



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

*Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή  
για προσομοίωση ελικτικότητας*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**ΨΑΘΑ ΗΛΙΑ**

**Επιβλέπων :** Κωνσταντίνος Σπύρου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2015





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΠΛΟΙΟΥ ΚΑΙ ΘΑΛΛΑΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ

*Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή  
για προσομοίωση ελκτικότητας*

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟΥ

**ΨΑΘΑ ΗΛΙΑ**

**Επιβλέπων :** Κωνσταντίνος Σπύρου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή.

(Υπογραφή)

.....  
Κωνσταντίνος Σπύρου  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Γεώργιος Τζαμπίρας  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

(Υπογραφή)

.....  
Γεώργιος Ζαραφωνίτης  
Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2015

(Υπογραφή)

.....

**ΨΑΘΑΣ ΗΛΙΑΣ**

Διπλωματούχος Ναυπηγός Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Copyright © Ηλίας Ψαθάς, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Κατά κοινή ομολογία οι κώδικες CFD στον κλάδο της ρευστομηχανικής είναι απαραίτητοι στην εποχή μας και χρησιμοποιούνται καθημερινά ανά τον κόσμο. Μας βοηθούν να λάβουμε σημαντικές πληροφορίες και δεδομένα για το αντικείμενο που μας ενδιαφέρει, τα οποία χρησιμοποιούμε στη συνέχεια για περαιτέρω μελέτη, πρόβλεψη κάποιων συμπεριφορών ή και ακόμα για εφαρμογή σε γειτονικούς κλάδους.

Στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας μελετήσαμε τον κώδικα «CFD Fluent». Αρχικά σαν εισαγωγή στο περιβάλλον του Fluent και για να εξοικειωθούμε/εξασκηθούμε σε αυτό, υιοθετήσαμε ένα σχετικά απλό πρόβλημα που αφορά την μελέτη δυνάμεων αντίστασης και άνωσης σε μια απλή συμμετρική δυσδιάστατη γεωμετρία αεροτομής τύπου Naca 0012 με γνώμονα πραγματικά πειραματικά δεδομένα. Συνακόλουθα, χρησιμοποιήσαμε μια πιο απλή μέθοδο υπολογισμού δυνάμεων στην αεροτομή, την μέθοδο των δινών, τα αποτελέσματα της οποίας συγκρίναμε με την πιο ακριβή μέθοδο του CFD. Ακολούθως μελετήσαμε τις δυνάμεις αντίστασης και άνωσης σε μια δεύτερη συμμετρική αεροτομή τύπου Naca 0015 και τις συγκρίναμε και πάλι με την μέθοδο των δινών. Στη συνέχεια, προκειμένου να εισχωρήσουμε στο κυρίως πρόβλημα, το οποίο είναι να χρησιμοποιήσουμε τις πληροφορίες και τα δεδομένα που πήραμε για τις δυνάμεις που παρουσιάζονται στις υδροτομές, για εφαρμογές στην ελικτικότητα, σχεδιάσαμε μια συμμετρική υδροτομή τύπου Naca 0024 και επιχειρήσαμε δύο διαφορετικές διαμορφώσεις στην γεωμετρία αυτής σε σχήμα «Fishtail».

Τα δεδομένα που λάβαμε από το Fluent για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης αυτών των τριών γεωμετριών τα εισάγαμε σε προγραμματιστικό κώδικα στο Mathematica ώστε να πραγματοποιήσουμε προσομοιώσεις ελικτικότητας για το διπλέλικο πλοίο τύπου Ro-Ro «Αλκυών». Οι δοκιμές που υλοποιήσαμε ήταν κύκλος στροφής και zig-zag.

**Λέξεις Κλειδιά:** κώδικες CFD, ρευστομηχανική, Fluent, δύναμη αντίστασης, δύναμη άνωσης, συμμετρική, αεροτομή, Naca 0012, μέθοδος δινών, Naca 0015, υδροτομή, Naca 0024, ελικτικότητα, «Fishtail», συντελεστής άνωσης, συντελεστής αντίστασης, Mathematica, «Αλκυών», κύκλος στροφής, zig-zag.

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

## ABSTRACT

Without doubt, the use of CFD codes in fluid mechanics investigations is essential in our days and various versions of such codes are used daily worldwide. They help us obtain important information and data about the object of investigation which are used, in turn, either for further study or directly for application in adjacent sectors.

In the present thesis we have relied on the code “CFD Fluent”. Initially, in order to introduce ourselves to the environment of Fluent and get acquainted with it, we examined a relatively simple problem concerning the study of drag and lift forces on the symmetrical (two-dimensional) airfoil Naca 0012 for which real experimental data are available. Subsequently, we used a simpler method in order to calculate the same forces, the so called “Linear Vortex Method”, whose results are compared with those obtained through CFD. Moreover, we studied the drag and lift forces for a second airfoil Naca 0015 and we also compared them against those obtained by the linear vortex method. In order to deepen into the main problem, which is to use CFD efficiently for investigating the maneuvering behavior of ships, we have selected a hydrofoil Naca 0024 and then worked into two different configurations of a “Fishtail” shape geometry.

The data received from Fluent concerning lift and drag coefficients of these three geometries were imported into the programming code “Mathematica” in order to execute maneuvering simulations for the Ro-Ro, double propeller, ship “Alkion”. The tests implemented were the turning circle and the zig-zag.

**Keywords:** CFD codes, fluid dynamics, “CFD Fluent”, drag force, lift force, symmetrical, airfoil, Naca 0012, vortex method, Naca 0015, hydrofoil, Naca 0024, maneuvering, “Fishtail”, lift coefficient, drag coefficient, “Mathematica”, “Alkion”, turning circle, zig-zag.





## Κατάλογος Περιεχομένων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	I
ABSTRACT .....	III
Κατάλογος Περιεχομένων .....	V
Κατάλογος Εικόνων .....	VII
Κατάλογος Πινάκων .....	XI
<b>Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Κώδικες Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής-CFD.....</b>	<b>1</b>
1.1.1 Η ιστορία του CFD.....	1
1.1.2 Εφαρμογές των CFD's για υδροδυναμικές ροές .....	3
1.1.3 Η μεθοδολογία επίλυσης του κώδικα CFD.....	4
<b>1.2 Περιγραφή υδροτομών/αεροτομών.....</b>	<b>6</b>
<b>1.3 Αντικείμενο διπλωματικής .....</b>	<b>9</b>
<b>Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 Εξισώσεις για την ροή των ρευστών .....</b>	<b>11</b>
<b>2.2 Το φαινόμενο της τύρβης.....</b>	<b>14</b>
2.2.1 Γενικά .....	14
2.2.2 Περιγραφή της τύρβης .....	15
2.2.3 Μοντέλα τύρβης .....	16
<b>2.3 Περιγραφή αλγορίθμων και του περιβάλλοντος Fluent.....</b>	<b>17</b>
2.3.1 Εισαγωγή στη μέθοδο υπολογισμού του Fluent.....	17
2.3.2 Διαδικασία Επίλυσης Στο Ansys Fluent .....	20
<b>Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος .....</b>	<b>29</b>
<b>3.1 Μελέτη δισδιάστατης αεροτομής Naca 0012 .....</b>	<b>29</b>
<b>3.2 Μελέτη δισδιάστατης αεροτομής Naca 0015 .....</b>	<b>37</b>
<b>3.3 Σύγκριση της μεθόδου Linear Vortex Panel με το CFD .....</b>	<b>42</b>
<b>3.4 Μελέτη δισδιάστατης υδροτομής Naca 0024 και σύγκριση της με διαμορφώσεις Fishtail .....</b>	<b>46</b>
<b>Κεφάλαιο 4. Ελικτικότητα .....</b>	<b>63</b>
<b>4.1 Βασικές εξισώσεις κίνησης .....</b>	<b>63</b>
<b>4.2 Σύντομη περιγραφή ελιγμών .....</b>	<b>64</b>
4.2.1 Κύκλος στροφής.....	64
4.2.2 Zig-Zag.....	65
<b>4.3 Προσομοιώσεις ελιγμών στο Mathematica .....</b>	<b>66</b>
4.3.1 Προσεγγιστικό μοντέλο MMG .....	66
4.3.2 Πηδάκια τύπου Naca 0024 και Fishtail 2.....	73

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

<b>Κεφάλαιο 5. Συμπεράσματα .....</b>	<b>77</b>
<b>5.1 Συμπεράσματα .....</b>	<b>77</b>
<b>5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις .....</b>	<b>79</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>81</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Εξισώσεις Navier-Stokes .....</b>	<b>83</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Μέθοδος πεπερασμένων όγκων .....</b>	<b>87</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: Μοντέλα Τύρβης .....</b>	<b>93</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ: Στιγμιότυπα ταχυτήτων και πιέσεων .....</b>	<b>97</b>

## Κατάλογος Εικόνων

Σχήμα 1.1: Περιγραφή της γεωμετρίας αεροτομής [3].	7
Σχήμα 1.2: Απεικόνιση των δυνάμεων άνωσης και αντίστασης σε μια αεροτομή [6].	9
Σχήμα 2.1: Στοιχείο ροής στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων [7].	11
Σχήμα 2.2: Συνιστώσες της ταχύτητας στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων [9].	12
Σχήμα 2.3: Τύρβη του στερεού ορίου (επάνω) και ελεύθερη τύρβη (κάτω) [16].	14
Σχήμα 2.4: Διάγραμμα χρονικής μεταβολής μιας συνιστώσας της ταχύτητας σε τυρβώδη ροή [16].	15
Σχήμα 2.5: Μοντέλα τύρβης στο Fluent που βασίζονται στις εξισώσεις Navier-Stokes και κατάταξή τους με βάση το υπολογιστικό κόστος [17].	16
Σχήμα 2.6: Διακριτοποίηση με πεπερασμένους όγκους ελέγχου σε ροή ρευστού σε αγωγό [17].	18
Σχήμα 2.7: Στοιχεία πεπερασμένων όγκων στο Fluent [17].	19
Σχήμα 2.8: Δομημένο πλέγμα σε γωνία αγωγού [17].	20
Σχήμα 2.9: Μη-δομημένο πλέγμα γύρω από αεροτομή [17].	20
Σχήμα 2.10: Σύγκριση των δύο αλγορίθμων του Pressure-Based Solver [19].	23
Σχήμα 2.11: Επισκόπηση της μεθόδου Density –Based Solver [19].	25
Σχήμα 2.12: Δυο γειτονικά κελιά ενός δισδιάστατου υπολογιστικού πεδίου με τα κέντρα τους $c_0$ και $c_1$ [17].	27
Σχήμα 3.1: Σημεία Αεροτομής Naca 0012.	31
Σχήμα 3.2: Προφίλ Αεροτομής Naca 0012.	31
Σχήμα 3.3: Πανοραμική άποψη των βοηθητικών γραμμών που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του πλέγματος.	32
Σχήμα 3.4: Πανοραμική άποψη για το δισδιάστατο πλέγμα της αεροτομής Naca 0012.	33
Σχήμα 3.5: Έμφαση στο πυκνότερο πλέγμα γύρω από την αεροτομή.	33
Σχήμα 3.6: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0012, για διάφορα μοντέλα τύρβης [21], [23].	35
Σχήμα 3.7: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0012, για διάφορα μοντέλα τύρβης [21], [23].	35
Σχήμα 3.8: Σχηματική περιγραφή της κατάστασης stall για μια αεροτομή [24].	36
Σχήμα 3.9: Σημεία Αεροτομής Naca 0015.	39
Σχήμα 3.10: Προφίλ Αεροτομής Naca 0015.	39
Σχήμα 3.11: Πανοραμική άποψη των γραμμών που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του πλέγματος της αεροτομής Naca 0015.	39
Σχήμα 3.12: Πανοραμική άποψη για το δισδιάστατο πλέγμα της αεροτομής Naca 0015.	40
Σχήμα 3.13: Έμφαση στο πυκνότερο πλέγμα γύρω από την αεροτομή Naca 0015.	40
Σχήμα 3.14: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0015.	41

Σχήμα 3.15: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0015.....	41
Σχήμα 3.16: Τμήματα panel σε μια υδροτομή [27].....	42
Σχήμα 3.17: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής. ....	44
Σχήμα 3.18: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής. ....	44
Σχήμα 3.19: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής. ....	46
Σχήμα 3.20: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής. ....	46
Σχήμα 3.21: Συνοπτική παρουσίαση και σύγκριση των υδροτομών Naca 0024 και αυτών με Fishtail [29].....	47
Σχήμα 3.22: Σημεία Υδροτομής Naca 0014. ....	50
Σχήμα 3.23: Προφίλ Υδροτομής Naca 0024. ....	50
Σχήμα 3.24: Πανοραμική άποψη του πλέγματος για την Naca 0024. ....	50
Σχήμα 3.25: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Naca 0024. ....	51
Σχήμα 3.26: Έμφαση στην πολύ μικρή πύκνωση στο χείλος εκφυγής για την Naca 0024. ....	51
Σχήμα 3.27: Σημεία Υδροτομής Fishtail 1. ....	54
Σχήμα 3.28: Προφίλ Υδροτομής Fishtail 1. ....	54
Σχήμα 3.29: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Fishtail 1. ....	55
Σχήμα 3.30: Έμφαση στην πολύ μικρή πύκνωση στο χείλος εκφυγής για την Fishtail 1.....	55
Σχήμα 3.31: Σημεία Υδροτομής Fishtail 2. ....	57
Σχήμα 3.32: Προφίλ Υδροτομής Fishtail 2. ....	58
Σχήμα 3.33: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Fishtail 2. ....	58
Σχήμα 3.34: Έμφαση στην πολύ μικρή πύκνωση στο χείλος εκφυγής για την Fishtail 2.....	58
Σχήμα 3.35: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής για τις τρεις υδροτομές.....	59
Σχήμα 3.36: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής για τις τρεις υδροτομές.....	59
Σχήμα 3.37: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Naca 0024..	60
Σχήμα 3.38: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Naca 0024. ....	60
Σχήμα 3.39: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Fishtail 1. ...	61
Σχήμα 3.40: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Fishtail 1. ....	61
Σχήμα 3.41: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Fishtail 2. ...	62
Σχήμα 3.42: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Fishtail 2. ....	62
Σχήμα 4.1: Συστήματα συντεταγμένων [34].....	64
Σχήμα 4.2: Σχηματική απεικόνιση του κύκλου στροφής [35]. ....	65
Σχήμα 4.3: Σχηματική απεικόνιση του zig-zag [35]. ....	66
Σχήμα 4.4 : Σύστημα συντεταγμένων του μοντέλου [36]. ....	67
Σχήμα 4.5: Κύκλος στροφής για το προσεγγιστικό μοντέλο MMG.....	71
Σχήμα 4.6: Zig-Zag 10°/10° για το προσεγγιστικό μοντέλο MMG.....	72

Σχήμα 4.7: Κύκλος στροφής για πηδάλιο τύπου Naca 0024.....	73
Σχήμα 4.8: Zig-Zag 10°/10° για πηδάλιο τύπου Naca 0024.....	74
Σχήμα 4.9 : : Κύκλος στροφής για πηδάλιο τύπου Fishtail 2.....	74
Σχήμα 4.10: Zig-Zag 10°/10° για για πηδάλιο τύπου Fishtail 2. ....	75
Σχήμα Π 1: Στοιχείο ρευστού και τάσεις που ασκούνται σε αυτό [10].....	84
Σχήμα Π 2: Διακριτοποίηση σε μια διάσταση [18].....	87
Σχήμα Π 3: Διακριτοποίηση οριακού κόμβου σε μια διάσταση [18].....	89
Σχήμα Π 4: Διακριτοποίηση σε δυο διαστάσεις [18]. ....	91
Σχήμα Π 5: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 0 μοίρες. .....	97
Σχήμα Π 6: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 0 μοίρες. ...	97
Σχήμα Π 7: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 12 μοίρες. .....	97
Σχήμα Π 8: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 12 μοίρες. .	98
Σχήμα Π 9: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 0 μοίρες. .....	98
Σχήμα Π 10: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 0 μοίρες. .	98
Σχήμα Π 11: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.....	99
Σχήμα Π 12: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 12 μοίρες. .....	99
Σχήμα Π 13: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.....	99
Σχήμα Π 14: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 0 μοίρες. .....	100
Σχήμα Π 15: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.....	100
Σχήμα Π 16: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 12 μοίρες. .....	100
Σχήμα Π 17: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 3 μοίρες.....	101
Σχήμα Π 18: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 3 μοίρες. .....	101
Σχήμα Π 19: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 10 μοίρες.....	101
Σχήμα Π 20: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 10 μοίρες. .....	102
Σχήμα Π 21: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 3 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε. ....	102

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

Σχήμα Π 22: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 3 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.....	102
Σχήμα Π 23: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 10 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.....	103
Σχήμα Π 24: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 10 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.....	103

## Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3.1 : Σημεία αεροτομής Naca 0012. ....	29
Πίνακας 3.2: Οριακές συνθήκες. ....	32
Πίνακας 3.3: Σημεία Υδροτομής Naca 0015. ....	37
Πίνακας 3.4: Σημεία της αεροτομής Naca 0012 για την μέθοδο δινών. ....	43
Πίνακας 3.5: Σημεία της αεροτομής Naca 0015 για την μέθοδο των δινών. ....	44
Πίνακας 3.6 : Σημεία υδροτομής Naca 0024. ....	48
Πίνακας 3.7: Χαρακτηριστικά των υδροτομών τύπου Fishtail. ....	52
Πίνακας 3.8: Σημεία υδροτομής fishtail 1 ....	52
Πίνακας 3.9: Σημεία υδροτομής fishtail 2. ....	55
Πίνακας 4.1 Κινήσεις στους έξι βαθμούς ελευθερίας. ....	63
Πίνακας 4.2: Στοιχεία πλοίου Ro-Ro Αλκυών ....	69
Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα κύριων μεγεθών ελιγμών του μοντέλου MMG. ....	72
Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα κύριων μεγεθών ελιγμών των πηδαλίων Naca 0024 και Fishtail 2. ....	75
Πίνακας 4.5: Συγκριτικός πίνακας κύριων μεγεθών ελιγμών ....	76
Πίνακας Π 1: Ρυθμοί μεταβολής ανά μονάδα όγκου της ιδιότητας $\phi$ . ....	84
Πίνακας Π 2: Εξισώσεις που περιγράφουν την ροή των ρευστών συναρτήσει του χρόνου. .	86





## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

### 1.1 Κώδικες Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής-CFD

Οι κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD) είναι ένας κλάδος της μηχανικής των ρευστών που χρησιμοποιεί αριθμητικές μεθόδους και αλγορίθμους για να λυθούν και να μελετηθούν τα προβλήματα που αφορούν ροές ρευστών, μετάδοση θερμότητας και άλλες φυσικές και χημικές διεργασίες. Συνήθως λειτουργούν, επιλύοντας τις εξισώσεις του πεδίου της ροής στον επιθυμητό όγκο ελέγχου αφού πρώτα έχουν εφαρμοστεί κατάλληλες οριακές συνθήκες.

#### 1.1.1 Η ιστορία του CFD

Από την αυγή του πολιτισμού, η ανθρωπότητα γοητευόταν από τα ρευστά, από τα φαινόμενα που συνέβαιναν γύρω της. Τέτοια φαινόμενα είναι: η ροή του νερού στους ποταμούς, ο αέρας, ισχυρά ωκεάνια ρεύματα, η ροή του ανθρώπινου αίματος.

Στην αρχαιότητα, οι μεγάλοι Έλληνες φιλόσοφοι όπως ο Ηράκλειτος έθεσαν το αξίωμα ότι «όλα ρέουν» αλλά αυτό το αντιλαμβάνονταν υπό μια φιλοσοφική έννοια παρά με έναν ευδιάκριτα επιστημονικό τρόπο. Εντούτοις, ο Αρχιμήδης ήταν ο πρώτος που 'εγκαινιάσε' το πεδίο της υδροστατικής και καθόρισε πώς να γίνεται η μέτρηση των πυκνοτήτων και των όγκων των αντικειμένων. Η επικέντρωση ωστόσο με την πάροδο του χρόνου γινόταν στα υδραυλικά έργα: υδραγωγεία, κανάλια, λιμάνια και λουτρά, τα οποία οι αρχαίοι Ρωμαίοι μετέτρεψαν σε επιστήμη.

Δεν είχε ξεκινήσει η περίοδος της Αναγέννησης όταν αυτές οι ιδέες επανήλθαν πάλι στην επιφάνεια στη Νότια Ευρώπη όπου συναντάμε μεγάλους καλλιτέχνες-μηχανικούς, όπως ο Leonardo Da Vinci, οι οποίοι ξεκινάνε να εξετάζουν το φυσικό κόσμο των ρευστών και των ροών λεπτομερώς. Ο Leonardo Da Vinci παρατήρησε φυσικά φαινόμενα στον ορατό κόσμο, αναγνωρίζοντας τη μορφή και τη δομή τους και περιγράφοντας τα γραφικά, ακριβώς όπως ήταν. Σχεδίασε και επόπτευσε τις εργασίες καναλιών λιμανιών σε ένα μεγάλο μέρος της Κεντρικής Ιταλίας. Οι συνεισφορές του στη Ρευστομηχανική παρουσιάζονται σε μια πραγματεία εννέα τμημάτων (περιοχών μελέτης)

Το 18<sup>ο</sup> και 19<sup>ο</sup> αιώνα έγιναν σημαντικές προσπάθειες για να περιγραφεί μαθηματικά η κίνηση των ρευστών. Αυτή την περίοδο διατυπώνονται η γνωστή σε όλους Εξίσωση Bernoulli από τον Daniel Bernoulli (1700-1782) και οι Εξισώσεις Euler από τον Leonhard Euler (1707-1783). Δύο άλλοι πολύ σημαντικοί ερευνητές στο πεδίο των ροών εμφανίζονται στο προσκήνιο αυτή την περίοδο, ο Claude Louis Marie Henry Navier (1785-1836) και ο George Gabriel Stokes (1819-1903), οι οποίοι έχοντας ως βάση τις Εξισώσεις Euler διατυπώνουν τις Εξισώσεις Navier-Stokes.

Πρόκειται για μερικές διαφορικές εξισώσεις (Partial Differential Equations) οι οποίες εμφανίστηκαν πριν 200 περίπου χρόνια και αποτέλεσαν τη βάση της σύγχρονης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής. Αυτές περιλαμβάνουν εξισώσεις διατήρησης μάζας,

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας ορμής και πίεσης. Το 19<sup>ο</sup> αιώνα θεωρίες σχετικές με τη ροή ρευστών διατύπωσαν οι ακόλουθοι: Le Rond d'Alembert, Simeon-Denis Poisson, Joseph Louis Lagrange, Jean Louis Marie Poiseuille, John William Rayleigh, M Maurice Couette, Osborne Reynolds και Pierre Simon de Laplace.

Στις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα, έγινε πολύ δουλειά στην αναθεώρηση, βελτίωση των θεωριών του οριακού στρώματος (boundary layer) και της τύρβης (turbulence). Στα θέματα αυτά πολύτιμες ήταν οι συνεισφορές των Ludwig Prandtl (1875-1953), Theodore Von Karman (1881-1963), Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975), Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) και George Keith Batchelor (1920-2000). Επιγραμματικά αναφέρεται το έργο του καθενός [1]:

- Ludwig Prandtl: θεωρία οριακού στρώματος, μήκος ανάμιξης, συμπιεστές ροές, αριθμός Prandtl
- Theodore Von Karman: δίνες Von Karman
- Geoffrey Ingram Taylor: στατιστική θεωρία τύρβης, μικροκλίμακα Taylor (microscale Taylor)
- Andrey Nikolaevich Kolmogorov: Kolmogorov scales, γενικό ενεργειακό φάσμα για τη τύρβη.
- George Keith Batchelor: συμβολές στη θεωρία της ομοιογενούς τύρβης.

Το 1933 πραγματοποιήθηκε στην Αγγλία η πρώτη αριθμητική επίλυση ροής γύρω από κύλινδρο, από τον A.Thom.

Τη δεκαετία του 60' σημαντική θεωρείται και η συμβολή της NASA με πολλές αριθμητικές μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούνται ακόμη και σήμερα στο CFD (αλγόριθμος SIMPLE, κώδικας TEACH).

Τα CFDs χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά το 1960 με την κατασκευή των πρώτων υπολογιστικών συστημάτων. Η ανάπτυξη και εφαρμογή τους την επόμενη δεκαετία περιορίστηκε στα ακαδημαϊκά πλαίσια καθώς και στην αεροναυπηγική βιομηχανία. Σε αυτό το διάστημα, η χρησιμοποίηση των CFDs περιοριζόταν σε όσους είχαν πρόσβαση σε υπερ-υπολογιστές της εποχής.

Το 1980, έκαναν την εμφάνιση τους στην αγορά οι πρώτοι εμπορικοί κώδικες CFD και το πεδίο εφαρμογής των εργαλείων αυτών άρχισε να διευρύνεται σε περισσότερους βιομηχανικούς κλάδους και μεγαλύτερη γκάμα προβλημάτων. Αυτό ήταν αποτέλεσμα αφενός μεν της σημαντικής αύξησης της ισχύος των υπολογιστών, αφετέρου δε της εκτίμησης και απήχησης που βρήκε η υπολογιστική μοντελοποίηση σε επιστημονικές έρευνες και εμπορικές εφαρμογές. Ως αποτέλεσμα, περί το τέλος της ίδιας δεκαετίας απαντώνται εφαρμογές των CFDs σε προβλήματα αεροδυναμικού σχεδιασμού οχημάτων, ροής σε μηχανές εσωτερικής καύσης, φυσικού αερισμού κτιρίων, πυρκαγιών και εκρήξεων.

Πλέον το CFD έχει αναγνωριστεί ως ένα τμήμα της υπολογιστικά βοηθούμενης μηχανικής (Computer-Aided Engineering, CAE).

Πιο πρόσφατα, η χρήση των CFDs αυξήθηκε σε σημαντικό βαθμό, και πάλι λόγω της συνεχούς αύξησης της μέσης διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος, αλλά και την ανάγκη για τεχνικές λεπτομερούς προσέγγισης προβλημάτων ροής ρευστών. Στις μέρες μας πλέον, τα

υπολογιστικά αυτά εργαλεία έχουν βελτιωθεί κατά πολύ προσφέροντας σπουδαίες δυνατότητας ευελιξίας από πρόβλημα σε πρόβλημα ενσωματώνοντας ποικίλα μοντέλα για την περιγραφή ανεξάρτητων μεταξύ τους φαινομένων που μπορεί όμως να συμμετέχουν σε ένα φυσικό πρόβλημα (όπως π.χ. σε ένα πρόβλημα καύσης αερίου όπου διεξάγονται διεργασίες μεταφοράς μάζας, ενέργειας, ορμής και ακτινοβολίας, τυρβώδης ανάμιξη και χημική αντίδραση παράλληλα). Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με τις εξαιρετικές δυνατότητες οπτικοποίησης που παρέχουν, τα καθιστούν ιδιαίτερα περιζήτητα στην επίλυση προβλημάτων σε τομείς όπως η χημική μηχανική, το περιβάλλον, η αεροναυπηγική, η μετεωρολογία και η εμβιομηχανική. Βέβαια, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να τονιστεί ότι για την αξιοποίηση ενός κώδικα σε ένα συγκεκριμένο πεδίο εφαρμογής, χρειάζεται πρώτα απ' όλα η επιβεβαίωσή του με πειραματικά αποτελέσματα, ώστε να επιβεβαιωθεί η αποτελεσματικότητα του εκάστοτε προτύπου (μοντέλου) που προτείνεται.

### 1.1.2 Εφαρμογές των CFD's για υδροδυναμικές ροές

Η αδυναμία πρόλεξης των φαινομένων ροής που χαρακτηρίζουν τα προβλήματα της ναυτικής υδροδυναμικής ουσιαστικά επέβαλε την ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων για την, αφ' ενός καλύτερη κατανόησή τους και, αφ' ετέρου, για την κατά το δυνατό ακριβέστερη εκτίμηση ορισμένων βασικών μεγεθών. Σε αντίθεση με τις περισσότερες αεροδυναμικές ροές των ασυμπίεστων ρευστών που μπορούν να μελετηθούν πειραματικά, τα προβλήματα που αφορούν την υδροδυναμική του πλοίου, χαρακτηρίζονται από αδιάστατους αριθμούς Reynolds και Froude που δεν μπορούν να προσομοιωθούν σε πειραματικές δεξαμενές. Η αδυναμία αυτή, που αναφέρεται ως επίδραση της κλίμακας (scale effect), εισάγει ένα σοβαρό πρόβλημα αβεβαιότητας στην προεκτίμηση των μεγεθών της φυσικής κλίμακας από μετρήσεις που γίνονται σε πρότυπα [2]. Από την άλλη πλευρά, η ταχύτατη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει επιτρέψει την εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων τα αποτελέσματα των οποίων είναι πολύ ενθαρρυντικά για τη θεωρητική πρόβλεψη των συντελεστών αντιστάσεως και προώσεως και ,δικαιολογημένα θεωρείται ως ο πλέον εναλλακτικός τρόπος αντιμετώπισης των βασικών υδροδυναμικών προβλημάτων.

Οι βασικές εξισώσεις που διέπουν τα υδροδυναμικά προβλήματα είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes (N-S) και , φυσικά, η εξίσωση της συνέχειας. Η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων συνιστά ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα της υπολογιστικής ρευστομηχανικής. Οι δυσκολίες οφείλονται σε τρεις κυρίως λόγους: στη μη μόνιμη δράση της έλικας, στην ύπαρξη της ελεύθερης επιφάνειας και στους υψηλούς αριθμούς Reynolds που χαρακτηρίζουν την τυρβώδη ροή γύρω από τα πλοία [2]. Η ακριβής επίλυση των αριθμητικών εξισώσεων απαιτεί τεράστιες δυνατότητες διακριτοποίησης που ξεφεύγουν από τα όρια των σημερινών μηχανών. Λόγω αυτής της αδυναμίας επινοήθηκαν τα μοντέλα τύρβης (turbulence models), που ουσιαστικά προσομοιώνουν τις μικρές κλίμακες του πεδίου ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν αριθμητικά πλέγματα με εφικτούς αριθμούς κόμβων. Όπως είναι φυσικό η ανάπτυξη ενός μοντέλου τύρβης απαιτεί σημαντική πειραματική εμπειρία και εξαρτάται σχεδόν άμεσα από το εξεταζόμενο πεδίο.

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

Οι πιο δημοφιλείς αριθμητικές μέθοδοι που ακολουθούνται για την επίλυση των πεδιακών εξισώσεων είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM), των πεπερασμένων διαφορών (Finite Difference Method – FDM) και των όγκων ελέγχου (Finite Volume Method - FVM). Στα προβλήματα της ναυτικής υδροδυναμικής έχουν επικρατήσει οι μέθοδοι που βασίζονται στην ολοκλήρωση και διακριτοποίηση σε όγκους ελέγχου.

Η διπλωματική αυτή, εστίασε στον τρόπο με τον οποίο μπορεί να επιτευχθεί η προσομοίωση συγκεκριμένων τύπων αεροτομών και υδροτομών σε δεδομένες συνθήκες και στην επιβεβαίωση συγκεκριμένων προτεινόμενων προτύπων σε σχέση με έγκυρα αποτελέσματα από πειραματικές δοκιμές και εργαστηριακά πειράματα.

### 1.1.3 Η μεθοδολογία επίλυσης του κώδικα CFD

Το CFD συνήθως εφαρμόζεται για το σχεδιασμό ενός μοντέλου, αλλά τις περισσότερες φορές εφαρμόζεται για την ανάλυση και βελτίωση ενός ήδη υπάρχοντος, όπως στην περίπτωση μας.

Πρώτο στάδιο είναι ο ορισμός της περιοχής ενδιαφέροντος, δηλαδή του όγκου ελέγχου. Η γεωμετρία του προβλήματος μπορεί να σχεδιαστεί από την αρχή, αλλά όπως συμβαίνει τις περισσότερες φορές, γεγονός το οποίο είναι μεγάλο πλεονέκτημα των προγραμμάτων CFD, εισάγεται έτοιμη, έχοντας σχεδιαστεί με τη βοήθεια κάποιου άλλου λογισμικού. Αφού έχει οριστεί ο όγκος ελέγχου, δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα. Στη συνέχεια, εισάγεται το υπολογιστικό πλέγμα στο pre-processor και ορίζονται οι οριακές συνθήκες στα διάφορα τμήματα (parts) του όγκου ελέγχου.

Ο solver επιλύει το πρόβλημα και δημιουργεί ένα ή περισσότερα αρχεία αποτελεσμάτων τα οποία περιέχουν τις μεταβολές της ταχύτητας, πίεσης, θερμοκρασίας και των άλλων προς μελέτη μεγεθών.

Τα αποτελέσματα μπορούν να οπτικοποιηθούν με στόχο την κατανόηση της συμπεριφοράς του ρευστού στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου γεγονός το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε σχεδιαστικές τροποποιήσεις οι οποίες μπορούν να ελέγχονται, αλλάζοντας την γεωμετρία του CFD μοντέλου και παρατηρώντας τα αποτελέσματα της εκάστοτε επίλυσης.

Η διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος υπολογιστικής ρευστοδυναμικής αποτελείται από τέσσερα βήματα [1]:

- Γεωμετρία-Υπολογιστικό/Αριθμητικό Πλέγμα (Geometry/Mesh)
- Ορισμός Οριακών Συνθηκών (Physics Definition)
- Επίλυση (Solver)
- Παρουσίαση Αποτελεσμάτων (Post-Processor)

#### *Βήμα 1: Γεωμετρία-Υπολογιστικό Πλέγμα (Geometry-Mesh)*

Αυτή η διαδικασία είναι το πρώτο τμήμα του pre-processing σταδίου. Στόχος είναι η δημιουργία του κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος. Τα βασικά στάδια αυτού του τμήματος περιλαμβάνουν:

- Καθορισμός της γεωμετρίας (όγκου ελέγχου)

## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

- Δημιουργία των απαραίτητων τμημάτων στα οποία στη συνέχεια θα εφαρμοστούν οριακές συνθήκες
- Ρύθμιση των παραμέτρων του πλέγματος

### *Βήμα 2: Ορισμός οριακών συνθηκών (Physics definition)*

Πρόκειται για το δεύτερο τμήμα του pre-processing σταδίου και στόχος του είναι η δημιουργία του αρχείου εισόδου στο solver. Στο στάδιο αυτό εισάγεται το υπολογιστικό πλέγμα, ορίζονται οι οριακές συνθήκες στα επιμέρους τμήματα τα οποία έχουν δημιουργηθεί στο προηγούμενο τμήμα της επίλυσης και προσδιορίζονται οι ιδιότητες του ρευστού του προβλήματος.

### *Βήμα 3: Επίλυση (Solver)*

Ο Solver παράγει ένα αρχείο το οποίο περιέχει τα αποτελέσματα της επίλυσης. Τα βήματα επίλυσης είναι τα ακόλουθα:

1. Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις ολοκληρώνονται σε ολόκληρο τον όγκο ελέγχου. Με τον τρόπο αυτό εφαρμόζονται οι βασικοί νόμοι διατήρησης σε κάθε επιμέρους όγκο ελέγχου.
2. Αυτές οι ολοκληρωτικές εξισώσεις μετατρέπονται σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων.
3. Οι αλγεβρικές εξισώσεις επιλύονται επαναληπτικά.

Απαιτείται επαναληπτική διαδικασία εξαιτίας της μη γραμμικής φύσης αυτών των εξισώσεων έως ότου η αριθμητική λύση φτάσει σε σύγκλιση, όπου εκεί παίρνουμε την ακριβή λύση.

Σε κάθε επανάληψη, ένα σφάλμα η υπόλοιπο, καταγράφεται ως τιμή της συνολικής, σε όλο τον όγκο ελέγχου, διατήρησης των ιδιοτήτων του ρευστού. Η σύγκλιση της τελικής λύσης στην ακριβή λύση εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Αυτοί είναι το μέγεθος και το σχήμα των επιμέρους όγκων ελέγχου και οι τιμές των τελικών σφαλμάτων (residuals).

Στο τέλος αυτού του σταδίου ο solver δημιουργεί τα αρχεία των αποτελεσμάτων, τα οποία στη συνέχεια εισάγονται στο τελευταίο τμήμα της διαδικασίας επίλυσης, το οποίο είναι η παρουσίαση των αποτελεσμάτων (post-processing).

### *Βήμα 4: Παρουσίαση αποτελεσμάτων (Post-processor)*

Τελευταίο τμήμα της επίλυσης του προβλήματος είναι η απεικόνιση των αποτελεσμάτων χρωματικά και με διάφορους τρόπους στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα αποτελέσματα, τα οποία περιέχουν όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τη ροή του προβλήματος μπορούν να παρουσιαστούν με ποικίλους τρόπος σε οποιαδήποτε περιοχή, επιφάνεια του όγκου ελέγχου θελήσει ο χρήστης.

Οι ποικίλοι τρόποι οι οποίοι αναφέρθηκαν είναι: γραμμές ροής (streamlines), επίπεδα κάθετα στους τρεις άξονες (τομές-planes δηλαδή του όγκου ελέγχου), όγκοι οι οποίοι τοποθετούνται στο εσωτερικό του όγκου ελέγχου και απεικονίζονται πάνω σε αυτούς οι κατανομές των ζητούμενων μεγεθών. Ακόμη, μπορούν να δημιουργηθούν εικόνες οι οποίες

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας παρέχουν οπτικοποιημένα αποτελέσματα αλλά και βίντεο, στο οποίο να παρουσιάζεται η μεταβολή ενός μεγέθους.

Τέλος το post-processor εξάγει και αρχεία διαφόρων τύπων ( .txt, .dat) τα οποία περιέχουν τις υπολογιζόμενες τιμές διαφόρων μεγεθών σε οποιοδήποτε τμήμα του όγκου ελέγχου επιθυμεί ο χρήστης. Στη συνέχεια τα αρχεία αυτά μπορούν να υποστούν περαιτέρω επεξεργασία σε διάφορα προγράμματα και να οδηγήσουν σε χρήσιμα αποτελέσματα τα οποία θα συμβάλλουν στην κατανόηση και επεξήγηση των αποτελεσμάτων.

## 1.2 Περιγραφή υδροτομών/αεροτομών

Η υδροτομή ή αεροτομή είναι το σχήμα της πτέρυγας ή του πτερυγίου όπως φαίνεται σε εγκάρσια τομή [3] . Όταν ένα στερεό σώμα, με σχήμα αεροτομής, κινείται μέσα σε ένα ρευστό παράγει μια αεροδυναμική δύναμη. Η συνιστώσα αυτής της δύναμης κάθετα προς την κατεύθυνση της κίνησης ονομάζεται άνωση (lift). Η συνιστώσα παράλληλη προς την κατεύθυνση της κίνησης ονομάζεται αντίσταση (drag).

Η δύναμη που δέχεται μια αεροτομή εξαρτάται κυρίως από το σχήμα αυτής καθώς και από τη γωνία που σχηματίζει με το κινούμενο ρευστό του εκάστοτε πειράματος-εφαρμογής, η γνωστή και ως γωνία προσβολής. Όταν εφαρμόζεται μία τέτοια κατάλληλη γωνία, η αεροτομή εκτρέπει τον επερχόμενο αέρα, με αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας δύναμης επί του σώματος, σε κατεύθυνση αντίθετη προς την εκτροπή του αέρα. Αυτή η δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες : άνωση και αντίσταση (Σχήμα 1.2). Αυτή η "στροφή" του αέρα στην περιοχή της αεροτομής δημιουργεί γραμμές ροής οι οποίες οδηγούν σε χαμηλότερη πίεση στη μία πλευρά και υψηλότερη πίεση από την άλλη. Αυτή η διαφορά πίεσης συνοδεύεται από μία διαφορά ταχύτητας , σύμφωνα με την αρχή του Bernoulli, έτσι ώστε το προκύπτον πεδίο ροής γύρω από την αεροτομή να έχει υψηλότερη μέση ταχύτητα στην άνω επιφάνεια από ό, τι στην κάτω επιφάνεια. Η δύναμη άνωσης μπορεί να συνδεθεί άμεσα με το μέσο όρο διαφοράς ταχυτήτων.

Οι διάφοροι όροι που σχετίζονται με τις αεροτομές ορίζονται παρακάτω (Σχήμα 1.1):

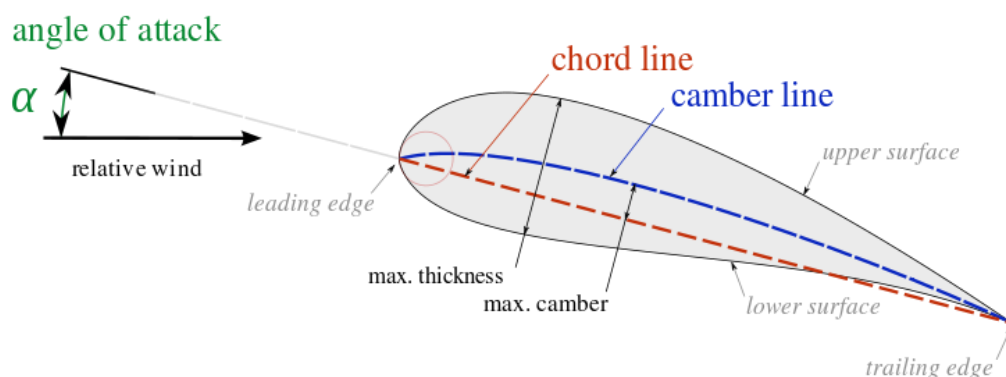
- Η επιφάνεια αναρροφήσεως (upper surface) συνδέεται γενικά με μεγαλύτερη ταχύτητα και χαμηλότερη στατική πίεση.
- Η επιφάνεια πίεσης (lower surface) έχει μια συγκριτικά υψηλότερη στατική πίεση από την επιφάνεια αναρρόφησης. Η διαβάθμιση της πίεσης μεταξύ των δύο αυτών επιφανειών συμβάλλει στην δύναμη άνωσης που παράγεται για ένα δεδομένο τύπο αεροτομής.

Η γεωμετρία μιας αεροτομής περιγράφεται με μια ποικιλία όρων. Ένα βασικό χαρακτηριστικό της αεροτομής είναι η χορδή της . Έτσι ορίζουμε τις ακόλουθες έννοιες:

- Το χείλος προσβολής (leading edge) είναι το σημείο στο μπροστινό της αεροτομής που έχει μέγιστη καμυλότητα.
- Το χείλος εκφυγής (trailing edge) ορίζεται ομοίως ως το σημείο της μέγιστης καμυλότητας στο πίσω μέρος της αεροτομής.

## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

- Η γραμμή χορδής (chord line) είναι μία ευθεία γραμμή που συνδέει τις δύο παραπάνω ακμές της αεροτομής.
- Το μήκος της χορδής, ή απλά χορδή,  $c$ , είναι το μήκος της γραμμής χορδής και είναι η χαρακτηριστική διάσταση μιας αεροτομής.



**Σχήμα 1.1:** Περιγραφή της γεωμετρίας αεροτομής [3].

Το σχήμα της αεροτομής ορίζεται με βάση τις ακόλουθες έννοιες :

- Η γραμμή μέσης καμπυλότητας (mean camber line) είναι ο τόπος των σημείων στο μέσο μεταξύ των επιφανειών αναρροφήσεως και πίεσης. Το ακριβές σχήμα της εξαρτάται από τον τρόπο που ορίζουμε το πάχος.

Το πάχος της αεροτομής ποικίλλει κατά μήκος της χορδής. Αυτό μπορεί να μετρηθεί με έναν από τους δύο ακόλουθους τρόπους:

- Πάχος μετρούμενο κάθετα προς τη γραμμή camber. Αυτό μερικές φορές περιγράφεται ως «Αμερικανική σύμβαση»
- Πάχος μετρούμενο κάθετα προς τη γραμμή χορδής. Αυτό είναι μερικές φορές περιγράφεται ως "Αγγλική σύμβαση" .

Επιπλέον δύο βασικές παράμετροι για να περιγράψουμε το σχήμα μιας αεροτομής είναι το μέγιστο πάχος του (εκφρασμένο ως ποσοστό της χορδής) και η θέση του σημείου μέγιστου πάχους (επίσης εκφράζεται ως ποσοστό της χορδής).

Τέλος, σημαντικές έννοιες που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν τη συμπεριφορά της αεροτομής σε ένα ρευστό είναι :

- Το αεροδυναμικό κέντρο (aerodynamic centre), το οποίο είναι το μήκος της χορδής για το οποίο η ροπή κλίσης είναι ανεξάρτητη του συντελεστή άνωσης και της γωνίας προσβολής .
- Το κέντρο της πίεσεως (center of pressure), το οποίο είναι η θέση της χορδής για την οποία η ροπή κλίσης είναι μηδέν.

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα μελετήσουμε, εκτός των άλλων, τους συντελεστές αντίστασης και άνωσης πάνω σε κάποιες αεροτομές και υδροτομές. Για αυτό το λόγο θα αναφέρουμε ενδεικτικά κάποια θεωρητικά στοιχεία για αυτούς.

- Ο συντελεστής άνωσης (Lift Coefficient) είναι ένας αδιάστατος συντελεστής που συσχετίζει την δύναμη lift που παράγεται από ένα σώμα (lifting body) με την πυκνότητα του ρευστού γύρω από το σώμα, την ταχύτητά του και μια σχετική περιοχή αναφοράς [4]. Ένα σώμα άνωσης είναι μια αεροτομή ή ένα πλήρες σώμα υδροτομής. Ο συντελεστής αυτός είναι συνάρτηση της γωνίας του σώματος ως προς τη ροή, του αριθμού Reynolds και του αριθμού Mach. Ο συντελεστής άνωσης αναφέρεται στα δυναμικά χαρακτηριστικά άνωσης μιας δισδιάστατης αεροτομής, όπου η περιοχή αναφοράς αντικαθίσταται από το μήκος της χορδής. Ο τύπος υπολογισμού δίνεται παρακάτω:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} = \frac{2L}{\rho v^2 S} = \frac{L}{qS} \quad (1)$$

Όπου:

L είναι η δύναμη άνωσης,

$\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού,

v είναι πραγματική ταχύτητα του ρευστού,

S είναι η περιοχή κάτοψης και

q είναι η δυναμική πίεση του ρευστού.

Ο συντελεστής άνωσης μπορεί να προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας τη θεωρία lifting-line, υπολογιζόμενος αριθμητικά ή να μετρηθεί σε μια αεροσήραγγα δοκιμών ενός πλήρους διαμορφωμένου αεροσκάφους.

Ο συντελεστής άνωσης μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως ένα χαρακτηριστικό ενός συγκεκριμένου σχήματος (ή διατομής) μιας αεροτομής. Σε αυτή την εφαρμογή ονομάζεται τμηματικός συντελεστής άνωσης Cl. Είναι κοινό να παραθέτουμε, για μια συγκεκριμένη ενότητα αεροτομής, τη σχέση μεταξύ του τμηματικού συντελεστή άνωσης και της γωνίας προσβολής. Είναι επίσης χρήσιμο να δείξουμε τη σχέση μεταξύ του τμηματικού συντελεστή άνωσης και του συντελεστή αντίστασης. Ο συντελεστής αυτός, σε δισδιάστατη ροή, βασίζεται σε μια πτέρυγα μη μεταβαλλόμενης διατομής, ώστε η δύναμη άνωσης να είναι ανεξάρτητη από άκρο σε άκρο. Ακολούθως ο ορισμός γίνεται:

$$c_l = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho v^2 c} \quad (2)$$

Όπου:

c είναι η χορδή της αεροτομής.

- Ο συντελεστής αντίστασης (Drag Coefficient) είναι μια αδιάστατη ποσότητα που χρησιμοποιείται για την ποσοτικοποίηση της δύναμης αντίστασης ενός αντικειμένου σε ένα περιβάλλον ρευστό, όπως αέρας ή νερό [5]. Χαμηλός συντελεστής αντίστασης υποδεικνύει ότι το αντικείμενο θα έχει λιγότερη αεροδυναμική ή υδροδυναμική



δύναμη. Ο συντελεστής αυτός είναι πάντα συνδεδεμένος με μία συγκεκριμένη περιοχή επιφάνειας. Παράλληλα ο συντελεστής αντίστασης οποιουδήποτε αντικειμένου περιλαμβάνει τα αποτελέσματα των δύο βασικών συντελεστών στη ρευστό δυναμική: skin friction και form drag.

Ο συντελεστής αντίστασης  $C_d$  ορίζεται ως εξής:

$$C_d = \frac{2F_d}{\rho v^2 A} \quad (3)$$

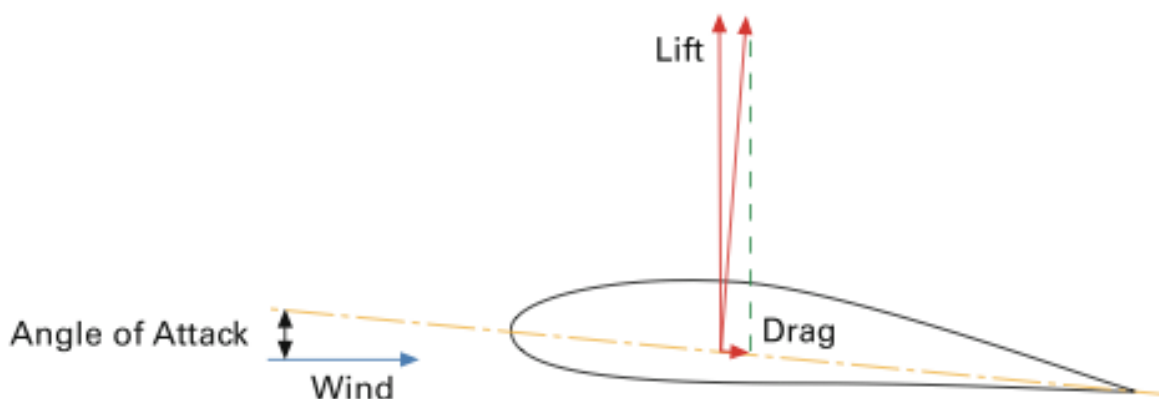
Όπου:

$F_d$  είναι η δύναμη αντίστασης, η οποία είναι εξ ορισμού η συνιστώσα της δύναμης στην κατεύθυνση της ταχύτητας ροής,

$\rho$  είναι η πυκνότητα μάζας του ρευστού,

$v$  είναι η ταχύτητα του αντικειμένου σε σχέση με το υγρό και

$A$  είναι η περιοχή αναφοράς.



Σχήμα 1.2: Απεικόνιση των δυνάμεων άνωσης και αντίστασης σε μια αεροτομή [6]

### 1.3 Αντικείμενο διπλωματικής

Κατά κοινή ομολογία οι κώδικες CFD στον κλάδο της ρευστομηχανικής είναι απαραίτητοι στην εποχή μας και χρησιμοποιούνται καθημερινά ανά τον κόσμο. Στα πλαίσια της εργασίας μας, οι κώδικες CFD χρησιμοποιούνται για να προσομοιώσουν όσο το δυνατόν καλύτερα την συμπεριφορά ενός πηδαλίου σε όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικές συνθήκες, και μας δίνουν δεδομένα που είναι πολύ σημαντικά για τη σχεδίαση ενός νέου πηδαλίου ή για την βελτίωση των επιδόσεων ενός ήδη υπάρχοντος. Οι προκλήσεις που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια της χρήσης των CFD's είναι πολλές, ειδικά αν ληφθούν υπόψη τα διαφορετικά επιστημονικά πεδία που εμπλέκονται στην λειτουργία τους.

Στόχος αυτής της διπλωματικής εργασίας είναι η σχεδίαση και η μελέτη δυνάμεων αεροτομών και υδροτομών με τη χρήση του κώδικα "CFD Fluent" και χρήση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν για εφαρμογές στον κλάδο της ελκτικότητας. Η μελέτη και εκμάθηση της λειτουργίας του σύνθετου και πολύπλοκου εργαλείου Fluent αποτελεί

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας την αφετηρία της παρούσας εργασίας. Λαμβάνοντας υπόψη τις προκλήσεις που αντιμετωπίσαμε, έμφαση δίνεται στην κατάλληλη σχεδίαση και πύκνωση του πλέγματος καθώς και στην κατάλληλη ρύθμιση των προσομοιώσεων του κώδικα Fluent. Η μελέτη μας επικεντρώθηκε στον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για κάθε γεωμετρία, με άμεσο αποτέλεσμα τον υπολογισμό των δυνάμεων άνωσης και αντίστασης που αναπτύσσονται .

Αρχικά στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται λεπτομερώς η διαδικασία που ακολουθήσαμε και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που υλοποιήθηκαν για δύο αεροτομές. Συνοπτικά, τα βήματα που ακολουθήσαμε για τις προσομοιώσεις στο Fluent είναι τα ακόλουθα:

- Κάθε γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία μας υλοποιήθηκε στο πρόγραμμα “Rhinceros”.
- Από το πρόγραμμα Rhinceros η γεωμετρία εισάγεται στο τμήμα του προγράμματος “Ansys” που ονομάζεται “Workbench”. Συγκεκριμένα στο “Ansys Geometry” σχεδιάζονται όλες οι βοηθητικές γραμμές που χρειάζονται για την υλοποίηση του πλέγματος και στο “Ansys Mesh” υλοποιείται το τελικό πλέγμα και δηλώνονται οι οριακές συνθήκες.
- Στη συνέχεια εισάγουμε το πλέγμα στον κώδικα CFD Fluent, γίνονται οι κατάλληλες ρυθμίσεις σε αυτόν και τελικά πραγματοποιείται η προσομοίωση.
- Τέλος, αξιολογούμε, παρουσιάζουμε και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μας σε αντίστοιχα διαγράμματα των συντελεστών άνωσης και αντίστασης.

Παράλληλα , για τον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης των δύο αεροτομών, παρουσιάζεται μια εναλλακτική και ποιοτική μέθοδος, η μέθοδος των δινών. Τα αποτελέσματα της συγκρίνονται με αυτά του κώδικα CFD Fluent.

Το κεφάλαιο 3 κλείνει με την παρουσίαση δύο υδροτομών τύπου «Fishtail» βασισμένων στην βιβλιογραφία, που αποσκοπούν στην παραγωγή μεγαλύτερης δύναμης άνωσης σε σχέση με αυτή που παράγει η απλή γεωμετρία της υδροτομής.

Η παρούσα διπλωματική εργασία καταλήγει στο κεφάλαιο 4, όπου εκεί γίνεται η σύνδεση του κώδικα CFD Fluent με τον τομέα της ελκτικότητας. Πραγματοποιούνται προσομοιώσεις των ελιγμών κύκλου στροφής και zig-zag στο πρόγραμμα “Mathematica” για το διπλέλικο πλοίο Ro-Ro «Αλκυών», με τρεις διαφορετικές μοντελοποιήσεις πηδαλίων. Η Σύνδεση των δύο κεφαλαίων έγκειται στην μοντελοποίηση της δύναμης του πηδαλίου για τους ελιγμούς. Συγκεκριμένα η δύναμη του πηδαλίου μοντελοποιείται με βάση τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης των υδροτομών και κατ’ επέκταση με τις δυνάμεις άνωσης και αντίστασης που υπολογίστηκαν στο κεφάλαιο 3. Συνακόλουθα αξιολογείται και συγκρίνεται η ελκτική συμπεριφορά των τριών μοντελοποιήσεων πηδαλίου.

Καταλήγοντας θα πρέπει να επισημάνουμε ότι η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί μία από τις πρώτες προσπάθειες της σχολής Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών, όσον αφορά την χρήση των CFD’s για τον υπολογισμό των δυνάμεων αντίστασης και άνωσης και για την πρόβλεψη της ελκτικής συμπεριφοράς πηδαλίων σε προπτυχιακό επίπεδο.

## Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 2.1 Εξισώσεις για την ροή των ρευστών

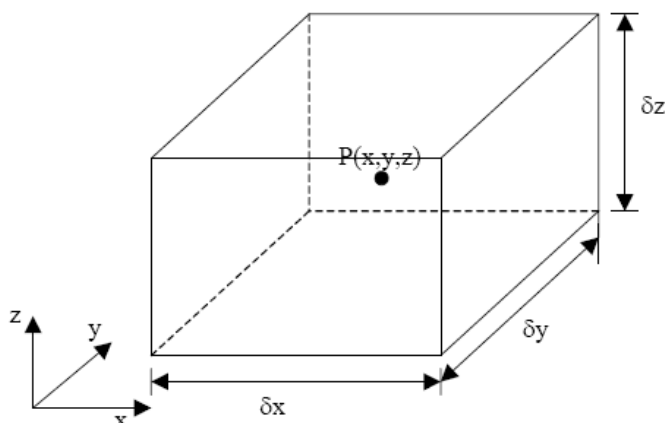
Οι βασικές εξισώσεις της ρευστομηχανικής, οι οποίες περιγράφουν τη ροή ρευστού σώματος, βασίζονται στους ακόλουθους τρεις νόμους [7]–[10] (παραπομπή στο Παράρτημα Α [7], [8], [10]–[15]) :

- Αρχή διατήρησης της μάζας (Εξίσωση συνέχειας).
- Δεύτερος νόμος του Newton (Εξίσωση ορμής).
- Αρχή διατήρησης της ενέργειας (Α' Θερμοδυναμικός Νόμος).

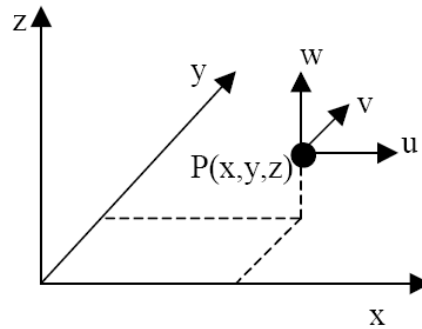
Από την εφαρμογή των τριών προαναφερθέντων νόμων σε ένα στοιχείο της ροής ρευστού σώματος (Σχήμα 2.1) προκύπτουν οι απαραίτητες μερικές διαφορικές εξισώσεις για την περιγραφή της κίνησης ενός ρευστού. Ειδικότερα, από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μάζας σε ένα στοιχείο ενός ρευστού, προκύπτει μία μερική διαφορική εξίσωση, η οποία καλείται Εξίσωση της Συνέχειας. Η εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Newton έχει ως αποτέλεσμα την διατύπωση τριών Εξισώσεων Ορμής, ενώ από τον νόμο της διατήρησης της ενέργειας, που ισοδυναμεί με τον πρώτο νόμο της Θερμοδυναμικής, προκύπτει η Εξίσωση της Ενέργειας.

Για την επίλυση του συστήματος που σχηματίζεται από τις προαναφερθείσες εξισώσεις, απαιτείται μία επιπλέον εξίσωση. Η εξίσωση που χρησιμοποιείται συνήθως είναι η Καταστατική Εξίσωση, η οποία συσχετίζει τα θερμοδυναμικά μεγέθη πίεση, πυκνότητα και θερμοκρασία.

Η διατύπωση του συστήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων δύναται να πραγματοποιηθεί είτε στο καρτεσιανό είτε στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων. Συνακόλουθα παρουσιάζουμε τις εξισώσεις σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.



Σχήμα 2.1: Στοιχείο ροής στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων [7].



Σχήμα 2.2: Συνιστώσες της ταχύτητας στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων [9].

### Εξίσωση διατήρησης της μάζας

Η εξίσωση διατήρησης της μάζας εκφράζει τον πρώτο βασικό νόμο της κλασσικής Μηχανικής, ότι η μάζα δεν καταστρέφεται ούτε δημιουργείται από το μηδέν και μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = S_m \quad (4)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι η γενική μορφή της εξίσωσης διατήρησης της μάζας και ισχύει για ασυμπίεστες καθώς και συμπιεστές ροές. Ο όρος  $S_m$  είναι η μάζα που προστίθεται στην συνεχή φάση από την εν διασπορά δεύτερη φάση (π.χ., λόγω εξάτμισης των σταγονιδίων υγρού) ή από τυχόν πηγές που ορίζονται από το χρήστη.

Η εξίσωση της συνέχειας, διατυπωμένη στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, σε συντηρητική μορφή και με συνιστώσες ταχύτητας  $u$ ,  $v$ ,  $w$  έχει τη μορφή:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Ή σε μια πιο συμπαγή μορφή με διάνυσμα:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (6)$$

Η παραπάνω εξίσωση ουσιαστικά είναι η μη μόνιμη χρονικά, τρισδιάστατη εξίσωση διατήρησης της μάζας για συμπιεστό ρευστό.

### Εξισώσεις διατήρησης της ορμής

Η εξίσωση διατήρησης της ορμής εκφράζει το δεύτερο βασικό νόμο της κλασσικής Μηχανικής, που ονομάζεται και δεύτερος νόμος του Newton, ότι δηλαδή η χρονική μεταβολή της ορμής ισούται με το άθροισμα των δρυσών δυνάμεων και μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \sum_i^n \vec{F}_i \quad (7)$$

Όπου:

$\sum_i^n \vec{F}_i$  είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ενεργούν στη μάζα του ρευστού που βρίσκεται κάθε χρονική στιγμή στο χώρο.

Οι δυνάμεις αυτές μπορεί να είναι διαφόρου φύσεως όπως μαζικές ή ογκικές δυνάμεις (π.χ. δυνάμεις βαρύτητας), επιφανειακές δυνάμεις καθώς και δυνάμεις από κάποιο στερεό σώμα.

Στο παράρτημά μας, στο τέλος του κειμένου θα δώσουμε περισσότερες λεπτομέρειες για τις δυνάμεις, τις τάσεις καθώς και τις γνωστές εξισώσεις Navier-Stokes.

### **Εξίσωση της Ενέργειας**

Η εξίσωση της ενέργειας εκφράζει τον Α' θερμοδυναμικό νόμο και επιβάλλει τη διατήρηση της ενέργειας κατά την ροή του ρευστού. Ουσιαστικά αποτελεί έναν ισολογισμό μεταξύ της εσωτερικής, της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, της πίεσης και της θερμότητας. Η ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης της ενέργειας αναφέρεται σε κυψέλη ελέγχου με όγκο και εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας A:

$$\frac{d}{dt} \oint_{CV} E \rho dV = - \oint_A h_t \rho c_n dA + \dot{Q} - \dot{W} \quad (8)$$

Όπου:

Q η ροή θερμότητας (με θετικό πρόσημο όταν είναι εισερχόμενη),

W η μηχανική ισχύς (με θετικό πρόσημο όταν είναι εξερχόμενη),

$h_t$  η ολική ειδική ενθαλπία (ολική ενθαλπία ανά μονάδα μάζας).

Επίσης με E συμβολίζεται η ειδική ενέργεια, που προκύπτει από την παρακάτω σχέση, στην οποία με e συμβολίζεται η ειδική εσωτερική ενέργεια (ανά μονάδα μάζας).

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (9)$$

### **Καταστατική Εξίσωση του Ρευστού:**

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο για την συμπλήρωση του αριθμού των εξισώσεων του μαθηματικού μοντέλου, ώστε να καταστεί το τελευταίο επιλύσιμο, απαιτείται η προσθήκη της γνωστής καταστατικής εξίσωσης του τελείου αερίου. Η αξιοποίηση της εν λόγω εξίσωσης απαιτεί την παραδοχή της θερμοδυναμικής ισορροπίας, δηλαδή την παραδοχή ότι το ρευστό προσαρμόζεται πρακτικά ακαριαία σε οποιαδήποτε μεταβολή επηρεάζει την ισορροπία του.

Όπως είναι γνωστό, η θερμοδυναμική κατάσταση ενός ρευστού δύναται να προσδιοριστεί, εφόσον είναι γνωστές οι τιμές δύο μόνο μεταβλητών του, καθώς οι υπόλοιπες υπολογίζονται από την καταστατική εξίσωση. Ως εκ τούτου εάν είναι γνωστές η τιμή της πυκνότητας  $\rho$  και η τιμή της θερμοκρασίας T του ρευστού, είναι δυνατοί οι υπολογισμοί είτε της πίεσης p είτε της ειδικής εσωτερικής ενέργειας e. Οι αντίστοιχες σχέσεις για τους προαναφερθέντες υπολογισμούς στην περίπτωση του ιδανικού αερίου είναι οι ακόλουθες:

$$P = \rho RT \quad (10)$$

$$e = c_v T \quad (11)$$

Όπου:

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

$c_v$  η ειδική θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο

$R$  η σταθερά τελείου αερίου του συγκεκριμένου αερίου που εξετάζεται [7], [10].

## 2.2 Το φαινόμενο της τύρβης

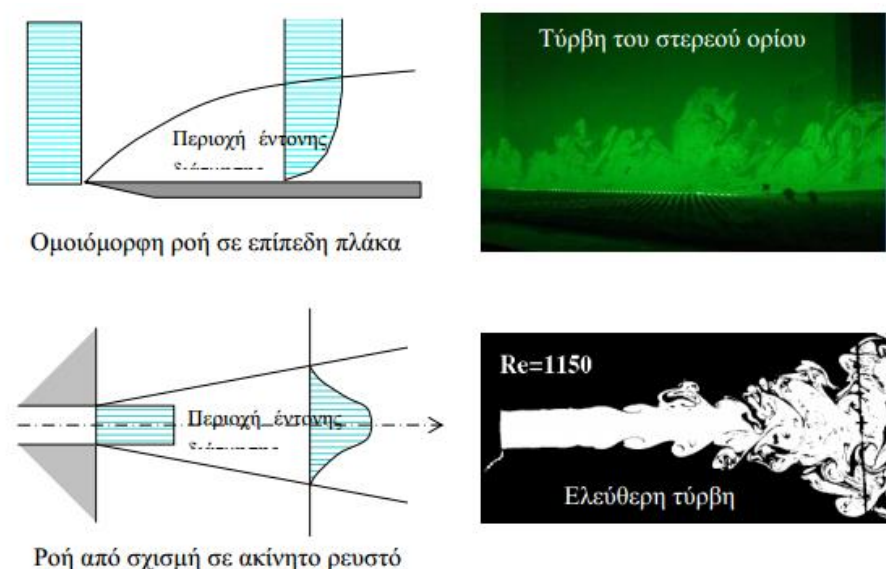
### 2.2.1 Γενικά

Τυρβώδης χαρακτηρίζεται η ροή στην οποία παρατηρείται ακανόνιστη κίνηση των ρευστών σωματιδίων (fluid particles), ανάμειξη των γειτονικών στρώσεων του ρευστού και οι δυνάμεις αδράνειας υπερεισχύουν αυτών του ιξώδους.

Η γένεση της τύρβης προκαλείται από αστάθεια (instability) που οφείλεται είτε στις συνθήκες ροής, είτε σε τυχαίες διαταράξεις σε περιοχές όπου η κατανομή της μέσης ταχύτητας στην κύρια διεύθυνση της ροής εμφανίζει μεγάλες κλίσεις και κατά συνέπεια οι διατμητικές τάσεις είναι μεγάλες.

Διακρίνουμε δύο είδη τύρβης ανάλογα με τον τρόπο γένεσης: την τύρβη του στερεού ορίου, δηλαδή αυτή που προκαλείται κοντά στα τοιχώματα όπου μηδενίζεται η ταχύτητα ενός πραγματικού ρευστού και την ελεύθερη τύρβη (Σχήμα 2.3), δηλαδή αυτήν που προκαλείται όταν για παράδειγμα φλέβα ρευστού κινείται μέσα σε ακίνητο ρευστό κατάσταση που προκαλεί έντονες κλίσεις στην κατανομή της ταχύτητας κάθετα στη διεύθυνση της κίνησης και συνεπώς μεγάλες διατμητικές τάσεις.

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής είναι: η έντονη ανάμειξη και διάχυση ιδιοτήτων με ρυθμούς πολύ μεγαλύτερους απ' αυτούς της μοριακής διάχυσης, η ανάπτυξη διατμητικών τάσεων πολύ μεγαλύτερων απ' αυτές που προκαλεί το ιξώδες λόγω μεταφοράς της ορμής σε γειτονικές στρώσεις και οι αυξημένες απώλειες ενέργειας (που μετατρέπεται σε θερμότητα) λόγω του ιξώδους στα εκατομμύρια των μικρών δινών (στροβίλων) που εμφανίζονται τοπικά [10], [16].



Σχήμα 2.3: Τύρβη του στερεού ορίου (επάνω) και ελεύθερη τύρβη (κάτω) [16].

### 2.2.2 Περιγραφή της τύρβης

Το ιδιαίτερο γνώρισμα της τύρβης είναι η συνεχής μεταβολή των χαρακτηριστικών της ροής στο χρόνο και στο χώρο. Για παράδειγμα σε ένα σημείο του πεδίου ροής (χώρος - περιγραφή κατά Euler) οι διάφορες ιδιότητές του μεταβάλλονται χρονικά ως εξής:

$$\text{ταχύτητα } u = u(t)$$

$$\text{πίεση } p = p(t)$$

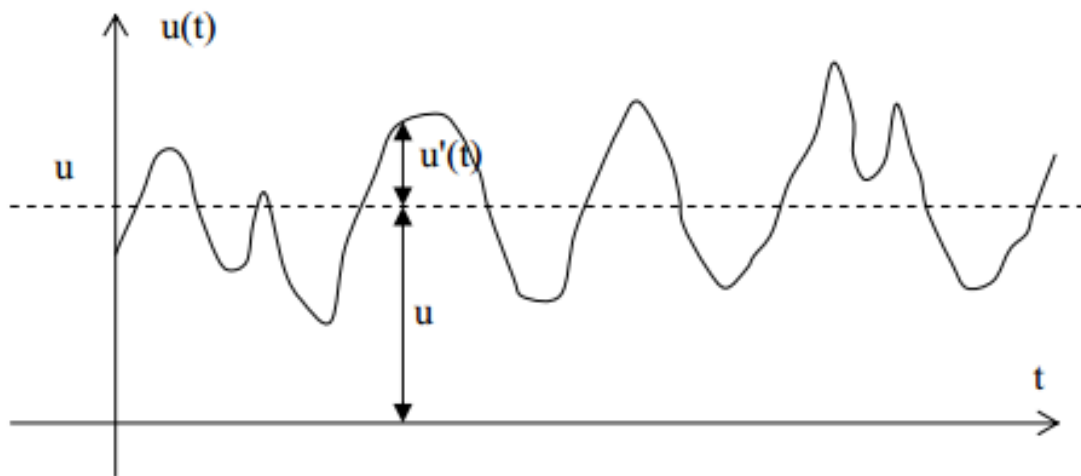
$$\text{θερμοκρασία } \theta = \theta(t) \text{ κ.λ.π.}$$

Θεωρώντας μια ισόθερμη ροή η μεταβολή μιας συνιστώσας της ταχύτητας με το χρόνο έχει τη μορφή που φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 2.4. Διαχωρίζοντας τη μέση (χρονικά) τιμή και τη διακύμανση σε σχέση με αυτή της ταχύτητας και πίεσης σε ένα σημείο του πεδίου ροής ενός ρευστού έχουμε:

$$V = \bar{V} + V', \quad p = \bar{p} + p' \quad (12)$$

ή αναλύοντας την ταχύτητα στις συνιστώσες της

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p' \quad (13)$$



Σχήμα 2.4: Διάγραμμα χρονικής μεταβολής μιας συνιστώσας της ταχύτητας σε τυρβώδη ροή [16].

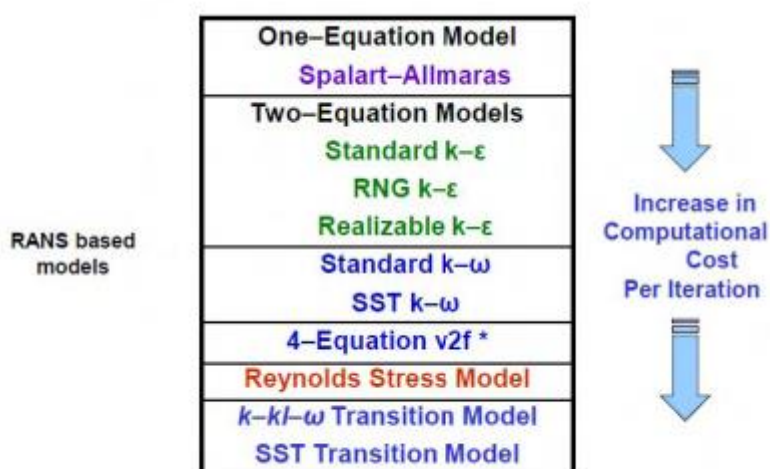
Οι όροι με την παύλα είναι οι χρονικά μέσες τιμές, ενώ αυτοί με τον τόνο οι διακυμάνσεις σχετικά με τη μέση τιμή, δηλαδή [10], [16]:

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (14)$$

$$\bar{u'} = \frac{1}{T} \int_0^T (u(t) - \bar{u}) dt = 0 \quad (15)$$

### 2.2.3 Μοντέλα τύρβης

Σημαντικό ρόλο στην ορθότητα των αποτελεσμάτων μιας μοντελοποίησης κατέχει η επιλογή του μοντέλου τύρβης. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε (Fluent) διαθέτει πολλά μοντέλα για την προσομοίωση των τυρβωδών ροών. Στο σχήμα Σχήμα 2.5 φαίνονται τα μοντέλα αυτά ταξινομημένα. Όσο μετακινούμαστε προς τα κάτω τόσο πιο σύνθετο είναι το μοντέλο και το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται. Εμείς χρησιμοποιήσαμε 3 από αυτά τα μοντέλα, το Spalart-Allmaras, το k-ε και το k-ω τα οποία και θα αναλύσουμε παρακάτω. Το μοντέλο Spalart-Allmaras είναι μοντέλο μιας εξίσωσης, ενώ τα μοντέλα k-ε και k-ω ανήκουν στην κατηγορία των μοντέλων δύο εξισώσεων για τον προσδιορισμό του χαρακτηριστικού μήκους αναμίξεως και της χαρακτηριστικής χρονικής κλίμακας της τύρβης επιλύοντας δυο εξισώσεις μεταφοράς (παραπομπή στο Παράρτημα Γ).



Σχήμα 2.5: Μοντέλα τύρβης στο Fluent που βασίζονται στις εξισώσεις Navier-Stokes και κατάταξή τους με βάση το υπολογιστικό κόστος [17].

#### Μοντέλο Τύρβης Spalart Allmaras

Το μοντέλο τύρβης Spalart – Allmaras είναι ένα σχετικά απλό μοντέλο μιας διαφορικής εξίσωσης, το οποίο λύνει μια μοντελοποιημένη εξίσωση μεταφοράς για μια μεταβλητή συνεκτικότητας  $\bar{\nu}$ , η οποία συναντάται και ως μεταβλητή Spalart-Allmaras. Είναι αριθμητικά αξιόπιστο και ευσταθές κοντά στα τοιχώματα και εξασφαλίζει γρήγορη σύγκλιση.

Το μοντέλο Spalart-Allmaras έχει αποδειχθεί ότι δίνει καλά αποτελέσματα για οριακά στρώματα που υποβάλλονται σε δυσμενείς μεταβολές των πιέσεων. Γίνεται επίσης ευρέως γνωστό για εφαρμογές στροβιλομηχανών.

Στην αρχική του μορφή, το μοντέλο Spalart-Allmaras είναι ένα αποτελεσματικό μοντέλο χαμηλού αριθμού Reynolds και απαιτεί την επηρεαζόμενη ιξώδη περιοχή του οριακού στρώματος για να επιλυθεί σωστά. Στο FLUENT, ωστόσο, το μοντέλο Spalart-Allmaras έχει εφαρμοστεί για να χρησιμοποιείται όταν η ανάλυση του πλέγματος δεν είναι επαρκώς ικανοποιητική. Αυτό θα μπορούσε να είναι η καλύτερη επιλογή για σχετικά αργές προσομοιώσεις σε χονδροειδή πλέγματα, όπου δεν είναι κρίσιμοι οι ακριβείς υπολογισμοί της τυρβώδους ροής.



Ωστόσο, εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι το μοντέλο Spalart-Allmaras εξακολουθεί να είναι σχετικά νέο, και δεν έχει γίνει κανένας ισχυρισμός όσον αφορά την καταλληλότητά του για όλα τα είδη των περίπλοκων ροών της μηχανικής. Επιπλέον, τα μοντέλα μιας εξίσωσης συχνά επικρίνονται για την αδυναμία τους να φιλοξενήσουν γρήγορα αλλαγές στην κλίμακα μήκους, όπως αυτό μπορεί να είναι απαραίτητο όταν η ροή αλλάζει απότομα.

### **Μοντέλο Τύρβης K-ε**

Το μοντέλο K-ε προτάθηκε από τους Launder και Spalding το 1974. Βασίζεται στη μοντελοποίηση εξισώσεων μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια  $k$  και το ρυθμό καταστροφής της  $\epsilon$  (dissipation rate).

Το k-ε μοντέλο είναι το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο μοντέλο τύρβης για βιομηχανικές εφαρμογές. Είναι σταθερό, οικονομικό όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος και παρέχει ικανοποιητική ακρίβεια για πολλά είδη τυρβωδών ροών. Ένα από τα αρνητικά του είναι ότι δεν αποδίδει καλά σε ροές με μεγάλες μεταβολές στην πίεση, ισχυρή αποκόλληση, μεγάλη ελικότητα και μεγάλες κλίσεις των ροϊκών γραμμών.

### **Μοντέλο τύρβης K- $\omega$**

Το μοντέλο k- $\omega$  είναι ένα εμπειρικό μοντέλο που βασίζεται στη μοντελοποίηση των εξισώσεων μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια  $k$  και τον ειδικό ρυθμό καταστροφής της  $\omega$  (specific dissipation rate).

Το μοντέλο τύρβης k- $\omega$  σε σχέση με το k-ε δίνει καλύτερα αποτελέσματα για ροές κοντά σε τοιχώματα όπου έχουμε δημιουργία οριακών στρωμάτων [17].

## **2.3 Περιγραφή αλγορίθμων και του περιβάλλοντος Fluent**

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε τα βήματα που ακολουθούμε για την αριθμητική προσομοίωση ενός προβλήματος στο Fluent. Αρχικά γίνεται μια εισαγωγή στη μέθοδο υπολογισμού και τη μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων (παραπομπή στο παράρτημα Β [18]) που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα και στη συνέχεια αναλύεται η διαδικασία και οι αλγόριθμοι υπολογισμού και παρεμβολής που χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό των μεγεθών.

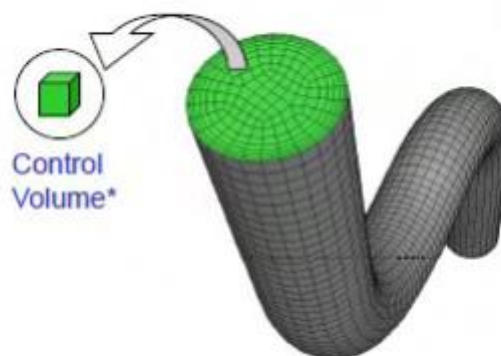
### **2.3.1 Εισαγωγή στη μέθοδο υπολογισμού του Fluent**

Με την υπολογιστική ρευστοδυναμική (Computational Fluid Dynamics ή CFD) μπορούμε να επιλύσουμε προβλήματα ροών ρευστών, μεταφοράς μάζας και θερμότητας, χημικές αντιδράσεις και διάφορα άλλα σχετικά φαινόμενα λύνοντας ένα σύστημα εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα με τη βοήθεια του υπολογιστή. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι εξισώσεις που λύνουμε, είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes και οι εξισώσεις μεταφοράς των μοντέλων τύρβης για τον υπολογισμό των αντίστοιχων μεγεθών. Η ανάλυση ενός προβλήματος με τη χρήση CFD δεν αντικαθιστά την πειραματική μέθοδο, η οποία είναι

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας αναγκαία για σύγκριση των αποτελεσμάτων των δυο μεθόδων, αλλά καλύπτει ένα μεγάλο μέρος της, εξοικονομώντας έτσι χρόνο και κόστος.

Για την επίλυση των εξισώσεων ενός προβλήματος, το Fluent χρησιμοποιεί την μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων, η οποία είναι μία ευρέως διαδεδομένη υπολογιστική μέθοδος επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων. Με τη μέθοδο αυτή, το υπολογιστικό πεδίο, που στην περίπτωση μας είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το ρευστό, διακριτοποιείται σε ένα σύνολο από πεπερασμένους όγκους ελέγχου (Σχήμα 2.6) που ονομάζονται κελιά. Οι εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα λύνονται στο σύνολο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου. Οι Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις διακριτοποιούνται σε ένα σύστημα από Αλγεβρικές Εξισώσεις, οι οποίες ονομάζονται εξισώσεις πεπερασμένων όγκων. Όλες οι Αλγεβρικές Εξισώσεις λύνονται αριθμητικά δομώντας έτσι το πεδίο της λύσης.

Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων γίνεται εύκολα κατανοητή αφού η μεθοδολογία και γενικότερα ο τρόπος διατύπωσης της μεθόδου συνδέεται άμεσα με τη φυσική του προβλήματος. Είναι λογικό να θεωρούμε ότι οι εξισώσεις πεπερασμένων όγκων ικανοποιούν τις ίδιες φυσικές αρχές και νόμους, (διατήρηση μάζας, ορμής, ενέργειας), με αυτές που ικανοποιούν οι μερικές διαφορικές εξισώσεις από τις οποίες έχουν προκύψει.

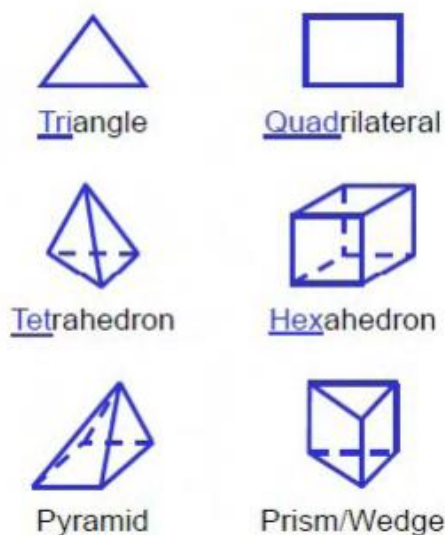


**Σχήμα 2.6: Διακριτοποίηση με πεπερασμένους όγκους ελέγχου σε ροή ρευστού σε αγωγό [17].**

Το σύνολο των πεπερασμένων όγκων που αποτελούν τη γεωμετρία του προβλήματος που έχει διακριτοποιηθεί, ονομάζεται πλέγμα (mesh ή grid). Το πλέγμα πρέπει να είναι κατάλληλο για να μπορούμε να έχουμε σωστά αποτελέσματα. Αύξηση των κελιών του πλέγματος μας βοηθάει στο να πάρουμε πιο ακριβή αποτελέσματα αλλά αυξάνει το υπολογιστικό κόστος. Γι αυτό το λόγο πυκνώνουμε το πλέγμα επιλεκτικά, δηλαδή αυξάνουμε τα κελιά σε περιοχές όπου έχουμε μεγάλες μεταβολές της ταχύτητας, της πίεσης, της θερμοκρασίας κτλ. Σε ροές ρευστών συνήθως πυκνώνουμε το πλέγμα στα τοιχώματα και το αραιώνουμε όσο απομακρυνόμαστε από εκεί. Η τεχνική αυτή στο Fluent ονομάζεται inflation.

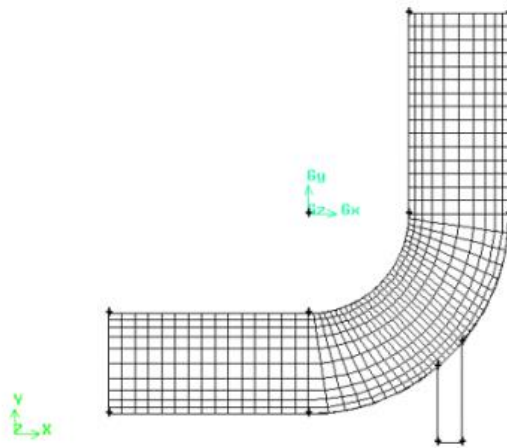
Το Fluent χρησιμοποιεί διάφορα στοιχεία πεπερασμένων όγκων (Σχήμα 2.7). Για δισδιάστατα υπολογιστικά πεδία υπάρχουν τα τριγωνικά και τα τετραπλευρικά στοιχεία για τη δημιουργία του πλέγματος. Για τρισδιάστατα έχουμε τα τετράεδρα, τα εξάεδρα, τα

στοιχεία πυραμίδας και τα πρισματικά. Τα τετράπλευρα και τα εξάεδρα δίνουν καλύτερης ποιότητας αποτελέσματα με λιγότερα κελιά από ότι τα τριγωνικά και τα τετράεδρα αντίστοιχα, συνήθως όμως απαιτείται μεγαλύτερη προσπάθεια για τη δημιουργία πλέγματος με τετράπλευρα ή εξάεδρα. Σε σύνθετες γεωμετρίες η διακριτοποίηση είναι πιο εύκολη με χρήση τριγωνικών και τετραέδρων στοιχείων. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε υβριδικό πλέγμα με εξάεδρα και τετράεδρα αν θέλουμε να συνδυάσουμε τα πλεονεκτήματα και των δυο στοιχείων.

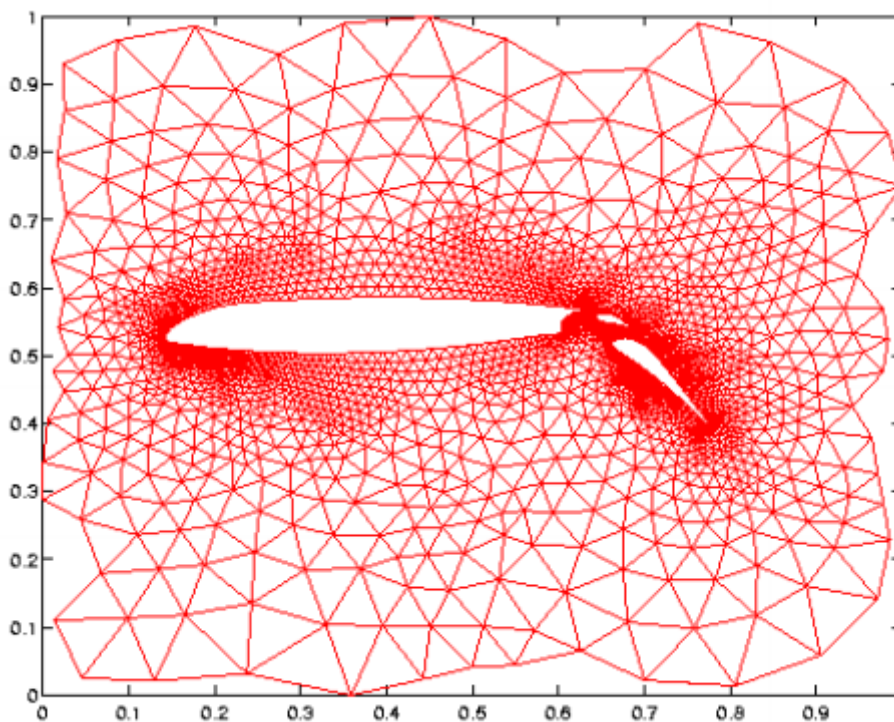


Σχήμα 2.7: Στοιχεία πεπερασμένων όγκων στο Fluent [17].

Τα πλέγματα μπορεί να είναι δομημένα (structured) και μη-δομημένα (unstructured). Τα δομημένα πλέγματα (Σχήμα 2.8) είναι ομοιόμορφα, ώστε η θέση κάθε κελιού να περιγράφεται με δυο ή τρεις δείκτες (για δισδιάστατη και τρισδιάστατη τοπολογία, αντίστοιχα). Αντίθετα, τα μη-δομημένα πλέγματα (Σχήμα 2.9) είναι ακανόνιστα, με αποτέλεσμα να απαιτείται μια εσωτερική βάση δεδομένων για την περιγραφή της θέσης κελιών, πλευρών και κόμβων, αλλά σε αντίθεση με τα δομημένα, παρέχουν ευελιξία σε πολύπλοκες γεωμετρίες.



Σχήμα 2.8: Δομημένο πλέγμα σε γωνία αγωγού [17].



Σχήμα 2.9: Μη-δομημένο πλέγμα γύρω από αεροτομή [17].

### 2.3.2 Διαδικασία Επίλυσης Στο Ansys Fluent

Στη συνέχεια γίνεται αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο που χρησιμοποιεί το Fluent για την επίλυση των εξισώσεων. Γίνεται αναφορά στους επιλυτές που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα και στις μεθόδους διακριτοποίησης [19].

#### *Είδη επιλυτών (solvers) στο Fluent*

Το ANSYS FLUENT παρέχει ολοκληρωμένες δυνατότητες μοντελοποίησης για ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων που αφορούν ασυμπίεστα και συμπιεστά ρευστά καθώς και στρωτής και τυρβώδης ροής αυτών. Στο ANSYS FLUENT , ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών μοντέλων

για φαινόμενα μεταφοράς ( όπως η μεταφορά θερμότητας και χημικές αντιδράσεις ) συνδυάζεται με την ικανότητα μοντελοποίησης πολύπλοκων γεωμετριών .

Παράλληλα ισχυρά και ακριβή μοντέλα τύρβης είναι ένα ζωτικής σημασίας στοιχείο των μοντέλων του προγράμματος. Τα μοντέλα τύρβης που παρέχονται έχουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογής , και περιλαμβάνουν τις επιδράσεις άλλων φυσικών φαινομένων, όπως η πλευστότητα και η συμπίεστικότητα. Ιδιαίτερη προσοχή έχει αφιερωθεί στην αντιμετώπιση των θεμάτων της ακρίβειας κοντά στο τοίχωμα μέσω της χρήσης εκτεταμένων λειτουργιών και μοντέλων.

Το ANSYS Fluent μας επιτρέπει να επιλέξουμε μία από τις δύο ακόλουθες αριθμητικές μεθόδους :

1. pressure-based solver
2. density-based solver

Ιστορικά μιλώντας , η προσέγγιση με βάση την πίεση αναπτύχθηκε για ασυμπίεστες ροές χαμηλής ταχύτητας , ενώ η προσέγγιση με βάση την πυκνότητα χρησιμοποιήθηκε κυρίως για συμπίεστες ροές υψηλής ταχύτητας. Ωστόσο, πρόσφατα οι δύο μέθοδοι έχουν επεκταθεί και αναδιαμορφωθεί για να λειτουργούν σε ένα ευρύ φάσμα συνθηκών ροής πέρα από τον παραδοσιακό ή τον αρχικό σκοπό τους.

Σε αμφότερες τις μεθόδους το πεδίο ταχύτητας λαμβάνεται από τις εξισώσεις διατήρησης ορμής. Στην προσέγγιση βασισμένη στην πυκνότητα, η εξίσωση συνέχειας χρησιμοποιείται για να υπολογίσουμε το πεδίο πυκνότητας, ενώ το πεδίο της πίεσης καθορίζεται από καταστατικές εξισώσεις. Από την άλλη πλευρά, στην προσέγγιση με βάση την πίεση, το πεδίο πίεσης υπολογίζεται επιλύοντας μία εξίσωση πίεσης η οποία λαμβάνεται με τη σειρά της από τις εξισώσεις συνέχειας και ορμής.

Χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις παραπάνω μεθόδους, το ANSYS FLUENT θα λύσει τις κύριες και αναπόσπαστες εξισώσεις για τη διατήρηση της μάζας και ορμής , και ( κατά περίπτωση) για την ενέργεια και άλλα μεγέθη όπως η τύρβη. Και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιείται μια τεχνική ελέγχου με βάση τον όγκο η οποία αποτελείται από:

- Διαχωρισμός της περιοχής σε διακριτούς όγκους ελέγχου χρησιμοποιώντας ένα υπολογιστικό πλέγμα.
- Ολοκλήρωση των κύριων εξισώσεων στους επιμέρους όγκους ελέγχου για την κατασκευή αλγεβρικών εξισώσεων για τις διακριτές εξαρτημένες μεταβλητές ( «άγνωστοι » ) , όπως ταχύτητα, η πίεση, η θερμοκρασία.
- Γραμμικοποίηση των διακριτοποιημένων εξισώσεων και επίλυση της προκύπτουσας εξίσωσης γραμμικού συστήματος για να πάρουμε τις τελικές τιμές των εξαρτημένων μεταβλητών.

Οι δύο αριθμητικές μέθοδοι χρησιμοποιούν μια παρόμοια διαδικασία διακριτοποίησης (πεπερασμένων όγκων), αλλά η προσέγγιση που χρησιμοποιείται για την γραμμικοποίηση και την επίλυση των διακριτοποιημένων εξισώσεων είναι διαφορετική.

### **Pressure-Based Solver**

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

Ο pressure-based solver χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο που ανήκει σε μια γενικότερη κατηγορία μεθόδων που ονομάζεται μέθοδος προβολής. Στη μέθοδο προβολής, ο περιορισμός της διατήρησης μάζας (συνέχεια) του πεδίου ταχύτητας επιτυγχάνεται με την επίλυση μιας εξίσωσης πίεσης (ή διόρθωση πίεσης). Η εξίσωση πιέσεως προέρχεται από τις εξισώσεις ορμής και συνέχειας με τέτοιο τρόπο ώστε το πεδίο ταχύτητας, που διορθώθηκε από την πίεση, ικανοποιεί την εξίσωση συνέχειας. Δεδομένου ότι οι κύριες εξισώσεις είναι μη γραμμικές και συνδέονται μεταξύ τους, η διαδικασία λύσης περιλαμβάνει επαναλήψεις όπου το σύνολο των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα λύνονται επανειλημμένα μέχρι να συγκλίνει η λύση.

Δύο αλγόριθμοι με βάση την πίεση είναι διαθέσιμοι στο ANSYS FLUENT .Ο Pressure-Based Segregated Algorithm, και ο Pressure-Based Coupled Algorithm.Αυτές οι δύο προσεγγίσεις συζητούνται στις παρακάτω ενότητες .

### *The Pressure-Based Segregated Algorithm*

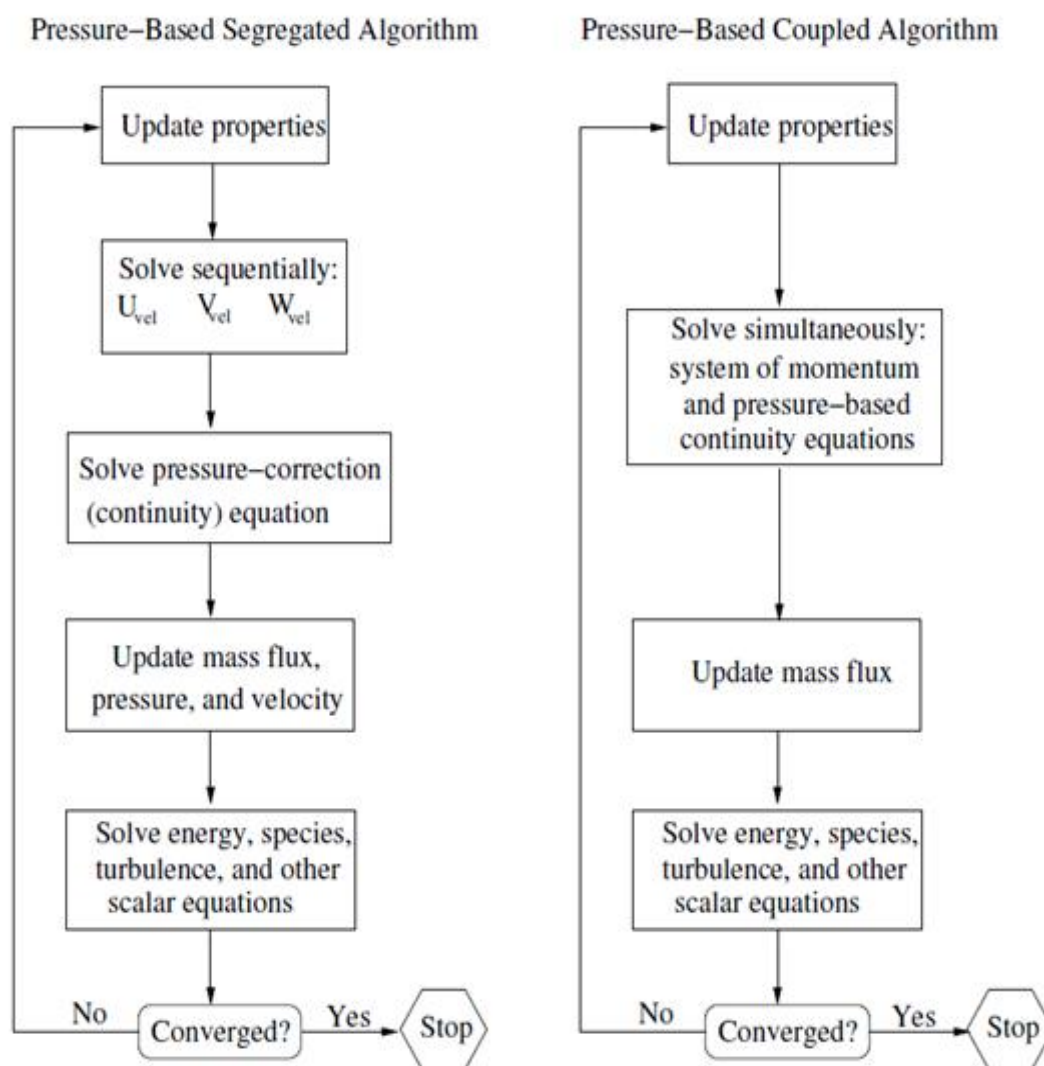
Ο solver με βάση την πίεση χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο λύσης όπου οι κύριες εξισώσεις επιλύονται ξεχωριστά (διαχωρίζονται η μία από την άλλη). Επειδή οι κύριες εξισώσεις είναι μη γραμμικές και συζευγμένες, ο βρόχος της λύσης πρέπει να διεξάγεται επαναληπτικά , προκειμένου να ληφθεί μία αριθμητική λύση που συγκλίνει .

Παράλληλα, στον αλγόριθμο αυτό, οι επιμέρους εξισώσεις για τις μεταβλητές που μας αφορούν, λύνονται η μία μετά την άλλη. Κάθε κύρια εξίσωση ,κατά τη διάρκεια επίλυσής της, είναι " αποσυνδεδεμένη " ή " διαχωρίζεται " από άλλες εξισώσεις. Ο αλγόριθμος αυτός είναι αποδοτικός σε μνήμη, δεδομένου ότι οι διακριτοποιημένες εξισώσεις χρειάζεται να αποθηκευτούν στη μνήμη μόνο μια φορά. Ωστόσο, η σύγκλιση της λύσης είναι σχετικά αργή, καθόσον οι εξισώσεις λύνονται ξεχωριστά.

Στον εν λόγω αλγόριθμο, κάθε επανάληψη αποτελείται από τα στάδια που απεικονίζονται στο Σχήμα 2.10 και περιγράφονται παρακάτω:

1. Ενημέρωση ιδιοτήτων των ρευστών (π.χ. πυκνότητα, ιξώδες, ειδική θερμότητα ), συμπεριλαμβανομένου και του ιξώδους τύρβης ( διαχυτότητα ) με βάση την τρέχουσα λύση.
2. Λύση των εξισώσεων ορμής, η μία μετά την άλλη, χρησιμοποιώντας τις πρόσφατα ενημερωμένες τιμές του ρευστού.
3. Λύση της εξίσωσης διόρθωσης πίεσης χρησιμοποιώντας το πεδίο ταχύτητας και τη μάζα ροής που υπολογίστηκαν αμέσως πριν.
4. Διόρθωση της ροής μάζας, της πίεσης, και του πεδίου της χρησιμοποιώντας τη διόρθωση πίεσης που λαμβάνεται από το Στάδιο 3.
5. Λύση των εξισώσεων για πρόσθετα μεγέθη, αν υπάρχουν, όπως ποσότητες τύρβης, η ενέργεια, η ένταση ακτινοβολίας με βάση τις τρέχουσες τιμές των μεταβλητών.
6. Ενημέρωση των όρων που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διαφόρων φάσεων.
7. Ελέγχος για τη σύγκλιση των εξισώσεων.

Αυτά τα βήματα συνεχίζονται μέχρι τα κριτήρια σύγκλισης να πληρούνται .



Σχήμα 2.10: Σύγκριση των δύο αλγορίθμων του Pressure-Based Solver [19]

#### The Pressure-Based Coupled Algorithm

Σε αντίθεση με τον αλγόριθμο που περιγράφεται παραπάνω, ο αλγόριθμος αυτός λύνει ένα συζευγμένο σύστημα εξισώσεων που περιλαμβάνει τις εξισώσεις ορμής και την εξίσωση της συνέχειας. Έτσι, στον συζευγμένο αλγόριθμο, τα βήματα 2 και 3 που παραθέσαμε πριν αντικαθίστανται από ένα μόνο στάδιο στο οποίο λύνεται το συζευγμένο σύστημα των εξισώσεων. Οι υπόλοιπες εξισώσεις επιλύονται με ένα ξεχωριστό τρόπο όπως και πριν.

Δεδομένου ότι οι εξισώσεις ορμής και συνέχειας επιλύονται με ένα στενά συνδεδεμένο τρόπο, ο ρυθμός σύγκλισης της λύσης βελτιώνεται σημαντικά σε σύγκριση με τον προηγούμενο αλγόριθμο. Ωστόσο, η απαίτηση μνήμης αυξάνεται κατά 1,5 έως 2 φορές από εκείνη του διαχωρισμένου αλγορίθμου δεδομένου ότι το διακριτό σύστημα όλων των εξισώσεων ορμής και πίεσης πρέπει να αποθηκευτεί στη μνήμη κατά την επίλυση των πεδίων ταχύτητας και πίεσης (και όχι μόνο μια ενιαία εξίσωση, όπως είναι η περίπτωση με τον προηγούμενο αλγόριθμο).

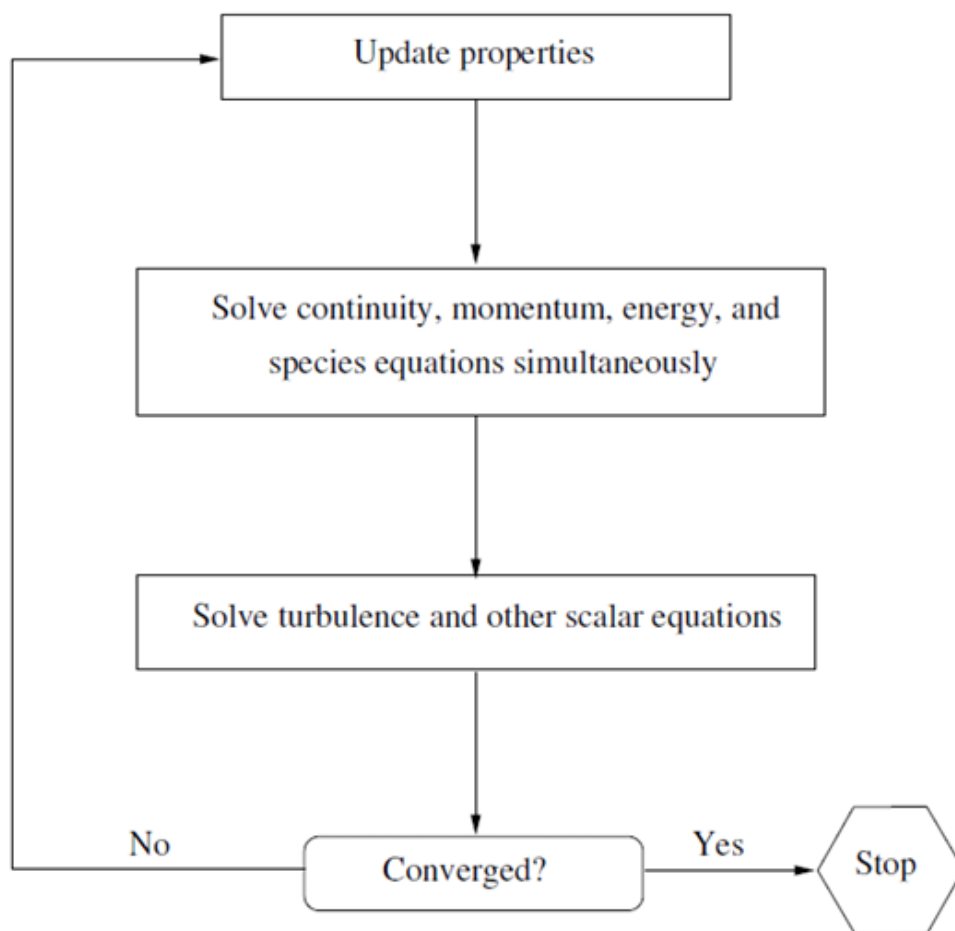
### **Density-Based Solver**

Ο Solver που είναι βασισμένος στην πυκνότητα λύνει τις κύριες εξισώσεις συνέχειας, ορμής, και (αν είναι απαραίτητο) ενέργειας και μεταφοράς ειδών ταυτόχρονα (δηλαδή, σε συνδυασμό μεταξύ τους). Οι κύριες εξισώσεις για επιπρόσθετες ποσότητες θα λυθούν αργότερα και διαδοχικά (δηλαδή, διαχωρίζονται η μία από την άλλη και από το συζευγμένο σετ) χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που περιγράφεται στη Γενική Κλιμακωτή Εξίσωση Μεταφοράς: Διακριτοποίηση και λύση. Επειδή, όμως οι κύριες εξισώσεις είναι μη - γραμμικές (και συζευγμένες), πρέπει να εκτελεσθούν αρκετές επαναλήψεις του βρόγχου λύσης, προκειμένου να λάβουμε μια λύση που συγκλίνει. Κάθε επανάληψη αποτελείται από τα στάδια που απεικονίζονται στο Σχήμα 2.11 και περιγράφονται παρακάτω :

1. Ενημέρωση των ιδιοτήτων του υγρού με βάση την τρέχουσα λύση. Εάν ο υπολογισμός έχει μόλις αρχίσει, οι ιδιότητες του υγρού θα πρέπει να ενημερώνονται με βάση την αρχικοποιημένη λύση.
2. Λύση των εξισώσεων συνέχειας, ορμής, και (ενδεχομένως) της ενέργειας και των ειδών ταυτόχρονα.
3. Όπου κρίνεται σκόπιμο, λύνονται εξισώσεις για μεγέθη όπως η τύρβη και η ακτινοβολία με τη χρήση των ήδη ενημερωμένων τιμών των άλλων μεταβλητών.
4. Όταν συμπεριλαμβάνεται η σύζευξη των φάσεων, ανανεώνονται οι αρχικοί όροι στις αντίστοιχες εξισώσεις συνεχής φάσης με ένα διακριτό υπολογισμό της τροχιάς φάσης.
5. Έλεγχος για τη σύγκλιση του συνόλου των εξισώσεων.

Αυτά τα βήματα συνεχίζονται μέχρι τα κριτήρια σύγκλισης να πληρούνται.





Σχήμα 2.11: Επισκόπηση της μεθόδου Density –Based Solver [19]

Στη μέθοδο με βάση την πυκνότητα, μπορούμε να λύσουμε το συζευγμένο σύστημα των εξισώσεων (εξισώσεις συνέχειας, ορμής, της ενέργειας και των ειδών εάν υπάρχουν) χρησιμοποιώντας, είτε το coupled-explicit formulation ή το coupled-implicit formulation. Η βασική διάκριση μεταξύ των δύο παραπάνω περιγράφεται στη συνέχεια.

Στις μεθόδους λύσης που βασίζονται στην πυκνότητα, οι διακριτές, μη γραμμικές κύριες εξισώσεις γραμμικοποιούνται έτσι ώστε να παράγουν ένα σύστημα εξισώσεων για τις εξαρτημένες μεταβλητές σε κάθε υπολογιστικό κελί. Το προκύπτον γραμμικό σύστημα επιλύεται κατόπιν για να δώσει ένα ενημερωμένη λύση ροής πεδίου.

Ο τρόπος με τον οποίο οι κύριες εξισώσεις γραμμικοποιούνται μπορεί να λάβει μια « σιωπηρή » ή « ρητή » μορφή σε σχέση με την εξαρτημένη μεταβλητή ( ή ένα σύνολο μεταβλητών ) που μας ενδιαφέρουν . Με σιωπηρή ή ρητή εννοούμε τα εξής :

1. Implicit: Για μια δεδομένη μεταβλητή, η άγνωστη τιμή σε κάθε κελί υπολογίζεται χρησιμοποιώντας μια σχέση που περιλαμβάνει τόσο υπάρχουσες όσο και άγνωστες τιμές από γειτονικά κελιά. Ως εκ τούτου κάθε άγνωστος θα εμφανίζεται σε περισσότερες από μία εξίσωση στο σύστημα , και αυτές οι εξισώσεις πρέπει να επιλυθούν ταυτόχρονα για να δώσει τα άγνωστες ποσότητες .

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

2. Explicit: Για μια δεδομένη μεταβλητή, η άγνωστη τιμή σε κάθε κελί υπολογίζεται χρησιμοποιώντας μια σχέση που περιλαμβάνει υπάρχουσες μόνο τιμές. Έτσι κάθε άγνωστος θα εμφανίζονται σε μία μόνο εξίσωση στο σύστημα και οι εξισώσεις για τις άγνωστες τιμές σε κάθε κελί μπορούν να λυθούν μία κάθε φορά για να δώσουν τις άγνωστες ποσότητες.

Στη μέθοδο λύσης που βασίζεται στην πυκνότητα υπάρχει η επιλογή για τη χρήση, είτε implicit είτε explicit γραμμικοποίηση των κυβερνώντων εξισώσεων. Αυτή η επιλογή ισχύει μόνο για το συζευγμένο σετ των κύριων εξισώσεων. Οι εξισώσεις μεταφοράς για πρόσθετα μεγέθη επιλύονται διαχωρισμένες από τη συνδεδεμένη ομάδα (όπως τύρβη, ακτινοβολία κλπ.). Οι εξισώσεις μεταφοράς είναι γραμμικές και επιλύονται έμμεσα, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που περιγράφεται στη Γενική Κλιμακωτή Εξίσωση Μεταφοράς : Διακριτοποίηση και λύση. Ανεξάρτητα από το ποια μέθοδος επιλέγεται, η διαδικασία λύσης φαίνεται στο σχήμα που παρατέθηκε παραπάνω.

Εάν διαλέξουμε την επιλογή implicit του solver βασισμένου στην πυκνότητα, κάθε εξίσωση του συνδεδεμένου συνόλου των κύριων εξισώσεων γραμμικοποιείται implicitly σε σχέση με όλες τις εξαρτημένες μεταβλητές. Αυτό θα οδηγήσει σε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων με  $N$  εξισώσεις για κάθε κελί της περιοχής, όπου  $N$  είναι ο αριθμός των συζευγμένων εξισώσεων στο σύνολο. Επειδή υπάρχουν  $N$  εξισώσεις ανά κύτταρο, αυτό είναι μερικές φορές ονομάζεται «block» system of equations.

Εάν επιλέξουμε την επιλογή explicit του solver βασισμένου στην πυκνότητα, κάθε εξίσωση του συνδεδεμένου συνόλου των κύριων εξισώσεων γραμμικοποιείται explicitly. Όπως και στην προηγούμενη επιλογή, κι αυτή θα οδηγήσει σε ένα σύστημα εξισώσεων με εξισώσεις για κάθε κελί στο χώρο και όλες οι εξαρτημένες μεταβλητές στο σύνολο θα πρέπει να ενημερώνονται αμέσως [19].

### **Διακριτοποίηση και επίλυση εξισώσεων μεταφοράς**

Το Fluent χρησιμοποιεί μία τεχνική που βασίζεται στους όγκους ελέγχου για να μετατρέψει μία γενική βαθμωτή εξίσωση μεταφοράς σε μια αλγεβρική εξίσωση που μπορεί να λυθεί αριθμητικά. Αυτή η τεχνική των όγκων ελέγχου συνιστά την ολοκλήρωση της εξίσωσης μεταφοράς σε κάθε όγκο ελέγχου, αποδίδοντας μία διακριτή εξίσωση που εκφράζει το νόμο της διατήρησης στη βάση ενός όγκου ελέγχου.

Η διακριτοποίηση των εξισώσεων του προβλήματος μπορεί να παρουσιαστεί πολύ πιο εύκολα θεωρώντας τη μη μόνιμη εξίσωση διατήρησης μεταφοράς ενός βαθμωτού μεγέθους  $\Phi$ . Αυτό μπορούμε να το δούμε στην επόμενη εξίσωση που είναι γραμμένη σε ολοκληρωτική μορφή για έναν αυθαίρετο όγκο  $V$  :

$$\int_V \frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \oint \rho \Phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_{\Phi} \nabla \Phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_{\Phi} dV \quad (16)$$

Όπου:

$\rho$  η πυκνότητα

$\vec{v}$  το διάνυσμα της ταχύτητας ( $\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j}$  στις 2 διαστάσεις)

$\vec{A}$  το διάνυσμα επιφάνειας

Κεφάλαιο 2: Θεωρητικό Υπόβαθρο

$\Gamma_\Phi$  ο συντελεστής διάχυσης του μεγέθους  $\Phi$

$\nabla\Phi$  παράγωγος κατά κατεύθυνση ή βαθμίδα ή κλίση του μεγέθους  $\Phi$

$$(\nabla\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)\hat{j} \text{ στις 2 διαστάσεις})$$

$S_\Phi$  : η πηγή του  $\Phi$  ανά μονάδα όγκου

Η παραπάνω εξίσωση εφαρμόζεται σε κάθε όγκο ελέγχου στο υπολογιστικό πεδίο. Στο ακόλουθο σχήμα βλέπουμε για τις 2 διαστάσεις ένα παράδειγμα ενός τέτοιου όγκου ελέγχου, το τριγωνικό κελί. Η διακριτοποίηση της εξίσωσης σε ένα τέτοιο κελί δίνει:

$$\frac{\partial\rho\Phi}{\partial t}V + \sum_f^{N_{\text{faces}}} \rho_f \vec{v}_f \Phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \Gamma_\Phi \nabla\Phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\Phi V \quad (17)$$

Όπου:

$N_{\text{faces}}$ , ο αριθμός των πλευρών (2Δ) ή εδρών (3Δ) που περικλείουν το κελί

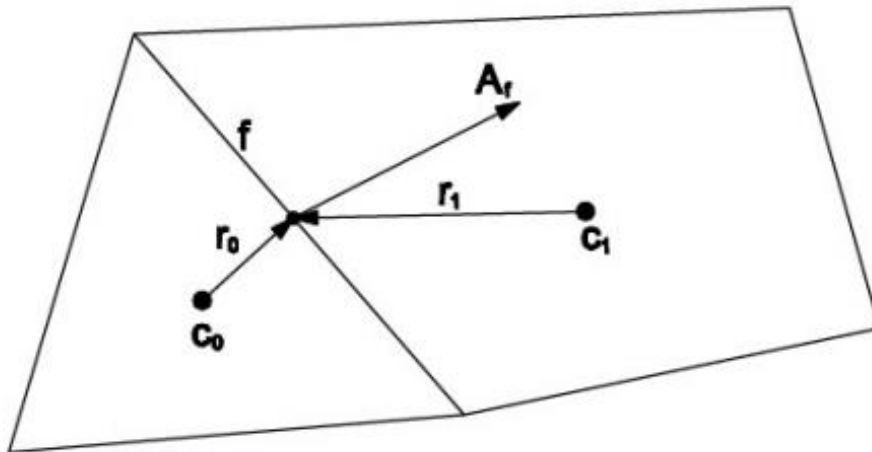
$\Phi_f$  η ποσότητα του  $\Phi$  που περνάει μέσα από την πλευρά  $f$

$\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$  : η ροή μάζας στην πλευρά  $f$

$\vec{A}_f$  : η επιφάνεια της πλευράς  $f$ ,

$\nabla\Phi_f$  : η παράγωγος κατά διεύθυνση του  $\Phi$  στην πλευρά  $f$

$V$  : ο όγκος του κελιού



Σχήμα 2.12: Δυο γειτονικά κελιά ενός δισδιάστατου υπολογιστικού πεδίου με τα κέντρα τους  $c_0$  και  $c_1$  [17].

Στη συνέχεια λύνεται η διακριτοποιημένη εξίσωση μεταφοράς που περιέχει το άγνωστο βαθμωτό μέγεθος  $\Phi$  στο κέντρο του κελιού καθώς και τις άγνωστες τιμές του στα γειτονικά κελιά. Αυτή η εξίσωση γενικά θα είναι μια μη-γραμμική ως προς τις μεταβλητές αυτές. Μια γραμμική μορφή της εξίσωσης (17) μπορεί να γραφεί ως:

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

$$a_p \Phi = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (18)$$

Όπου:

η υπόστιξη nb αναφέρεται στα γειτονικά κελιά και

$a_p$ ,  $a_{nb}$  είναι οι γραμμικοποιημένοι συντελεστές των  $\Phi$  και  $\Phi_{nb}$ .

### **Διακριτοποίηση στον όγκο του ρευστού**

Εξ' ορισμού, το Fluent αποθηκεύει τις διακριτές τιμές της βαθμωτής ποσότητας  $\Phi$  στο κέντρο των κελιών. Για τους όρους μεταφοράς όμως χρειάζεται να γνωρίζουμε τις τιμές  $\Phi_f$  στις πλευρές ή έδρες (faces) και αυτό γίνεται με τη μέθοδο της παρεμβολής. Οι όροι

μεταφοράς στην εξίσωση (17) είναι οι  $\sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \Phi_f \cdot \vec{A}_f$  N faces. Το Fluent παρέχει τη

δυνατότητα επιλογής πολλών σχημάτων παρεμβολής για τους όρους μεταφοράς. Αυτά είναι [17]:

- First-Order Upwind: Συγκλίνει ευκολότερα, μόνο πρώτης τάξης ακρίβεια.
- Power Law: Καλύτερη ακρίβεια από το First-Order για ροές όπου  $Re_{cell} < 5$ , δηλαδή ροές με χαμηλό αριθμό Reynolds.
- Second-Order Upwind: Ακρίβεια 2ης τάξης, απαραίτητο για πλέγμα με τριγωνικά η τετραεδρικά στοιχεία. Όταν η ροή δεν είναι ευθυγραμμισμένη με το πλέγμα, η σύγκλιση μπορεί να είναι πιο αργή.
- Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws (MUSCL): Τοπικά 3ης τάξης σχήμα για μη δομημένα πλέγματα, περισσότερο ακριβές στη πρόβλεψη δευτερευουσών ροών, στροβίλων, δυνάμεων, κτλ.
- Quadratic Upwind Interpolation (QUICK): Εφαρμόζεται σε πλέγματα με τετράγωνα ή εξαέδρα κελιά και υβριδικά πλέγματα, χρήσιμο για ροές με στροβιλισμούς, 3ης τάξης ακρίβεια σε ομοιόμορφο πλέγμα.

## Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

### 3.1 Μελέτη διαδιάστατης αεροτομής Naca 0012

Στο τρίτο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας προσομοιώθηκαν στο πρόγραμμα FLUENT [20] συνθήκες και παράμετροι από συγκεκριμένα πειράματα [21] σε μια αεροτομή, με στόχο την άμεση σύγκριση των υπολογιστικών μας αποτελεσμάτων (κυρίως συντελεστών άνωσης και αντίστασης) σε σχέση με τα πειραματικά.

Η μελέτη μας αφορά, από την σειρά αεροτομών NACA τεσσάρων ψηφίων, την ευρέως διαδεδομένη NACA 0012. Η αεροτομή αυτή είναι συμμετρική. Το πρώτο ψηφίο (0) περιγράφει την μέγιστη καμπυλότητα ως ποσοστό της χορδής. Το δεύτερο ψηφίο (0) περιγράφει την απόσταση της μέγιστης καμπυλότητας από το leading edge ως ποσοστό της χορδής. Τα επόμενα δύο ψηφία 12 υποδεικνύουν ότι η υδροτομή έχει μέγιστο πάχος 12% ως προς το μήκος της χορδής.

Η γεωμετρία της αεροτομής σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα Rhinoceros 4.0. Ο αριθμός των σημείων της γεωμετρίας ήταν εκατόν ογδόντα οκτώ (188) οι συντεταγμένες των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 [22]:

Πίνακας 3.1 : Σημεία αεροτομής Naca 0012.

X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0.830656	0.022773	0.531395	0.050854
0.987958	0.002937	0.818712	0.024135	0.515705	0.051923
0.984292	0.003443	0.806454	0.025514	0.5	0.05294
0.980147	0.004012	0.793893	0.026905	0.484295	0.053904
0.975528	0.004642	0.781042	0.028307	0.468605	0.05481
0.97044	0.005333	0.767913	0.029717	0.452946	0.055655
0.964888	0.006082	0.754521	0.031131	0.437333	0.056436
0.958877	0.006887	0.740877	0.032547	0.421783	0.057148
0.952414	0.007746	0.726995	0.033962	0.406309	0.057789
0.945503	0.008658	0.71289	0.035374	0.390928	0.058355
0.938153	0.009619	0.698574	0.036778	0.375655	0.058844
0.930371	0.010628	0.684062	0.038172	0.360504	0.059251
0.922164	0.011681	0.669369	0.039553	0.345492	0.059575
0.91354	0.012778	0.654508	0.040917	0.330631	0.059812
0.904508	0.013914	0.639496	0.042263	0.315938	0.05996
0.895078	0.015088	0.624345	0.043585	0.301426	0.060017
0.885257	0.016297	0.609072	0.044882	0.28711	0.05998
0.875056	0.017539	0.593691	0.046149	0.273005	0.059848
0.864484	0.018809	0.578217	0.047383	0.259123	0.059619
0.853553	0.020107	0.562667	0.048581	0.245479	0.059292
0.842274	0.021429	0.547054	0.049739	0.232087	0.058866

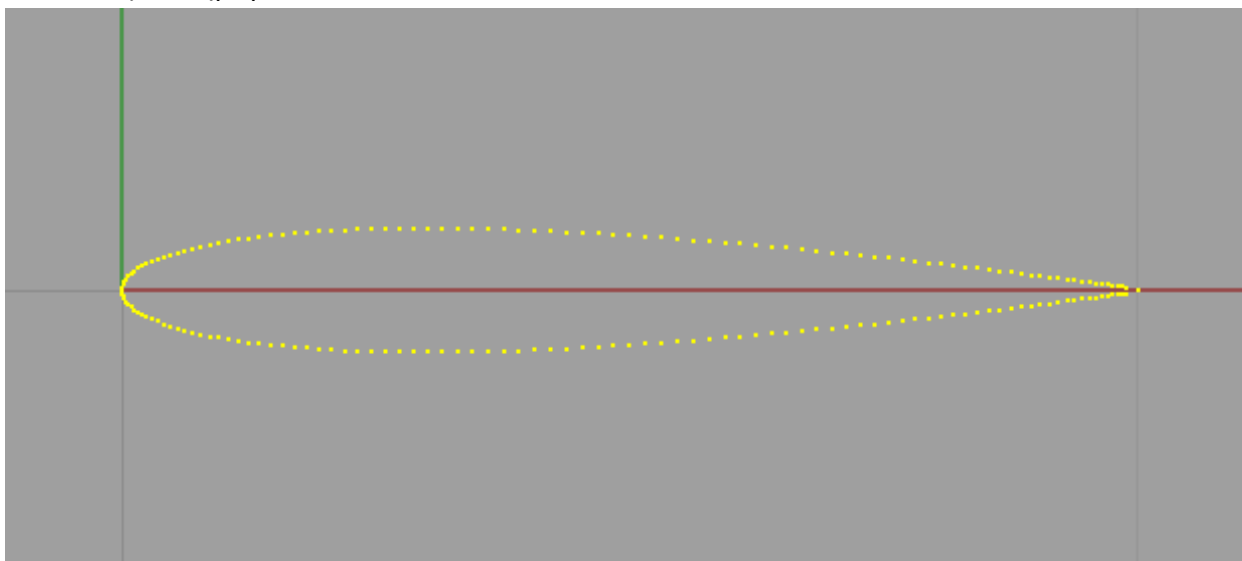
Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

X	Y
0.218958	0.05834
0.206107	0.057714
0.193546	0.056987
0.181288	0.05616
0.169344	0.055233
0.157726	0.054207
0.146447	0.053083
0.135516	0.051863
0.124944	0.050547
0.114743	0.049138
0.104922	0.047638
0.095492	0.046049
0.08646	0.044374
0.077836	0.042615
0.069629	0.040776
0.061847	0.038859
0.054497	0.036867
0.047586	0.034803
0.041123	0.032671
0.035112	0.030473
0.02956	0.028213
0.024472	0.025893
0.019853	0.023517
0.015708	0.021088
0.012042	0.018607
0.008856	0.016078
0.006156	0.013503
0.003943	0.010884
0.002219	0.008223
0.000987	0.005521
0.000247	0.002779
0	0
0.000247	-0.002779
0.000987	-0.005521
0.002219	-0.008223
0.003943	-0.010884
0.006156	-0.013503
0.008856	-0.016078
0.012042	-0.018607
0.015708	-0.021088
0.019853	-0.023517
0.024472	-0.025893

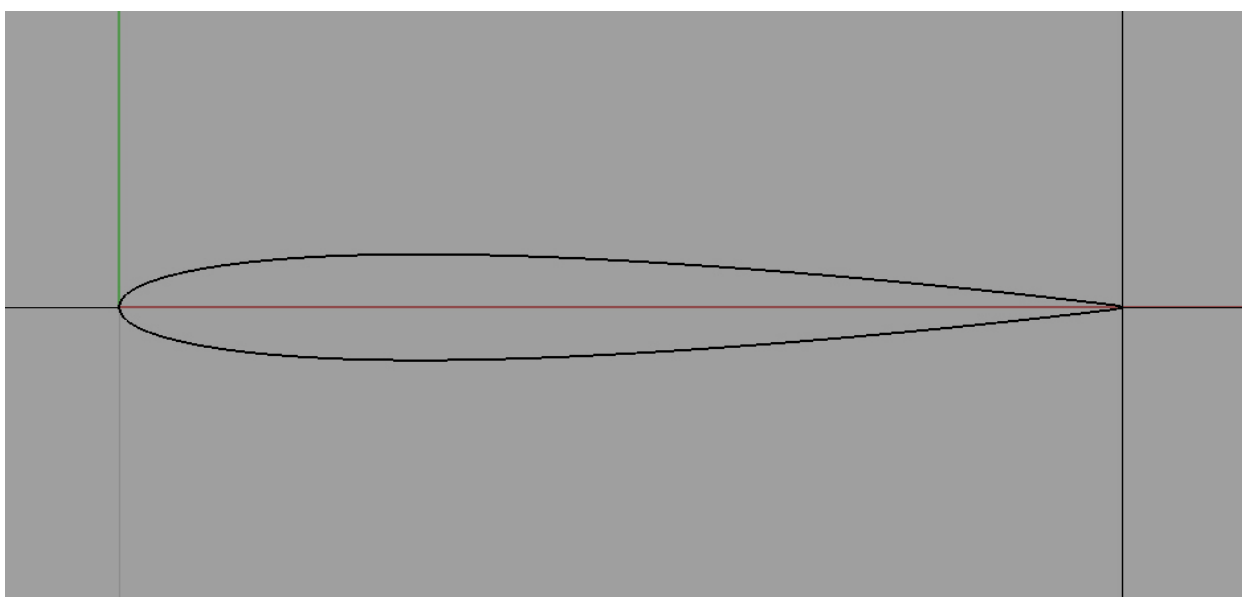
X	Y
0.02956	-0.028213
0.035112	-0.030473
0.041123	-0.032671
0.047586	-0.034803
0.054497	-0.036867
0.061847	-0.038859
0.069629	-0.040776
0.077836	-0.042615
0.08646	-0.044374
0.095492	-0.046049
0.104922	-0.047638
0.114743	-0.049138
0.124944	-0.050547
0.135516	-0.051863
0.146447	-0.053083
0.157726	-0.054207
0.169344	-0.055233
0.181288	-0.05616
0.193546	-0.056987
0.206107	-0.057714
0.218958	-0.05834
0.232087	-0.058866
0.245479	-0.059292
0.259123	-0.059619
0.273005	-0.059848
0.28711	-0.05998
0.301426	-0.060017
0.315938	-0.05996
0.330631	-0.059812
0.345492	-0.059575
0.360504	-0.059251
0.375655	-0.058844
0.390928	-0.058355
0.406309	-0.057789
0.421783	-0.057148
0.437333	-0.056436
0.452946	-0.055655
0.468605	-0.05481
0.484295	-0.053904
0.5	-0.05294
0.515705	-0.051923
0.531395	-0.050854

X	Y
0.547054	-0.049739
0.562667	-0.048581
0.578217	-0.047383
0.593691	-0.046149
0.609072	-0.044882
0.624345	-0.043585
0.639496	-0.042263
0.654508	-0.040917
0.669369	-0.039553
0.684062	-0.038172
0.698574	-0.036778
0.71289	-0.035374
0.726995	-0.033962
0.740877	-0.032547
0.754521	-0.031131
0.767913	-0.029717
0.781042	-0.028307
0.793893	-0.026905
0.806454	-0.025514
0.818712	-0.024135
0.830656	-0.022773
0.842274	-0.021429
0.853553	-0.020107
0.864484	-0.018809
0.875056	-0.017539
0.885257	-0.016297
0.895078	-0.015088
0.904508	-0.013914
0.91354	-0.012778
0.922164	-0.011681
0.930371	-0.010628
0.938153	-0.009619
0.945503	-0.008658
0.952414	-0.007746
0.958877	-0.006887
0.964888	-0.006082
0.97044	-0.005333
0.975528	-0.004642
0.980147	-0.004012
0.984292	-0.003443
0.987958	-0.002937

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία (Σχήμα 3.1) και το προφίλ (Σχήμα 3.2) της αεροτομής έτσι όπως τα πήραμε από το Rhinoceros:



**Σχήμα 3.1: Σημεία Αεροτομής Naca 0012.**



**Σχήμα 3.2: Προφίλ Αεροτομής Naca 0012.**

Οι οριακές συνθήκες ορίστηκαν στο Ansys Mesh και το meshing πραγματοποιήθηκε με το ANSYS Geometry και το ANSYS Mesh (Ansys Workbench). Η έκδοση Ansys που χρησιμοποιήθηκε ήταν η 12.1. Συνολικά οι οριακές συνθήκες συνοψίζονται στον Πίνακα 3.2:

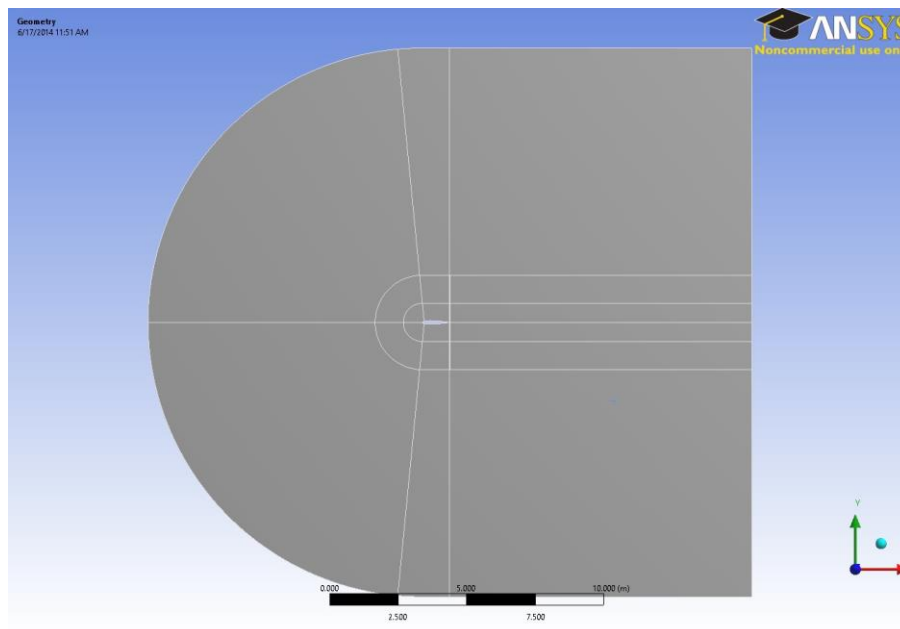
**Πίνακας 3.2: Οριακές συνθήκες.**

Όριο	Τύπος
Πάνω, Κάτω Ακμή Και Αριστερή Καμπύλη	Velocity Inlet
Δεξιά Ακμή	Pressure Outlet
Προφίλ Υδροτομής	Non-Slip Wall

Το πλέγμα που σχεδιάσαμε είναι C-type grid με ύψος δέκα μήκη χορδών (δηλαδή 10 μέτρα). Η ανάλυση του πλέγματος ήταν μεγαλύτερη σε περιοχές όπου απαιτείται μεγαλύτερη υπολογιστική ακρίβεια, όπως η περιοχή κοντά στην αεροτομή.

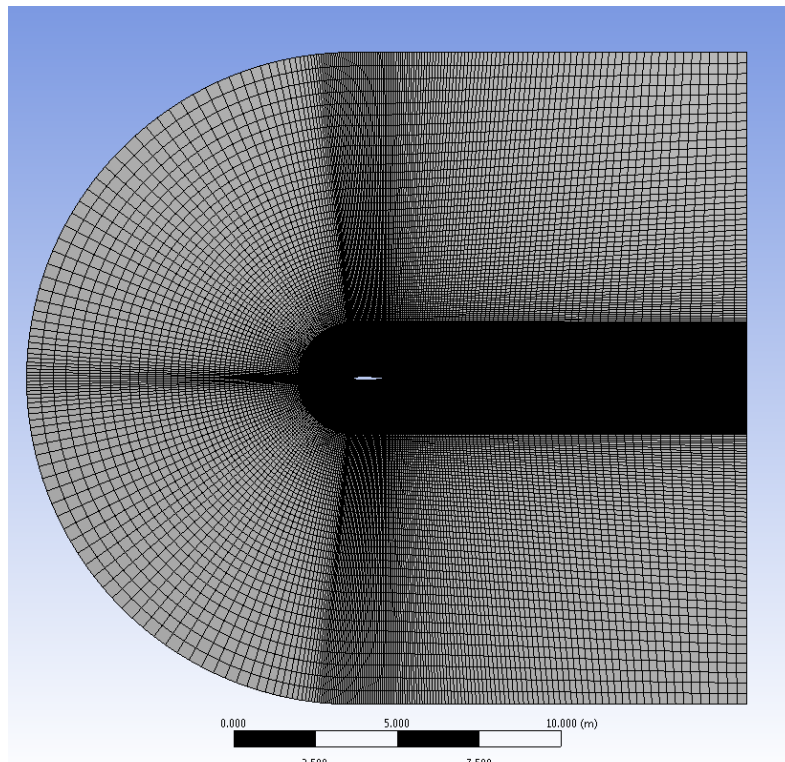
Η φιλοσοφία που υιοθετήσαμε για το πλέγμα είναι να έχουμε πολύ μεγάλη πύκνωση πολύ κοντά στην αεροτομή και στο χείλος εκφυγής, ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτές η πύκνωση να μικραίνει (Σχήμα 3.4). Συγκεκριμένα η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν να χωρίσουμε κατάλληλα την περιοχή του αέρα (air domain) με την χρήση βοηθητικών γραμμών (Σχήμα 3.3), οι οποίες ακολούθως με την εντολή sizing του προγράμματος διαμερίστηκαν κατάλληλα.

Προφανώς η διαμέριση αρκετά κοντά στην υδροτομή ήταν πυκνότερη, το οποίο επιτύχαμε με την εντολή Bias (Σχήμα 3.5). Στη συνέχεια η εντολή mapped face sizing συνδυάζει τις διαμερίσεις που έχουμε δημιουργήσει και τελικά προκύπτει το επιθυμητό πλέγμα. Τα βέλτιστα αποτελέσματα για την μελέτη μας τα λάβαμε σε αριθμό κελιών 70.000. Παρακάτω παρατίθενται κάποιες εικόνες από την διαδικασία που ακολουθήσαμε:

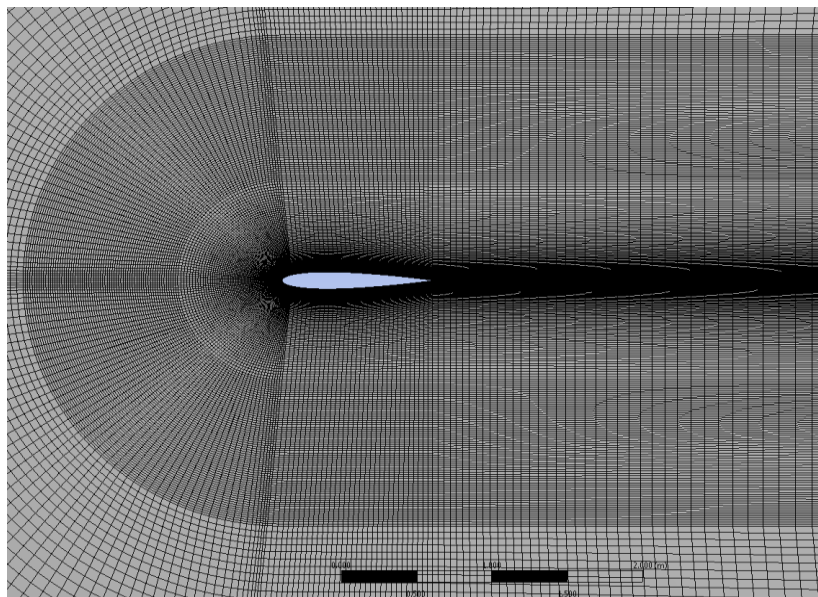


**Σχήμα 3.3: Πανοραμική άποψη των βοηθητικών γραμμών που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του πλέγματος.**





Σχήμα 3.4: Πανοραμική άποψη για το δισδιάστατο πλέγμα της αεροτομής Naca 0012.



Σχήμα 3.5: Έμφαση στο πυκνότερο πλέγμα γύρω από την αεροτομή.

Η αεροτομή που σχεδιάσαμε και χρησιμοποιήσαμε έχει μήκος χορδής ένα μέτρο. Ο αριθμός Reynolds για τις προσομοιώσεις μας ήταν  $Re=3 \times 10^6$ , ίδιος με αξιόπιστα πειραματικά δεδομένα [21], [23]. Ο συγκεκριμένος αριθμός Reynolds αντιστοιχεί σε ταχύτητα αέρα 43.822 m/s, όπως θα δούμε αμέσως μετά:

$$Re = \frac{u \times L}{\nu} \quad (19)$$

Όπου:

$u$  η ταχύτητα του ρευστού σε m/s,

$L$  το μήκος χορδής της υδροτομής,

$\nu$  η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού.

Η θερμοκρασία ελεύθερης ροής είναι 300 K, η οποία αντιστοιχεί στην θερμοκρασία περιβάλλοντος. Η πυκνότητα του αέρα σε αυτή τη θερμοκρασία είναι  $\rho=1.225 \text{ kg/m}^3$  και η δυναμική συνεκτικότητα είναι  $\mu=1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \times \text{s}$  (όπως επαληθεύεται και από τα δεδομένα του Fluent). Από τα παραπάνω προκύπτει και η κινηματική συνεκτικότητα του αέρα  $\nu=\mu/\rho=1.4607 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Λύνοντας την εξίσωση (19) ως προς την ταχύτητα έχουμε:

$$u = \frac{\text{Re} \times \nu}{L} = 43.822 \text{ m/s} \quad (20)$$

Για τις προσομοιώσεις μας επιλέξαμε τον pressure-based solver. Η μελέτη μας έδειξε ότι τα αποτελέσματα των δύο solver δεν διαφέρουν ουσιαστικά, κάτι το οποίο και περιμέναμε σύμφωνα με αυτά που αναφέραμε στο θεωρητικό κομμάτι. Με τον pressure-based solver επιτυγχάνουμε ταχύτερη σύγκλιση (υπολογιστική ταχύτητα) καθώς και εξοικονόμηση μνήμης. Οφείλουμε να τονίσουμε εδώ ότι και οι δύο solver επιλύουν τις ίδιες εξισώσεις, απλά με διαφορετική προσέγγιση.

Τα μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιήσαμε είναι το Spallart-Allmaras (μιας εξίσωσης), το k-e realizable (δύο εξισώσεων) καθώς και το k-w SST (δύο εξισώσεων). Τα μοντέλα αυτά δεν είχαν μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ τους, όπως και αναμενόταν. Μοντέλα περισσότερων εξισώσεων απορρίφθηκαν για τους δύο παρακάτω λόγους: μικρότερη ταχύτητα σύγκλισης καθώς και μη αναγκαιότητα χρήσης τους δεδομένης της μικρής πολυπλοκότητας του προβλήματος.

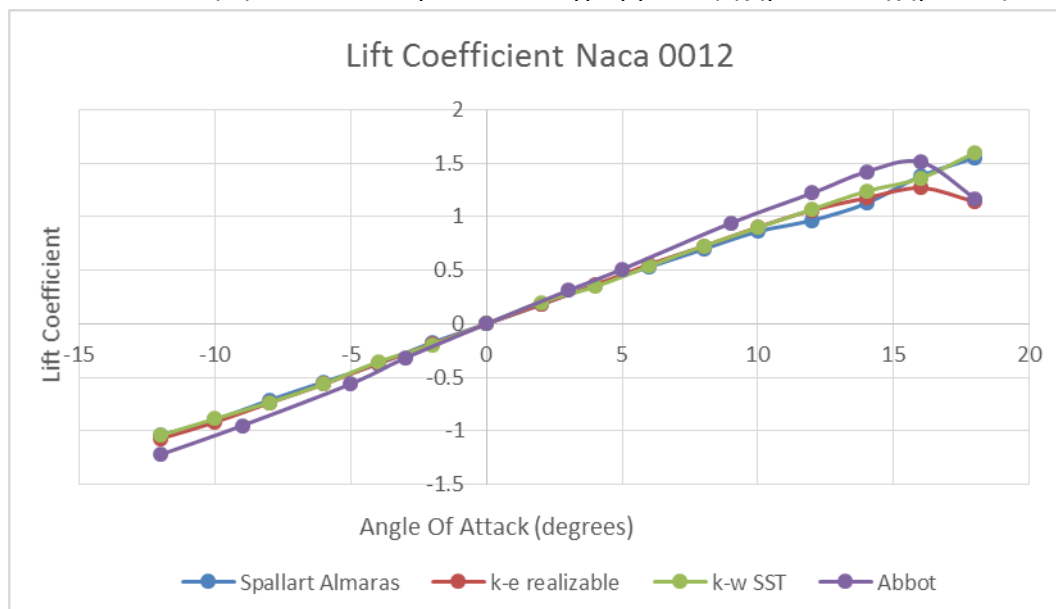
Με το πρόγραμμα Fluent έχουμε τη δυνατότητα να δώσουμε κάποια γωνία στο διάνυσμα της ταχύτητας (γωνίας προσβολής). Ο χρόνος στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήσαμε θεωρήθηκε σταθερός σε κάθε μια από τις γωνίες ταχύτητας που επιλέξαμε. Το εύρος γωνιών για την μελέτη μας ήταν από  $-12^\circ$  μέχρι  $18^\circ$ . Για την εκάστοτε ρύθμιση της ταχύτητας χρησιμοποιήσαμε την μέθοδο μέτρου και διεύθυνσης. Το μέτρο διατηρήθηκε σταθερό στα 43.822 m/s, ενώ η διεύθυνση καθοριζόταν κάθε φορά από το ημίτονο (μέτρο στον  $y$  άξονα) και συνημίτονο (μέτρο στον  $x$  άξονα) της γωνίας ταχύτητας. Παράλληλα σε κάθε γωνία, προκειμένου να λάβουμε σωστά αποτελέσματα για τις δυνάμεις drag και lift, στρέψαμε και τα διανύσματα υπολογισμού των δυνάμεων (drag and lift monitors) σε αναλογία με τα διανύσματα των ταχυτήτων, ώστε τελικά σε κάθε περίπτωση τα διανύσματα των δυνάμεων drag και lift να παραμένουν κάθετα σε στραμμένες γωνίες. Επιπλέον σε κάθε «τρέξιμο» έχουμε ρυθμίσει να λαμβάνουμε σε ξεχωριστά αρχεία όλες τις τιμές των συντελεστών drag και lift μέχρι και την τελευταία τιμή της σύγκλισης.

Όσον αφορά τις μεθόδους της αριθμητικής επίλυσης επιλέξαμε τα default settings με κάποιες μικρές διορθώσεις που πρότεινε το fluent στο τελευταίο check πριν τα

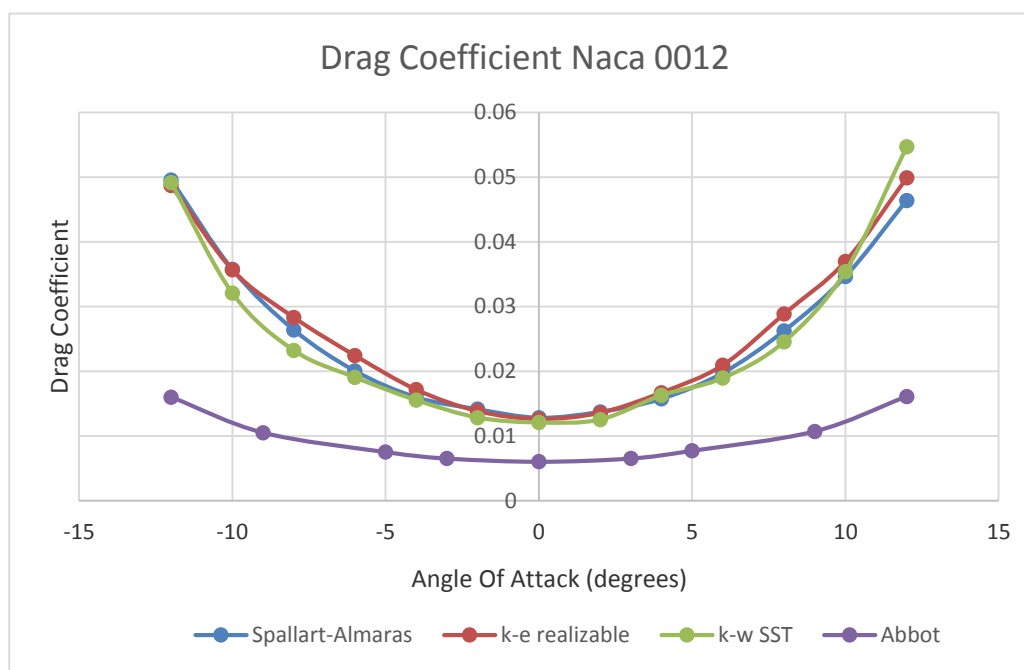
### Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

τρεξίματά μας. Default settings επιλέχθηκαν και για τους παράγοντες χαλάρωσης (under-relaxation factors) στα solution controls.

Πραγματοποιώντας λοιπόν τα τρεξίματα στο fluent, ακριβώς όπως τα περιγράψαμε παραπάνω, πήραμε τις τιμές για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης της αεροτομής Naca 0012 που συνοψίζονται στα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3.6 , Σχήμα 3.7):



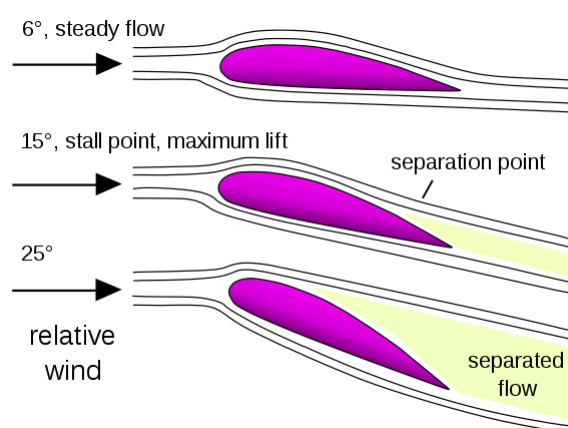
Σχήμα 3.6: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0012,για διάφορα μοντέλα τύρβης [21], [23].



Σχήμα 3.7: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0012,για διάφορα μοντέλα τύρβης [21], [23].

Όσον αφορά τον συντελεστή άνωσης παρατηρούμε ότι με την αύξηση της γωνίας προσβολής ο συντελεστής άνωσης και συνεπώς η δύναμη της άνωσης αυξάνονται, ενώ για

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας μηδενική γωνία προσβολής παράγεται μηδενική άνωση, όπως αναμένεται για συμμετρικές αεροτομές. Αυτή η αύξηση διατηρείται μέχρι να φτάσουμε την κρίσιμη γωνία προσβολής, όπου ύστερα από αυτή παρατηρείται η κατάσταση/φαινόμενο stall και ο συντελεστής άνωσης αρχίζει να μειώνεται [24]. Συνακόλουθα δίνουμε μια σύντομη περιγραφή της κατάστασης αυτής (Σχήμα 3.8). Ο Διαχωρισμός της ροής αρχίζει να εμφανίζεται σε μικρές γωνίες προσβολής, όσο ακόμα η προσκολλημένη ροή πάνω στην αεροτομή εξακολουθεί να είναι κυρίαρχη. Όσο η γωνία προσβολής αυξάνεται, οι περιοχές που διαχωρίζεται η ροή στην κορυφή της πτέρυγας αυξάνουν σε μέγεθος και εμποδίζουν την ικανότητα αυτής να δημιουργήσει άνωση.



Σχήμα 3.8: Σχηματική περιγραφή της κατάστασης stall για μια αεροτομή [24].

Τυπικά η κρίσιμη γωνία προσβολής είναι περίπου στις 15° αλλά μπορεί να διαφέρει ανάλογα με το υγρό, με την αεροτομή καθώς και τον αριθμό Reynolds. Όπως παρατηρούμε από το διάγραμμά μας, στα πειραματικά αποτελέσματα καθώς και στα τρεξίματα με την χρήση του μοντέλου τύρβης k-e realizable η κατάσταση stall επέρχεται στις 16°, ενώ με τα άλλα δύο μοντέλα τύρβης παρατηρείται συνεχόμενη αύξηση, γεγονός που οφείλεται μάλλον στην ποιότητα ή στο είδος του πλέγματος που υλοποιήσαμε.

Όσον αφορά τον συντελεστή αντίστασης, όσο αυξάνεται η γωνία προσβολής στο διάστημα -12° έως 0°, παρατηρείται πτώση αυτού ενώ στο διάστημα 0° έως 12° με την αύξηση της γωνίας προσβολής έχουμε και αύξηση του συντελεστή και της δύναμης αντίστασης, επιβεβαιώνοντας παρόμοια συμπεριφορά με τα πειραματικά αποτελέσματα. Παρατηρούμε επίσης ότι τα αποτελέσματά μας έχουν υψηλότερες τιμές από τα πειραματικά δεδομένα γεγονός που πιθανόν οφείλεται και πάλι στον τύπο και στην λεπτομέρεια του πλέγματος που χρησιμοποιήσαμε. Συγκριτικά, τα τρία μοντέλα τύρβης δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερες διαφορές μεταξύ τους όσον αφορά τον συντελεστή αντίστασης.

Παράλληλα αξίζει να αναφέρουμε ότι ο συντελεστής άνωσης αυξάνεται ταχύτερα από τον συντελεστή αντίστασης μέχρι την κρίσιμη γωνία προσβολής, όπου πέρα από αυτή ο συντελεστής άνωσης μειώνεται με την περαιτέρω αύξηση της γωνίας, ενώ ο συντελεστής αντίστασης αυξάνεται πάρα πολύ.

### 3.2 Μελέτη διαδιάστατης αεροτομής Naca 0015

Αφού λοιπόν τα αποτελέσματα μας ήταν ικανοποιητικά κοντά σε σχέση με τα θεωρητικά και με αυτό τον τρόπο πιστοποιήσαμε την εγκυρότητα της μελέτης μας προχωρήσαμε στην μελέτη μιας νέας αεροτομής, της Naca 0015. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε όσον αφορά την δημιουργία της γεωμετρίας, του πλέγματος και των οριακών συνθηκών ήταν εντελώς πανομοιότυπη με αυτή της Naca 0012. Στον Πίνακα 3.3 παρατίθενται τα εκατόν ογδόντα σημεία (180) που χρησιμοποιήσαμε για την σχεδίαση της αεροτομής [22].

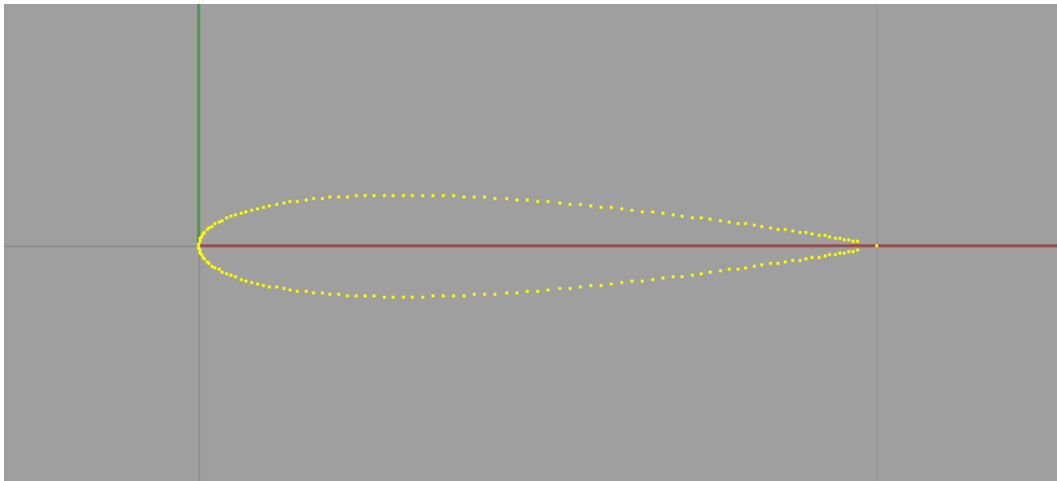
**Πίνακας 3.3: Σημεία Υδροτομής Naca 0015.**

X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0.669369	0.049441	0.232087	0.073583
0.97044	0.006666	0.654508	0.051147	0.218958	0.072926
0.964888	0.007602	0.639496	0.052828	0.206107	0.072143
0.958877	0.008609	0.624345	0.054481	0.193546	0.071234
0.952414	0.009683	0.609072	0.056102	0.181288	0.0702
0.945503	0.010822	0.593691	0.057686	0.169344	0.069042
0.938153	0.012024	0.578217	0.059229	0.157726	0.067759
0.930371	0.013285	0.562667	0.060726	0.146447	0.066354
0.922164	0.014602	0.547054	0.062174	0.135516	0.064828
0.91354	0.015972	0.531395	0.063568	0.124944	0.063183
0.904508	0.017393	0.515705	0.064903	0.114743	0.061422
0.895078	0.01886	0.5	0.066175	0.104922	0.059547
0.885257	0.020372	0.484295	0.06738	0.095492	0.057561
0.875056	0.021923	0.468605	0.068513	0.08646	0.055467
0.864484	0.023512	0.452946	0.069569	0.077836	0.053269
0.853553	0.025134	0.437333	0.070545	0.069629	0.05097
0.842274	0.026787	0.421783	0.071435	0.061847	0.048573
0.830656	0.028466	0.406309	0.072236	0.054497	0.046083
0.818712	0.030169	0.390928	0.072944	0.047586	0.043504
0.806454	0.031892	0.375655	0.073555	0.041123	0.040838
0.793893	0.033631	0.360504	0.074064	0.035112	0.038091
0.781042	0.035384	0.345492	0.074468	0.02956	0.035266
0.767913	0.037146	0.330631	0.074765	0.024472	0.032367
0.754521	0.038914	0.315938	0.07495	0.019853	0.029397
0.740877	0.040684	0.301426	0.075021	0.015708	0.02636
0.726995	0.042453	0.28711	0.074975	0.012042	0.023259
0.71289	0.044217	0.273005	0.07481	0.008856	0.020098
0.698574	0.045972	0.259123	0.074524	0.006156	0.016879
0.684062	0.047715	0.245479	0.074116	0.003943	0.013605

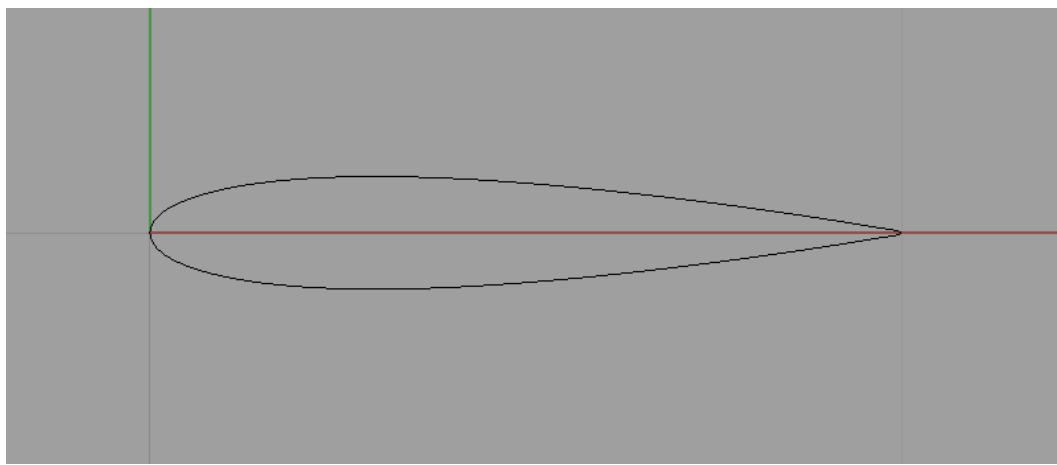
X	Y	X	Y	X	Y
0.002219	0.010278	0.206107	-0.072143	0.698574	-0.045972
0.000987	0.006901	0.218958	-0.072926	0.71289	-0.044217
0.000247	0.003474	0.232087	-0.073583	0.726995	-0.042453
0	0	0.245479	-0.074116	0.740877	-0.040684
0.000247	-0.003474	0.259123	-0.074524	0.754521	-0.038914
0.000987	-0.006901	0.273005	-0.07481	0.767913	-0.037146
0.002219	-0.010278	0.28711	-0.074975	0.781042	-0.035384
0.003943	-0.013605	0.301426	-0.075021	0.793893	-0.033631
0.006156	-0.016879	0.315938	-0.07495	0.806454	-0.031892
0.008856	-0.020098	0.330631	-0.074765	0.818712	-0.030169
0.012042	-0.023259	0.345492	-0.074468	0.830656	-0.028466
0.015708	-0.02636	0.360504	-0.074064	0.842274	-0.026787
0.019853	-0.029397	0.375655	-0.073555	0.853553	-0.025134
0.024472	-0.032367	0.390928	-0.072944	0.864484	-0.023512
0.02956	-0.035266	0.406309	-0.072236	0.875056	-0.021923
0.035112	-0.038091	0.421783	-0.071435	0.885257	-0.020372
0.041123	-0.040838	0.437333	-0.070545	0.895078	-0.01886
0.047586	-0.043504	0.452946	-0.069569	0.904508	-0.017393
0.054497	-0.046083	0.468605	-0.068513	0.91354	-0.015972
0.061847	-0.048573	0.484295	-0.06738	0.922164	-0.014602
0.069629	-0.05097	0.5	-0.066175	0.930371	-0.013285
0.077836	-0.053269	0.515705	-0.064903	0.938153	-0.012024
0.08646	-0.055467	0.531395	-0.063568	0.945503	-0.010822
0.095492	-0.057561	0.547054	-0.062174	0.952414	-0.009683
0.104922	-0.059547	0.562667	-0.060726	0.958877	-0.008609
0.114743	-0.061422	0.578217	-0.059229	0.964888	-0.007602
0.124944	-0.063183	0.593691	-0.057686	0.97044	-0.006666
0.135516	-0.064828	0.609072	-0.056102		
0.146447	-0.066354	0.624345	-0.054481		
0.157726	-0.067759	0.639496	-0.052828		
0.169344	-0.069042	0.654508	-0.051147		
0.181288	-0.0702	0.669369	-0.049441		
0.193546	-0.071234	0.684062	-0.047715		

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία (Σχήμα 3.9) και το προφίλ (Σχήμα 3.10) της αεροτομής έτσι όπως τα πήραμε από το Rhinoceros:

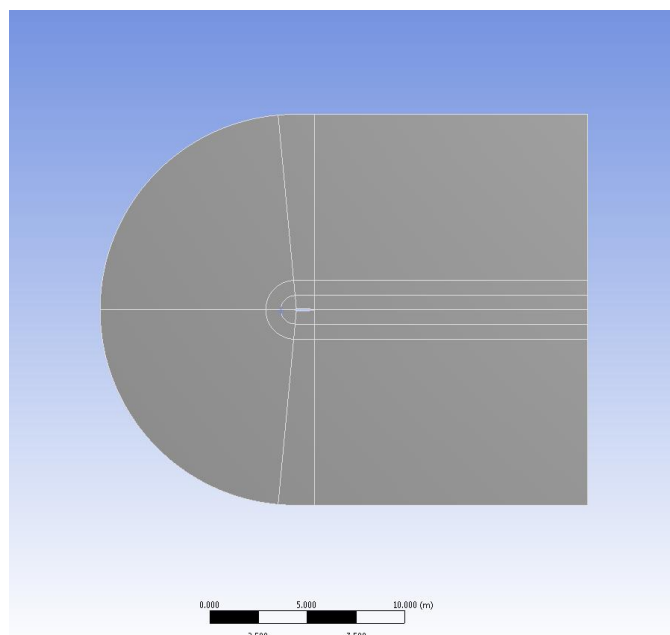
Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος



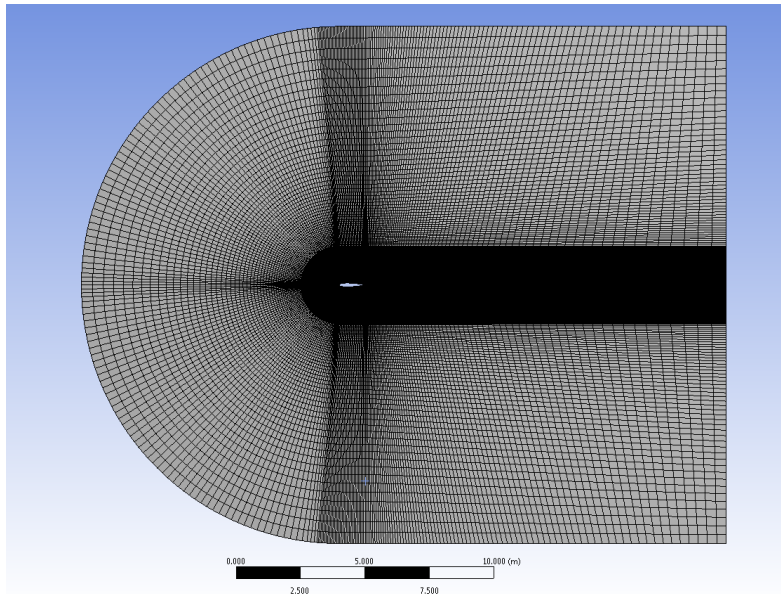
Σχήμα 3.9: Σημεία Αεροτομής Naca 0015.



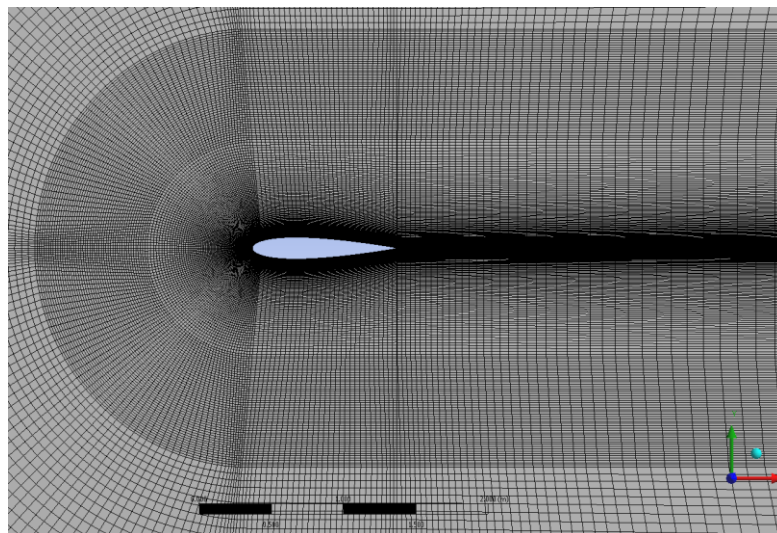
Σχήμα 3.10: Προφίλ Αεροτομής Naca 0015.



Σχήμα 3.11: Πανοραμική άποψη των γραμμών που χρησιμοποιήθηκαν για τη δημιουργία του πλέγματος της αεροτομής Naca 0015.



**Σχήμα 3.12:** Πανοραμική άποψη για το δισδιάστατο πλέγμα της αεροτομής Naca 0015.

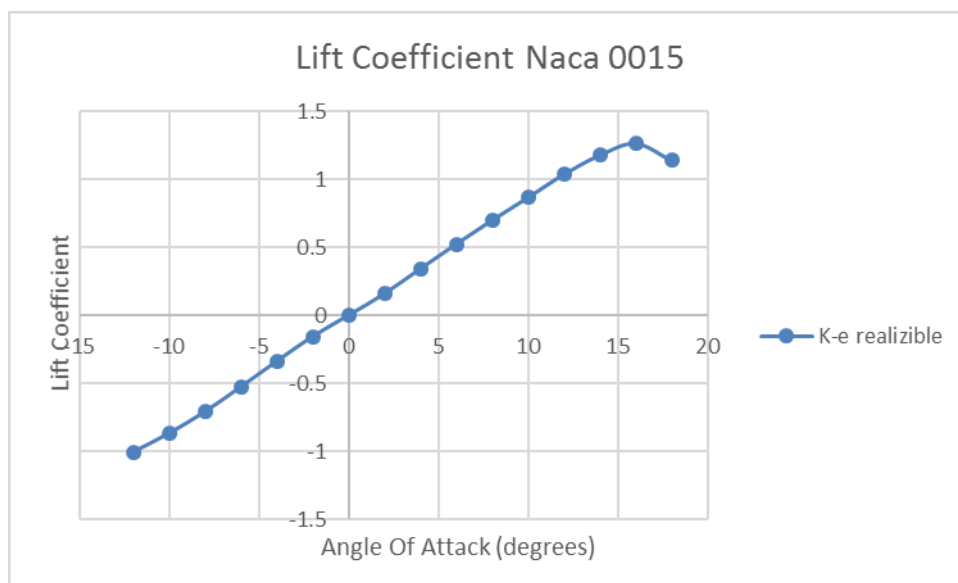


**Σχήμα 3.13:** Έμφαση στο πυκνότερο πλέγμα γύρω από την αεροτομή Naca 0015.

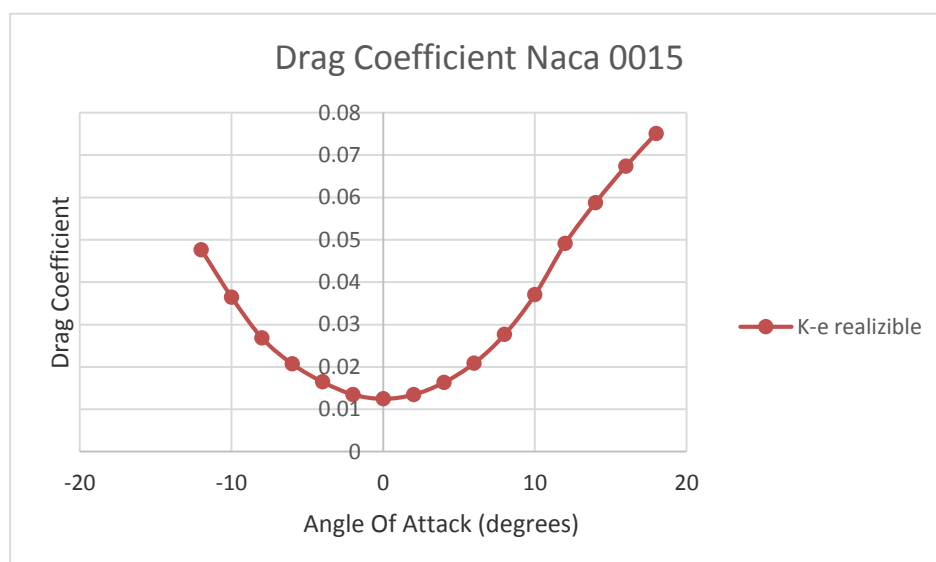
Για τις προσομοιώσεις της Naca 0015 χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο τύρβης k-ε realizable και ο λόγος είναι ότι μέσα από τα προηγούμενα αποτελέσματα διαπιστώσαμε ότι αυτό το μοντέλο τύρβης ήταν αυτό που είχε τα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα με μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλισης. Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν σε γωνίες  $-12^\circ$  έως  $18^\circ$ .

Πραγματοποιώντας λοιπόν τα τρεξίματα στο fluent, ακριβώς όπως τα περιγράψαμε παραπάνω, πήραμε τις τιμές για τους συντελεστές αντίστασης και άνωσης της αεροτομής Naca 0015 που συνοψίζονται στα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3.14 , Σχήμα 3.15):





Σχήμα 3.14: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0015.



Σχήμα 3.15: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής της αεροτομής Naca 0015.

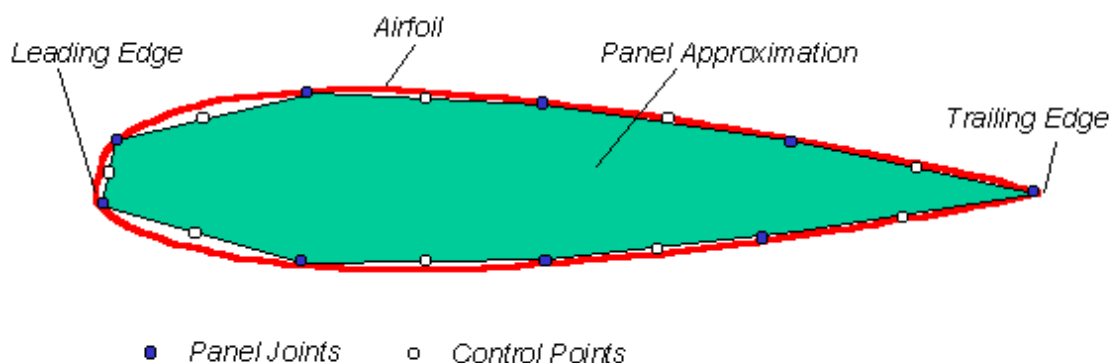
Τα αποτελέσματα των συντελεστών για την αεροτομή Naca 0015 ήταν αρκετά κοντινά με αυτά της Naca 0012. Μπορούμε και πάλι να παρατηρήσουμε την ορθή συμπεριφορά των συντελεστών με την αύξηση της γωνίας προσβολής. Η κρίσιμη γωνία προσβολής εμφανίζεται και πάλι στις 16°. Επιπλέον στο διάγραμμα του συντελεστή αντίστασης μπορούμε να παρατηρήσουμε την πιο απότομη αύξηση του συντελεστή στις πιο μεγάλες γωνίες προσβολής (μετά την κρίσιμη).

### 3.3 Σύγκριση της μεθόδου *Linear Vortex Panel* με το CFD

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να αποκτήσει κανείς εκτιμήσεις για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης καθώς και για τις πιέσεις για μια δεδομένη αεροτομή. Μια πρόχειρη εκτίμηση μπορεί να αποκτηθεί από την απλή θεωρία αεροτομών. Ωστόσο, αυτή η μέθοδος είναι εξαιρετικά γενική και χάνει σε ακρίβεια καθώς αυξάνεται το πάχος της αεροτομής. Οι μέθοδοι Panel χωρίζουν την αεροτομή σε ξεχωριστά τμήματα για να εκτιμήσουν τις τιμές πίεσης και των συντελεστών. Οι μέθοδοι «panel» παρέχουν αυξημένη ακρίβεια σε σχέση με την απλή θεωρία αεροτομών και μπορούν να εφαρμοστούν σε μια ποικιλία διαμορφώσεων αεροτομής. Οι μέθοδοι CFD παρέχουν ακόμη μεγαλύτερη ακρίβεια, αλλά είναι περισσότερο δαπανηροί και πολύπλοκοι υπολογιστικά από ό,τι οι μέθοδοι panels. Για προκαταρκτικές εκτιμήσεις, οι μέθοδοι πάνελ είναι γρήγοροι και ακριβείς.

Οι μέθοδοι «panel» χωρίζουν μια γεωμετρία αεροτομής σε τμήματα τα οποία ονομάζουμε «panels» (Σχήμα 3.16) και στη συνέχεια επιλύουν τις εξισώσεις της ροής γύρω από αυτά. Υπάρχουν πολλές διαφορετικές παραλλαγές σε αυτές τις μεθόδους και κάθε παραλλαγή έχει τις δικές του δυνάμεις και αδυναμίες. Οι μέθοδοι «panel» έχουν δύο βασικά χαρακτηριστικά που τις ξεχωρίζουν: η διατύπωση των οριακών συνθηκών και το είδος της ιδιομορφίας του στοιχείου που χρησιμοποιείται για να περιγράψει το πεδίο ροής γύρω από την αεροτομή. Η οριακή κατάσταση Neumann δηλώνει ότι η κάθετη συνιστώσα της ροής κοντά στην αεροτομή θα πρέπει να είναι μηδέν. Από την άλλη πλευρά, η οριακή συνθήκη Dirichlet καθορίζει τη δυνατότητα ροής να είναι σταθερή στο όριο της γεωμετρίας. Το δεύτερο βασικό χαρακτηριστικό είναι ο τύπος του στοιχείου μοναδικότητας. Τα στοιχεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι πηγές, δίπολα ή στοιχεία δινών/στροβίλων [25].

Ακολούθως, στα πλαίσια της μελέτης μας χρησιμοποιήθηκε μια άλλη μέθοδος για τον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Αυτή η μέθοδος είναι μια δισδιάστατη γραμμική κατανομή στροβίλων πάνω σε ένα στοιχείο, εν προκειμένω σε μια αεροτομή (Two dimensional linear strength vortex panel method) [26].



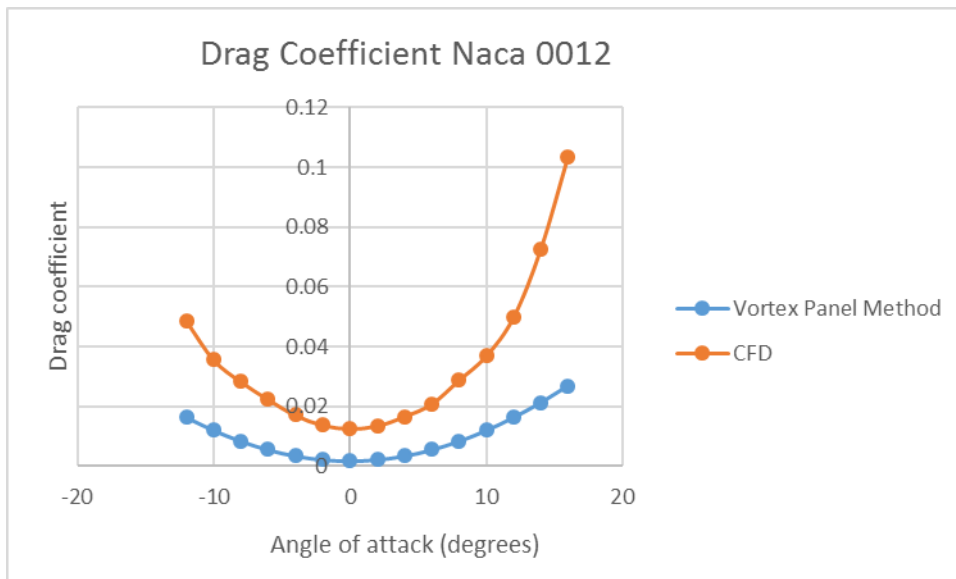
Σχήμα 3.16: Τμήματα panel σε μια υδροτομή [27].

Χρησιμοποιήθηκε έτοιμος κώδικας βασισμένος στη βιβλιογραφία [26], ο οποίος έχει ρυθμιστεί να δέχεται ενενήντα ένα (91) σημεία για την γεωμετρία. Τα σημεία που χρησιμοποιήσαμε για την αεροτομή τύπου Naca 0012 είναι τα εξής (Πίνακας 3.4) [22]:

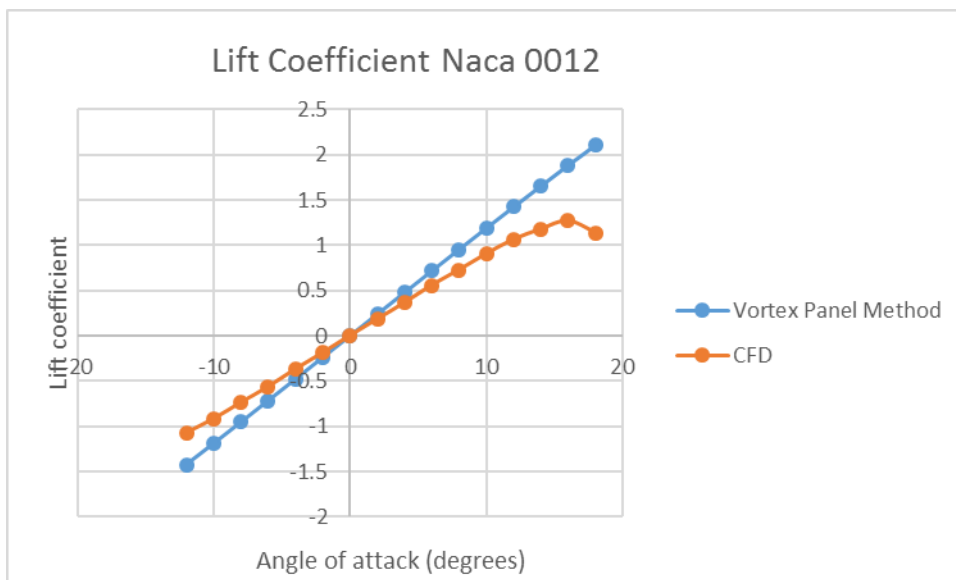
**Πίνακας 3.4: Σημεία της αεροτομής Naca 0012 για την μέθοδο δινών.**

X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0.170327	-0.069143	0.33928	0.074605
0.982963	-0.004532	0.146447	-0.066354	0.37059	0.073736
0.973465	-0.006154	0.12408	-0.063041	0.402455	0.072422
0.96194	-0.008097	0.103323	-0.059224	0.434737	0.070699
0.948436	-0.01034	0.084265	-0.054927	0.467298	0.068604
0.933013	-0.012858	0.066987	-0.050181	0.5	0.066175
0.915735	-0.015625	0.051564	-0.045019	0.532702	0.063454
0.896677	-0.018613	0.03806	-0.039475	0.565263	0.06048
0.87592	-0.021792	0.026535	-0.033583	0.597545	0.057294
0.853553	-0.025134	0.017037	-0.027379	0.62941	0.053934
0.829673	-0.028607	0.009607	-0.020894	0.66072	0.050439
0.804381	-0.032181	0.004278	-0.014155	0.691342	0.046845
0.777785	-0.035824	0.001071	-0.007184	0.721144	0.043189
0.75	-0.039504	0	0	0.75	0.039504
0.721144	-0.043189	0.001071	0.007184	0.777785	0.035824
0.691342	-0.046845	0.004278	0.014155	0.804381	0.032181
0.66072	-0.050439	0.009607	0.020894	0.829673	0.028607
0.62941	-0.053934	0.017037	0.027379	0.853553	0.025134
0.597545	-0.057294	0.026535	0.033583	0.87592	0.021792
0.565263	-0.06048	0.03806	0.039475	0.896677	0.018613
0.532702	-0.063454	0.051564	0.045019	0.915735	0.015625
0.5	-0.066175	0.066987	0.050181	0.933013	0.012858
0.467298	-0.068604	0.084265	0.054927	0.948436	0.01034
0.434737	-0.070699	0.103323	0.059224	0.96194	0.008097
0.402455	-0.072422	0.12408	0.063041	0.973465	0.006154
0.37059	-0.073736	0.146447	0.066354	0.982963	0.004532
0.33928	-0.074605	0.170327	0.069143	1	0
0.308658	-0.075	0.195619	0.071394		
0.278856	-0.074893	0.222215	0.073102		
0.25	-0.074266	0.25	0.074266		
0.222215	-0.073102	0.278856	0.074893		
0.195619	-0.071394	0.308658	0.075		

Τρέχοντας το εκτελέσιμο αρχείο για αυτή την αεροτομή Naca 0012 πήραμε τα αποτελέσματα που παρατίθενται στα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3.17 , Σχήμα 3.18), τα οποία συγκρίνονται με τα αποτελέσματα από το Fluent:



Σχήμα 3.17: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής.



Σχήμα 3.18: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής.

Τα σημεία που χρησιμοποιήσαμε για την αεροτομή τύπου Naca 0015 είναι τα εξής (Πίνακας 3.5) [22]:

Πίνακας 3.5: Σημεία της αεροτομής Naca 0015 για την μέθοδο των δινών.

X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0.941474	-0.011482	0.779596	-0.035579
0.998782	-0.001788	0.924024	-0.014304	0.75	-0.039504
0.995134	-0.002426	0.904508	-0.017393	0.719186	-0.043434
0.989074	-0.003478	0.883022	-0.020713	0.687303	-0.047329
0.980631	-0.004932	0.85967	-0.024229	0.654508	-0.051147
0.969846	-0.006767	0.834565	-0.027904	0.620961	-0.054845
0.956773	-0.00896	0.807831	-0.0317	0.586824	-0.058377

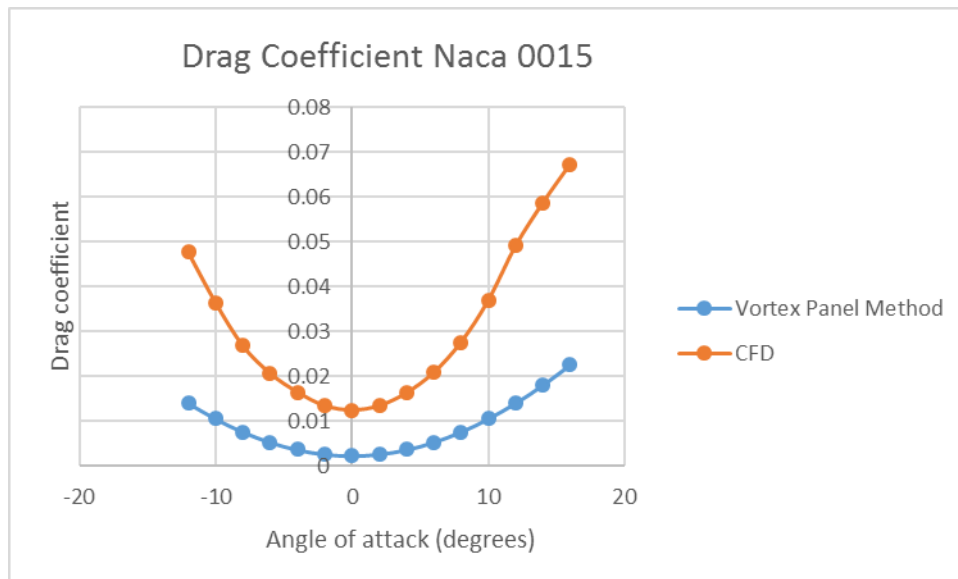
Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

X	Y
0.552264	-0.061697
0.51745	-0.064758
0.48255	-0.067509
0.447736	-0.069903
0.413176	-0.071892
0.379039	-0.073428
0.345492	-0.074468
0.312697	-0.074976
0.280814	-0.074917
0.25	-0.074266
0.220404	-0.073005
0.192169	-0.071125
0.165435	-0.068628
0.14033	-0.065521
0.116978	-0.061824
0.095492	-0.057561
0.075976	-0.052767
0.058526	-0.047478
0.043227	-0.041736
0.030154	-0.035584
0.019369	-0.029063
0.010926	-0.022212
0.004866	-0.015067
0.001218	-0.007656
0	0
0.001218	0.007656

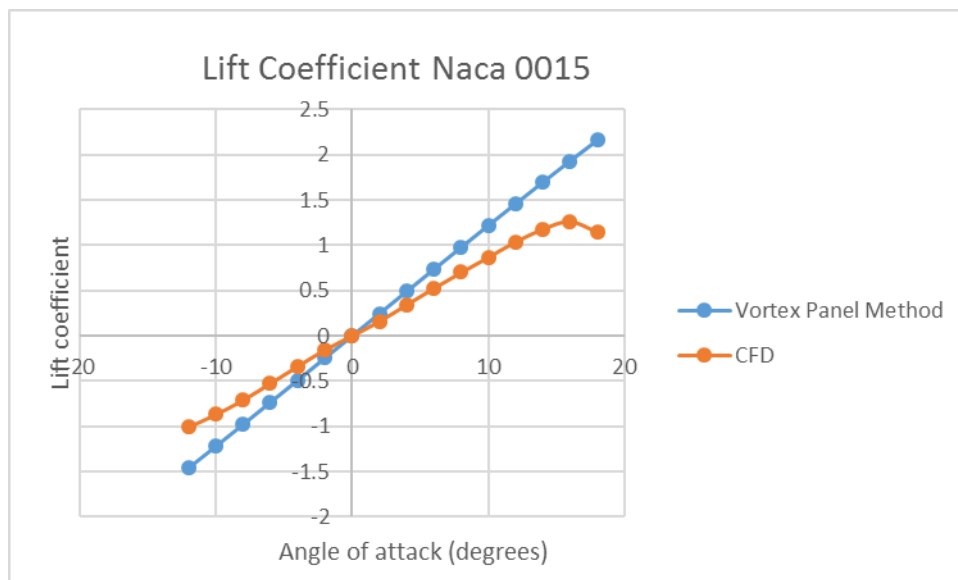
X	Y
0.004866	0.015067
0.010926	0.022212
0.019369	0.029063
0.030154	0.035584
0.043227	0.041736
0.058526	0.047478
0.075976	0.052767
0.095492	0.057561
0.116978	0.061824
0.14033	0.065521
0.165435	0.068628
0.192169	0.071125
0.220404	0.073005
0.25	0.074266
0.280814	0.074917
0.312697	0.074976
0.345492	0.074468
0.379039	0.073428
0.413176	0.071892
0.447736	0.069903
0.48255	0.067509
0.51745	0.064758
0.552264	0.061697
0.586824	0.058377
0.620961	0.054845
0.654508	0.051147

X	Y
0.687303	0.047329
0.719186	0.043434
0.75	0.039504
0.779596	0.035579
0.807831	0.0317
0.834565	0.027904
0.85967	0.024229
0.883022	0.020713
0.904508	0.017393
0.924024	0.014304
0.941474	0.011482
0.956773	0.00896
0.969846	0.006767
0.980631	0.004932
0.989074	0.003478
0.995134	0.002426
0.998782	0.001788
1	0

Τρέχοντας το εκτελέσιμο αρχείο για αυτή την αεροτομή πήραμε τα αποτελέσματα που παρατίθενται στα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3.19 , Σχήμα 3.20), τα οποία συγκρίνονται με αυτά του κώδικα CFD:



Σχήμα 3.19: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής.



Σχήμα 3.20: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής.

Συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους παρατηρούμε ότι ο συντελεστής άνωσης του κώδικα CFD είναι πιο ακριβής (εντοπίζει το σημείο αποκόλλησης ροής stall), όπως και περιμέναμε, ενώ με την μέθοδο των δινών παίρνουμε μια πιο γρήγορη και ποιοτική εικόνα για το μέγεθος αυτό. Τα αποτελέσματα από την άλλη για τον συντελεστή αντίστασης είναι αρκετά ικανοποιητικά και κοντά σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα που παρουσιάσαμε νωρίτερα, με μια διαφοροποίηση να παρατηρείται μετά τις 15 μοίρες περίπου.

### 3.4 Μελέτη δισδιάστατης υδροτομής Naca 0024 και σύγκριση της με διαμορφώσεις Fishtail

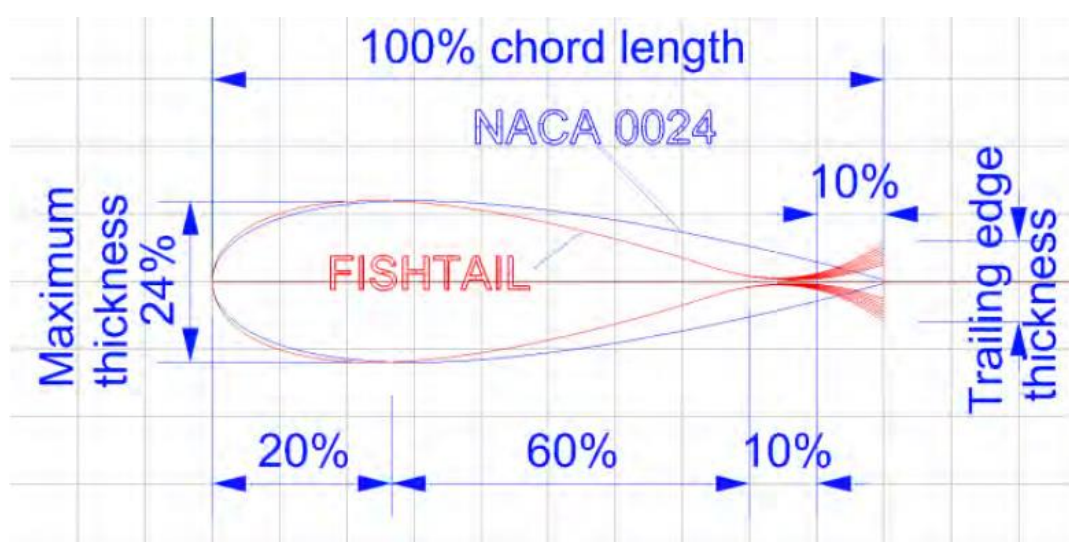
Στην συνέχεια της εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας επεκτείναμε την μελέτη μας, σε δύο υδροτομές με γεωμετρία σε σχήμα Fishtail και κάναμε προσομοιώσεις σε νερό [28], [29].

Γνωρίζουμε πως δημόσια, δεν υπάρχουν πολλές πληροφορίες σχετικά με το ακριβές σχήμα των υδροτομών τύπου Fishtail. Συνοπτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι το σχήμα των Fishtail που σχεδιάσαμε ανήκει σε μια ευρύτερη οικογένεια πηδαλίων η οποία ονομάζεται Schilling Rudders. Τα Schilling Rudders είναι ένας ειδικός τύπος πηδαλίου που χρησιμοποιείται σε συγκεκριμένα είδη σκαφών ή πλοίων. Επιπρόσθετα τα Schilling Rudders έχουν σχεδιαστεί για να βελτιώσουν την ωφέλιμη άνωση που παράγεται από το πηδάλιο και ως εκ τούτου να βελτιώσει την ικανότητα ελιγμών του σκάφους, ειδικά σε χαμηλές ταχύτητες. Τα πηδάλια είναι αποτελεσματικά τόσο όταν το πλοίο κινείται προς τα εμπρός όσο και προς τα πίσω. Όπως όλα τα πηδάλια, το κύριο αποτέλεσμα του πηδαλίου Schilling είναι να εκτρέψει τη ροή του νερού που παράγεται από την έλικα. Συνήθως τα πηδάλια αυτά χρησιμοποιούνται για πλοία που είναι δύσκολο να ελιχθούν όπως Container ships και Tankers [30].

Παρακάτω ορίζουμε τα τμήματα της υδροτομής σε σχήμα Fishtail (Σχήμα 3.21) [29]:

- Σημείο Μέγιστου Πλάτους στο 20% του μήκους
- Taper στο 80 % του μήκους
- Conclave στο 90 % του μήκους
- Flare στο 100% του μήκους

Για τις προσομοιώσεις μας επιλέξαμε την συμμετρική υδροτομή NACA 0024 και αυτή χρησιμοποιήσαμε ως βασική για να την συγκρίνουμε με αυτές σε σχήμα Fishtail. Οι υδροτομές τύπου Fishtail έχουν το ίδιο μέγιστο πλάτος με την Naca 0024, αλλά το χείλος εκφυγής σχεδιάζεται στο σχήμα της ουράς του ψαριού (fishtail). Στο παρακάτω σχήμα συγκρίνουμε τα προφίλ των υδροτομών που αναφέρθηκαν.



Σχήμα 3.21: Συνοπτική παρουσίαση και σύγκριση των υδροτομών Naca 0024 και αυτών με Fishtail [29].

Η γεωμετρία των υδροτομών Naca 0024 καθώς και αυτών σε σχήμα fishtail σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα Rhinoceros 4.0. Ο αριθμός των σημείων της γεωμετρίας για

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας την υδροτομή Naca 0024 ήταν εκατόν ογδόντα οκτώ (188). Οι συντεταγμένες των σημείων παρουσιάζονται παρακάτω (Πίνακας 3.6):

**Πίνακας 3.6 : Σημεία υδροτομής Naca 0024.**

X	Y	X	Y	X	Y
1	0	0.639496	0.084525	0.135516	0.103725
0.987958	0.005874	0.624345	0.08717	0.124944	0.101094
0.984292	0.006886	0.609072	0.089763	0.114743	0.098276
0.980147	0.008024	0.593691	0.092297	0.104922	0.095276
0.975528	0.009285	0.578217	0.094766	0.095492	0.092098
0.97044	0.010666	0.562667	0.097162	0.08646	0.088748
0.964888	0.012164	0.547054	0.099479	0.077836	0.08523
0.958877	0.013774	0.531395	0.101709	0.069629	0.081552
0.952414	0.015493	0.515705	0.103845	0.061847	0.077717
0.945503	0.017316	0.5	0.105881	0.054497	0.073733
0.938153	0.019238	0.484295	0.107808	0.047586	0.069606
0.930371	0.021255	0.468605	0.10962	0.041123	0.065341
0.922164	0.023363	0.452946	0.111311	0.035112	0.060946
0.91354	0.025556	0.437333	0.112871	0.02956	0.056426
0.904508	0.027829	0.421783	0.114296	0.024472	0.051787
0.895078	0.030177	0.406309	0.115578	0.019853	0.047035
0.885257	0.032595	0.390928	0.116711	0.015708	0.042176
0.875056	0.035077	0.375655	0.117687	0.012042	0.037215
0.864484	0.037619	0.360504	0.118502	0.008856	0.032157
0.853553	0.040215	0.345492	0.119149	0.006156	0.027007
0.842274	0.042859	0.330631	0.119624	0.003943	0.021768
0.830656	0.045546	0.315938	0.11992	0.002219	0.016445
0.818712	0.048271	0.301426	0.120033	0.000987	0.011041
0.806454	0.051027	0.28711	0.11996	0.000247	0.005559
0.793893	0.05381	0.273005	0.119696	0	0
0.781042	0.056614	0.259123	0.119239	0.000247	-0.005559
0.767913	0.059433	0.245479	0.118585	0.000987	-0.011041
0.754521	0.062262	0.232087	0.117733	0.002219	-0.016445
0.740877	0.065095	0.218958	0.116681	0.003943	-0.021768
0.726995	0.067925	0.206107	0.115428	0.006156	-0.027007
0.71289	0.070747	0.193546	0.113975	0.008856	-0.032157
0.698574	0.073555	0.181288	0.11232	0.012042	-0.037215
0.684062	0.076344	0.169344	0.110467	0.015708	-0.042176
0.669369	0.079105	0.157726	0.108415	0.019853	-0.047035
0.654508	0.081835	0.146447	0.106166	0.024472	-0.051787



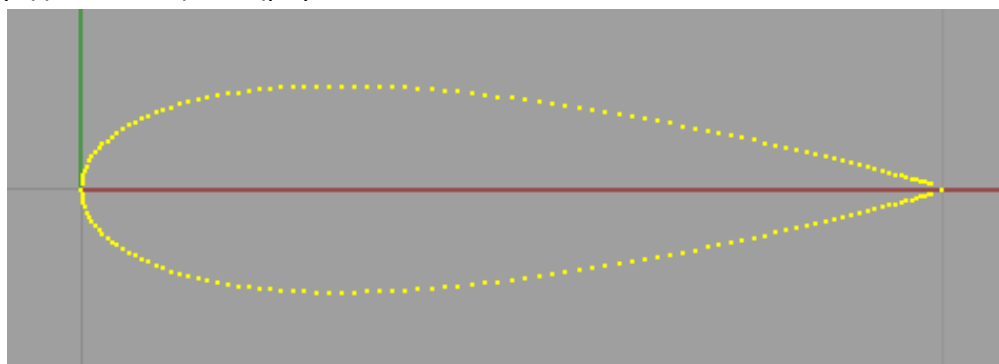
Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

X	Y
0.02956	-0.056426
0.035112	-0.060946
0.041123	-0.065341
0.047586	-0.069606
0.054497	-0.073733
0.061847	-0.077717
0.069629	-0.081552
0.077836	-0.08523
0.08646	-0.088748
0.095492	-0.092098
0.104922	-0.095276
0.114743	-0.098276
0.124944	-0.101094
0.135516	-0.103725
0.146447	-0.106166
0.157726	-0.108415
0.169344	-0.110467
0.181288	-0.11232
0.193546	-0.113975
0.206107	-0.115428
0.218958	-0.116681
0.232087	-0.117733
0.245479	-0.118585
0.259123	-0.119239
0.273005	-0.119696
0.28711	-0.11996
0.301426	-0.120033
0.315938	-0.11992

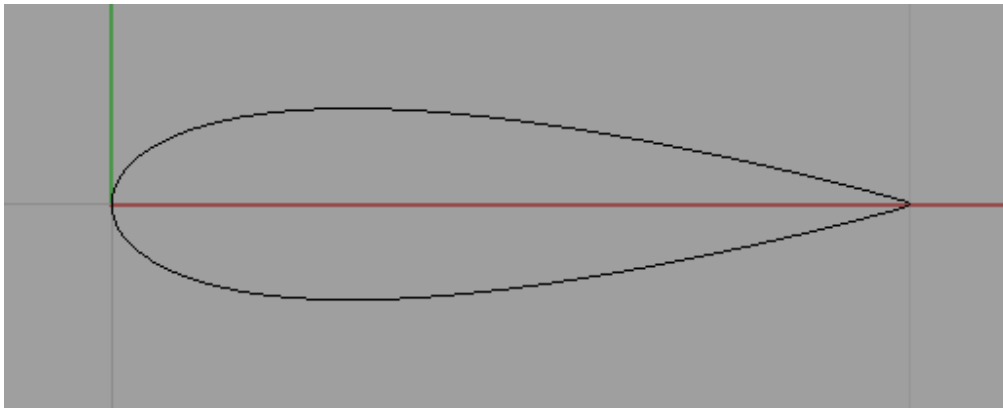
X	Y
0.330631	-0.119624
0.345492	-0.119149
0.360504	-0.118502
0.375655	-0.117687
0.390928	-0.116711
0.406309	-0.115578
0.421783	-0.114296
0.437333	-0.112871
0.452946	-0.111311
0.468605	-0.10962
0.484295	-0.107808
0.5	-0.105881
0.515705	-0.103845
0.531395	-0.101709
0.547054	-0.099479
0.562667	-0.097162
0.578217	-0.094766
0.593691	-0.092297
0.609072	-0.089763
0.624345	-0.08717
0.639496	-0.084525
0.654508	-0.081835
0.669369	-0.079105
0.684062	-0.076344
0.698574	-0.073555
0.71289	-0.070747
0.726995	-0.067925
0.740877	-0.065095

X	Y
0.754521	-0.062262
0.767913	-0.059433
0.781042	-0.056614
0.793893	-0.05381
0.806454	-0.051027
0.818712	-0.048271
0.830656	-0.045546
0.842274	-0.042859
0.853553	-0.040215
0.864484	-0.037619
0.875056	-0.035077
0.885257	-0.032595
0.895078	-0.030177
0.904508	-0.027829
0.91354	-0.025556
0.922164	-0.023363
0.930371	-0.021255
0.938153	-0.019238
0.945503	-0.017316
0.952414	-0.015493
0.958877	-0.013774
0.964888	-0.012164
0.97044	-0.010666
0.975528	-0.009285
0.980147	-0.008024
0.984292	-0.006886

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία (Σχήμα 3.22) και το προφίλ (Σχήμα 3.23) της υδροτομής έτσι όπως τα πήραμε από το Rhinoceros:



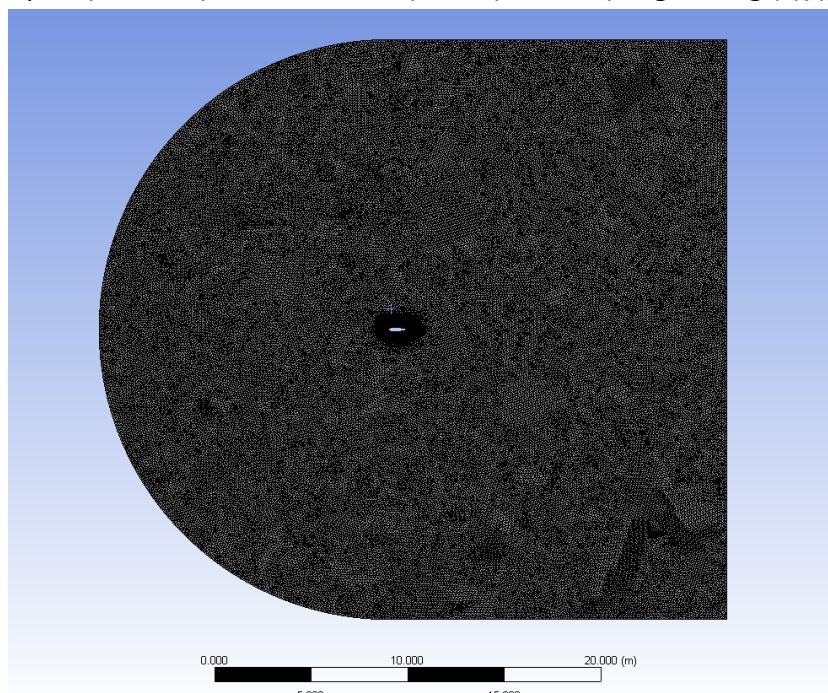
**Σχήμα 3.22: Σημεία Υδροτομής Naca 0014.**



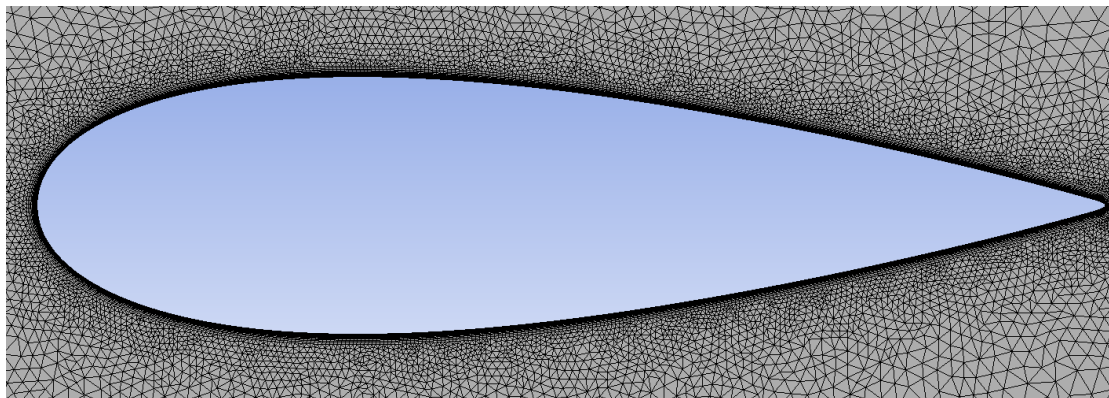
**Σχήμα 3.23: Προφίλ Υδροτομής Naca 0024.**

Οι οριακές συνθήκες (inlet και outlet) ορίστηκαν στο Ansys Mesh και η υλοποίηση του πλέγματος πραγματοποιήθηκε με το ANSYS Geometry και ANSYS Mesh (Ansys Workbench). Η έκδοση Ansys που χρησιμοποιήθηκε ήταν η 12.1. Συνολικά οι οριακές συνθήκες συνοψίζονται και πάλι στον Πίνακα 3.2:

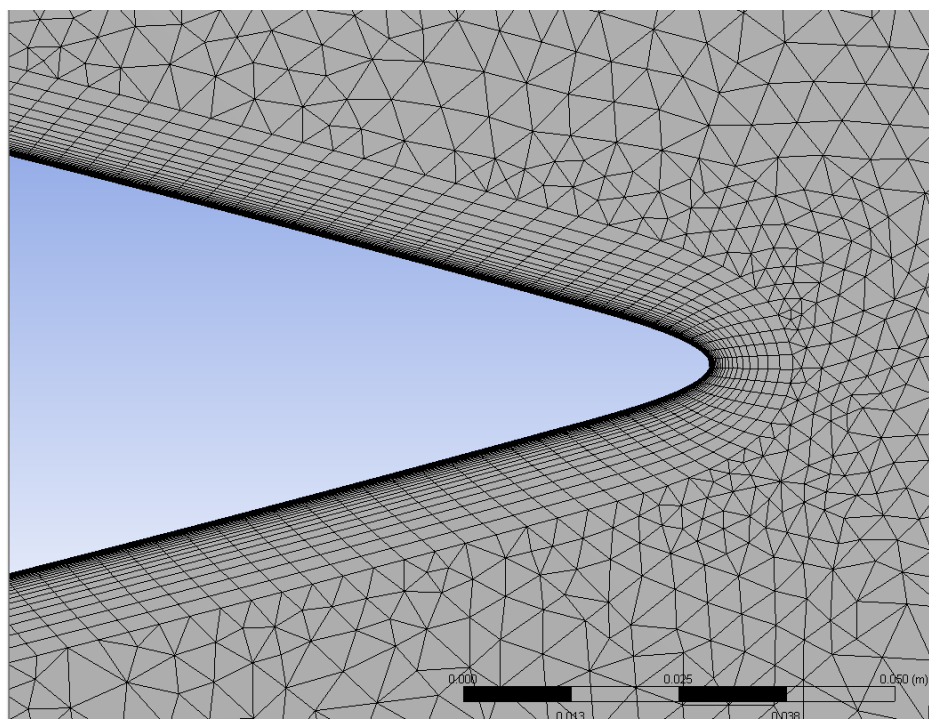
Το πλέγμα που σχεδιάσαμε είναι C-type grid με ύψος δέκα πέντε μήκη χορδών (δηλαδή 15 μέτρα). Συγκεκριμένα κατασκευάσαμε unstructured mesh με σύνολο 160.000 τριγωνικά κελιά (Σχήμα 3.24). Η ανάλυση του πλέγματος ήταν μεγαλύτερη σε περιοχές όπου απαιτείται μεγαλύτερη υπολογιστική ακρίβεια, όπως η περιοχή κοντά στην υδροτομή (Σχήμα 3.25). Για να επιτύχουμε την επιθυμητή πύκνωση πολύ κοντά στην υδροτομή χρησιμοποιήσαμε την εντολή Inflation καθώς και την εντολή edge sizing (Σχήμα 3.26).



**Σχήμα 3.24: Πανοραμική άποψη του πλέγματος για την Naca 0024.**



Σχήμα 3.25: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Naca 0024.



Σχήμα 3.26: Έμφαση στην πολύ μικρή πυκνωση στο χείλος εκφυγής για την Naca 0024.

Η υδροτομή που σχεδιάσαμε και χρησιμοποιήσαμε έχει μήκος χορδής ένα μέτρο. Ο αριθμός Reynolds για τις προσομοιώσεις μας ήταν  $Re=6 \times 10^6$  [28], [29]. Ο συγκεκριμένος αριθμός Reynolds αντιστοιχεί σε ταχύτητα νερού 6 m/s :

$$u = \frac{Re \times \nu}{L} = 6 \text{ m/s} \quad (21)$$

Η θερμοκρασία ελεύθερης ροής είναι 300K, η οποία αντιστοιχεί στην θερμοκρασία περιβάλλοντος. Η πυκνότητα του νερού σε αυτή τη θερμοκρασία είναι  $\rho=998.2 \text{ kg/m}^3$  και η δυναμική συνεκτικότητα είναι  $\mu=0.001003 \text{ kg/m} \times \text{s}$  (όπως επαληθεύεται και από τα δεδομένα του Fluent). Από τα παραπάνω προκύπτει και η κινηματική συνεκτικότητα του νερού  $\nu=\mu/\rho=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ :

Το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήσαμε είναι το k-w SST (δύο εξισώσεων). Το εύρος γωνιών προσβολής για την μελέτη μας ήταν από  $0^\circ$  μέχρι  $20^\circ$ . Για την εκάστοτε ρύθμιση της ταχύτητας χρησιμοποιήσαμε την μέθοδο μέτρου και διεύθυνσης. Το μέτρο

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας διατηρήθηκε σταθερό στα 6 m/s, ενώ η διεύθυνση καθοριζόταν κάθε φορά από το ημίτονο (μέτρο στον  $y$  άξονα) και συνημίτονο (μέτρο στον  $x$  άξονα) της γωνίας ταχύτητας. Παράλληλα σε κάθε γωνία, προκειμένου να λάβουμε σωστά αποτελέσματα για τις δυνάμεις άνωσης και αντίστασης, στρέψαμε και τα διανύσματα υπολογισμού των δυνάμεων (drag and lift monitors) σε αναλογία με τα διανύσματα των ταχυτήτων, ώστε τελικά σε κάθε περίπτωση τα διανύσματα των δυνάμεων άνωσης και αντίστασης να παραμένουν κάθετα σε στραμμένες γωνίες. Επιπλέον σε κάθε «τρέξιμο» έχουμε ρυθμίσει να λαμβάνουμε σε ξεχωριστά αρχεία όλες τις τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης μέχρι και την τελευταία τιμή της σύγκλισης.

Συνακόλουθα η διαδικασία για την σχεδίαση των γεωμετριών των υδροτομών με fishtail καθώς, οι οριακές συνθήκες καθώς και όλες οι ρυθμίσεις για τα «τρέξιμα» μας ήταν πανομοιότυπα με αυτά που περιγράψαμε για την υδροτομή Naca 0024.

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα σχεδιάσαμε και μελετήσαμε δύο υδροτομές τύπου fishtail. Και οι δύο είχαν μέγιστο πλάτος 0.24C, όπου C είναι το μήκος χορδής (δηλαδή 0.24m). Σε αυτό που διέφεραν ήταν το πλάτος του χείλους εκφυγής, όπου στη μια υδροτομή ήταν 0.09C ενώ στην άλλη 0.03C. Τα παραπάνω συνοψίζονται στον Πίνακα 3.7:

**Πίνακας 3.7: Χαρακτηριστικά των υδροτομών τύπου Fishtail.**

Όνομα	Μέγιστο πλάτος	Πλάτος χείλους εκφυγής
<b>Fishtail 1</b>	0.24C	0.03C
<b>Fishtail 2</b>	0.24C	0.09C

Για την δημιουργία των σημείων των δύο fishtail πήραμε ποιοτικά μετρήσεις από τα Paper των Trieu Van Nguyen και Yoshiho Ikeda και με αντίστοιχη κλίμακα υπολογίσαμε τις συντεταγμένες των σημείων. Στη συνέχεια κάναμε εξομάλυνση της καμπύλης στο Rhinoceros με την εντολή Smooth και καταλήγοντας εξάγαμε τα σημεία σε αρχείο .txt. Οι Υδροτομές αποτελούνται από 200 (διακόσια) σημεία περίπου και οι συντεταγμένες τους παρατίθενται παρακάτω (Πίνακας 3.8) , (Πίνακας 3.9).

**Πίνακας 3.8: Σημεία υδροτομής fishtail 1**

X	Y
1	-0.015
0.9895	-0.01266
0.979	-0.01082
0.9684	-0.009099
0.9578	-0.007492
0.9472	-0.006035
0.9366	-0.004759
0.9259	-0.003673
0.9152	-0.002792

X	Y
0.9045	-0.002126
0.8938	-0.001658
0.8831	-0.001369
0.8724	-0.001257
0.8617	-0.001334
0.851	-0.001625
0.8403	-0.002174
0.8296	-0.003003
0.8189	-0.004079

X	Y
0.8083	-0.005359
0.7977	-0.006816
0.7871	-0.008428
0.7765	-0.01024
0.766	-0.01235
0.7556	-0.01487
0.7453	-0.01774
0.7351	-0.02092
0.7249	-0.02426

Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

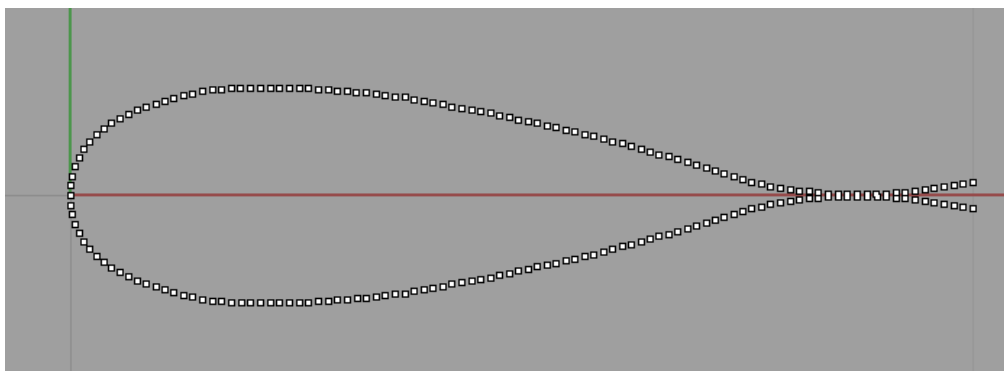
X	Y
0.7147	-0.02759
0.7045	-0.03078
0.6942	-0.03384
0.6839	-0.03682
0.6736	-0.03975
0.6633	-0.04266
0.653	-0.04556
0.6427	-0.04844
0.6323	-0.05128
0.622	-0.05411
0.6117	-0.05698
0.6013	-0.05985
0.591	-0.06263
0.5806	-0.06527
0.5702	-0.06776
0.5598	-0.07016
0.5493	-0.07251
0.5388	-0.07484
0.5284	-0.0772
0.5179	-0.07955
0.5075	-0.08187
0.497	-0.08416
0.4865	-0.08646
0.4761	-0.08874
0.4656	-0.09093
0.4551	-0.09299
0.4445	-0.09494
0.434	-0.09682
0.4234	-0.09871
0.4129	-0.1007
0.4024	-0.1027
0.3919	-0.1048
0.3813	-0.1067
0.3708	-0.1085
0.3602	-0.11
0.3495	-0.1113
0.3389	-0.1125
0.3282	-0.1136
0.3176	-0.1146
0.3069	-0.1155
0.2962	-0.1164
0.2855	-0.1171
0.2748	-0.1178

X	Y
0.2641	-0.1183
0.2534	-0.1187
0.2427	-0.1191
0.232	-0.1193
0.2213	-0.1195
0.2106	-0.1196
0.1999	-0.1196
0.1892	-0.1192
0.1785	-0.1186
0.1678	-0.1177
0.1571	-0.1165
0.1465	-0.115
0.136	-0.1131
0.1255	-0.1107
0.1152	-0.1079
0.105	-0.1048
0.09477	-0.1015
0.08462	-0.09805
0.07455	-0.09438
0.06465	-0.0903
0.055	-0.08566
0.0457	-0.08034
0.03693	-0.07419
0.02886	-0.06715
0.02159	-0.05929
0.01522	-0.05068
0.009855	-0.04141
0.005586	-0.03159
0.002494	-0.02134
0.000624	-0.0108
0	0
0.000624	0.0108
0.002494	0.02134
0.005586	0.03159
0.009855	0.04141
0.01522	0.05068
0.02159	0.05929
0.02886	0.06715
0.03693	0.07419
0.0457	0.08034
0.055	0.08566
0.06465	0.0903
0.07455	0.09438

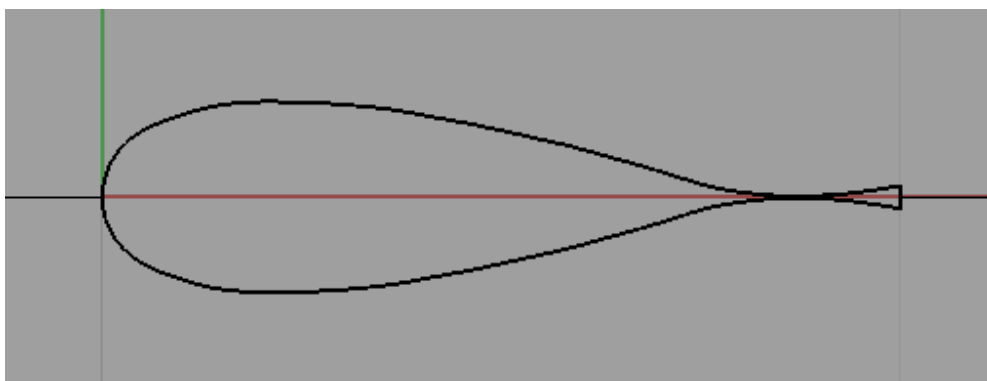
X	Y
0.08462	0.09805
0.09477	0.1015
0.105	0.1048
0.1152	0.1079
0.1255	0.1107
0.136	0.1131
0.1465	0.115
0.1571	0.1165
0.1678	0.1177
0.1785	0.1186
0.1892	0.1192
0.1999	0.1196
0.2106	0.1196
0.2213	0.1195
0.232	0.1193
0.2427	0.1191
0.2534	0.1187
0.2641	0.1183
0.2748	0.1178
0.2855	0.1171
0.2962	0.1164
0.3069	0.1155
0.3176	0.1146
0.3282	0.1136
0.3389	0.1125
0.3495	0.1113
0.3602	0.11
0.3708	0.1085
0.3813	0.1067
0.3919	0.1048
0.4024	0.1027
0.4129	0.1007
0.4234	0.09871
0.434	0.09682
0.4445	0.09494
0.4551	0.09299
0.4656	0.09093
0.4761	0.08874
0.4865	0.08646
0.497	0.08416
0.5075	0.08187
0.5179	0.07955
0.5284	0.0772

X	Y	X	Y	X	Y
0.5388	0.07484	0.6942	0.03384	0.851	0.001625
0.5493	0.07251	0.7045	0.03078	0.8617	0.001334
0.5598	0.07016	0.7147	0.02759	0.8724	0.001257
0.5702	0.06776	0.7249	0.02426	0.8831	0.001369
0.5806	0.06527	0.7351	0.02092	0.8938	0.001658
0.591	0.06263	0.7453	0.01774	0.9045	0.002126
0.6013	0.05985	0.7556	0.01487	0.9152	0.002792
0.6117	0.05698	0.766	0.01235	0.9259	0.003673
0.622	0.05411	0.7765	0.01024	0.9366	0.004759
0.6323	0.05128	0.7871	0.008428	0.9472	0.006035
0.6427	0.04844	0.7977	0.006816	0.9578	0.007492
0.653	0.04556	0.8083	0.005359	0.9684	0.009099
0.6633	0.04266	0.8189	0.004079	0.979	0.01082
0.6736	0.03975	0.8296	0.003003	0.9895	0.01266
0.6839	0.03682	0.8403	0.002174	1	0.015

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία (Σχήμα 3.27) και το προφίλ (Σχήμα 3.28) της υδροτομής έτσι όπως τα πήραμε από το Rhinoceros:



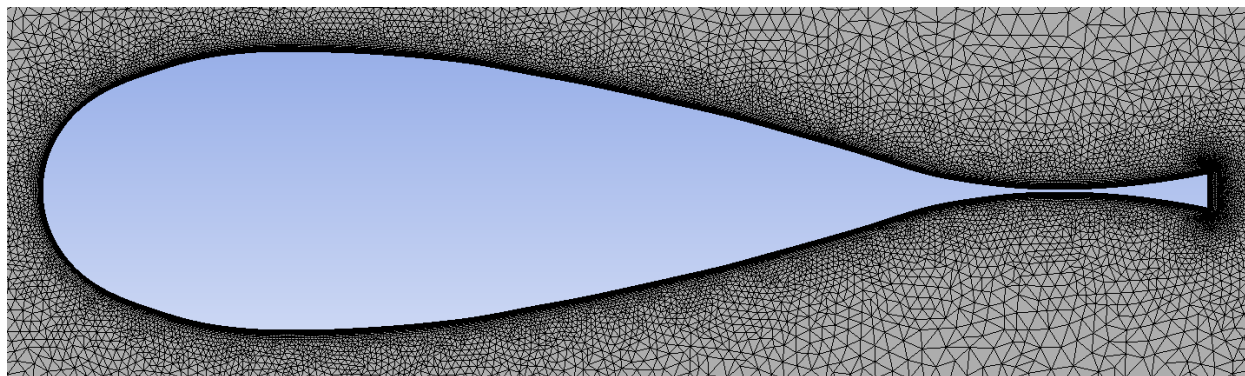
Σχήμα 3.27: Σημεία Υδροτομής Fishtail 1.



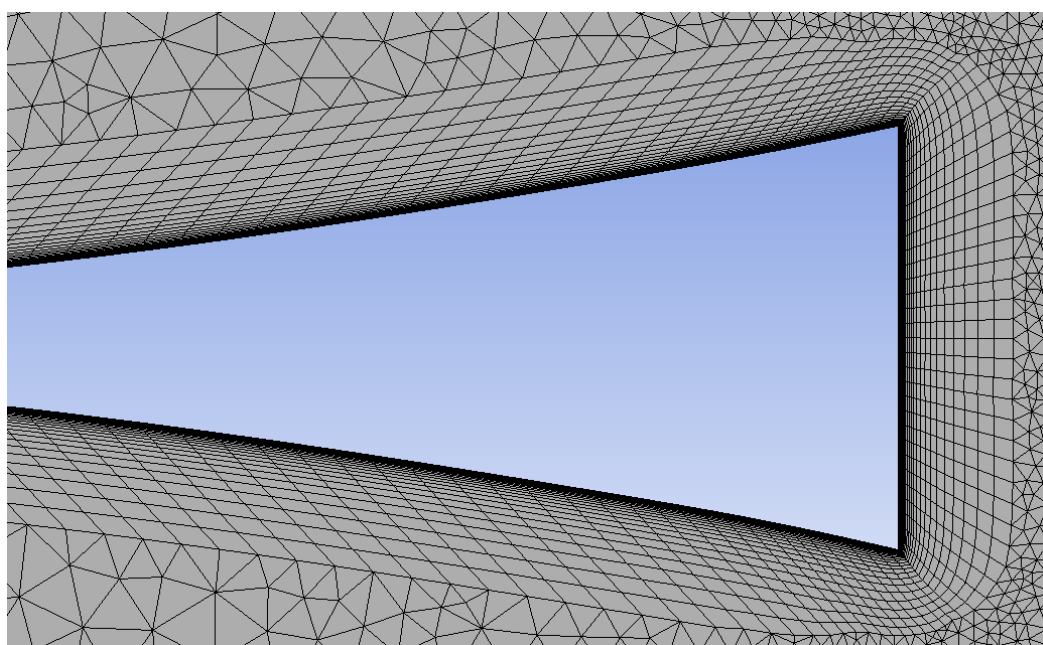
Σχήμα 3.28: Προφίλ Υδροτομής Fishtail 1.

Όσον αφορά τη σχεδίαση του πλέγματος των fishtail η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν ανάλογη με αυτή της υδροτομής Naca 0024. Για την επίτευξη των τριγωνικών κελιών χρησιμοποιήσαμε την επιλογή all triangles method. Το πλέγμα της υδροτομής fishtail 1

αποτελείται από 180.000 κελιά. Παρακάτω δείχνουμε ενδεικτικά κάποιες εικόνες του πλέγματος (Σχήμα 3.29 , Σχήμα 3.30).



Σχήμα 3.29: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Fishtail 1.



Σχήμα 3.30: Έμφαση στην πολύ μικρή πύκνωση στο χείλος εκφυγής για την Fishtail 1.

Πίνακας 3.9: Σημεία υδροτομής fishtail 2.

X	Y	X	Y	X	Y
1	-0.0455	0.9082	-0.01244	0.8029	-0.008122
0.9939	-0.04307	0.8978	-0.01032	0.7924	-0.00942
0.9878	-0.04064	0.8874	-0.008603	0.782	-0.01104
0.9782	-0.03624	0.8769	-0.0073	0.7716	-0.013
0.9685	-0.03206	0.8663	-0.006409	0.7613	-0.01532
0.9587	-0.02808	0.8558	-0.00591	0.751	-0.01794
0.9488	-0.02436	0.8452	-0.005764	0.7408	-0.0208
0.9388	-0.02092	0.8346	-0.005935	0.7307	-0.02382
0.9287	-0.01777	0.824	-0.006396	0.7206	-0.02692
0.9185	-0.01493	0.8135	-0.007122	0.7104	-0.03002

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

X	Y
0.7003	-0.03308
0.6902	-0.03608
0.68	-0.03903
0.6698	-0.04193
0.6596	-0.0448
0.6495	-0.04765
0.6393	-0.05048
0.6291	-0.0533
0.6189	-0.05609
0.6086	-0.05884
0.5984	-0.06154
0.5882	-0.06416
0.5779	-0.0667
0.5676	-0.06916
0.5573	-0.07156
0.547	-0.07391
0.5366	-0.07624
0.5263	-0.07855
0.516	-0.08084
0.5057	-0.08312
0.4953	-0.08536
0.485	-0.08757
0.4746	-0.08972
0.4642	-0.0918
0.4538	-0.09382
0.4435	-0.09579
0.433	-0.09774
0.4226	-0.09968
0.4122	-0.1016
0.4018	-0.1035
0.3914	-0.1054
0.381	-0.1071
0.3705	-0.1087
0.36	-0.1102
0.3495	-0.1115
0.339	-0.1127
0.3285	-0.1138
0.318	-0.1147
0.3074	-0.1156

X	Y
0.2969	-0.1164
0.2863	-0.1171
0.2757	-0.1177
0.2652	-0.1182
0.2546	-0.1186
0.244	-0.1189
0.2334	-0.1191
0.2229	-0.1192
0.2123	-0.1192
0.2017	-0.1189
0.1911	-0.1185
0.1806	-0.1178
0.17	-0.1168
0.1595	-0.1155
0.1491	-0.1138
0.1387	-0.1118
0.1284	-0.1094
0.1182	-0.1067
0.108	-0.1037
0.09797	-0.1004
0.08803	-0.09677
0.07825	-0.09275
0.06867	-0.08826
0.05935	-0.08324
0.05035	-0.07769
0.04176	-0.07151
0.03379	-0.06456
0.02657	-0.05683
0.02006	-0.04849
0.01431	-0.03961
0.009437	-0.03022
0.005449	-0.02043
0.002324	-0.01032
0	0
0.002324	0.01032
0.005449	0.02043
0.009437	0.03022
0.01431	0.03961
0.02006	0.04849

X	Y
0.02657	0.05683
0.03379	0.06456
0.04176	0.07151
0.05035	0.07769
0.05935	0.08324
0.06867	0.08826
0.07825	0.09275
0.08803	0.09677
0.09797	0.1004
0.108	0.1037
0.1182	0.1067
0.1284	0.1094
0.1387	0.1118
0.1491	0.1138
0.1595	0.1155
0.17	0.1168
0.1806	0.1178
0.1911	0.1185
0.2017	0.1189
0.2123	0.1192
0.2229	0.1192
0.2334	0.1191
0.244	0.1189
0.2546	0.1186
0.2652	0.1182
0.2757	0.1177
0.2863	0.1171
0.2969	0.1164
0.3074	0.1156
0.318	0.1147
0.3285	0.1138
0.339	0.1127
0.3495	0.1115
0.36	0.1102
0.3705	0.1087
0.381	0.1071
0.3914	0.1054
0.4018	0.1035
0.4122	0.1016



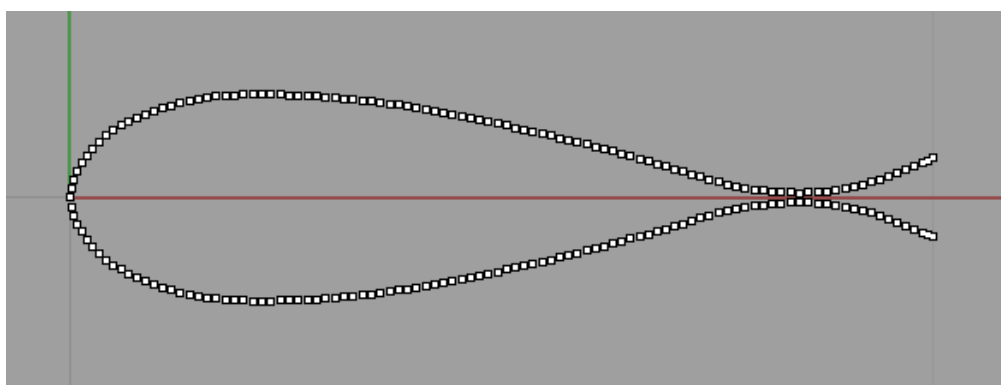
Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

X	Y
0.4226	0.09968
0.4331	0.09774
0.4435	0.09579
0.4538	0.09382
0.4642	0.0918
0.4746	0.08972
0.485	0.08757
0.4953	0.08536
0.5057	0.08312
0.516	0.08084
0.5263	0.07855
0.5367	0.07624
0.547	0.07392
0.5573	0.07157
0.5676	0.06919
0.5779	0.06675
0.5882	0.06425
0.5984	0.06166
0.6087	0.05899
0.6189	0.05625

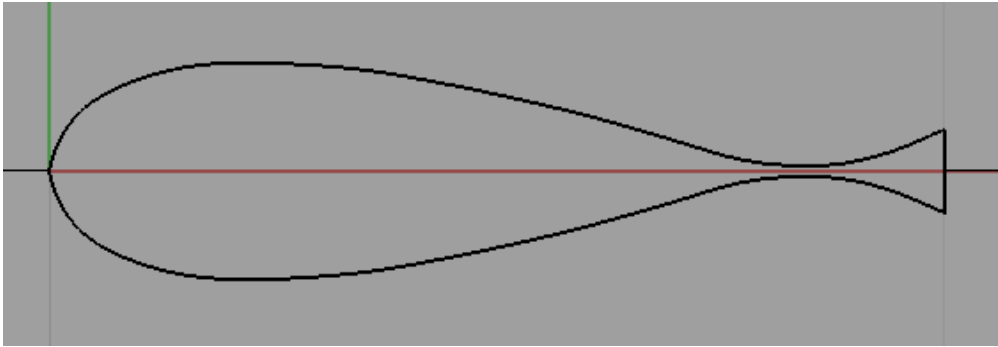
X	Y
0.6291	0.05346
0.6393	0.05062
0.6495	0.04775
0.6597	0.04487
0.6698	0.04197
0.68	0.03905
0.6902	0.03609
0.7003	0.03308
0.7104	0.03002
0.7206	0.02692
0.7307	0.02382
0.7408	0.0208
0.751	0.01794
0.7613	0.01532
0.7716	0.013
0.782	0.01104
0.7924	0.00942
0.8029	0.008122
0.8135	0.007122
0.824	0.006396

X	Y
0.8346	0.005935
0.8452	0.005764
0.8558	0.00591
0.8663	0.006409
0.8769	0.0073
0.8874	0.008603
0.8978	0.01032
0.9082	0.01244
0.9185	0.01493
0.9287	0.01776
0.9388	0.02092
0.9488	0.02436
0.9587	0.02808
0.9685	0.03206
0.9782	0.03624
0.9878	0.04064
0.9939	0.04307

Παρακάτω παρουσιάζονται τα σημεία (Σχήμα 3.31) και το προφίλ (Σχήμα 3.32) της υδροτομής έτσι όπως τα πήραμε από το Rhinoceros:

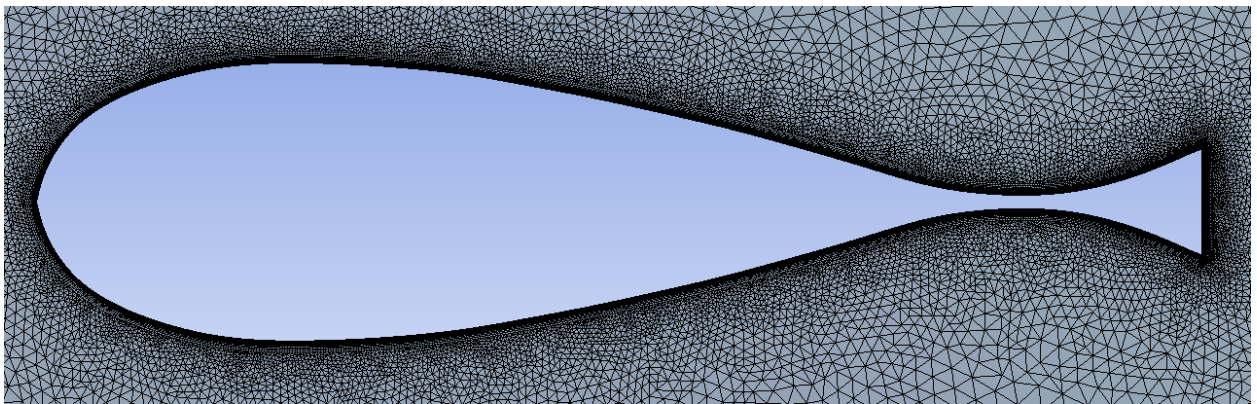


Σχήμα 3.31: Σημεία Υδροτομής Fishtail 2.

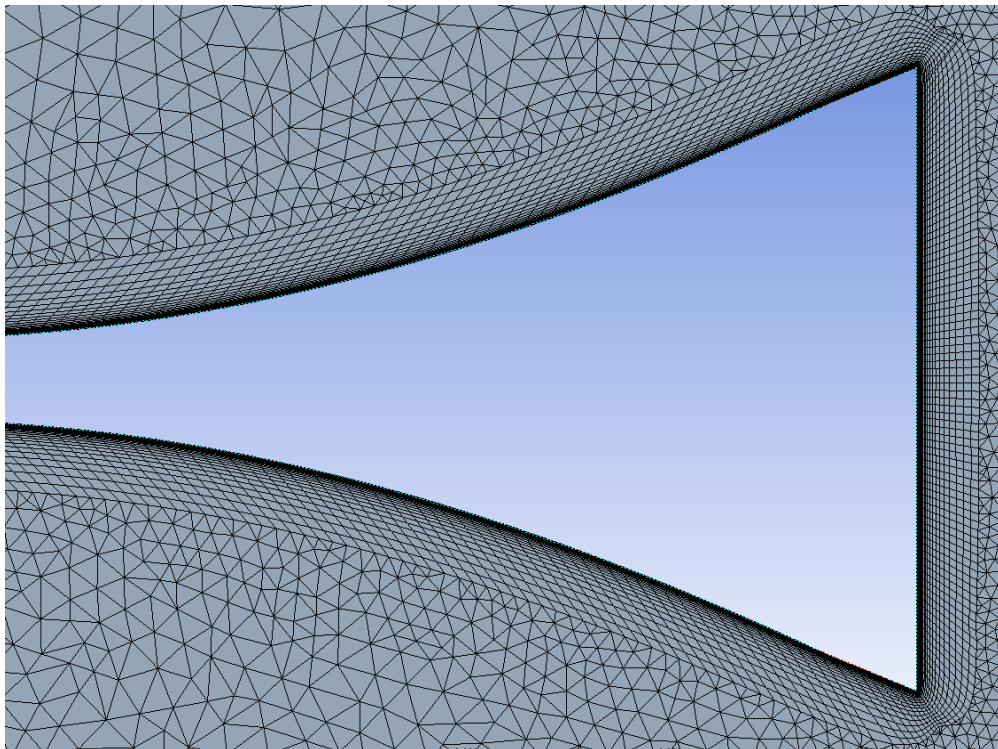


Σχήμα 3.32: Προφίλ Υδροτομής Fishtail 2.

Το πλέγμα για την Fishtail 2 αποτελείται από 163.000 κελιά. Παρακάτω δείχνουμε ενδεικτικά κάποιες εικόνες του πλέγματος (Σχήμα 3.33 , Σχήμα 3.34).



Σχήμα 3.33: Κοντινή λήψη του πλέγματος για την Fishtail 2.



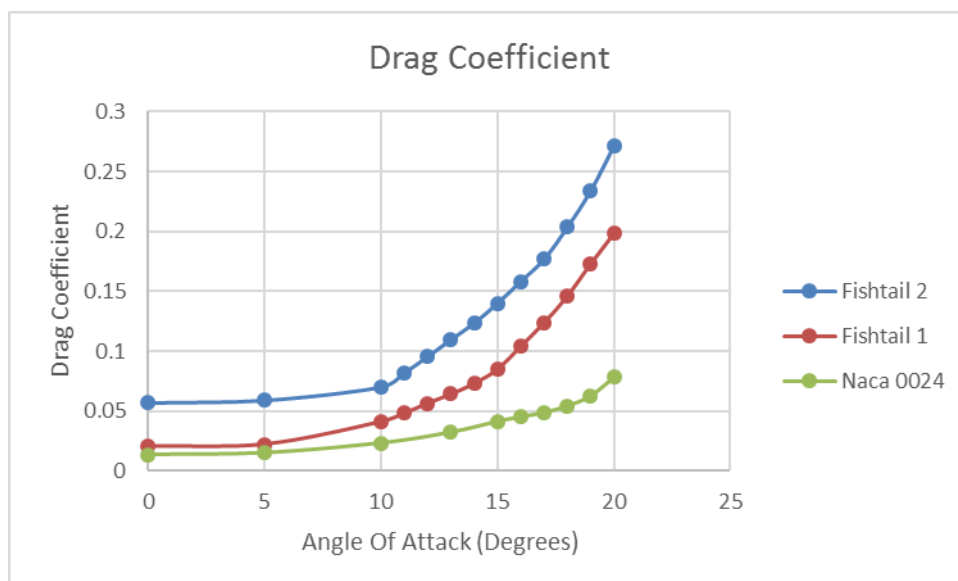
Σχήμα 3.34: Έμφαση στην πολύ μικρή πυκνωση στο χείλος εκφυγής για την Fishtail 2.

### Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος

Υλοποιώντας τα «τρεξίματα» στο fluent σύμφωνα με όσα αναφέραμε παραπάνω λάβαμε τα αποτελέσματα που συνοψίζονται στα παρακάτω διαγράμματα (Σχήμα 3.35 , Σχήμα 3.36):



**Σχήμα 3.35: Διάγραμμα συντελεστή άνωσης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής για τις τρεις υδροτομές.**



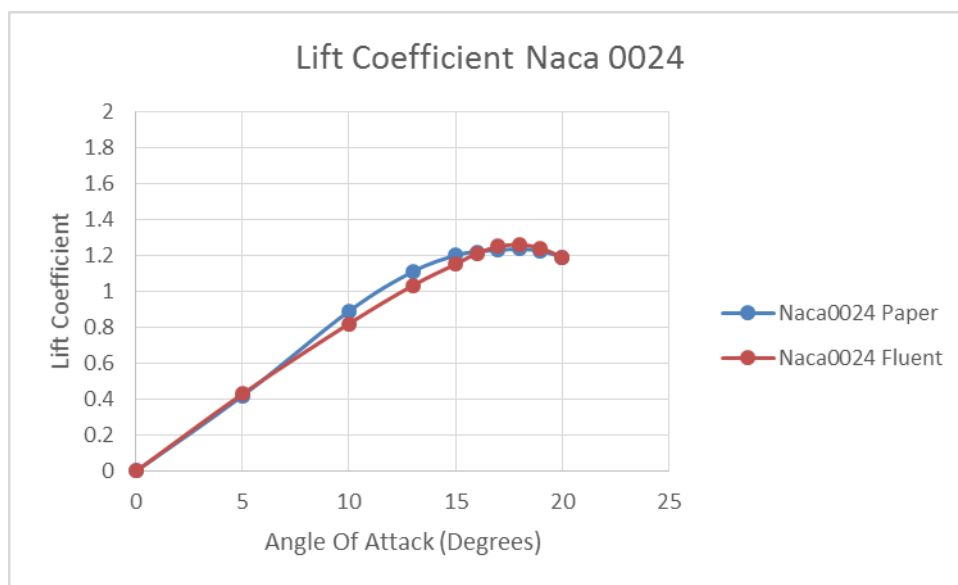
**Σχήμα 3.36: Διάγραμμα συντελεστή αντίστασης σε συνάρτηση με την γωνία προσβολής για τις τρεις υδροτομές.**

Όσον αφορά τον συντελεστή άνωσης αρχικά παρατηρούμε ότι η κρίσιμη γωνία προσβολής για την υδροτομή Naca 0024 είναι στις 18°. Με την διαμόρφωση Fishtail 1 παρατηρούμε ότι στο διάστημα γωνιών προσβολής 0° έως 17° παράγεται μεγαλύτερη δύναμη άνωσης σε σχέση με αυτή της Naca 0024 καθώς και ότι η κρίσιμη γωνία προσβολής μετατέθηκε στις 14°. Το «κέρδος» της δύναμης άνωσης εξισορροπείται στις 18° περίπου. Επιπρόσθετα με την διαμόρφωση Fishtail 2 παρατηρούμε ότι σε όλο το διάστημα των γωνιών από 0° έως

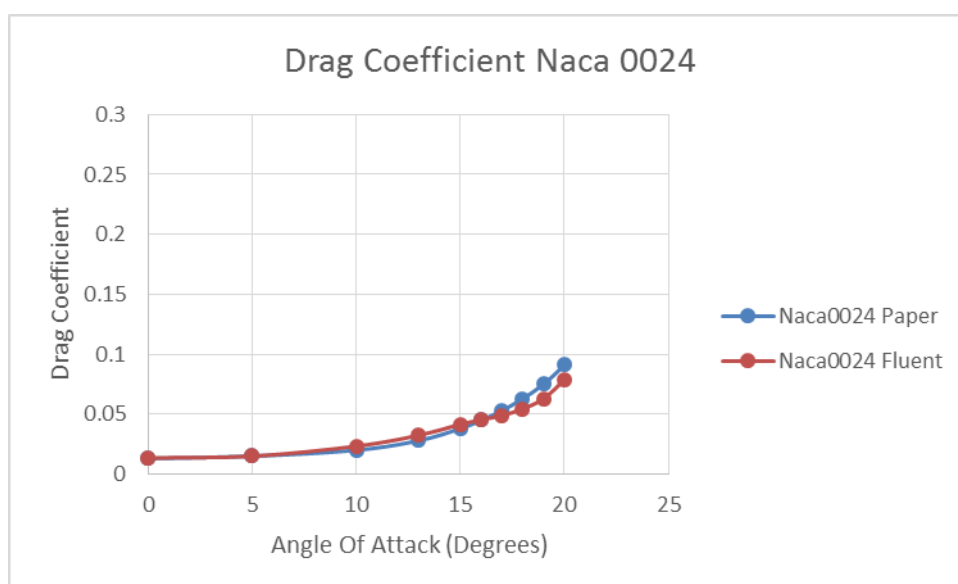
Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας 20° παράγεται μεγαλύτερη δύναμη άνωσης, με την κρίσιμη γωνία προσβολής να εμφανίζεται στις 15°. Αυτή ήταν και η συμπεριφορά που περιμέναμε προκαταρκτικά και σε σύγκριση με τα αποτελέσματα των έγκυρων δημοσιεύσεων που έχουμε επιβεβαιώνουμε την εγκυρότητα μας.

Παράλληλα παρατηρούμε μια μικρή αύξηση του συντελεστή αντίστασης με την διαμόρφωση Fishtail 1 η οποία μεγαλώνει ακόμα περισσότερο με την διαμόρφωση Fishtail 2, όπως και περιμέναμε. Η πιο απότομη αύξηση του συντελεστή αντίστασης πέραν των κρίσιμων γωνιών προσβολής είναι και εδώ εμφανής για κάθε γεωμετρία αντίστοιχα.

Κλείνοντας το τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε συγκριτικά διαγράμματα για τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης που υπολογίσαμε σε σχέση με αυτούς της βιβλιογραφίας [28], [29].

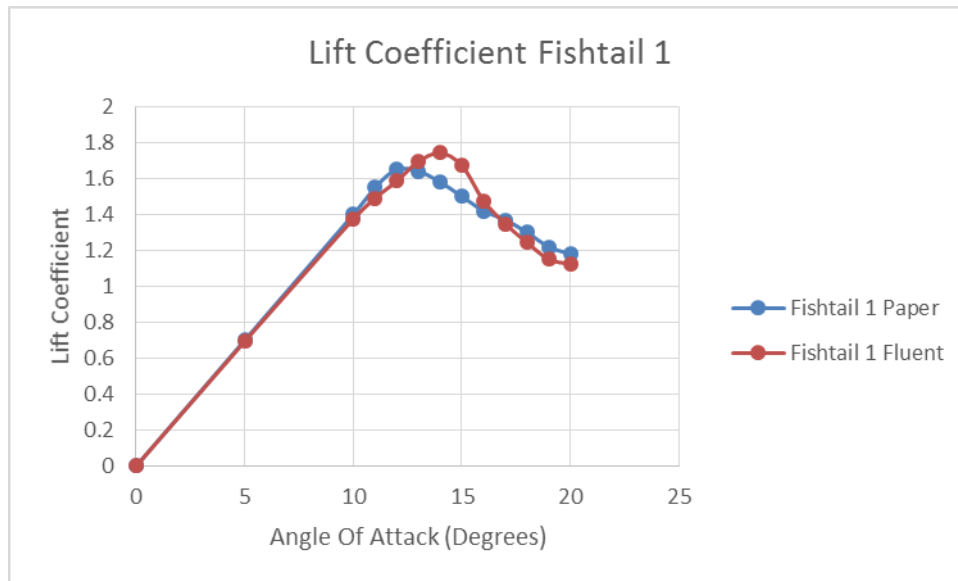


Σχήμα 3.37: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Naca 0024.

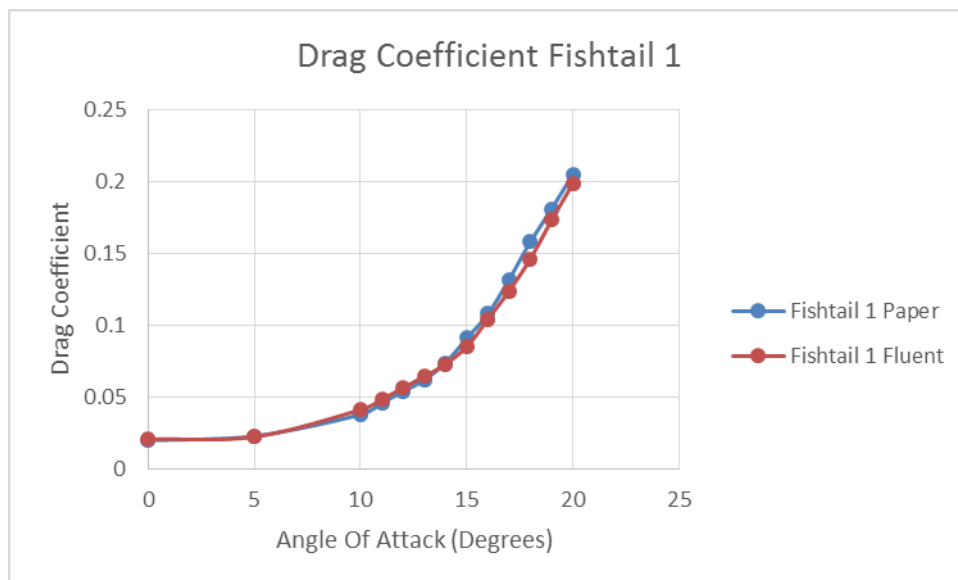


Σχήμα 3.38: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Naca 0024.

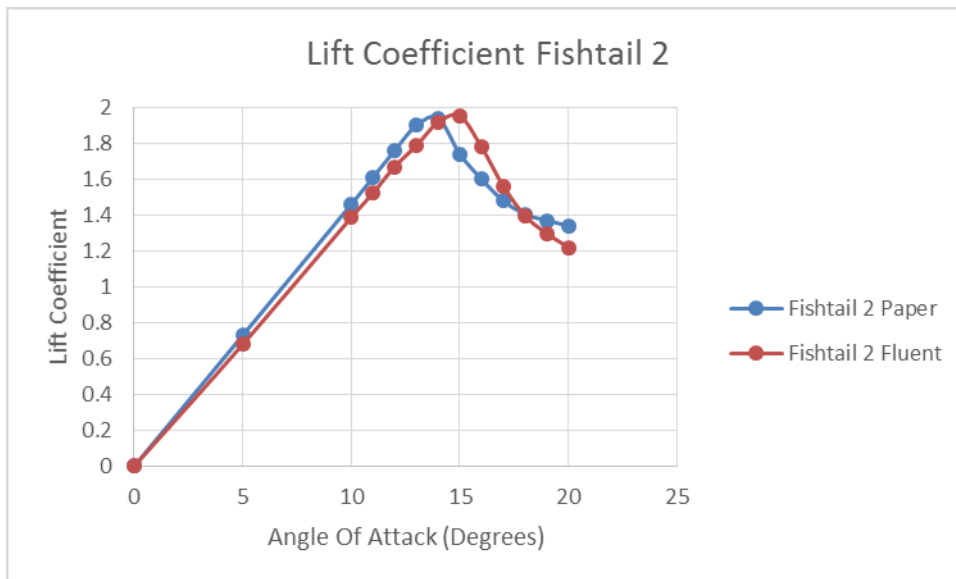
### Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικό Μέρος



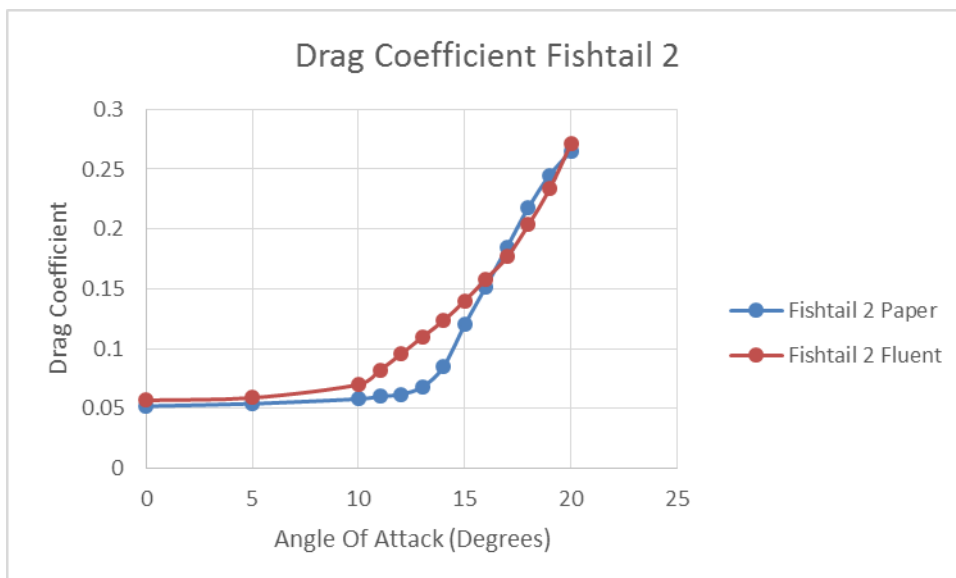
Σχήμα 3.39: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Fishtail 1.



Σχήμα 3.40: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Fishtail 1.



Σχήμα 3.41: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή άνωσης για την υδροτομή Fishtail 2.



Σχήμα 3.42: Σύγκριση αποτελεσμάτων συντελεστή αντίστασης για την υδροτομή Fishtail 2.

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω διαγράμματα οι διαφορές που παρουσιάζονται είναι πολύ μικρές. Συνακόλουθα η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων της βιβλιογραφίας πιστοποιεί την εγκυρότητα της μελέτης μας.

## Κεφάλαιο 4. Ελικτικότητα

Στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις ελιγμών σε προγραμματιστικό κώδικα Mathematica [31]–[33]. Οι ελιγμοί που προσομοιώθηκαν ήταν ο κύκλος στροφής (turning circle) και το zig-zag  $10^\circ/10^\circ$  και αφορούσαν το διπλέλικο πλοίο Ro-Ro “Αλκυών”. Κάθε ένας από τους ελιγμούς υλοποιήθηκε για τρεις διαφορετικές μοντελοποιήσεις πηδαλίων:

- Προσεγγιστικό μοντέλο MMG
- Πηδάλια τύπου Naca 0024
- Πηδάλια τύπου Fishtail 2

### 4.1 Βασικές εξισώσεις κίνησης

Για την περιγραφή ενός επιπλέοντος σώματος χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις κίνησης που ορίζονται από την δυναμική στερεού σώματος σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$F = \frac{d(m\vec{U})}{dt} \quad (22)$$

$$M = \frac{d(I\vec{\Omega})}{dt} \quad (23)$$

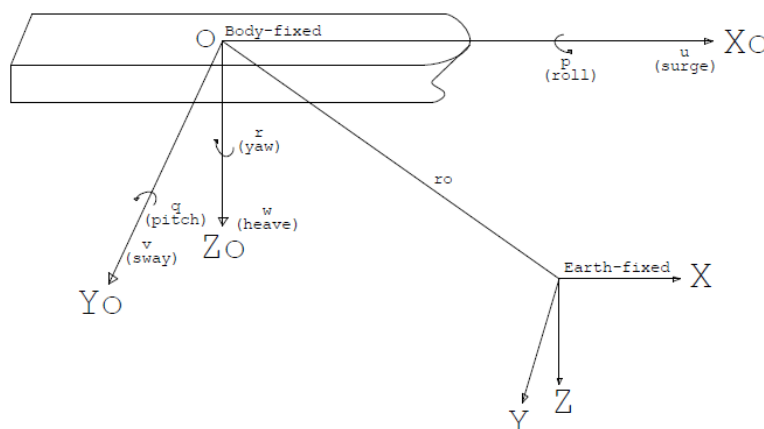
Οι παραπάνω εξισώσεις χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της κίνησης του πλοίου στους έξι βαθμούς ελευθερίας. Με τον όρο έξι βαθμούς ελευθερίας εννοούμε τις έξι δυνατές κινήσεις που μπορεί να εκτελέσει το πλοίο στον χώρο. Οι κινήσεις αυτές βρίσκονται συγκεντρωμένες στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 4.1 Κινήσεις στους έξι βαθμούς ελευθερίας

Β.ελευθερίας	Περιγραφή	Δυνάμεις-Ροπές	Γραμμικές και γωνιακές ταχύτητες	Θέσεις και γωνίες
1	Κίνηση κατά τον χ άξονα	X	u	x
2	Κίνηση κατά τον γ άξονα	Y	v	y
3	Κίνηση κατά τον z άξονα	Z	w	z
4	Περιστροφή κατά τον χ άξονα	K	p	φ
5	Περιστροφή κατά τον γ άξονα	M	q	θ
6	Περιστροφή κατά τον z άξονα	N	r	ψ

Για να ορίσουμε την κίνηση του πλοίου στους έξι βαθμούς ελευθερίας είναι απαραίτητο να οριστούν δύο συστήματα συντεταγμένων. Το πρώτο έχει το κέντρο του πάνω στην μέση τομή του πλοίου και συνεπώς είναι κινούμενο. Είναι καρτεσιανό και οι άξονες του ορίζονται ως  $X_0, Y_0, Z_0$ . Οι κινήσεις του πλοίου ορίζονται ως προς το σωματοπαγές σύστημα συντεταγμένων. Κίνηση και περιστροφή κατά τον άξονα  $x$  ορίζουν τις κινήσεις surge και roll αντιστοίχως. Ομοίως, η κίνηση και η περιστροφή κατά τον άξονα  $y$  ορίζουν τις κινήσεις sway και pitch αντιστοίχως. Τέλος, κίνηση και περιστροφή κατά τον άξονα  $z$  ορίζουν τις κινήσεις heave και roll αντιστοίχως.

Το δεύτερο σύστημα συντεταγμένων βρίσκεται πάνω στην γη και είναι ακίνητο, καρτεσιανό με άξονες  $X, Y, Z$ . Το σύστημα αυτό είναι απαραίτητο για τον παρατηρητή που βρίσκεται έξω του πλοίου σε κάποιο σημείο της στεριάς. Το σημαντικό πλεονέκτημα αυτού του συστήματος είναι ότι μας δίνει την δυνατότητα να παρατηρήσουμε την τροχιά που διαγράφει το πλοίο πάνω στο επίπεδο της θάλασσας καθώς και τις υπόλοιπες κινήσεις του φυσικά. Συνήθως ως αρχή του συστήματος αυτού λαμβάνεται ένα σημείο το οποίο καθ' ύψος βρίσκεται στο επίπεδο της θάλασσας. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζονται οι ορισμοί των συστημάτων που αναφέραμε (Σχήμα 4.1) [34]:



Σχήμα 4.1: Συστήματα συντεταγμένων [34]

## 4.2 Σύντομη περιγραφή ελιγμών

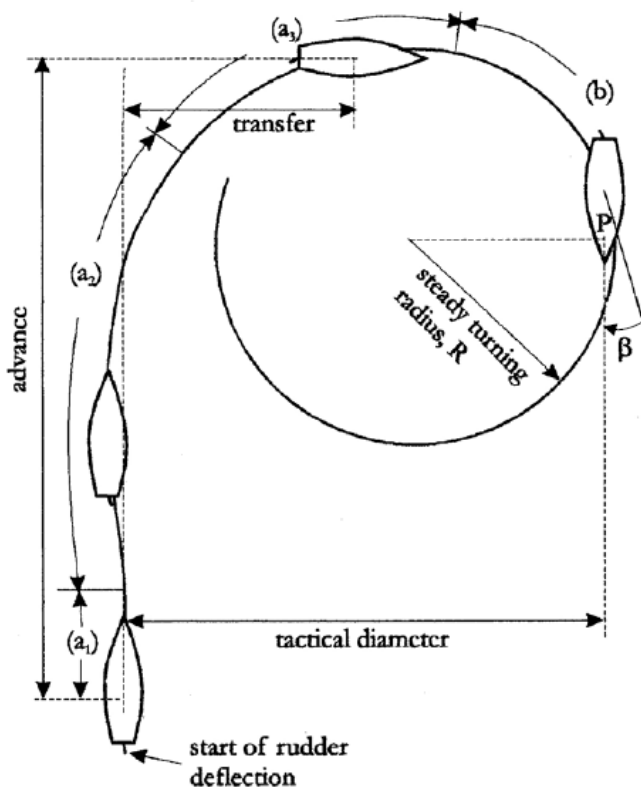
### 4.2.1 Κύκλος στροφής

Για την εκτέλεση του κύκλου στροφής (Σχήμα 4.2) εφαρμόζεται η ακόλουθη διαδικασία : σε πλοίο το οποίο ταξιδεύει σε ευθεία πορεία με σταθερή ταχύτητα εφαρμόζεται εκτροπή του πηδαλίου από μηδενική γωνία στις  $35^\circ$  ή στη μέγιστη επιτρεπόμενη. Η εκτροπή διατηρείται όσο χρονικό διάστημα απαιτείται για να πραγματοποιηθεί ο κύκλος και να μετρηθούν τα απαιτούμενα μεγέθη. Τα μεγέθη που αξιολογούνται είναι η προχώρηση (advance) και η τακτική διάμετρος (tactical diameter). Προχώρηση ονομάζεται η απόσταση που ταξιδεύει το πλοίο, μετρούμενη από το μέσο του, στην κατεύθυνση της αρχικής του πορείας από τη στιγμή που δίνεται η εντολή για εκτροπή του πηδαλίου μέχρι η γωνία πορείας του πλοίου να γίνει  $90^\circ$ . Τακτική διάμετρος ονομάζεται η απόσταση που ταξιδεύει το πλοίο,



#### Κεφάλαιο 4: Ελικτικότητα

μετρούμενη από το μέσο του, από τη στιγμή που δίνεται η εντολή για εκτροπή του πηδαλίου μέχρι η γωνία πορείας του πλοίου να γίνει  $180^\circ$ . Μετριέται κάθετα στην κατεύθυνση της αρχικής πορείας του πλοίου. Δύο ακόμα ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά είναι η διάμετρος του τελικού κύκλου στροφής (steady turning radius) και η μεταφορά (transfer), η οποία είναι η κάθετη απόσταση από την αρχική πορεία του πλοίου και μετριέται την ίδια χρονική στιγμή με την προχώρηση, ωστόσο οι κανονισμοί δεν ορίζουν κάποια απαίτηση για αυτά τα μεγέθη.

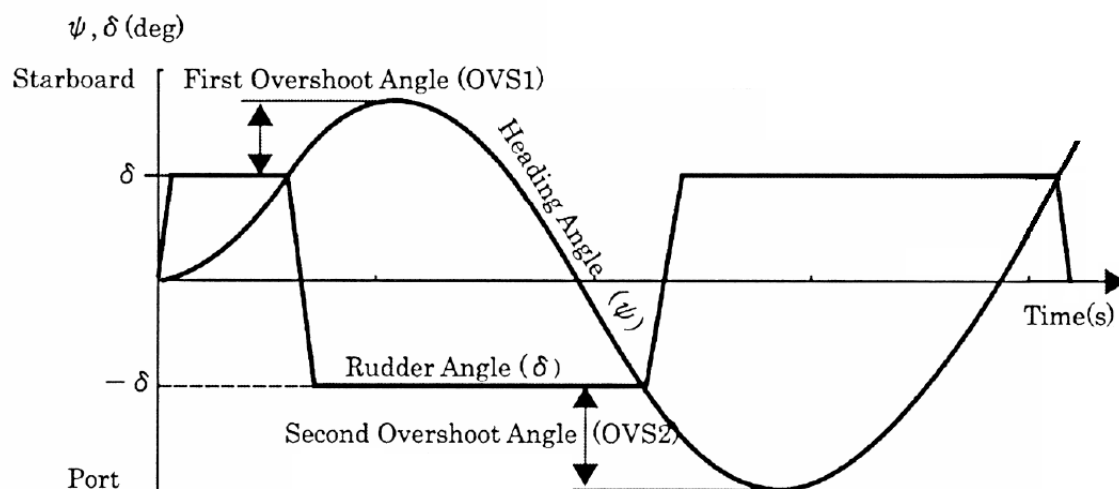


Σχήμα 4.2: Σχηματική απεικόνιση του κύκλου στροφής [35].

#### 4.2.2 Zig-Zag

Η ικανότητα ανακοπής στροφής και διατήρησης πορείας ενός πλοίου αξιολογείται με τη δοκιμή zig-zag (Σχήμα 4.3). Σε πλοίο το οποίο ταξιδεύει αρχικά σε ευθεία πορεία, με σταθερή ταχύτητα, εφαρμόζεται εκτροπή του πηδαλίου από μηδενική γωνία στις  $\delta^\circ$  (συνήθως  $10^\circ$  ή  $20^\circ$ ). Διατηρείται σταθερή η εκτροπή του πηδαλίου μέχρι η γωνία πορείας του πλοίου να γίνει  $\delta^\circ$ , τότε στρέφεται το πηδάλιο στις  $-\delta^\circ$  από την αρχική πορεία. Διατηρώντας σταθερή τη γωνία πηδαλίου στις  $-\delta^\circ$ , το πλοίο θα συνεχίσει να στρέφεται στην αρχική πορεία με επιβραδυνόμενο ρυθμό στροφής. Στη συνέχεια, ανταποκρινόμενο στο πηδάλιο, το πλοίο θα στραφεί αντίθετα. Όταν το πλοίο αποκτήσει γωνία πορείας  $-\delta^\circ$  από την αρχική, το πηδάλιο θα στραφεί ξανά στις  $\delta^\circ$ . Σύμφωνα με τα πρότυπα η δοκιμή πραγματοποιείται για γωνία  $10^\circ$  οπότε και πρόκειται για δοκιμή  $10^\circ/10^\circ$  zig-zag και για γωνία  $20^\circ$  οπότε και πρόκειται για δοκιμή  $20^\circ/20^\circ$  zig-zag. Τα μεγέθη που μετρώνται είναι η πρώτη και η δεύτερη γωνία υπέρβασης (first & second overshoot angles). Τρίτη γωνία

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας υπέρβασης ορίζεται η διαφορά της μέγιστης γωνίας πορείας του πλοίου ( $\psi_{max}$ ) από τη γωνία του πηδαλίου ( $\delta^\circ$ ) [33].



Σχήμα 4.3: Σχηματική απεικόνιση του zig-zag [35].

### 4.3 Προσομοιώσεις ελιγμών στο Mathematica

#### 4.3.1 Προσεγγιστικό μοντέλο MMG

Για τις προσομοιώσεις μας θα χρησιμοποιηθεί μη γραμμικό μοντέλο. Για τη μη γραμμική θεώρηση θεωρούμε ότι η απώλεια ταχύτητας κατά τη διάρκεια των ελιγμών δεν είναι αμελητέα, επομένως στις εξισώσεις κίνησης θα συμπεριληφθεί και αυτή του surge. Θα ακολουθηθεί το μοντέλο του Mikelis [36], [37], αλλά δεν θα συμπεριληφθεί η επίδραση του roll, που συχνά στις μελέτες ελκτικότητας παραλείπεται όταν το πλοίο δεν αποκτά σοβαρή εγκάρσια κλίση κατά τη στροφή. Το μαθηματικό του μοντέλο είναι “modular” αφού οι δυνάμεις και οι ροπές της γάστρας (H), του πηδαλίου (R), και της έλικας (P) μοντελοποιούνται ξεχωριστά, χωρίς βέβαια να αμελούνται οι μεταξύ τους επιδράσεις.

$$\text{Surge} : m(\dot{u} - r \cdot v - x_G \cdot r^2) = X_H + X_P + X_R \quad (24)$$

$$\text{Sway} : m(\dot{v} - r \cdot u - x_G \cdot \dot{r}) = Y_H + Y_P + Y_R \quad (25)$$

$$\text{Yaw} : I_Z \dot{r} + m x_G (\dot{v} + r \cdot u) = N_H + N_P + N_R \quad (26)$$

Όπου:

$m$  είναι η μάζα του πλοίου

$u$  είναι η ταχύτητα surge

$v$  είναι η ταχύτητα sway

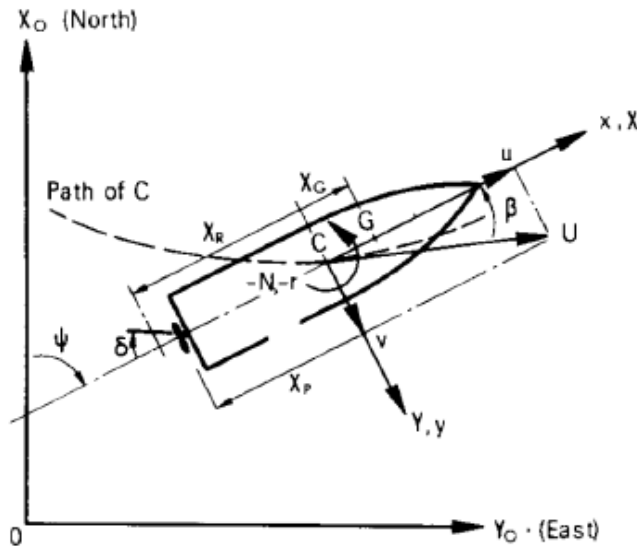
$r$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του πλοίου

$\dot{\cdot}$  είναι η παράγωγος ενός μεγέθους ως προς το χρόνο

$I_Z$  είναι η ροπή αδράνειας ως προς  $z$

$x_G$  είναι το κέντρο βάρους του πλοίου

Κεφάλαιο 4: Ελκτικότητα



Σχήμα 4.4 : Σύστημα συντεταγμένων του μοντέλου [36].

Οι ροπές και οι δυνάμεις στη γάστρα υπολογίζονται ως ακολούθως :

$$X_H = X_{\dot{u}}\dot{u} - Y_{\dot{v}}vr - \frac{u}{|u|} Y_{\dot{r}}r^2 + X_{vr}vr - X(u) \quad (27)$$

$$Y_H = Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_vvU + \frac{u}{|u|} Y_r rU + Y_{vv}v|v| + Y_{vr}v|r| + \frac{u}{|u|} Y_{rr}r|r| \quad (28)$$

$$N_H = N_{\dot{r}}\dot{r} + N_{\dot{v}}\dot{v} + N_r rU + \frac{u}{|u|} N_v vU + N_{rr}r|r| + \frac{u}{|u|} N_{rv} \frac{rv}{U} + N_{vvr} \frac{vvr}{U} \quad (29)$$

Όπου:

$$U = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$X(u)$  είναι η αντίσταση ως συνάρτηση της ταχύτητας  $u$

$X_{\dot{u}}, X_{vr}, Y_{\dot{v}}, Y_{\dot{r}}, Y_v, Y_r, Y_{vv}, Y_{vr}, Y_{rr}$  : οι υδροδυναμικοί συντελεστές των δυνάμεων

$N_{\dot{r}}, N_{\dot{v}}, N_r, N_r, N_{rr}, N_{vvr}, N_{rvv}$  : οι υδροδυναμικοί συντελεστές των ροπών που επιδρούν στη γάστρα

Για τον υπολογισμό των δυνάμεων της έλικας :

$$X_p = (1 - t_p)pn^2D^4K_T \quad (30)$$

Ενώ  $Y_p = 0, N_p = 0$

Όπου:

$t_p$  είναι το ποσοστό μείωσης ώσης

$p$  είναι η πυκνότητα του νερού

$n$  είναι οι στροφές της έλικας

$D$  είναι η διάμετρος της έλικας

$K_T$  είναι ο συντελεστής ώσης της έλικας

Στο μη γραμμικό μοντέλο, για τις δυνάμεις και τις ροπές του πηδαλιού χρησιμοποιήθηκε προσέγγιση που βασίζεται στο μοντέλο MMG [38]–[40].

$$X_R = -2(1-t_R)F_N \sin \delta \quad (31)$$

$$Y_R = -2(1+a_H)F_N \cos \delta \quad (32)$$

$$N_R = -2(1+a_H(x_H/x_R))x_R F_N \cos \delta \quad (33)$$

Όπου:

$$a_H = \begin{cases} -1.5s_0 / H_R + 1.0, & u(1-w_p) / (nP) > 0.3 \\ (-1.5s_0 / H_R + 1.0)(u(1-w_p) / (nP)) / 0.3, & u(1-w_p) / (nP) < 0.3 \end{cases} \quad (34)$$

$$s_0 = 0.48D \quad (35)$$

$$F_N = 0.5pA_R U_R^2 f(\Lambda) \sin a_R \quad (36)$$

$$f(\Lambda) = 6.13\Lambda / (\Lambda + 2.25) \quad (37)$$

$$x_H = x_R \quad (38)$$

$$w_R / w_{Ro} = w_p / w_{Po} = \exp(K_1 \beta_p^2) \quad (39)$$

$$t_R / t_{Ro} = t_p / t_{Po} = \exp(K_1 \beta_p^2) \quad (40)$$

$$K_1 = -4 \quad (41)$$

$$U_R = (u_R^2 + v_R^2)^{1/2} \quad (42)$$

$$u_R = u(1-w_p)[1.0 + c_2 \cdot g(s)]^{1/2} \quad (43)$$

$$v_R = u_R \cdot \gamma \cdot \beta_R \quad (44)$$

$$c_2 = 1 \quad (45)$$

$$\gamma = 0.3 \quad (46)$$

$$s = 1 - u(1-w_p) / (nP) \quad (47)$$

$$g(s) = \eta \cdot k[2 - (2-k)s]s / (1-s)^2 \quad (48)$$

$$\eta = D / H_R \quad (49)$$

$$k = 0.6(1-w_p) / (1-w_R) \quad (50)$$

$$a_R = \delta - \tan^{-1} \left( \frac{v_R}{u_R} \right) \quad (51)$$

$$\beta_p = \beta - x'_p \cdot r' = \beta - (x_p / L)(rL / U) \quad (52)$$

$$\beta_R = \beta - 2x'_R \cdot r' = \beta - (2x_R / L)(rL / U) \quad (53)$$

$$\beta = -\text{ArcSin} \left( \frac{v}{U} \right) \quad (54)$$

$$U = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (55)$$

Ονομαστική περιγραφή των μεγεθών του μοντέλου:

$t_R$  είναι το ποσοστό μείωσης ώσης πηδαλίου

$F_N$  είναι η δύναμη που επιδρά κάθετα στο πηδάλιο

$\delta$  είναι η γωνία πηδαλίου

$a_H$  είναι ο συντελεστής αλληλεπίδρασης πηδαλίου-γάστρας

$x_R$  είναι η θέση του κέντρου άνωσης του πηδαλίου

#### Κεφάλαιο 4: Ελικτικότητα

$x_p$  είναι η διαμήκης απόσταση έλικας

$H_R$  είναι το ύψος του πηδαλίου

$s_0$  είναι το διάκενο ανάμεσα στο πηδάλιο και την πρύμνη

$u$  είναι η ταχύτητα surge του πλοίου

$P$  είναι το βήμα της έλικας

$p$  είναι η πυκνότητα του νερού

$A_R$  είναι η επιφάνεια του πηδαλίου

$U_R$  είναι η μέση ταχύτητα ροής που προσπίπτει στο πηδάλιο

$a_R$  είναι η γωνία πρόσπτωσης της ροής στο πηδάλιο

$f(\Lambda)$  είναι ο συντελεστής κάθετης δύναμης σε ελεύθερη ροή

$\Lambda$  είναι ο λόγος επιμήκους του πηδαλίου

$w_R$  είναι το ποσοστό ομόρρου πηδαλίου

$w_p$  είναι το ποσοστό ομόρρου έλικας

$t_p$  είναι το ποσοστό μείωσης ώσης έλικας

$t_R$  είναι το ποσοστό μείωσης ώσης πηδαλίου

$u_R$  είναι η surge συνιστώσα ταχύτητας ροής πρόσπτωσης στο πηδάλιο

$v_R$  είναι η sway συνιστώσα ταχύτητας ροής πρόσπτωσης στο πηδάλιο

$\gamma$  είναι ο συντελεστής εξομάλυνσης της ροής

$\beta$  είναι η γωνία πλαγιολίσθησης πλοίου

$\beta_p$  είναι η γωνία πλαγιολίσθησης έλικας

$\beta_R$  είναι η γωνία πλαγιολίσθησης πηδαλίου

$n$  είναι οι στροφές της έλικας

$k$  είναι ο συντελεστής αύξησης ταχύτητας ροής λόγω ομόρρου έλικας

$v$  είναι η ταχύτητα sway του πλοίου

$U$  είναι η πρόσω ταχύτητα του πλοίου

$r$  είναι η γωνιακή ταχύτητα του πλοίου

$L$  είναι το μήκος μεταξύ των καθέτων του πλοίου [33]

Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν για τις προσομοιώσεις δίνονται παρακάτω (Πίνακας 4.2) [33], [34], [41].

Πίνακας 4.2: Στοιχεία πλοίου Ro-Ro Αλκυών

Κύρια Μεγέθη	Συμβολισμός	Τιμή
Κύρια μεγέθη γάστρας		
Μήκος μεταξύ καθέτων	L	172 m
Πλάτος	B	25 m
Βύθισμα στο midship	T	6.2 m
Συντελεστής γάστρας	$C_B$	0.665 m

<b>Ταχύτητα Υπηρεσίας</b>	$V_s$	28 knots
<b>Απόσταση LCG από midship</b>	LCG	-9.26 m
<b>Εκτόπισμα</b>	m	15993500 kg
<b>Ροπή αδράνειας ως προς z</b>	$I_z$	35705788000 m
<b>Κύρια μεγέθη έλικας</b>		
<b>Βήμα</b>	P	5.97 m
<b>Διάμετρος</b>	D	5 m
<b>Λόγος βήματος προς διάμετρο</b>	P/D	1.194
<b>Ποσοστό μείωσης ώσης</b>	$t_p$	0.111
<b>Ποσοστό ομόρρου</b>	w	0.093
<b>Διαμήκης θέση έλικας (από midship)</b>	$x_p$	-81.5 m
<b>Στροφές</b>	n	3.398605 rps
<b>Κύρια μεγέθη πηδαλίου</b>		
<b>Επιφάνεια</b>	$A_R$	22 m <sup>2</sup>
<b>Λόγος επιμήκους</b>	$\Lambda$	2.27
<b>Διαμήκης θέση πηδαλίου (από midship)</b>	$x_R$	-82.6 m
<b>Ύψος</b>	$H_R$	5 m
<b>Συντελεστές πολυωνύμου αντίστασης</b>		
	$a_1$	48.318.6
	$a_2$	-6821.121
	$a_3$	864.1786
<b>Σταθερές πολυωνύμου έλικας</b>		
	$c_0$	0.57222
	$c_1$	-0.3925926
	$c_2$	-0.0493827
<b>Υδροδυναμικές Παράγωγοι</b>		
	$X_{\dot{u}}$	-1344541.5 kg
	$Y_{\dot{v}}$	-13445415 kg
	$Y_{\dot{r}}$	-79951391 kg·m
	$N_{\dot{v}}$	-10049649.4 kg·m
	$N_{\dot{r}}$	-23557572000 kg·m <sup>2</sup>
	$Y_v$	-133935.4 kg/m
	$Y_r$	5728382.3 kg
	$N_v$	-6210522 kg
	$N_r$	-560810620 kg·m
	$X_{vr}$	-6085731 kg
	$Y_{vv}$	-329472.08 kg/m

	$Y_{vr}$	$-2.4018970.7 \text{ kg}$
	$Y_{rr}$	$-792814380 \text{ kg} \cdot m$
	$N_{rr}$	$-121608192000 \text{ kg} \cdot m^2$
	$N_{vvr}$	$-3442848000 \text{ kg} \cdot m^2$
	$N_{vrr}$	$-1717998400 \text{ kg} \cdot m$

Η πολυωνυμική συνάρτηση για την αντίσταση του πλοίου είναι η ακόλουθη [34]:

$$X(u) = R = a_1 \cdot u + a_2 \cdot u^2 + a_3 \cdot u^3 \quad (56)$$

Ο συντελεστής ώσης της έλικας ( $K_T$ ) υπολογίζεται θεωρώντας τον ως πολυώνυμο 2ου βαθμού [33]:

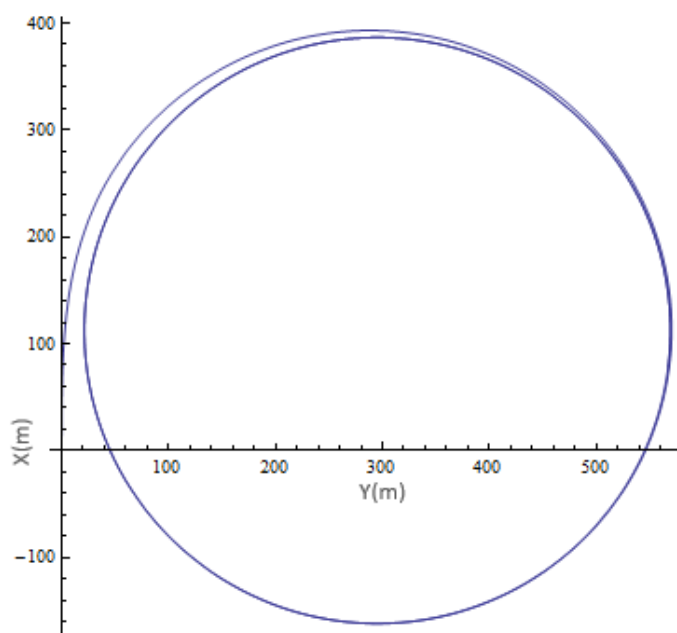
$$K_T = c_0 + c_1 \cdot J_P + c_2 J_P^2 \quad (57)$$

Όπου:

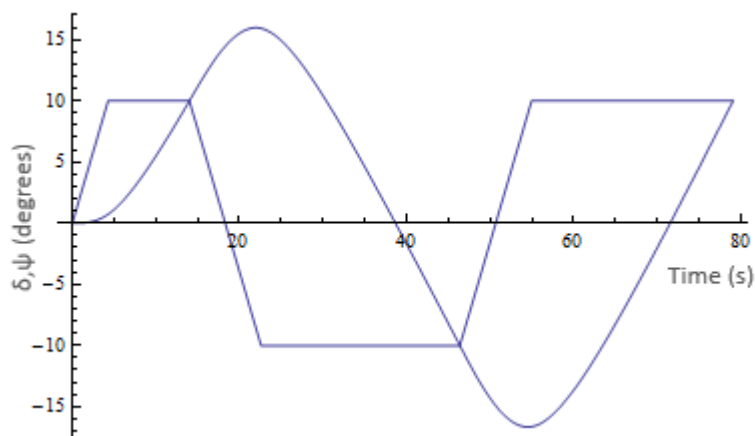
$$J_P = \frac{u(1-w)}{n \cdot D} \quad (58)$$

Οι συντελεστές  $a_1, a_2, a_3, c_0, c_1, c_2$  πάρθηκαν έτοιμοι από την βιβλιογραφία [33], [34].

Ο ελιγμός του κύκλου στροφής προσομοιώθηκε με γωνία πηδαλίου  $20^\circ$  ενώ ο ελιγμός του zig-zag με γωνία  $10^\circ$ . Τα αποτελέσματα για τους δύο ελιγμούς παρουσιάζονται ακολούθως ( Σχήμα 4.5 , Σχήμα 4.6):



Σχήμα 4.5: Κύκλος στροφής για το προσεγγιστικό μοντέλο MMG.



Σχήμα 4.6: Zig-Zag 10°/10° για το προσεγγιστικό μοντέλο MMG.

Τα μεγέθη που θα σχολιαστούν και θα συγκριθούν όσον αφορά τον κύκλο στροφής είναι η προχώρηση και η τακτική διάμετρος, ενώ για το zig-zag η πρώτη και η δεύτερη γωνία υπέρβασης. Οι τιμές τους δίνονται στον Πίνακα 4.3.

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα κύριων μεγεθών ελιγμών του μοντέλου MMG.

Μέγεθος	Τιμή
<b>Κύκλος στροφής</b>	
Προχώρηση	396.5 m
Τακτική διάμετρος	570.3 m
<b>Zig-zag 10°/10°</b>	
1 <sup>η</sup> γωνία υπέρβασης	5.974°
2 <sup>η</sup> γωνία υπέρβασης	6.66°

Όπως αναφέραμε και νωρίτερα το υπό μελέτη πλοίο έχει μήκος 172m. Οι τιμές προχώρησης και τακτικής διαμέτρου είναι ικανοποιητικές αν λάβουμε υπόψην το μήκος του πλοίου μας και ότι σε αυτό το μοντέλο δεν έχουμε μια σαφή περιγραφή της γεωμετρίας του πηδαλίου. Αντίστοιχα η τιμή της 1<sup>ης</sup> γωνίας υπέρβασης είναι η αναμενόμενη, ενώ στην 2<sup>η</sup> γωνία υπέρβασης ίσως να περιμέναμε λίγο μεγαλύτερη τιμή.



### 4.3.2 Πηδάλια τύπου Naca 0024 και Fishtail 2

Το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε για τις ακόλουθες προσομοιώσεις είναι εντελώς αντίστοιχο με το προηγούμενο. Η μόνη διαφορά έγκειται στην μοντελοποίηση της δύναμης  $F_N$  του πηδαλίου. Συγκεκριμένα η δύναμη  $F_N$  που επιδρά στο πηδάλιο υπολογίζεται πλέον από τον ακόλουθο τύπο:

$$F_N = Lift \cdot \cos(aR) + Drag \cdot \sin(aR) \quad (59)$$

Όπου:

$$Lift = 0,5 \cdot \rho \cdot Cl \cdot A_R \cdot u^2 \quad (60)$$

$$Drag = 0,5 \cdot \rho \cdot Cd \cdot A_R \cdot u^2 \quad (61)$$

Συνακόλουθα οι δυνάμεις και οι ροπές του πηδαλίου μοντελοποιούνται ως εξής:

$$X_R = -2F_N \sin \delta \quad (62)$$

$$Y_R = -2F_N \cos \delta \quad (63)$$

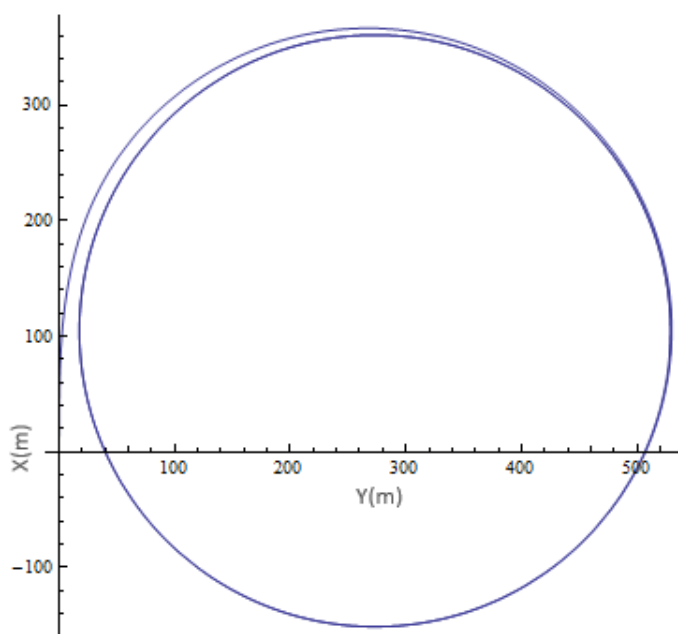
$$N_R = -2x_R F_N \cos \delta \quad (64)$$

Οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης μοντελοποιήθηκαν ως πολυωνυμικές συναρτήσεις της γωνίας πρόσπτωσης της ροής στο πηδάλιο  $a_R$ .

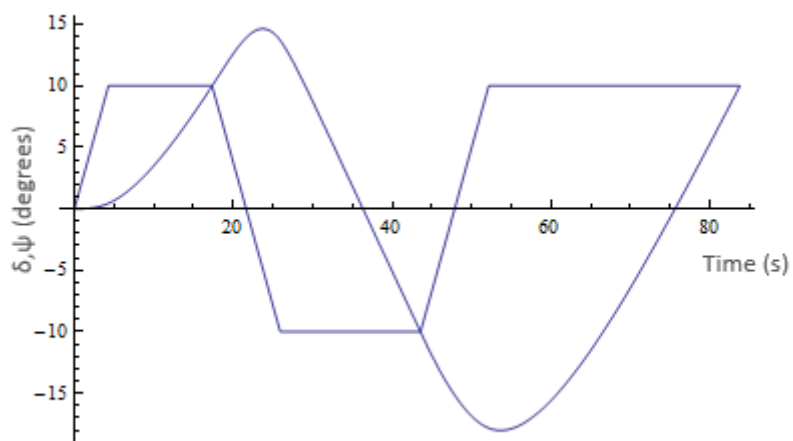
$$Cl = a_{22} + b_{22}a_R^2 + c_{22}a_R^3 + d_{22}a_R^4 + e_{22}a_R^5 + f_{22}a_R \quad (65)$$

$$Cd = a_{33} + b_{33}a_R^2 + c_{33}a_R^3 + d_{33}a_R^4 + e_{33}a_R^5 + f_{33}a_R \quad (66)$$

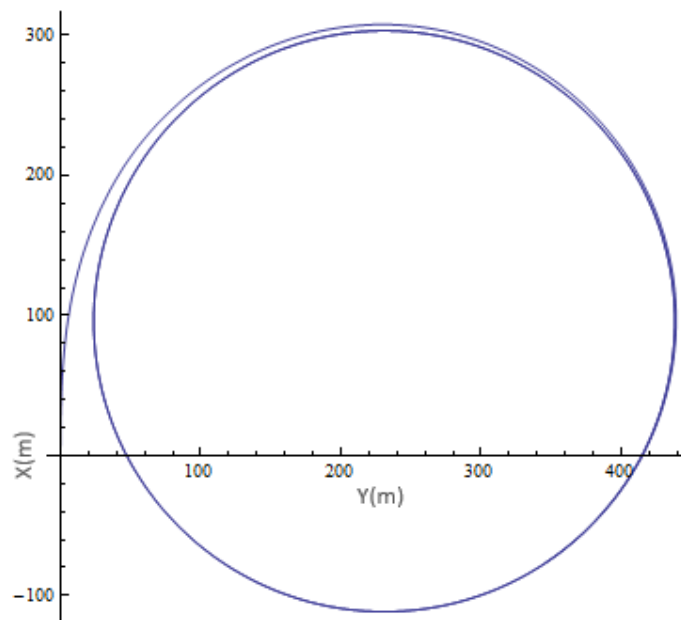
Οι τιμές των συντελεστών  $a_{22}, a_{33}, b_{22}, b_{33}, c_{22}, c_{33}, d_{22}, d_{33}, e_{22}, e_{33}, f_{22}, f_{33}$  υπολογίστηκαν με παρεμβολή των σημείων  $(\delta, Cl)$  και  $(\delta, Cd)$  που υπολογίστηκαν στο τρίτο κεφάλαιο. Τα αποτελέσματα για τους δύο ελιγμούς παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



Σχήμα 4.7: Κύκλος στροφής για πηδάλιο τύπου Naca 0024.

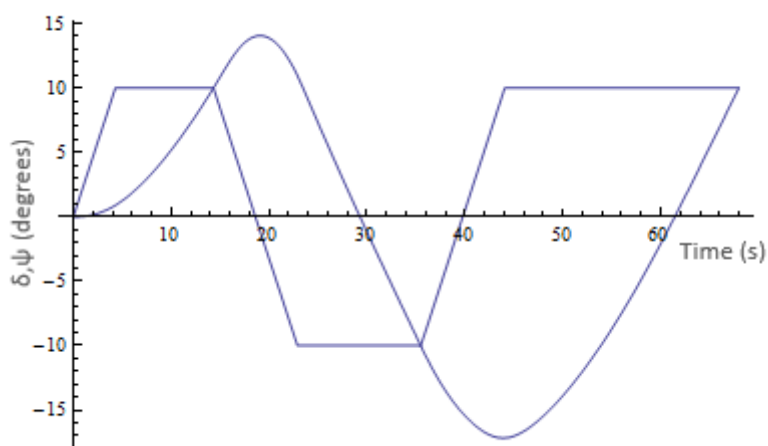


Σχήμα 4.8: Zig-Zag  $10^\circ/10^\circ$  για πηδάλιο τύπου Naca 0024



Σχήμα 4.9 : : Κύκλος στροφής για πηδάλιο τύπου Fishtail 2.

#### Κεφάλαιο 4: Ελκτικότητα



Σχήμα 4.10: Zig-Zag 10°/10° για για πηδάλιο τύπου Fishtail 2.

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα κύριων μεγεθών ελιγμών των πηδαλίων Naca 0024 και Fishtail 2.

Μέγεθος	Τιμή για πηδάλιο Naca 0024	Τιμή για πηδάλιο Fishtail 2	Ποσοστό βελτίωσης
<b>Κύκλος στροφής</b>			
Προχώρηση	367.4 m	308.7 m	15.98 %
Τακτική διάμετρος	529.8 m	439.1 m	17.12 %
<b>Zig-zag 10°/10°</b>			
1η γωνία υπέρβασης	4.64°	4.052°	12.67 %
2η γωνία υπέρβασης	8.008°	7.166°	10.51 %

Οι τιμές των προσομοιώσεων για τα δύο πηδάλια που μοντελοποιήθηκαν πιστοποιούν αυτό που αναμέναμε. Συγκεκριμένα το πηδάλιο Fishtail 2 σχεδιάστηκε για να προσφέρει μεγαλύτερη δύναμη άνωσης και συνεπώς να προσδώσει καλύτερη ελκτική συμπεριφορά στο πλοίο σε γωνίες προσβολής μέχρι και 20°. Ο Πίνακας 4.4 βεβαιώνει ότι και στις δύο δοκιμές το πηδάλιο τύπου Fishtail 2 παρουσιάζει βελτιωμένη ελκτική συμπεριφορά σε σχέση με το πηδάλιο τύπου Naca 0024. Παρατηρούμε δηλαδή ότι οι τιμές της προχώρησης, της τακτικής διαμέτρου, όσον αφορά τον κύκλο στροφής, και της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> γωνίας όσον αφορά το zig-zag του πηδαλίου Fishtail 2 είναι μικρότερες σε σχέση με αυτές του πηδαλίου Naca 0024.

Ακολούθως, στον Πίνακα 4.5 συνοψίζουμε τα αποτελέσματα των τριών μοντελοποιήσεων στις δύο δοκιμές της ελκτικότητας.

Πίνακας 4.5: Συγκριτικός πίνακας κύριων μεγεθών ελιγμών

Μέγεθος	Τιμή για το προσεγγιστικό μοντέλο	Τιμή για πηδάλιο Naca 0024	Τιμή για πηδάλιο Fishtail 2
<b>Κύκλος στροφής</b>			
Προχώρηση	396.5 m	367.4 m	308.7 m
Τακτική διάμετρος	570.3 m	529.8 m	439.1 m
<b>Zig-zag 10°/10°</b>			
1η γωνία υπέρβασης	5.974°	4.64°	4.052°
2η γωνία υπέρβασης	6.66°	8.008°	7.166°

Καταλήγοντας αναφέρουμε ότι οι διαφορές των τιμών ανάμεσα στο προσεγγιστικό μοντέλο MMG και στις μοντελοποιήσεις των δικών μας πηδαλίων οφείλεται στην πιο σαφή περιγραφή της γεωμετρίας του πηδαλίου, το οποίο αντικατοπτρίζεται στις τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης που υπολογίσαμε από τις προσομοιώσεις του Fluent στο τρίτο κεφάλαιο.

## Κεφάλαιο 5. Συμπεράσματα

### 5.1 Συμπεράσματα

Αρχικά είναι αναγκαίο να αναφερθεί ότι για την εκπόνηση των προσομοιώσεων στο πρόγραμμα Fluent απαιτήθηκε ένα εύλογο χρονικό διάστημα, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο για την εξοικείωση και την εκμάθηση των ιδιαιτεροτήτων ενός σύνθετου και πολύπλοκου κώδικα CFD.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάστηκε η σχεδίαση και η μελέτη των συμμετρικών αεροτομών τύπου Naca 0012 και Naca 0015 με τη χρήση διάφορων μοντέλων τύρβης καθώς και των υδροτομών τύπου Naca 0024, Fishtail 1 και Fishtail 2. Σε κάθε περίπτωση, ιδιαίτερη σημασία δόθηκε στις κατάλληλες ρυθμίσεις του κώδικα fluent για την εκάστοτε προσομοίωση καθώς και στην επίτευξη του κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος. Οι επιδράσεις των διαμορφώσεων του πλέγματος και των ρυθμίσεων (settings) στο fluent αποδείχθηκαν πολύ σημαντικές για τον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Το κεφάλαιο 3 καταλήγει παρουσιάζοντας και συγκρίνοντας τις επιδράσεις που έχει η γεωμετρία του τύπου Fishtail στους συντελεστές άνωσης και αντίστασης καθώς και στη κρίσιμη γωνία προσβολής.

Στο τελευταίο κεφάλαιο της διπλωματικής εργασίας γίνεται η χρήση των αποτελεσμάτων που λάβαμε από το Fluent για τις δυνάμεις αντίστασης και άνωσης, σε προγραμματιστικό κώδικα του Mathematica. Συγκεκριμένα πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις για τον κύκλο στροφής και zig-zag για το πλοίο «Αλκυών». Τα συμπεράσματα της παρούσας διπλωματικής συνοψίζονται παρακάτω:

- Οι προσομοιώσεις της αεροτομής Naca 0012 έδειξαν καλά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά της βιβλιογραφίας στα τρία μοντέλα τύρβης που χρησιμοποιήθηκαν. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που πήραμε το μοντέλο τύρβης k-e έδειξε την καλύτερη συμπεριφορά και προσομοίωση του φαινομένου της τύρβης, δεδομένης της πολυπλοκότητας του προβλήματός μας. Μια μικρή απόκλιση παρουσιάστηκε στον συντελεστή αντίστασης, γεγονός που πιθανώς οφείλεται σε κάποιες λεπτομέρειες του υπολογιστικού πλέγματος.
- Ακολούθως, με γνώμονα την εγκυρότητα των προσομοιώσεων της αεροτομής Naca 0012 επεκταθήκαμε και στην αεροτομή Naca 0015, χρησιμοποιώντας πλέον το μοντέλο τύρβης k-e. Τα αποτελέσματα μας και εδώ, αντίστοιχα με πριν, ήταν τα αναμενόμενα.
- Παράλληλα με την υλοποίηση των προσομοιώσεων σε CFD κώδικα, χρησιμοποιήθηκε η λιγότερο ακριβής μέθοδος των στροβίλων (Two dimensional linear strength vortex panel method) για τον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Τα αποτελέσματα μας δείχναν ότι η μέθοδος αυτή μπορεί να δώσει μια καλή ποιοτική εκτίμηση σε χαμηλές γωνίες προσβολής (μέχρι 15 μοίρες περίπου). Όσον αφορά τον συντελεστή άνωσης η μέθοδος αυτή δεν ήταν σε θέση να εντοπίσει το φαινόμενο stall. Ο συντελεστής αντίστασης είχε κοντινά αποτελέσματα σε σχέση με αυτά του κώδικα CFD και της βιβλιογραφίας.

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

- Συνακόλουθα μελετήσαμε τις δυνάμεις αντίστασης και άνωσης στην υδροτομή Naca 0024 και στη συνέχεια μεταβάλλαμε την γεωμετρία της υδροτομής σε σχήμα Fishtail. Τα αποτελέσματά μας επιβεβαιώθηκαν από τη βιβλιογραφία σε κάθε περίπτωση. Παρατηρήθηκε ότι με τις υδροτομές Fishtail είχαμε ωφέλιμη δύναμη άνωσης σε συνδυασμό βέβαια με αντίστοιχη αύξηση του συντελεστή αντίστασης, συγκριτικά με την απλή υδροτομή. Εν γένει, είναι ορθό να αναφέρουμε ότι στόχος μας για το πηδάλιο ενός πλοίου είναι η παραγωγή της μέγιστης δύναμης άνωσης σε συνδυασμό με μικρή δύναμη αντίστασης, που συνεπάγεται μικρότερη δύναμη ώσης για την κίνηση του πλοίου. Με την υδροτομή fishtail 2 είχαμε μεγαλύτερη δύναμη άνωσης με αντίστοιχα μεγαλύτερη δύναμη αντίστασης, όπως και αναμενόταν από το μεγαλύτερο πλάτος του χείλους εκφυγής. Παρατηρήθηκε επίσης μια μετατόπιση της κρίσιμης γωνίας προσβολής το οποίο είναι αναμενόμενο λόγω της αλλαγής της γεωμετρίας της υδροτομής.
- Καταλήγοντας προσομοιώθηκαν οι ελιγμοί του κύκλου στροφής και του zig-zag χρησιμοποιώντας τρεις διαφορετικές μοντελοποιήσεις πηδαλίων για το διπλέλικο πλοίο Ro-Ro «Αλκυών»: Το προσεγγιστικό μοντέλο MMG, πηδάλιο τύπου Naca 0024 και πηδάλιο τύπου Fishtail 2. Τα μεγέθη που αξιολογήθηκαν ήταν η προσχώρηση και η τακτική διάμετρος για τον κύκλο στροφής και η 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> γωνία υπέρβασης για το zig-zag. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων έδειξαν ότι το πηδάλιο Fishtail 2 παρουσιάζει την καλύτερη ελκτική συμπεριφορά, όπως αναμενόταν από την ωφέλιμη δύναμη άνωσης που παράγει. Το πηδάλιο Naca 0024 μας έδωσε μεγαλύτερες τιμές από το Fishtail 2, ενώ με το μοντέλο MMG είχαμε μια ικανοποιητική αρχική προσέγγιση των μεγεθών μας.

## 5.2 Μελλοντικές προεκτάσεις

Μελλοντικές προεκτάσεις της παρούσας εργασίας θα μπορούσαν να αποτελέσουν οι εξής:

- Υπάρχουν περιθώρια για περαιτέρω αύξηση της γωνίας προσβολής πέραν των 20 μοιρών στις προσομοιώσεις του Fluent. Τα πηδάλια των πλοίων στην πραγματικότητα μπορούν να ξεπεράσουν τις μοίρες αυτές επομένως είναι ωφέλιμο να μελετήσουμε την συμπεριφορά των υδροτομών σε πιο υψηλές γωνίες προσβολής.
- Μελέτη πιο πολύπλοκων και μη συμμετρικών υδροτομών με σκοπό και πάλι να προσομοιώσουμε πιο ρεαλιστικές γεωμετρίες πηδαλίων.
- Επέκταση των υδροτομών σε τρισδιάστατα μοντέλα, όπου πλέον μπορούμε να έχουμε μια πιο σαφή και ρεαλιστική εικόνα για τις δυνάμεις που αναπτύσσονται στα πηδάλια των πλοίων.
- Επιπλέον, θα μπορούσε να γίνει μια πιο ενδελεχής και προσεκτική μελέτη στις επιδράσεις του πλέγματος και των ρυθμίσεων του υπολογιστικού κώδικα στα αποτελέσματα των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Κατά τη διάρκεια της μελέτης μας παρατηρήθηκε ότι μικρές αλλαγές στο πλέγμα ή και στις ρυθμίσεις του Fluent μπορούν να αλλάξουν σημαντικά τα αποτελέσματα.
- Επιπρόσθετα το dynamic-mesh είναι ένα ακόμη σημαντικό κομμάτι το οποίο δεν θίξαμε στην παρούσα διπλωματική εργασία. Με αυτό, για να αλλάξουμε την γωνία προσβολής, δεν στρέφουμε πλέον το διάνυσμα της ταχύτητας, αλλά την γεωμετρία μαζί με το υπολογιστικό πλέγμα, όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα.
- Παράλληλα η μελέτη των transient cases στο Fluent είναι μια άλλη σημαντική προέκταση που θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον να μελετηθεί. Στην εν λόγω εργασία μελετήσαμε μόνο steady cases, δηλαδή περιπτώσεις όπου οι συνθήκες παραμένουν αμετάβλητες με την πάροδο του χρόνου και το σύστημα βρίσκεται πάντα σε ισορροπία. Αντίθετα σε transient cases οι συνθήκες αλλάζουν και η λύση ακολουθεί την εξέλιξη του χρόνου.
- Θα μπορούσε να τεθεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης όσον αφορά τις επιδράσεις των γεωμετριών τύπου fishtail στους συντελεστές αντίστασης και άνωσης, καθώς και να επεκταθεί στις επιδράσεις άλλων γεωμετριών πέραν του fishtail.
- Οι ελιγμοί που προσομοιώθηκαν θα μπορούσαν να εμπλουτιστούν καθώς και να συνδεθούν με κριτήρια ευστάθειας.





## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Δ. Τζουρτζιουμής, “Μοντελοποίηση ροής και μετάδοσης θερμότητας σε αερολέβητα με υπέρυθρη θερμογραφία και CFD,” Thesis, Βόλος 2008.
- [2] Γ. Τζαμπίρας, “Αριθμητικές Προσομοιώσεις Υδροδυναμικών Ροών,” Αθήνα 1998.
- [3] “Airfoil,” *Wikipedia, the free encyclopedia*, 12-Jun-2015. [Online]. Available: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Airfoil&oldid=666636426>.
- [4] “Lift coefficient,” *Wikipedia, the free encyclopedia*, 18-Mar-2015. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Lift\\_coefficient&oldid=651945334](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Lift_coefficient&oldid=651945334).
- [5] “Drag coefficient,” *Wikipedia, the free encyclopedia*, 15-Jun-2015. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Drag\\_coefficient&oldid=667032073](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Drag_coefficient&oldid=667032073).
- [6] “www.lizarum.com,” *Lizarum*. [Online]. Available: [http://lizarum.com/assignments/physical\\_computing/images/summer2012/whirligigs/wind/lift\\_drag.png](http://lizarum.com/assignments/physical_computing/images/summer2012/whirligigs/wind/lift_drag.png).
- [7] Γ. Λυγιδάκης, “Ανάπτυξη Μεθοδολογίας Αυτόματης Πύκνωσης μη Δομημένου Πλέγματος κατά την Αριθμητική Επίλυση των Εξισώσεων Euler στις Τρεις Διαστάσεις,” Thesis, Κρήτη 2009.
- [8] Ι. Νικολός, “Σημειώσεις μαθήματος Ρευστομηχανικής.” Κρήτη 2004.
- [9] G. Papadakis, “Lecture Notes for the course Computational Fluid Dynamics.” 2001.
- [10] Versteeg, Henk Kaarle, and Weeratunge Malalasekera, "An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method," Longman, England 1995.
- [11] C. A. J. Fletcher, *Computational Techniques for Fluid Dynamics 1*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1998.
- [12] C. A. J. Fletcher, *Computational Techniques for Fluid Dynamics 2*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1991.
- [13] O. U. M. C. Team, *Mathematical Methods and Fluid Mechanics: Sturm-Liouville theory. Unit 11*. Open University Press, 1984.
- [14] Δ. Κουμπογιάννης, “Αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes με χρήση μη-δομημένων πλεγμάτων σε περιβάλλον παράλληλης επεξεργασίας,” Αθήνα 1998.
- [15] B. R. Munson, D. F. Young, and T. H. Okiishi, *Fundamentals of fluid mechanics*. New York, 1990.
- [16] Π. Παπανικολάου, “Στοιχεία μηχανικής των ρευστών,” PhD Thesis, Αθήνα 2010.
- [17] Ε. Ντζάνης, “Αριθμητική προσομοίωση τυρβώδους ροής σε δεξαμενή άντλησης θαλασσίου ύδατος ψύξης,” Thesis, Πάτρα 2012.
- [18] Δ. Βαλουγεώργης, “Εισαγωγή στη μέθοδο πεπερασμένων όγκων-επίλυση ελλειπτικών και παραβολικών διαφορικών εξισώσεων.” Βόλος 2005.
- [19] A. Fluent, “12.0 Theory Guide,” *Ansys Inc*, vol. 5, 2009.
- [20] A. Fluent, “v. 12-User’s Guide,” *ANSYS Inc NH1995–2007*.
- [21] I. H. Abbott and A. E. von Doenhoff, *Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data*. New York, NY: Dover Publications, 1959.
- [22] “www.airfoiltools.com,” *Airfoil Tools*. [Online]. Available: <http://airfoiltools.com/>.
- [23] Douvi C. Eleni, Tsavalos I. Athanasios, and Margaritis P. Dionissios, “Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil,” *J. Mech. Eng. Res.*, vol. 4, no. 3, pp. 100–111, 2012.

- [24] "Stall (fluid mechanics)," *Wikipedia, the free encyclopedia*, 11-Jun-2015. [Online]. Available:  
[https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stall\\_\(fluid\\_mechanics\)&oldid=666531547](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Stall_(fluid_mechanics)&oldid=666531547).
- [25] C. A. Cox, "Two Element Linear Strength Vortex Panel Method," California Polytechnic State University, 2011.
- [26] J. Katz and A. Plotkin, *Low-Speed Aerodynamics*, 2 edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [27] "www.engapplets.vt.edu," *Java Applets for Engineering Education*. [Online]. Available: <http://www.engapplets.vt.edu>.
- [28] T. Van Nguyen and Y. Ikeda, "Development of Fishtail Rudder Sections with Higher Maximum Lift Coefficients," in *The Twenty-fourth International Ocean and Polar Engineering Conference*, Busan 2014.
- [29] T. Van Nguyen, "Hydrodynamic Characteristic of Rudder Sections with High Lift Force," Osaka 2013
- [30] "Schilling rudder," *Wikipedia, the free encyclopedia*, 05-Feb-2014. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Schilling\\_rudder&oldid=594115832](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Schilling_rudder&oldid=594115832).
- [31] Ν. Θεμελής, "Σημειώσεις για το πρόγραμμα Mathematica," Αθήνα 2009.
- [32] Σ. Τραχανάς, "Mathematica και εφαρμογές," Κρήτη 2004.
- [33] Ε. Κ. Γκόλφη, "Αριθμητική μελέτη κριτηρίων ελκτικότητας πλοίου," Thesis, Αθήνα 2013.
- [34] Γ. Ι. Γκόσεβιτς, "Ανάπτυξη περιβάλλοντος τρισδιάστατης γραφικής προσομείωσης των οριζοντίων κινήσεων του πλοίου με δυνατότητα επέμβασης σε πραγματικό χρόνο," Thesis, Αθήνα 2007.
- [35] K. Kijima, "On Some Problems in the Interim Standards of Ship Manoeuvrability in IMO," Japan 2002.
- [36] N. E. Mikelis, "A procedure for the prediction of ship manoeuvring response for initial design," presented at the Computer Applications in the Automation of Shipyard Operation and Ship Design, 5th, Trieste 1985.
- [37] Κ. Σπύρου, *Σχεδίαση πλοίων για ελκτικότητα και δυναμική ευστάθεια*, Αθήνα 2004.
- [38] K. J. Spyrou, "A new approach for assessing ship manoeuvrability based on dynamical systems theory," Ph. D. Thesis, University of Strathclyde, Glasgow, UK, 1990.
- [39] Y. Yoshimura, "Mathematical Model for Manoeuvring Ship Motion (MMG Model)," in *Proc. of Workshop on Mathematical Models for Operations Involving Ship-Ship Interaction*, Tokyo 2005.
- [40] E. V. Lewis, "Principles of Naval Architecture. Second Revision. Volume III. Motions in Waves and Controllability," *Publ. Soc. Nav. Archit. Mar. Eng.*, vol. 601, 1989.
- [41] K. J. Spyrou, I. Tigkas, and A. Chatzis, "Dynamics of a ship steering in wind revisited," *J. Ship Res.*, vol. 51, no. 2, pp. 160–173, Athens 2007.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: Εξισώσεις Navier-Stokes

### Ρυθμός μεταβολής σε μόρια ρευστού και σε στοιχεία υγρού

Οι νόμοι διατήρησης της ορμής και της ενέργειας κάνουν λόγο για αλλαγές στις ιδιότητες σε ένα μόριο υγρού. Κάθε τέτοια ιδιότητα ενός μορίου είναι συνάρτηση της θέσης  $(x,y,z)$  του μορίου καθώς και του χρόνου  $t$ . Ας υποθέσουμε ότι η τιμή μιας τέτοιας ιδιότητας ανά μονάδα μάζας συμβολίζεται με  $\phi$ . Η ολική παράγωγος μιας ιδιότητας  $\phi$  σε συνάρτηση του χρόνου σε ένα μόριο ρευστού δίνεται ως εξής:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (1)$$

Ένα μόριο υγρού ακολουθεί την ροή επομένως  $\frac{dx}{dt} = u$ ,  $\frac{dy}{dt} = v$ ,  $\frac{dz}{dt} = w$ . Επομένως η ολική παράγωγος γίνεται:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + u \frac{\partial\phi}{\partial x} + v \frac{\partial\phi}{\partial y} + w \frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad}\phi \quad (2)$$

Ο όρος  $\frac{D\phi}{Dt}$  ορίζει τον ρυθμό μεταβολής της ιδιότητας  $\phi$  ανά μονάδα μάζας. Όπως και στην εξίσωση διατήρησης της μάζας μας ενδιαφέρει να αναπτύξουμε τις εξισώσεις ανά μονάδα όγκου. Ο ρυθμός μεταβολής της ιδιότητας  $\phi$  για ένα μόριο ρευστού από την παράγωγο  $\frac{D\phi}{Dt}$  και την πυκνότητα  $\rho$ :

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad}\phi \right) \quad (3)$$

Η γενίκευση της διατήρησης της μάζας (σχέση 2) για μια αυθαίρετη ιδιότητα που διατηρείται είναι:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\vec{u}) = 0 \quad (4)$$

Η εξίσωση (4) εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της ιδιότητας  $\phi$  ανά μονάδα όγκου συν την καθαρή ροή της  $\phi$  έξω από το στοιχείο ρευστού ανα μονάδα όγκου. Παρακάτω διευκρινίζουμε τη σχέση της με την παράγωγο της  $\phi$ :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\vec{u}) = \rho \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad}\phi \right) + \phi \left( \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}) \right) = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (5)$$

Ο όρος  $\phi \left( \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}) \right)$  είναι ίσος με το μηδέν (σχέση 2). Η παραπάνω σχέση περιγράφεται ως εξής:

Ο ρυθμός αύξησης της  $\phi$  σε ένα στοιχείο ρευστού συν το καθαρό ποσοστό ροής έξω από αυτό ισούται με τον ρυθμό αύξησης της  $\phi$  σε στο μόριο ρευστού. Για να κατασκευάσουμε τις τρεις συνιστώσες της εξίσωσης ορμής, δίνονται παρακάτω οι σχετικές καταχωρήσεις για την ιδιότητα  $\phi$  και τους ρυθμούς μεταβολής της ανά μονάδα όγκου (Πίνακας Π 1):

**Πίνακας Π 1: Ρυθμοί μεταβολής ανά μονάδα όγκου της ιδιότητας φ.**

x-momentum	u	$\rho \frac{Du}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \vec{u})$
y-momentum	v	$\rho \frac{Dv}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \vec{u})$
z-momentum	w	$\rho \frac{Dw}{Dt}$	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \vec{u})$

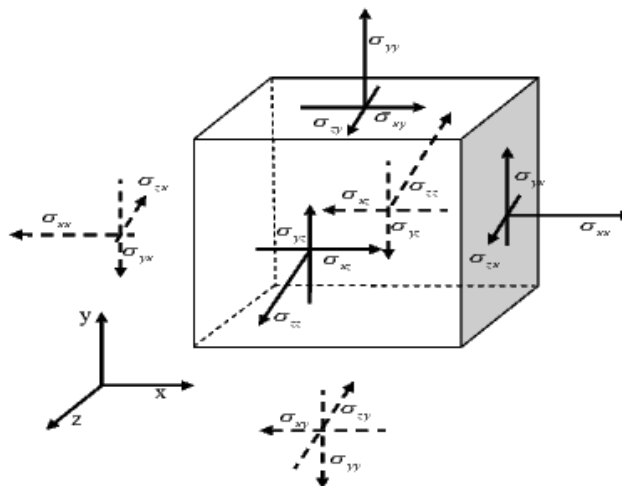
### Εξίσωση ορμής σε τρεις διαστάσεις

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα δηλώνει ότι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός στοιχείου ρευστού ισούται με το σύνολο των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό.

Διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων σε ένα μόριο ρευστού:

- Δυνάμεις επιφάνειας:
  - Δυνάμεις πίεσης
  - Δυνάμεις τριβής
- Δυνάμεις σώματος:
  - Δύναμη βαρύτητας
  - Δύναμη Coriolis
  - Φυγόκεντρος δύναμη
  - Ηλεκτρομαγνητική δύναμη

Αποτελεί κοινή τακτική να τονίσουμε την συνεισφορά των δυνάμεων επιφανείας με ξεχωριστούς όρους στην εξίσωση ορμής και να συμπεριλάβουμε την επίδραση των δυνάμεων σώματος ως πηγαίους όρους. Η εντατική κατάσταση ενός μορίου ρευστού ορίζεται με όρους πίεσης και τις εννέα συνιστώσες της τάσης τριβής, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (Σχήμα Π 1):



**Σχήμα Π 1: Στοιχείο ρευστού και τάσεις που ασκούνται σε αυτό [10].**

Η συνολική δύναμη ανά μονάδα όγκου λόγω των επιφανειακών τάσεων τριβής υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{\theta(-p + \tau_{xx})}{\theta x} + \frac{\theta \tau_{yx}}{\theta y} + \frac{\theta \tau_{zx}}{\theta z} \quad (6)$$

Η συνολική επίδραση των δυνάμεων σώματος μπορούν να συμπεριληφθούν ορίζοντας έναν όρο ως πηγή  $S_{Mx}$  της ορμής στον άξονα  $x$  ανά μονάδα όγκου, ανά μονάδα χρόνου. Η  $x$ -συνιστώσα της εξίσωσης ορμής υπολογίζεται θέτοντας τον ρυθμό μεταβολής της ορμής στον άξονα  $x$  σε ένα μόριο ρευστού ίσο με το σύνολο των δυνάμεων στον άξονα  $x$ , λόγω των τάσεων επιφανείας συν τον ρυθμό αύξησης της ροπής λόγω των πηγαίων όρων:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\theta(-p + \tau_{xx})}{\theta x} + \frac{\theta \tau_{yx}}{\theta y} + \frac{\theta \tau_{zx}}{\theta z} + S_{Mx} \quad (7)$$

Δεν είναι δύσκολο να επιβεβαιώσουμε ότι η  $y$ -συνιστώσα της εξίσωσης ορμής δίνεται από τον τύπο:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\theta \tau_{xy}}{\theta x} + \frac{\theta(-p + \tau_{yy})}{\theta y} + \frac{\theta \tau_{zy}}{\theta z} + S_{My} \quad (8)$$

Καθώς και η  $z$ -συνιστώσα της εξίσωσης ορμής υπολογίζεται:

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\theta \tau_{xz}}{\theta x} + \frac{\theta \tau_{yz}}{\theta y} + \frac{\theta(-p + \tau_{zz})}{\theta z} + S_{Mz} \quad (9)$$

### Εξισώσεις Navier-Stokes για ένα Νευτώνιο ρευστό

Οι πιο χρήσιμες μορφές των εξισώσεων διατήρησης για τις ροές των ρευστών εξασφαλίζονται εισάγοντας ένα κατάλληλο μοντέλο για τις τάσεις τριβής  $\tau_{ij}$ . Σε πολλές ροές ρευστών οι τάσεις τριβής μπορούν να εκφραστούν ως συναρτήσεις του τοπικού ρυθμού παραμόρφωσης. Προκειμένου να αναπτύξουμε τις εξισώσεις μας θεωρούμε ότι τα ρευστά που μελετούμε είναι ισοτροπικά.

Ο ρυθμός της γραμμικής παραμόρφωσης ενός στοιχείου ρευστού έχει εννέα συνιστώσες σε τρεις διαστάσεις, έξι από τις οποίες είναι ανεξάρτητες στα ισοτροπικά ρευστά (Schlichting 1979). Συμβολίζονται με  $\epsilon_{ij}$ . Υπάρχουν τρεις ορθές γραμμικές συνιστώσες παραμόρφωσης:

$$e_{xx} = \frac{\theta u}{\theta x} \quad e_{yy} = \frac{\theta v}{\theta y} \quad e_{zz} = \frac{\theta w}{\theta z} \quad (10)$$

Υπάρχουν επίσης και έξι διατμητικές γραμμικές παραμορφώσεις:

$$e_{xy} = e_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\theta u}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta x} \right) \quad e_{xz} = e_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right) \quad (11)$$

$$e_{yz} = e_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\theta v}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta y} \right)$$

Η ογκομετρική παραμόρφωση δίνεται από:

$$\frac{\theta u}{\theta x} + \frac{\theta v}{\theta y} + \frac{\theta w}{\theta z} = \text{div} \vec{u} \quad (12)$$

Σε ένα Νευτώνιο ρευστό οι τάσεις τριβής είναι αναλογικές των ρυθμών παραμόρφωσης. Για να σχετίσουμε τις τάσεις με τις γραμμικές παραμορφώσεις χρησιμοποιούμε τη δυναμική συνεκτικότητα  $\mu$ , ενώ για να σχετίσουμε τις τάσεις με την ογκομετρική

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας παραμόρφωση χρησιμοποιούμε τη συνεκτικότητα  $\lambda$ . Οι εννέα συνιστώσες της τάσεις τριβής, από τις οποίες οι έξι είναι ανεξάρτητες έχουν ως εξής:

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\theta u}{\theta x} + \lambda \operatorname{div} \vec{u} & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\theta v}{\theta y} + \lambda \operatorname{div} \vec{u} \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\theta w}{\theta z} + \lambda \operatorname{div} \vec{u} \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left( \frac{\theta u}{\theta y} + \frac{\theta v}{\theta x} \right) & \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left( \frac{\theta u}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta x} \right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left( \frac{\theta v}{\theta z} + \frac{\theta w}{\theta y} \right)\end{aligned}\quad (13)$$

Με αυτό τον τρόπο προκύπτουν τελικά οι εξισώσεις Navier-Stokes στην πιο χρήσιμη μορφή τους:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{-\theta p}{\theta x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \quad (14)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{-\theta p}{\theta y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{My} \quad (15)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{-\theta p}{\theta z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{Mz} \quad (16)$$

Συνοψίζοντας, παρουσιάζουμε στον επόμενο πίνακα τις εξισώσεις που περιγράφουν την ροή των ρευστών, συναρτήσε του χρόνου στις τρεις διαστάσεις, για ένα συμπιεστό Νευτώνιο ρευστό (Πίνακας Π 2):

**Πίνακας Π 2: Εξισώσεις που περιγράφουν την ροή των ρευστών συναρτήσε του χρόνου.**

Mass	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$	(6)
x-momentum	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{u}) = \frac{-\theta p}{\theta x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx}$	(14)
y-momentum	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{u}) = \frac{-\theta p}{\theta y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{My}$	(15)
z-momentum	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \vec{u}) = \frac{-\theta p}{\theta z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{Mz}$	(16)

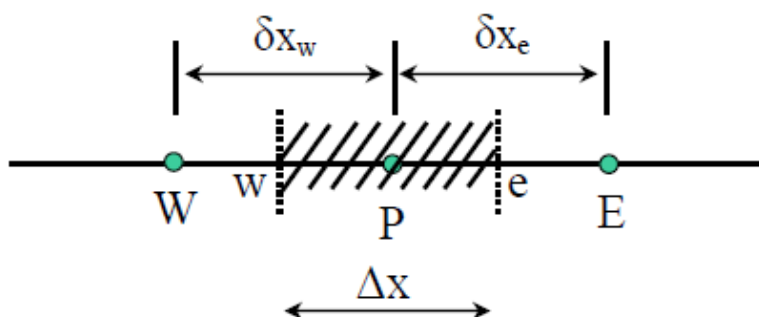
## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: Μέθοδος πεπερασμένων όγκων

### Ολοκλήρωση σε όγκο αναφοράς

Έστω η μόνιμη μονοδιάστατη εξίσωση θερμότητας με πηγή

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + S = 0 \quad (17)$$

όπου  $k=k(x)$  είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγής,  $T(x)$  η κατανομή θερμοκρασίας και  $S$  ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας ανά μονάδα όγκου. Η διατύπωση της μεθόδου ξεκινά ορίζοντας το υπολογιστικό χωρίο επίλυσης του προβλήματος. Το συνεχές πεδίο ορισμού διακριτοποιείται και εστιάζουμε την προσοχή μας σε ένα τυχαίο κόμβο του πλέγματος, έστω στον κόμβο  $P$  και στους γειτονικούς κόμβους  $W$  και  $E$  όπως φαίνεται στο Σχήμα Π 2.



Σχήμα Π 2: Διακριτοποίηση σε μια διάσταση [18].

Στη συνέχεια ορίζουμε τον όγκο ελέγχου γύρω από τον κόμβο  $P$  με τις διακεκομμένες γραμμές και τα σημεία  $w$  και  $e$  βρίσκονται στο αριστερό και δεξί αντίστοιχα μέτωπο του όγκου ελέγχου. Στο Σχήμα 6.1 φαίνεται ότι τα σημεία  $w$  και  $e$  ορίζονται στο μέσο των διαστημάτων  $WP$  και  $PE$ , χωρίς όμως αυτή η επιλογή να είναι υποχρεωτική. Σε σχέση με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών οι κόμβοι  $W$ ,  $P$  και  $E$  είναι αντίστοιχοι των κόμβων  $i-1$ ,  $i$  και  $i+1$  ενώ οι κόμβοι  $w$  και  $e$  αντιστοιχούν στους κόμβους  $i \pm 1/2$ . Θεωρώντας μοναδιαία πάχη στις κατευθύνσεις  $y$  και  $z$ , αφού το πρόβλημα είναι μονοδιάστατο ο όγκος του όγκου ελέγχου είναι  $\Delta x \times 1 \times 1$ . Η εξίσωση (17) ολοκληρώνεται στον όγκο ελέγχου και προκύπτει:

$$\int_w^e \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) dx + \int_w^e S dx = 0 \Rightarrow \left( k \frac{dT}{dx} \right)_e - \left( k \frac{dT}{dx} \right)_w + \int_w^e S dx = 0 \quad (18)$$

Στο σημείο αυτό για να προχωρήσουμε απαιτείται να γίνει μια υπόθεση για την θερμοκρασιακή κατανομή γύρω από τα σημεία  $e$  και  $w$ . Οι δύο απλούστερες υποθέσεις είναι να θεωρήσουμε ότι η θερμοκρασία  $T(x)$  είναι σταθερή ή ότι μεταβάλλεται γραμμικά ανάμεσα στα σημεία  $W, P, E$ . Επιλέγοντας τη δεύτερη υπόθεση η εξίσωση (18) ανάγεται στην αλγεβρική πλέον εξίσωση:

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

$$\frac{k_e}{\delta x_e}(T_E - T_P) - \frac{k_w}{\delta x_w}(T_P - T_E) + \bar{S}\Delta x = 0 \quad (19)$$

Όπου:

$\bar{S}$  είναι η μέση τιμή του S στον όγκο ελέγχου.

Για υπολογιστικούς λόγους συνηθίζεται η εξίσωση (19) να γράφεται στην ακόλουθη μορφή:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b_1 \quad (20)$$

Όπου:

$$a_E = \frac{k_e}{\delta x_e} \quad (21)$$

$$a_W = \frac{k_w}{\delta x_w} \quad (22)$$

$$a_P = a_E + a_W \quad (23)$$

$$b = \bar{S}\Delta x \quad (24)$$

ή στην πιο βολική μορφή:

$$a_P T_P = \sum a_{nb} T_{nb} + b \quad (25)$$

όπου ο δείκτης nb σημαίνει κάποιο γειτονικό κόμβο και το άθροισμα ισχύει για όλους τους γειτονικούς κόμβους. Οι συντελεστές της εξίσωσης (25) πρέπει να είναι θετικοί και επίσης

$$a_P = \sum a_{nb} \quad (26)$$

Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που οι κανόνες αυτοί δεν τηρούνται και αυτό έχει συνήθως σαν συνέπεια ασταθή αριθμητικά αποτελέσματα που δεν συμφωνούν με τη φυσική του προβλήματος.

### Οριακές συνθήκες μικτού τύπου

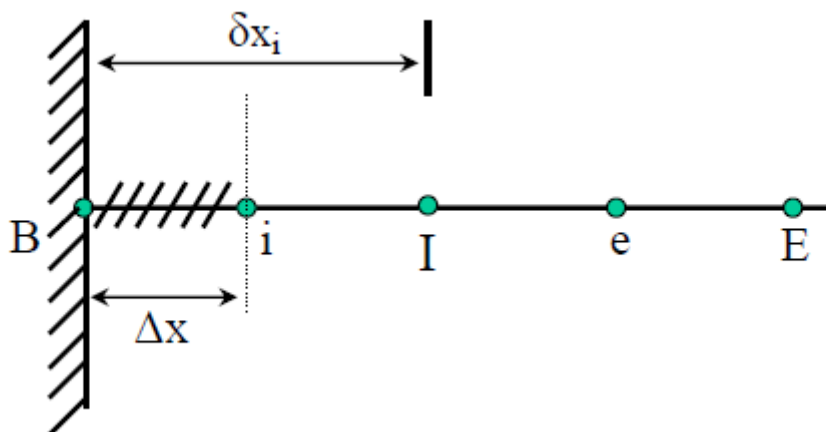
Οι οριακές συνθήκες που συνοδεύουν τις μερικές διαφορικές εξισώσεις, είναι τύπου Dirichlet ή τύπου Neumann, ή μικτού τύπου. Όταν είναι τύπου Dirichlet, οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής στους οριακούς κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος είναι γνωστές. Αντίθετα στις άλλες δύο περιπτώσεις είναι απαραίτητο να διατυπωθούν εξισώσεις πεπερασμένων όγκων για τους συνοριακούς κόμβους που θα λυθούν μαζί με τις υπόλοιπες εξισώσεις των εσωτερικών κόμβων.

Η μεθοδολογία παρουσιάζεται με ένα παράδειγμα όπου εξετάζεται η μόνιμη μονοδιάστατη εξίσωση θερμότητας (17) με συνοριακή συνθήκη μικτού τύπου στο όριο  $x=0$ :

$$-k \left. \frac{dT}{dx} \right|_B = h(T_\infty - T_B) \quad (27)$$

Όπου  $T_\infty$  και  $T_B$  οι θερμοκρασίες του περιβάλλοντος και του συνοριακού σημείου B ( $x=0$ ) αντίστοιχα. Η διακριτοποίηση στον οριακό όγκο αναφοράς, στο σημείο B φαίνεται στο Σχήμα Π 3:





Σχήμα Π 3: Διακριτοποίηση οριακού κόμβου σε μια διάσταση [18].

Παρατηρούμε ότι τώρα ο συνοριακός κόμβος B δεν περιβάλλεται από τον αντίστοιχο όγκο ελέγχου. Η εξίσωση (27) ολοκληρώνεται στον συνοριακό όγκο ελέγχου και προκύπτει ότι

$$\int_B^i \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) dx + \int_B^i S dx = 0 \Rightarrow \left( k \frac{dT}{dx} \right)_i - \left( k \frac{dT}{dx} \right)_B + \int_B^i S dx \quad (28)$$

θεωρούμε ότι η θερμοκρασία  $T(x)$  μεταβάλλεται γραμμικά ανάμεσα στα σημεία B και P και επίσης αντικαθιστούμε τον δεύτερο όρο της (28) από την οριακή συνθήκη (27). Με βάση τα παραπάνω έχουμε ότι

$$\frac{k_i}{\delta x_i} (T_i - T_B) + h(T_\infty - T_B) + \bar{S} \Delta x = 0 \quad (29)$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται στην παρακάτω μορφή:

$$a_B T_B = a_I T_I + b \quad (30)$$

Όπου:

$$a_I = \frac{k_i}{\delta x_i} \quad (31)$$

$$a_B = a_I + h \quad (32)$$

$$b = \bar{S} \Delta x + h T_\infty \quad (33)$$

Λύνοντας την εξίσωση (29) μαζί με τις εξισώσεις πεπερασμένων όγκων για τους εσωτερικούς κόμβους (20) οδηγούμαστε στον υπολογισμό των θερμοκρασιών.

### Χρονικά μεταβαλλόμενα προβλήματα

Έστω ότι ζητείται η αριθμητική επίλυση της χρονικά μεταβαλλόμενης εξίσωσης θερμότητας

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (34)$$

όπου η πυκνότητα  $\rho$  και η ειδική θερμότητα  $c$  δεν μεταβάλλονται ως προς το χρόνο. Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία η εξίσωση (34) ολοκληρώνεται στον όγκο αναφοράς. Παράλληλα η χρονική επίλυση του προβλήματος επιτυγχάνεται ολοκληρώνοντας την

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας εξίσωση στο χρονικό διάστημα ανάμεσα σε  $t$  και  $\Delta t$ . Εφαρμόζοντας τα παραπάνω βρίσκουμε

$$\rho c \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dt \quad (35)$$

όπου η σειρά ολοκλήρωσης εξαρτάται από το χαρακτήρα του κάθε όρου. Θεωρούμε ότι στον όγκο ελέγχου η εξαρτημένη μεταβλητή  $T(t,x)$  παραμένει σταθερή στη διάρκεια του χρονικού βήματος, ενώ μεταβάλλεται γραμμικά στο διάστημα  $\Delta x$ . Με βάση τις υποθέσεις αυτές προκύπτει ότι

$$\rho c \Delta x (T_P^{n+1} - T_P^n) = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \frac{k_e}{\delta x_e} (T_E - T_P) - \frac{k_w}{\delta x_w} (T_P - T_W) \right] dt \quad (36)$$

Για να συνεχίσουμε απαιτείται μια νέα υπόθεση για τη χρονική μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής  $T(t,x)$  στα σημεία E, P και W στη διάρκεια του χρονικού βήματος  $\Delta t$ . Μερικές από τις υπάρχουσες δυνατότητες παρουσιάζονται στη γενική έκφραση

$$\int_t^{t+\Delta t} T_P dt = [\theta T_P^{n+1} + (1-\theta) T_P^n] \Delta t \quad (37)$$

όπου η παράμετρος  $\theta$  είναι ο συντελεστής σημαντικότητας ή βαρύτητας ανάμεσα στις χρονικές στιγμές  $t$  και  $t+\Delta t$ . Αντικαθιστώντας την εξίσωση (37) στην εξίσωση (36) προκύπτει η εξίσωση πεπερασμένων όγκων.

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \frac{\theta\varphi}{\theta t} + \frac{\theta\varphi}{\theta x} \frac{dx}{dt} + \frac{\theta\varphi}{\theta y} \frac{dy}{dt} + \frac{\theta\varphi}{\theta z} \frac{dz}{dt} \quad (38)$$

$$\rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} (T_P^{n+1} - T_P^n) = \theta \left[ \frac{k_e}{\delta x_e} (T_E^{n+1} - T_P^{n+1}) - \frac{k_w}{\delta x_w} (T_P^{n+1} - T_W^{n+1}) \right] + (1-\theta) \left[ \frac{k_e}{\delta x_e} (T_E^n - T_P^n) - \frac{k_w}{\delta x_w} (T_P^n - T_W^n) \right] \quad (39)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα μπορεί να γραφεί στην πιο συνεκτική μορφή:

$$a_P^* T_P^{n+1} = a_E [\theta T_E^{n+1} + (1-\theta) T_E^n] + a_W [\theta T_W^{n+1} + (1-\theta) T_W^n] + [a_P - (1-\theta)a_E - (1-\theta)a_W] T_P^n \quad (40)$$

Όπου:

$$a_E = \frac{k_e}{\delta x_e} \quad (41)$$

$$a_W = \frac{k_w}{\delta x_w} \quad (42)$$

$$a_P = \frac{\rho c \Delta x}{\Delta t} \quad (43)$$

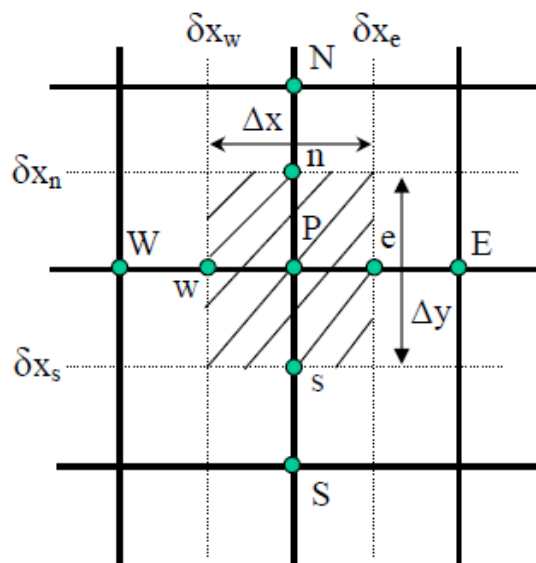
$$a_P^* = a_P + \theta a_E + \theta a_W \quad (44)$$

### Ολοκλήρωση σε δισδιάστατο και τρισδιάστατο όγκο αναφοράς

Έστω ότι ζητείται η αριθμητική επίλυση της μόνιμης εξίσωσης θερμότητας σε δυο διαστάσεις

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (45)$$

Τμήμα του υπολογιστικού πλέγματος με έναν όγκο ελέγχου γύρω από το σημείο P φαίνεται στο Σχήμα Π 4:



Σχήμα Π 4: Διακριτοποίηση σε δυο διαστάσεις [18].

Τα γειτονικά σημεία του P είναι τα σημεία W και E στη διεύθυνση x και τα σημεία S και N στη διεύθυνση y. Το πάχος του όγκου ελέγχου στη διεύθυνση z είναι μονάδα. Επομένως, ο όγκος είναι  $\Delta x \times \Delta y \times 1$ . Τα σημεία w, e, s και n βρίσκονται στα μέτωπα του όγκου ελέγχου. Η εξίσωση (45) ολοκληρώνεται στον όγκο αναφοράς και έχουμε ότι:

$$\int_s^e \int_w^n \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx = 0 \quad (46)$$

Ή

$$\int_s^n \left[ \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dy + \int_w^e \left[ \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] dx = 0 \quad (47)$$

Στη συνέχεια θεωρώντας ότι οι θερμοροές παραμένουν σταθερές κατά μήκος των τεσσάρων μετώπων του όγκου ελέγχου η εξίσωση (47) γράφεται στη μορφή

$$\left[ \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[ \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = 0 \quad (48)$$

Τέλος, υποθέτουμε γραμμική μεταβολή της θερμοκρασίας στα μέτωπα e, w, n και s και προκύπτει η εξίσωση πεπερασμένων όγκων

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας

$$\frac{k_e \Delta y}{\delta x_e} (T_E - T_P) - \frac{k_w \Delta y}{\delta x_w} (T_P - T_W) + \frac{k_n \Delta x}{\delta y_n} (T_N - T_P) - \frac{k_s \Delta x}{\delta y_s} (T_P - T_S) = 0 \quad (49)$$

Η εξίσωση (49) γράφεται στην πιο συνεκτική μορφή:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S \quad (50)$$

Όπου:

$$a_E = \frac{k_e \Delta y}{\delta x_e} \quad (51)$$

$$a_W = \frac{k_w \Delta y}{\delta x_w} \quad (52)$$

$$a_N = \frac{k_n \Delta x}{\delta y_n} \quad (53)$$

$$a_S = \frac{k_s \Delta x}{\delta y_s} \quad (54)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (55)$$

Η παραπάνω ανάλυση επεκτείνεται εύκολα σε τρισδιάστατα προβλήματα με ή χωρίς χρονική μεταβολή και όρο πηγής.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: Μοντέλα Τύρβης

### Μοντέλο τύρβης Spalart Allmaras

Η εξίσωση μεταφοράς από την οποία λαμβάνουμε την  $\bar{v}$  είναι η εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\bar{v}u_i) = G_v + \frac{1}{\sigma_v} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\bar{v}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_v + S_v \quad (56)$$

Όπου  $G_v$  η παραγωγή τυρβώδους ιξώδους,  $Y_v$  η καταστροφή τυρβώδους ιξώδους,  $\sigma_v = \frac{2}{3}$  και  $C_{b2} = 0.622$  είναι σταθερές,  $\nu$  είναι η μοριακή κινηματική συνεκτικότητα και  $S_v$  είναι όρος πηγής.

Το τυρβώδες ιξώδες  $\mu_t$  υπολογίζεται από:

$$\mu_t = \rho\bar{v}f_{v1} \quad (57)$$

όπου η συνάρτηση  $f_{v1}$  δίνεται από την εξίσωση:

$$f_{v1} = \frac{x^3}{x^3 + C_{v1}^3}, \quad x \equiv \frac{\bar{v}}{\nu} \quad \text{και} \quad C_{v1} = 7.1 \text{ σταθερά} \quad (58)$$

Ο όρος παραγωγής  $G_v$  μοντελοποιείται ως εξής:

$$G_v = C_{b1}\rho\bar{S}\bar{v} \quad (59)$$

Όπου:

$$\bar{S} = S + \frac{\bar{v}}{k^2 d^2} f_{v2} \quad \text{και} \quad f_{v2} = 1 - \frac{x}{1 + x f_{v1}} \quad (60)$$

Τα  $C_{b1} = 0.1355$  και  $k = 0.4187$  είναι σταθερές,  $d$  είναι η απόσταση από το τοίχο και  $S$  είναι ένα βαθμωτό μέτρο του τανυστή παραμόρφωσης που βασίζεται στο μέγεθος της στροβιλότητας:

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (61)$$

Όπου  $\Omega_{ij}$  είναι ο τανυστής της μέσης ταχύτητας περιστροφής:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (62)$$

Ο όρος καταστροφής  $Y_v$  μοντελοποιείται ακολούθως:

$$Y_v = C_{w1}\rho f_w \left( \frac{\bar{v}}{d} \right)^2 \quad (63)$$

Όπου:

$$f_w = g \left( \frac{1 + C_{w3}^6}{1 + C_{w3}^6} \right)^{1/6} \quad (64)$$

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r) \quad (65)$$

$$r \equiv \frac{\bar{v}}{Sk^2 d^2} \quad (66)$$

$$\text{με } C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_v}, C_{w2} = 0.3, C_{w3} = 2.0 \text{ σταθερές} \quad (67)$$

### Μοντέλο τύρβης K-ε

Το τυρβώδες ιξώδες  $\mu_t$  υπολογίζεται από το συνδυασμό του  $k$  και του  $\varepsilon$  ως εξής:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (68)$$

όπου  $C_\mu$  είναι μια σταθερά. Οι εξισώσεις μεταφοράς από τις οποίες λαμβάνουμε τα  $k$  και  $\varepsilon$  είναι αντίστοιχα:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (69)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (70)$$

όπου  $G_k$  η παραγωγή κινητικής ενέργειας λόγω των παραγώγων των μέσων ταχυτήτων:

$$G_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (71)$$

$G_b$  η παραγωγή κινητικής ενέργειας λόγω άνωσης:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (72)$$

όπου  $Pr_t$  είναι ο τυρβώδης αριθμός Prandtl για την ενέργεια και  $g_i$  είναι η συνισταμένη του διανύσματος της βαρύτητας στην  $i$  διεύθυνση.

Ο όρος  $Y_M$  έχει να κάνει με τη συμπιεστότητα της ροής.  $C_{1\varepsilon}$ ,  $C_{2\varepsilon}$  και  $C_{3\varepsilon}$  είναι σταθερές και για το συγκεκριμένο μοντέλο παίρνουν τις προκαθορισμένες τιμές 1.44, 1.92 και 0.09 αντίστοιχα. Τα  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για τα  $k$  και  $\varepsilon$  αντίστοιχα με προκαθορισμένες τιμές 1.0 και 1.3 αντίστοιχα. Τα  $S_k$  και  $S_\varepsilon$  είναι όροι πηγών. Οι τιμές που παίρνουν οι παραπάνω σταθερές έχουν αποφασιστεί από διάφορα πειράματα για βασικές τυρβώδεις ροές.

### Μοντέλο τύρβης K- $\omega$

Το τυρβώδες ιξώδες  $\mu_t$  υπολογίζεται από το συνδυασμό του  $k$  και του  $\omega$  ως εξής:

$$\mu_t = a^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (73)$$

όπου  $a^*$  είναι ένας συντελεστής που μειώνει το τυρβώδες ιξώδες, κάνει μια διόρθωση για μικρούς αριθμούς Reynolds:

$$a^* = a_\infty^* \left( \frac{a_0^* + \text{Re}_t / R_k}{1 + \text{Re}_t / R_k} \right) \quad (74)$$

Όπου:

$$\text{Re}_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad R_k = 6 \quad \alpha_0^* = \frac{\beta_t}{3} \quad \beta_t = 0.072 \quad (75)$$

Οι εξισώσεις μεταφοράς από τις οποίες λαμβάνουμε τα  $k$  και  $\omega$  είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k \quad (76)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (77)$$

όπου  $G_k$  η παραγωγή κινητικής ενέργειας λόγω των παραγώγων των μέσων ταχυτήτων (εξίσωση 6.8) και  $G_\omega$  η παραγωγή του  $\omega$  :

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (78)$$

Όπου:

$$a = \frac{a_\infty}{a^*} \left( \frac{a_0 + \text{Re}_t / R_\omega}{1 + \text{Re}_t / R_\omega} \right) \quad (79)$$

με  $R_\omega = 2.95 a^*$

Τα  $\Gamma_k$  και  $\Gamma_\omega$  αναπαριστούν την αποτελεσματική ανάμιξη των  $k$  και  $\omega$  αντίστοιχα και υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (80)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (81)$$

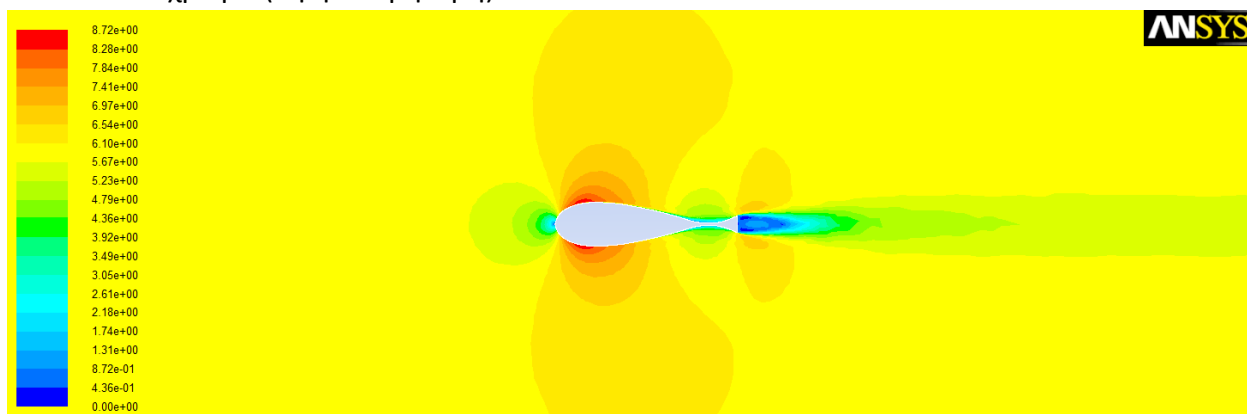
Τέλος τα  $Y_k$  και  $Y_\omega$  αναπαριστούν την καταστροφή των  $k$  και  $\omega$  αντίστοιχα λόγω τύρβης, ενώ τα  $S_k$  και  $S_\omega$  είναι όροι πηγής.



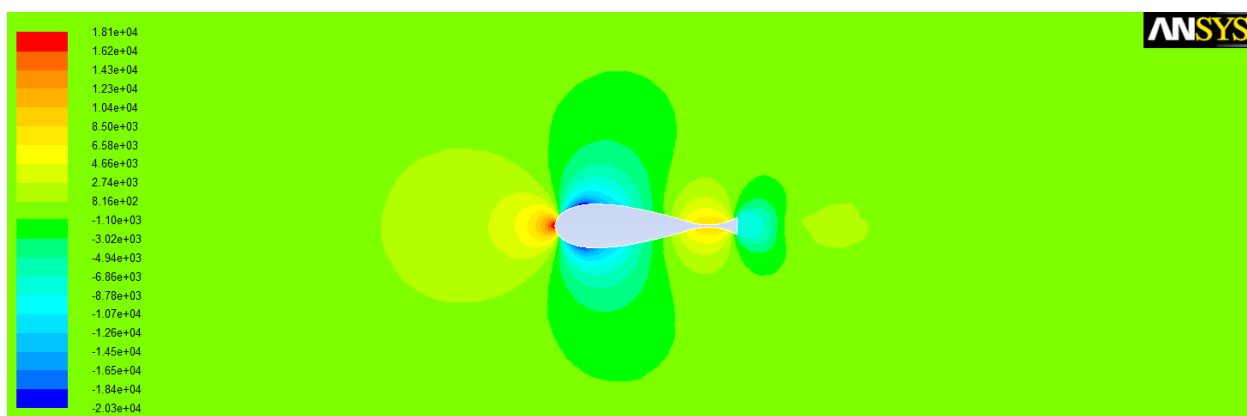


## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ: ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΠΙΕΣΕΩΝ

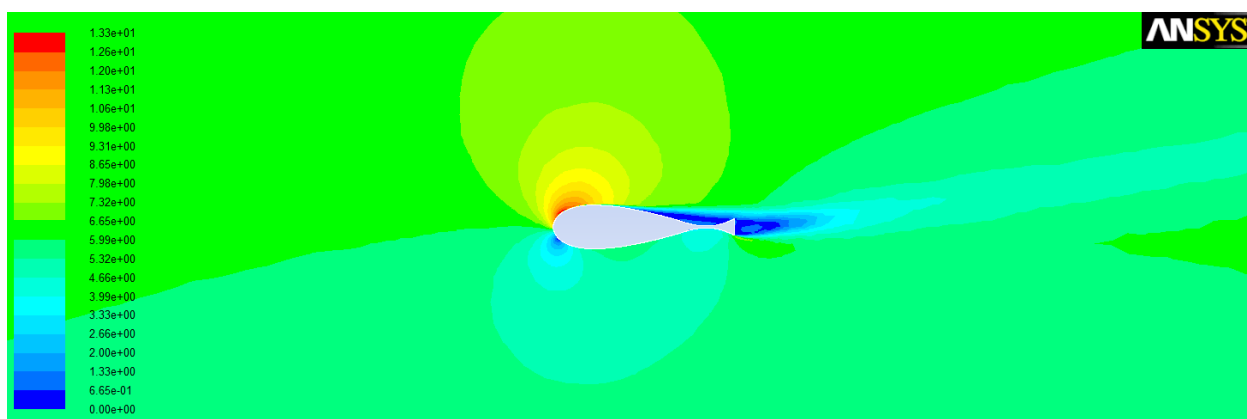
Στη συνέχεια παρατίθενται στιγμιότυπα ταχυτήτων και πιέσεων για τις διάφορες γεωμετρίες που μελετήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία σε διάφορες γωνίες προσβολής. Στο αριστερό μέρος κάθε εικόνας βαθμονομείται χρωματικά η τιμή του εκάστοτε μεγέθους, αρχίζοντας από το μπλέ χρώμα (χαμηλότερη τιμή) και καταλήγοντας στο κόκκινο χρώμα (υψηλότερη τιμή).



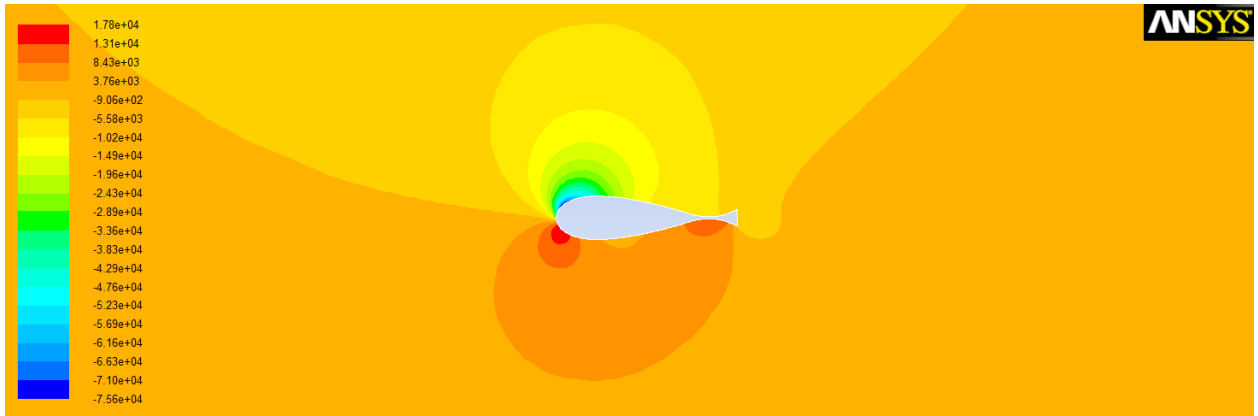
Σχήμα Π 5: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.



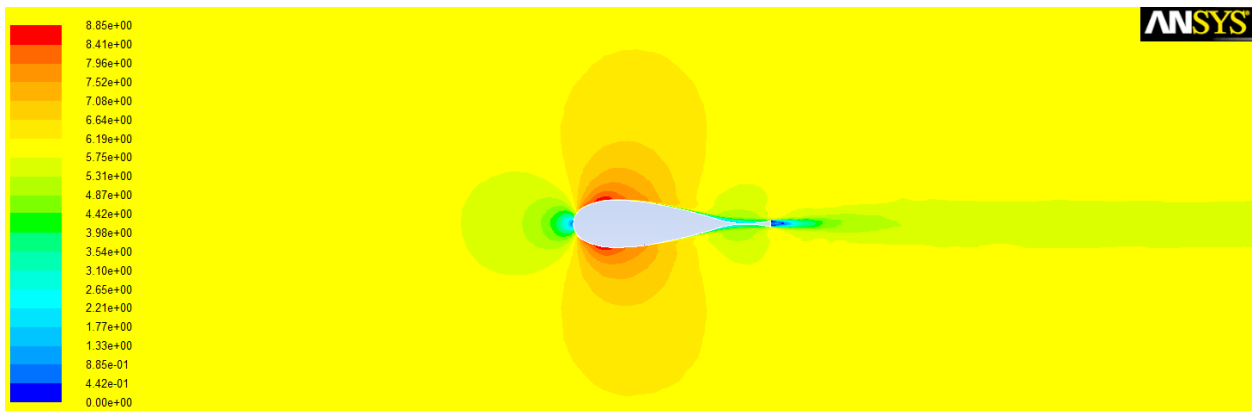
Σχήμα Π 6: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.



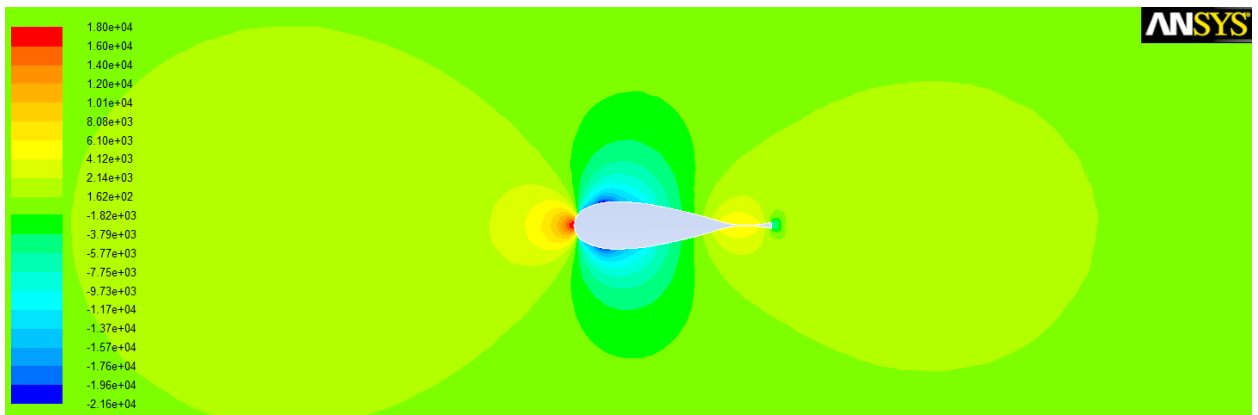
Σχήμα Π 7: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.



Σχήμα Π 8: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 2 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.

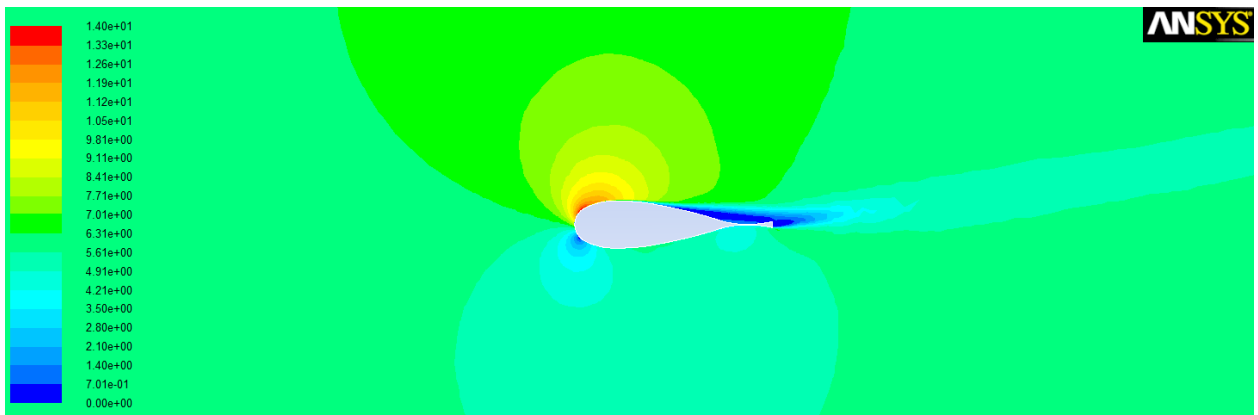


Σχήμα Π 9: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.

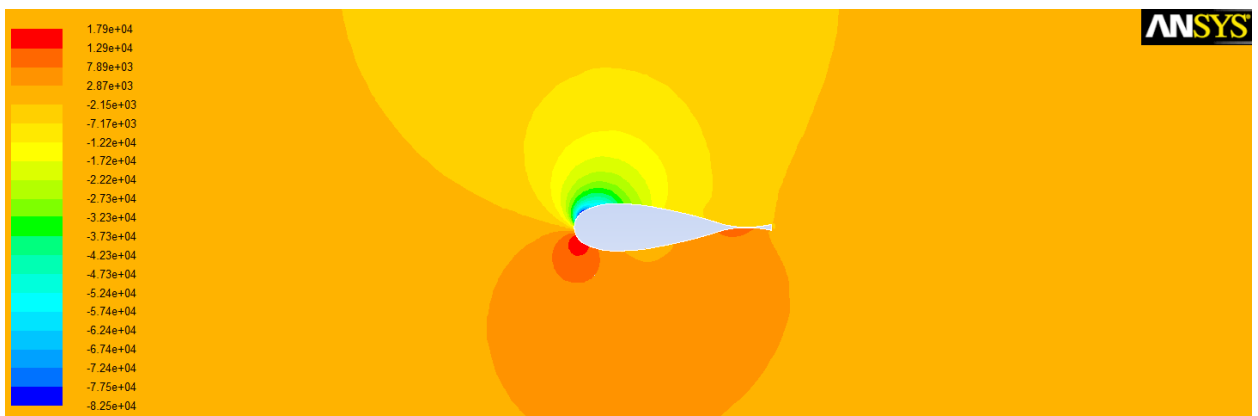


Σχήμα Π 10: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.

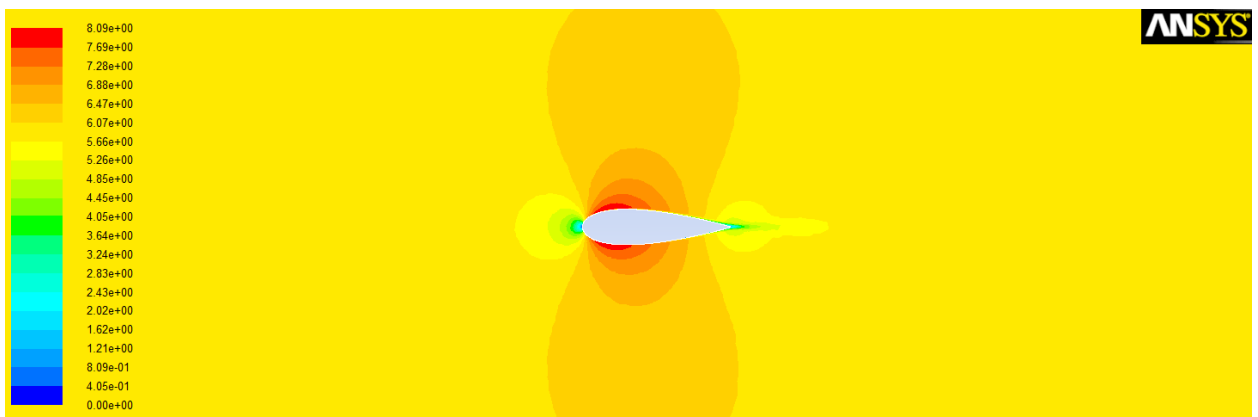
Παράρτημα Δ: Στιγμιότυπα ταχυτήτων και πιέσεων



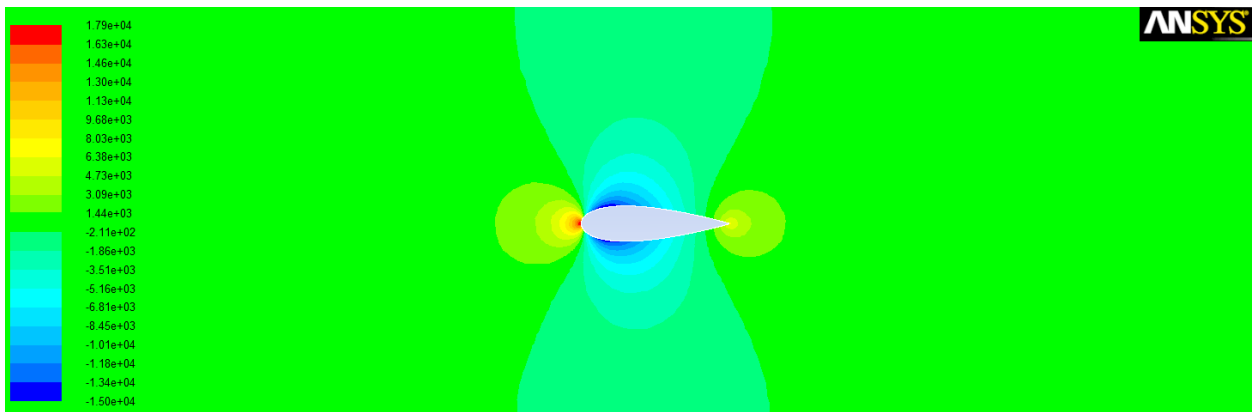
Σχήμα Π 11: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.



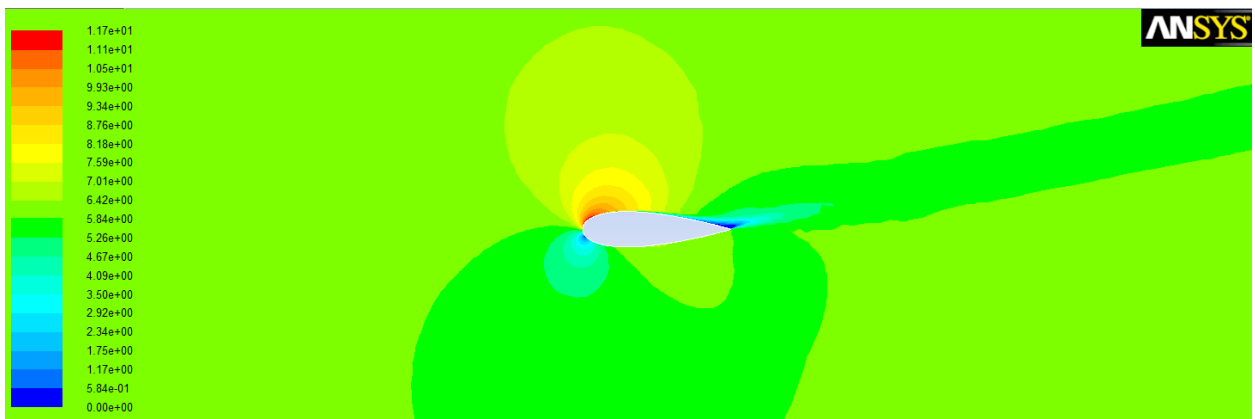
Σχήμα Π 12: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Fishtail 1 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.



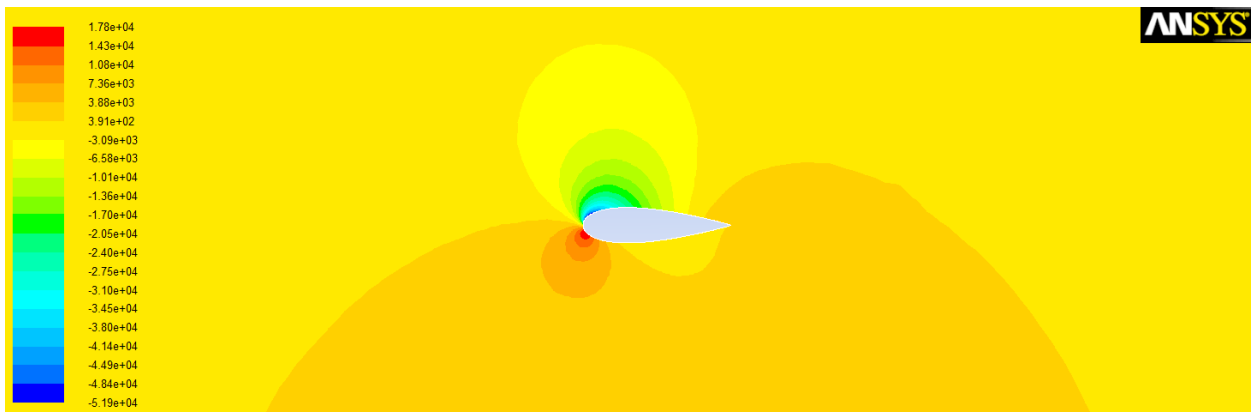
Σχήμα Π 13: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.



Σχήμα Π 14: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 0 μοίρες.

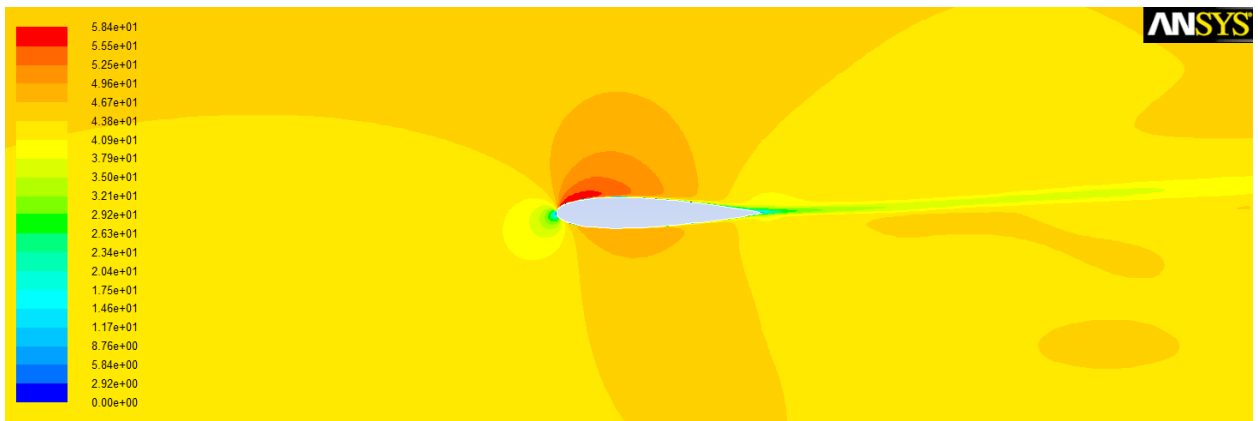


Σχήμα Π 15: Στιγμιότυπο ταχύτητας της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.

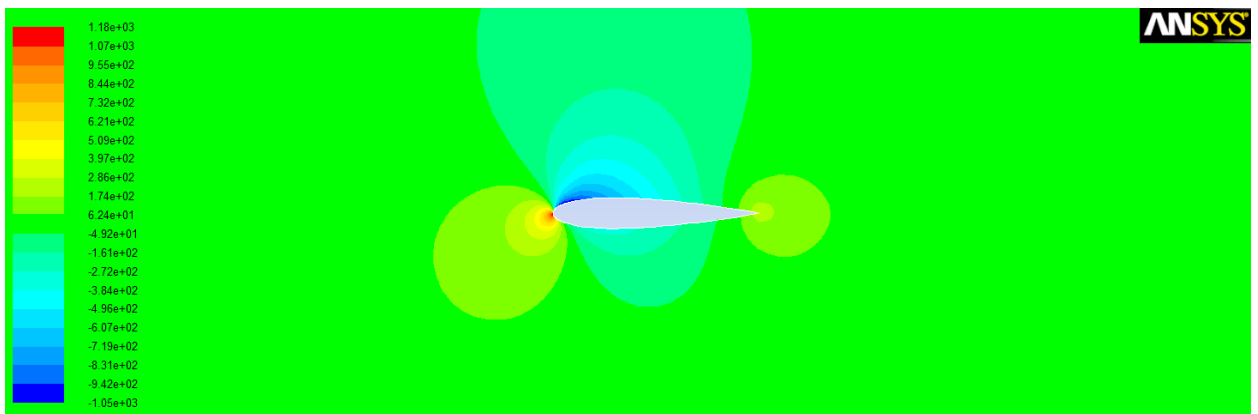


Σχήμα Π 16: Στιγμιότυπο πίεσης της υδροτομής Naca 0024 για γωνία προσβολής 12 μοίρες.

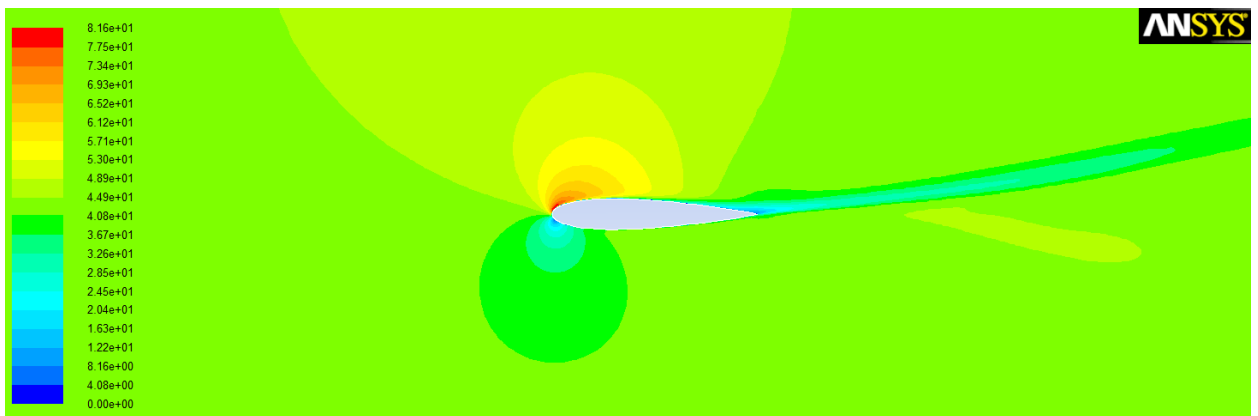
Παράρτημα Δ: Στιγμιότυπα ταχυτήτων και πιέσεων



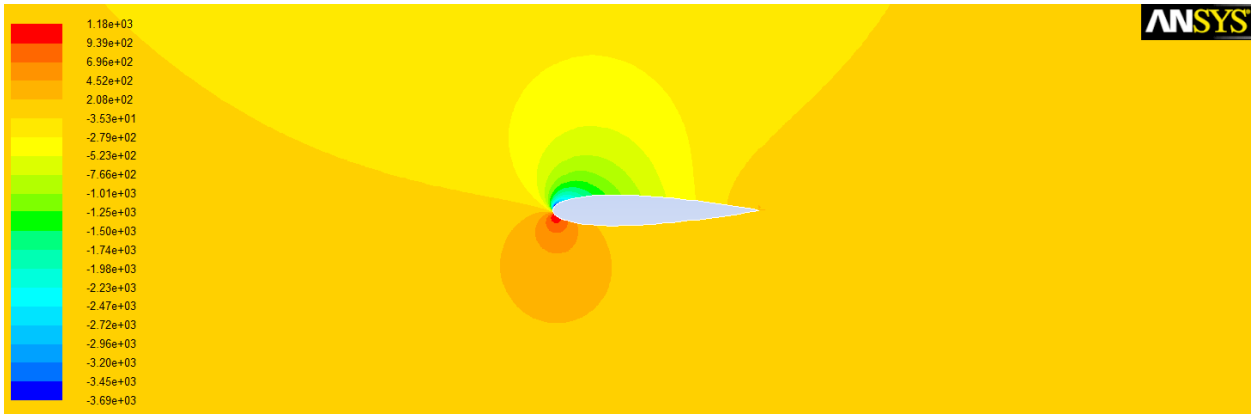
Σχήμα Π 17: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 3 μοίρες.



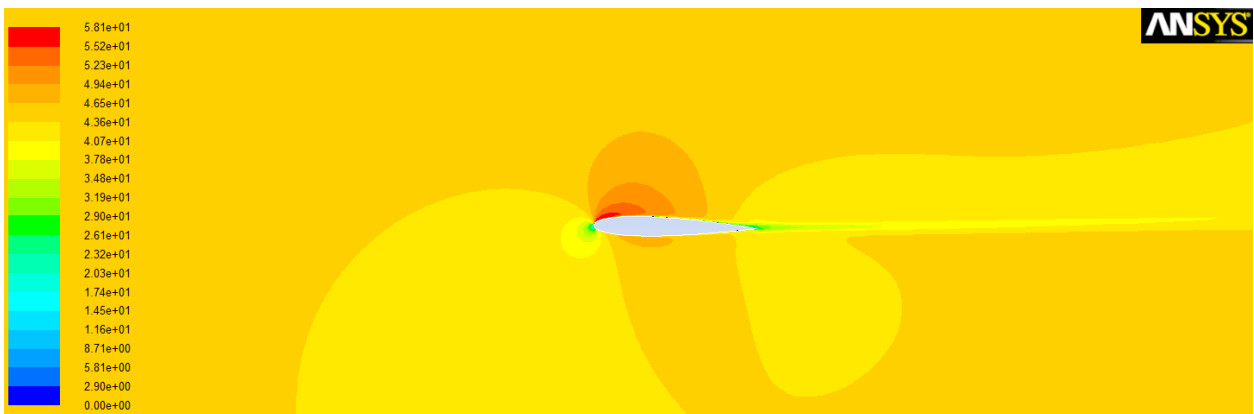
Σχήμα Π 18: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 3 μοίρες.



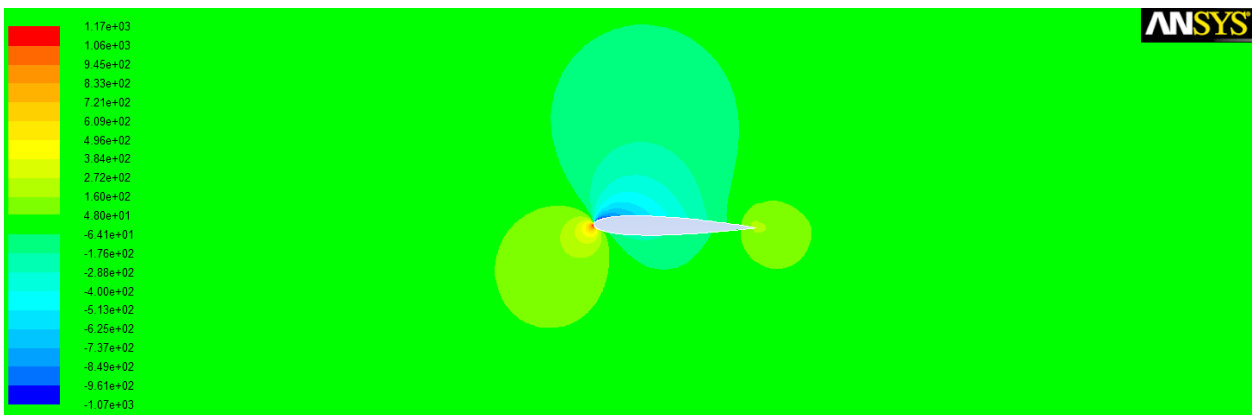
Σχήμα Π 19: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 10 μοίρες.



Σχήμα Π 20: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0015 για γωνία προσβολής 10 μοίρες.

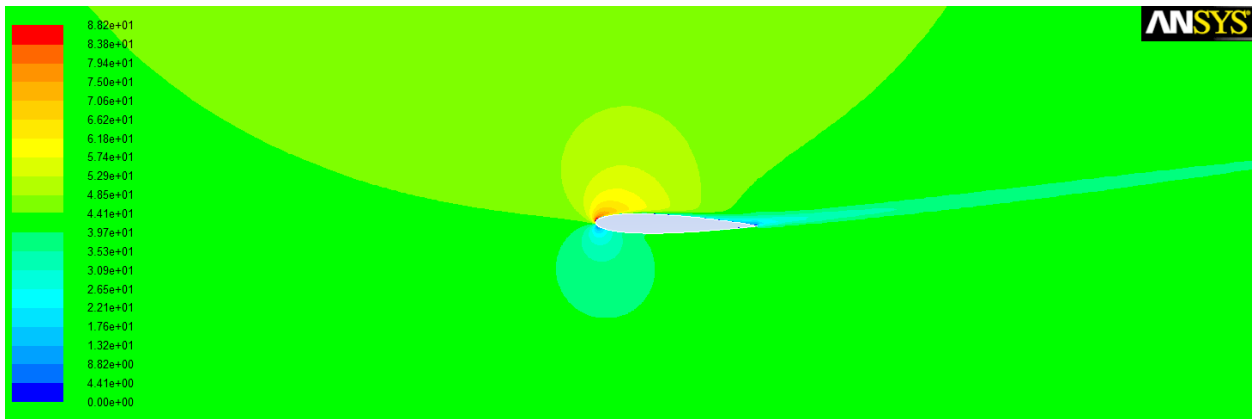


Σχήμα Π 21: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 3 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.

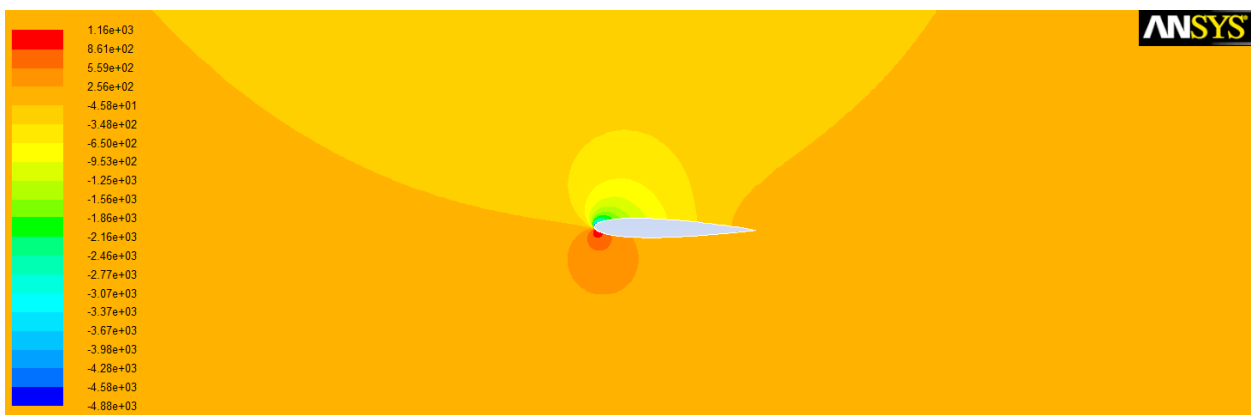


Σχήμα Π 22: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 3 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.

Παράρτημα Δ: Στιγμιότυπα ταχυτήτων και πιέσεων



Σχήμα Π 23: Στιγμιότυπο ταχύτητας της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 10 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.



Σχήμα Π 24: Στιγμιότυπο πίεσης της αεροτομής Naca 0012 για γωνία προσβολής 10 μοίρες και μοντέλο τύρβης k-ε.

Μελέτη δυνάμεων πηδαλίου με κώδικα CFD Fluent και εφαρμογή για προσομοίωση ελκτικότητας