УДК 517.55

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ФИБОНАЧЧИ В ОПИСАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Аносов Р.С.,
научный руководитель канд. пед. наук Бугаева Т.П.
Сибирский федеральный университет

Введение

Леонардо из Пизы, известный как Фибоначчи, был первым из великих математиков Европы позднего Средневековья. Будучи рожденным в Пизе в богатой купеческой семье, он пришел в математику благодаря сугубо практической потребности установить деловые контакты. В молодости Леонардо много путешествовал, сопровождая отца в деловых поездках. Например, мы знаем о его длительном пребывании в Византии и на Сицилии. Во время таких поездок он много общался с местными учеными. Числовой ряд, носящий сегодня его имя, вырос из проблемы с кроликами, которую Фибоначчи изложил в своей книге «Liber abacci», написанной в 1202 году:

«Человек посадил пару кроликов в загон, окруженный со всех сторон стеной. Сколько пар кроликов за год может произвести на свет эта пара, если известно, что каждый месяц, начиная со второго, каждая пара кроликов производит на свет одну пару?»

Можете убедиться, что число пар в каждый из двенадцати последующих месяцев будет соответственно:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Иными словами, число пар кроликов создает ряд, каждый член в котором — сумма двух предыдущих. Он известен как ряд Фибоначчи, а сами числа — числа Фибоначчи. Оказывается, эта последовательность имеет множество интересных с точки зрения математики свойств. Вот пример: вы можете разделить линию на два сегмента, так что соотношение между большим и меньшим сегментом будет пропорционально соотношению между всей линией и большим сегментом. Этот коэффициент пропорциональности, приблизительно равный 1,618, известен как золотое сечение. В эпоху Возрождения считалось, что именно эта пропорция, соблюденная в архитектурных сооружениях, больше всего радует глаз. Если вы возьмете последовательные пары из ряда Фибоначчи и будете делить большее число из каждой пары на меньшее, ваш результат будет постепенно приближаться к золотому сечению.

С тех пор как Фибоначчи открыл свою последовательность, были найдены даже явления природы, в которых эта последовательность, похоже, играет немаловажную роль. Одно из них — филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются, например, семечки в соцветии подсолнуха. Семечки упорядочены в два ряда спиралей, один из которых идет по часовой стрелке, другой против. И каково же число семян в каждом случае? 34 и 55…

Чем интересна в настоящее время эта последовательность, какие у неё особенности и прикладные возможности? Рассмотрим далее…

1 Особенности последовательности Фибоначчи

Последовательность Фибоначчи имеет весьма любопытные особенности, не последняя из которых - почти постоянная взаимосвязь между числами:

- Сумма любых двух соседних чисел равна следующему числу в последовательности. Например: 3 + 5 = 8; 5 + 8 = 13 и т.д.

- Отношение любого числа последовательности к следующему приближается к 0,618 (после первых четырех чисел). Например: 1: 1 = 1; 1: 2 = 0,5; 2: 3 = 0,67; 3: 5 = 0,6; 5: 8 = 0,625; 8: 13 = 0,615; 13: 21 = 0,619 и т.д. Обратите внимание, как значение соотношений колеблется вокруг величины 0,618, причем размах флуктуаций постепенно сужается; а также на величины: 1,00; 0,5; 0,67.
- Отношение любого числа к предыдущему приблизительно равно 1,618 (величина обратная 0,618). Например: 13: 8 = 1,625; 21: 13 = 1,615; 34: 21 = 1,619. Чем выше числа, тем более они приближаются к величине 0,618 и 1,618.
- Отношение любого числа к следующему за ним через одно приближается к 0,382, а к предшествующему через одно - 2,618. Например: 13: 34 = 0,382; 34: 13 = 2,615.

Последовательность Фибоначчи содержит и другие любопытные соотношения, или коэффициент, но те, которые мы только что привели - самые важные и известные. Как мы уже подчеркивали выше, на самом деле Фибоначчи не является первооткрывателем своей последовательности. Дело в том, что коэффициент 1,618 или 0,618 был известен еще древнегреческим и древнеегипетским математикам, которые называли его "золотым коэффициентом" или "золотым сечением". Его следы мы находим в музыке, изобразительном искусстве, архитектуре и биологии. Греки использовали принцип "золотого сечения" при строительстве Парфенона, египтяне - Великой пирамиды в Гизе. Свойства "золотого коэффициента" были хорошо известны Пифагору, Платону и Леонардо да Винчи.

2 Золотое сечение

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе.

2.1 Определение золотого сечения как гармоничной пропорции

В математике пропорцией (лат. proportio) называют равенство двух отношений: a : b = c : d.

Отрезок прямой AB можно разделить на две части следующими способами:

- на две равные части – AB : AC = AB : BC;
- на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
- таким образом, когда AB : AC = AC : BC.

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему

a : b = b : c или c : b = b : a.

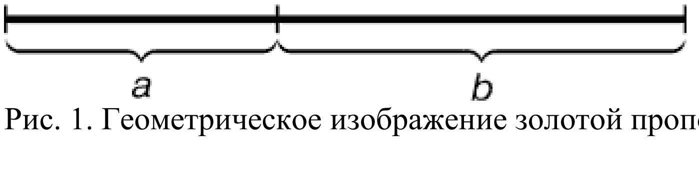

Рис. 1. Геометрическое изображение золотой пропорции

2.2 Обобщенное золотое сечение

Ряд Фибоначчи мог бы остаться только математическим казусом, если бы не то обстоятельство, что все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, не говоря уже об искусстве, неизменно приходили к этому ряду как арифметическому выражению закона золотого деления.

Ученые продолжали активно развивать теорию чисел Фибоначчи и золотого сечения. Ю. Матиясевич с использованием чисел Фибоначчи решает 10-ю проблему Гильберта. Возникают изящные методы решения ряда кибернетических задач (теории поиска, игр, программирования) с использованием чисел Фибоначчи и золотого сечения. В США создается даже Математическая Фибоначчи-ассоциация, которая с 1963 года выпускает специальный журнал.

Одним из достижений в этой области является открытие обобщенных чисел Фибоначчи и обобщенных золотых сечений. Ряд Фибоначчи (1, 1, 2, 3, 5, 8) и открытый им же «двоичный» ряд гирь 1, 2, 4, 8, 16... на первый взгляд совершенно разные. Но алгоритмы их построения весьма похожи друг на друга: в первом случае каждое число есть сумма предыдущего числа с самим собой 2 = 1 + 1; 4 = 2 + 2..., во втором – это сумма двух предыдущх чисел 2 = 1 + 1, 3 = 2 + 1, 5 = 3 + 2.... Нельзя ли отыскать общую математическую формулу, из которой получаются и «двоичный» ряд, и ряд Фибоначчи? А может быть, эта формула даст нам новые числовые множества, обладающие какими-то новыми уникальными свойствами?

Действительно, зададимся числовым параметром S, который может принимать любые значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5... Рассмотрим числовой ряд, S + 1 первых членов которого – единицы, а каждый из последующих равен сумме двух членов предыдущего и отстоящего от предыдущего на S шагов. Если n-й член этого ряда мы обозначим через φS (n), то получим общую формулу φS (n) = φS (n – 1) + φS (n – S – 1).

Очевидно, что при S = 0 из этой формулы мы получим «двоичный» ряд, при S = 1 – ряд Фибоначчи, при S = 2, 3, 4. новые ряды чисел, которые получили название S-чисел Фибоначчи.

В общем виде золотая S-пропорция есть положительный корень уравнения золотого S-сечения xS+1 – xS – 1 = 0.

Нетрудно показать, что при S = 0 получается деление отрезка пополам, а при S = 1 – знакомое классическое золотое сечение.

Отношения соседних S-чисел Фибоначчи с абсолютной математической точностью совпадают в пределе с золотыми S-пропорциями! Математики в таких случаях говорят, что золотые S-сечения являются числовыми инвариантами S-чисел Фибоначчи.

Факты, подтверждающие существование золотых S-сечений в природе, приводит белорусский ученый Э.М. Сороко в книге «Структурная гармония систем» (Минск, «Наука и техника», 1984). Оказывается, например, что хорошо изученные двойные сплавы обладают особыми, ярко выраженными функциональными свойствами (устойчивы в термическом отношении, тверды, износостойки, устойчивы к окислению и т. п) только в том случае, если удельные веса исходных компонентов связаны друг с другом одной из золотых S-пропорций. Это позволило автору выдвинуть гипотезе о том, что золотые S-сечения есть числовые инварианты самоорганизующихся систем. Будучи подтвержденной экспериментально, эта гипотеза может иметь фундаментальное значение для развития синергетики – новой области науки, изучающей процессы в самоорганизующихся системах.

2.3 Золотое сечение в природе

Золотое сечение в природе встречается повсеместно, почти все процессы эволюции можно описать последовательностью Фибоначчи, а все организмы – золотым сечением.

Все кости человека выдержаны в пропорции золотого сечения. Пропорции различных частей нашего тела составляют число, очень близкое к золотому сечению. Если эти пропорции совпадают с формулой золотого сечения, то внешность или тело человека считается идеально сложенными.

- Если принять центром человеческого тела точку пупа, а расстояние между ступней человека и точкой пупа за единицу измерения, то рост человека эквивалентен числу 1.618.
- Расстояние от уровня плеча до макушки головы и размера головы равно 1:1.618
- Расстояние от точки пупа до макушки головы и от уровня плеча до макушки головы равно 1:1.618
- Расстояние точки пупа до коленей и от коленей до ступней равно 1:1.618
- Расстояние от кончика подбородка до кончика верхней губы и от кончика верхней губы до ноздрей равно 1:1.618

Собственно точное наличие золотой пропорции в лице человека и есть идеал красоты для человеческого взора.

Изучая конструкции раковин, ученые обратили внимание на целесообразность форм и поверхностей раковин: внутренняя поверхность гладкая, наружная - рифленая. Внутри покоится тело моллюска - внутренняя поверхность должна быть гладкой. Наружные ребра увеличивают жесткость раковины и, таким образом, повышают ее прочность. Форма раковин поражает своим совершенством и экономичностью средств, затраченных на ее создание. Идея спирали в раковинах выражена не приближенно, а в совершенной геометрической форме, в удивительно красивой, "отточенной" конструкции.

У большинства улиток, которые обладают раковинами, раковина растет в форме логарифмической спирали, которая точно соответствуют "золотой пропорции"

В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции – длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38.

3 Последовательность Фибоначчи в экономических процессах

Экономика, как и другие общественные сферы жизни человека поддаются определенным законам, несмотря на свою определенную непредсказуемость и зависимость от многих факторов современные экономические системы (в теории волнового анализа) поддаются законам «уровней Фибоначчи» построенных на основе одноименной последовательности. Пропорции чисел Фибоначчи дают ориентиры не только возможных уровней отката, но и указывают возможную величину хода в случае продолжения тенденции. Если после хода рынок откатывается, а затем продолжает ход в том же направлении, то в типичном случае величина продолженного хода может составить 1.618.

3.1 Последовательность в описании экономических процессов валютных рынков Forex

На валютном рынке, помимо анализа рынков на основе новостных лент и происходящих мировых процессов, применяется технический анализ

графиков валютных пар, на основе так называемых волн, который может быть отдельным инструментом трейдера, так и частью фундаментального (общего) анализа, для дальнейшего принятия решений.

Существует очень много технологий анализа, от простых каналов до сложных графических анализаторов, основанных на рядах Фибоначчи и комбинаций с другими техниками и возможностями. (Смотрите приложение рис.2,3,4)

Благодаря им можно узнавать предельные точки движения рынка, на которых должен начаться откат или же дальнейший рост. Как правило, движение рынка может резко измениться именно после прохождения этих точек, что позволяет входить на рынок в этот период с максимальной ожидаемой доходностью. На основе чисел Фибоначчи моделируются и линии сопротивления и поддержки, благодаря построению дуг. Центром такой дуги является предыдущая точка максимального потолка или дна рынка, а ее радиус высчитывается с помощью умножения специального коэффициента (от 0.3 до 0.66) на величину предыдущего максимального роста или падения рынка.

Числа Фибоначчи, кроме того, являются математической основой волновой теории Эллиота. Известный английский экономист выделил закономерность чередования импульсивных(трендовых) волн и коррелирующих (противоположных тренду). Эллиот установил, что, согласно особенностям психологического поведения, на рынке происходит 5 волн тренда, после которых наступает 3 откатные волны, противоположные тренду. Числа Фибоначчи, выраженные в коэффициенты вполне способны рассчитать длину коррелирующих волн. Теория Эллиота, кроме математической, имеет и психологическую основу: большинство трейдеров ожидают именно такого движения цены, в результате чего оно и происходит, что делает Теорию Эллиота «самосбывающимся пророчеством», хотя отнюдь не снижает ее ценность.

Этот вид технического анализа рынка Форекс состоит из двух существенных компонентов – математической основы, выраженной через использование чисел Фибоначчи, и психологического ожидания игроков, которое находит свое выражение в волновой теории Эллиота.