95 ISSN (versão online): 2317-5125
Amazônia
243 Revista de Educação em Ciências e Matemáticas

Uma possível aproximação da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e os registros de representação semiótica

The sociocritical perspective of mathematical modeling and the registers of semiotic representation: possible approaches

Silvana Cocco Dalvi[1]
Oscar Luiz Teixeira de Rezende[2]
Luciano Lessa Lorenzoni[3]

Resumo

O presente trabalho é parte de uma dissertação de mestrado e tem por objetivo aproximar a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica da teoria dos registros de representação semiótica analisando a formação do conceito do número racional. A situação extraída do contexto sociocultural dos alunos foi a problemática da escassez de água cuja questão desafiadora foi: eu sou gastão de água? que consistia em medir o próprio consumo de água por um dia. O objeto matemático que surgiu dessa investigação foi o número racional. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida numa escola pública, com alunos do 8º ano do ensino fundamental. As análises revelam que a modelagem na perspectiva sociocrítica foi terreno fecundo para um trabalho pedagógico que considera a diversidade de registros usados na educação matemática. A partir dos dados oriundos da medição da água os alunos foram estimulados a fazerem transformações de conversão, favorecendo a aprendizagem do conceito de número racional.
Palavras chave: Modelagem Matemática. Perspectiva sociocrítica. Representação semiótica. Número racional.

Abstract

The present work is part of a master's dissertation and aims to approximate mathematical modeling in the sociocritical perspective of the theory of semiotic representation records by analyzing the formation of the concept of rational number. The situation extracted from the students' socio-cultural context was the problem of water scarcity, the challenging question of which was: Am I wasted on water? which consisted of measuring your own water consumption for a day. The mathematical object that emerged from this measurement was the rational number. It is a qualitative research, developed in a public school, with students from the 8th year of elementary school. The analyzes reveal that modeling in the sociocritical perspective was fertile ground for pedagogical work that considers the diversity of records used in mathematical education. From the data from the water measurement, students were encouraged to make conversion transformations, favoring the learning of the concept of rational number.
Keywords: Sociocritical modeling. Semiotic representation. Teaching and learning. Rational number.

[1] Prefeitura de Castelo, Espírito Santo | silvanaej@hotmail.com
[2] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo | oscarltr@gmail.com
[3] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo | lucianolessalorenzoni@gmail.com

Introdução

A modelagem matemática na visão de Barbosa (2003, 2004) trata-se de um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a indagarem e/ou investigarem, por meio da matemática, situações problemas presentes na realidade. Entendemos realidade como o mundo exterior que, de alguma forma, pode ser observado e com o qual podemos experimentar (Cifuentes & Negrelli; 2012).

O ambiente de investigação de Barbosa tem como princípio o "convite" aos alunos para se envolverem na atividade, tendo como referência os cenários de investigação de Skovsmose (2008).

Para Barbosa (2003, 2004) existem diferentes maneiras de organizar e conduzir uma atividade de modelagem, sendo que dois aspectos devem ser considerados: encontrar problemas que não apresentem um esquema prévio de resolução, de modo a facilitar o processo investigativo do aluno; e ter como referência a realidade, envolvendo dados empíricos reais.

A partir desse olhar de Barbosa para a modelagem matemática, a primeira autora desse trabalho, professora do ensino fundamental, desenvolveu uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Os alunos envolvidos relataram, durante a primeira aula programada para a atividade, uma preocupação com a escassez de água no município em que residem. Nesse contexto, foi escolhido o tema para a atividade de modelagem, em que os alunos "foram "convidados" a medirem o próprio consumo de água no período de um dia. Nenhuma estratégia a priori foi definida, o que exigiu deles criatividade e esforço intelectual para investigarem uma maneira que pudessem responder à questão: "eu sou gastão de água?".

Os dados empíricos produzidos pelos alunos na medição do seu consumo de água possibilitaram explorar os pressupostos da teoria de registros de representação semiótica (Duval, 2009; 2013). Ela considera a articulação dos registros como uma condição de acesso à compreensão matemática, destacando a relevância das transformações de conversão e de tratamento de um objeto matemático, que nesse trabalho foram os números racionais.

Diante do exposto, o objetivo do trabalho foi o de analisar a aproximação da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica da teoria dos registros de representação semiótica. Num primeiro momento tratamos das bases teóricas que alicerçam a prática desenvolvida. Em seguida, descrevemos a atividade de modelagem desenvolvida fazendo nossas análises à luz do referencial teórico. Por fim, apresentamos as considerações finais do trabalho.

Ambientes de aprendizagem

Skovsmose (2008) quando aborda as práticas em sala de aula de matemática faz uma distinção entre dois ambientes de aprendizagem: o paradigma do exercício que se enquadra na educação matemática dita tradicional, e o cenário para investigação relacionado com a educação matemática crítica.

A grosso modo, no paradigma do exercício a aula é dividida em duas partes: primeiro o professor expõe os conteúdos e depois os alunos resolvem os exercícios que já foram previamente selecionados. Geralmente, as atividades estão apoiadas apenas no livro-texto, admitindo-se uma (e somente uma) resposta correta para cada questão, além do enunciado conter todas as informações necessárias para resolver uma situação-problema. Não cabem questionamentos, e nem se discute o papel sociocultural da matemática.

Já um ambiente de aprendizagem que privilegia um cenário investigativo não se limita a reproduzir integralmente os conteúdos, mas, com base nos conhecimentos prévios dos alunos e em seu cotidiano, explorar as propriedades desse conteúdo, levando-os a vislumbrar novas formas e possibilidades de enxergar e entender a realidade. A natureza da atividade pedagógica é "aberta" possibilitando maior envolvimento dos alunos que assumem o processo investigativo. Professor e alunos se orientam na busca de uma das possíveis respostas para o problema.

Numa abordagem investigativa é importante incentivar o aluno a pesquisar, discutir, buscar estratégias, analisar os procedimentos e modelos construídos. Assim,

> Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus 'Sim, o que acontece se...?'. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O 'Por que isto?' do professor representa um desafio, e os 'Sim, por que isto...?' dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações (SKOVSMOSE 2008, p.21).

Os alunos são convidados a participar de um cenário para investigação, estando livres para aceitar ou não o convite. É interessante suscitar temas que retratem seus interesses e inquietações, não importando se as situações tenham origem em outros campos que não seja a matemática. Conforme se adentra nas discussões, a matemática vai se revelando. O tema pode desdobrar-se em questões mais profundas, dependendo dos encaminhamentos da investigação. É essencial que os alunos se envolvam na investigação e tenham a clareza de que estão em busca de novas aprendizagens, ou seja, há uma intencionalidade na atividade que estão desenvolvendo.

A questão "aberta" traz certo grau de imprevisibilidade, pois situações não previstas podem ocorrer suscitando novas indagações e pesquisas. O erro é visto e explorado como uma possiblidade de aprendizagem discutido no grupo. O trabalho colaborativo retrata que professores e alunos não dominam todo o conhecimento científico, mas estão dispostos a aceitarem o desafio. À medida que as investigações são aprofundadas novos patamares de conhecimento vêm à tona.

Nessa perspectiva, a "zona de risco" que se forma num cenário investigativo é bem maior que a existente no paradigma do exercício em que a aula já está fechada, e totalmente dominada pelo professor que transmite o que planejou. Entendemos como zona de risco um ambiente no qual o professor não pode prever que questões vão aparecer nem que caminhos serão percorridos para a resolução do problema. Skovsmose (2000) salienta que uma forma de eliminar o risco é o professor tentar guiar todos de volta ao paradigma do exercício, à zona do conforto.

Entretanto, trabalhar na "zona de risco" pode significar ricas possibilidades de novas aprendizagens em que o aluno desenvolve sua capacidade intelectual e estabelece conexões com a realidade.

Modelagem matemática na perspectiva sociocrítica

A modelagem matemática no âmbito educacional, dependendo do encaminhamento dado à sua prática, pode atender a diferentes objetivos, em diversos contextos, refletindo o seu grande potencial. Na modelagem o conhecimento é reinventado, considerando aspectos da realidade, dinâmicos e em constante transformações. Ao aproximar o contexto real à matemática, novos questionamentos e reflexões surgem, despontando um cenário para a investigação.

No cenário internacional, Kaisser-Messmer (1991) destacou duas discussões sobre modelagem matemática – a pragmática e a científico-humanista: a primeira estimula habilidades de resolução de problemas tendo em vista situações do dia a dia, e os conteúdos ensinados devem ser úteis à sociedade; a segunda considera a ciência matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar matemática, a qual não pode ser abandonada, e os conteúdos previstos no programa devem ser seguidos.

Barbosa (2001), ao revisar essas concepções de modelagem argumenta que as correntes pragmática e científica mantêm o foco na matemática e sua aplicabilidade em resolver problemas de outras áreas do conhecimento. Inspirado pela educação matemática crítica, sugere uma terceira corrente, denominada modelagem matemática na perspectiva sociocrítica, ocupando-se em discutir a natureza dos modelos matemáticos e seus impactos na sociedade.

De acordo com Barbosa (2003), podemos fazer uma relação entre as perspectivas teóricas da modelagem e os conhecimentos que podem estar associados à modelagem conforme se ilustra na Figura 1.

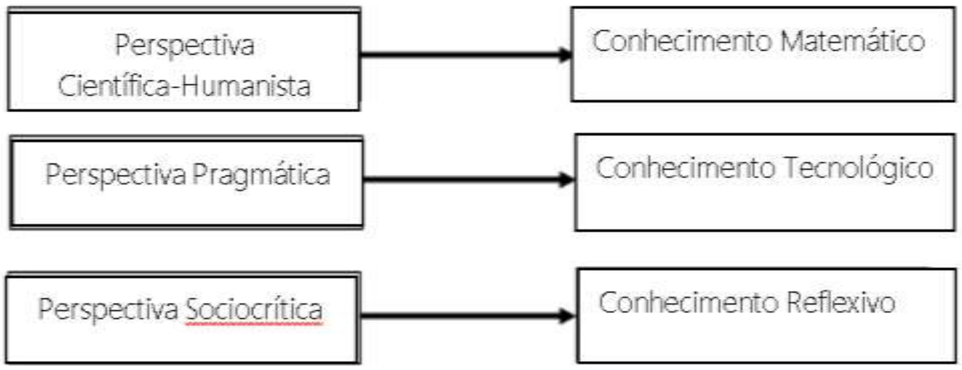


Figura 1 – Modelagem e os conhecimentos matemáticos. Fonte: Barbosa (2003, p. 4).

Barbosa (2003) explica que a ênfase dada ao conhecimento reflexivo na perspectiva sociocrítica não subtrai o conhecimento matemático (conceitos matemáticos) e o técnico (aplicação dos conceitos matemáticos na construção e utilização do modelo), mas subordina-os ao papel de analisar a matemática nas práticas sociais. A nosso ver, uma atividade de modelagem matemática pode envolver mais de uma perspectiva, e tudo depende dos encaminhamentos e objetivos a serem alcançados.

Barbosa (2004) considera que:

> O ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos

> para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA 2004, p. 75)

Esse ambiente de aprendizagem privilegia os processos interativos dialógicos estimulando o debate, a troca de informações, o levantamento de hipóteses, a busca por soluções e a investigação. O aluno é o protagonista no processo ensino e aprendizagem de matemática, assumindo a investigação. Nesse ambiente de problematização e investigação, o aluno expande seus conhecimentos atingindo níveis mais elevados de desenvolvimento.

A modelagem na perspectiva sociocrítica abre espaço para uma multiplicidade de conteúdos que podem ser explorados e integrados numa única atividade, com base nas informações coletadas pelos estudantes. Os conteúdos são relembrados e aprendidos num ambiente de discussão e cooperação. Várias atividades pedagógicas podem ser planejadas com base nos dados matemáticos produzidos pelos alunos provenientes da realidade.

Registros de representação semiótica

A alfabetização matemática, segundo Skovsmose (2001), é composta de competências matemática, tecnológica e reflexiva. Numa prática pedagógica de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica é possível contemplar essas três competências de forma articulada. Entretanto, neste artigo, queremos focar no que a aprendizagem de matemática tem de mais específico, que é o acesso ao objeto matemático, ocupando-se em investigar como os alunos tomam consciência do conhecimento matemático. Para tanto, embasamo-nos na teoria dos registros de representação semiótica (DUVAL 2009).

Quando falamos em representação, reportamo-nos à palavra semiótica, que vem do grego *semeion*, cujo significado é signo. Para Damm (1999) toda comunicação matemática é feita por meio de representação. O que ensinamos são as várias representações de um objeto matemático que não é perceptível sensorialmente nem instrumentalizado como ocorre em outras áreas do conhecimento científico. Sua apreensão se dá obrigatoriamente por meio de representações.

> Neste caso as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos são bastante significativas, pois permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a função pode ser representada através da expressão algébrica, tabelas e/ou gráficos que são diferentes registros de representação (DAMM, 1999, p.137).

A teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval trata-se de uma teoria de aprendizagem matemática que considera essa diversidade de representações para o objeto matemático. No entendimento de Duval (2009), as representações semióticas, além de cumprirem a função de comunicação, desempenham um papel essencial no desenvolvimento das representações mentais, que dependem da interiorização de representações semióticas; cumprem o papel nas funções cognitivas de objetivação, que é independente daquela de comunicação, e a função de tratamento, que não pode ser preenchida pelas representações mentais, bem como a função na produção do conhecimento.

Duval (2009) introduz o termo "registros de representação semiótica" para designar os diferentes tipos de representação semiótica para o objeto matemático tais como registro na língua natural, registro numérico e registro figural. Cada registro é heterogêneo, possuindo os próprios elementos cognitivos para o seu funcionamento.

No ensino da matemática, usa-se uma variedade de representações semióticas: os registros multifuncionais com representação discursiva, os registros multifuncionais com representação não discursiva, os registros monofuncionais com representação discursiva e os registros monofuncionais com representação não discursiva. Na Figura 2, exemplificam-se, com maior clareza, essas representações:

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação mediante observações, crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Figura 2 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática). Fonte: Duval (2013, p. 14).

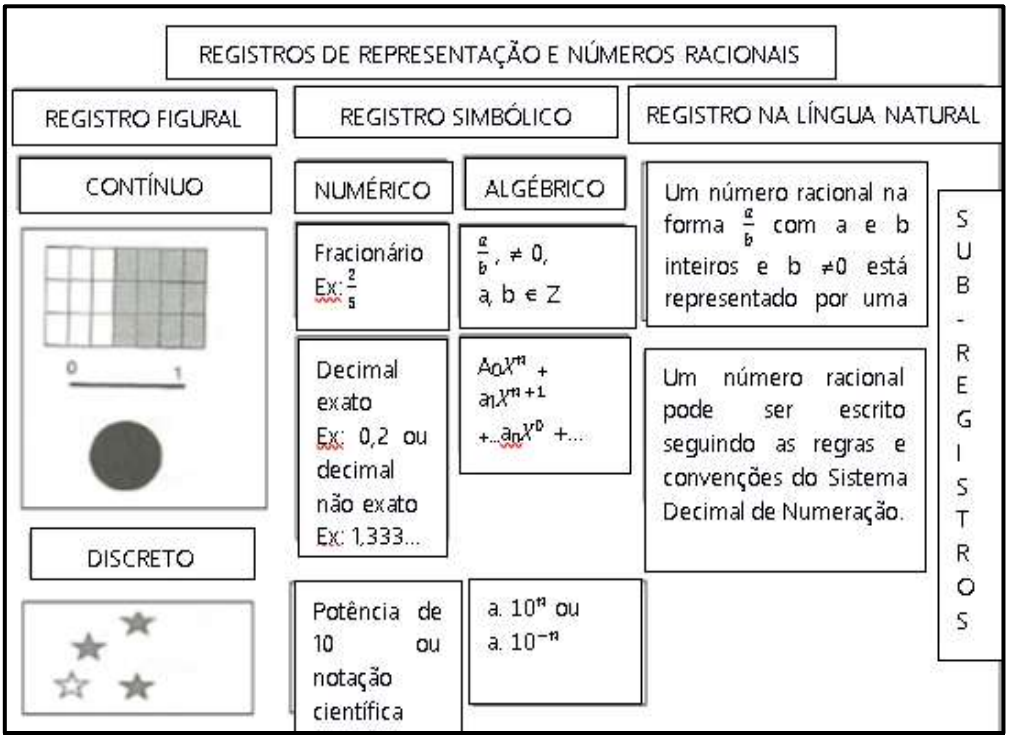
Duval (2013) considera essencial a mudança de registro para que ocorra a compreensão em matemática. O "enclausuramento" em um único registro não permite ao aluno reconhecer o objeto matemático em suas várias representações, na sua totalidade. A coordenação de registros permite a identificação das características do objeto matemático em cada um dos registros, ou seja, podemos dizer que os diferentes registros se complementam no sentido de que um registro evidencia determinada propriedade do objeto mais que outro. Assim,

> A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro (DUVAL , 2013, p. 14-15).

Duval (2013) diferencia dois tipos de transformações de representação semióticas: os tratamentos que são transformações dentro de um mesmo registro e as conversões que são transformações de representações que consistem em mudar de registro, conservando os mesmos objetos denotados. O autor explica que são as transformações de conversão que conduzem aos mecanismos subjacentes à compreensão em matemática.

A teoria dos registros de representação semiótica tem servido de base para diversos investigadores que se ocupam com a aquisição do conhecimento matemático e a organização de situações de aprendizagem desse conhecimento.

Entendemos que os delineamentos que embasam essa teoria podem contribuir significantemente para a formação de conceitos matemáticos, em particular como será descrito na próxima seção deste artigo, do conceito de número racional. Maranhão e Igliori (2013) apresentaram diferentes tipos de registros para o número racional conforme Quadro 1.



Quadro 1 – Registros de representação e número racional. Fonte: Maranhão & Igliori (2013, p. 59).

Nota-se, no Quadro 1, que o número racional pode ser representado em seu registro figural, em quantidades tanto contínuas quanto discretas: as quantidades contínuas podem ser expressas com "partes não inteiras", como em situações de medições de comprimento, área, massa; e as quantidades discretas, a contagem um a um com números naturais, por exemplo: a dúzia de ovos e os alunos da classe; no registro simbólico, pode-se falar em registro simbólico numérico fracionário, registro simbólico numérico decimal exato ou registro simbólico numérico decimal não exato, registro numérico em potência de dez, além do registro simbólico algébrico de cada registro anterior e do registro na língua natural.

Entendemos que a atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribui para o desenvolvimento de soluções do problema à medida que contempla a mobilização simultânea dos registros semióticos, no caso em particular, envolvendo o número racional, como apresentamos na próxima seção.

Descrição da prática de modelagem e discussão dos resultados

Esta é uma pesquisa qualitativa cujos instrumentos usados para a produção dos dados foram os diários de bordo do pesquisador e do aluno, as produções textuais e gravações em áudio. A prática da modelagem na perspectiva sociocrítica foi desenvolvida numa escola pública, com 18 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. A atividade foi desenvolvida em cinco aulas, de cinquenta minutos cada, em dias alternados.

O tema surgiu a partir de um diálogo na aula de matemática onde os alunos revelaram a preocupação com a escassez de água, um problema socioambiental vivenciado por eles em 2015. Nesse período a companhia de abastecimento do município racionava a distribuição de água e o rio da cidade quase secou, o que chamou a atenção dos alunos.

Vislumbramos, então, um cenário favorável ao desenvolvimento da atividade de modelagem, pois segundo Barbosa (2003), o tema para essa prática deve ter referência num contexto real dos alunos, não importando ser aparentemente um problema não matemático. Após a conversa, selecionamos e exibimos a reportagem Água, planeta em crise[4], que aborda o problema da crise hídrica tanto no Brasil quanto em outros países e, algumas medidas adotadas pelo governo, para tentar solucionar o problema. Na discussão os alunos ressaltaram a importância e abrangência do tema de forma global, mas também o consumo de água no próprio município admitindo que não usavam a água de forma racional desperdiçando-a muitas vezes.

Os diálogos nos ajudaram a entender as inquietações dos alunos e a elaborar a questão desafiadora conjuntamente: eu sou gastão de água? Para responder à questão, os alunos sentiram a necessidade de medir o seu consumo diário de água. O tema gerou um ambiente investigativo, onde os alunos trocavam informações, discutiam alternativas, examinavam e selecionavam estratégias para realizar a medição, e com isso responder à questão. Demonstravam interesse e disposição para realizar a pesquisa com a intencionalidade de descobrirem os possíveis caminhos para resolverem o desafio. O "convite" para o cenário investigativo estava aceito.

As informações necessárias para responder ao desafio não estavam contempladas em seu enunciado exigindo dos alunos que buscassem esses dados, pesquisando o próprio consumo de água. Nenhum procedimento de como realizar essa medição foi definido a priori. As estratégias e resultados só foram conhecidos à medida que os alunos fizeram a investigação, exigindo deles um esforço intelectual.

Após realizarem as medições os alunos foram convidados a explicarem as estratégias e os resultados. Disponibilizamos a eles um pequeno caderno, para que anotassem as estratégias utilizadas na medição e a quantidade de água consumida por eles durante um dia. A esse caderno denominamos diário de bordo do aluno, em que identificamos, em geral, três procedimentos distintos de medição, a saber.

Um grupo de alunos pesquisou na internet a quantidade de água gasta por minuto em cada atividade em que usava água. Marcava o tempo de consumo e depois multiplicava pelo valor pesquisado somando os resultados, obtendo o consumo diário de água. Na Figura 3, expomos o registro de um dos alunos que usou essa estratégia. A fim de evitar a

[4] Esta reportagem é encontrada no site: g1.globo.com/.../veja-cinco-reportagens-da-serie-agua-planeta-em-crise-do-jg.html.

personalização identificamos os alunos com a letra A, acompanhado de um número, e o professor com a letra P.

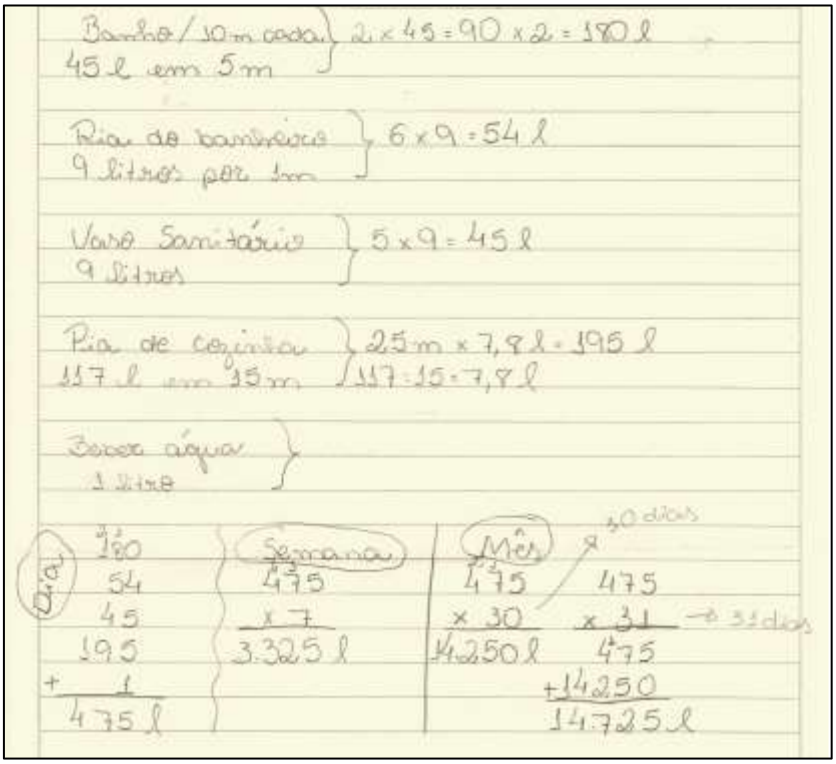


Figura 3 – Estratégia de medição do consumo de água feita por A10. Fonte: A10.

Na pesquisa feita na internet, A10 considerou que um banho de cinco minutos consome 45 litros; a pia do banheiro, nove litros por minuto; e a pia da cozinha 117 litros em 15 minutos. As ações registradas foram dois banhos de dez minutos cada um, seis minutos com a torneira da pia do banheiro aberta, cinco descargas consumindo nove litros cada uma, 25 minutos usando a torneira da cozinha e um litro de água que foi ingerido.

Outro grupo de alunos priorizou os baldes e garrafas PET, mas sentiram necessidade de pesquisar na internet também. Na Figura 4, mostramos como A12 particionou seu consumo de água.

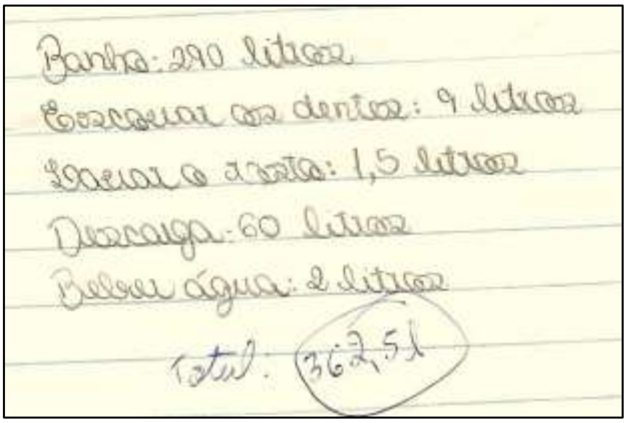


Figura 4 – Estratégia de medição do consumo diário de água feita por A12. Fonte: A12.

A12 usou o balde para medir a água gasta no banho; para escovar os dentes, lavar o rosto e beber usou a garrafa PET; para a descarga pesquisou na internet e considerou três descargas durante um dia, gastando 20 litros em cada uma, totalizando 60 litros. O consumo diário de água foi de 362,5 litros.

Outro grupo de alunos usou como estratégia a conta de água conforme observamos na Figura 5 a seguir.

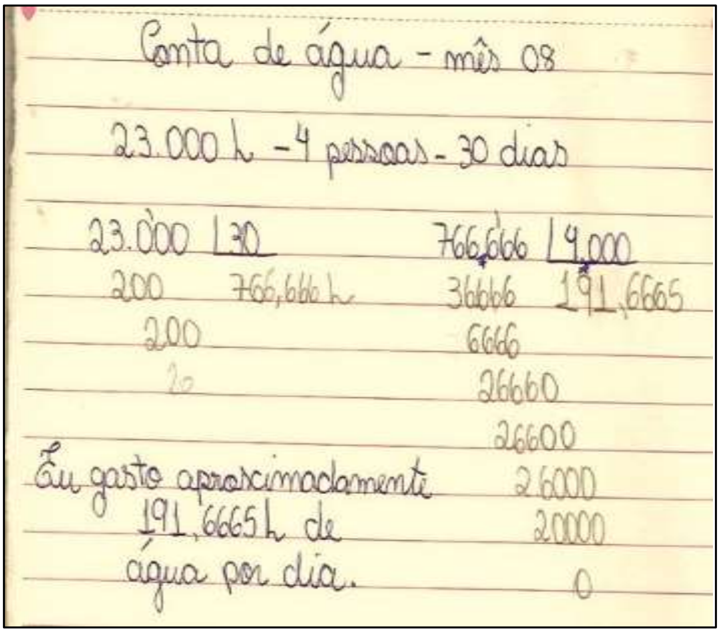


Figura 5 – Estratégia de medição do consumo diário de água feita por A15. Fonte: A15.

Notamos que A15 pegou o consumo de água mensal de sua casa e dividiu por 30, para calcular o consumo diário. Depois, dividiu o valor por 4 que indica o número de pessoas da casa chegando a 191,6665 litros de água por dia. Essa estratégia foi muito discutida e os alunos concluíram que usar a média aritmética nesse caso não foi viável, pois encontrou o consumo médio por pessoa e não o individual.

Após as discussões envolvendo os procedimentos e resultados analisamos o diário de bordo dos alunos e observamos que eles particionaram as medidas do consumo, separando em categorias. Essa organização dos dados foi feita por eles, de forma autônoma, e nos possibilitou organizar a Tabela 1 que deu suporte para a elaboração de questões abordando a teoria dos registros de representação semiótica.

Tabela 1 – Consumo diário de água pelos alunos em categorias

Aluno	Banho	Descar-ga	Beber	Outros	Pia	Lavar as mãos	Escova-ção	TOTAL (Litros)
A01	180	34	2	14		2		232
A02	390		2	40		3		435
A03	360	18		30	75			483
A04	270	60				30	33	393
A05	70	56	3			2		131
A06	96	18	1	0,6		70	5	190,6
A07	45	35	3			9,8	1,7	94,5
A08	180	40	1	5			1	227
A09	240	18	0,6			12	12	282,6
A10	180	45	1	195	54			475
A11	60	18	2	55			12	147
A12	290	60	2			1,5	9	362,5
A13	150	28	1	119,5	12			310,5
A14	405	42	1,8			36		484,8
A15								191,66
A16	240	27	0,8	12			12	291,8
A17								533
A18								541,6

Fonte: Elaborada pelos autores, 2016.

O objeto matemático que emergiu do processo de medição do consumo de água foi o número racional. A Tabela 1 foi socializada com os alunos, que em grupos resolviam as questões envolvendo tratamento e conversão para o número racional. Depois de um tempo, coletivamente, os grupos apresentavam e analisavam suas estratégias.

Das cinco questões planejadas em que os alunos mobilizaram diferentes registros para o número racional, tomamos para análise a Questão 1.

QUESTÃO 1 – A Figura 6 representa algum dado numérico que está na Tabela 1. Qual número é esse e de quem é essa informação?

O número da Tabela 1 a ser identificado é 1,8 litro de água, que corresponde à ingestão de água de A14. Trata-se de uma conversão do registro figural contínuo, para o registro simbólico numérico decimal exato – 1,8 litro. De acordo com Duval (2013), o primeiro registro é multifuncional na representação não discursiva e o segundo é monofuncional de representação discursiva.

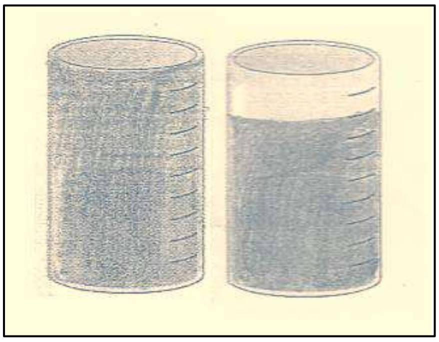


Figura 6 – Representação mencionada na Questão 1.

Na Interação 1, sublinhamos o momento em que os alunos socializam os conhecimentos sobre essa questão.

Interação 1 – Conversão do registro figural contínuo para o registro numérico fracionário

> A05: Dez é o total aqui. Vai ficar$\frac{10}{10}$. Vai 'dá' um inteiro aqui. Não é não?
>
> P: Sim! Está certíssimo.$\frac{10}{10}$ é um inteiro. E o que mais?
>
> A05: No outro vai ficar 10 (referindo-se ao denominador) e ... (É interrompida.)
>
> A02: Oito aqui.
>
> A05: Um, dois, três... oito (conta em voz alta). Isso: $\frac{8}{10}$ dá para simplificar que dá$\frac{4}{5}$. Esse vai 'dá' um inteiro (aponta para o primeiro recipiente) e esse$\frac{4}{5}$. (Mostra o segundo).
>
> P: Escreve no quadro, A05, para discutirmos a questão. Alguém pensou de outro jeito? Outro grupo? Uma representação diferente de A05?
>
> A15: Nós chegamos a representar$\frac{8}{10}$.
>
> P: Mas essa é a representação final, A15? Não faltou nada aí não? $\frac{8}{10}$ representa os dois recipientes?
>
> A15: Não! $\frac{8}{10}$ representa esse (mostrando o segundo recipiente).
>
> P: Ah! E então? Cadê a representação do outro?
>
> A15 e outros alunos: Está dividido em 10 e está pintado 10: dá um inteiro.

Notamos na Interação 1, em que a conversão do registro figural contínuo proposto, na Questão 1, para o registro numérico decimal exato – 1,8 litro de água, não acontece instantaneamente. Segundo Duval (2009), a atividade de conversão não é tão imediata e simples quanto parece ser, pois é preciso analisar como se efetua o procedimento de correspondência de duas representações pertencentes a registros diferentes. Os alunos planejaram uma linha de investigação no sentido de fazer a conversão do registro figural contínuo para o registro simbólico numérico fracionário, mesmo sem ter essa representação na Tabela 1.

Diagnosticamos que os alunos relacionaram o recipiente inteiro - Figura 4, a uma fração $\frac{10}{10}$, e não a um inteiro que está representado por 1,8. O mesmo aconteceu com a parte fracionária da representação figural. A representação decimal não está totalmente construída na arquitetura cognitiva dos alunos que optam em mobilizar o registro numérico fracionário. Na interação 1 o aluno A05 faz um tratamento quando simplifica $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Essa discussão ajudou A15 a refletir e progredir em seus conhecimentos.

Na Figura 7, A05 indica separadamente as frações que correspondem aos recipientes: um inteiro como $\frac{10}{10}$ e a fração como $\frac{4}{5}$, que também é representada por 0,8. A15 representa apenas o segundo recipiente pela fração $\frac{8}{10}$.

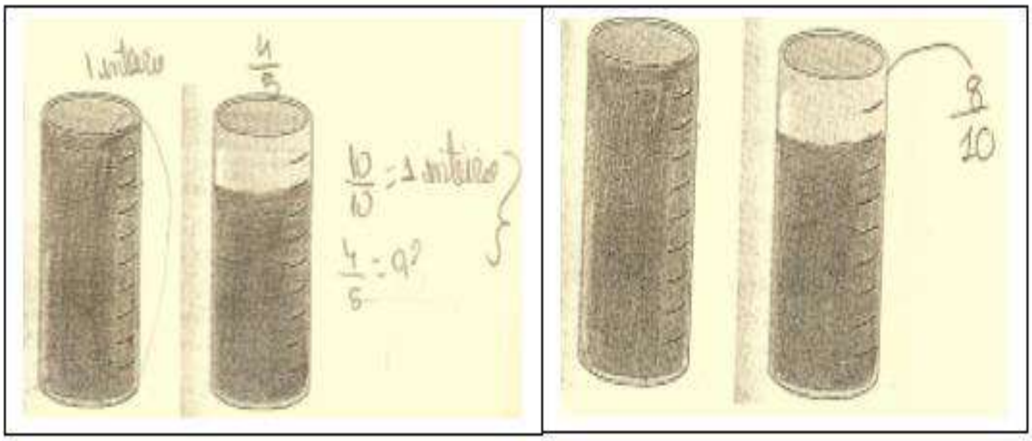


Figura 7– Registro de conversão feito por A05 e A15, respectivamente. Fonte: A05 e A15

A Interação 2 é a continuação da Interação 1, em que os alunos procuram uma estratégia para descobrirem a informação que está na Tabela 1.

Interação 2 – Surge a forma fracionária mista

> P: Tem uma forma única para representar esses dois recipientes juntos, ou vai ficar assim, separadinhos?
> A06 e outros alunos: É a forma mista!
> A18: É o um (1) grandão e a fração do lado.
> P: Ótimo! Já temos a forma mista juntando as contribuições de vocês. Um inteiro e quatro quintos ($1\frac{4}{5}$). Mas onde está essa representação na tabela?
> G: Silêncio. (Ninguém arriscou um palpite.)

Os alunos parecem conhecer as propriedades específicas dos registros que estão mobilizando. Assim, partem do registro figural para as frações $\frac{10}{10}$ e $\frac{4}{5}$; usam dos conhecimentos prévios que possuem articulando essas representações a forma mista $1\frac{4}{5}$. Reconhecem o mesmo objeto matemático em diferentes representações. Mas, o silêncio dos alunos ao desafio do professor mostra que a coordenação entre diferentes registros semióticos não se opera espontaneamente, pois os alunos ainda não encontraram na Tabela 1 o consumo de 1,8 litros de água. Embora os alunos não tivessem a resposta naquele momento eles buscavam uma estratégia, o que exigia esforço intelectual e pesquisa.

A Interação 3 é continuidade da Interação 2 na qual os alunos finalizam o processo investigativo realizando a conversão proposta.

Interação 3: Conversão para o registro numérico decimal exato

> P: Calma! Vamos pensar! Nós temos um desenho e uma forma mista. Não é isso, turma?

G: É.
P: E tem um número na tabela que nós ainda não identificamos.
A05: É o da A16 que deu 0,8.
P: Isso aqui $1\frac{4}{5}$ representa 0,8? (Silêncio no grupo).
A06: Pode ser o de A12. Conforme o A04 tinha falado, o consumo dela foi de 80%. Faltou dois espações para consumir tudo. É como se 10 fosse o 100% e esses 8 espaços cheios o 80%. Então 0,8 estaria representado por 80%.
P: Legal, isso aí! Muito bom! Acho que é um caminho. Mas lembrem-se do recipiente inteiro. Analisem e vejam se desse jeito chegam ao número da tabela (murmúrios).
A05: É o da A14, porque o inteiro é o um e os quebrados o 0,8 dando 1,8 que 'tá na tabela.
P: Parabéns! Parabéns, pessoal! (O grupo bate palmas com alegria.) É isso aí, gente! É esse:1,8 – um inteiro e oito décimos. (Muitos murmúrios no grupo.)

Duval (2013) afirma que a originalidade da atividade matemática está na possibilidade de trocar de registro de representação a todo momento. Os alunos iniciam o caminho de conversão no registro figural exato elaborado na Questão 1, passam pelo registro numérico fracionário chegando à forma mista, associam a porcentagem e finalizam com o registro numérico decimal exato, representado por 1,8 litros de água na Tabela 1 mobilizando diferentes registros semióticos.

Conforme destaca Duval (2013) a articulação dos registros constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e isso deve ser considerado nas situações de aprendizagem que buscam à aquisição do conhecimento matemático. Os alunos devem ter oportunidades para reconhecerem o mesmo objeto matemático em suas diferentes representações semióticas construindo e progredindo em seus conhecimentos.

Ao término da atividade desenvolvida os alunos retomaram a questão inicial – Eu sou gastão de água? e autoavaliaram-se como gastões de água, reconhecendo a necessidade de usar a água de forma mais racional. Ao tratar dessa problemática por meio da modelagem sociocrítica estreitamos a realidade dos alunos aos conteúdos escolares contribuindo para a aprendizagem do número racional e na formação crítica dos estudantes.

Considerações finais

A prática da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica desenvolvida teve como tema um problema extraído do contexto sociocultural dos alunos que foi a problemática da escassez de água. Nesse contexto, os alunos foram desafiados a responderem a indagação: eu sou gastão de água? Sem definir a priori nenhum procedimento para realizarem a medição, os alunos abordaram o problema com o olhar da matemática, discutindo, levantando hipóteses, buscando estratégias, o que exigiu deles esforço intelectual e autonomia para assumirem o processo investigativo, procurando respostas ao desafio proposto.

Os alunos apresentaram três estratégias diferentes para medir o consumo diário de água. Após socializarem esses procedimentos e apresentarem os resultados concluíram que eram gastões de água, e que precisavam mudar seus hábitos diários usando a água de forma racional. Ao refletir sobre essa temática ambiental acreditamos ter contribuído com a formação cidadã dos estudantes que repensaram a importância e utilização da água para a sobrevivência de todos.

Os encaminhamentos dados para a atividade da modelagem matemática na perspectiva sociocrítica deu espaço a um trabalho pedagógico que valorizou os diversos registros semióticos usados no processo de ensino e aprendizagem de matemática. A iniciativa dos alunos em particionar as medidas de seu consumo de água, separando em categorias, possibilitou a organização da Tabela 1 e a elaboração da Questão 1. Essa questão oportunizou os alunos a mobilizarem diferentes registros para o número racional, objeto matemático que surgiu da medição do consumo de água.

Com as interações as atividades cognitivas de transformações de representações semióticas de tratamento e conversão foram estimuladas tendo por base uma informação numérica trazida por A14, referente a água que bebeu durante um dia. Esse consumo de 1,8 litros de água fez parte da experiência vivenciada pelo aluno. É a partir dele que os estudantes articulam os registros na língua materna, registro figural contínuo, simbólico numérico fracionário, simbólico numérico decimal exato e o registro simbólico numérico fracionário na forma mista, que acreditamos favoreceu a aprendizagem do conceito de número racional.

A atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica pode ser um terreno fecundo para desenvolver trabalhos pedagógicos que consideram os pressupostos da teoria dos registros de representação semiótica. Entendemos que essa aproximação se articula no processo ensino e aprendizagem do dia a dia da sala de aula, e que novos cenários podem ser utilizados para desenvolver as práticas da modelagem sociocrítica emergindo outros objetos matemáticos a partir dos dados coletados pelos alunos. Ressalta-se que como esses dados foram coletados pelos alunos, eles passam a fazer sentido para eles, motivando-os a querer entender todo o seu significado e a sua representação no contexto abordado.

Referências

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**, 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Federal Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem na perspectiva sociocrítica. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. **Anais...** , 2003. São Paulo, SP: SBEM, 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004. **Anais...** , 2004. Recife- PE: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L.G. Uma Interpretação Epistemológica do Processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. **Bolema**, v. 26, n.43, p. 791–815, 2012. Rio Claro.

DAMM, R. F. Registros de Representação. **Educação Matemática: uma introdução**, p. 135–154, 1999. São Paulo-SP: EDUC.

DUVAL, R. Semiósis e Pensamento Humano. São Paulo-SP: Editoria Livraria da Fisica, 2009.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: S. D. A. Machado (Org.); Aprendizagem em Matematica: registro de representação semiótica. p.11–33, 2013. Papirus.

KAISSER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debateNo Title. In: I. Niss, M.; Blum, W.; Huntley (Org.); Teaching of mathematical modeling and applications. p.83–92, 1991. Chichester: Ellis Howood.

MARANHÃO, M. C. S. A.; IGLIORI, S. B. C. Registros de Representação e Números Racionais. In: S. D. A. Machado (Org.); Aprendizagem em Matemática: Registro de Representação Semiótica. p.57–70, 2013. Campinas -SP: Papirus.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: A Questão da Democracia. Campinas -SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Desafios da Reflexão em Educação Matemática Critica. Campinas -SP: Papirus, 2008.