

**Santiago Vásquez**





## PROLOGO

Las asignaturas relacionadas con el estudio de Álgebra, en los establecimientos educativos, no son correctamente aprovechadas por los estudiantes. La falta de material didáctico, tecnología, aulas y laboratorios adecuados para dichas asignaturas aportan a la disminución del interés de los alumnos, provocando un alto porcentaje de pérdidas de año y deserciones.

Por todo esto, los profesores estamos obligados a mejorar cada día en nuestra formación, recurriendo al avance de la tecnología, creando nuevas técnicas de estudio y enseñanza para facilitar la comprensión, creatividad y el interés en este trabajo específicamente, por el álgebra.

En este texto proponemos la utilización de una página web creada mediante programas de computación como: MACROMEDIA FLASH 8 y MICROSOFT FRONTPAGE 2003, mediante los cuales podemos crear y publicar animaciones.

Con el uso de esta página web propongo una forma diferente, agradable y dinámica en el estudio de Álgebra a los estudiantes y profesores de 9° año de educación básica.



## INTRODUCCION

El presente trabajo está realizado con la finalidad de participar en la ayuda, mejoramiento e innovación del sistema educativo en nuestro medio, debido a que en la asignatura de álgebra del noveno año y materias afines, existen deficiencias en la educación. Los motivos de esta deficiencia son varios, sin embargo la propuesta al mejoramiento, va por el uso de las tecnologías en el aula de clases.

No cabe duda que optimizando al máximo los niveles educativos y la calidad que estos posean, sobre todo en ciertas áreas del conocimiento como son las **Ciencias Exactas** específicamente en el **álgebra**, se logra el mejoramiento y desarrollo de un país.

Estamos conscientes de que el estudio de la matemática y de las ciencias exactas son el pilar para el desarrollo del pensamiento y además son el instrumento básico y primordial para el análisis y comprensión de otras ciencias las cuales tienen relación directa con el ámbito educativo, social, comercial, industrial, espacial y tecnológico del mundo moderno.

Las dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, nos lleva a preguntar ¿Cómo despertar el interés en los alumnos? Las características propias de la asignatura, su comprensión dependen principalmente de cuatro elementos: interés, gusto, creatividad y el más importante la práctica diaria que los alumnos realicen. Por todo esto los profesores nos encontramos con obstáculos aparentemente “difíciles de manejar”.

En la asignatura de álgebra de noveno año, el estudiante debe comenzar a conocer las Matemáticas como una ciencia lógica y la materia debe exponerse de manera que se adapte a la edad del estudiante. Otro aspecto a considerar, es la presentación de los medios educativos para desarrollar las habilidades que permitirán que un alumno estudie con mayor eficiencia en los siguientes años de educación.

La introducción de la informática en el proceso docente educativo tiene como fundamento el mejoramiento y optimización de la educación ya que determina



modificaciones en las formas tradicionales de enseñar. El educador debe utilizar métodos nuevos que favorezcan la creación de relaciones adecuadas entre los conocimientos previos y los nuevos. Es importante transformar el uso del computador en el aula en una experiencia de tipo significativo, en una herramienta mental que estimule el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El texto consta de los siguientes temas:

- ✓ Tics para la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de la computadora.
- ✓ Características principales del texto guía y de la página web.
- ✓ Recomendaciones generales.
- ✓ Potenciación de números enteros.
- ✓ Radicación de números enteros.
- ✓ Ecuaciones de primer grado.
- ✓ Inecuaciones de primer grado.

Considerando que la sabiduría, experiencia y dinámica que tiene el maestro son aportes importantes para el éxito del *inter-aprendizaje*, ya que el alumno con su ingenio, intuición y razonamiento captara fácilmente los contenidos y procesos propuestos en el **Software Educativo**.



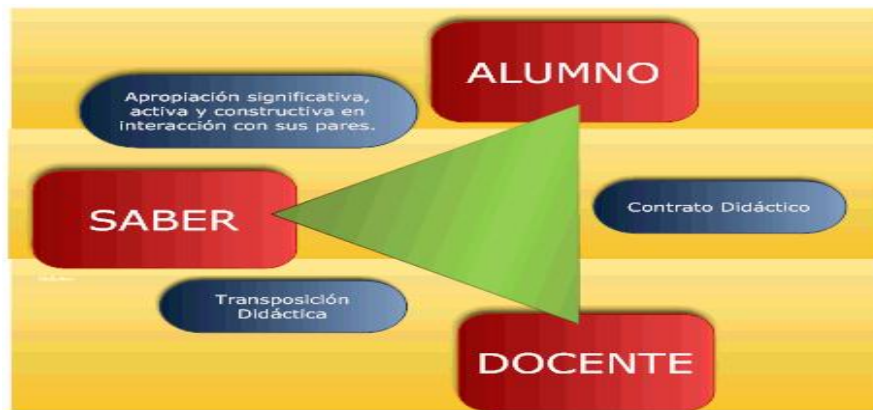
## CAPÍTULO 1

### 1.1 TICS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS MEDIANTE EL USO DE LA COMPUTADORA

#### Enseñar matemática con la computadora

La manera tradicional de impartir conocimientos en lo que se refiere a la enseñanza de la Matemática, no cumple a cabalidad con el propósito de enseñar, por ello la necesidad de cambiar e innovar. En la actualidad existen diversas herramientas informáticas que ayudan a desarrollar una estrategia didáctica distinta a la tradicional.

- La matemática enseñada desde un enfoque tradicional, en el cual el alumno es concebido como una tabula rasa, con un rol pasivo en el proceso de aprendizaje, frente a un docente que todo lo sabe y que logrará que el alumno aprenda a través de actividades de repetición de ejercicios, memorización de conceptos y mecanización de procedimientos.
- El período de la matemática moderna introduce algunos cambios en la concepción del proceso de enseñanza y aprendizaje; desde esta postura se prioriza el lugar del alumno, sus gustos e intereses pasan a un primer plano y el docente se preocupa por lograr una buena motivación para el aprendizaje. Por otra parte, los aportes de la psicología genética y el desarrollo matemático de la teoría de conjuntos hacen su entrada en las aulas otorgando un nuevo sentido a la pregunta qué significa enseñar matemática.
- Por último, y entre otras posturas epistemológicas actuales, podemos identificar las concepciones que formula la didáctica de la matemática, que parte del concepto de “triángulo didáctico” para concebir cómo han de desarrollarse las relaciones y los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula.



- El concepto de “transposición didáctica” supone que el docente debe ser capaz de convertir un saber matemático en un saber enseñable. En algunos casos resulta complejo desarrollar con los alumnos determinados conceptos; sin embargo, existen software matemáticos que han logrado crear modelos o simuladores que permiten apreciar estos conceptos con el solo movimiento del cursor. El docente cuenta entonces, con valiosas herramientas que le permiten realizar una transposición didáctica no solo novedosa si no también efectiva.
- Que el alumno se apropie en forma significativa del saber implica que este ha de ser presentado en contextos que le otorguen sentido. La computadora pertenece al entorno de los niños y adolescentes de la actualidad. Una amplia mayoría de la población estudiantil de nuestro país tiene acceso al uso de computadoras, ya sea en sus hogares o bien en cibers. Nuestros alumnos poseen un interesante abanico de habilidades informáticas que se constituyen en saberes previos sobre los cuales podemos gestar otros nuevos y diferentes durante las clases de matemática.
- El tipo de propuesta de trabajo con la computadora en la clase de matemática, como con cualquier otro recurso, forma parte del contrato didáctico que regula el vínculo maestro-alumno en relación con el saber matemático que se desea desarrollar. Lo importante es mantener una conducta pedagógica coherente que permita al alumno comprender qué es lo que se espera de él durante el proceso de aprendizaje.

Evidentemente, los lineamientos de la didáctica de la matemática plantean un marco interesante para el desarrollo de propuestas áulicas en las cuales se pueda trabajar con las distintas posibilidades que nos brinda el uso de la computadora. La iniciativa del docente y su potencial para generar propuestas innovadoras son la clave para ello.



## 1.2 VENTAJAS DE LAS TIC EN EL AULA DE CLASE

Nos centraremos en cuáles son los beneficios que tiene la aplicación de las TIC en el aula de clase:

*MOTIVACIÓN.*- El alumno se encontrará más motivado si la materia es atractiva, amena, divertida, si le permite investigar de una forma sencilla utilizando las herramientas Tics o si le permite aprender jugando, quizá esta ventaja es la más importante puesto que el docente puede ser muy buen comunicador pero si no tiene la motivación del grupo será muy difícil que consiga sus objetivos.

*INTERÉS.*- El interés por la materia es algo que a los docentes nos puede costar más de la cuenta dependiendo simplemente por el título de la misma. Cuando hablamos, por ejemplo, del área de matemáticas el simple término ya puede desinteresar a algunos alumnos, sin embargo el docente que impartirá dicha materia se le clasifique como un docente TIC, como un docente que utiliza habitualmente medios informáticos o bien otras herramientas comunicativas atrae al alumno y le hace perder miedo a ese concepto inicial de área de matemáticas. Es más sencillo que el alumno tome más interés por las distintas áreas conociendo la metodología que el docente aplica habitualmente en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

*INTERACTIVIDAD.*- El alumno puede interactuar, se puede comunicar, puede intercambiar experiencias con otros compañeros del aula o bien de otros Centros educativos. Ello enriquece en gran medida su aprendizaje.



*COOPERACIÓN.*- Las Tics, utilizando la interactividad que le permite al alumno comunicarse, también posibilitan la realización de experiencias, trabajos o proyectos en común. Es más fácil trabajar juntos, aprender juntos, e incluso enseñar juntos, si hablamos del papel de los docentes. No nos referimos sólo al alumnado, también el docente puede colaborar con otros docentes, utilizar recursos que han funcionado bien en determinadas áreas de las que el alumno será el principal beneficiario.

*APRENDIZAJE EN "FEED BACK".*- Es la llamada "retroalimentación", es decir, es mucho más sencillo corregir los errores que se producen en el aprendizaje, puesto que éste se puede producir "justo a tiempo" aprendo, cometo un error, y sigo aprendiendo en ese mismo momento, sin necesidad de que el profesor esté pendiente de dicho proceso, ya que propia herramienta comunicativa la que a través de la interacción con el alumno resalta los errores que este comete.

*INICIATIVA Y CREATIVIDAD.*- El desarrollo de la iniciativa del alumno, el desarrollo de su imaginación y el aprendizaje por sí mismo también es una ventaja de estos recursos.

*COMUNICACIÓN.*- Es obvio que todo lo anteriormente expuesto se basa en la relación entre alumnos y profesores, una relación muy estrecha en los tradicionales sistemas de enseñanza, pero que permite mayor libertad en los actuales sistemas. La comunicación ya no es tan formal, tan directa sino mucho más abierta y naturalmente muy necesaria.

*AUTONOMÍA.*- Hasta hace unos años, la información era suministrada en gran medida por el profesor. Las fuentes eran mucho más escasas. Existía una mayor dependencia del canal de comunicación que el profesor transmitía al alumno. Ahora, con la llegada de las Tics y la ayuda, sin duda alguna, de Internet sin menospreciar la dirección o guía del profesor, el alumno dispone de un infinito número de canales y de gran cantidad de información. Puede ser más autónomo para buscar dicha información, aunque en principio necesite aprender a utilizarla y seleccionarla. Esta labor es muy importante y la deberá enseñar el docente.



### 1.3 CONSEJOS PREVIOS A LA UTILIZACIÓN DE LAS TICS

Usar las nuevas tecnologías en las aulas con los alumnos también conlleva una serie de consideraciones a tener en cuenta tales como:

*DISTRACCIÓN.*- El docente no sólo es transmisor de conocimientos sino también “educador”. Aprender requiere una disciplina que el profesor debe conseguir en sus alumnos. Parte de esta disciplina se encuentra en aprender utilizando el cauce, consultando las páginas web requeridas o utilizando la mecánica que transmitimos a nuestros alumnos. Es difícil controlar este tipo de aulas, pero no podemos permitir que se confunda el aprendizaje con el juego. El juego puede servir para aprender, pero no al contrario.

*TIEMPO.*- La búsqueda de una información determinada o concreta en un infinito número de canales e innumerables fuentes supone tiempo. Por ello, es importante saber “buscar” dicha información utilizando los diferentes buscadores y los distintos sistemas de búsqueda avanzada que cada uno de ellos contenga. Por eso decimos que “el tiempo es oro”, sobre todo cuando los tiempos de clase son limitados y los retrasos pueden llevarnos a no cumplir nuestros objetivos.

*FIABILIDAD DE LA INFORMACIÓN.*- Muchas de las informaciones que aparecen en Internet o no son fiables, o no son lícitas. Debemos enseñar a nuestros alumnos a distinguir qué se entiende por información fiable. Para ello es importante que enseñemos cuáles son las fuentes que dan garantía de la validez del conocimiento que se transmite.

*PARCIALIDAD.*- En muchas ocasiones ocurrirá que podremos conocer con rapidez la definición por el sentido de un determinado concepto. Esta rapidez en la búsqueda puede llevarnos a confusión y por tanto, a pensar que la realidad que encontramos es la línea a seguir.

*AISLAMIENTO.*- La utilización constante de las herramientas informáticas en el día a día del alumno lo aísla de otras formas comunicativas, que son





fundamentales en su desarrollo social y formativo. No podemos anteponer la relación virtual a la relación personal, por tanto debemos educar y enseñar a nuestros alumnos que tan importante es la utilización de las Tics como el aprendizaje y la sociabilidad con los que lo rodean.

#### **1.4 RECOMENDACIONES PARA EL USO DE LAS TICS**

A continuación, se presenta una serie de recomendaciones a tener en cuenta por parte de los docentes, cuando realizan actividades educativas enriquecidas con tecnología educativa:

- Informe a los estudiantes que el reglamento de uso de las salas de informática, de la red escolar y del acceso a Internet, prohíbe expresamente navegar por páginas que tengan contenido inapropiado para menores; explique que no atender esta norma traerá sanciones.
- Comunique claramente a los estudiantes que está prohibido descargar cualquier software de Internet, sin la debida autorización y sin la presencia del profesor.
- Cuando sea necesario, permita que se descarguen aplicaciones únicamente desde sitios Web oficiales. Muchos sitios simulan ofrecer programas populares que se alteran, modifican o suplantando por versiones que contienen algún tipo de virus o software malintencionado (malware) y que infectan el computador cuando el usuario lo instala en el sistema.
- Indique a sus estudiantes que eviten hacer clic en enlaces sospechosos. Los enlaces son uno de los medios más utilizados para direccionarlos a páginas Web que tienen amenazas capaces de infectar el computador del usuario con virus.
- Informe a los estudiantes sobre las responsabilidades civiles, penales o administrativas que existen cuando se vulneran derechos propios o de



terceros en la red.

- Asegúrese que los estudiantes sean conscientes de que la distribución de contenidos prohibidos por la Ley como: la pornografía infantil, el acoso, la discriminación, la promoción del odio racial, la difamación y la violencia, entre otros, son ilegales en Internet y en las redes sociales. Estas conductas se castigan con cárcel en la mayoría de los países.
- Antes de que los estudiantes envíen información a otras personas a través del correo electrónico, mensajería instantánea o redes sociales, promueva el hábito de reflexionar y evaluar la conveniencia de que esas personas conozcan dicha información.
- Consulte con frecuencia sitios especializados en Internet que sean seguros para mantenerse al tanto de las últimas amenazas (fraude electrónico, robo de identidad, etc.) y de la forma de prevenirlas.

### **1.5 CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL TEXTO GUÍA Y DE LA PÁGINA WEB**

El proyecto consta de un texto guía y de una página web. En el texto guía se desarrolla paso a paso la teoría de cada uno de los temas de estudio, detallando a continuación su estructura:

- ✓ Explicación general y concreta.
- ✓ Pasos para la resolución de ejercicios y problemas.
- ✓ Ejemplos modelos.
- ✓ Ejercicios resueltos.

La página web está formada por varios elementos que mejoran el entendimiento de los temas expuestos: Potenciación, Radicación, Ecuaciones e Inecuaciones. Para cada uno de estos temas y subtemas se ha incluido los siguientes elementos:

- ✓ Conceptos básicos y fundamentales.
- ✓ Explicaciones.
- ✓ Ejemplos.





- ✓ Ejercicios propuestos.
- ✓ Imágenes.
- ✓ Gifs animados.
- ✓ Animaciones.
- ✓ Videos.

Además se han incluido enlaces que remiten al alumno y al profesor a páginas de consulta, de juegos de refuerzo o simplemente a sitios de interés común como: el ministerio de educación, la página de la Facultad de Filosofía de la Universidad de Cuenca, etc.

## 1.6 RECOMENDACIONES GENERALES

Para un correcto uso de la página web es necesario estudiar los temas y subtemas que se presentan en el software educativo, el cual se distingue por los conceptos, leyes, teorías, ejercicios resueltos, gifs animados y animaciones. Las animaciones creadas para la página web, se reproducen automáticamente al abrir el sitio web y se clasifican en dos grupos: animaciones en las páginas principales y animaciones en las subpáginas.

Las animaciones de las páginas principales, están diseñadas con los siguientes comandos:

Al dar un clic en el botón  pause , la animación se detendra automáticamente y el botón pause se transformara en el botón  play, el cual nos servira al dar clic para la continuación de la animación.

Además contiene los botones  y  , los cuales nos sirven para poder adelantar y retroceder la animación en cualquier instante.

Cuando utilizamos cualquiera de los botones para adelantar o retroceder, para que la animación continúe en su forma original es necesario dar doble clic en el botón pause.

Las animaciones de las subpáginas siempre están en constante movimiento.



Para regresar a la página anterior basta con dar un clic en **página principal** o en **regresar**.

## CAPÍTULO 2

### POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

#### 2.1 POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

En la potenciación de números enteros, el exponente indica el número de veces que la base debe multiplicarse por sí mismo, ejemplo:

$$5^3 = 5 * 5 * 5 = 125$$

La adición de sumandos iguales da origen a la multiplicación:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 2 * 4$$

En cambio la multiplicación de factores iguales da origen a la potenciación:

$$3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 3^5$$

Ejemplos:  $(3)^3 = (3) \times (3) \times (3) = 27$

$$(10)^4 = (10) \times (10) \times (10) \times (10) = 10000$$

$$(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$$

#### REGLA DE LOS SIGNOS EN LA POTENCIACIÓN

La potencia de exponente PAR lleva signo positivo y la potencia de exponente IMPAR lleva el mismo signo de la base.

Ejemplos:  $(5)^2 = (5) \times (5) = +25$

$$(4)^4 = (4) \times (4) \times (4) \times (4) = +256$$



$$(3)^6 = (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) = +729$$

$$(2)^8 = (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2) \times (2) = +256$$

$$\begin{aligned} (-2)^9 &= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \\ &= -512 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3)^7 &= (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3) \\ &= +2187 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-4)^5 &= (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \\ &= -1024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5)^3 &= (5) \times (5) \times (5) \\ &= +125 \end{aligned}$$

### EL CERO COMO BASE

La potencia de base cero y exponente diferente de cero es igual a cero.

$$(0)^2 = (0) \times (0) = 0$$

$$(0)^5 = (0) \times (0) \times (0) \times (0) \times (0) = 0$$

$$(0)^n = (0) \times (0) \times (0) \times (0) \times (0) \times (0) \times (0) \times \dots \times (0) = 0$$

### EL CERO COMO EXPONENTE

La potencia de base diferente de cero y exponente cero es igual a la unidad.

$$\frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0 = 1$$

Ejemplos:  $7^0 = 1$

$$(-55)^0 = 1$$

$$(6 - 5 \times 4)^0 = 1$$

$$\{-[(5 + 3) - 2] + 4\}^0 = 1$$



## 2.2 REGLAS DE CÁLCULO CON POTENCIAS

### PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El producto de potencias de igual base es otra potencia con la misma base y exponente igual a la suma de los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Regla: Para potencias de igual base, se aplica: por base la misma base y por exponente la suma de los exponentes.

Una potencia cuyo exponente no aparece escrito, se considera como una potencia de exponente igual a la unidad (1).

$$7^1 = 7$$

$$(-25)^1 = -25$$

Ejemplos:  $(4)^2 \times (4)^3 = (4)^{2+3} = (4)^5$

$$(-3)^4 \times (-3)^2 \times (-3)^5 = (-3)^{4+2+5} = (-3)^{11}$$

$$(2)^3 \times (2)^2 \times (2) \times (2)^4 = (2)^{3+2+1+4} = (2)^{10}$$

$$(-8)^5 \times (-8) \times (-8)^4 \times (-8)^2 \times (-8)^3 = (-8)^{5+1+4+2+3} = (-8)^{15}$$

Es decir, se escribe la base y se suman los exponentes.

### COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

El cociente de dos potencias de igual base, es otra potencia con la misma base y exponente igual a la diferencia de los exponentes.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

Regla: Para potencias de igual base, se aplica: por base la misma base y por exponente la resta de los exponentes.

Ejemplos:  $(-6)^5 \div (-6)^3 = (-6)^{5-3} = (-6)^2$

$$\frac{(10)^7}{(10)^6} = (10)^{7-6} = (10)$$



$$(-2)^5 / (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3$$

Es decir, se escribe la base y se restan los exponentes.

### POTENCIA DE POTENCIA

La potencia de potencia, es otra potencia de igual base y exponente igual al producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ejemplos:  $[(3)^4]^2 = (3)^{4 \cdot 2} = (3)^8$

$$[(-15)^4]^3 = (-15)^{4 \cdot 3} = (-15)^{12}$$

$$[[ (4)^2 ]^2]^5 = (4)^{2 \cdot 2 \cdot 5} = (4)^{20}$$

Es decir, se escribe la base y se multiplican los exponentes.

### 2.3 POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RELATIVOS

Los productos de la forma  $(-3)(-3)(-3)(-3)(-3)$ , en que todos los factores son iguales, se representan, lo mismo que en el caso de factores reales absolutos, por la notación  $(-3)^5$ .

En general, si  $a$  es un número relativo cualquiera y  $n \geq 1$  es un número natural, la notación sería:

$$a^n$$

Esto puede expresarse así:

$$a^n = a * a * a * a * a * a * a * a * a \dots \dots \dots a.$$

El producto resultante recibe el nombre de potencia de base  $a$  y exponente  $n$ .

Así por ejemplo, en:

$$(-3)^5 = -243$$

\* -243 es la potencia, -3 es la base y 5 es el exponente. La operación de calcular la potencia se llama potenciación o elevación a potencia.

Ejemplos:



En los siguientes ejercicios indicar cuál es la potencia, la base y el exponente.

$$(5)^3 = 125 \quad p \text{ es } 125, \quad b \text{ es } 5, \quad e \text{ es } 3.$$

$$(-4)^2 = 16 \quad p \text{ es } 16, \quad b \text{ es } -4, \quad e \text{ es } 2.$$

$$(2)^5 = 32 \quad p \text{ es } 32, \quad b \text{ es } 2, \quad e \text{ es } 5.$$

$$(-3)^7 = -2187 \quad p \text{ es } -2187, \quad b \text{ es } -3, \quad e \text{ es } 7.$$

## 2.4 LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

La propiedad distributiva en la potenciación se aplica a la **multiplicación** y a la **división**:

### MULTIPLICACIÓN

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Ejemplos:

$$(x \cdot y)^4 = x^4 \cdot y^4$$

$$(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7^2$$

$$[(-3) \cdot (2) \cdot (4)]^3 = (-3)^3 \cdot (2)^3 \cdot (4)^3$$

$$= (-27) \cdot (8) \cdot (64)$$

$$= -13824$$

Comprobación:

$$[(-3) \cdot (2) \cdot (4)]^3 = (-24)^3$$

$$= -13824$$





## DIVISIÓN

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{X}{Y}\right)^Z = \frac{X^Z}{Y^Z}$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4^3}{9^3}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2}$$

$$= \frac{9}{25}$$

$$= 0.36$$

Comprobación:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = (0.6)^2$$

$$= 0.36$$

## 2.5 EJERCICIOS

### POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

- $(13)^2 = 13 * 13 = 169$
- $(15)^3 = 15 * 15 * 15 = 3375$
- $(1)^4 = 1 * 1 * 1 * 1 = 1$
- $(-7)^2 = (-7)(-7) = + 49$
- $(9)^3 = 9 * 9 * 9 = + 729$
- $(-4)^5 = (-4)(-4)(-4)(-4)(-4) = - 1024$
- $(0)^2 = 0 * 0 = 0$



- $(0)^5 = 0 * 0 * 0 * 0 * 0 = 0$
- $(0)^8 = 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 * 0 = 0$
- $(-3)^0 = 1$
- $(100)^0 = 1$
- $[5 - (-3 + 5)]^0 = 1$
- $\{5 - [7 - 5 + 2 - (3 - 5)^2]\}^0 = 1$

### REGLAS DE CÁLCULO CON POTENCIAS

- $(10)^2 \cdot (10)^3 = (10)^{2+3} = (10)^5$
- $(-6)^4 \cdot (-6)^6 \cdot (-6)^5 = (-6)^{4+6+5} = (-6)^{15}$
- $(3)^2 \cdot (3)^5 \cdot (3) \cdot (3)^3 = (3)^{2+5+1+3} = (3)^{11}$
- $\frac{(5)^4}{(5)^2} = (5)^{4-2} = (5)^2$
- $(-3)^7 / (-3)^3 = (-3)^{7-3} = (-3)^4$
- $(8)^2 + (8) = (8)^{2-1} = (8)^1 = 8$
- $(6^2)^3 = (6)^{2*3} = (6)^6$
- $[(2^4)^3]^4 = (2)^{4*3*4} = (2)^{48}$
- $\{[(-3^2)^3]^4\}^5 = (-3)^{2*3*4*5} = (-3)^{120}$

### LA PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

- $(5 \cdot 3)^2 = 5^2 \cdot 3^2$
- $(1 \cdot a \cdot b)^5 = 1^5 \cdot a^5 \cdot b^5$
- $[(-2) \cdot 6 \cdot (-x) \cdot y]^3 = (-2)^3 \cdot 6^3 \cdot (-x)^3 \cdot y^3$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$
- $\left(\frac{-5}{2}\right)^4 = \frac{(-5)^4}{2^4}$
- $\left[\frac{m}{(m \ n)}\right]^3 = \frac{m^3}{(m \ n)^3}$

## CAPÍTULO 3

### RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

#### 3.1 RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Recordemos que la radicación es la operación inversa de la potenciación y se representa con el símbolo de la figura siguiente:



Es la operación mediante la cual se busca un número que multiplicado por sí mismo 2, 3, 4 o más veces nos da el número propuesto. El signo de la radicación se llama radical.

La raíz de un número es otro número que multiplicado por sí mismo dos o más veces es igual al número dado. Si el número se multiplica por sí mismo 2 veces se llama raíz cuadrada, si se multiplica 3 veces raíz cúbica, 4 veces raíz cuarta, etc.

Los términos que intervienen en la radicación son: el índice, la cantidad subradical, el radical (símbolo de la radicación) y la raíz (el resultado buscado).



La potenciación y la radicación son operaciones respectivamente opuestas. En el cuadro de la parte inferior encontrarás la relación entre la potenciación y la radicación.



Ejemplos:

Cuando resolvemos radicaciones nos podemos encontrar con los siguientes casos:

1. La raíz impar de un número entero positivo es siempre positivo.

$$\sqrt[3]{27} =$$


---


$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

2. La raíz par de un entero positivo tiene dos resultados; uno positivo y otro negativo.

$$\sqrt{81} = \begin{cases} (+9) \\ (-9) \end{cases}$$


---


$$(+9) \times (+9) = 81$$

$$(-9) \times (-9) = 81$$

3. La raíz impar de un número negativo es siempre negativo.

$$\sqrt[3]{-27} =$$


---


$$(-3) \times (-3) \times (-3) = (-27)$$



4. La raíz par de un número negativo no se puede determinar.

$$\sqrt[2]{-81} = ?$$

~~$$(+9) \times (+9) = 81$$~~

~~$$(-9) \times (-9) = 81$$~~

### 3.2 PROPIEDAD DISTRIBUTIVA EN LA RADICACIÓN

Las propiedades de la **radicación** son bastante similares a las propiedades de la **potenciación**, puesto que una raíz es una potencia con exponente **racional**.

Las propiedades de la radicación se presentan en los siguientes casos:

#### RAÍZ DE UN PRODUCTO

La raíz cuadrada de un producto A x B es igual al producto de la raíz cuadrada de "A" por la raíz cuadrada de "B".

$$\sqrt{(9) \cdot (16)} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16}$$

$$= 3 \cdot 4$$

$$= 12$$

$$\sqrt[3]{(27) \cdot (-8) \cdot (64)} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{(-8)} \cdot \sqrt[3]{64}$$

$$= 3 \cdot (-2) \cdot 4$$

$$= -24$$

#### RAÍZ DE UN COCIENTE

El cociente de la raíz de una fracción, es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{32}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{32}} = \frac{1}{2}$$



## RAÍZ DE UNA RAÍZ

Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva la cantidad subradical.

$$\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[3 \cdot 2]{729} = \sqrt[6]{729} = 3$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{256}} = \sqrt[2 \cdot 3]{256} = \sqrt[6]{256} = 2$$

### 3.3 SUPRESIÓN DE SIGNOS EN LA RADICACIÓN

#### SIGNOS DE OPERACIÓN

Al igual que en aritmética, en el álgebra se usan las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Adicionalmente están las operaciones de potenciación y radicación.

Los signos de operación son:

✚ *Suma:* +

✚ *Resta:* -

✚ *Multiplicación:* × · \*

✚ *División:* ÷ : /

✚ *Potenciación:* Es un pequeño número o letra arriba y a la derecha

✚ *de una cantidad  $a^n$ ,  $5^3$ .*



✚ Radicación:  $\sqrt[n]{n}$

### SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Los signos de agrupación se usan para cambiar el orden de las operaciones. Las operaciones indicadas dentro de ellos deben realizarse primero.

Los signos principales de agrupación son:

✚ (paréntesis)

✚ [corchetes]

✚ {llaves}

Ejemplos:

$$8 + (-2)^2 + (-3)^2(-1)^3(-1)^0 + 3\sqrt{16} - 2[3(-2) + 5] =$$

$$8 + (4) + (9)(-1)(1) + 3(4) - 2[-6 + 5] =$$

$$8 + 4 - 9 + 12 - 2[-1] =$$

$$2 - 9 + 12 + 2 =$$

$$16 - 9 =$$

$$7$$

$$\sqrt[3]{1 - 28} - 32 + \sqrt{4 + 12} + [2(-3) + 5]^2 =$$

$$\sqrt[3]{(-27)} - 32 + \sqrt{16} + [-6 + 5]^2 =$$

$$(-3) - 32 + (4) + [-1]^2 =$$

$$-3 - 32 + 4 + 1 =$$

$$-3 - 8 + 1 =$$



$$-11 + 1 =$$

$$-10$$

### 3.4 EJERCICIOS

#### RADICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

$$- \sqrt{100} = \pm 10$$

$$- \sqrt{25} = \pm 5$$

$$- \sqrt[3]{(-64)} = -4$$

$$- \sqrt[3]{(-8)} = -2$$

$$- \sqrt[3]{243} = 3$$

#### PROPIEDAD DISTRIBUTIVA EN LA RADICACIÓN

$$- \sqrt{(100)(4)} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{4}$$

$$= 10 \cdot 2$$

$$= 20$$

$$- \sqrt[3]{(-1)(125)(-8)} = \sqrt[3]{(-1)} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{(-8)}$$

$$= (-1) \cdot 5 \cdot (-2)$$

$$= 10$$

$$- \sqrt[4]{(16)(81)(256)} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{256}$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$= 24$$





$$- \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

$$- \sqrt[3]{\frac{(-8)}{125}} = \frac{\sqrt[3]{(-8)}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{2}{5}$$

$$- \sqrt[4]{\frac{625}{2401}} = \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[4]{2401}} = \frac{5}{7}$$

$$- \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[2]{\sqrt{81}} = \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$- \sqrt[3]{\sqrt{(-1)}} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{(-1)}} = \sqrt[6]{(-1)} = -1$$

$$- \sqrt[4]{\sqrt[3]{4096}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{4096}} = \sqrt[12]{4096} = \pm 2$$

### SUPRESIÓN DE SIGNOS EN LA RADICACIÓN

$$5 - (7 - 2 - 3) + [2 - (3 + 4)]^0 + (\sqrt{4} - 5)^2 =$$

$$5 - (2) + [1] + (2 - 5)^2 =$$

$$5 - 2 + 9 =$$

$$14 - 2 =$$

$$12$$

$$\sqrt{4} - (-3 + 5 - 4) + (-2)^3 - 15 + \sqrt{9} - \sqrt[3]{-8} =$$

$$2 + 3 - 5 + 4 + (-8) - 15 + 3 - (-2) =$$

$$2 + 3 - 5 + 4 - 8 - 5 + 2 =$$

$$11 - 18 =$$

$$-7$$



## CAPÍTULO 4

### ECUACIONES DE PRIMER GRADO

#### 4.1 ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA VARIABLE

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar.

A la izquierda del signo = se le conoce como primer miembro y a la derecha del signo = se le conoce como segundo miembro; Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccc} \text{primer miembro} & & \text{segundo miembro} \\ \underbrace{3x - 1} & = & \underbrace{9 + x} \end{array}$$

La letra **x** representa la incógnita, mientras que el coeficiente **3** y los números **1** y **9** son constantes conocidas. Resolver una ecuación es encontrar los valores de las incógnitas que la satisfacen, y se llama solución de una ecuación a cualquier valor de dichas variables que cumpla la igualdad planteada.

#### Introducción:

Una expresión algebraica es una combinación de números y símbolos.

Por ejemplo:  $5x^2 + 3x^3y^3z$

Un término es una combinación de números y símbolos unidos por operaciones de multiplicación o división.



Por ejemplo:  $5x^2$ ,  $3x^3y^2z$ , son los términos de la expresión algebraica  $5x^2 + 3x^3y^2z$

Un factor es cada uno de los componentes de un término.

Por ejemplo:  $5, x^2$ , son los factores del término  $5x^2$  de la expresión algebraica  $5x^2 + 3x^3y^2z$

✚ Debemos distinguir entre identidades y ecuaciones. Cuando dos expresiones son iguales para cualesquiera valores que se pongan en lugar de las letras que figuran en la expresión es una identidad. Cuando la igualdad sólo se cumple para determinados valores de la expresión es una ecuación.

Por ejemplo:

$2x^2 + 5x^2 + x^2 = 8x^2$  es una identidad.

$2x^2 + 3x = 5$  es una ecuación.

### Clasificación

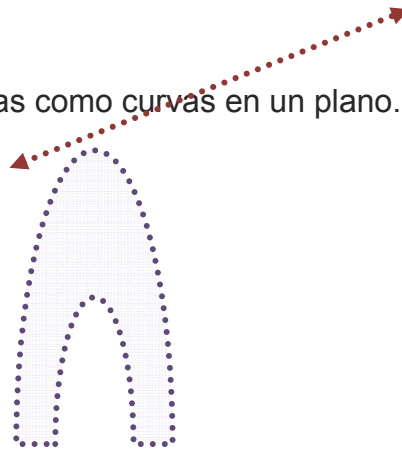
Las ecuaciones se pueden clasificar de varias formas:

#### a) Por el número de incógnitas

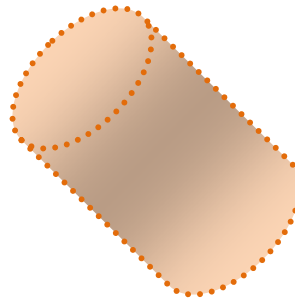
Las ecuaciones pueden tener una o más incógnitas. Por ejemplo la ecuación  $3x + 4 = 10$ , sólo tiene una incógnita, la ecuación  $3x - y = 5$ , tiene dos incógnitas y  $5y - 3x^2 + z = 8$  tiene tres incógnitas.

Las ecuaciones con una incógnita se pueden imaginar como puntos sobre el eje x, que forman una línea recta.

Las de dos incógnitas como curvas en un plano.



Las de tres incógnitas como curvas en un espacio de tres dimensiones.



### b) Por el grado de la incógnita

Las ecuaciones de una incógnita se pueden clasificar por el grado de la incógnita (el grado es el exponente más alto de la incógnita).

Hay fórmulas generales para resolver las ecuaciones de grado 1 a 4 (pero las fórmulas son complicadas y difíciles de recordar para grado mayor que 2).

Por ejemplo:

$$5x - 3x = 8 \quad \text{ecuación de primer grado}$$

$$2x^2 - 3x = 5 - x \quad \text{ecuación de segundo grado}$$

$$3x^3 + 7x^2 + 1 = x \quad \text{ecuación de tercer grado}$$



$$4x^4 + 5x^2 = x - x^3 \text{ ecuación de cuarto grado}$$

### c) Por el número de términos

#### c1) Ecuaciones binómicas:

Las ecuaciones con dos términos se llaman ecuaciones binómicas.

$$7x = 14$$

#### c2) Ecuaciones polinómicas:

Las ecuaciones que tienen tres términos, se llaman trinómicas, y aunque podríamos seguir llamándolas en función del número de términos, se suelen llamar polinómicas.

$$3x - 16 = -x$$

$$8 - 5x + 3 = 18 + 2x$$

## 4.2 ECUACIONES EQUIVALENTES

Se dice que dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

Para obtener ecuaciones equivalentes, utilizamos las siguientes propiedades:

Propiedad de la suma  $4x = 2 \text{ entonces } 4x + 8 = 2 + 8$

Propiedad de la resta  $3x = 7 \text{ entonces } 3x - x = 7 - x$



Propiedad de la multiplicación  $2x = 8$  entonces  $2x \cdot 5 = 8 \cdot 5$

Propiedad de la división  $5x = 20$  entonces  $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$

Esto da origen al método más usado para resolver ecuaciones, el cual consiste en generar una sucesión de ecuaciones equivalentes, cada una de las cuales es de algún modo más sencilla que la anterior, hasta llegar a una ecuación cuyas soluciones son obvias. Por lo general, esta sucesión de ecuaciones equivalentes se logra usando propiedades de los números reales, tales como: sumar o restar la misma expresión a ambos lados de la ecuación, multiplicar o dividir a ambos lados de la ecuación por una expresión diferente de cero, elevar al cuadrado a ambos lados de la ecuación, etc. Los siguientes ejemplos ilustraran este proceso:

$$a) \quad 8x - 4 + 3x = 7x + x + 14$$

$$8x - 4 + 3x - 3x = 7x + x + 14 - 3x$$

$$8x - 4 = 5x + 14$$

$$8x - 4 + 4 - 5x + 14 + 4$$

$$8x = 5x + 18$$

$$8x - 5x = 5x + 18 - 5x$$

$$3x = 18$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$



$$x = 6$$

$$b) \quad 16 + 7x - 5 + x = 11x - 3 - x$$

$$16 + 7x - 5 + x - x = 11x - 3 - x - x$$

$$16 + 7x - 5 = 9x - 3$$

$$16 + 7x - 5 + 5 = 9x - 3 + 5$$

$$16 + 7x = 9x + 2$$

$$16 + 7x - 7x = 9x + 2 - 7x$$

$$16 = 2x + 2$$

$$16 - 2 = 2x + 2 - 2$$

$$14 = 2x$$

$$\frac{14}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$7 = x$$

$$x = 7$$



- ✚ Si dos o más ecuaciones tienen la misma solución se llaman ecuaciones equivalentes. Ejemplos:

$2x + 1 = 5$	$4x - 3 = 5$
$2x + 1 - 1 = 5 - 1$	$4x - 3 + 3 = 5 + 3$
$2x = 4$	$4x = 8$
$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$	$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$
$x = 2$	$x = 2$

### 4.3 RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Lo primero que hay que saber es que toda ecuación algebraica de grado  $n$  con coeficientes reales o complejos tiene al menos una raíz real o compleja. Este enunciado es el teorema fundamental del álgebra.

Las ecuaciones de la forma  $ax + b = 0$  son muy sencillas de resolver, basta con despejar la  $x$ . Despejar la  $x$  significa dejar la  $x$  sola a un lado del signo igual. Para pasar un número, o una variable, al otro lado del signo igual tenemos que seguir estas reglas:

-Si está **sumando** pasa **restando** y si esta **restando** pasa **sumando**. En nuestro caso quedaría  $ax = -b$

-Si está **multiplicando** pasa **dividiendo** y si está **dividiendo** pasa **multiplicando**. En nuestro caso  $x = -b/a$ .

EJEMPLOS:





Universidad de Cuenca

Ecuación a)

$$3x + 2x - 5 = 10 + x + 1$$

$$3x + 2x - x = 10 + 1 + 5$$

$$5x - x = 16$$

$$4x = 16$$

$$x = \frac{16}{4}$$

$$x = 4$$

Ecuación b)

$$-5 + 7x - 3 = -1 + 2x - 12$$

$$7x - 2x = -1 - 12 + 5 + 3$$

$$5x = -13 + 8$$

$$5x = -5$$

$$x = \frac{-5}{5}$$

$$x = -1$$

Ecuación c)

$$-(x - 8) + (3x - 7) = 4x - 6 - (x - 9)$$

$$-x + 8 + 3x - 7 = 4x - 6 - x + 9$$

$$-x + 3x - 4x + x = -6 + 9 - 8 + 7$$

$$-5x + 4x = -14 + 16$$

$$-x = 2$$



$$x = -2$$

### COMPROBACIÓN

Toda solución encontrada, puede ser comprobada para saber si la solución es correcta o incorrecta.

Para comprobar, basta con remplazar el valor encontrado por la incógnita de la ecuación y verificar si se cumple con la igualdad.

- \* Si se cumple la igualdad, la solución de la ecuación es correcta.
- \* Si no se cumple la igualdad, la solución de la ecuación es incorrecta.

### EJEMPLOS:

**Ecuación a)  $x = 4$**

$$3x + 2x - 5 = 10 + x + 1$$

$$3(4) + 2(4) - 5 = 10 + (4) + 1$$

$$12 + 8 - 5 = 10 + 4 + 1$$

$$20 - 5 = 15$$

$$15 = 15$$

**Ecuación b)  $x = -1$**

$$-5 + 7x - 3 = -1 + 2x - 12$$

$$-5 + 7(-1) - 3 = -1 + 2(-1) - 12$$

$$-5 - 7 - 3 = -1 - 2 - 12$$

$$-15 = -15$$



**Ecuación c)  $x = -2$**

$$-(x - 8) + (3x - 7) = 4x - 6 - (x - 9)$$

$$-[-2 - 8] + [3(-2) - 7] = 4(-2) - 6 - [(-2) - 9]$$

$$-[-2 - 8] + [-6 - 7] = -8 - 6 - [-2 - 9]$$

$$-[-10] + [-13] = -8 - 6 - [-11]$$

$$10 - 13 = -8 - 6 + 11$$

$$-3 = -14 + 11$$

$$-3 = -3$$

## ECUACIONES FRACCIONARIAS

El método general que se emplea para resolver ecuaciones fraccionarias, consiste en transformar las ecuaciones en ecuaciones enteras " sin denominadores". Para efectuar esta transformación primero determinamos el mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El m.c.m. multiplicamos por cada uno de los términos que forman la ecuación.

Y por último resolvemos la ecuación.

**EJEMPLO:**

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{3} - 3x = \frac{1}{4} \quad m.c.m. = 12$$

$$12 * \frac{x}{2} - 12 * \frac{1}{3} - 12 * 3x = 12 * \frac{1}{4}$$

$$6x - 4 - 36x = 3$$

$$6x - 36x = 3 + 4$$

$$-30x = 7$$



$$+30x = -7$$

$$x = -\frac{7}{30}$$

### COMPROBACIÓN

Toda solución encontrada, puede ser comprobada para saber si la solución es correcta o incorrecta.

Para  $x = -7 / 30$

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{3} - 3x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{-7}{30} - \frac{1}{3} - 3 \frac{-7}{30} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{7}{60} - \frac{1}{3} + \frac{21}{30} = \frac{1}{4} \quad m.c.m. = 60$$

$$\frac{-7 - 20 + 42}{60} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{-27 + 42}{60} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{15}{60} = \frac{15}{60} \quad \text{simplificando}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

## 4.4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO



Para resolver problemas mediante ecuaciones, trabajaremos con las siguientes etapas:

1. Representación del problema.
2. Planteo de la ecuación.
3. Resolución de la ecuación.
4. Verificación de la solución encontrada.

- La primera etapa o representación consiste en el empleo del lenguaje matemático, para designar la incógnita:

Ejm: Un número aumentado en cinco.  $X + 5$

- La segunda etapa o planteo de la ecuación, consiste en escribir la ecuación algebraica del enunciado del problema:

Ejm: Un número aumentado en cinco más el mismo número es igual a 13.  
¿Cuál es el número?

$$X + 5 + X = 13$$

- En la tercera etapa se procede a la resolución de la ecuación:

Ejm:  $x + 5 + x = 13$

$$x + x = 13 - 5$$

$$2x = 8$$

$$x = 8 / 2$$

$$x = 4$$

- En la cuarta etapa procedemos a verificar la solución encontrada:

Ejm:  $x + 5 + x = 13$



$$(4) + 5 + (4) = 13$$

$$4 + 5 + 4 = 13$$

$$13 = 13$$

R = El número buscado es 4

### Ejemplos:

- Cuatro veces un número es igual al número aumentado en 30. Encontrar el número.

#### 1. Representación del problema:

El número es **X**

Cuatro veces el número es **4 X**

El número aumentado en 30 es **X + 30**

#### 2. Planteo de la ecuación:

$$4 X = X + 30$$

#### 3. Resolución de la ecuación:

$$4 X = X + 30$$

$$4 X - X = 30$$

$$3 X = 30$$

$$X = 30 / 3$$

$$X = 10$$

#### 4. Verificación de la solución encontrada:

$$4 X = X + 30$$



Universidad de Cuenca

$$4(10) = (10) + 30$$

$$40 = 10 + 30$$

$$40 = 40$$

R = El número buscado es **10**

- Encontrar tres números consecutivos cuya suma sea 63.

**1. Representación del problema:**

El primer número es **X**

El segundo número es **X + 1**

El tercer número es **X + 2**

**2. Planteo de la ecuación:**

$$X + (X+1) + (X+2) = 63$$

**3. Resolución de la ecuación:**

$$X + (X+1) + (X+2) = 63$$

$$X + X + 1 + X + 2 = 63$$

$$X + X + X = 63 - 1 - 2$$

$$3 X = 60$$

$$X = 60 / 3$$

$$X = 20$$

**4. Verificación de la solución encontrada:**

$$X + (X+1) + (X+2) = 63$$



$$20 + (20 + 1) + (20 + 2) = 63$$

$$20 + 21 + 22 = 63$$

$$41 + 22 = 63$$

$$63 = 63$$

R = Los números buscados son: El primer número es **20**

El segundo número es  $20 + 1$  **21**

El tercer número es  $20 + 2$  **22**

- El numerador de una fracción es 2 unidades mayor que el denominador. Si se suma 1 a cada término la fracción resulta equivalente a  $\frac{3}{2}$ . Hallar la fracción original.

### 1. Representación del problema:

El numerador es  $x + 2$

El denominador es  $x$

### 2. Planteo de la ecuación:

$$\frac{x + 2 + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}$$

### 3. Resolución de la ecuación:

$$\frac{x + 2 + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}$$

$$2(x + 2 + 1) = 3(x + 1)$$

$$2(x + 3) = 3(x + 1)$$





Universidad de Cuenca

$$2x + 6 = 3x + 3$$

$$2x - 3x = 3 - 6$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

4. Verificación de la solución encontrada:

$$\frac{x + 2 + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{(3) + 2 + 1}{(3) + 1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3 + 2 + 1}{3 + 1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{simplificando}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

R = La fracción *original* es  $\frac{x+2}{x}$

$$\frac{3+2}{3}$$

$$\frac{5}{3}$$

#### 4.5 EJERCICIOS



## ECUACIONES EQUIVALENTES

$$5x - x = 4$$

$$4x = 4$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{4}{4}$$

$$x = 1$$

$$10x - 2x = 8$$

$$8x = 8$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{8}{8}$$

$$x = 1$$

$$15x - 3x = 12$$

$$12x = 12$$

$$\frac{12x}{12} = \frac{12}{12}$$

$$x = 1$$

$$20x - 4x = 16$$

$$16x = 16$$

$$\frac{16x}{16} = \frac{16}{16}$$

$$x = 1$$

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO

$$x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$$

$$x + 3x - 3 = 6 - 8x - 12$$

$$x + 3x + 8x = 6 - 12 + 3$$

$$12x = -3$$

$$x = \frac{-3}{12}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

Comprobación

$$x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$$



$$\left(-\frac{1}{4}\right) + 3 \left[\left(-\frac{1}{4}\right) - 1\right] = 6 - 4 \left[2\left(-\frac{1}{4}\right) + 3\right]$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) + 3 \left[-\frac{5}{4}\right] = 6 - 4 \left[\frac{5}{2}\right]$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{15}{4} = 6 - 10$$

$$-\frac{16}{4} = -4$$

$$-4 = -4$$

$$2(3x + 3) - 4(5x - 3) = x(x - 3) - x(x + 5)$$

$$6x + 6 - 20x + 12 = x^2 - 3x - x^2 - 5x$$

$$6x - 20x + 3x + 5x = -6 - 12$$

$$-6x = -18$$

$$x = \frac{18}{-6}$$

$$x = 3$$

Comprobación

$$2(3x + 3) - 4(5x - 3) = x(x - 3) - x(x + 5)$$

$$2[3(3) + 3] - 4[5(3) - 3] = 3[(3) - 3] - (3)[(3) + 5]$$

$$2[9 + 3] - 4[15 - 3] = 3[3 - 3] - 3[3 + 5]$$

$$2[12] - 4[12] = 3[0] - 3[8]$$

$$24 - 48 = 0 - 24$$

$$-24 = -24$$

## ECUACIONES FRACCIONARIAS



$$\frac{3}{x} + \frac{5}{x} = 16 \quad \text{m.c.m.} = x$$

$$x \cdot \frac{3}{x} + x \cdot \frac{5}{x} = x \cdot 16$$

$$3 + 5 = 16x$$

$$8 = 16x$$

$$\frac{8}{16} = x$$

$$\frac{1}{2} = x$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Comprobación

$$\frac{3}{x} + \frac{5}{x} = 16$$

$$\frac{3}{\frac{1}{2}} + \frac{5}{\frac{1}{2}} = 16$$

$$\frac{6}{1} + \frac{10}{1} = 16$$

$$16 = 16$$

$$\frac{2x+1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-5} \quad \text{multiplicamos en } X$$

$$(x-5)(2x+1) = (x-1)(2x-1)$$

$$2x^2 + x - 10x - 5 = 2x^2 - x - 2x + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 + x - 10x + x + 2x = 1 + 5$$



Universidad de Cuenca

$$4x - 10x = 6$$

$$-6x = 6$$

$$x = \frac{6}{-6}$$

$$x = -1$$

Comprobación

$$\frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{2x - 1}{x - 5}$$

$$\frac{2(-1) + 1}{(-1) - 1} = \frac{2(-1) - 1}{(-1) - 5}$$

$$\frac{-2 + 1}{-1 - 1} = \frac{-2 - 1}{-1 - 5}$$

$$\frac{-1}{-2} = \frac{-3}{-6} \quad \text{stmplificando}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## PROBLEMAS CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO

La suma de las edades de un padre y su hijo es de 60 años y la edad del padre es el quíntuplo de la edad del hijo. ¿Cuál es la edad de cada uno?

PRIMERA ETAPA

$$\text{Edad del hijo} = x$$

$$\text{Edad del padre} = 5x$$

SEGUNDA ETAPA

$$5x + x = 60$$



TERCERA ETAPA

$$5x + x = 60$$

$$6x = 60$$

$$x = \frac{60}{6}$$

$$x = 10$$

CUARTA ETAPA

$$5x + x = 60$$

$$5(10) + (10) = 60$$

$$50 + 10 = 60$$

$$60 = 60$$

R = Padre **50** años, hijo **10** años

La suma de la tercera y quinta parte de un número excede en 40.5 a la diferencia entre la cuarta y la sexta parte. Hallar el número.

PRIMERA ETAPA

*El número es = x*

*La tercera parte es =  $\frac{x}{3}$*

*La cuarta parte es =  $\frac{x}{4}$*

*La quinta parte es =  $\frac{x}{5}$*

*La sexta parte es =  $\frac{x}{6}$*

SEGUNDA ETAPA

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} - 40.5 = \frac{x}{4} - \frac{x}{6}$$

TERCERA ETAPA

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} - 40.5 = \frac{x}{4} - \frac{x}{6}$$

*m. c. m. = 60*

$$\frac{20x + 12x - 2430}{60} = \frac{15x - 10x}{60}$$

$$20x + 12x - 15x + 10x = 2430$$

CUARTA ETAPA

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} - 40.5 = \frac{x}{4} - \frac{x}{6}$$

$$\frac{90}{3} + \frac{90}{5} - 40.5 = \frac{90}{4} - \frac{90}{6}$$

$$30 + 18 - 40.5 = 22.5 - 15$$



$$27x = 2430$$

$$x = \frac{2430}{27}$$

$$x = 90$$

$$48 - 40.5 = 7.5$$

$$7.5 = 7.5$$

R = El número es **90**



## CAPÍTULO 5

### INECUACIONES DE PRIMER GRADO

#### 5.1 INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una **inecuación** es una **desigualdad algebraica** en la que sus dos miembros aparecen unidos por uno de estos signos:

<	menor que	$2x - 1 < 7$
≤	menor o igual que	$2x - 1 \leq 7$
>	mayor que	$2x - 1 > 7$
≥	mayor o igual que	$2x - 1 \geq 7$

La **solución** de una inecuación es el conjunto de valores de la variable que verifica la inecuación.

#### CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS INECUACIONES.

Sea la inecuación:  $(5x + 15) > 30$ .

Los miembros de una inecuación son las partes separadas por el signo de la desigualdad. La parte que está a la izquierda se llama *primer miembro* ( $5x + 15$ ) y la parte que está a la derecha se llama *segundo miembro* (30).

Términos de una inecuación son cada una de las expresiones *literales* ( $5x$ ) o *numéricas* (15 y 30) separadas por el signo  $+$  o el signo  $-$ . El grado de una inecuación está indicado por el mayor exponente de la variable.

Ejemplos:

$$5x - 3x < 8 \quad \text{inecuación de primer grado}$$

$$2x^2 - 3x \leq -x \quad \text{inecuación de segundo grado}$$





$$3x^3 + 7x^2 - 1 > x \text{ inecuación de tercer grado}$$

$$4x^4 + 5x^2 \geq x - x^3 \text{ inecuación de cuarto grado}$$

## Desigualdades

Dado que el conjunto de los números reales  $R$  es totalmente ordenado, dados dos números reales  $a$  y  $b$ , siempre es cierta alguna de las tres relaciones siguientes:

$$a > b \quad a < b \quad a = b$$

Las dos primeras se llaman desigualdades.

Entre las desigualdades numéricas se cumplen las siguientes transformaciones de equivalencia:

Si a los dos miembros de una desigualdad se les suma un mismo número, la desigualdad se conserva en el mismo sentido es decir:

$10 > 8$	$10 + 5 > 8 + 5$	$15 > 13$
----------	------------------	-----------

Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un mismo número positivo, la desigualdad conserva el sentido, es decir:

$3 < 9$	$\frac{3}{3} < \frac{9}{3}$	$1 < 3$
---------	-----------------------------	---------

Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido, es decir:

$18 > 16$	$18 \cdot (-2) > 16 \cdot (-2)$	$-36 < -32$
-----------	---------------------------------	-------------

Dados cuatro números reales  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  cualesquiera, se cumple la



compatibilidad de la ordenación con la suma, es decir:

$\frac{3 < 4}{5 < 6}$	$3 + 5 < 4 + 6$	$8 < 10$
-----------------------	-----------------	----------

Dados dos números reales, si el primero es menor que el segundo, el inverso del primero es mayor que el del segundo y viceversa, es decir:

$2 < 4$	$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$
---------	-----------------------------

Si un número real es menor que otro, con los opuestos de ambos la desigualdad cambia de sentido, es decir:

$40 < 50$	$-40 > -50$
-----------	-------------

## 5.2 GRÁFICA DE DESIGUALDADES

La solución de una inecuación es el conjunto de valores de la variable que verifica la inecuación.

Podemos expresar la solución de la inecuación mediante una representación gráfica:

a)  $2x - 1 < 7$

$2x < 8 \quad x < 4$



$(-\infty, 4)$

b)  $2x - 1 \leq 7$



$$2x \leq 8 \quad x \leq 4$$



$$(-\infty, 4]$$

c)  $2x - 1 > 7$

$$2x > 8 \quad x > 4$$



$$(4, \infty)$$

d)  $2x - 1 \geq 7$

$$2x \geq 8 \quad x \geq 4$$



$$[4, \infty)$$

### 5.3 INTERVALOS

Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica por un trazo o una semirrecta.



Existen intervalos **abiertos** en los que no se incluyen los extremos y **cerrados** en los que se incluyen los extremos.

Para representarlos se utiliza una circunferencia vacía en el extremo, si este no se incluye, o rellena si se incluye.





La simbología que se utiliza en los casos abiertos (que no incluyen al extremo) son el signo  $<$  o  $>$  y para los casos cerrados (que incluyen al extremo) son el signo  $\leq$  o  $\geq$ .

Por otra parte, los intervalos se pueden representar con paréntesis o con corchetes: **(Abiertos)** **[Cerrados]**

Ejemplos:

$(a, b)$  Todos los reales comprendidos entre  $a$  y  $b$ , sin incluir  $a$ , ni  $b$ .

$(a, b]$  Todos los reales comprendidos entre  $a$  y  $b$ , sin incluir  $a$ , incluyendo

$b$ .

$[a, b)$  Todos los reales entre  $a$  y  $b$ , incluyendo  $a$  y no incluyendo  $b$ .

## 5.4 RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO

### PROPIEDADES DE LAS INECUACIONES

a) Si a los dos miembros de una desigualdad se suma o resta una misma cantidad, el signo de la desigualdad no varía.

$$a > b \quad a + 5 > b + 5 \quad a - 3 > b - 3$$

b) Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad positiva, el signo de la desigualdad no varía.

$$a < b \quad a * 2 < b * 2 \quad a / 4 < b / 4$$

c) Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad negativa, el signo de la desigualdad varía.

$$a > b \quad a * (-1) < b * (-1) \quad a / (-8) < b / (-8)$$

d) Si cambia el orden de los miembros, la desigualdad cambia de signo.



$$a < b \quad b > a$$

e) Si se invierten los dos miembros, la desigualdad cambia de signo.

$$a > b \quad 1/a < 1/b$$

**Para resolver inecuaciones aplicamos los siguientes pasos:**

1. Convertimos la inecuación en una inecuación sencilla, es decir sin signos de agrupación o denominadores.

$$5x + 2 - x < 4 + 2x$$

2. Realizamos la transposición de términos, los términos que contienen la incógnita colocamos en un miembro de la inecuación y los términos que no contienen la incógnita colocamos en el otro miembro, aplicando las mismas normas que en las ecuaciones.

$$5x - x - 2x < 4 - 2$$

3. Efectuamos reducción de términos semejantes en ambos miembros.

$$2x < 2$$

4. Despejamos la incógnita.

$$x < 2/2$$

$$x < 1$$

Ejemplos:

$$a) \quad 3x - 14 < 7x - 2$$

$$3x - 7x < 14 - 2$$

$$-4x < 12$$

$$-4x(-1) < 12(-1)$$



$$4x > -12$$

$$x > \frac{-12}{4}$$

$$x > -3 \quad (-3, \infty)$$

$$b) 2(x - 5) + x > -(3 - 2x)$$

$$2x - 10 + x > -3 + 2x$$

$$2x + x - 2x > 10 - 3$$

$$x > 7 \quad (7, \infty)$$

$$c) \frac{2x + 1}{3x - 1} \leq \frac{2x + 5}{3x + 2}$$

$$(3x + 2)(2x + 1) \leq (3x - 1)(2x + 5)$$

$$6x^2 + 3x + 4x + 2 \leq 6x^2 + 15x - 2x - 5$$

$$6x^2 - 6x^2 + 3x + 4x - 15x + 2x \leq -5 - 2$$

$$9x - 15x \leq -7$$

$$-6x \leq -7$$

$$6x(-1) \leq -7(-1)$$



$$6x \geq 7$$

$$x \geq \frac{7}{6} \quad \left[ \frac{7}{6}, \infty \right)$$

### COMPROBACIÓN

Toda solución encontrada, puede ser comprobada para saber si la solución es correcta o incorrecta.

Para comprobar, basta con remplazar el valor encontrado por la incógnita de la inecuación y verificar si se cumple con la desigualdad.

- \* Si se cumple la desigualdad, la solución de la inecuación es correcta.
- \* Si no se cumple la desigualdad, la solución de la inecuación es incorrecta.

Ejemplos:

$$a) \quad 3x - 14 < 7x - 2 \quad (3, \infty)$$

$$3(-2) - 14 < 7(-2) - 2$$

$$-6 - 14 < -14 - 2$$

$$-20 < -16$$

$$b) \quad 2(x - 5) + x > -(3 - 2x) \quad (7, \infty)$$

$$2[(8) - 5] + (8) > -[3 - 2(8)]$$

$$2[8 - 5] + 8 > -[3 - 16]$$

$$2[3] + 8 > -[-13]$$



$$6 + 8 > 13$$

$$14 > 13$$

$$c) \frac{2x + 1}{3x - 1} \leq \frac{2x + 5}{3x + 2} \quad \left[ \frac{7}{6}, \infty \right)$$

$$\frac{2\left(\frac{7}{6}\right) + 1}{3\left(\frac{7}{6}\right) - 1} \leq \frac{2\left(\frac{7}{6}\right) + 5}{3\left(\frac{7}{6}\right) + 2}$$

$$\frac{\frac{7}{3} + 1}{\frac{7}{2} - 1} \leq \frac{\frac{7}{3} + 5}{\frac{7}{2} + 2}$$

$$\frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{2}} \leq \frac{\frac{22}{3}}{\frac{11}{2}}$$

$$\frac{20}{15} \leq \frac{44}{33}$$

$$\frac{4}{3} \leq \frac{4}{3}$$

## 5.5 PROBLEMAS DE APLICACIÓN CON INECUACIONES

Para resolver problemas mediante inecuaciones, trabajaremos con las siguientes etapas:





1. Representación del problema.
2. Planteo de la inecuación.
3. Resolución de la inecuación.
4. Verificación de la solución encontrada.

- La primera etapa o representación consiste en el empleo del lenguaje matemático, para designar la incógnita:

Ejm: Un número mayor que tres.

$$X > 3 \quad X (4,5,6,7,8, \dots, \infty)$$

- La segunda etapa o planteo de la inecuación, consiste en escribir la inecuación algebraica mediante el enunciado del problema:

Ejm: Un número aumentado en cinco más el mismo número es menor que 13. ¿Cuáles son los números?

$$x + 5 + x < 13$$

- En la tercera etapa se procede a la resolución de la inecuación:

Ejm:  $x + 5 + x < 13$

$$x + x < 13 - 5$$

$$2x < 8$$

$$x < \frac{8}{2}$$

$$x < 4 \quad (-\infty, 4)$$



- En la cuarta etapa procedemos a verificar la solución encontrada (tomamos un número menor que 4) (3):

Ejm:  $x + 5 + x < 13$

$$(3) + 5 + (3) < 13$$

$$3 + 5 + 3 < 13$$

$$11 < 13$$

Los números buscados son todos los números **menores que 4**.  $(-\infty, 4)$ .

**Ejemplos:**

- Un estudiante de Noveno de Básica, en los tres aportes parciales de Historia, tiene: 14, 10 y 18. ¿Cuánto debe obtener en el cuarto aporte para que su promedio sea mayor o igual que 15?

1. Representación del problema

*El cuarto aporte es  $x$*

2. Planteamiento de la inecuación:

$$\frac{14 + 10 + 18 + x}{4} \geq 15$$

3. Resolución de la inecuación:

$$\frac{14 + 10 + 18 + x}{4} \geq 15$$

$$14 + 10 + 18 + x \geq 15 \cdot 4$$

$$42 + x \geq 60$$

$$x \geq 60 - 42$$

$$x \geq 18 \quad [18, 20]$$

4. Verificación de la solución encontrada:



$$\frac{14 + 10 + 18 + x}{4} \geq 15$$

$$\frac{14 + 10 + 18 + (19)}{4} \geq 15$$

$$14 + 10 + 18 + 19 \geq 15 \cdot 4$$

$$61 \geq 60$$

R = En el cuarto aporte su promedio debe de ser 18, 19 o 20.

- Un vendedor de computadoras, tiene como sueldo básico mensual 320 USD. Adicional al sueldo, la empresa le reconoce 15 USD por cada computadora que venda. ¿Cuántas computadoras tiene que vender al mes para que su sueldo supere los 500 USD?

1. Representación del problema

*Representaremos con la letra x el número de computadoras.*

2. Planteamiento de la inecuación:

$$320 + 15x > 500$$

3. Resolución de la inecuación:

$$320 + 15x > 500$$

$$15x > 500 - 320$$

$$15x > 180$$

$$x > \frac{180}{15}$$

$$x > 12 \quad (12, \infty)$$

4. Verificación de la solución encontrada:

$$320 + 15x > 500$$

$$320 + 15(13) > 500$$

$$320 + 195 > 500$$



$$515 > 500$$

R = Tiene que vender más de 12 computadoras.

## 5.6 EJERCICIOS

### INECUACIONES DE PRIMER GRADO

$$\frac{3+x}{4} + \frac{4-x}{2} > \frac{1}{2} \quad m.c.m. = 4$$

$$4 * \frac{3+x}{4} + 4 * \frac{4-x}{2} > 4 * \frac{1}{2}$$

$$3 + x + 2(4-x) > 2$$

$$3 + x + 8 - 2x > 2$$

$$x - 2x > 2 - 3 - 8$$

$$-x > 2 - 11$$

$$-x > -9$$

$$-x(-1) > -9(-1)$$

$$x < 9 \quad (-\infty, 9)$$

Comprobación

$$\frac{3+x}{4} + \frac{4-x}{2} > \frac{1}{2} \quad x < 9$$

$$\frac{3+(8)}{4} + \frac{4-(8)}{2} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{3+8}{4} + \frac{4-8}{2} > \frac{1}{2}$$



$$\frac{11}{4} - \frac{-4}{2} > \frac{1}{2} \quad m.c.m. = 4$$

$$\frac{11 - 8}{4} > \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$$

$$5x - 3(x + 1) \geq -3(2x - 1) + 2$$

$$5x - 3x - 3 \geq -6x + 3 + 2$$

$$5x - 3x + 6x \geq 3 + 2 + 3$$

$$11x - 3x \geq 8$$

$$8x \geq 8$$

$$x \geq \frac{8}{8}$$

$$x \geq 1 \quad [1, \infty)$$

Comprobación

$$5x - 3(x + 1) \geq -3(2x - 1) + 2 \quad x \geq 1$$

$$5(2) - 3[(2) + 1] \geq -3[2(2) - 1] + 2$$

$$10 - [2 + 1] \geq -3[4 - 1] + 2$$

$$10 - [3] \geq -3[3] + 2$$

$$10 - 3 \geq -9 + 2$$

$$7 \geq -7$$



## PROBLEMAS DE APLICACIÓN CON INECUACIONES

Un estudiante de Primero de bachillerato, en los tres aportes parciales de Física, tiene: 15, 14 y 16. ¿Cuánto debe obtener en el cuarto aporte para que su promedio sea mayor o igual a 16?

1. Representación del problema

*El cuarto aporte es  $x$*

2. Planteamiento de la inecuación:

$$\frac{15 + 14 + 16 + x}{4} \geq 16$$

3. Resolución de la inecuación:

$$\frac{15 + 14 + 16 + x}{4} \geq 16$$

$$15 + 14 + 16 + x \geq 16 \cdot 4$$

$$45 + x \geq 64$$

$$x \geq 64 - 45$$

$$x \geq 19 \quad [19, 20]$$

4. Verificación de la solución encontrada:

$$\frac{15 + 14 + 16 + x}{4} \geq 16$$

$$\frac{15 + 14 + 16 + (19)}{4} \geq 16$$

$$15 + 14 + 16 + 19 \geq 16 \cdot 4$$

$$64 \geq 64$$

R = En el cuarto aporte su promedio debe de ser 19 o 20.

- Un vendedor de electrodomésticos, tiene como sueldo básico mensual 280 USD. Adicional al sueldo, la empresa le reconoce 10.5 USD por cada



electrodoméstico que venda. ¿Cuántos electrodomésticos tiene que vender al mes para que su sueldo sea mayor de 400 USD?

1. Representación del problema

*Representaremos con la letra  $x$  el número de electrodomésticos.*

2. Planteamiento de la inecuación:

$$280 + 10.5x > 400$$

3. Resolución de la inecuación:

$$280 + 10.5x > 400$$

$$10.5x > 400 - 280$$

$$10.5x > 120$$

$$x > \frac{120}{10.5}$$

$$x > 11.43 \quad (11.43, \infty)$$

4. Verificación de la solución encontrada:

$$280 + 10.5x > 400$$

$$280 + 10.5(12) > 400$$

$$280 + 126 > 400$$

$$406 > 400$$

R = Tiene que vender más de 11 electrodomésticos.



## CONCLUSIONES

- ❖ Los profesores especializados en el área de Matemáticas, tenemos la obligación de innovar nuestros métodos y recursos para mejorar el desempeño académico y personal de nuestros estudiantes.
- ❖ La informática tiene que convertirse en un recurso didáctico en las aulas y salas de clase y para un correcto manejo de este recurso tecnológico, es necesario que los profesores estemos relacionados y preparados para el uso de la tecnología en el aula de clase.
- ❖ Los programas MACROMEDIA FLASH 8 y el MICROSOFT FRONTPAGE 2003, son la herramienta necesaria para poder crear un SOFTWARE EDUCATIVO, que facilite la comprensión y aumente la simpatía por el Álgebra.





## RECOMENDACIONES

- ❖ Es importante que los maestros realicemos las clases de Álgebra lo más dinámicas posibles.
- ❖ Estar siempre en constante actualización, conforme avanza la tecnología para así poder innovar y crear un material didáctico acorde a las necesidades de los estudiantes.
- ❖ Saber como y cuando utilizar el SOFTWARE EDUCATIVO para no depender solo de este recurso informático y poder trabajar mediante un razonamiento lógico.



## ANEXOS

Respuestas de los ejercicios propuestos en la página web.

### POTENCIACIÓN

Ejercicio 1.

2401,	64,	64,	-3125,	36,
-10000000,	0,	0,	1,	1.

Ejercicio 2.

- a) Producto de potencias de igual base.
- b) Potencia de potencia.
- c) Cociente de potencias de igual base.
- d) Cociente de potencias de igual base.
- e) Producto de potencias de igual base.
- f) Potencia de potencia.

Ejercicio 3.

- a)  $(-3)^{11}$
- b)  $5^8$
- c)  $10^5$
- d)  $(-9)^3$
- e)  $5^{10}$



Ejercicio 4.

P es 1000,	b es 10,	e es 3.
P es 81,	b es -9,	e es 2.
P es 1296,	b es 6,	e es 4.
P es -3125,	b es -5,	e es 5.

Ejercicio 5.

100,	1728,	104976,	27000,
$\frac{1}{243}$ ,	$\frac{1}{1024}$ ,	$\frac{8}{125}$ ,	$\frac{16}{9}$ .

## RADICACIÓN

Ejercicio 1.

$\pm 11$ ,	$\pm 12$ ,	6,	- 5,	No,	- 3.
------------	------------	----	------	-----	------

Ejercicio 2.

$\pm 42$ ,	6,	$\pm 2$ ,	$\pm 2$ ,	$\sqrt[3]{5}$ ,	$\sqrt[10]{10}$ .
------------	----	-----------	-----------	-----------------	-------------------

Ejercicio 3.

11,	1302,	-1371.
-----	-------	--------

## ECUACIONES

Ejercicio 1.

$x = 2$ ; *si son ecuaciones equivalentes*

Ejercicio 2.

- a) 5
- b)  $\frac{1}{5}$
- c) 6
- d) -3



e)  $-\frac{1}{4}$

f) 3

Ejercicio 3.

a) 3

b) 4

c) 15 y 16

d) 4, 6 y 8

e) 40 años y 10 años

f) 12

## INECUACIONES

Ejercicio 1.

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 2.

a)  $x > 1$

b)  $x > -3$

c)  $x > 7$

d)  $x > 8$

e)  $x > \frac{2}{9}$

f)  $x < 9$

Ejercicio 3.

a)  $x \geq 19$

b)  $x > 6$



## GLOSARIO

**Cociente.-** Nombre de la división y del resultado de la división.

**Comprobación.-** Determinar que una respuesta es correcta.

**Desigualdad.-** Relación entre dos expresiones que no son iguales.

**Ecuación.-** Proposición de igualdad que se convierte en identidad.

**Equivalente.-** Igualdad de valor numérico, de área o de volumen.

**Exponente.-** Indica cuantas veces se debe usar como factor otro número base.

**Fracción.-** Número racional que representa las partes de la unidad.

**Igualdad.-** Son dos representaciones diferentes del mismo objeto.

**Incógnita.-** Cosa desconocida, variable de una ecuación.

**Inecuación.-** Desigualdad que contiene una o más incógnitas.

**Inversa.-** Es el opuesto, recíproco.

**Potenciación.-** Operación que se refiere al producto de factores iguales.

**Producto.-** Es el resultado de la multiplicación.

**Propiedad.-** Atributo, rasgo distintivo o cualidad esencial.

**Racional.-** Número de la forma  $\frac{a}{b}$ .

**Radicación.-** Operación inversa a la potenciación.

**Radical.-** El signo de la raíz  $\sqrt{a}$ .

**Variable.-** Es un símbolo que puede representar a cualquiera de los elementos de un conjunto dado.



## BIBLIOGRAFÍA

Consejo Nacional de Educación, Ministerio de educación y cultura “**Reforma Curricular Para la Educación General Básica**”, Quito, 1997, segunda edición,

González, M. O. Mancill, J. D. “**Algebra Elemental Moderna Volumen 1**”, Quito, Libresa, 2000.

Ministerio de Educación, “**Matemática 8**” Loja, JRL, 2009.

Ministerio de Educación, “**Matemática 9**” Loja, JRL, 2009.

Romero, Miguel A. “**Matemática Didáctica**”, Quito, Empresdane Gráficas, 2005.

Barahona, A. Barahona F. “**Metodología de Trabajos Científicos**”, Bogotá, Ipler, 1994, Cuarta Edición.



## DIRECCIONES EN INTERNET

<http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Potenciación.svg>

<http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Radicación.svg>

<http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Ecuaciones.svg>

<http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Archivo:Inecuaciones.svg>

[www.educ.ar/.../algunas-investigaciones-sobre-las-aplicaciones-de-las-tic.html](http://www.educ.ar/.../algunas-investigaciones-sobre-las-aplicaciones-de-las-tic.html)

[matematicaylastics.blogspot.com/.../ensenar-matematica-con-la-computadora.html](http://matematicaylastics.blogspot.com/.../ensenar-matematica-con-la-computadora.html)