

Una perspectiva de las clases prácticas en Didáctica de las Matemáticas

Ángel Contreras de la Fuente, Antonio Estepa Castro, Francisco Javier García García, Manuel García Armenteros, Luisa Ruiz Higuera.

Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén.
afuente@ujaen.es

Resumen

La mejora de la calidad de la docencia universitaria constituye un difícil reto al que debe dar respuesta el sistema universitario. Conscientes de esta necesidad, los autores, después de múltiples sesiones de trabajo conjunto y de búsqueda sistemática en diversas fuentes de conocimiento, realizan una propuesta docente para las clases prácticas de Didáctica de la Matemática en la formación inicial de las Titulaciones de Maestro.

1. INTRODUCCIÓN

El panorama educativo ha hecho del constructivismo un protagonista para referirse tanto a la fundamentación epistemológica como a las distintas teorías psicológicas que tienen en común estos planteamientos, a los desarrollos educativos en el aula, a las estrategias didácticas y hasta a los profesores y profesoras que las utilizan.

De cara a la enseñanza, se puede sintetizar la visión socio-constructivista por medio de las hipótesis siguientes (Charnay et als., 1999):

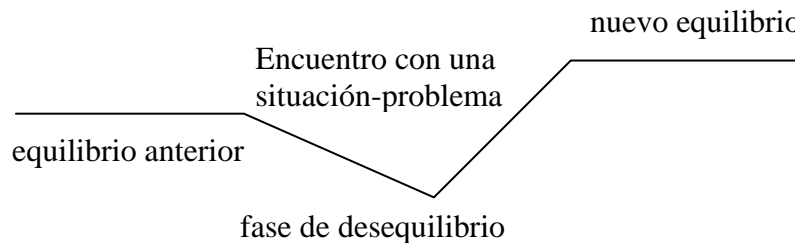
Hipótesis 1: La adquisición del conocimiento pasa por una interacción entre el sujeto y el objeto de estudio por la vía de la resolución de problemas.

Hipótesis 2: Contrariamente a lo que se podría pensar espontáneamente, la "cabeza" del alumno no está jamás exenta de conocimiento. El estudiante construye muy rápidamente las representaciones de todas las nociones que le enseñan.

Se llama representación o concepción al conjunto de conocimientos que una persona en un momento dado, en una situación dada, parece movilizar para resolver una tarea. Se dice "parece movilizar" porque las representaciones que se atribuyen a un alumno/a son en realidad una modelización que nos ayuda a comprender los pasos que da y nos permite predecir ciertas respuestas o dificultades.

Hipótesis 3: El aprendizaje no se construye por apilamiento de conocimientos ni de forma lineal: en tanto que el alumno o alumna, en relación a una noción dada, no tome conciencia de la insuficiencia de sus concepciones, las conservará. Como puntualiza (Bachelard, 1999, p. 15): "Se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza la espiritualización".

Se puede esquematizar esta concepción del modo siguiente:



La fase de desequilibrio corresponde al momento en que el sujeto percibe la insuficiencia de los conocimientos que ha movilizado para resolver una tarea. Esta fase va acompañada, con frecuencia, de momentos de regresión en el curso de los cuales el alumno o alumna llega a poner en entredicho los saberes y saber-hacer que pensaba tenía sólidamente adquiridos.

Según Piaget, el aprendizaje es el resultado de un juego de desequilibración/reequilibración cognitiva. Dos son los elementos que contribuyen a este juego:

-la asimilación, que permite al sujeto integrar los datos del medio a los conocimientos anteriores.

- la acomodación, que obliga al sujeto a transformar sus conocimientos bajo la presión del medio.

Hipótesis 4: El estudiante no llegará a dar sentido a un conocimiento hasta que aparezca como un útil indispensable para resolver el problema planteado. Es decir, el conocimiento debe aparecer primeramente como un útil que permite la resolución del problema antes de ser un objeto de conocimiento estudiado por sí mismo.

Hipótesis 5: Las interacciones sociales entre los estudiantes pueden ayudar al aprendizaje. La puesta en práctica de trabajos en grupo, la organización de debates entre los alumnos y alumnas, pueden facilitar estas interacciones.

Aprender es, por tanto, pasar de una concepción antigua a una concepción nueva más operativa después de una fase en la que se pone en duda la concepción antigua que es a la vez un punto de apoyo y un obstáculo al conocimiento nuevo. El estudiante construye su saber, pero ésta construcción puede facilitarse por la puesta en práctica del conflicto sociocognitivo, de aquí la denominación de este modelo: socio-constructivista.

La estrategia consiste en crear un conflicto interno colocando al estudiante frente a un problema. Dicho conflicto se provoca por una contradicción entre una anticipación (elaborada a partir de la concepción antigua) y una contradicción. Ésta puede ser aportada por el propio problema o por otros. En el primer caso se dirá que la contradicción es aportada por el medio, en el segundo caso que tiene lugar un conflicto sociocognitivo.

Teniendo en cuenta las aportaciones teóricas anteriores y algunas de la ideas aportadas por (Janvier, 1996), en la enseñanza de las Matemáticas para Maestros se proponen los siguientes objetivos:

- a) Proporcionar a los estudiantes para profesor las habilidades necesarias para intervenir en los procesos de aprendizaje de los alumnos y alumnas, de manera que puedan oír y observar las producciones de los mismos, a fin de poder actuar eficientemente, usar cuidadosamente las herramientas para producir conflictos, de tal modo que se puedan provocar la acomodación y pequeños cambios dirigidos a la asimilación, así como utilizar cuestiones abiertas.
- b) Cambiar su concepción o creencia sobre el conocimiento científico y, en general, la enseñanza y el aprendizaje.
- c) Ayudar a los estudiantes para profesor a reconocer el papel central de las representaciones en el aprendizaje y en el hacer científico.
- d) Reconocer la importancia de algunos factores efectivos como la motivación.
- e) Dirigir su atención a la importancia del contexto social en el proceso de aprendizaje, discusión y negociación
- f) Adquirir sensibilidad respecto al hecho de que las concepciones adquiridas por el estudiante para profesor tienen gran influencia en el proceso completo de formación.

2. DISEÑO DE UN MODELO DE PRÁCTICAS TUTORIZADAS EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Como medio para iniciar el estudio de las clases prácticas, se analizaron las actividades prácticas que actualmente se realizan en diversas asignaturas troncales y obligatorias asignadas al Área de Didáctica de la Matemática. La metodología de trabajo que se utilizó consistió en distribuir algunos ejemplos de clases prácticas de las asignaturas, realizar una reflexión sobre las mismas y extraer las conclusiones pertinentes.

2.1. Competencias generales de las actividades prácticas

El alumnado desarrollará competencias que le permitan:

- a) Profundizar en los conocimientos matemáticos necesarios para desarrollar el currículum de Matemáticas de Educación Infantil y Primaria.
- b) Profundizar en los conocimientos didácticos elementales para llevar a cabo una enseñanza adecuada en Educación Infantil y Primaria
- c) Adquirir conocimiento sobre los elementos y factores del conocimiento matemático que influyen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de ese conocimiento (génesis, conceptos, esquemas, concepciones, transposición didáctica, obstáculos, ...).
- d) Conocer los documentos curriculares de la Educación Infantil y Primaria
- e) Conocer recursos didácticos y materiales para la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria.

- f) Conocer los procedimientos matemáticos que figuran en el curriculum matemático de Educación Primaria.
- g) Dominar procedimientos de análisis didáctico de libros de texto y situaciones de enseñanza.
- h) Adquirir capacidad para planificar, diseñar, analizar, evaluar y gestionar situaciones de enseñanza.
- i) Adquirir capacidad para aplicar sistemas de evaluación.
- j) Conocer y desarrollar una metodología activa, participativa y creativa que permita el desarrollo de las capacidades matemáticas.
- k) Integrar las matemáticas con las demás materias de curriculum de Educación Primaria.
- l) Reconocer la importancia de las matemáticas en la formación de los ciudadanos.
- m) Adquirir capacidad para extraer y comunicar la parte lúdica de las matemáticas.
- n) Manifiestar inquietud e ilusión por conseguir una preparación adecuada en Matemáticas y su Didáctica.
- o) Adquirir sensibilidad a la diversidad social y multicultural y a la igualdad de oportunidades, teniéndolas en cuenta en sus futuras actuaciones en esta materia.
- p) Colocar al alumno en situación de profesor crítico de la enseñanza de la materia de Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria.

2.2. Dimensiones a considerar en las prácticas

Teniendo en cuenta las aportaciones de (Dubois et als., 1993a, b, c y d; Charnay y Mante, 1995 y Borsin y Perucca, 1997) y nuestra propia reflexión y experiencia, para dar respuesta a estos objetivos, se consideran dos dimensiones; la primera: *análisis didáctico de la actividad matemática* y; la segunda: *resolución de problemas*. Ambas se subdividen, a su vez, en otras subcategorías.

1) Análisis de la actividad matemática

Los objetivos específicos que se persiguen son los siguientes:

1. Analizar situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a fin de extraer los modelos teóricos subyacentes.
2. Favorecer la emisión de conjeturas de los alumnos acerca de los procesos didácticos involucrados en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, surgidas de las situaciones didácticas anteriormente propuestas.
3. Facilitar la validación, por parte de los alumnos, de las conjeturas formuladas en el objetivo anterior.
4. Ayudar a los alumnos en la institucionalización del conocimiento didáctico emanado de los apartados anteriores.

Los contenidos que corresponden a esta dimensión son los siguientes:

- I.1) Análisis de modelos teóricos sobre el aprendizaje matemático.

I.2) Análisis de los procesos de transposición didáctica y de los significados institucionales de los objetos matemáticos en:

- Documentos curriculares oficiales.
- Manuales.
- Secuencias de enseñanza de profesores.

Posibles tareas a resolver por el estudiante universitario: Dada una determinada situación de las cuestiones relativas a la enseñanza-aprendizaje. Determinar:

- a) La situación planteada.
- b) Los objetivos de aprendizaje.
- c) El Ciclo educativo a que corresponde la situación.
- d) Los conocimientos y competencias puestos en juego.
- e) Los procedimientos y estrategias presumibles a utilizar por los alumnos en la solución.
- f) Las concepciones manifestadas (Artigue, 1990).
- g) Los esquemas e invariantes operatorios (Vergnaud, 1990).
- h) Los conceptos y teoremas en acto (Vergnaud, 1990).
- i) Las entidades primarias presentes –situaciones-problema, lenguaje, acciones, conceptos, proposiciones, argumentaciones– (Godino, 2002).
- j) Las facetas duales –elemental-sistémico, ostensivo-no ostensivo, extensivo-intensivo, expresión-contenido, institucional-personal– (Godino, 2002).
- k) Las funciones semióticas y conflictos semióticos (Godino, 2002).
- l) Los sistemas de representación semióticas (Duval, 1996).
- m) Los tratamientos y conversiones entre sistemas de representación semiótica y no congruencias semánticas (Duval, 2000).
- n) Las variables didácticas (Brousseau, 1986, 1997).
- o) Las eventuales dificultades y errores de los alumnos. Obstáculos (Brousseau, 1986).
- p) Las situaciones matemáticas, adidácticas y didácticas (Brousseau, 1997; Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).
- q) Los elementos teóricos explicativos de los errores (obstáculos, conceptos en acto, teoremas en acto, conflictos semióticos, no congruencias semánticas...).
- r) Los pasos del proceso de transposición didáctica (Chevallard, 1991).
- s) El uso de las nociones matemáticas según la dialéctica útil-objeto (Douady, 1991).

I.3) Análisis de las concepciones/significados personales de los estudiantes. Es decir, estudio de las respuestas de los estudiantes de primaria a las situaciones matemáticas propuestas

Las tareas didácticas a resolver por el estudiante universitario en las situaciones planteadas son:

Determinar:

- a) Los objetivos de aprendizaje
- b) El ciclo educativo a que corresponde la situación

- c) La descripción de los procedimientos (validez, eficacia, generalidad) utilizados por los alumnos
- d) La lógica del alumno al resolver la tarea
- e) Los orígenes de los procedimientos empleados
- f) Las estrategias utilizadas
- g) Las variables didácticas y su influencia en los procedimientos
- h) Los conocimientos que se movilizan al resolver la tarea
- i) La intervención de los elementos teóricos ya descritos
- j) Las dificultades y errores manifestados por los alumnos en sus respuestas
- k) Los elementos teóricos explicativos de los errores (obstáculos, conceptos en acto, teoremas en acto, conflictos semióticos, no congruencias semánticas...)
- l) Las actividades didácticas tendentes a facilitar la superación de los errores

II) Resolución de problemas

Los objetivos específicos que se persiguen son los siguientes:

1. Participar (el alumno) en la construcción de contenidos matemáticos del temario.
2. Aplicar los contenidos teóricos didáctico/matemáticos estudiados, a fin de lograr su contextualización.
3. Motivar al alumno de cara a la profundización en cuanto a las relaciones interdisciplinares de las matemáticas con otras materias.

Los contenidos que corresponden a esta dimensión son los siguientes:

- II.1) Resolución de situaciones-problema que se utilizan para que el estudiante construya un objeto matemático determinado, o bien para reflexionar sobre la construcción del mismo.
- II.2) Resolución de situaciones-problemas como aplicación contenidos prácticos matemáticos y/o didácticos.
- II.3) Resolución de problemas interdisciplinares en los que utilizan contenidos de otras materias y que persiguen la motivación del estudiante.

3. CATEGORÍAS DE CLASES PRÁCTICAS. EJEMPLO

Teniendo en cuenta las dimensiones consideradas, se irán proponiendo diversos ejemplos de cada una de las categorías. Para facilitar el seguimiento del lector, las categorías o dimensiones y las subcategorías aparecen en la tabla siguiente:

		I.1) Análisis de modelos teóricos sobre el aprendizaje matemático
--	--	---

CATEGORÍAS	II. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	II.1) Resolución de situaciones-problema que se utilizan para que el estudiante construya un objeto matemático determinado, o bien para reflexionar sobre la construcción del mismo
		II.2) Resolución de situaciones-problemas como aplicación contenidos prácticos matemáticos y/o didácticos
		II.3) Resolución de problemas interdisciplinares en los que utilizan contenidos de otras materias y que persiguen la motivación del estudiante

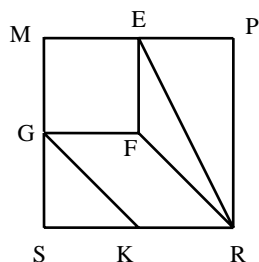
3.1. Análisis de modelos teóricos sobre el aprendizaje

Teniendo en cuenta las dimensiones consideradas, a continuación se desarrolla un ejemplo de práctica, según los contenidos expresados.

PRÁCTICA 1

Objetivo: Que el estudiante para profesor reflexione acerca de la construcción de los objetos matemáticos área y unidad de medida, discriminando el perímetro y el área de una superficie.

Se propone trabajar con las cinco piezas que componen la figura adjunta.



- Información:
- * MPRS es un cuadrado de lado a
 - * E es el punto medio de MP
 - * K es el punto medio de SR
 - * MEFG es un cuadrado

Tareas propuestas:

- 1) Demostrar que:
 - * F está sobre MR y precisar su posición
 - * G está sobre MS y precisar su posición.

- 2) ¿Cuál es la naturaleza exacta de las piezas EPR, GSP, GFRK? Justificarlo.
- 3) Expresar el área de las cinco piezas en función de a . Justificarlo.
- 4) Se utiliza la configuración anterior para establecer un proyecto secuenciado.

Preparación del material:

- Sobre la hoja de cartón adjunta reproducir la figura con ayuda de instrumentos de dibujo, tomando $a=8\text{cm}$.
- Recortar las piezas obtenidas que van a constituir el material pedagógico.

- 2) Se desea utilizar este material para explorar el concepto de área.

Tareas propuestas:

- 1) ¿En qué ciclo comienza su enseñanza?
¿Cuáles son las fases que es indispensable desarrollar en la escuela elemental?
- 2) ¿Cómo puede encontrar un alumno de Primaria las relaciones entre las áreas de las cinco piezas?
Se pide los dibujos correspondientes a las acciones planeadas y las relaciones que se extraen.
- 3) Proponer un conjunto de 8 superficies, donde entren las 5 superficies elementales que constituyen el cuadrado MPRS, que permitan ilustrar a la vez la clasificación y la ordenación según el área. Para cada superficie, hacer ver las piezas de que se componen.
- 4) Construir una superficie no rectangular de área la mitad y otra de área doble que la del cuadrado MPRS.
- 5) Encontrar una superficie So construidas con piezas de un puzle que permitan:
 - a) construir otra superficie S1 de área mayor y de perímetro más pequeño.
 - b) construir otra superficie S2 de área menor y de perímetro mayor.
 - c) construir otra superficie S3 de área igual y de perímetro diferente.

Precisar el objetivo perseguido en la actividad.

4. LAS PRÁCTICAS Y SU TUTORIZACIÓN. NUEVAS PERSPECTIVAS. PROPUESTAS DE MEJORA

En el módulo 12 de la Guía de la UCUA, siguiendo las metodologías de las universidades anglosajonas, se habla de la *tutela del aprendizaje* más que de la tutoría en sí misma, al contemplarse ésta como un elemento más de aquélla. Es decir, la clásica tutoría –horas de atención al alumnado– se amplía a una categoría multidimensional mucho más acorde con lo que la formación del estudiante precisa. Por tanto, es en este contexto de tutela del aprendizaje del estudiante universitario donde nos moveremos al hablar de tutorización de prácticas. De hecho, conceptos más o menos recientes, pero ya clásicos, como enseñanza on-line, uso del chat, correo electrónico... tienen sentido desde la perspectiva de ser elementos integradores de toda una metodología de ayuda al aprendizaje.

El proceso que se seguirá para la tutorización de las clases prácticas es el siguiente:

- Elaboración del cuaderno de prácticas que se entrega al estudiante al principio de curso.
- Resolución de las prácticas en las clases de créditos prácticos.
- Colocación en una página web de nuevas prácticas (de repaso, ampliación, investigación) para que sean solucionadas por los estudiantes.
- Utilización de los chats, foros y correo electrónico para responder a dudas sobre las prácticas.
- Proponer al estudiante la indagación, por medio de direcciones de Internet, lecturas de textos acerca de contenidos de Didáctica de la Matemática, proponiendo actividades sobre las mismas cuya solución se debatirá por medio del foro correspondiente.

Como se señala en (Moreno y Santiago, 2003), surgen nuevos roles de los docentes para nuevas figuras académicas. El profesor ha de asumir diversos papeles, primeramente el de informador –canalizando los distintos recursos de aprendizaje y las pautas para su realización–; en segundo lugar, también ha de ser un moderador –asegurándose que los estudiantes realicen una discusión productiva–; por último, como motivador –de incentivador de los estudiantes que participan, asegurándose la devolución de los mismos ante las situaciones planteadas–.

Para poder desarrollar esta agenda de acción tutorial, se trabajará, fundamentalmente, en dos direcciones. Por una parte, se abordarán unos periodos de formación telemática que permita la puesta al día en estos recursos. Por otra, se destinarán horas de atención al estudiante en las que se utilicen los recursos informáticos.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el marco de los siguientes proyectos: Proyecto de Investigación SEJ2004-06637/EDUC (MEC-FEDER, periodo 2004-2007), cuyo investigador principal es Ángel Contreras de la Fuente; Proyecto de Investigación BSO2003-06331/PSCE, subvencionado por la Subdirección General de Proyectos de Investigación, Dirección General de Investigación, Secretaría General de Política Científica y Tecnológica, Ministerio de Educación y Ciencia, cuyo investigador principal es Antonio Estepa Castro. Financiado por el Plan de Tutorización de Prácticas de la UCUA.