


UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria

Design and validation of rubric for the evaluation of mathematical modeling in high school students

Projeto e validação de rubricas para avaliação de modelagem matemática em estudantes do ensino médio

Claudia Jaqueline Acebo-Gutiérrez¹ 

Ruth Rodríguez-Gallegos² 

Recibido: marzo de 2020

Aceptado: octubre de 2020

Para citar este artículo: Acebo-Gutiérrez, C.J., Rodríguez-Gallegos, R. (2021). Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria. *Revista Científica*, 40(1), 13-29.

<https://doi.org/10.14483/23448350.16068>

Resumen

La modelación matemática ha ganado gran relevancia en el ámbito educativo desde hace más de 40 años. Esta es considerada como una opción para la enseñanza en la que se incorporan problemas de la realidad para relacionarlos con el mundo de las matemáticas, de tal manera que permite a los estudiantes ver el lado práctico de estas. En este artículo se propone una rúbrica validada para evaluar el nivel de modelación matemática de alumnos del último grado de secundaria cuando trabajan en la solución de problemas de manera individual. Se aplicó una prueba con problemas para evaluar cuatro fases de la modelación matemática a 43 alumnos de tercer grado de secundaria. La evaluación de las fases de modelación matemática de la prueba se llevó a cabo con base en una rúbrica diseñada especialmente para esta actividad. Se realizó una validación

por jueceo. Los coeficientes de Chronbach y de Kappa permiten concluir que la rúbrica es un instrumento confiable y válido para evaluar fases de la modelación. Este instrumento aporta una guía de evaluación para el docente interesado en promover el aprendizaje de las matemáticas a partir de la estrategia de la modelación.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, fases de la modelación matemática, rúbrica, mundo real, aplicación práctica.

Abstract

Mathematical modeling has taken great relevance in the educational field for more than forty years. This is considered as an option for the teaching of mathematics where problems of reality are incorporated to relate them to the world of mathematics, in such a way that it allows students to see the practical

1. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey: Monterrey, Nuevo León, México. A01313024@itesm.mx
2. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey: Monterrey, Nuevo León, México. ruthrdz@tec.mx

side of mathematics. This article aims to propose a validated rubric to assess the level of mathematical modeling of students in the last grade of secondary school, when they work on solving problems individually. A test with problems was applied to evaluate four phases of mathematical modeling to 43 third-grade students in secondary school. The evaluation of the phases of mathematical modeling of the test was carried out based on a rubric specially designed for this activity. Validation by judging was carried out. The coefficients of Chronbach and Kappa allow us to conclude that the rubric is a reliable and valid instrument to evaluate phases of modeling. This instrument provides an evaluation guide for the teacher interested in promoting the learning of mathematics from the modeling strategy.

Keywords: Mathematics teaching, phases of mathematical modeling, rubric, real world, practical application.

Resumo

A modelagem matemática tem grande relevância no campo educacional há mais de quarenta anos. Isso é considerado como uma opção para o ensino da matemática, onde os problemas da realidade são incorporados para relacioná-los ao mundo da matemática, de tal forma que permite que os alunos vejam o lado prático da matemática. Este artigo pretende propor uma rubrica validada para avaliar o nível de modelagem matemática dos alunos no último ano do ensino médio, quando trabalham na resolução de problemas individualmente. Um teste com problemas foi aplicado para avaliar quatro fases de modelagem matemática para 43 alunos do terceiro ano do ensino médio. A avaliação das fases de modelagem matemática do teste foi realizada com base em uma rubrica especialmente desenvolvida para essa atividade. A validação por julgamento foi realizada. Os coeficientes de Chronbach e Kappa nos permitem concluir que a rubrica é um instrumento confiável e válido para avaliar fases de modelagem. Este instrumento fornece um guia de avaliação para o professor interessado em promover a aprendizagem da matemática a partir da estratégia de modelagem.

Palavras-chaves: Ensino de matemática, fases de modelagem matemática, rubrica, mundo real, aplicação prática.

Introducción

Hace más de cuatro décadas la modelación matemática comenzó a tomar relevancia. Hoy en día, hay un interés por promoverla alrededor del mundo (Borromeo, 2013). Huang (2012) afirma que esta importancia se fue robusteciendo debido a que la manera tradicional de la enseñanza de las matemáticas ha llevado a que los alumnos la consideren como una materia aburrida, abstracta y apartada del mundo real. Además, establece que, debido a esa concepción negativa, investigadores sobre la educación sugieren que en esta disciplina se incorporen problemas reales para relacionar el mundo de las matemáticas y el real con la modelación.

El estilo convencional con el que se enseñan las matemáticas en la educación superior también parece tener efectos adversos. De acuerdo con Nourallah y Farzad (2012), a los graduados de las carreras de ingeniería se les dificulta ejercer una profesión práctica y aplicada cuando el estilo de enseñanza con el que aprendieron matemáticas fue tradicional. Ejemplos de esta afirmación se encuentran en la mayoría de los cursos de ecuaciones diferenciales en las carreras de ingeniería, pues estos ofrecen a los estudiantes procedimientos analíticos que permiten responder a problemas matemáticos puros. Los conocimientos adquiridos no son suficientes para lograr una formación con la cual los futuros profesionales puedan resolver problemas del mundo real y específicos de la profesión que estudiaron (Rodríguez y Quiroz, 2016).

Según estas investigaciones, el papel que tienen las matemáticas en el aula y en el campo laboral parece estar disociado (Sepúlveda *et al.*, 2020; Rendón-Mesa *et al.*, 2016; Rosa y Orey, 2010). Las características que se observan en los problemas cotidianos y los problemas laborales son muy diferentes a los problemas que abordan las matemáticas escolares y, por lo mismo, no son adecuadas para facilitar la solución de problemas en el entorno laboral (Pertamawati y Retnowati, 2019). Según Wake (2014), el problema de los graduados en su

ambiente laboral radica en que hay una diferencia esencial entre dichos papeles: en el ambiente escolar las matemáticas son el objeto de estudio y en el trabajo del profesional son una herramienta que permite al profesional realizar su actividad laboral.

En los últimos años la modelación matemática ha tomado un papel importante puesto que investigadores en el mundo se preguntan qué tan preparados están los estudiantes para resolver problemas cotidianos más allá de la escuela (Ciltas e Isik, 2013). Incluir la modelación en el aula podría formar personas altamente alfabetizadas en la enseñanza de las matemáticas a partir de relacionar esta con el mundo real (Maabb *et al.*, 2019; Huincahue *et al.*, 2018; Erbas *et al.*, 2014). La modelación en la educación básica es un medio para que los alumnos mejoren la comprensión de conceptos matemáticos y puedan descubrir la función de las matemáticas, la cual es servir como herramienta para interpretar la realidad (Jung *et al.*, 2019; Shabhari y Peled, 2017). Además, modelar situaciones del mundo real involucra a los estudiantes con procesos sociales, matemáticos y comunicativos, lo que les da una amplia gama de posibilidades de aprendizaje y les motiva a aprender matemáticas (Daher y Shabhari, 2015).

Estudios recientes demuestran que los beneficios de la modelación matemática se dan a lo largo de los diferentes niveles escolares. Tal es el caso de la investigación realizada por Shabhari y Peled (2017), quienes revisaron una forma en que el modelado se puede integrar en el programa curricular de la escuela primaria a través de actividades enfocadas en el concepto de fracción. El objetivo principal del estudio fue observar las oportunidades de aprendizaje creadas por las actividades de modelado para estudiantes de sexto grado. Los hallazgos muestran que los alumnos utilizaron su conocimiento conceptual y de procedimiento sobre las fracciones en la construcción de modelos matemáticos para las situaciones dadas. Algunos estudiantes también fueron capaces de generalizar el modelo de fracción y transferirlo a una nueva situación problemática. Las

actividades revelaron además las dificultades en el conocimiento de las fracciones, algunas de las cuales fueron superadas en el proceso de organización del problema.

Schukajlow *et al.* (2015) estudiaron a alumnos alemanes de noveno grado de tres diferentes escuelas trabajando en cada una con un grupo de control y uno experimental. Esto con la intención de probar los efectos de un instrumento estratégico llamado *plan de solución*, el cual consiste en guiar paso a paso la solución de actividades de modelación matemática. En el grupo experimental en que se aplicó el instrumento se encontró un aumento significativo en las estrategias de organización, elaboración, ensayo y planificación. También se observó que los estudiantes asumieron una actitud de autonomía para hacer el diagnóstico de las dificultades de resolución de problemas.

Se han encontrado estudios con participantes de nivel universitario en los que se busca determinar el impacto del modelado matemático en un grupo experimental en contraste con un grupo de control en el que las clases impartidas fueron de manera convencional (Cozcher, 2017; Doerr *et al.*, 2014; Nourallah y Farzad, 2012). Los investigadores evidenciaron que el efecto principal para el enfoque instruccional fue estadísticamente significativo y concluyeron que la modelación representa una ayuda valiosa para el aprendizaje del estudiante. Los alumnos se benefician de iniciar con situaciones o problemas contextuales relevantes y avanzar hacia resultados generalizados e ideas matemáticas formales. También hay investigaciones sobre los bloqueos y obstáculos que los alumnos pueden experimentar en el modelado (Rodríguez, 2019; Plaza, 2016; Huang, 2012).

Incluso cuando la modelación matemática es considerada como esencial en los programas escolares, esta no se aplica a profundidad en muchos países. Hay muy poca modelación en el aula cotidiana y en su mayoría es tratada como matemáticas sin contexto o como problemas razonados, esto significa que hay una brecha entre la teoría

educativa y la práctica en el aula (Kurniadi *et al.*, 2020; Arseven, 2015).

La razón por la que existe una diferencia entre los programas y las prácticas educativas es que los docentes tienen dificultades para trabajar con la modelación matemática (Tropper *et al.*, 2015). Los investigadores aseguran que si los profesores aprenden la teoría de la modelación matemática en la universidad y trabajan en el diseño de modelos no deberán tener problemas al iniciar su práctica docente. Es decir, los docentes deben capacitarse para dominar el tema. Estas conclusiones coinciden con investigaciones en las cuales se estudia a futuros profesores de matemáticas que participan en un curso de modelación matemática a la vez que trabajan con alumnos en actividades de modelado.

Yenmez *et al.* (2017) estudiaron cómo evoluciona el conocimiento de los maestros con respecto a la creación de criterios de valoración para evaluar en los alumnos el modelado matemático mediante un programa basado en el ciclo de lecciones desde la perspectiva del modelaje. El proceso que llevaron a cabo las docentes se basó en sesiones en donde mostraron sus modelos de enseñanza y aprendizaje con la planeación de clases para sus estudiantes probándolas a través de su implementación y observación en el aula. Los investigadores encontraron que al inicio del estudio las profesoras pensaban que para cada actividad de modelación matemática debería haber diferentes criterios de evaluación. Sin embargo, durante el proceso se dieron cuenta de que los alumnos pasaban por procesos de modelación casi iguales independientemente de los temas con los que trabajaban. Además, los investigadores concluyeron que los criterios de evaluación claros son importantes en el proceso de la modelación matemática debido a que el aprendizaje es más eficaz cuando los propios practicantes tienen una comprensión de la capacidad para medir sus logros.

El estudio realizado por Zeytun *et al.* (2017) tuvo como participantes a 19 futuros profesores de matemáticas que ingresaron a un curso de

modelación durante un semestre. Los resultados revelaron que los procesos de modelado de los futuros profesores constan de cinco etapas: comprender la tarea, diseñar un plan de solución, ejecutar el plan, interpretar y verificar el modelo y presentar el modelo. Trabajando en las tareas de modelado con un enfoque orientado a resultados, los futuros maestros pasaron por un proceso de modelado de ciclo único y no buscaron un mejor modelo al reflexionar y mejorar sus modelos. Ante dificultades en un punto del proceso de solución, en ocasiones ignoraron las variables más importantes o hicieron suposiciones que respaldaron sus respuestas intuitivas para poder llegar a una solución; en otros casos, consideraron válidas sus soluciones sin necesidad de verificación adicional. Los investigadores concluyeron que los programas de formación de profesores de matemáticas y programas de matemáticas deben contar con cursos de modelización matemática para mejorar las competencias en este aspecto. El ejercicio de modelado matemático también puede permitir a los alumnos tener una mejor comprensión de los conceptos matemáticos.

Según Jacobs y Durandt (2017), los profesores de matemáticas de preservicio deben estar involucrados en los desafíos que plantea el modelado matemático durante su formación para mejorar su conocimiento pedagógico y de contenido, a la vez que fortalecen gradualmente sus disposiciones y, en especial, su confianza. Así lo reveló el estudio que llevaron a cabo a través de una encuesta aplicada a 50 maestros de preservicio de matemáticas de tercer año sobre sus actitudes hacia la modelización después de la implementación de un curso de modelado.

Considerando la importancia de la aplicación de la modelación matemática en la enseñanza de las matemáticas, Shahbari y Tabach (2016) investigaron los efectos de cómo los profesores afrontan las actividades de modelado en el desarrollo de sus habilidades para identificar ciclos de modelado. La investigación se realizó con 34 profesores en ejercicio que cursan estudios de

maestría. Los datos fueron recolectados de dos informes y una reflexión proporcionada por los participantes sobre una actividad de modelado. El primer informe se presentó antes de que los propios participantes se ocuparan de las actividades de modelado; mientras que el segundo informe y la reflexión se presentaron después de su participación en las actividades de modelado. Los hallazgos muestran que antes de participar en la actividad la mayoría de los profesores describieron la participación de los estudiantes en la actividad de modelado como un proceso lineal. Los maestros participantes notaron el modelo matemático final y los resultados matemáticos obtenidos de su aplicación, pero la mayoría de ellos ignoraron los resultados realistas, el proceso de validación y la naturaleza cíclica del avance del modelo matemático. Sin embargo, después de que los profesores participaron en actividades de modelado como aprendices sus informes indicaron que la mayoría pudo reconocer todas las fases de modelado y distinguir los procesos cíclicos del progreso de los modelos matemáticos. Además, según los análisis de las reflexiones, los profesores participantes son conscientes de los cambios en sus descripciones.

El uso de la modelación matemática es importante para los estudiantes en la solución de problemas. Por lo que el conocimiento y experiencia de la modelación de los profesores y futuros profesores es indispensable (Hapizah y Mulyono, 2020). La práctica efectiva de la modelación en el aula es desafiante para los docentes, por lo que la calidad de las experiencias de aprendizaje de los alumnos dependerá de la calidad de la formación que los profesores puedan ofrecer. Según Sahin *et al.* (2019), para que los docentes puedan dar una enseñanza de calidad a través de la modelación deben contar con las competencias de: conocer el propósito e importancia del modelado matemático y las propiedades del modelado matemático, diferenciarlo de los problemas tradicionales, diseñar y aplicar actividades de modelado matemático y realizar evaluaciones.

Considerando que la evaluación del uso de la modelación matemática es pertinente para la enseñanza de las matemáticas, este estudio tiene como objetivo proponer una rúbrica que pueda evaluar el nivel de modelación matemática de alumnos del último grado de secundaria (cuando trabajan en la solución de problemas de manera individual). La rúbrica puede ser una herramienta muy útil para los profesores de matemáticas de educación secundaria, pues su aplicación permite identificar la habilidad de los estudiantes en modelación matemática y diagnosticar las fases de esta.

Modelación matemática

De acuerdo con Brito-Vanilla *et al.* (2011), un modelo es una representación de la realidad. Por ello se puede decir que la modelación matemática intenta caracterizar una parte de la realidad a través de las matemáticas. También, afirman que los modelos matemáticos representan los elementos de mayor importancia del problema. Estos relacionan la teoría matemática y el mundo cotidiano, por lo que pueden tomarse como una valiosa opción didáctica con pensamiento crítico y sistémico, lo cual es prioridad en la formación de ingenieros (Plaza, 2017).

La modelación no es un tema nuevo, pues se ha investigado por más de 40 años. Y a pesar de que el término *modelación matemática* es utilizado en diferentes partes del mundo, existe controversia entre expertos en el tema. Estas surgen de diferentes perspectivas teóricas desde las cuales se aborda la modelación matemática (Borromeo, 2013). Una clasificación de estas perspectivas teóricas es la de Kaiser y Srirman que clasifican a la modelación en seis categorías (Borromeo, 2013). En la [tabla 1](#), se puede observar esta clasificación de las perspectivas de la modelación matemática de Kaiser y Srirman (2006) que se utiliza actualmente, las relaciones con perspectivas matemáticas anteriores y sus antecedentes. Cabe mencionar que la perspectiva de modelación cognitiva la consideran como una metaperspectiva y fue la última que se agregó a la clasificación.

Tabla 1. Clasificación de las perspectivas de la modelación matemática.

Nombre de la perspectiva	Objetivos centrales	Relación con perspectivas anteriores	Antecedentes
Modelación realística o aplicada.	Objetivos pragmático-utilitarios. Por ejemplo: resolver problemas reales del mundo, promoción de las competencias de modelación.	La perspectiva pragmática de Pollak.	Pragmatismo anglosajón y matemáticas aplicadas. Debate americano sobre solución de problemas, así como la práctica cotidiana y experimentos psicológicos de laboratorio.
Modelación Contextual.	Objetivos psicológicos y relacionados con el sujeto. Por ejemplo: resolver problemas con contexto.	Enfoques de procesos de la información encaminados a enfoques de sistemas.	Teorías didácticas y de enseñanza.
Modelación educativa: a) modelación didáctica, b) modelación conceptual.	Objetivos pedagógicos relacionados con el sujeto. a) estructuración de los procesos de los aprendices y su promoción. b) introducción y desarrollo del concepto.	Perspectivas integradoras (Blum, Niss) y la promoción de desarrollos del enfoque científico-humanista.	Enfoques sociocríticos en sociología política.
Modelación sociocrítica.	Objetivos pedagógicos como la comprensión del mundo que nos rodea.	Perspectiva emancipatoria.	Epistemología romana.
Modelación epistemológica o teórica.	Objetivos orientados a la teoría como la promoción del desarrollo de la teoría. Objetivos de la investigación: a) análisis de los procesos cognitivos que tienen lugar durante los procesos de modelización y comprensión de estos procesos cognitivos.	Perspectiva científico-humanista de principio de Freudenthal.	
Modelación cognitiva	Objetivos psicológicos: b) promoción de los procesos de pensamiento matemático utilizando modelos como imágenes mentales o incluso imágenes físicas o enfatizando el modelado como proceso mental como abstracción o generalización.		Psicología cognitiva.

Fuente: Kaiser y Sriraman (2006, p. 304).

Una aplicación matemática se realiza siempre que hay un propósito para aplicar las matemáticas para afrontar algún aspecto del mundo extramatemático, es decir, el mundo real (Niss *et al.*, 2007). En ocasiones cuando se habla de *modelo* y *modelación* se cree que significan lo mismo. Sin embargo, el modelo es el resultado de la modelización, la cual representa un proceso (Dundar *et al.*, 2012) y existe un consenso de que el modelado es un

proceso no lineal, un ciclo de modelado matemático es una forma de describirlo (Czocher, 2017).

Blum y Borromeo (2009) utilizan en sus estudios un ciclo de modelación de siete pasos: construir, simplificar y estructurar, matematizar (calculando y resolviendo ecuaciones), trabajar matemáticamente, interpretar, validar y haciendo una presentación. En este ciclo el alumno debe comprender el problema que se presenta y tomar lo relevante

para solucionarlo a partir de la simplificación, estructuración y precisión. Al traducir el problema a un modelo matemático se deberá trabajar con cálculos o resolución de ecuaciones para tener un resultado que más adelante se pueda interpretar en el mundo real. Por último, se deberá validar este resultado para poder exponerlo. Este ciclo de modelación se puede observar en la [figura 1](#).

Entre los objetivos de la enseñanza de las matemáticas se encuentra el que los alumnos desarrollen el pensamiento matemático, de tal manera que puedan interpretar situaciones y crear soluciones para el problema que se les presenta. El modelo matemático es una ecuación, una fórmula, una expresión matemática que representa las características más significativas de una situación problemática. Por lo tanto, la modelación matemática será el proceso en el cual se desarrolla el modelo matemático (Dundar *et al.*, 2012). Blum y Kaiser (2016, p. 9) presentan las habilidades que están asociadas a la modelación matemática en cada uno de sus pasos; estos se muestran en la [tabla 2](#).

Según Houston (2006, p. 247), la modelación matemática es un proceso que por lo general se da en siete fases, que son:

1. Especificar el problema verdadero.
2. Crear el modelo matemático.
3. Especificar el problema matemático.
4. Resolver los problemas de matemáticas.
5. Interpretar las soluciones matemáticas.
6. Validar el modelo.
7. Revisar y reportar.

El interés por evaluar la modelación matemática se inició en la década de 1980. Hall establece tres grupos de habilidades para evaluar la modelación (citado en Houston, 2006). El primero es el grupo de *contenido*, el cual recoge los aspectos técnicos del modelado; el segundo, es el de *presentación*, que tiene que ver con la escritura del proyecto; y el tercer grupo, *conducción*, se relaciona con la originalidad y la gestión. La tabla 3 muestra los grupos de evaluación y la fase que le corresponde.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) creó en 1997 el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (Pisa por sus siglas en inglés) con la intención de contar con pruebas comparables en el mundo en relación con el desempeño de los alumnos. El objetivo de la OCDE fue ofrecer a los

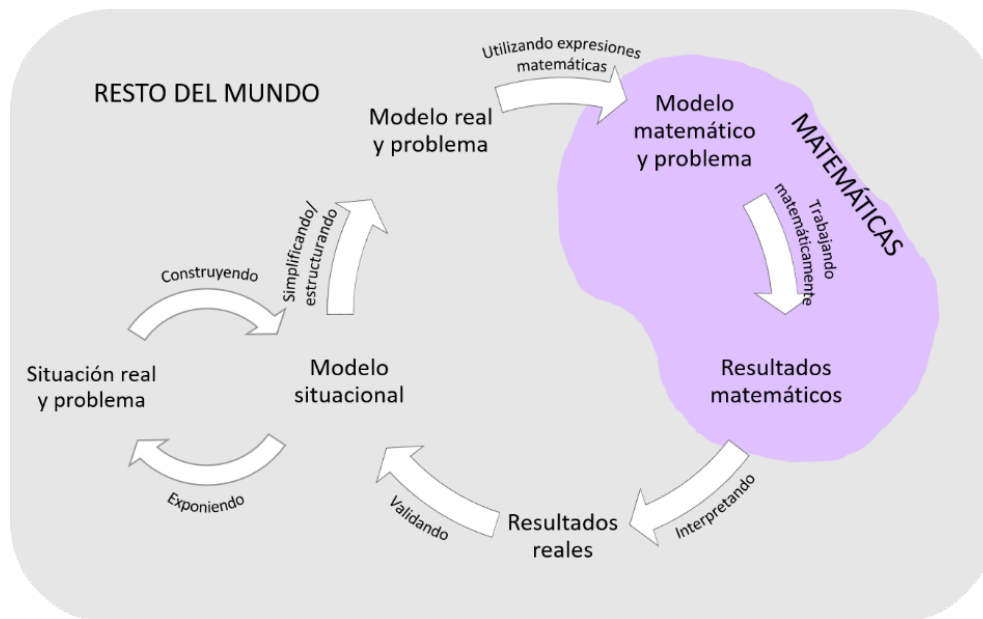


Figura 1. Ciclo de modelación. Fuente: Blum y Bomorro (2009, p. 49).

Tabla 2. Habilidades implicadas en cada paso de la modelación matemática.

Pasos	Descripción
Primer paso: comprender el problema y establecer un modelo basado en la realidad.	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer supuestos para el problema y simplificar la situación. • Para identificar las cantidades que influyen en la situación, para nombrarlas y para determinar las variables claves. • Para conocer las relaciones entre las variables. • Para diferenciar entre la información que se usará en la solución y la información que no se usará en la solución considerando lo que se da en el problema.
Segundo paso: establecer un modelo matemático mediante el uso del modelo real.	<ul style="list-style-type: none"> • Expresar matemáticamente las cantidades interrelacionadas y las relaciones entre ellas. • Para simplificar las cantidades relevantes y las relaciones entre ellas si es necesario y para disminuir su número y complejidad. • Usar notaciones matemáticas apropiadas y representar gráficamente situaciones.
Tercer paso: para responder a la pregunta matemática mediante el uso del modelo matemático formado.	<ul style="list-style-type: none"> • Usar estrategias apropiadas para resolver problemas (por ejemplo, la división del problema en partes, abordar el problema desde una perspectiva diferente o variar las cantidades). • Para usar el conocimiento matemático para resolver el problema.
Cuarto paso: para interpretar los resultados matemáticos obtenidos en el mundo real.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar resultados matemáticos en contextos extra matemáticos. • Generalizar los resultados obtenidos para una situación específica. • Expresar o discutir soluciones matemáticas mediante el uso de un lenguaje matemático apropiado.
Quinto paso: para validar la solución.	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar críticamente y verificar las soluciones obtenidas. • Revisar algunas partes del modelo establecido o iniciar de nuevo el proceso de modelado si las soluciones no concuerdan con la situación del problema. • Reflexionar sobre otras formas de resolver el problema o desarrollar las soluciones existentes de diferentes maneras. • Para cuestionar el modelo en general.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Ítems y mapeo de las fases de Hall

Ítems de Hall	
Contenido	Fases
1. Capacidad para manejar y dar sentido a datos naturales y experimentales.	1
2. Determinación de variables y parámetros los cuales describen la observación.	2
3. Reconocimiento de patrones en los datos y en procesos.	2
4. Generación de expresiones matemáticas para resumir observaciones.	2
5. Capacidad para configurar un modelo que representa el sistema y relacionar sus variables significativas.	2
6. Capacidad técnica para manipular expresiones matemáticas del modelo para lograr objetivos deseados.	3, 4
Presentación	
7. Representación e interpretación de datos.	7b
8. Traducción de información dentro y fuera de la forma pictórica.	7b
9. Capacidad de comunicación clara, especialmente en redacción.	7b
Conducción	
10. Capacidad de identificar una situación y de formular problemas.	1,3
11. Capacidad para consultar libros para técnicas adicionales de información.	1,4
12. Comprender cuando cambiar de modelo, método u objetivo en la discusión de un problema.	7a
13. Reconocer qué es lo que constituye una solución-evaluación para el éxito de los modelos.	5,6
14. Capacidad de trabajar efectivamente en un grupo.	1,7

Fuente: Houston (2006, p. 249).

países miembros información sobre el resultado de los sistemas educativos mediante la medición del logro de los alumnos dentro de un marco internacional, con la intención de que cada país pueda tomar decisiones sobre sus objetivos educativos, considerando las habilidades que son de gran importancia para la vida adulta (OCDE, 2013).

Para el programa Pisa el ciclo de la modelación matemática es el núcleo para comprender cómo los estudiantes solucionan problemas de manera activa. En la prueba que se aplica a los estudiantes, por lo general, llevan a cabo algunas fases del ciclo de modelación, dependiendo de la información de los ítems. Así como el ciclo es considerado no lineal, los participantes van de un proceso a otros para revisar y validar sus conclusiones en la resolución de problemas. En la [figura 2](#) se puede observar el ciclo de modelación matemática en el cual se centra Pisa. En el presente trabajo la modelación matemática se entiende como el proceso cíclico en el cual, un problema del mundo real es simplificado para resolverlo, interpretarlo y validarlo.

Metodología

Para medir el nivel de modelación matemática en alumnos de secundaria, se diseñó una rúbrica

basada en las fases del ciclo de la modelación. De acuerdo con la revisión de literatura, el proceso de la modelación matemática es cíclico. Sin embargo, en todas las tareas o actividades, aunque sean diferentes, se considera que se puede observar las mismas fases. Teniendo en cuenta lo anterior, la rúbrica puede utilizarse para cualquier problema que se plantee a los alumnos de manera individual. Por lo general, se recomienda trabajar la estrategia de modelación matemática en colaboración, no obstante, hay momentos en el aula en los que el alumno debe hacerlo por su cuenta. Este instrumento es, precisamente, para cuando se trabaja de manera individual.

Con el objetivo de validar la rúbrica diseñada se construyó una prueba con problemas que se obtuvieron de ítems liberados de Pisa. Sin embargo, se agregaron preguntas en cada problema para poder tener información de las fases de la modelación matemática. En este apartado se describen los participantes del estudio, así como el diseño y aplicación de la rúbrica y de la prueba.

Participantes

Participaron 61 alumnos de tercero de secundaria repartidos en dos grupos de un colegio del sur de la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México. De

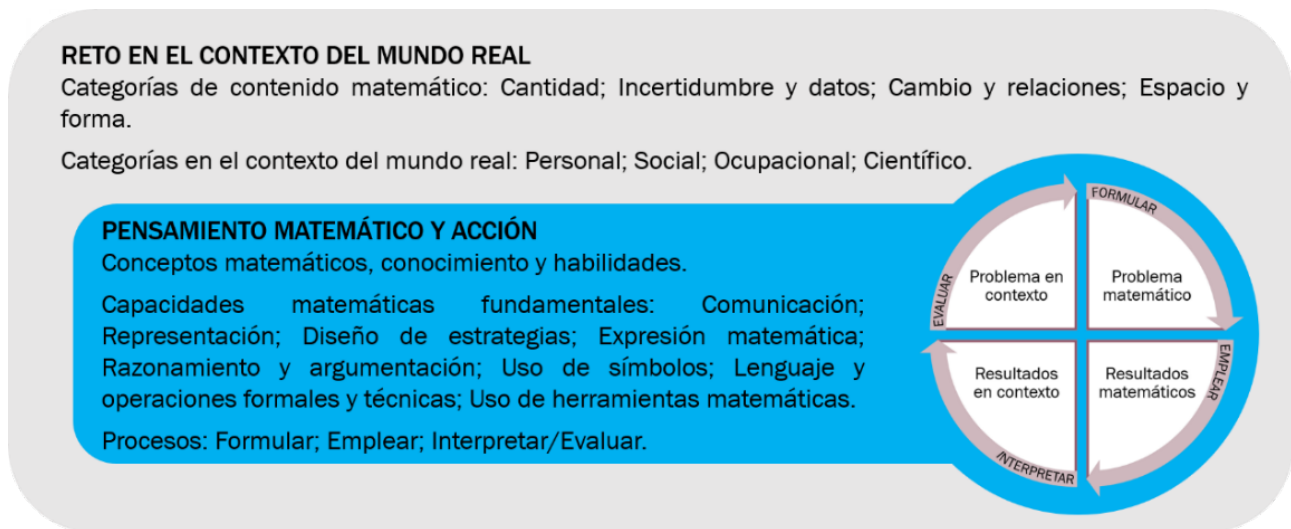


Figura 2. Modelo de la alfabetización matemática en la práctica. Fuente: OCDE (2013).

Tabla 1. Variables diferenciadoras relevantes en estudiantes universitarios en Ciencias Forestales

Variable	Relevancia en el aprendizaje	Limitación con sistemas actuales	Perspectivas para el futuro
Relación teoría-práctica de conocimientos.	Los futuros profesionales en Ciencias Forestales no solo deben conocer terminologías teóricas en su conocimiento, sino también poderlas aplicar y explicar en la actividad laboral.	No todas las temáticas se adaptan a un sistema teórico-práctico.	Estructurar cursos en los que la parte práctica y la aplicación de casos sean amplias y permitan al futuro egresado tener un mayor conocimiento.
Desarrollo de giras de campo.	Son fundamentales para que el estudiante pueda aplicar su conocimiento en casos reales y así conocer la realidad nacional.	La lejanía de los sitios de estudio y el sitio de caso limita la exposición a situaciones reales para los estudiantes.	Desarrollo de trabajos que busquen la solución de casos reales.
Trabajo en grupo y desarrollo de habilidades blandas.	Es fundamental que el egresado pueda incrementar habilidades para trabajos en comunidades y con otros profesionales	Los sistemas tradicionales no desarrollan de forma apropiada dichas habilidades.	Se deben proponer trabajos en los que el estudiante pueda incrementar habilidades blandas y crecimiento personal.
Trabajo con comunidades.	Es pertinente que el futuro profesional cuente con las habilidades suficientes para el trabajo en equipo.	Los sistemas tradicionales no desarrollan de forma apropiada dichas habilidades.	Se debe crear conciencia y canales de trabajo en los que los estudiantes puedan trabajar con casos reales.

Fuente: basado en Zeichner (2010); Šolc *et al.* (2012); Kovacova y Vackova (2015).

ellos, 18 alumnos se eligieron aleatoriamente para aplicarles la prueba piloto. La prueba a gran escala se aplicó a los 43 alumnos restantes. De estos alumnos 22 son mujeres y 21 son varones. Con respecto a las edades, cinco alumnos (12 %) tienen 13 años, 33 alumnos (76 %) tienen 14 y cinco alumnos (12 %) tienen 15 años.

Diseño de instrumento

Gatica-Lara y Uribarren-Berrueta establecen que las rúbricas “son guías precisas que valoran los aprendizajes y productos realizados. Son tablas que desglosan los niveles de desempeño de los estudiantes en un aspecto determinado, con criterios específicos sobre rendimiento” (2013, p. 62). El diseño de la rúbrica en este estudio se basa en las fases propuestas por los trabajos especializados

en modelación matemática en la revisión de literatura; específicamente en Blum y Borromeo (2009), Blum y Kaiser (1997), Hall (2006) y OCDE (2013). En estas fases los indicadores se diseñaron de acuerdo con aquellas actividades observables en la prueba que se aplicó a los alumnos considerando que el trabajo es individual. A partir de estos supuestos se establecieron cuatro fases o dimensiones de la modelación matemática: formulación, resolución, interpretación y validación.

Con respecto a las fases de modelación matemática, la fase de resolución cuenta con tres indicadores y las tres fases restantes tienen dos indicadores cada una. A su vez los indicadores tienen cuatro niveles para su medición donde 1 es el valor mínimo y 4 es el valor máximo. La rúbrica con indicadores y niveles de medición para evaluar los problemas para cada fase, se muestran en la [tabla 4](#).

Tabla 4. Rúbrica de las fases con indicadores y niveles de medición

Fases	Indicadores	1	2	3	4
Formulación	Identifica el problema o situación del mundo real	No se da ninguna declaración del problema.	La declaración del problema es difícil de comprender.	La declaración del problema es fácilmente identificable, pero no es precisa con otras declaraciones.	Concisa declaración del problema que indica exactamente cuál será el resultado del modelo.
	Identifica las partes o datos relevantes del problema para su solución	Todos los datos del problema son considerados relevantes.	Toma algunos datos del problema como relevantes cuando no son.	Identifica algunas de los datos relevantes del problema.	Identifica todos los datos relevantes del problema.
Resolución	Determina variables y parámetros para construir un modelo matemático	No enlista variables ni parámetros relevantes para construir el modelo matemático.	Enlista variables y parámetros, pero no todos son relevantes para construir el modelo matemático.	Todos los parámetros y las variables que enlista son relevantes, pero faltan otras que también lo son.	Enlista todas las variables y parámetros relevantes para construir el modelo matemático.
	Genera un modelo matemático para representar el problema.	El modelo no se presenta o no representa el problema.	El modelo contiene errores matemáticos significativos.	El modelo se indica, pero contiene errores matemáticos corregibles.	Expresa el modelo matemático correctamente.
	Realiza cálculos y resuelve el modelo matemático	No realiza cálculos.	Realiza cálculos que no son pertinentes por lo que no llega a resolver el modelo matemático.	Realiza cálculos pertinentes, pero tiene errores que no permiten llegar a resolver el modelo matemático.	Realiza cálculos pertinentes y resuelve el modelo matemático.
Interpretación	Formula explicaciones	No puede explicar el problema.	Reconoce que hay una explicación, pero no puede establecerla.	Ofrece una explicación del problema, pero no es correcta o no está bien fundamentada.	Ofrece una explicación del problema correctamente fundamentada.
	Hace supuestos y reconoce limitaciones	No establece supuestos ni limitaciones.	Establece supuestos o limitaciones, pero no son relevantes para el problema.	Establece supuestos o limitaciones relevantes.	Establece supuestos y limitaciones relevantes.
Validación	Contrasta los resultados con la realidad	No contrasta resultados con la realidad.	Contrasta los resultados con la realidad, pero llega a conclusiones equivocadas.	Contrasta los resultados con la realidad logrando conclusiones secundarias.	Contrasta los resultados con la realidad llegando a conclusiones relevantes.
	Reflexionar sobre otras formas de resolver el problema o desarrollar las soluciones existentes de diferentes maneras	No reflexiona sobre otras alternativas de solución.	Afirma que hay otras alternativas para resolver el problema, pero no las puede enlistar ni detallar.	Enlista otras alternativas para resolver el problema, pero no las detalla.	Enlista y detalla otras alternativas para resolver el problema.

Fuente: elaboración propia.

La rúbrica se utilizó para evaluar cuatro problemas de una prueba creada a partir de ítems diseñados por Pisa y que fueron liberados para el público en general. Se eligió este tipo de problemas ya que en estas pruebas que se aplica a los estudiantes, por lo general, se realizan algunas fases del ciclo de modelación, dependiendo de la información de los ítems. Además, se agregaron preguntas para observar qué podían hacer los estudiantes en las diferentes fases y así evaluarlos con la rúbrica.

La figura 3 muestra un ejemplo de un problema contenido en la prueba y uno de sus incisos. En este problema se puede observar la indicación: "Describe el problema que se te ha pedido resolver demostrando tu comprensión de él"; su información permite evaluar la fase de formulación de la rúbrica que se diseñó con el primer indicador. La prueba se conforma de 24 incisos en total que permitieron evaluar cada una de las fases o dimensiones de la modelación matemática. A cada fase le corresponden seis incisos.

Validación y confiabilidad de la rúbrica

La validación de la rúbrica se hizo en dos etapas. La primera consistió en la revisión de la redacción y niveles de intensidad por dos expertos. La segunda etapa se realizó mediante un juicio por tres expertos. Cada uno de ellos, por separado, evaluó cada inciso de la prueba con la rúbrica diseñada

para ello. Se calculó el coeficiente de Kappa para medir la concordancia entre los expertos.

Con respecto a la prueba, se realizó una prueba piloto con 18 alumnos de tercero de secundaria, la cual duró alrededor de 50 minutos. Una vez que se aplicó a los alumnos, se hicieron cambios para mejorar la calidad de la información que se recabó del resto de los 43 alumnos. Se tomó la decisión de omitir uno de los problemas debido a que era un poco confuso para los alumnos. Por otro lado, la omisión del problema pudo disminuir el tiempo de aplicación de la prueba, esto con la intención de que los alumnos no se cansaran y disminuyera el interés por contestar la prueba. Además, se mejoró la redacción de algunos incisos de acuerdo con las dudas que los alumnos expresaron durante la prueba piloto. En relación con la confiabilidad de la rúbrica, se calculó el coeficiente de Chronbach de cada uno de los datos de los tres expertos que evaluaron la prueba y se eligieron los datos con el valor más alto. Los resultados se presentan en el siguiente apartado.

Resultados

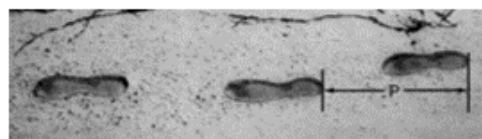
Con los datos obtenidos de la aplicación de la prueba a los 43 alumnos de tercero de secundaria se calculó la media, la desviación estándar y el sesgo de cada reactivo y de la puntuación total. En la tabla 5 se muestran los datos agrupados por

A. Caminar

La foto muestra las huellas de un hombre caminando.

La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas. Para los hombres, la

fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una relación aproximada entre n y P donde: n = número de pasos por minuto, y P = longitud del paso en metros.



1. Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

a) Describe el problema que se le te ha pedido resolver demostrando tu comprensión de él.

Figura 3. Ejemplo de un problema de la prueba con ítems de Pisa. Fuente: elaboración propia.

cada una de las cuatro fases de la modelación matemática con las que cuenta la rúbrica.

En relación con los datos obtenidos de las medidas de tendencia central, se puede observar que, en general, los alumnos se encuentran en un nivel elemental. No obstante, la fase de formulación es aquella que cuenta con la media más alta de las cuatro fases. Además, los valores de los sesgos son negativos, a excepción del reactivo 10 (que es cero); por lo tanto, se puede afirmar que es la fase de mayor fortaleza de los alumnos. En el caso de la fase de resolución los reactivos con las medias más bajas son los 5 y 20, estos corresponden a realizar cálculos y resolver el modelo matemático. Esto permite concluir que hay un área de oportunidad en los conocimientos de la disciplina.

Con respecto a la validación del instrumento, se calculó el coeficiente de Kappa para cada reactivo. Este coeficiente refleja la fuerza de la concordancia entre dos o más observadores, puede tomar valores entre -1 y +1, cuanto más cercano a +1 mayor es el grado de concordancia inter-observador (Cerdea y Villarreal, 2008). Quero (2010) afirma que valores mayores de 0 indican que hay

concordancia leve (0,01-0,20), aceptable (0,21-0,40), moderada (0,41-0,60), considerable (0,61-0,80) o casi perfecta (0,81-1,00). Los resultados de cada reactivo que van de 0,511 a 0,883 reflejan una concordancia moderada para algunos de los reactivos y considerable para otros del instrumento; por lo que se puede afirmar que hay una concordancia buena del instrumento. La [tabla 6](#) muestra los valores para cada reactivo de las fases.

Para cada grupo de datos de los evaluadores se calculó el coeficiente de Cronbach para medir la fiabilidad de la prueba. El coeficiente Cronbach se determina al calcular la correlación de cada reactivo o ítem con cada uno de los otros, resultando una gran cantidad de coeficientes de correlación. El valor de α es el promedio de todos los coeficientes de correlación, su valor oscila entre 0 y 1, cuanto más se acerque el coeficiente a 0 mayor error habrá en la medición (Quero, 2010). Los resultados son: para los datos del evaluador 1, el coeficiente fue de 0,86; para los datos de los evaluadores 2 y 3 el coeficiente fue de 0,88. Los valores obtenidos permiten considerar que el instrumento de la rúbrica es confiable.

Tabla 5. Medidas de tendencia central

Fase	Reactivo	Med	Desv	Sesgo	Fase	Reactivo	Med	Desv	Sesgo
Formulación	R01	2,7	1,4	-0,3	Resolución	R03	2,2	1,3	0,4
	R02	2,8	1,1	-0,3		R04	2,6	1,3	-0,1
	R10	2,5	1,4	0,0		R05	1,6	0,8	1,4
	R11	2,6	1,1	-0,2		R18	2,3	1,3	0,2
	R12	2,9	1,0	-0,7		R19	1,9	1,2	0,9
	R13	2,8	1,2	-0,3		R20	1,6	1,0	1,5
Interpretación	R06	2,2	1,2	0,4	Validación	R08	1,6	1,0	1,4
	R07	3,0	1,1	-0,5		R09	1,9	1,2	0,8
	R14	2,7	1,1	-0,2		R16	2,9	1,1	-0,6
	R15	2,0	1,1	0,8		R17	2,3	1,1	0,2
	R21	1,7	1,0	1,2		R23	2,3	1,0	0,1
	R22	2,2	1,1	0,3		R24	1,9	0,9	0,7
Total de 96 puntos posible	Media 55,2			Desviación 13,8	Sesgo 0,6				

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Coeficiente de Kappa de los reactivos de las fases

Formulación		Resolución		Interpretación		Validación	
Reactivos	k	Reactivos	k	Reactivos	K	Reactivos	k
R01	0,511	R03	0,564	R06	0,516	R08	0,635
R02	0,567	R04	0,555	R07	0,523	R09	0,645
R10	0,830	R05	0,607	R14	0,525	R16	0,592
R11	0,527	R18	0,796	R15	0,513	R17	0,626
R12	0,588	R19	0,883	R21	0,793	R23	0,526
R13	0,537	R20	0,727	R22	0,574	R24	0,678

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

La modelación matemática, según la revisión de literatura, es una estrategia que se ha enfatizado como un enfoque educativo en todos los niveles escolares, desde nivel básico hasta universitario (Kurniadi *et al.*, 2020). Actualmente, el papel de la modelación matemática en el aprendizaje de las matemáticas tiene gran importancia ya que ayuda a los estudiantes a comprender el mundo real, fomenta la motivación de los alumnos a desarrollar un pensamiento más competente y los lleva a descubrir estrategias para resolver problemas, entre otras cosas (Hapizah y Mulyono, 2020).

La modelación es un proceso iterativo en el cual, a través de modelos matemáticos se resuelven problemas de la vida cotidiana. Es una práctica que se espera que todos los estudiantes desarrollen y es el docente quien tiene un papel primordial y desafiante para lograr el desarrollo de esta competencia en sus alumnos (Jung *et al.*, 2019).

De acuerdo con la revisión de literatura, la modelación implica un trabajo de evaluación por parte del maestro que requiere que conozca y haya experimentado la modelación para que esta evaluación sea de calidad (Sahin *et al.*, 2019).

Además, requiere de mayor trabajo por parte del docente ya que es necesario el diseño de actividades para que los alumnos experimenten con la modelación matemática. En ocasiones puede ser difícil lograr el diseño de actividades que se

centren en situaciones cotidianas a las cuales pueden enfrentarse sus alumnos (Yemenz *et al.*, 2018). La rúbrica presentada puede apoyar al profesor a reconocer en qué nivel se encuentra de manera individual sus estudiantes y encontrar áreas de oportunidad del grupo al analizar los puntajes medios de cada fase. De tal manera que esta información pueda ayudar a encaminar los esfuerzos por reforzar estas debilidades de manera más oportuna y específica.

Por último, es importante considerar que cuando se trabaja en colaboración los indicadores de la rúbrica pueden aumentar, por lo que se deja la invitación para trabajar en el diseño de rúbricas para actividades de modelación para grupos de estudiantes. El diseño de estas actividades es necesario para el desarrollo de habilidades de la modelación matemática; por ello, se sugiere diseñar y programar las actividades antes de iniciar el ciclo escolar. En la programación se pueden planear actividades interdisciplinarias de tal manera que otras asignaturas puedan participar en el diseño de proyectos transversales.

Referencias

Arseven, A. (2015). Mathematical Modelling Approach in Mathematics Education. *Universal Journal of Educational Research*, 3(12), 973-980. <https://doi.org/10.13189/ujer.2015.031204>

- Blum, W., Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. y Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Borromeo, R. (2013). Mathematical Modelling in European Education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 4, 18-24.
- Brito-Vallina, M., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J., Arias-de-Tapia, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139.
- Cerda, J., Villarroel, L. (2008). Evaluación de la concordancia inter-observador en investigación pediátrica: coeficiente de Kappa. *Revista Chilena de Pediatría*, 79(1), 54-58. <https://doi.org/10.4067/S0370-41062008000100008>
- Ciltas, A., Isik, A. (2013). The Effect of Instruction through Mathematical Modelling on Modelling Skills of Prospective Elementary Mathematics Teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1187-1192.
- [Czocher, J. A. \(2017\)](#). Mathematical Modeling Cycles as a Task Design Heuristic. *The Mathematics Enthusiast*, 14(1, 2,3), 129-140.
- Doerr, H., Arleback, J., Castello, A. (2014). Design and effectiveness of modeling-based mathematics in a summer bridge program. *Journal of Engineering Education*, 103(1), 92-111. <https://doi.org/10.1002/jee.20037>
- Daher, W. H., Shahbari, J. A. (2015). Pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), S25 - S46. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9464-2>
- Dundar, S., Gokkurt, B., Soyly, Y. (2012). Mathematical modelling at a glance: a theoretical study. *Social and Behavioral Sciences*, 46, 3465-3470. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.06.086>
- Erbas, A. K., Kertil, M., Ceninkaya, B., Cakiroglu E., Alacacci, C., Bas, S. (2014). Mathematical modeling in mathematics education: basic concepts and approaches. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 14(4), 1621-1627. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.4.2039>
- Gatica-Lara, F., Uribarren-Berrueta, T. (2013). ¿Cómo elaborar una rúbrica? *Investigación en Educación Médica*, 2(5), 61-65. [https://doi.org/10.1016/S2007-5057\(13\)72684-X](https://doi.org/10.1016/S2007-5057(13)72684-X)
- Hapizah, Y., Mulyono, B. (2020). Mathematical modelling skills of prospective mathematics teachers in problem-solving. *Journal of Physics: Conf. Series* 1480, 1-6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012003>
- Houston, K. (2006). Assessing the "Phases" of Mathematical Modelling. En *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 249-264). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_26
- Huang, C. H. (2012). Investigating engineering students' mathematical modelling competency. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 10(2), 99-104.
- Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(1), 99-115. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277>
- Jacobs, G. J., Durandt, R. (2017). Attitudes of pre-service mathematics teachers towards modelling: a South African inquiry. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(1), 61-84. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00604a>
- Jung, H., Stehr, E., He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics*, 119, 353-365. <https://doi.org/10.1111/ssm.12359>

- Kaiser, G., Srirman, B. (2006). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *ZDM Mathematics Education*, 38(3), 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kurniadi, E., Darmawijoyo W., Pratiwi, D. (2020). Developing a learning design of mathematical modelling courses on understanding basic concept of mathematical modelling. *Journal of Physics: Conf. Series 1480*, 1-8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012033>
- Maabb, K., Doorman, M., Jonker, V., Wijer, M. (2019). Promoting active citizenship in mathematics teaching. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 51, 991-1003. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01048-6>
- Niss, M., Blum, W., Galbraith, P. (2007). Introduction. En *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1
- Nourallah, N. S., Farzad, B. (2012). Mathematical modelling in university, advantages and challenges. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(7), 34-49.
- OCDE (2013). *Pisa 2012 Assessment and Analytical Framework. Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. <https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Pertamawati, L., Retnowati, E. (2019). Model-Eliciting Activities: Engaging students to make sense of the world. *Journal of Physics: Conf. Series 1200*, 2-9. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1200/1/012003>
- Plaza, L. (2017). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 7(13), 47-57. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v7i13.9
- Plaza, L. (2016). Obstáculos presentes en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista Científica*, 25, 176-187. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a1>
- Quero, M. (2010). Confiabilidad y coeficiente Alpha de Cronbach. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 12(2), 248-252.
- Rodríguez-Gallegos, R. (2019). Modeling Complex Problems in the Teaching of Mathematics, *IEEE Tenth International Conference on Technology for Education (T4E)*, Goa, India, 122-125. <https://doi.org/10.1109/T4E.2019.00-38>
- Rodríguez, R., Quiroz, S. (2016). EL papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 99-124. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1914>
- Rosa, M., Orey, D. (2010). Etnomodeling as a Pedagogical Tool for the Ethnomathematics Program. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 3(2). 14- 23.
- Sahin, S., Dogan, M. F., Cavus Erdem, Z., Gurbuz, R., Temurtas, A. (2019). Prospective teachers' criteria for evaluating mathematical modeling problems. *International Journal of Research in Education and Science*, 5(2), 730-743.
- Sepúlveda, E., González-Gómez, D., Villa-Ochoa, J. A. (2020). Analysis of a Mathematical Model. *Opportunities for the Training of Food Engineering Students. Mathematics*, 8, 1-16. <https://doi.org/10.3390/math8081339>
- Schukajlow, S., Kolter, J., Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education*, 47, 1241-1254. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2>
- Shabhari, J. A., Peled, I. (2017). Modelling in primary school: constructing conceptual models and making sense of fractions. *International Journal of Science and Math Education*, 15, 371-391. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9702-x>
- Shahbari, J. A., Tabach, M. (2016). Developing modelling lenses among practicing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(5), 717-732. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1106015>

- Tropper, N., Leiss, D., Hänze, M. (2015). Teachers' temporary support and worked-out examples as elements of scaffolding in mathematical modeling. *ZDM Mathematics Education*, 47, 1225-1240. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0718-z>
- Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 271-290. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9540-8>
- Yenmez, A. A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Alacaci, C. (2017). Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(6), 895-912. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298854>
- Yenmez, A. A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Cetinkaya, B., Alacaci, C. (2018). Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. *Teacher Development*, 22(4), 497-518. <https://doi:10.1080/13664530.2017.1338198>
- Zeytun, A. S., Cetinkaya, B., Erbas, A. K. (2017). Understanding Prospective Teachers' Mathematical Modeling Processes in the Context of a Mathematical Modeling Course. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(3), 691-722. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00639a>

