



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING

PHD THESIS

**Development of Conflict Avoidance
Algorithms for Autonomous Aircraft:
Applications in Air Traffic Management**

Including extended summary in Greek

Giannis Roussos

Advisor:
Professor Kostas J. Kyriakopoulos

Athens, 2015

Acknowledgments

This PhD Thesis has been made possible thanks to the help and contribution of a lot of people, whom I would like here to acknowledge.

First and foremost, I would like to sincerely thank my Advisor, professor Kostas J. Kyriakopoulos, for giving me the opportunity to work with him in this Thesis, as well as for his valuable guidance and support during my work. I am particularly grateful for his patience and persistence until the completion of my Thesis.

I would also like to thank the members of the board supervising my Thesis, professors Evangelos G. Papadopoulos and Nikolaos J. Krikelis for the trust they showed in me by committing to oversee my work.

I am especially thankful to Dimos Dimarogonas for his exceptional contribution to my Thesis. Dimos shared his valuable experience with me during my first steps in my research and working with him has been crucial to the rest of my Thesis. I also want to acknowledge Savvas Loizou for the enlightening but unfortunately short time we worked together. Moreover, I have to mention here the important contribution of Kostas Vasilakis, who successfully performed the realistic air traffic simulations presented in this Thesis. I would also like to thank all my colleagues with whom we crossed paths in the Control System Laboratory and particularly Apollon Oikonomopoulos, Dimitra Panagou, Xanthi Papageorgiou and Grigoris Lionis. Their technical, professional and personal help and support during my work has been invaluable. Lastly, I want to acknowledge Mr. Michalis Drossakis for his versatile and important contribution throughout my Thesis.

I am truly grateful to professor John Lygeros and Georgios Chaloulos from ETH, Zurich. Working with them has been very beneficial for the rest of my Thesis. Initial results of this collaboration are presented in the Appendix.

Finally, I have to genuinely thank my family for their unconditional support throughout my PhD. Completing this Thesis would have never been possible without their help.

Contents

List of Acronyms	5
Introduction	11
1 Literature Survey	15
1.1 Conflict Avoidance in Control & Robotics	15
1.2 Conflict Avoidance in ATM Research	17
2 Conflict Avoidance in Air Traffic Management (ATM)	19
2.1 Introduction	19
2.2 Autonomous Flight	20
2.3 Methodology - A Navigation Function (NF) approach	22
2.4 Aircraft modelling	26
3 Decentralised NF with Limited Sensing and Prioritisation	31
3.1 Introduction	31
3.2 Explicit Prioritisation	34
3.3 Limited Sensing	35
3.4 Implicit Prioritisation	37
3.5 Potential Synthesis	39
4 Potential construction using implicitly defined shapes	43
4.1 Implicit agent shape description	43
4.2 Local Sensing	48
4.3 Collision function synthesis	49
4.4 The workspace bounding obstacle	49
4.5 Decentralised aircraft Conflict resolution in 3D space	51
5 Decentralised Aircraft Conflict Avoidance	55
5.1 Introduction	55
5.2 Aircraft navigation in 2D Space	56
5.3 Aircraft navigation in 3D Space	60

5.4	Conflict avoidance and Convergence Analysis	69
6	Simulations	79
6.1	Application examples in 2D space	79
6.2	Application examples in 3D space	85
6.3	Case Study - Realistic ATM Simulations	88
7	Conclusions and further research	99
7.1	Contributions	99
7.2	Future research directions	100
A	Combining Navigation Functions with Model Predictive Control	103
A.1	Hierarchy	104
A.2	Simulation Setting	108
A.3	Control using Navigation Functions	109
A.4	MPC with NFs	110
A.5	Results	111
A.6	Conclusions	114
	Bibliography	115
	Extended Summary in Greek	123

List of Acronyms

ASAS	Airborne Separation Assurance System
ATC	Air Traffic Control
ATM	Air Traffic Management
AZ	Alert Zone
BADA	Base of Aircraft Data
CD&R	Conflict Detection and Resolution
ConOps	Concept of Operations
FMS	Flight Management System
GPS	Global Positioning System
LORAN	Long Range Navigation
MFF	Mediterranean Free Flight
MPC	Model Predictive Control
NF	Navigation Function
PAZ	Protected Airspace Zone
RBT	Reference Business Trajectory
SA	Separation Assurance
SESAR	Single European Sky ATM Research Programme
STCA	Short-Term Conflict Alert
UAV	Unmanned Aerial Vehicle

List of Figures

2.1	Potential of a Navigation Function in a 2D workspace with 2 obstacles O_1, O_2 . The target is $[x_d \ y_d] = [7 \ 0]$, with orientation $\phi_d = 0$ and the corresponding non-holonomic obstacle H is the line $x = 7$	25
2.2	Model Coordinates $\mathbf{q}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^\top$, ϕ_i and controls u_i, w_i, ω_i . Descent angle α_i and vertical velocity w_i shown here negative during descent.	28
3.2	(a): The non-circular sensing area used for each agent, consisting of a semi-circle in the rear and a semi-ellipse in front of it. (b): Implicit prioritisation of agent 2 with respect to agent 1: Agent 1 senses agent 2 but is outside agent 2's sensing area, thus only agent 1 will manoeuvre.	38
3.3	Obstacle function G_i , workspace boundary function β_i , target function γ_i and the resulting Navigation Function Φ_i for $x_i \in [0, Rw], y_i = 0$	41
3.4	Navigation Function field in a workspace with 3 obstacles and local sensing.	41
4.1	(a): The relative shape O^j of agent j with respect to its reference point \mathbf{q}_j (b): The shape symmetric $O'_j(\mathbf{q}_c)$ derived by mirroring O^j around the $y = -x$ line and translating it to \mathbf{q}_c (c): Construction of the collision set O_{ij} between agents i, j , by sliding the set $O'_j(\mathbf{q}_c)$ along the boundary of O_i . (O_i has been assumed larger than O_j here for figure clarity)	47
4.2	The workspace W (blue color) and the region F (dotted pattern) where its influence is inactive. Thus, agents take into account the workspace boundary only within the blue undotted annulus.	50

4.3	The collision set O_{ij} - Protected Airspace Zone (PAZ) in ATM terms - around each aircraft, defined as an oblate spheroid of horizontal radius d_h and vertical semi-axis d_v . d_h and d_v are the horizontal and vertical separation minima, respectively. (not drawn in scale)	52
4.4	The sensing region A_i around each aircraft, extending to R_f forward, R_r to the rear and sides and R_v on the vertical direction (not drawn in scale)	53
5.1	Target Cylinder \mathcal{C}_i , Target Sphere \mathcal{S}_i , Belt Zone \mathcal{B}_i and Manoeuvring Space \mathcal{R}_i around the target \mathbf{q}_{id} . σ_{ni} varies linearly in \mathcal{B}_i	65
5.2	Angle parameters $\hat{\theta}$, θ_i^0 , aircraft limits α_{iC} , α_{iD} and switch $\sigma_{\alpha i}$ with respect to the gradient elevation angle α_i	66
6.1	High priority agents 1-4 move undisturbed in parallel paths, while low priority agent 5 crosses their paths while avoiding conflicts to reach its destination.	80
6.2	High priority agent 5 crosses the path of lower priority agents 1-4, forcing them to maneuver around it and each other to reach their destinations.	81
6.3	Simulation results: Obstacle avoidance using various sensing schemes	83
6.4	Simulation Results: A high priority agent crosses the paths of 4 lower priority ones moving in parallel	84
6.5	Trajectories in 3D space	86
6.6	Vertical Velocities	87
6.7	Horizontal and Angular Velocities	88
6.8	Flights entering the interest area studied	89
6.9	Simulation Results: First 1000 flights	91
6.9	Simulation Results: First 1000 flights(cont.)	92
6.10	Simulation Results: FL assignment by route direction	94
6.10	Simulation Results: FL assignment by route direction(cont.)	95
6.11	Simulation Results: Round Robin FL assignment	96
6.11	Simulation Results: Round Robin FL assignment	96
6.11	Simulation Results: Round Robin FL assignment(cont.)	97
A.1	Hierarchical Multi-Level System	105
A.2	Configuration for 3 aircraft encounter.	108
A.3	Aircraft speed for the solution produced by NFs	109
A.4	Speed evolution with time for a conflicting situation of 4 aircraft	112

A.5	Solution of NFs for a conflicting situation of 4 aircraft	112
A.6	Solution of the proposed scheme for a conflicting situation of 4 aircraft	113

Introduction

Multi-agent systems are receiving growing attention in recent years from various research areas, since they form the basis of a broad spectrum of applications. A large part of the literature on multi-agent systems focuses on achieving cooperative tasks, like formation control and flocking. A somewhat different and also popular class of problems is that of non-cooperative navigation, where each agent has an independent task to complete (i.e. reach a goal) but all the agents must share a common workspace. Two major applications for this class of problems are mobile robot path planning, and Air Traffic Management (ATM). The operation of multiple mobile agents in the same space means that conflicts (or collisions) may occur and compromise the safety and efficacy of the system as a whole. Thus, automated conflict avoidance has become an inherent part of multi-agent navigation problems.

ATM in particular is an area where the use of automation in navigation and Conflict Detection and Resolution (CD&R) tasks is limited, partly due to the safety considerations involved. Nevertheless, the long-term forecast by EUROCONTROL [1] suggests a growth in the number of flights in Europe by a factor of up to 2.2 by 2030 compared to 2009, along with a shift towards longer flight distances. A more recent short-term forecast [2] taking into account the effects of the current economic crisis on air transportation predicts a slower growth rate for the years to come, though still an increased number of flights is expected. This will result in a significant increase in the ATM capacity required to safely and efficiently handle the traffic. However, the capacity in already congested areas is currently limited by the human operators that are responsible for Air Traffic Control (ATC) operations in the existing centralised structure of ATM. Thus, in order to remove this bottleneck and allow safe and efficient air transportation in the next decades the introduction of automation is envisioned, gradually relieving the human operators from mundane, tactical tasks.

One of the most critical functions in ATM is separation assurance, which is currently handled by human air traffic controllers. Because of the key role that separation assurance holds in ensuring flight safety, it is essential that

CD&R operations are performed in a reliable and effective way for the given air traffic levels. The growing air traffic levels bring a near combinatorial increase in the complexity of the possible conflict scenarios, challenging the physical limits of air traffic controllers, whose responsibilities are not limited to CD&R. Moreover, the centralised organisation of present ATM system means that a single entity handling CD&R for all aircraft in a given airspace area may be overwhelmed by future traffic levels and compromise the whole system's safety in the event of a failure.

From the above it becomes obvious that the achievements in decentralised multi-agent conflict resolution can and ought to play a significant role in the development of future ATM. Although a wide variety of approaches exists in the control and robotics literature, the specific characteristics of ATM (including but not limited to aircraft kinematic constraints, safety requirements etc) make the direct application of existing methods problematic. A survey on the decentralised multi-agent navigation and conflict avoidance literature is presented in Chapter 1.

Motivated by the above facts, this thesis aims to exploit recent achievements in multiagent systems control for the design of a new framework for decentralised aircraft CD&R. Following a survey on the decentralised multi-agent navigation and conflict avoidance literature, the Navigation Functions (NFs) [3] methodology has been chosen as the basis of the new design, because of a number of appealing characteristics, as explained in detail in Sections 2.2 and 2.3. The NF framework offers powerful formal properties but since it has emerged in the robotics community, it does not take into account the specific requirements of aircraft CD&R. Navigation Functions have been introduced to aircraft navigation and conflict avoidance within the research project HYBRIDGE [4] by Dimarogonas et al., see for example [5, 6, 7, 8]. The formal conflict avoidance and convergence guarantees that the NF framework offers have greatly appreciated for ATM applications, however significant aspects of the specific application remain to be addressed. Inspired by these novel results, the work presented here aims to refine and adapt the NF methodology according to the requirements of ATM applications, so that it can be practically integrated in a complete future ATM concept, like the one developed within the research project iFly [9].

The most important aspects of the NF framework that have been addressed in this thesis are the implementation of local sensing and prioritisation in a practical and efficient way, along with the adaptation to 3D aircraft kinematics, constraints and ATC practice. The use of local sensing is essential to accommodate the practical limitations of aircraft surveillance and communication systems, as well as to reduce the computational requirements of the methodol-

ogy. Moreover, the aircraft performance constraints that have to be taken into account greatly differ from those that apply to mobile robots: aircraft speed regulation capabilities are limited and a lower speed bound applies, while the climb and descent capabilities are bounded too.

This thesis is structured as follows: In Chapter 1 a literature survey on navigation and conflict avoidance algorithms is presented, documenting the choice of the Navigation Functions (NFs) framework as the basis for the work in this Thesis. The specifications for aircraft CD&R in the Autonomous Flight concept are detailed in Chapter 2, along with the assumptions regarding aircraft modeling used here. A more detailed presentation of NF-based solutions presented so far is also included to give a better overview of the framework's capabilities. In Chapter 3 the contribution of this Thesis in the integration of limited sensing and prioritisation in NF-based potentials is presented, followed by the proposed application scheme of the methodology to a more general class of shapes, detailed in Chapter 4. The NF-based control scheme that has been developed in this Thesis specifically for aircraft CD&R in 3D space is presented in Chapter 5, along with the formal proof of its efficacy. The performance of the resulting method comprising the proposed NF-based potential and the novel aircraft control scheme is demonstrated in a series of simulations in Chapter 6, both in small-scale artificial scenarios and in realistic air traffic data. Finally, the contribution and conclusions of this Thesis are summarised in Chapter 7, where possible directions for future research in the same area are proposed. Initial work on one of those directions, namely the combination of Navigation Functions (NFs) and Model Predictive Control (MPC), is presented in Appendix A.

Chapter 1

Literature Survey

1.1 Conflict Avoidance in Control & Robotics

Conflict avoidance has been a very popular subject in the fields of applied control and robotics during the last three decades. Various collision avoidance algorithms have emerged through this extensive research effort [10, 11, 12]. A very good review of the literature in this area has been presented in [13], although significant progress has been achieved since this survey was compiled. Most of the research on CD&R focuses on mobile robot applications and Unmanned Aerial Vehicle (UAV), though ATM applications have been growing in popularity in the last years.

A wide class of CD&R approaches utilise optimisation techniques, where separation assurance is usually introduced as an inequality constraint. Optimization offers a natural framework for dealing with performance requirements, such as minimum fuel consumption or deviation from planned course, and passenger comfort in ATM applications [14].

A non-cooperative, worst case approach for 2 aircraft is presented in [15, 16, 17], where each aircraft calculates the maximal set of initial conditions that guarantee a safe trajectory for the system for all possible manoeuvres of the conflicting neighbour. This algorithm is off course inherently non-cooperative and decentralised and is mostly suited for off-line prediction of safe and unsafe escape manoeuvres.

A less conservative, cooperative approach is developed in [18], [19] and [20]. Each aircraft is considered to have information on the state and goals of all other ones closer than a maximum "alert" distance and based on this knowledge plans its trajectory so that the sum of the delays of all neighboring aircraft is minimised, while avoiding conflicts.

A similar formulation of the problem described above is used in [21] and

[22], in an even more decentralised form where each aircraft's cost function depends solely on its own trajectory.

In general optimization methods for aircraft CDR are appealing for handling constraints and performance requirements, but pose considerable difficulties for real-time application to multiple aircraft situations. The non-convex nature of the conflict avoidance constraints means that the optimisation problem is computationally non-tractable and has to be solved numerically, thus requiring significant computational effort, especially for large numbers of aircraft involved.

A different approach is presented in [23], where the theory of Hybrid Systems is used to build and analyse a hybrid control policy for aircraft CD&R. The control scheme employs straight and fixed curvature lines to avoid collisions while respecting the aircraft speed and curvature bounds. Although the safety of the system (i.e. collision avoidance) can be formally guaranteed, convergence to the destination has only been shown through a probabilistic study.

A significant part of navigation and CD&R work employs some form of artificial potential (or vector) field. The concept of artificial potential fields has been initially presented by Andrews and Hogan [24] for the motion planning of manipulators, while Khatib [25] applied it to mobile robots. The basic principle of these methods is very similar to the way natural potential (eg. electrical) fields are created: the artificial potential (or force in some variations) field Φ is constructed by combining the repulsive effect of obstacles or other agents, and the attractive effect of the destination. Thus the potential value is high near collisions and low near the target. One then can use the negated gradient $-\nabla\Phi$ to drive the agent along a flow line and towards the direction that decreases the potential and eventually to the destination, which is a minimum of Φ . This methodology is intuitive and allows the consideration of various types of obstacles and destinations by appropriately constructing the potential function. However, a common weakness of most artificial potential field methods is the creation of local minima away from the destination, which can attract agents to undesired positions and lead to stagnation, preventing convergence.

Although widely used for the motion control of mobile robots, methods using artificial potential fields have not yet been very popular in aircraft CD&R so far. This is due to the common inability of such methods to consider the limitations that characterise the feasible aircraft performance. An overview of various potential field methods to aircraft CD&R is given in [26] and [27] and a representative of this class of methods is presented in [28].

One class of methods for robot collision that employs potential function

handles the problem in a two step approach [29]: the workspace is initially divided into cells, which are then used to formulate the navigation problem as a graph search problem. Consequently, artificial potential or vector fields are used to steer the robots between cells, following the sequence provided by the graph search solution. An extension of this scheme to multi-robot navigation is presented in [30]. Although this class of solutions provides an intuitive line of thought, it requires considerable pre-calculations and thus a-priori knowledge. Moreover, performing the cell decomposition in the combined state space of all robots and solving the graph search problem can become very computationally challenging for large groups of robots.

A major breakthrough in artificial potential field methods has been presented in [3] with the introduction of Navigation Functions (NFs). This special class of appropriately constructed potential fields eliminates the existence of local minima away from the destination and is thus able to provide guaranteed convergence and conflict avoidance performance. The formal properties of the NFs methodology make it a promising candidate solution for aircraft CD&R. A detailed survey of the NF-related work in the literature that is relevant to aircraft CD&R is presented in Section 2.3.

1.2 Conflict Avoidance in ATM Research

The approaches coming from the control and robotics domains mentioned in the previous section usually address the problem of conflict avoidance in a somewhat abstract way, though some of them use the underlying control and robotics elements towards an ATM-targeted solution. However, a number of approaches have been developed in the ATM-focused research and industry. Such algorithms often lack any foundations from the control (or robotics) domains, but are explicitly designed for ATM from the start. Of course, this distinction between solutions from the control and robotics domains on one hand and the ATM-specific ones on the other hand, is not absolutely clear in all cases. However, in the following paragraphs a number of representative algorithms specifically focused to ATM is presented.

One approach that is loosely based on the concept of artificial force fields, enriched with many heuristic elements specific to CD&R in ATM has been presented in [31]. This method has been chosen by the Mediterranean Free Flight (MFF) project [32] as the most promising algorithm for free route planning in the relatively sparse Mediterranean airspace. Although simulation results of the method are promising, the heuristic aspects of the algorithm make any formal guarantee about its performance extremely difficult, if not impossible.

A class of CD&R methods developed specifically for ATM application utilises the *collision cone* concept, i.e. the set of relative velocity vectors between two aircraft that bring them at a distance lower than the minimum allowed separation. Carbone et. al. [33] employ the collision cone concept using one control input (either turn, descent/climb or change the speed), but have not provided any formal guarantee for collision avoidance. Lalish et. al. [34] have also used the collision cone concept in a decentralised algorithm which considers actuation limits. However this approach requires deconflicted initial conditions to ensure that no conflicts will occur in the future.

Another class of geometric CD&R methods using a form of optimization include those proposed by Bilimoria [35] and Doweck, Munoz and Geser [36]. In these approaches the relative speed between conflicting aircraft is used to calculate the relative trajectory of the intruding aircraft. Note that no intent information is used, only position and velocity vector information are considered to be available. Once a loss of separation is detected, a family of new trajectories is produced that are tangential to the protected zone of the intruding aircraft, thus providing a separation equal to the minimum allowed. Specifically the new trajectories are designed by assuming a discrete maneuver (ie instantaneous change in heading, ground speed or both) strictly with geometric means and in a closed form. As there are infinite maneuvers that produce tangential trajectories, 3 types of solutions are considered as candidates: the ones given only by a heading or ground speed change, and those that require the least possible change in the velocity vector. The effectiveness of the algorithm presented in [36] has been formally verified by the authors in [37].

Finally, Durand et al. [38] describe another distributed algorithm for short term conflict resolution, where prioritized planning is considered, planning new trajectories for aircraft after first establishing a priority order. Establishing an order of priority could also enable the distributed use of a *one-against-many* algorithm, like the also geometrical algorithm presented in [39].

Chapter 2

Conflict Avoidance in Air Traffic Management (ATM)

2.1 Introduction

Conflict avoidance and navigation in general is a critical aspect of modern ATM, given the high levels of local traffic density in busy areas. In the beginning of aviation navigation was a major challenge, considering the lack of modern technologies for positioning. Pilots had to rely on instrument-based navigation, moving along fixed airways, each defined as a predefined sequence of ground radio beacons, using angle/angle navigation enabled by a simple single-channel radio receiver. As new technologies like Global Positioning System (GPS) and Long Range Navigation (LORAN) became available, navigation became less of a challenge and the need for fixed radio beacons was eliminated. However, route planning has still been using the structure of airspace, based on airways between fixed waypoints and discrete altitude levels, now defined and tracked via the use of GPS and similar technologies. Since waypoints do not require ground radio stations, a large number of them can be defined to enable a denser network of airways between them that allows shorter detours from the direct paths, resulting in lower fuel consumption and shorter flight times.

Although today's navigation enabling technologies in principle allow the elimination of waypoints and airways in favor of direct routes, i.e. aircraft flying straight from their departure airport to their destination, ATM is still operating on a structured airspace using airways. The reason for this is related to conflict avoidance, which is handled centrally by ground-based Air Traffic Control (ATC) stations. The use of airspace structure limits the possible trajectories of aircraft and enables the reduction of the general three-

dimensions-plus-time problem to a set of one-dimension-plus-time problems. Such problems are far easier to handle for human operators, at the cost of significantly limiting the spectrum of possible solutions and consequently airspace capacity. Nonetheless, direct routing is used by air traffic controllers when the traffic load is low enough to allow them to maintain situation awareness.

Although the airspace structure allows human operators to maintain a mental picture of the traffic at relatively high traffic levels, it cannot overcome human limitations when the sheer number of aircraft in a given airspace area becomes very high. In fact, human-operated conflict detection and resolution is currently the limiting factor in the busiest areas of European airspace. A common approach to reduce the load on human operators is to divide the area of responsibility of each air traffic controller, i.e. sector, into smaller ones when it becomes too crowded for one controller to handle. However, this approach can be useful up to a certain level of traffic density where each sector becomes too small and the overhead of transferring flights between adjacent sectors negates any benefits of reducing the number of aircraft in each sector.

The need for a better way to handle CD&R is increasing as traffic density levels grow, especially in the crowded airspace areas of central Europe. Freeing aircraft routes from the fixed airways can significantly increase the traffic levels than can be safely accommodated by exploiting all the available space. Moreover, route planning without the limitation of airspace structure will allow routes with significantly lower deviation, thus reducing the flight time and fuel consumption and increasing the overall capacity of the ATM system.

2.2 Autonomous Flight

Facing the bottlenecks in ATM described above, significant effort has been put into developing a new concept for future ATM that will enable safe handling of traffic levels of the the next decades. Key enabling technologies and scientific developments in the areas of communication, localisation and automatic control give rise to a new ATM model where human operators are complemented or even replaced by automation in a significant number of tasks. The main motivation behind this effort is to offload humans from a number of mundane tasks which can be better handled by automation and are currently limiting airspace capacity. Separation Assurance (SA) is a prime example of such a task that can be significantly supported by an automatic system, which will be able to detect and track a lot more aircraft and than what a human can.

Toward this direction, research has resulted in the development of automated systems that aid human controllers, like Short-Term Conflict Alert (STCA) [40] which detects possible conflicts and alerts the air traffic controllers

about them. However, another approach has been aiming to completely remove ground support from the coordination process and allow each aircraft to fly autonomously. Thus, the concept of Free Flight [41] has been introduced, which moves the responsibility for SA from ground controllers to each aircraft. This line of thought promotes the use of decentralisation due to the ability of distributed systems to handle large scale problems and the associated inherent benefits in robustness with respect to localised failures. Moreover, by allowing each aircraft to plan its own route, the optimal route and altitude can be selected, increasing efficiency.

The concept of Free Flight has been studied in the Mediterranean Free Flight (MFF) project, [32], for the relatively sparse airspace above the Mediterranean Sea. Within this project an Airborne Separation Assurance System (ASAS) was developed, intended to monitor near-by traffic for possible intruders and assist the pilot by suggesting safe avoidance manoeuvres. For conflict resolution the *modified voltage potential* algorithm [31] was used, which is loosely based on the concept of potential fields, combined with a simple priority scheme. The design was evaluated via computer simulations and pilot-in-the-loop experiments. The results of this initial concept were positive regarding both the feasibility of Self Separation and pilot acceptance, suggesting that Free Flight is feasible, at least in the low density Mediterranean airspace.

Following the encouraging outcome of MFF, further research in Free Flight has been undertaken within project iFLY [9], in order to study the applicability of Self Separation in high density areas. The iFLY consortium aims to explore the possibility of autonomous flight in future ATM, especially in the high-density areas that challenge the capacity of current ATM. To maintain or even improve flight safety, Separation Assurance (SA) is a major focus of the concept developed by iFLY for future ATM [42], where SA operations are organised in three levels:

- Long-term flow management, with a horizon of hours.
- Mid-term CD&R, operating with a horizon of tens of minutes.
- Short-term CD&R, dealing with conflicts that are up to 5 minutes away in the future.

According to the iFLY Concept of Operations (ConOps) [43], long-term operations are performed centrally on the ground and provide a Reference Business Trajectory (RBT) for each aircraft to fly. Mid and Short-term CD&R are handled autonomously on-board each aircraft and are responsible for adjusting the RBT to avoid any unforeseen conflicts. Though both levels operate in a distributed fashion, the focus of each algorithm is different. Due to the

relatively long time horizon, optimisation with respect to various performance criteria (area congestion, fuel efficiency, flight time, passenger comfort etc) are appealing and can yield very good results for Mid- and Long-Term CD&R. Short-term CD&R on the other hand is the last safety net for ensuring SA. Therefore, this CD&R level requires guaranteed performance to ensure flight safety, and fast response, in order to allow real time application.

Decentralisation is investigated in project iFLY as a key feature in future ATM. A centralised system is usually able to offer globally optimal solutions, but requires many computational resources and communication. On the other hand, decentralised methods can be realised with fewer available resources and offer some tolerance with respect to localised failures and faults. Because of the safety critical role of Short-term CD&R and the limited resources on-board each aircraft, decentralised methods are preferred in this level of CD&R. The work in this thesis has been primarily targeted to address the Short-term CD&R level. Thus, the specific requirements presented here have been crucial for the choice of the NF framework, as is explained in Section 2.3.

2.3 Methodology - A Navigation Function (NF) approach

This thesis addresses the problem of decentralised aircraft CD&R, focusing mainly on the Short-term level as it has been defined in the iFLY ConOps [42]. As explained in Section 2.2, the safety implications of Short-term CD&R, along with the requirement for fast response to newly detected conflicts favor feedback-based methods with guaranteed performance. Due to these requirements, the NF framework has been chosen to develop a Short-term CD&R solution that offers powerful formal guarantees and can be adapted to ATM applications.

As explained in Section 1.1, the Navigation Functions (NFs) methodology belongs to the general class of artificial potential field methods [25], although it offers some special characteristics. The basic principle of these methods is very similar to the way natural potential fields (eg. electrical) are created: the artificial potential (or force in some approaches) field Φ is constructed by combining the repulsive effect of obstacles or other agents, and the attractive effect of the destination. Thus the potential value is high near collisions and low near the target. One then can use the negated gradient $-\nabla\Phi$ drive an agent along a flow line and towards the direction that minimises the potential and eventually to the destination, which is a minimum of Φ . Though simple and intuitive, this technique may fail due to a common weakness of most

artificial potential field methods: local minima may be created away from the destination and attract the to undesired positions. This eventually leads to stagnation, preventing convergence.

As explained in Section 1.1, the Navigation Functions (NFs) methodology belongs to the general class of artificial potential field methods [25], although it offers some unique characteristics. Specifically, given a collision-free space \mathcal{F} with a destination \mathbf{q}_d inside \mathcal{F} , a Navigation Functions is a map $\phi : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ that satisfies the following properties:

1. It is smooth, or at least \mathcal{C}^2 on F ,
2. It is polar at the destination \mathbf{q}_d , i.e., has a unique minimum at $\mathbf{q}_d \in \overset{\circ}{F}$ where $\overset{\circ}{F}$ denotes the interior of F ,
3. It is a *Morse* function, i.e., its Hessian $\nabla^2\Phi$ at all critical points (i.e. where $\nabla\Phi = 0$) has full rank,
4. It is uniformly maximum on the boundary of the free space \mathcal{F} , $\partial\mathcal{F}$, i.e. $\lim_{q \rightarrow \partial F} \phi(q) = 1$

The main advantage of NFs over other potential field methods is the guarantee for a single, global optimum at the destination, which allows provable almost global convergence to the destination and conflict avoidance. NF approaches have been greatly based on the assumption of sphere worlds, i.e. that all agents, obstacles and the workspace itself have spherical shapes, in order to simplify the formal analysis. It has been shown [44] that strict global navigation (i.e. with a globally attracting equilibrium state) is not possible and a smooth vector field on any sphere world which has a unique attractor must have at least as many saddles as obstacles. Further, navigation properties are invariant under diffeomorphisms; hence any world that can be diffeomorphically transformed to a sphere world can accept a navigation function [44, 3, 45].

Navigation Functions were initially proposed for single point robot navigation in sphere worlds. Ongoing research has enabled the extension of the Navigation Functions (NFs) framework to the navigation of multiple non-point robots via Multi-Robot Navigation Functions. Implementations for Multi-Robot Navigation Functions have been presented both for centralized [46, 47, 48] and decentralized [6, 7, 49] systems. There are several levels of decentralization, depending on the information available to each agent. The simplest form of decentralization is directly derived from the centralized case, where agents have full information about other agents and they calculate locally their control input. A more decentralised algorithm has been presented in [6] where full state information is assumed for each agent but only abstract information

about the destinations of the other agents. Completely Decentralized Navigation Functions as presented in [7, 49] further limit the information required only to the state of other agents within a local area. In those cases each agent calculates locally its control based on the positions of the neighboring agents. The sum of all each agents' Decentralized Navigation Functions serves as a Lyapunov function candidate, used to prove almost global convergence for the complete system.

The NF framework has been chosen in this thesis for the development of a Short-term CD&R solution for future ATM because of its guaranteed conflict avoidance properties and its decentralised nature. Moreover, being a real-time feedback based method, NFs offer fast and computationally efficient response, along with some degree of robustness against measurement and modeling errors or environmental disturbances (eg. wind). Although initially developed for holonomic agents, the methodology has been extended to non-holonomic, unicycle-like kinematics that can be used to better model aircraft as shown in Section 2.4. In order to prevent in place rotation for non-holonomic agents, *Dipolar Navigation Functions* [45] are used here, which employ an artificial obstacle H_{nh_i} in Φ_i . This makes all the integral lines of the potential field tangent to the desired orientation at the goal, so that each agent approaches the goal with the desired orientation.

A Decentralised Dipolar Navigation Function is of the form:

$$\Phi_i = \frac{\gamma_{di} + f_i}{((\gamma_{di} + f_i)^k + H_{nh_i} \cdot G_i \cdot \beta_{0_i})^{1/k}}, \quad (2.1)$$

constructed as explained in detail in [6]. Function $G_i = G_i(\mathbf{Q})$, where $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1^\top \dots \mathbf{q}_N^\top]^\top$ is the vector of all agents' configuration, serves as a measure of proximity to any possible conflicts involving agent i : G_i is zero when aircraft i is in a conflict, i.e. when the sphere of agent i intersects with other agents' spheres, and is positive values away from conflicts. The goal function γ_{di} attracts agent i to its destination \mathbf{q}_{id} , while $f_i = f_i(G_i)$ ensures that in proximity situations Φ_i remains non-zero even when agent i has reached its destination. Thus, agent i can be temporarily driven away from its destination in order to facilitate the convergence of its neighbors. The circular workspace is modeled by β_{0_i} , while the artificial obstacle H_{nh_i} renders the potential field dipolar and aligns the trajectory at the origin with the desired orientation θ_{id} . This obstacle is considered as the plane with normal vector that is parallel to the desired orientation and includes the destination:

$$H_{nh_i} = \epsilon_{nh} + n_{nh_i} \quad (2.2)$$

$$n_{nh_i} = ([\cos \theta_{id} \quad \sin \theta_{id}] \cdot (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}))^2 \quad (2.3)$$

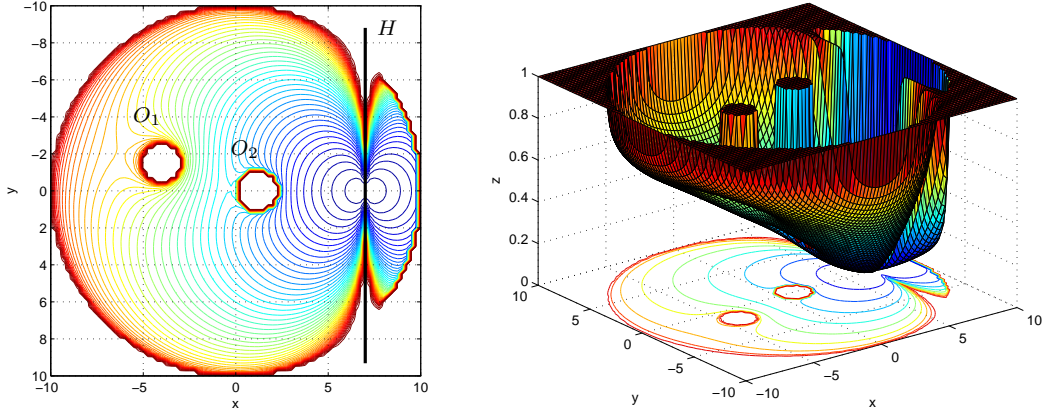


Figure 2.1: Potential of a Navigation Function in a 2D workspace with 2 obstacles O_1, O_2 . The target is $[x_d \ y_d] = [7 \ 0]$, with orientation $\phi_d = 0$ and the corresponding non-holonomic obstacle H is the line $x = 7$.

where ϵ_{nh} is a small positive constant. Finally, k is a positive tuning parameter.

The construction of the potential described above is decentralised in the sense that each agent needs no information about the other agents' destinations and only knowledge of their position is required. In ATM applications each aircraft can monitor the position, heading and velocity of neighboring aircraft through surveillance systems, while additional information can become available through the use of an information exchange system, like *SWIM* (System Wide Information Management) [50], envisioned for the future ATM concept of iFLY. Moreover, in a future ATM environment geared towards decentralisation, it is reasonable to expect that each individual aircraft will be able to acquire and process on-board an increased amount of information, assisted by technological advances in computing and information systems.

Navigation Function (2.1) is by construction 0 at the destination and 1 on the boundary of conflicts and provides almost global convergence to agent's i destination \mathbf{q}_{id} , along with guaranteed conflict avoidance [51]. The potential of such a NF in a 2D workspace with two obstacles O_1, O_2 is shown in Figure 2.1. The target is $[x_d \ y_d] = [7 \ 0]$, with desired orientation $\phi_d = 0$ and the corresponding non-holonomic obstacle H is the line $x = 7$.

Typically, a NF-based algorithm consist of two main components, the Navigation Function (NF) that creates the potential as in the example shown above and the set of control laws that use the information embedded in the potential to derive the actual control inputs that drive each agent. The work presented here contributes to both of the above areas in order to compose a complete navigation and collision avoidance scheme, though the proposed potential con-

struction and control scheme can also be used separately for other applications. More specifically, in the construction of the NF-based potential field the main contributions of this thesis, presented in Chapters 3 and 4 are the integration of a novel and more practical local sensing scheme, as well as prioritisation, both implicit (emerging from the non-circular sensing areas allowed by the proposed sensing scheme) and explicit via the organisation of agents to priority classes. Furthermore, an extension of the potential construction methodology that can handle a more general class of shapes is also presented. These developments have used the main NF form presented in (2.1) without the Dipolar obstacle H_{nh_i} to build upon. The Dipolar obstacle has not been included in the potential construction since ensuring a specific orientation at the destination is not required for the Short-Term aircraft collision avoidance case treated here. However the main principles presented here can also be applied to H_{nh_i} if a Dipolar potential field is required. In the area of the control scheme that exploits the NF-based potential field, the work presented in Chapter 5 introduces a novel set of feedback control laws that is specifically designed to take into account the characteristics and constraints of aircraft motion, as well as ATM requirements. Moreover, although the potential construction in Chapters 3 and 4 does not include the Dipolar obstacle, the control scheme presented in Chapter 5 can be used together with a Dipolar potential to ensure that each agent reaches its destination with a desired orientation.

2.4 Aircraft modelling

The choice of the model of motion used for each aircraft is important for the development of the CD&R algorithms and their evaluation. The model used must be realistic enough for aircraft Short-term CD&R application, but must be also as simple as possible to facilitate the design of the algorithm and also allow fast and efficient real-time execution and simulations.

In general, the motion of aircraft is affected by several disturbance factors, mostly related to the wind, that are difficult, if not impossible, to accurately measure or predict. However, as explained in the iFLY ConOps, [43], a deterministic model of motion is sufficient for Short-term operations, since the 3 – 5 minute horizon does not allow the uncertainty to build-up significantly. Moreover, deterministic models require less computational resources to extrapolate, thus allowing for faster Short-term response. Finally, the effect of any errors that may arise due to unmodeled uncertainties can be significantly reduced by the real-time feedback nature of the NF methodology.

In principle, even in deterministic form, the complete performance model of a civilian aircraft is of high complexity due to the coupling of mechanical,

aerodynamic and aeroelastic phenomena. This inherent complexity has led to the development of advanced on-board flight control systems - *avionics* - that handle the complex underlying dynamics and present the crew with a set of relatively simple and intuitive controls, like heading, speed or altitude changes. Such commands can be input by the crew to the Autopilot to be executed automatically, without any human intervention. Moreover, higher-level commands, like a complete trajectory or a part of it can be input through the Flight Management System (FMS).

In the case where an automation system is employed for the aircraft navigation and CD&R, the aforementioned control systems can offload a large part of the complex aircraft dynamics from the CD&R algorithm. Thus, from the point of view of the CD&R algorithm, the aircraft can be modeled using a significantly simpler model that functions as an abstraction layer and enables the algorithm to operate at a level above the FMS, without any direct interaction with the actual dynamics and controls. This abstraction can also be useful to isolate the CD&R system from the FMS, since the latter uses detailed and possibly restricted aircraft performance information that may not be available to the CD&R system. Thus, the model used has to be able to adequately capture the aircraft motion while being as generic and simple as possible to facilitate the design of the CD&R algorithms. Moreover, the computational efficiency of the model used is critical when used in algorithms that employ it in a predictive manner, like the approach described in Appendix A.

For the 2-dimensional case, where only horizontal maneuvers are considered, the well-known unicycle model has been employed for each aircraft i , using the horizontal position vector $\mathbf{n}_i = [x_i \ y_i]^\top$ and the orientation ϕ_i about the vertical axis z as the aircraft configuration:

$$\dot{\mathbf{n}}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \cdot u_i = \mathbf{J}_i \cdot u_i \quad (2.4)$$

$$\dot{\phi}_i = \omega_i$$

$$\text{using } \mathbf{J}_i(\phi_i) = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Specifically, vector \mathbf{n}_i is agent's i position on the horizontal plane with respect to a global frame \mathcal{E} , while ϕ_i is the orientation angle between its longitudinal axis and the global x axis. The linear velocity u_i and angular velocity ω_i are the control inputs used to drive each aircraft.

For aircraft navigation in 3 The use of 3-dimensional maneuvers to allow aircraft to better exploit the available airspace has been a goal of this work. To this end, the 3-dimensional model used in the first stages of this work [52, 53, 54] has been based on the planar unicycle, while using 2 additional rotation

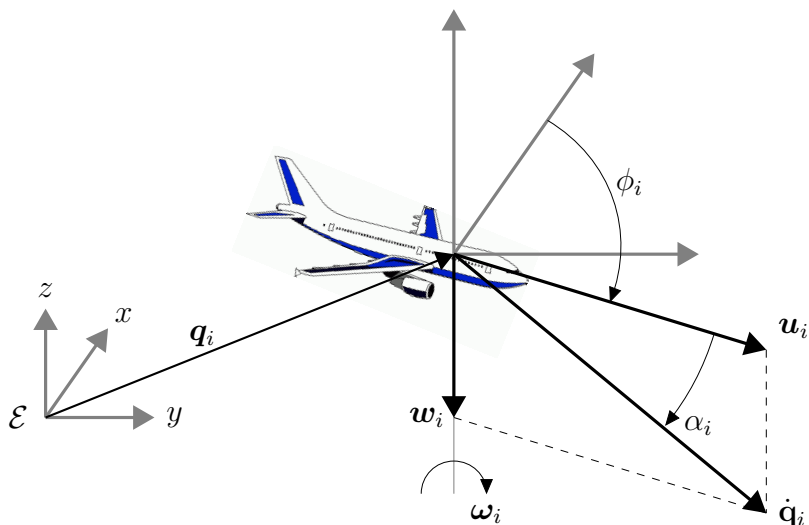


Figure 2.2: Model Coordinates $\mathbf{q}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^\top$, ϕ_i and controls u_i , w_i , ω_i . Descent angle α_i and vertical velocity w_i shown here negative during descent.

rates. However, this set of control inputs, comprising the linear velocity and the roll, pitch and yaw rates, proved more complicated than necessary, while being quite different from the current practice in ATM where the climb/descent rate is controlled explicitly. Thus, the aircraft model used for the design of the control scheme presented here is more closely related to the planar unicycle model (2.4), with the addition of the vertical linear velocity w_i used to directly adjust the altitude z_i , as shown in Figure 2.2:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{n}}_i &= \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{u}_i \\ \dot{z}_i &= w_i \\ \dot{\phi}_i &= \omega_i \end{aligned} \tag{2.6}$$

Thus, the configuration of each agent in 3D space comprises the position $\mathbf{q}_i = [\mathbf{n}_i^\top \ z_i]^\top = [x_i \ y_i \ z_i]^\top$ and the heading angle ϕ_i between the agent's longitudinal axis and the global x axis. The control vector consists of the horizontal and vertical linear velocities u_i , w_i and the angular ω_i .

The simple set of variables in model (2.6) describes naturally the aircraft motion and is directly related to the parameters that ATC operators and aircraft crew use, eg. rate of climb or descent, heading angle. It should be noted here that the effect of the Earth's curvature is not being taken into account, however this does not practically affect the Short-term CD&R level as the distances covered within the 5-minute horizon are too short for the

modeling error to become significant.

The vertical maneuvering is performed via w_i , independently of the motion on the horizontal plane. In order to make the resolution algorithm compatible with the civilian aircraft performance characteristics the climb or descent angle α_i is used, defined between the resultant velocity vector $\dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{x}_i \quad \dot{y}_i \quad \dot{z}_i]^\top$ and the horizontal plane, with $\alpha_i > 0$ representing climbing:

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{w_i}{|u_i|} \right) \quad (2.7)$$

Chapter 3

Decentralised NF with Limited Sensing and Prioritisation

3.1 Introduction

This chapter describes the construction of the NF-based potential field that is used in the proposed algorithm for decentralised multi-agent navigation in a workspace with obstacles. The developed approach requires no a-priori computation or knowledge and is completely decentralised, as each agent employs its own potential field that incorporates a local sensing scheme. Each agent needs only information about its position within the workspace and other agents and obstacles within a sensing area around it. Thus, the complete algorithm is completely distributed and the computational cost for each independent controller does not depend on the total number of agents.

Apart from a more generic and practical approach to apply limited sensing, the contribution of this chapter is also the introduction of discrete priorities in the construction of the potential fields, in order to allow for an additional design parameter, if required: high priority agents are allowed to maintain right of way when in conflict with lower priority ones, forcing the latter to maneuver. The presented priority scheme allows the CD&R algorithm to offer some fault tolerance with respect to single agent failures. This can be achieved by assigning agents with limited or no maneuvering capability the highest priority so that all others have to avoid them. The use of discrete priorities in the continuous NF framework also enables the integration of moving obstacles in the algorithm, similarly to uncontrollable agents.

Decentralisation in the NF methodology has been introduced by allowing each agent to ignore the targets of other agents and navigate using its own NF-generated potential field. Limited sensing is a key factor for decentrali-

sation: it allows the use of real sensors with a finite range and greatly limits the information that each agent needs to acquire and process. Thus the applicability and scalability of the algorithm to large scenarios is significantly improved. Local sensing so far has been applied in a number of ways in NFs. In [7] the authors implement limited sensing in a C^0 fashion, but assume a priori knowledge of the total number of agents. This requirement has been eliminated in [55], where a switching sensing graph is used, resulting in a hybrid system. The overall system converges only if the switching of the sensing graph eventually stops and blocking situations are not reached. A completely locally computable NF has been presented in [56], which addresses single-agent problems with the assumption that at each time instant there is at maximum one obstacle within the sensing range. This effectively means that the algorithm solves the collision with one obstacle at a time, which is not practical in a multi-agent scenario where encounters involving more than two agents can occur.

The work presented in this thesis improves upon the above approaches, offering completely decentralised navigation for multiple independent agents with local sensing. Moreover, prioritisation as well as static and moving obstacles have been also incorporated, to enable the application to a wider class of real problems, especially from the fields of robotics and ATC. The modified potential field proposed in this Chapter is absolutely locally computable and can take into account multiple agents according to their priorities, as well as static and moving obstacles. This potential field in combination with a control scheme as the one presented in Chapter 5 can offer decentralised, non-cooperative navigation for multiple agents. In fact, any controller that can ensure a decreasing rate for the potential's value over time is applicable. Thus, the use of the potential field presented below is not limited to the specific agent model assumed here, but can also be applied to other types of agents (holonomic or non-holonomic), when combined with an appropriate control scheme.

As explained in Section 2.3, the development of the potential field presented in this Thesis is based on the common non-Dipolar form of Navigation Function (NF), similar to the one presented previously in (2.1) but without the Dipolar obstacle H_{nh_i} :

$$\Phi_i = \frac{\gamma_{di} + f_i}{((\gamma_{di} + f_i)^k + G_i \cdot \beta_{0_i})^{1/k}}, \quad (3.1)$$

The lack of H_{nh_i} in eq. (3.1) limits only the potential field's capability to drive each agent to its goal with a predefined orientation, which is not relevant in Short-term aircraft CD&R as aircraft are expected to update their goals, i.e. intermediate waypoints along their flight plan before they actually reach

them. However, as will be presented in Chapter 5, the control scheme presented there can still be combined with a Dipolar potential field to control the final orientation of the agents as they reach their destinations.

The functions used in the potential form above depend on the distances between the agents and their destinations and in multi-agent Navigation Function (NF) approaches have length units in a positive power. Especially G_i , which is calculated as a product of $g_{ij} = g_{ij} (\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|^2)$, $G_i = \prod_{j=1}^N g_{ij}$, can end up varying in a very wide range of orders of magnitude within the same scenario. This introduces a number of difficulties:

- Tuning the NF parameters (eg. exponent k used to eliminate local minima) is quite difficult, depends on the scale of each problem and often requires extreme values (especially for k).
- The overall behaviour of the potential field becomes unpredictable, counter intuitive and impractical.
- High G_i values, combined with high k values that are required (see above), cause numerical problems.

In order to overcome the above issues in the methodology proposed here all the distances used are scaled using reference lengths that are native to each problem setting. Thus, all the functions used in the construction of the NF can be non-dimensionalised and a single potential field derived to represent a class of similar real problems. Using dimensionless functions for the metrics γ_i , G_i and β_i to construct the potential (2.1) results in a more elegant and predictable behaviour of the potential field, enabling easier parameter tuning. Furthermore, the results of parameter tuning are valid for all similar problems. Additionally, numerical problems in simulations and experiments are significantly reduced.

The rest of this Chapter details the construction of the proposed NF-based potential field. The explicit prioritisation scheme is presented in Section 3.2, followed by the limited sensing scheme for spherical shapes in Section 3.3. The implicit prioritisation strategy resulting from an extension of the limited sensing scheme is detailed in Section 3.4 The integration of all the developments in the construction of the potential field is presented in Section 3.5 where the synthesis of the complete potential field is described.

3.2 Explicit Prioritisation

Prioritisation has been applied in the methodology presented here by assigning to each agent i , $i \in \{1, \dots, N\}$ a single priority class $c_i \in \mathbb{N}$, as originally presented in [57] and later in [58]. Lower values of c_i represent higher priority, with $c_i = 0$ denoting either uncontrolled or faulty agents, or obstacles, that can be stationary or moving. This classification is used to define the sensing and avoidance relationships between agents, which are taken into account in the construction of each potential Φ_i . Specifically, each agent i can sense, i.e. its potential is affected by, agents that belong to its *threat set* T_i comprising all agents (or obstacles) of the same or higher priority class, i.e. with the same or lower c_i :

$$T_i \triangleq \{j \in \{1, \dots, N\} \setminus \{i\} \mid c_j \leq c_i\} \quad (3.2)$$

Agents of lower priority, $c_j > c_i$, are not included in T_i and consequently are ignored by agent i as they do not affect Φ_i . Thus, agents with high priority have right of way, while lower priority ones are forced to steer around them. Moreover, agents belonging to the same priority class avoid conflicts between them mutually.

The higher priority class, $c_i = 0$ is reserved for obstacles (stationary or moving) and uncontrolled or faulty agents. Thus if an agent i is known to experience a degradation of its navigation and collision avoidance capabilities it is assigned the priority class $c_i = 0$, in order to have maximum priority and force all other normally operating agents to avoid it. Using priorities in this way means that two agents i and j have mutual sensing between them, i.e. they both take each other into account to navigate, $i \in T_j$ and $j \in T_i$, if and only if $c_i = c_j \neq 0$, i.e. they belong to the same priority class, other than the highest one. Otherwise, if one of the agents, say i , belongs to a higher priority class (even the highest one), $0 \leq c_i < c_j$, then $i \in T_j$ but $j \notin T_i$. Thus, at all combinations of c_i, c_j where at least one of them is nonzero, i.e. $\max(c_i, c_j) > 0$, there is at least one-way sensing between agents i and j . Taking into account that every NF is transverse on the boundary of collisions, the above priority scheme combined with a control scheme that ensures a decreasing rate for the potential Φ_i or Φ_j ensures that all collisions will be avoided, at least by one of the two involved agents. Finally, when $c_i = c_j = 0$, both agents i and j are uncontrolled and any collisions between two controlled agents or a controlled and an uncontrolled one or an obstacle are avoided. This inherent safety feature will be better illustrated when the control scheme is also presented.

This priority scheme is intuitive and simple to implement, yet can be useful in a wide range of applications. One such example is ATC, where the use of

priorities has shown beneficial results [59]. Other applications can include heterogeneous mobile robots executing tasks of different priorities.

3.3 Limited Sensing

As mentioned before, it is common in most NF based approaches to model the environment as sphere worlds and therefore use spherical agents. This assumption is also used in this section to introduce the proposed limited sensing scheme, originally presented in [57], while the extension to more freely defined shapes, as introduced in [60], is presented in chapter 4. Each agent i of radius r_i is assumed here to be able to detect and sense other agents and obstacles within a sensing range R_s around it. Local sensing is applied by appropriately redefining the component functions of the potential (3.1), so that the effect of other agents is only active inside the sensing range.

The construction of the obstacle function \hat{g}_{ij} between two agents located in $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j$ is based on the dimensional function \hat{g}_{ij} as defined in previous NF approaches:

$$\hat{g}_{ij} = \hat{g}_{ji} = \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|^2 - r_{ij}^2 \quad (3.3)$$

$$\text{where } r_{ij} \triangleq r_i + r_j \quad (3.4)$$

By the above definition, \hat{g}_{ij} is zero when agents i, j touch, i.e. when $\|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i\| = r_{ij}$, and increases as they move away from each other. Limited sensing is integrated in the potential by allowing each agent i to only sense other agents j that are within a maximum sensing range R_s away, i.e. when $\|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i\| \leq R_s$. The sensing range is used to non-dimensionalise the obstacle function \hat{g}_{ij} between agents i, j into g_{ij} :

$$\text{where } g_{ij} = \begin{cases} L\left(\frac{\hat{g}_{ij}}{R_s^2 - r_{ij}^2}\right), & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| \leq R_s \\ 1, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| > R_s \end{cases} \quad (3.5)$$

where the shaping function $L(x)$ is:

$$L(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \quad (3.6)$$

chosen so that it satisfies the following properties:

$$L(0) = 0 \quad (3.7a)$$

$$L(1) = 1 \quad (3.7b)$$

$$L'(x) > 0 \quad \forall x \in [0, 1) \quad (3.7c)$$

$$L'(1) = L''(1) = 0 \quad (3.7d)$$

The dimensionless obstacle function g_{ij} defined above becomes zero when i, j are on the boundary of a collision, i.e. $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| = r_{ij}$ and up to 1 at the boundary of the sensing area, i.e. when $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| = R_s$. Outside the sensing range of agent i g_{ij} is constant and equal to 1. Using the above properties of $L(x)$ it can be verified that g_{ij} is by construction \mathcal{C}^2 in the interior of the free space, i.e. away from collisions, where $\hat{g}_{ij} \in (0, +\infty)$. This allows the potential Φ_i to be \mathcal{C}^2 , as it is required for it to be a Navigation Function [44]. Function $g_{ij} = g_{ij}(\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|)$ is plotted in Figure 3.1a. Since the factor g_{ij} is constantly 1 when $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| \geq R_s$, each agent i is only affected by other agents $j \in T_i$ that are up to R_s away.

The complete collision function of agent i , G_i used in the proposed scheme is the product of all g_{ij} factors, for all agents j (or obstacles) of the same or higher priority class, i.e. with the same or lower c_i , which comprise the *threat set* T_i of agent i :

$$T_i \triangleq \{j \in \{1, \dots, N\} \setminus \{i\} \mid c_j \leq c_i\} \quad (3.8)$$

$$G_i = \prod_{j \in T_i} g_{ij} \quad (3.9)$$

Similarly to the prioritisation scheme presented in the previous section, local sensing prevents agents j outside the vicinity of agent i to affect Φ_i . Thus, each agent i essentially ignores any agent j that has lower priority, i.e. when $c_i < c_j$, or is beyond its sensing range. The agents that are taken into account by agent i form its “close threat” set $\tilde{T}_i \subset T_i$, i.e. are of equal or higher priority and within the sensing range:

$$G_i = \prod_{j \in \tilde{T}_i} g_{ij} \quad (3.10)$$

$$\tilde{T}_i = \{j \in T_i \mid \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| < R_s\} \quad (3.11)$$

Similarly to g_{ij} , the workspace boundary component β_i is redefined here to contain its effect in a zone of width R_s near the boundary. The dimensional workspace boundary function $\hat{\beta}_i$ is:

$$\hat{\beta}_i = (R_w - r_i)^2 - \|\mathbf{q}_i\|^2 \quad (3.12)$$

Since the largest collision-free distance from the center of the workspace for agent i is $R_w - r_i$, i.e. when the agent’s sphere touches the workspace boundary, function $\hat{\beta}_i$ is always non-negative, i.e.:

$$\hat{\beta}_i \geq 0$$

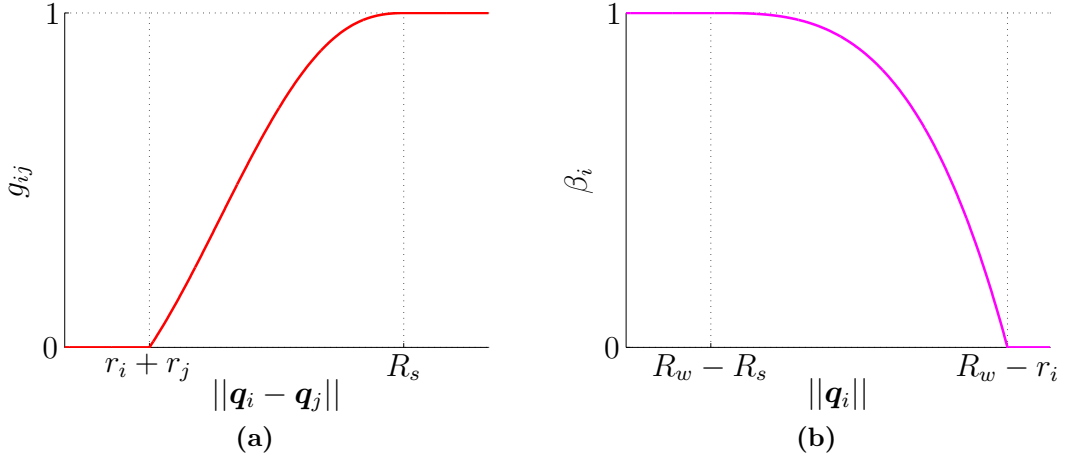


Figure 3.1: (a): Dimensionless obstacle function g_{ij} with respect to the distance $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|$ between agents i and j .
(b): Workspace boundary function β_i wrt $\|\mathbf{q}_i\|$

The corresponding dimensionless function β_i is calculated similarly to g_{ij} :

$$\beta_i = \begin{cases} L \left(\frac{\hat{\beta}_i}{(R_w - r_i)^2 - (R_w - R_s)^2} \right), & \|\mathbf{q}_i\| \geq R_w - R_s \\ 1, & \|\mathbf{q}_i\| < R_w - R_s \end{cases} \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

Thus, β_i becomes zero when agent i touches the workspace, i.e. $\|\mathbf{q}_i\| = R_w - r_i$, and varies in a \mathcal{C}^2 fashion to exacty 1 when agent i is at a distance equal to or higher than R_s away from the workspace boundary, i.e. $\|\mathbf{q}_i\| \leq R_w - R_s$, see Figure 3.1b.

3.4 Implicit Prioritisation

The concept of local sensing presented in the previous Section can be further exploited to improve the qualitative properties of the resulting potential, as well as give rise to an implicit prioritisation mechanism that functions independently of the explicit prioritisation scheme presented in Section 3.2. This has been achieved by employing non-spherical sensing area for each agent, so that the sensing relation between any two agents depends not only on the distance between them but also on the relative bearing angles, i.e. the angle between the longitudinal axis of each agent and the line connecting it to the other agent.

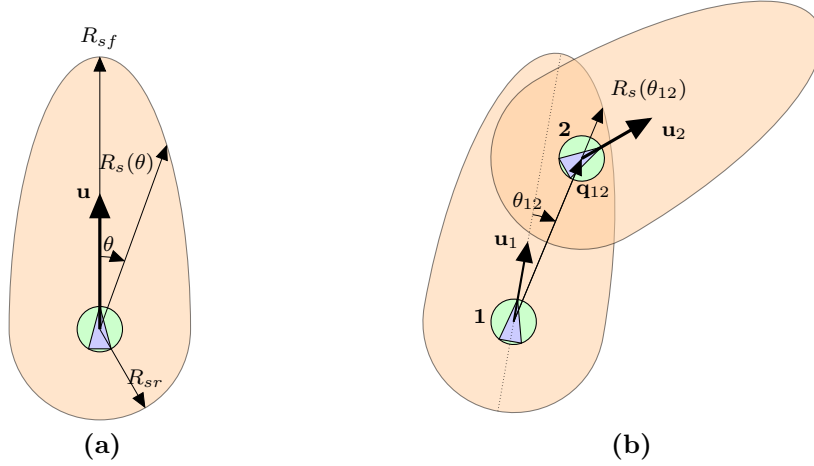


Figure 3.2: (a): The non-circular sensing area used for each agent, consisting of a semi-circle in the rear and a semi-ellipse in front of it. (b): Implicit prioritisation of agent 2 with respect to agent 1: Agent 1 senses agent 2 but is outside agent 2’s sensing area, thus only agent 1 will manoeuvre.

The non-spherical sensing scheme has been initially applied in this Section to the planar case, as originally presented in [58]. The effective sensing area used by each agent consists of a semicircle of radius R_{sr} in the rear semi-plane and a semi-ellipse with semi-major and semi-minor axes R_{sf} , R_{sr} (with $R_{sf} > R_{sr}$) respectively in the forward semi-plane, as shown in Figure 3.2a. This shape allows the representation of the sensing area, and consequently the obstacle function g_{ig} as in the previous Section by varying the sensing range R_s with the relative angle θ around the agent:

$$R_s(\theta) = \begin{cases} \frac{R_{sr}R_{sf}}{\sqrt{(R_{sr}\cos(\theta))^2 + (R_{sf}\sin(\theta))^2}}, & \theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ R_{sr}, & otherwise \end{cases} \quad (3.15)$$

The angle $\theta \in (-\pi, \pi]$ is measured from the forward direction of agent i , as shown in Fig. 3.2a. For each neighbor j of agent i the bearing angle θ_{ij} is defined between the relative position vector $\mathbf{q}_{ij} = \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i$ and the forward direction of agent i , see Fig. 3.2b. The effective sensing range of agent i in the direction of \mathbf{q}_{ij} is $R_s(\theta_{ij})$, using (3.15). In the special case that $R_{sf} = R_{sr}$ the sensing zone becomes a circle, as in Section 3.3.

This combination of a circle and an ellipsis has been chosen here because it offers a simple way for an adjustable forward sensing range in a C^1 fashion, though other C^1 curves may be used if required by specific applications.

Moreover, a more general solution for the sensing area shape is presented in Chapter 4. The notion behind the use of the above sensing area shape is that a longer range in the forward direction is beneficial as it allows each forward-moving agent to detect obstacles and conflicting neighbors soon enough to enable safe and efficient avoidance, while a shorter range around the sides and rear decreases unnecessary manoeuvring. Thus, the non-spherical sensing scheme allows a finer selection of the possible threats that affect the potential of each agent, focusing on those that are in near its course. As a result, the computational effort required by the algorithm is reduced and each agent has to acquire and process less information about its surroundings.

An additional significant consequence of the use of non-spherical sensing areas is the *asymmetrical* sensing relations that can arise between neighboring agents. The term asymmetrical is used here to indicate that given two agents i, j , agent i can be inside the sensing area of agent j , while the latter is outside the sensing area of the former. If the sensing relations between agents are represented by a communication graph, this means that the graph in the case of non-spherical sensing areas can become directed, while spherical sensing areas ensure an undirected graph.

An example of asymmetrical sensing arising from the semi-circular, semi-ellipsoid sensing area defined above can be seen in Figure 3.2b. In this scenario a behaviour resembling a rules-of-the-road system, where the agent behind has to give right of way to the agent in front of it.

3.5 Potential Synthesis

For the potential (3.1) construction to be complete, the target function γ_i and the cooperation functions f_i must also be defined, in order to be used along with the above presented forms for G_i and β_i in (3.1):

$$\Phi_i = \frac{\gamma_i + f_i}{((\gamma_i + f_i)^k + G_i \cdot \beta_i)^{1/k}},$$

The target function γ_i does not depend on other agents' position since it is only a measure of proximity to the goal of each agent. Therefore, limited sensing does not apply in this case, however the form used here is non-dimensionalised following the principles explained in the introduction of this chapter:

$$\gamma_i = \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|^2}{R_w^2} \tag{3.16}$$

Since the largest distance between any points in the spherical workspace of radius R_w is $2R_w$, γ_i is equal to or lower than 4 for any combination of $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{id}$.

The cooperation function f_i is used in the construction of decentralised potential fields to ensure that in close proximity encounters the potential of agent i remains non-zero, allowing it to manoeuvre and even temporarily leave its goal after it has converged there, in order to facilitate the convergence of neighboring agents. Specifically, γ_i is used here as presented in [7], since it is already non-dimensional:

$$f_i(G_i) = \begin{cases} a_0 + \sum_{l=1}^3 a_l G_i^l, & G_i \leq X \\ 0, & G_i > X \end{cases} \quad (3.17)$$

where $a_0 = Y$, $a_1 = 0$, $a_2 = \frac{-3Y}{X^2}$, $a_3 = \frac{2Y}{X^3}$ and X, Y are positive parameters. The parameter X sets a threshold for G_i , such that values of G_i lower than X indicate a close proximity situation and activate the cooperation function f_i so that $\Phi_i > 0$. Parameter Y defines the maximum value of f_i , which is attained when $G_i = 0$.

Combining the proposed forms for G_i, β_i, γ_i and f_i in (3.1), a completely non-dimensional potential Φ_i is derived, featuring prioritisation and limited sensing. The result for a scenario with 3 obstacles is shown in Figures 3.3 and 3.4. The goal \mathbf{q}_{id} is set in the center of the workspace and 3 obstacles are included. Figure 3.4 presents the potential field in the workspace, while Figure 3.3 shows the values of G_i, β_i, γ_i and Φ_i along the positive x axis, that crosses through the center of one of the obstacles that is placed between the target and the workspace boundary. In this example the cooperation function f_i is assumed to remain zero everywhere for clarity in the presentation. As Figure 3.3 demonstrates, G_i and β_i become less than 1 only within the sensing range R_s of the obstacle and workspace boundary, respectively. The dotted blue line represents the value of Φ_i for $G_i = \beta_i = 1$ everywhere, i.e. without the effect of any obstacles or the workspace boundary. As expected, this coincides with the actual Φ_i outside the sensing range of the obstacle and the workspace boundary.

3.5.1 Proof of correctness

It has been shown in [44] that NF properties are invariant under diffeomorphisms. This fundamental property is used here to ensure that the potential (3.1) using the definitions of γ_i, f_i, G_i and β_i given above maintains the navigation properties and can provide almost global convergence to the destination.

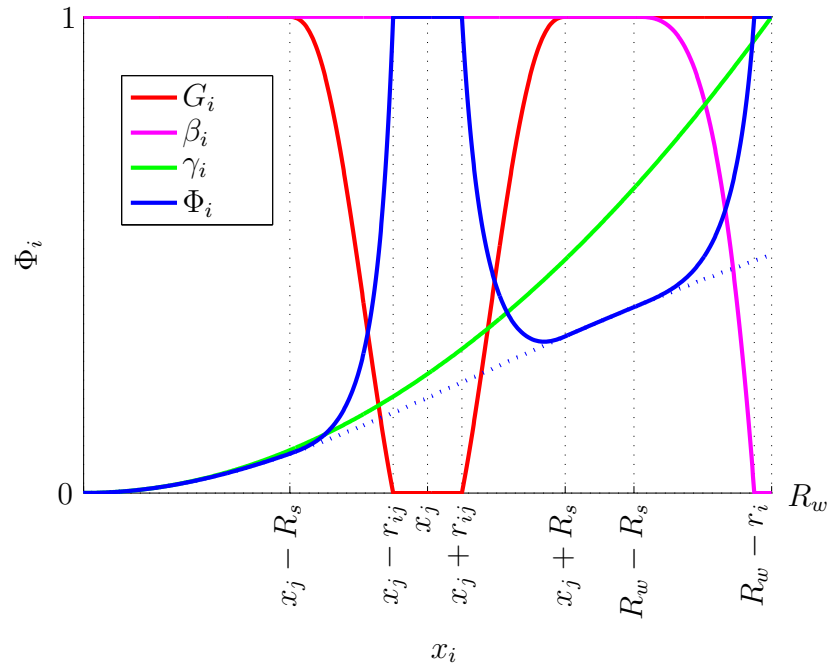


Figure 3.3: Obstacle function G_i , workspace boundary function β_i , target function γ_i and the resulting Navigation Function Φ_i for $x_i \in [0, R_w]$, $y_i = 0$.

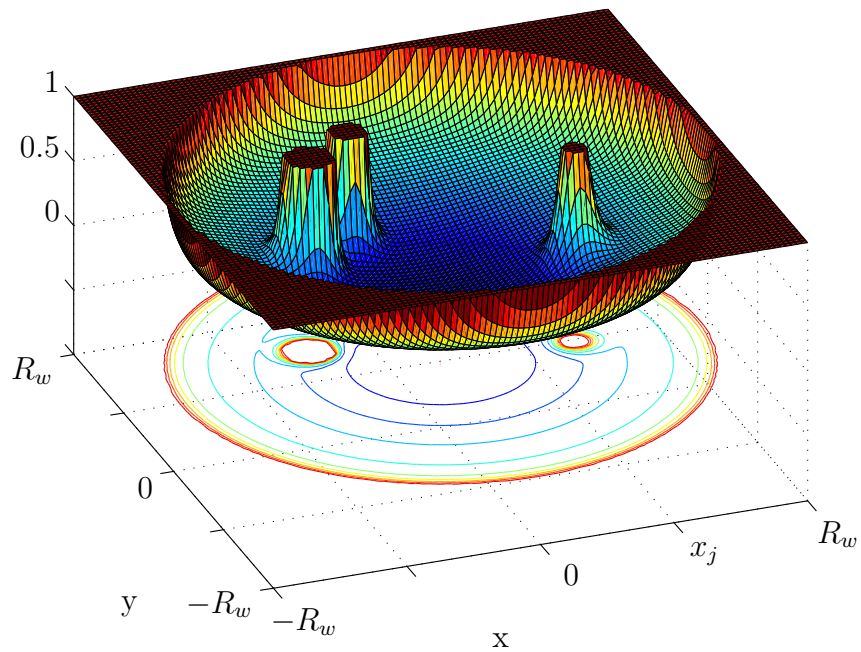


Figure 3.4: Navigation Function field in a workspace with 3 obstacles and local sensing.

The shaping function $L(x)$ is smooth and strictly increasing in the set $[0, 1)$ (see (3.7c)). Thus, $g_{ij} = g_{ij}(\hat{g}_{ij}) : [0, R_s^2 - r_{ij}^2) \rightarrow [0, 1)$ is a diffeomorphism when agent j is inside the sensing area of agent i . Generalising, $g_{ij}(\hat{g}_{ij})$ is a diffeomorphism whenever $j \in \hat{T}_i$. Thus, the critical points of Φ_i inside the sensing range of agent i are the same with those of the potential in [55], which does not use the non-dimensionalisation and shaping function. Moreover, agents not belonging to \tilde{T}_i do not affect the potential Φ_i , and $G_i = \prod_{\tilde{T}_i} g_{ij}$ becomes equal to $\prod_{\tilde{T}_i \setminus j} g_{ij}$ in a \mathcal{C}^2 way as $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|^2$ reaches R_s . Thus, agents outside the sensing range can be ignored and do not affect the navigation properties of Φ_i .

Consequently, the potential presented here is a NF and as such it provides almost global navigation and collision avoidance for all values of k higher than a finite lower bound k_0 . Moreover, since in the construction presented here only nearby agents and obstacles affect the potential, the number of g_{ij} that contribute to Φ_i at any given time is significantly reduced, especially in scenarios involving many agents. Simulation experience with NFs indicates that the minimum value of the exponent k required to eliminate local minima and render (3.1) a NF increases with the number of contributing obstacles. Thus, the exponent k needed for the potential presented here is in most cases lower than the one required in [55].

The use of the priority scheme described in 3.2 means that collisions between any two agents i, j are avoided when at least one of them has non-zero priority, $\max(c_i, c_j) > 0$, i.e. one of them is able to maneuver. Since the sensing area of each agent includes a finite neighborhood around it, it is guaranteed that any conflicting agent or obstacle will affect its potential before the two of them collide. Moreover, by construction a NF is transverse on the boundary of collisions with other agents or obstacles. Thus the potential synthesis presented here in any conflict between agents, where at least one is able to manoeuvre, will always yield at least one repulsive potential field, i.e. at least one of the agents will be driven away from the conflict.

Chapter 4

Potential construction using implicitly defined shapes

In the previous Chapter local sensing has been presented for spherical sensing areas and agents, while an extension to ellipsoid-like shapes has also been used. These approaches all shared in common the use of a polar representation of the sensing area shape, where the radius may be a function of the angle around the central point. In this Chapter a more general representation of the agent shape and sensing region is used, originally presented in [60], which employs a level set of an *implicit shape function*. This representation makes it possible to build the required potential function in the case of non-spherical shapes with non-spherical sensing areas. To this end, a modified form of the repulsive function β_{ij} that models the contribution of an intruding agent j to the potential Φ_i of agent i is presented in Sections 4.1 to 4.4, based on the implicit description of the agent shapes and sensing areas.

The ability to incorporate more freely various shapes in the construction of the NF potential field greatly improves the applicability of the methodology to aircraft CD&R. One major reason for this is that the horizontal and vertical dimensions of the shapes involved are significantly different, thus making a sphere approximation very impractical. Moreover, the 3D shape of the protected airspace and the sensing area can be more easily adjusted to the task. The application of the potential construction scheme for implicitly defined shapes in aircraft Short-Term CD&R is presented in Section 4.5.

4.1 Implicit agent shape description

In the approach presented here the shapes of the agents and their sensing areas are described implicitly, using level sets of scalar *implicit shape functions*.

In order to construct the collision function g_{ij} , it is essential to model the proximity to collisions between two agents i, j and define the *collision set* of agent j with respect to agent i , i.e. the set $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ of all position vectors \mathbf{q}_j of agent j that cause a collision with agent i located at \mathbf{q}_i . Similarly to the initial work by Rimon and Koditschek in [3], the level sets of a scalar *implicit proximity function* $\delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j)$ are employed here to define $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$. The proximity function δ_{ij} is an indicator of collision between agents i and j : it is negative when the agents are in collision, fades to 0 when they touch and becomes positive when they are separated. Thus, the level set of $\delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j)$ with value 0 represents the boundary ∂O_{ij} of all collisions between agents i and j , while configurations with negative values belong to the interior of the collision set:

$$O_{ij}(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q}_j | \delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) \leq 0\} \quad (4.1)$$

$$\partial O_{ij}(\mathbf{q}_i) = \{\mathbf{q}_j | \delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) = 0\} \quad (4.2)$$

In applications where the collision avoidance requirements are expressed directly in terms of the relative position $\mathbf{q}_{ij} = \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i$ between any two agents i, j , the shape of the collision set O_{ij} is directly known. Given the application-specific relative collision set O_j^i referenced to \mathbf{q}_i ¹, $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ can be directly derived via a translation of O_j^i to \mathbf{q}_i . The relative collision set O_j^i can be described via a *relative proximity function* $\delta_j^i(\mathbf{q}_{ij})$, such that $\delta_j^i(\mathbf{q}_{ij}) \leq 0$ when agents i and j collide, i.e. $\mathbf{q}_{ij} \in O_j^i$. The implicit proximity function $\delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j)$ of the absolute positions $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j$ can be then derived directly:

$$\delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) = \delta_j^i(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) \quad (4.3)$$

Alternatively, the collision set O_{ij} may have to be derived indirectly when the relative shape O^i of each individual agent i with respect to its reference point \mathbf{q}_i is given. Similarly to O_{ij} , the relative shape O^i can be defined using level sets of a relative shape function δ^i :

$$O^i \triangleq \{\mathbf{q}^i | \delta^i(\mathbf{q}^i) \leq 0\} \quad (4.4)$$

$$\partial O_i = \{\mathbf{q}^i | \delta^i(\mathbf{q}^i) = 0\} \quad (4.5)$$

where $\mathbf{q}^i = \mathbf{q} - \mathbf{q}_i$ is a position vector in the local frame of agent i . For an arbitrary position of agent i the absolute shape function $\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q})$ is used to

¹The superscript i is used in general here to denote sets, functions or positions vectors defined in the local coordinate frame of agent i which has its origin on the reference point \mathbf{q}_i of the agent.

define the shape O_i of agent i in the global frame, via a translation of O^i by \mathbf{q}_i :

$$\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) = \delta^i(\mathbf{q} - \mathbf{q}_i) \quad (4.6)$$

$$O_i(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q} : \delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) \leq 0\} \quad (4.7)$$

$$\partial O_i(\mathbf{q}_i) = \{\mathbf{q} : \delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) = 0\} \quad (4.8)$$

Using the above shape description also for an intruding agent j , the collision set $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ of agent j with respect to a given position \mathbf{q}_i of agent i comprises all the positions \mathbf{q}_j of agent j that cause $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O_j(\mathbf{q}_j)$ to overlap. An analytical function ψ_\cap for the description of the intersection of $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O_j(\mathbf{q}_j)$ can be obtained using the formula given by Zenkin in [61]:

$$\psi_\cap(\delta_i, \delta_j) \triangleq \delta_i + \delta_j + \sqrt{\delta_i^2 + \delta_j^2} \quad (4.9)$$

Thus the intersection of O_i, O_j can be implicitly described using the level sets of $\psi_\cap(\delta_i, \delta_j)$:

$$O_i(\mathbf{q}_i) \cap O_j(\mathbf{q}_j) = \{\mathbf{q} | \psi_\cap(\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}), \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q})) \leq 0\} \quad (4.10)$$

$$\partial(O_i(\mathbf{q}_i) \cap O_j(\mathbf{q}_j)) = \{\mathbf{q} | \psi_\cap(\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}), \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q})) = 0\} \quad (4.11)$$

Therefore, the collision set $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ will then comprise all \mathbf{q}_j vectors that result in a non empty intersection of $O_i(\mathbf{q}_i), O_j(\mathbf{q}_j)$, since

$$\mathbf{q}_j \in O_{ij}(\mathbf{q}_i) \iff O_i(\mathbf{q}_i) \cap O_j(\mathbf{q}_j) \neq \emptyset \quad (4.12)$$

Consequently, this means that whenever $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O_j(\mathbf{q}_j)$ overlap, the intersection function $\psi_\cap(\delta_i, \delta_j)$ will have non-positive values in some part of the space. However, when $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O_j(\mathbf{q}_j)$ are disjoint, $\psi_\cap(\delta_i, \delta_j)$ will be positive everywhere. Using this, the collision set $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ can be described using the minimum of ψ_\cap as an implicit shape function:

$$O_{ij}(\mathbf{q}_i) = \left\{ \mathbf{q}_j \mid \min_{\mathbf{q}} \psi_\cap(\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}), \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q})) \leq 0 \right\} \quad (4.13)$$

The boundary $\partial O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ will comprise all \mathbf{q}_j vectors that cause $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O_j(\mathbf{q}_j)$ to touch, i.e. all their common points will be on $\partial O_i(\mathbf{q}_i) \cup \partial O_j(\mathbf{q}_j)$:

$$\partial O_{ij}(\mathbf{q}_i) = \left\{ \mathbf{q}_j \mid \min_{\mathbf{q}} \psi_\cap(\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}), \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q})) = 0 \right\} \quad (4.14)$$

Observing (4.13), (4.14), one may conclude that $\min \psi_\cap(\delta_i, \delta_j)$ is a possible choice for the proximity function δ_{ij} in accordance to (4.1),(4.2). However,

identifying a usable proximity function is not always straightforward in practice. Although $\min \psi_{\cap}(\delta_i, \delta_j)$ is a valid option, it is not always practical, since the minimum of $\psi_{\cap}(\delta_i, \delta_j)$ over the entire workspace is not easy, or even possible, to derive in general, especially in analytic form. However, this does not prevent the use of the method to ATM, since conflict avoidance constraint in this field of application are defined with respect to the relative position of neighboring aircraft. Thus, δ_{ij} can be directly derived using Equation (4.3) and the methodology described here is immediately applicable, as will be shown in Section 4.5.

4.1.1 Graphical Construction

As discussed above, the analytical derivation of the collision set O_{ij} and the associated proximity function δ_{ij} when only the relative shapes O^i, O^j (and corresponding δ^i, δ^j functions) of the individual agents are known is not always possible. Therefore, an alternative graphical method is presented here, offering also a more intuitive view of the concept.

The individual agent shapes in the global coordinate frame, i.e. sets $O_i(\mathbf{q}_i), O_j(\mathbf{q}_j)$, along with the globally defined functions $\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}), \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q})$, can be derived as explained previously by a translation to $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j$ and via Equation (4.6) respectively. By the definition of the collision set $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$, for all $\mathbf{q}_j \in O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ there is at least one common point \mathbf{q}_c that belongs to both of $O_i(\mathbf{q}_i), O_j(\mathbf{q}_j)$, such that

$$\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_c) \leq 0 \quad (4.15)$$

$$\delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_c) \leq 0 \quad (4.16)$$

Using \mathbf{q}_c as a reference point and $\mathbf{q}_j^c = \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_c$ as the relative position vector of \mathbf{q}_j with respect to \mathbf{q}_c , δ_j can be rewritten using Equation (4.6):

$$\delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_c) = \delta^j(-(\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_c)) = \delta^j(-\mathbf{q}_j^c) \leq 0 \quad (4.17)$$

Thus, using the function δ'_j defined as:

$$\delta'_j(\mathbf{q}_c, \mathbf{q}_j) = \delta_j(\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_c) = \delta^j(-\mathbf{q}_j^c) \quad (4.18)$$

the set $O'_j(\mathbf{q}_c)$ comprising all \mathbf{q}_j that result in a set $O_j(\mathbf{q}_j)$ which includes \mathbf{q}_c can be described in the same way that $O_j(\mathbf{q}_j)$ is described by δ_j using Equation (4.7). Graphically, $O'_j(\mathbf{q}_c)$ can be produced by mirroring O^j with respect to the hyperplane that is normal to the N -dimensional vector of ones $\vec{\mathbf{1}} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$, and then translating it to \mathbf{q}_c , as shown in Figure 4.1.

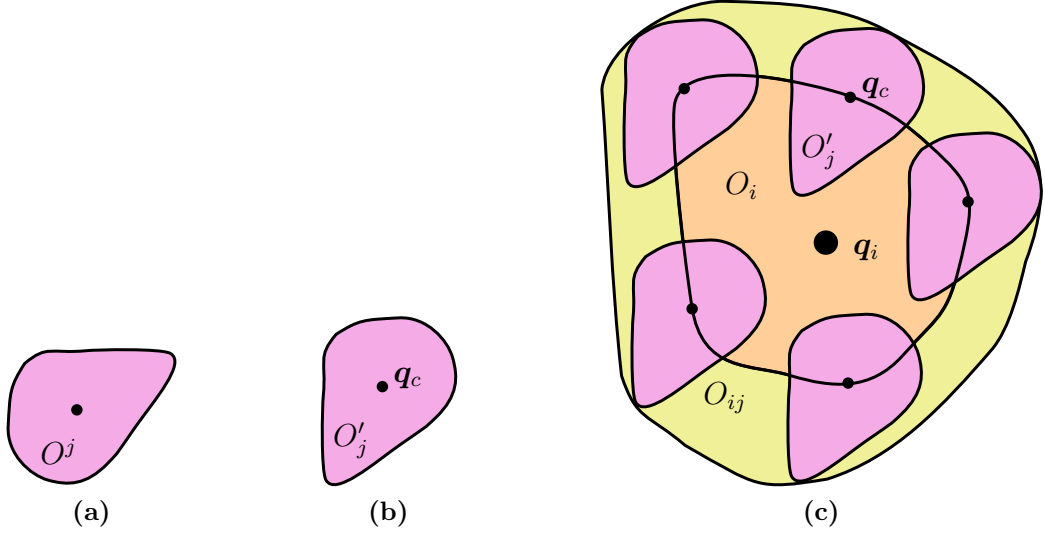


Figure 4.1: (a): The relative shape O^j of agent j with respect to its reference point \mathbf{q}_j
(b): The shape symmetric $O'_j(\mathbf{q}_c)$ derived by mirroring O^j around the $y = -x$ line and translating it to \mathbf{q}_c
(c): Construction of the collision set O_{ij} between agents i, j , by sliding the set $O'_j(\mathbf{q}_c)$ along the boundary of O_i . (O_i has been assumed larger than O_j here for figure clarity)

Using this procedure, the set $O'_j(\mathbf{q}_c)$ of all \mathbf{q}_j such that $O_j(\mathbf{q}_j)$ contains \mathbf{q}_c is obtained:

$$O'_j(\mathbf{q}_c) = \{\mathbf{q}_j : \mathbf{q}_c \in O_j(\mathbf{q}_j)\} \quad (4.19)$$

Finally, the set O_{ij} of all $(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j)$ pairs that result in a collision between $O_j(\mathbf{q}_j)$ and $O_i(\mathbf{q}_i)$ can be directly composed as the union of all $O'_j(\mathbf{q}_c)$ for all $\mathbf{q}_c \in O_i(\mathbf{q}_i)$:

$$O_{ij}(\mathbf{q}_i) = \left\{ \bigcup_{\mathbf{q}_c \in O_i(\mathbf{q}_i)} O'_j(\mathbf{q}_c) \right\} = O_i \cup \left\{ \bigcup_{\mathbf{q}_c \in \partial O_i(\mathbf{q}_i)} O'_j(\mathbf{q}_c) \right\} \quad (4.20)$$

This allows the graphical construction of O_{ij} as the as shown in Figure 4.1c, by taking the sum of all instances of the mirrored shape $O'_j(\mathbf{q}_c)$ while sliding \mathbf{q}_c along the boundary of $O_i(\mathbf{q}_i)$. It can be observed here that by construction $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ is the Minkowski sum of $O_i(\mathbf{q}_i)$ and $O'_j(\mathbf{0})$.

4.2 Local Sensing

Similarly to the way the shape O_i of each agent i is defined in the previous Section, a limited sensing region A_i around agent i is also defined to restrict the sensing of other agents and obstacles by agent i : only those agents and obstacles that are inside $A_i(\mathbf{q}_i)$ can influence the potential Φ_i . The shape of the sensing area is usually defined in the local coordinate frame of agent i as A^i (using the superscript notation as before) via the zero level set of the *relative sensing function* $s^i(\mathbf{q}^i)$:

$$A^i \triangleq \{\mathbf{q}^i : s^i(\mathbf{q}^i) \leq 0\} \quad (4.21)$$

$$\partial A^i = \{\mathbf{q}^i : s^i(\mathbf{q}^i) = 0\} \quad (4.22)$$

In the global coordinate frame the absolute sensing region A_i can be defined by the *implicit sensing function* $s_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) = s^i(\mathbf{q} - \mathbf{q}_i)$:

$$A_i(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q} : s_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) \leq 0\} \quad (4.23)$$

$$\partial A_i(\mathbf{q}_i) = \{\mathbf{q} : s_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) = 0\} \quad (4.24)$$

To ensure that conflict avoidance is always possible, each agent i should be able to sense another intruder agent or obstacle j before an actual collision between them occurs. Thus, the set $O_{ij}(\mathbf{q}_i) = \{\mathbf{q}_j | (\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) \in O_{ij}\}$, comprising all \mathbf{q}_j that cause a collision for a given position \mathbf{q}_i of agent i , must always be completely contained inside the sensing region $A_i(\mathbf{q}_i)$ for all pairs of i, j . Equivalently, in the local frame of agent i , O_j^i must always be in the interior of A^i .

An agent or obstacle j can influence the potential of agent i , Φ_i when it is inside the sensing area A_i through the collision function β_{ij} . Since no collision are allowed, the set where β_{ij} is effectively used is $A_i(\mathbf{q}_i) \setminus O_j^i(\mathbf{q}_i)$. Thus the properties of the functions δ_i and s_i , which will be used to derive β_{ij} , in this region are important for the overall behavior of the potential Φ_i . Specifically, functions δ_i and s_i are required to be negative inside O_i and A_i respectively and positive outside. Moreover, they must also be \mathcal{C}^2 , at least in the set $A_i(\mathbf{q}_i) \setminus O_j^i(\mathbf{q}_i)$ to allow their use in the NF-based potential construction.

The implicit sensing area description used here can of course give rise to asymmetrical sensing in the same manner as the less general sensing scheme presented in Section 3.4. Even more, the shape of the sensing area can be designed to implement specific implicit prioritisation rules. One such example would be to make the sensing scheme asymmetrical with respect to the longitudinal axis also, by extending it more to the right side of the agent than to the left, so that in an encounter the agent that is on the right side has right of way.

4.3 Collision function synthesis

As explained above, the collision function β_{ij} is relevant only when $\mathbf{q}_j \in A_i(\mathbf{q}_i) \setminus O_j^i(\mathbf{q}_i)$, i.e. inside A_i where $s_i \leq 0$, and outside O_j^i , where $\delta_{ij} > 0$. Within this set, the ‘‘conditioning’’ diffeomorphism σ_λ from [3] is used to map $-\frac{\delta_{ij}}{s_i} \in [0, +\infty]$ to $[0, 1]$:

$$\bar{\beta}_{ij} \triangleq \left(\sigma_\lambda \circ -\frac{\delta_{ij}}{s_i} \right) = \frac{\delta_{ij}}{\delta_{ij} - \lambda s_i} \quad (4.25)$$

$$\text{where } \sigma_\lambda \triangleq \frac{x}{\lambda + x}, \quad \lambda > 0$$

By the above definition, $\bar{\beta}_{ij}$ is zero when agents i, j touch (i.e. when $\delta_{ij} = 0$ because $(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) \in \partial O_{ij}$). Moving away from collisions and towards the boundary of the sensing area A_i where $s_i = 0$, $\bar{\beta}_{ij}$ increases up to its maximum value of 1. Thus, $\bar{\beta}_{ij}$ can form the basis of the dimensionless collision function β_{ij} in the set $A_i(\mathbf{q}_i) \setminus O_j^i(\mathbf{q}_i)$. Moreover, when \mathbf{q}_j is outside the sensing region A_i , the influence β_{ij} should become inactive by assuming a constant value of 1. Thus, in order to ensure that β_{ij} will be \mathcal{C}^2 , the shaping function $L(x)$ introduced in the previous Chapter is applied also to $\bar{\beta}_{ij}$ to derive the final collision function:

$$\beta_{ij} \triangleq \begin{cases} L(\bar{\beta}_{ij}), & \bar{\beta}_{ij} \leq 1 \\ 1, & \bar{\beta}_{ij} > 1 \end{cases} \quad (4.26)$$

By the above definition, β_{ij} approaches zero as agents i, j approach a collision, thus causing the potential Φ_i to take the maximum value of 1 and become strongly repulsive, while as agent j moves toward the boundary of the sensing area A_i , β_{ij} becomes constantly equal to 1, thus effectively becoming inactive in the potential field.

4.4 The workspace bounding obstacle

As explained before, the potential component β_{0i} models a special obstacle which ensures that all agents remain inside the available workspace $W \subset \mathcal{R}^n$. For its construction a similar approach to the one presented above for β_{ij} is followed. The workspace is modeled through a scalar function $\delta_0(\mathbf{q})$:

$$W \triangleq \{\mathbf{q} \mid \delta_0(\mathbf{q}) \leq 0\} \quad (4.27)$$

$$\partial W = \{\mathbf{q} \mid \delta_0(\mathbf{q}) = 0\} \quad (4.28)$$

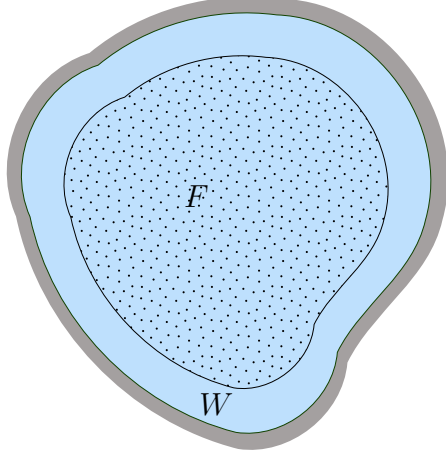


Figure 4.2: The workspace W (blue color) and the region F (dotted pattern) where its influence is inactive. Thus, agents take into account the workspace boundary only within the blue undotted annulus.

In order to make the influence of the workspace boundary active only when agents are close to it, a local sensing scheme is used similarly to the one presented in Section 4.2. To this end, a region F completely contained inside W is used, within which the influence of the workspace boundary is eliminated:

$$F \triangleq \{\mathbf{q} | s_0(\mathbf{q}) \leq 0\} \quad (4.29)$$

$$\partial F = \{\mathbf{q} | s_0(\mathbf{q}) = 0\} \quad (4.30)$$

Thus, agents are affected by the workspace boundary only inside the annulus $W \setminus F$, as shown in Figure 4.2. In this region $\delta_{i0} = \delta_0(\mathbf{q}_i) \leq 0$ and $s_{i0} = s_0(\mathbf{q}_i) \geq 0$, thus, similarly to the synthesis of $\bar{\beta}_{ij}$, σ_λ can be used to map $-\frac{\delta_{i0}}{s_{i0}} \in [0, +\infty)$ to $\bar{\beta}_{i0} \in [0, 1]$:

$$\bar{\beta}_{i0} \triangleq \left(\sigma_\lambda \circ -\frac{\delta_{i0}}{s_{i0}} \right) = \frac{\delta_{i0}}{\delta_{i0} - \lambda s_{i0}} \quad (4.31)$$

One can see that $\bar{\beta}_{i0}$ is zero on ∂W and becomes 1 on the boundary of the influence area, ∂F_0 . Consequently, the workspace obstacle function is derived by applying the $L(x)$ mapping to $\bar{\beta}_{i0}$ to ensure it is \mathcal{C}^2 :

$$\beta_{i0} = \begin{cases} L(\bar{\beta}_{i0}), & \bar{\beta}_{i0} \leq 1 \\ 1, & \bar{\beta}_{i0} > 1 \end{cases} \quad (4.32)$$

4.5 Decentralised aircraft Conflict resolution in 3D space

The forms of functions β_{ij} and β_{i0} presented in Sections 4.3 and 4.4 can be used directly in (3.1), to derive the NF-based potential for any application employing implicitly defined shapes in the way described above. Conflict resolution in 3D space for ATM has been the motivation for the development presented here and the resulting tools allow the NF methodology to be readily applicable. What is needed to apply the methodology described in the previous sections to aircraft conflict resolution, is to select appropriately the shapes for the collision set O_{ij} and the sensing area A_i of each aircraft.

The separation minima set for current ATM operations are very different for the horizontal and vertical planes. In the horizontal plane a minimum distance d_h of 5 nautical miles is required to ensure conflict-free flight. Thus, aircraft flying at the same altitude can be modeled as circular agents with a radius of 2.5 nautical miles. Equivalently, from the point of view of each aircraft it must always maintain a circle of a $5nm$ radius around it free of other aircraft or other obstacles. In the vertical direction the minimum separation d_v required for aircraft flying over one another is 1000 feet, or about $0.16nm$. The two separation minima together form a cylindrical Protected Airspace Zone (PAZ), i.e. the set O_{ij} discussed previously, with a radius of $5nm$ and a height of $2000ft$.

In order to integrate the ATM separation requirements in the methodology developed in this Chapter an analytical function has to be identified that will model the shape of PAZ in 3D space. The function chosen here is that of a 3D spheroid, since it can approximate the ATM requirements sufficiently well, while also being computationally efficient. Thus the collision set O_{ij} takes the form of a “pill-like” 3D oblate spheroid with a radius on the horizontal plane equal to the minimum horizontal separation d_h and a vertical semi-axis equal to the vertical minimum separation d_v , as shown in Figure 4.3.

Therefore, using the notation of Section 4.1, the implicit collision function δ_{ij} is the standard ellipsoid formula:

$$\delta_{ij} = \frac{(x_j^i)^2}{d_h^2} + \frac{(y_j^i)^2}{d_h^2} + \frac{(z_j^i)^2}{d_v^2} - 1 \quad (4.33)$$

where $\mathbf{q}_j^i = [x_j^i \ y_j^i \ z_j^i]$ is the position of aircraft j in the local coordinate frame of aircraft i ; x_j^i is along the longitudinal direction of aircraft i , y_j^i along

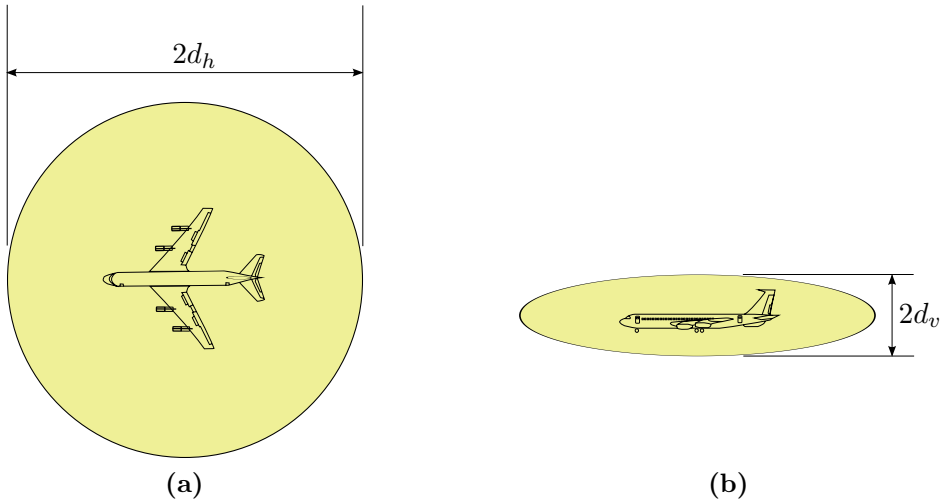


Figure 4.3: The collision set O_{ij} - Protected Airspace Zone (PAZ) in ATM terms - around each aircraft, defined as an oblate spheroid of horizontal radius d_h and vertical semi-axis d_v . d_h and d_v are the horizontal and vertical separation minima, respectively. (not drawn in scale)

the lateral direction and z_j^i on the vertical one:

$$\mathbf{q}_j^i = T_i (\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) \quad (4.34)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) & \sin(\phi_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) & \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

The sensing region A_i , corresponding to the Alert Zone (AZ) in ATM terminology, is constructed by extending the principle presented in 3.4 to the 3-dimensional case: the sensing range in the forward direction of each aircraft is significantly longer than in the sides and rear, as shown in Figure 4.4. The benefits of such a sensing scheme have been demonstrated in [58], allowing smoother turns and smaller deviations in the resulting trajectories. Specifically, the sensing region considered here consists of two half-ellipsoids, one in the front of the aircraft with semi-axes R_f , R_r and R_v in the forward, side and vertical directions respectively, and one in the rear with semi-axes R_r , R_r and R_v . Thus, the cross-sections of the two semi-ellipsoids match exactly on the plane normal to the forward direction of the plane, while a longer range R_w is applied forward compared to the shorter side and rear range R_r . As explained in 3.4, such a non-circular sensing scheme introduces *prioritisation*, since the interaction between two neighboring agents is not symmetrical in general.

Similarly to the collision function, the ellipsoid formula is used for s_{ij} as

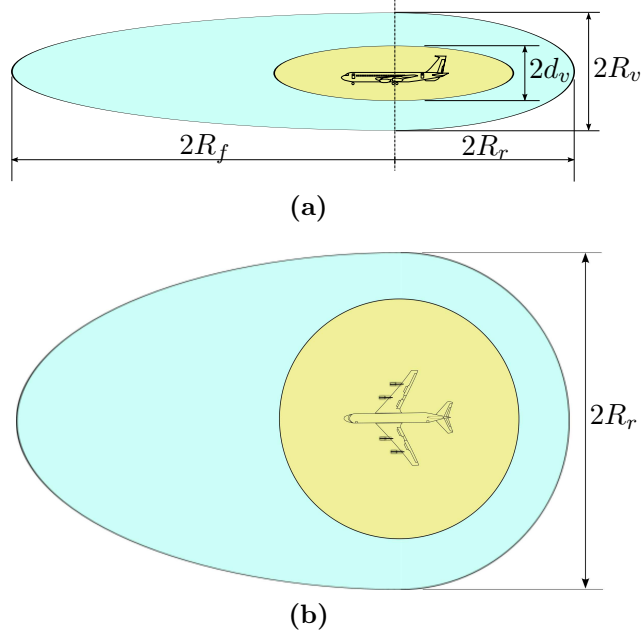


Figure 4.4: The sensing region A_i around each aircraft, extending to R_f forward, R_r to the rear and sides and R_v on the vertical direction (not drawn in scale)

well:

$$s_{ij} = \frac{(x_j^i)^2}{R_x^2} + \frac{(y_j^i)^2}{R_r^2} + \frac{(z_j^i)^2}{R_v^2} - 1 \quad (4.36)$$

$$R_x = \begin{cases} R_f, & x_j^i \geq 0 \quad (\text{aircraft } j \text{ in front of } i) \\ R_r, & x_j^i < 0 \quad (\text{aircraft } j \text{ behind } i) \end{cases} \quad (4.37)$$

Chapter 5

Decentralised Aircraft Conflict Avoidance

5.1 Introduction

The potential field construction detailed in the two previous Chapters provides a solid foundation for the development of a distributed, multi-agent navigation control scheme that can be applied to aircraft CD&R. Such a control scheme will have to rely on the information embedded in the potential field at the current position of each agent in order to derive the desired control inputs. Since the exact modeling of the agents (i.e. aircraft) has not been taken into account in the design of the potential field Φ_i , its applicability is not limited to a specific agent model. It is the responsibility of the control scheme to bridge the gap between the potential field built on the workspace geometry and the agent-based controls in a way that is safe and practical. More specifically, the control scheme must be able to exploit the formal properties of the potential field to ensure that all agents avoid each other and converge to their respective destinations while respecting the specific requirements and limitations arising from the agents' characteristics and the task at hand.

The ability to design the control scheme to a large extent independently of the potential field is an important advantage for the development of a distributed aircraft CD&R scheme. The fact that the navigation properties of the NF-based potential field inherently handle conflict avoidance and convergence, offers valuable flexibility in the design and adaptation of the control scheme that will be employed to guide the aircraft. Since the potential Φ_i has exactly one minimum at the goal of agent i and is uniformly maximum on the boundary of conflicts, any control law that can maintain a decreasing rate for each potential field Φ_i , i.e. $\dot{\Phi}_i < 0$, can be employed to guide each aircraft to their

targets (which are always global minima of Φ_i), while also avoiding conflicts.

Apart from ensuring that the potential Φ_i is always decreasing, a control scheme suitable for aircraft must also take into account the requirements that apply to aircraft navigation. Most importantly, the key aspect that has been addressed in the work presented in this Chapter is the lower velocity bound. This is an inherent constraint of the aircraft dynamics, since fixed wing aircraft need to maintain a minimum linear velocity to ensure adequate lift capacity. This aspect has not been significantly addressed in previous Navigation Function (NF)-based control schemes, developed mostly for ground robot applications where this limitation does not apply. An initial approach in the aspect of speed regulation has been presented in [5] using a gain switching scheme designed to maintain the velocity of each (holonomic) agent below a predefined higher bound. Another important to ATM aspect which has been significantly improved in this work is the reduction of unnecessary manoeuvring when navigating. In general, the integral lines of a NF-based potential field are curves, while pilots and ATC operators prefer to fly in straight lines as much as possible. This makes the aircraft motion more predictable, enhancing their Separation Assurance (SA), and also reduces the workload required by pilots to execute the manoeuvres. Moreover, avoiding unnecessary turns means that passenger comfort is also enhanced, while total flight time and fuel consumption is reduced.

In the following Sections the control strategy developed in this Thesis is presented. Initially, a simplified approach for 2D, horizontal-only motion is presented in Section 5.2, where the issues of lower bounded velocity and reduced turning effort are addressed. In Section 5.3 the full 3D control scheme is detailed, followed by the analysis of its formal properties in Section 5.3.

5.2 Aircraft navigation in 2D Space

In this Section a first form of the control scheme developed for distributed, NF-based aircraft CD&R is presented for horizontal-only flight. The main contributions of this control scheme, which is based on the concept initially developed in [62] and refined in [57], compared to previous approaches employing a NF-based potential field is that it addresses the lower aircraft velocity bound and reduces unnecessary manoeuvring. The exact problem treated here is the decentralised navigation of a group of N aircraft navigating at a fixed common altitude. Each aircraft i must be driven towards its goal $\mathbf{n}_{id} = [x_{id} \ y_{id}]^\top$ with heading angle ϕ_{id} . In order to satisfy the minimum separation requirements, each aircraft is considered circular, with a size equal to its Protected Airspace Zone (PAZ). Each aircraft has an associated desired absolute speed

$u_{d_i} > 0$ which should be used whenever possible. This desired absolute speed u_{d_i} can be constant, or regulated independently of the conflict avoidance algorithm, thus it can track the optimal cruising speed for the current altitude, or be adjusted according to the flight plan, air traffic controller instructions, crew preference or the output of higher separation assurance levels (Mid- and Long-term).

Since only planar flight is considered in this Section, the model used for each aircraft is that of a unicycle, as shown in (2.4), where $\mathbf{n}_i = [x_i \ y_i]^\top$ is the position of each aircraft, ϕ_i its heading angle, u_i its linear velocity and ω_i its angular velocity.

5.2.1 Preliminaries

The control scheme for each aircraft i relies on a decentralised potential field Φ_i and its gradient $\nabla_i \Phi_i$, where the notation $\nabla_i \Phi_j$ is used to denote the derivative of Φ_j with respect to the position of aircraft i . The potential field Φ_i can be constructed as detailed in Chapter 3, or the more generic form presented in Chapter 4, implementing implicit shape representation, if all references to the vertical z direction are omitted.

The potential field gradient for the planar case examined in this section, is:

$$\nabla_i \Phi_i = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \mathbf{n}_i} = [\Phi_{ix} \ \Phi_{iy}]^\top \quad (5.1)$$

using the notation $\Phi_{ix} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x}$, $\Phi_{iy} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial y}$. Since the unicycle-like aircraft can only move along its heading direction, the component of the gradient that is essentially driving the aircraft is its projection P_i on this direction, as defined by the heading angle ϕ_i :

$$P_i = \mathbf{J}_i^\top \cdot \nabla_i \Phi_i,$$

where $\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix}$

From the above it becomes obvious that the direction of motion towards decreasing values of Φ_i is naturally determined by the sign of P_i :

$$s_i = \text{sgn}(P_i)$$

where: $\text{sgn}(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{if } x \geq 0 \\ -1, & \text{if } x < 0. \end{cases}$

From the perspective of each aircraft i , the potential Φ_i , depends on its own position, \mathbf{n}_i , and the positions of the other aircraft. Thus, the effect of the motion of all other aircraft to the potential Φ_i can be summarised in the partial derivative $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \sum_{j \neq i} \nabla_j \Phi_i^\top \cdot \mathbf{J}_j u_j \quad (5.2)$$

where $\nabla_j \Phi_i = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \mathbf{n}_j}$ is the gradient of Φ_i with respect to the position \mathbf{n}_j of aircraft j .

In order for the unicycle-like aircraft i to move along an integral line of the potential Φ_i , its heading axis must align with the gradient of the potential field. Moreover, in general when the agent approaches the goal configuration from behind it must do so moving forward, while in the case where the starting position is in front of the goal configuration the agent must move backwards. The latter case of course is not relevant to aircraft navigation, therefore sufficient conditions are provided after the presentation of the control scheme to ensure that only forward motion is used. The principle explained above for heading control is implemented through the use of the *nonholonomic* heading angle $\hat{\phi}_{\mathbf{nh}i}$, which is used to represent the heading of $\text{sgn}(p_i)\nabla_i\Phi_i$:

$$\hat{\phi}_{\mathbf{nh}i} \triangleq \text{atan2}(\text{sgn}(p_i)\Phi_{iy}, \text{sgn}(p_i)\Phi_{ix}), \quad (5.3)$$

where the function atan2 is the 4-quadrant heading angle of a vector (x, y) :

$$\text{atan2}(y, x) \triangleq \arg(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{C},$$

while $p_i = \mathbf{J}_{id}^\top \cdot (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id})$ is the position vector with respect to the destination, projected on the longitudinal axis of the target configuration. Consequently, $\text{sgn}(p_i)$ is equal to 1 in front of the target configuration and -1 behind it. The angle $\hat{\phi}_{\mathbf{nh}i}$ is used directly as the reference angle $\phi_{\mathbf{nh}i}$ for the aircraft i away from the destination (and other critical points of Φ_i), while in the vicinity of \mathbf{q}_{id} the approximation presented in [63] is employed to eliminate the discontinuity of $\hat{\phi}_{\mathbf{nh}i}$:

$$\phi_{\mathbf{nh}i} \triangleq \begin{cases} \hat{\phi}_{\mathbf{nh}i}, & \rho_i > \epsilon_0 \\ \frac{\hat{\phi}_{\mathbf{nh}i} (3\epsilon_0\rho_i^2 - 2\rho_i^3) + \phi_{id} (3\epsilon_0(\epsilon_0 - \rho_i)^2 - 2(\epsilon_0 - \rho_i)^3)}{\epsilon_0^3}, & \rho_i \leq \epsilon_0 \end{cases} \quad (5.4)$$

where $\rho_i = \sqrt{\Phi_{ix}^2 + \Phi_{iy}^2}$ and ϵ_0 is a small positive constant. Thus, whenever $\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{id}$, i.e. aircraft i is at its target position, the reference angle $\phi_{\mathbf{nh}i}$ is continuous and equal to ϕ_{id} :

$$\lim_{\mathbf{q}_i \rightarrow \mathbf{q}_{id}} \phi_{\mathbf{nh}i} = \lim_{\rho_i \rightarrow 0} \phi_{\mathbf{nh}i} = \phi_{\mathbf{nh}i}|_{\rho_i=0} = \phi_{id} \quad (5.5)$$

5.2.2 Control Scheme

Using the notation defined in the previous Section, the proposed control law for the linear velocity u_i is:

$$u_i = \begin{cases} -s_i U_i, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \leq U_i (|P_i| - \epsilon) \\ -s_i \frac{U_i \epsilon + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i|}, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \epsilon) \end{cases} \quad (5.6)$$

where ϵ is a small positive constant and U_i is the nominal velocity of aircraft i :

$$U_i = \begin{cases} u_{id}, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\| > d_i \\ \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|}{d_i} \cdot u_{id}, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\| \leq d_i. \end{cases} \quad (5.7)$$

By the above regulation scheme, U_i follows identically the desired velocity value u_{id} away from the goal \mathbf{q}_{id} and is continuously reduced to 0 inside a disc of radius d_i around \mathbf{q}_{id} .

It can be shown here that in the second case of (5.6), the magnitude of u_i is always higher than U_i :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \epsilon) \\ \iff & U_i \epsilon + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i |P_i| \\ \iff & \frac{U_i \epsilon + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i|} > U_i \end{aligned}$$

The above also holds as an equality, i.e. both branches of (5.6) produce the same result when $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = U_i (|P_i| - \epsilon)$, thus ensuring that the transition is always continuous. By the above, the nominal velocity U_i , and consequently the desired velocity u_{id} , acts as a lower bound for the flight speed. Therefore, a major drawback of previous NF-based solutions is lifted, ensuring that infeasibly low velocities are never used. Of course, the use of a continuously decreasing velocity down to 0 in the vicinity of the goal is also not applicable to aircraft navigation. However, this feature of the control scheme, though important for

the analysis of the scheme's formal properties, is practically insignificant for the application in ATM, since the goal region can be made arbitrarily small, and a new goal can be assigned (eg. next waypoint) before the aircraft enters it and has to reduce its velocity.

The proposed control law for the angular velocity ω_i is:

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & M_i \geq \varepsilon_\phi \\ \Omega_i \cdot \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi}\right), & 0 < M_i < \varepsilon_\phi \\ \Omega_i, & M_i \leq 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

where:

$$M_i \triangleq \dot{\phi}_{\mathbf{nh}_i} (\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}_i})$$

$$\Omega_i \triangleq -k_\phi (\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}_i}) + \dot{\phi}_{\mathbf{nh}_i}$$

Finally, ε_ϕ is a small positive constant defining a minimum decreasing rate for the angular error $(\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}_i})$ and k_ϕ a positive gain. The above control scheme allows the aircraft to fly straight when the convergence to the reference angle $\phi_{\mathbf{nh}_i}$ is not at risk and gradually increases the steering effort as this becomes necessary. A more detailed explanation of the angular control law's operation is given in the following Section.

The complete control scheme presented in eqs. (5.6) to (5.8) exploits the formal NF conflict avoidance and convergence guarantees, offering a solution for the navigation of aircraft on a fixed altitude that is compatible with aircraft characteristics and constraints, as well as with ATM practice. As shown in the simulation results presented in Section 6.1, the above control scheme yields considerably more sensible (from an ATC point of view) and aircraft-friendly manoeuvres than previous NF approaches [54], while maintaining the formal properties.

Essentially, the set of control laws presented above is a special case of the control scheme proposed in the next Section for the navigation of aircraft in the 3D space. Therefore, the formal analysis presented in Section 5.4 applies also to the navigation scheme presented above.

5.3 Aircraft navigation in 3D Space

Initial work on the navigation of aircraft in 3D space in this Thesis [52, 53, 54] has used the linear velocity and three rotation rates (roll, pitch, yaw) to control the motion of each aircraft. However, due to the practical disadvantages of this motion model, along with its incompatibility with current ATC practice, the model 2.6 has been adopted for 3D aircraft navigation, which uses a linear

velocity for altitude adjustment. With this model in mind, the navigation scheme presented in the previous Section can be extended to the case of 3D flight, i.e. when changes in altitude are also considered in order to offer each aircraft more options for conflict avoidance manoeuvres. The complete control scheme proposed for the 3D case, originally presented in [64, 65], is detailed below, along with the basic principles upon which it has been conceived. The general concept of the scheme relies on using heading changes to follow the heading changes of the negated gradient vector and altitude changes up to a predefined maximum climb and decent angle in order to allow the aircraft to maintain a nominal horizontal speed U_i . Horizontal velocity changes are applied only if vertical manoeuvring is not enough to maintain a decreasing rate for the potential Φ_i .

5.3.1 Preliminaries

In the 3D case the NF-based potential field presented in Chapter 4 is used in a similar manner as in the previous Section. The differences in this case lie in the gradient of the potential field, $\nabla_i \Phi_i$, which is here a 3D vector, and in the additional control law for the vertical speed.

$$\nabla_i \Phi_i = \frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathbf{q}_i} = \begin{bmatrix} \Phi_{ix} & \Phi_{iy} & \Phi_{iz} \end{bmatrix}^\top \quad (5.9)$$

The horizontal speed control law is based on the projection P_i of the gradient on the aircraft's heading direction, as in the 2D case, which depends on the components of $\nabla_i \Phi_i$ on the horizontal plane:

$$P_i = \mathbf{J}_i^\top \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{ix} & \Phi_{iy} \end{bmatrix}^\top \quad (5.10)$$

The control law for the vertical velocity w_i is based on the elevation angle of the negated gradient, i.e. between $-\nabla_i \Phi_i$ and the horizontal plane:

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{-\Phi_{iz}}{\sqrt{\Phi_{ix}^2 + \Phi_{iy}^2}} \right) \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.11)$$

In order to take the aircraft performance limits into account, the reference elevation angle $\tilde{\alpha}_i$ is derived from α_i , which is confined within the aircraft's feasible climb and descent angles, $\alpha_{iC} \in (0, \frac{\pi}{2})$ and $\alpha_{iD} \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ respectively:

$$\tilde{\alpha}_i = \begin{cases} \alpha_{iD}, & \alpha_i < \alpha_{iD} \\ \alpha_i, & \alpha_{iD} \leq \alpha_i \leq \alpha_{iC} \\ \alpha_{iC}, & \alpha_i > \alpha_{iC}. \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\text{so that: } \tilde{\alpha}_i \in [\alpha_{iD}, \alpha_{iC}] \quad (5.13)$$

The corresponding reference slope $\tilde{t}_i = \tan \tilde{\alpha}_i$ is employed in the vertical speed control law. By the definition of α_i it follows that \tilde{t}_i has always the opposite sign of Φ_{iz} , i.e.:

$$\tilde{t}_i \Phi_{iz} \leq 0 \quad (5.14)$$

5.3.2 Control Scheme

The proposed control scheme has been synthesised in order to allow straight, level and fixed-speed flight whenever possible, i.e. the common NF practice of following exactly an integral line of the potential is here relaxed as long as the three main objectives detailed below are satisfied. Each of the objectives below is encoded in a continuous switch that acts as a "relaxation" factor in the case of the vertical velocity: a value of 1 means that level flight does not threaten the formal properties of the control scheme, while a value of 0 indicates that the gradient's slope must be followed exactly.

Conflict avoidance and Convergence

Ensuring a decreasing rate for potential Φ_i is crucial for convergence and conflict avoidance in all NF based approaches, as Φ_i attains its maximum value on the boundary of conflicts and its minimum on the destination. The time derivative of Φ_i can be written:

$$\dot{\Phi}_i = \sum_{j=1}^N \nabla_j \Phi_i^\top \dot{\mathbf{q}}_j = P_i u_i + \Phi_{iz} w_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}, \quad (5.15)$$

$$\text{where } \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \sum_{j \neq i} \nabla_j \Phi_i^\top \cdot \begin{bmatrix} u_j \mathbf{J}_j \\ w_j \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

The partial derivative $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$, as before, sums the effect of the motion of all other aircraft on the potential of aircraft i , Φ_i

The control design here aims to use a nominal horizontal velocity U_i , which must point to the direction that decreases Φ_i along the longitudinal axis of aircraft i . This direction is naturally defined by $s_i = \text{sgn}(P_i)$, as shown previously. Thus, the preferred control law for the horizontal velocity is:

$$u_i = -s_i U_i \quad (5.17)$$

Moreover, the vertical velocity w_i shall be regulated based on the reference slope \tilde{t}_i , and when fully activated it will drive the aircraft to a climb or descent angle matching t_i exactly. To achieve this, w_i must be of the form:

$$w_i = \tilde{t}_i |u_i| \quad (5.18)$$

When the above control laws are applied $\dot{\Phi}_i$ can be rewritten as follows:

$$\dot{\Phi}_i = -|P_i|U_i + \Phi_{iz}\tilde{t}_iU_i + \frac{\partial\Phi_i}{\partial t}, \quad (5.19)$$

$$(5.20)$$

Using the above relations, the objective of conflict avoidance and convergence can be encoded into the following continuous switch:

$$\sigma_{\Phi_i} = \text{sat} \left(\frac{U_i (\tilde{t}_i\Phi_{iz} + \varepsilon_U - |P_i|) + \frac{\partial\Phi_i}{\partial t}}{U_i\tilde{t}_i\Phi_{iz}} \right), \quad (5.21)$$

where sat is a saturation function:

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 1, \\ 1, & x \geq 1 \end{cases} \quad (5.22)$$

and ε_U is a small positive constant that adjusts the minimum (in absolute value) decrease rate allowed for Φ_i during navigation, i.e. $\dot{\Phi} \leq -U_i \cdot \varepsilon_U$. Thus, the continuous switch σ_{Φ_i} expresses whether horizontal flight with velocity U_i can maintain a decrease rate for Φ_i equal or faster than the one set by ε_U . By the above definition and taking into account (5.14), σ_{Φ_i} is:

- 1 when $\frac{\partial\Phi_i}{\partial t} - |P_i|U_i \leq -U_i\varepsilon_U$, i.e. the nominal horizontal speed U_i alone with zero vertical velocity w_i can ensure that $\dot{\Phi} \leq -U_i\varepsilon_U$,
- 0 when the nominal horizontal velocity U_i combined with vertical velocity $w_i = \tilde{t}_iU_i$ (so that the reference slope \tilde{t}_i is followed exactly) cannot maintain $\dot{\Phi}_i < -U_i\varepsilon_U$,
- varying continuously in $(0, 1)$ when there is a nonzero vertical velocity w_i corresponding to a climb or descent angle less steep than \tilde{a}_i , i.e. $|w_i| < |\tilde{t}_i|U_i$, which together with the horizontal velocity U_i can maintain $\dot{\Phi}_i < -U_i\varepsilon_U$.

Position with respect to the target

The control action is adjusted according to the position of each aircraft i relatively to its target \mathbf{q}_{id} , in order to achieve reduced manouevring away from the target without sacrificing the convergence properties. Specifically, the construction of the control laws is based on the position of the aircraft with respect to a number of sets defined around its target, as shown in Figure 5.1:

- The vertical Target Cylinder (TC) \mathcal{C}_i , centered on the vertical line passing from the target position \mathbf{q}_{id} , with a radius c_i :

$$\mathcal{C}_i = \{\mathbf{n}_i \mid \|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id}\| \leq c_i\} \quad (5.23)$$

- The Belt Zone \mathcal{B}_i of thickness b_i surrounding the Target Cylinder \mathcal{C}_i :

$$\mathcal{B}_i = \{\mathbf{n}_i \mid c_i < \|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id}\| \leq c_i + b_i\} \quad (5.24)$$

- The Target Sphere \mathcal{S}_i centered on the target \mathbf{q}_{id} , which is contained inside the Target Cylinder \mathcal{C}_i :

$$\mathcal{S}_i = \{\mathbf{q}_i \mid \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\| \leq c_i\} \quad (5.25)$$

- the Manoeuvring Space \mathcal{R}_i , as the rest of the available airspace that is outside \mathcal{C}_i and \mathcal{B}_i :

$$\mathcal{R}_i = \{\mathbf{n}_i \mid \|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id}\| > c_i + b_i\} \quad (5.26)$$

The proposed control strategy depends on the relative position of each aircraft i with respect to \mathcal{C}_i , \mathcal{B}_i and \mathcal{R}_i . Inside the manoeuvring space \mathcal{R}_i , the main objective of each aircraft i is to steer away from conflicts and towards the direction of the negated gradient $-\nabla_i \Phi_i$, while maintaining the desired horizontal speed u_{id} and horizontal flight ($w_i = 0$) for as long as possible. This means that aircraft fly level as long as minimum separation and convergence are ensured. Following exactly the slope of the negated gradient is not required in \mathcal{R}_i , as long as this does not oppose any of the other two control objectives. Inside \mathcal{C}_i the horizontal speed u_i is gradually reduced, while the vertical velocity w_i is adjusted so that the aircraft trajectory follows the reference slope \tilde{t}_i . This allows each trajectory to converge to the target \mathbf{q}_{id} . The belt zone \mathcal{B}_i is used between \mathcal{C}_i and \mathcal{R}_i to ensure that the transition between the two areas does not cause discontinuity in the control inputs.

The complete scheme described above is captured by the continuous switch σ_{ni} , which expresses whether aircraft i is in \mathcal{C}_i , \mathcal{R}_i or \mathcal{B}_i , as shown in Figure 5.1:

$$\sigma_{ni} = \text{sat} \left(\frac{\|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id}\| - c_i}{b_i} \right), \quad (5.27)$$

$$\text{so that } \sigma_{ni} = \begin{cases} 0, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{C}_i \\ 1, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{R}_i \\ a \in (0, 1], & \mathbf{n}_i \in \mathcal{B}_i. \end{cases} \quad (5.28)$$

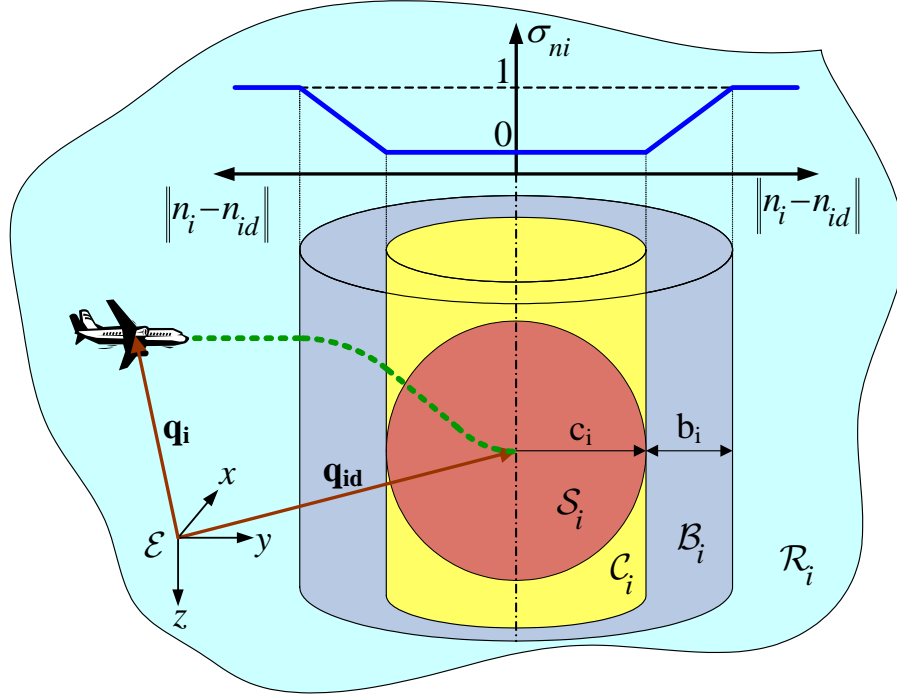


Figure 5.1: Target Cylinder C_i , Target Sphere S_i , Belt Zone B_i and Manoeuvring Space \mathcal{R}_i around the target \mathbf{q}_{id} . σ_{ni} varies linearly in B_i

It should be noted here that an aircraft may enter its TC and exit afterwards, driven by the potential's gradient. As it is shown in the convergence analysis though, this does not affect the performance of the navigation algorithm, since all aircraft eventually converge to their TCs. As the complete algorithm presented here is primarily intended for Short-term CD&R in ATM applications, aircraft are not expected to reach close enough to their targets to enter their TC while still operating under short-term CD&R. Instead, a higher level of CD&R or navigation algorithm will set a new target for the Short-term CD&R. However, the TC and the associated control scheme are included here for completeness.

Elevation angle of the negated gradient

The aircraft are allowed to fly horizontally only when the absolute elevation angle of the negated gradient $-\nabla_i \Phi_i$, $|\alpha_i|$, is lower than an upper bound $\theta_i^0 > 0$. When this bound is exceeded, i.e. $|\alpha_i| > \theta_i^0$, vertical manoeuvring via w_i is gradually activated, until $|\alpha_i|$ reaches a value of $\hat{\theta}_i$, $\hat{\theta}_i > \theta_i^0$, where the maximum absolute w_i possible is used to yield a total linear velocity $\dot{\mathbf{q}}_i$ that matches exactly the reference elevation angle $\tilde{\alpha}_i$. This is realised via the continuous

switch $\sigma_{\alpha i}$:

$$\sigma_{\alpha i} = \text{sat} \left(\frac{\hat{\theta}_i - |\alpha_i|}{\hat{\theta}_i - \theta_i^0} \right) \quad (5.29)$$

where parameters $\hat{\theta}$ and θ_i^0 must satisfy $\min(\alpha_{iC}, |\alpha_{iD}|) \geq \hat{\theta} > \theta_i^0 > 0$. Consequently, as shown in Figure 5.2, $\sigma_{\alpha i}$ is:

- 0 when $|\alpha_i| \geq \hat{\theta}_i$,
- 1 when $|\alpha_i| \leq \theta_i^0$, and
- $0 < \sigma_{\alpha i} < 1$ when $\theta_i^0 < |\alpha_i| < \hat{\theta}_i$.

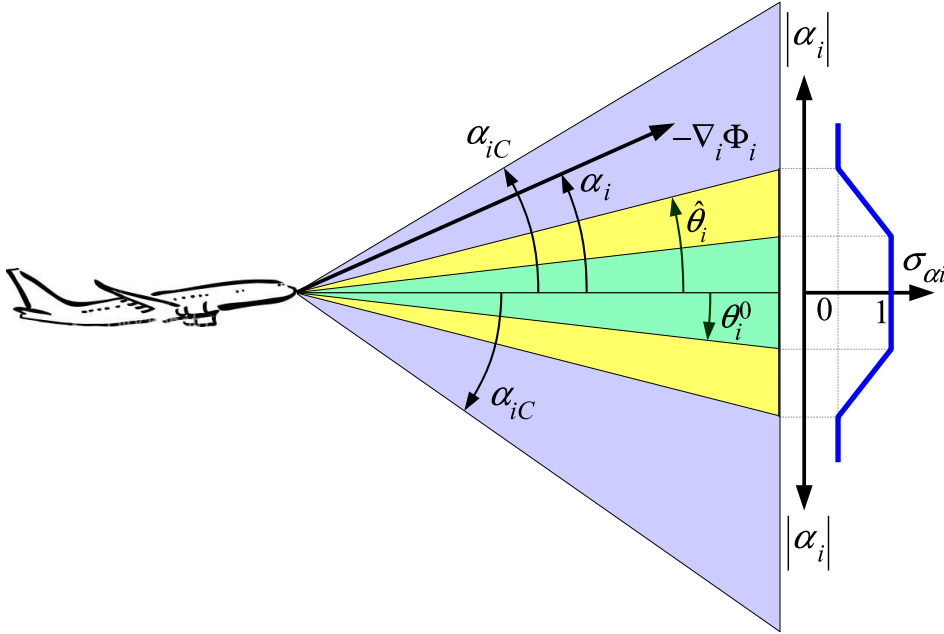


Figure 5.2: Angle parameters $\hat{\theta}$, θ_i^0 , aircraft limits α_{iC} , α_{iD} and switch $\sigma_{\alpha i}$ with respect to the gradient elevation angle α_i .

Using the three objectives established above, the control scheme is synthesized around the following principles:

- A nominal absolute speed U_i is used for u_i regulation. U_i is equal to the desired absolute horizontal speed u_{id} when $q_i \notin \mathcal{S}_i$, i.e. when aircraft i is more than c_i away from its target, while it is continuously reduced to 0, as the aircraft approaches its target inside \mathcal{S}_i . Naturally, this is included for formal completeness of the control scheme without affecting the practical applicability of the control scheme to aircraft CD&R.

- The absolute horizontal velocity $|u_i|$ is kept equal to the nominal signal U_i when $\frac{\partial\Phi_i}{\partial t} \leq U_i (|P_i| - \tilde{t}_i\Phi_{iz} - \varepsilon_U)$, i.e. the combination of horizontal and vertical velocities $-s_iU_i$ and $U_i\tilde{t}_i$, respectively, can maintain $\dot{\Phi}_i \leq U_i\varepsilon_U$.
- Vertical velocity w_i is kept zero allowing level flight when all three of the objectives described above are met, i.e.:
 1. Agent i is inside its manoeuvring zone, $\mathbf{n}_i \in \mathcal{R}_i$.
 2. The nominal horizontal speed U_i alone is enough to ensure that the potential is decreasing, i.e. $\dot{\Phi} = -P_iu_i + \frac{\partial\Phi_i}{\partial t} \leq -U_i\varepsilon_U$ holds.
 3. The gradient's absolute elevation angle is at most θ_i^0 , $|\alpha_i| \leq \theta_i^0$.

Thus, a zero vertical velocity should be applied only when all three relaxation factors defined above are active:

$$\sigma_{ni} = \sigma_{\Phi_i} = \sigma_{\alpha_i} = 1$$

- Agent's i slope is made equal to \tilde{t}_i when any of σ_{Φ_i} , σ_{ni} , σ_{α_i} become zero, i.e. in any of the following cases:
 1. Agent i is inside its Target Cylinder, i.e. $\mathbf{n}_i \in \mathcal{C}_i$.
 2. The combination of horizontal speed $-s_iU_i$ and vertical speed \tilde{t}_iU_i does not allow a sufficiently fast decreasing rate for the potential Φ_i , such that $\dot{\Phi}_i < -U_i\varepsilon_U$, i.e. it holds that

$$-U_i|P_i| + U_i\tilde{t}_i\Phi_{iz} + \frac{\partial\Phi_i}{\partial t} \geq -U_i\varepsilon_U \quad (5.30)$$

3. The gradient's absolute elevation angle is at least $\hat{\theta}_i$, $|\alpha_i| \geq \hat{\theta}_i$.
- When separation and convergence are at risk, vertical manoeuvring via w_i is used up to an elevation slope \tilde{t}_i , by setting $w_i = \tilde{t}_i|u_i|$. If this alone is not enough to achieve $\dot{\Phi}_i \leq -U_i\varepsilon_U$, the magnitudes of both linear velocities are increased proportionally in a continuous way so that $\dot{\Phi}_i = -U_i\varepsilon_U$ holds.
 - Continuous transition is desired for the horizontal velocity u_i and vertical velocity w_i .
 - For the aircraft to track an integral line of $\nabla_i\Phi_i$, the heading velocity ω_i must ensure that the heading error $|\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}|$ is always decreasing, while also keeping the steering effort low. Therefore, whenever

$M_i = \dot{\phi}_{\mathbf{n}h_i}(\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}) \geq \varepsilon_\phi > 0$, the absolute error $|\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}|$ is already decreasing, so the angular velocity is kept zero, i.e. $\omega_i = 0$. Otherwise, when $M_i < \varepsilon_\phi$, a feedback law as in [54] ensures that $|\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}|$ decreases over time. The small constant ε_ϕ is used here similarly to ε_U in the linear velocity control law, to ensure continuous transition for the heading velocity.

Based on the above principles, the control scheme proposed for the linear velocities of aircraft i is the following:

$$u_i = \begin{cases} -s_i U_i, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \leq U_i (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz} - \varepsilon_U) \\ -s_i \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}}, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz} - \varepsilon_U) \end{cases} \quad (5.31a)$$

$$w_i = (1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{n_i}, \sigma_{\alpha_i})) \tilde{t}_i |u_i|. \quad (5.31b)$$

Similarly to (5.6), the magnitude of u_i increases in the second case of (5.31a):

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz} - \varepsilon_U) \Rightarrow \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}} = |u_i| > U_i \quad (5.32)$$

As in the 2D case, the above also holds as an equality at the transition point, ensuring that u_i remains continuous. The nominal absolute horizontal velocity U_i used above is regulated similarly to the 2D case:

$$U_i = \begin{cases} u_{id}, & \mathbf{n}_i \notin \mathcal{C}_i \\ \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{n}_{id}\|}{c_i} \cdot u_{id}, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{C}_i. \end{cases} \quad (5.33)$$

As explained before, control law (5.31b) ensures that the vertical velocity is not activated when all of the continuous relaxation factors are fully active, i.e. equal to 1.

The angular velocity ω_i is regulated according to:

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & M_i \geq \varepsilon_\phi \\ \Omega_i \cdot \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi}\right), & 0 < M_i < \varepsilon_\phi \\ \Omega_i, & M_i \leq 0, \end{cases} \quad (5.34)$$

$$\text{where: } M_i \triangleq \dot{\phi}_{\mathbf{n}h_i}(\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}) \quad (5.35)$$

$$\Omega_i \triangleq -k_\phi(\phi_i - \phi_{\mathbf{n}h_i}) + \dot{\phi}_{\mathbf{n}h_i}$$

and k_ϕ is a positive gain.

The complete navigation scheme comprises the control laws (5.31), (5.33) and (5.34) along with the potential field form (3.1). From the above it is obvious that the implementation of the control scheme requires only tractable, forward calculations. Thus, the computational requirements for real-time application are limited for each control update step.

5.4 Conflict avoidance and Convergence Analysis

The two control schemes presented above have been designed so that in combination with a NF-based potential field they can provide formally provable conflict avoidance between aircraft and convergence of each aircraft to its goal. As mentioned above, the 2D control scheme detailed in Section 5.2 is essentially a special case of the full 3D scheme of Section 5.3. Therefore it is only necessary to provide a formal proof of the navigation properties of the 3D control scheme. The performance of the control scheme with respect to the two principal objectives, i.e. conflict avoidance and convergence is analysed in the rest of this section.

Theorem 1. *A group of aircraft moving as agents described by (2.6) remains always conflict-free, i.e. no two Protected Airspace Zones (PAZs) intersect, when each aircraft navigates using the the control laws (5.31), (5.33) and (5.34).*

Proof. In order to simplify the analysis here a useful property of the aircraft PAZ is exploited; because the shape of the PAZ is axisymmetrical with respect to the aircraft axis of heading rotation, i.e. the vertical direction, it is concluded that any two PAZs can only touch due to linear motion of the aircraft and not because of heading changes. Thus, to ensure that the separation minimum is never violated, it suffices to show that each aircraft i uses its linear velocities u_i, w_i to maintain a safe distance from its neighbours. By construction, a NF-based potential field is uniformly maximum on the boundary of obstacles, which in the case of ATM applications are the PAZs of other aircraft. As a result, the potential field's negated gradient points directly away from the obstacle's surface.

Furthermore, it can be shown that the linear velocities (5.31) of each aircraft i never drive it towards a direction that increases its potential field Φ_i . For this to hold, the inner product of the field's gradient and the aircraft position time derivative must always remain non-positive, i.e.:

$$\nabla_i \Phi_i^\top \cdot \dot{\mathbf{q}}_i \leq 0 \quad (5.36)$$

In order to prove this, first the definitions of $\alpha_i, \tilde{\alpha}_i$ and \tilde{t}_i given in Section 5.3.1 can be used to verify that $\tilde{t}_i \Phi_{iz} \leq 0$. Indeed, by Equation (5.11) it follows that $\alpha_i \cdot \Phi_{iz} \leq 0$ and since $\tilde{\alpha}_i \in [\alpha_{iD}, \alpha_{iC}] \subset (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, while $\tilde{\alpha}_i$ has by construction the same sign as α_i , it can be deduced that $\tilde{t}_i \Phi_{iz} \leq 0$. Moreover, the control law (5.31a) yields:

$$P_i u_i \leq -P_i s_i U_i = -|P_i| U_i \leq 0 \quad (5.37)$$

Additionally, from (5.31b) it can be derived:

$$\Phi_{iz}w_i = \tilde{t}_i\Phi_{iz}(1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{ni}, \sigma_{\alpha_i}))|u_i| \leq 0 \quad (5.38)$$

Consequently, it is shown that condition (5.36) always holds:

$$\nabla_i\Phi_i^\top \cdot \dot{\mathbf{q}}_i = P_i u_i + \Phi_{iz}w_i \leq 0. \quad (5.39)$$

Using (5.36) it can be proven that all remain always conflict-free. To show that it suffices to make the assumption that a group of aircraft navigating under the proposed control scheme engage in a conflict involving two or more of them and demonstrate that this cannot occur: Initially no conflict should exist, i.e. all aircraft are at a safe distance from each other, i.e.:

$$\Phi_i|_{t=0} < 1 \quad \forall i \quad (5.40)$$

Since each potential Φ_i is continuous and differentiable in space, assuming that a conflict occurs means that at least one of the conflicting aircraft, i , moved towards the direction of $\nabla_i\Phi_i$, causing the potential Φ_i to attain its maximum value of 1. However, in all initial conflict-free conditions all potentials are less than 1 as shown above in (5.40), while the motion of any aircraft can never allow its potential to increase, as shown in (5.39). Therefore the condition where a conflict is created, represented by the potential of one or more aircraft attaining their maximum value of 1, can never be reached under the proposed control scheme after a conflict-free state of the group. \square

The use of the priority scheme described in 3.2 means that conflicts between any two aircraft i, j are avoided when at least one of them has non-zero priority, $\max(c_i, c_j) > 0$, i.e. one of them is able to maneuver. This holds because by construction a NF is transverse on the boundary of collisions with other agents or obstacles. One can easily show similarly to [64] that the above control scheme ensures that $\nabla_i\Phi_i u_i \leq 0$ holds always, i.e. all agents move towards the direction that decreases their potential. Thus, when there is at least one-way sensing between any two neighboring agents, at least one of the agents moves away from the other and collisions between them are avoided. Off course, when both agents are uncontrolled, $c_i = c_j = 0$, no collision avoidance can be performed between them. Thus, the proposed control scheme combined with the priority rules in section 3.2 ensures that all collisions between two controlled agents or a controlled and an uncontrolled one or an obstacle are avoided.

Theorem 2. *Each aircraft i described by (2.6) under the control laws (5.31), (5.33) and (5.34) converges to its target \mathbf{q}_{id} with the desired heading angle ϕ_{id} .*

Proof. Since the control scheme is discontinuous, analysis tools for non-smooth systems are employed to prove the convergence of the system under the proposed control scheme. The following candidate Lyapunov function is used:

$$V = \sum_{i=1}^N V_i, \quad (5.41)$$

$$\text{where } V_i = \Phi_i + \frac{1}{2} (\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}i})^2 \quad (5.42)$$

In order to prove the convergence of all N agents, the complete multiagent system $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ is considered, comprising N systems of the form (2.6):

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_N \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \\ \phi_{\mathbf{nh}1} \\ \vdots \\ \phi_{\mathbf{nh}N} \end{bmatrix}, \quad f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} u_1 \mathbf{J}_1 \\ w_i \\ \vdots \\ u_N \mathbf{J}_N \\ w_N \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_N \\ \dot{\phi}_{\mathbf{nh}1} \\ \vdots \\ \dot{\phi}_{\mathbf{nh}N} \end{bmatrix}$$

In order to study the evolution of the above system, the generalised time derivative of $V(\mathbf{x})$ must be computed, which is possible via the chain rule given in [66]. In order to do so, the Filippov set [67] of the above system, $K[f(\mathbf{x})]$, must be derived, along with the generalised derivative ∂V [68] of the

candidate Lyapunov function $V(\mathbf{x})$:

$$K[f] = \begin{bmatrix} K[u_1]\mathbf{J}_1 \\ K[w_1] \\ \vdots \\ K[u_N]\mathbf{J}_N \\ K[w_N] \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_N \\ \dot{\phi}_{\mathbf{nh}1} \\ \vdots \\ \dot{\phi}_{\mathbf{nh}N} \end{bmatrix}, \quad \partial V = \begin{bmatrix} \sum_i \nabla_1 \Phi_i \\ \vdots \\ \sum_i \nabla_N \Phi_i \\ (\phi_1 - \phi_{\mathbf{nh}1}) \\ \vdots \\ (\phi_N - \phi_{\mathbf{nh}N}) \\ -(\phi_1 - \phi_{\mathbf{nh}1}) \\ \vdots \\ -(\phi_N - \phi_{\mathbf{nh}N}) \end{bmatrix}$$

Using the above, the generalised time derivative of $V(\mathbf{x})$ can be calculated:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{V}} &= \bigcap_{\xi \in \partial V} \xi^\top K[f] = \\ &= \sum_i^N \sum_j^N K[u_i] \nabla_i \Phi_j^\top \begin{bmatrix} \mathbf{J}_i \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_i^N \sum_j^N K[w_i] \frac{\partial \Phi_j}{\partial z_i} + \\ &\quad + \sum_i (\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}i}) (\omega_i - \dot{\phi}_{\mathbf{nh}i}) = \\ &= \sum_i K[u_i] P_i + \sum_i \sum_{j \neq i} K[u_j] \nabla_j \Phi_i^\top \begin{bmatrix} \mathbf{J}_j \\ 0 \end{bmatrix} + \\ &\quad + \sum_i K[w_i] \Phi_{iz} + \sum_i \sum_{j \neq i} K[w_j] \frac{\partial \Phi_i}{\partial z_j} - \sum_i \theta_i \dot{\theta}_i \end{aligned} \quad (5.43)$$

where the angular error $\theta_i = (\phi_i - \phi_{\mathbf{nh}i})$ has been used to simplify the above form. By (5.34) it can be deduced for θ_i :

$$\dot{\theta}_i = \begin{cases} -\dot{\phi}_{\mathbf{nh}i}, & M_i \geq \varepsilon_\phi \\ -\left[k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) + \frac{\dot{\phi}_{\mathbf{nh}i}^2}{\varepsilon_\phi} \right] \cdot \theta_i, & 0 < M_i < \varepsilon_\phi \\ -k_\phi \theta_i, & M_i \leq 0. \end{cases} \quad (5.44)$$

For the analysis of the switching linear velocity control law, each aircraft can

be categorised into one of the following three sets:

$$\begin{aligned}
Q_1 &\triangleq \left\{ i \in \{1, \dots, N\} \mid \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} - U_i |P_i| + U_i \varepsilon_U \leq 0 \right\} \\
Q_2 &\triangleq \left\{ i \in \{1, \dots, N\} \mid 0 < \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} - U_i |P_i| + U_i \varepsilon_U \leq -\tilde{t}_i U_i \Phi_{iz} \right\} \\
Q_3 &\triangleq \left\{ i \in \{1, \dots, N\} \mid \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} - U_i |P_i| + U_i \varepsilon_U > -\tilde{t}_i U_i \Phi_{iz} \right\}
\end{aligned}$$

A similar classification is made corresponding to the different branches of the angular velocity control law (5.34):

$$\begin{aligned}
T_1 &\triangleq \{i \in \{1, \dots, N\} \mid M_i \geq \varepsilon_\phi\} \\
T_2 &\triangleq \{i \in \{1, \dots, N\} \mid 0 < M_i < \varepsilon_\phi\} \\
T_3 &\triangleq \{i \in \{1, \dots, N\} \mid M_i \leq 0\}
\end{aligned}$$

By the control laws (5.31) and (5.33) the Filippov sets of the linear velocities can be derived:

$$K[u_i] = \begin{cases} -K[s_i] \cdot U_i, & i \in Q_1 \cup Q_2 \\ -K[s_i] \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}}, & i \in Q_3 \end{cases} \quad (5.45a)$$

$$K[w_i] = (1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{ni}, \sigma_{\alpha_i})) \tilde{t}_i |u_i|. \quad (5.45b)$$

Using the aircraft sets defined above, the calculation of $\dot{\tilde{V}}$ can be further developed from (5.43):

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{V}} &= \sum_{i \in Q_1 \cup Q_2} \left\{ -K[s_i] P_i U_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} + \sum_{i \in Q_3} \left\{ -K[s_i] P_i \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} + \\
&+ \sum_i^N (1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{ni}, \sigma_{\alpha_i})) \tilde{t}_i |u_i| \Phi_{iz} - \sum_{i \in T_1} \theta_i \dot{\phi}_{\mathbf{nh}i} - \\
&- \sum_{i \in T_2} \left[k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) + \frac{\dot{\phi}_{\mathbf{nh}i}^2}{\varepsilon_\phi} \right] \theta_i^2 - \sum_{i \in T_3} k_\phi \theta_i^2 \quad (5.46)
\end{aligned}$$

Taking into account the definitions of the three continuous switches σ_{Φ_i} , σ_{ni} , σ_{α_i} , (5.21), (5.27) and (5.29), it can be shown that the following inequality holds always and becomes an equality for aircraft belonging to Q_3 :

$$(1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{ni}, \sigma_{\alpha_i})) \geq (1 - \sigma_{\Phi_i}) \geq 0 \quad (5.47)$$

Moreover, the inequality $\tilde{t}_i \Phi_{iz} \leq 0$, as proven above, combined with (5.32) yields:

$$(1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{ni}, \sigma_{\alpha i})) \tilde{t}_i |u_i| \Phi_{iz} \leq (1 - \sigma_{\Phi_i}) \tilde{t}_i U_i \Phi_{iz} \quad (5.48)$$

Using control law (5.31a) and (5.21) the following is derived:

$$(1 - \sigma_{\Phi_i}) = \begin{cases} 0, & i \in Q_1 \\ \frac{U_i (|P_i| - \varepsilon_U) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{U_i \tilde{t}_i \Phi_{iz}} \in (0, 1], & i \in Q_2 \\ 1, & i \in Q_3. \end{cases} \quad (5.49)$$

Finally, by the control law (5.31a) can be deduced:

$$u_i = -\text{sgn}(P_i) U_i, \quad i \in Q_1 \cup Q_2 \quad (5.50)$$

$$(5.51)$$

Taking the above into account, along with the fact that the switch σ_{Φ_i} is 0 for all in Q_3 , the calculation of $\dot{\tilde{V}}$ can proceed:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{V}} &\leq \sum_{Q_1 \cup Q_2} \left\{ -|P_i| U_i + (1 - \sigma_{\Phi_i}) \tilde{t}_i U_i \Phi_{iz} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} + \\ &\quad + \sum_{Q_3} \left\{ -|u_i| (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}) + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} - \\ &\quad - \sum_{T_1} \theta_i \dot{\phi}_{\mathbf{nh}i} - \sum_{T_2} \left[k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) + \frac{\phi_{\mathbf{nh}i}^2}{\varepsilon_\phi} \right] \theta_i^2 - \sum_{T_3} k_\phi \theta_i^2 \leq \\ &\leq \sum_{i \in Q_1} \left\{ -|P_i| U_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} - \\ &\quad - \sum_{i \in Q_2} \left\{ |P_i| U_i - \left(U_i (|P_i| - \varepsilon_U) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} - \\ &\quad - \sum_{i \in Q_3} \left\{ (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}) \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} - \sum_{i \in T_1} M_i - \\ &\quad - \sum_{i \in T_2} \left\{ k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) \theta_i^2 + \frac{M_i^2}{\varepsilon_\phi} \right\} - \sum_{i \in T_3} k_\phi \theta_i^2 = \\ &= \sum_{i \in Q_1} \left\{ -|P_i| U_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right\} - \sum_{i \in Q_2 \cup Q_3} U_i \varepsilon_U - \sum_{i \in T_1} M_i - \\ &\quad - \sum_{i \in T_2} \left\{ k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) \theta_i^2 + \frac{M_i^2}{\varepsilon_\phi} \right\} - \sum_{i \in T_3} k_\phi \theta_i^2 \quad (5.52) \end{aligned}$$

By the definitions of the employed sets and the previous analysis, it can be directly derived:

$$\dot{\tilde{V}} \leq 0$$

Thus it has been shown that the complete system converges over time. Moreover, since V is regular [68] and has compact level sets, the non-smooth version of LaSalle's invariance principle [66] can be applied to conclude that the trajectory of the closed-loop system converges to the largest invariant subset S :

$$S \triangleq \left\{ [\mathbf{q}^\top, \phi]^\top \mid 0 \in \tilde{V} \right\} \quad (5.53)$$

By the definitions of the sets T_1, T_2, T_3 it can be deduced:

$$\sum_{i \in T_1} M_i > 0,$$

$$\sum_{i \in T_2} \left[k_\phi \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi} \right) \theta_i^2 + \frac{M_i^2}{\varepsilon_\phi} \right] > 0$$

Therefore, for $\dot{\tilde{V}} = 0$ to hold, according to (5.52) all aircraft must fall into T_3 , resulting in:

$$S = \left\{ \mathbf{n} : (|P_i| U_i - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = 0 \forall i \in Q_1) \wedge (\varepsilon_U U_i = 0 \forall i \in Q_2 \cup Q_3) \wedge \right. \\ \left. \wedge (\theta_i = \phi_i - \phi_{nh_i} = 0 \forall i) \right\}$$

Taking into account that by construction, for every $i \in Q_1$ it holds that:

$$|P_i| U_i - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \geq \varepsilon_U U_i \geq 0 \quad (5.54)$$

the equality must hold inside S , i.e. $U_i = 0$. This means that inside S the following conditions hold for each aircraft i :

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{id} \quad (5.55a)$$

$$\phi_i = \phi_{nh_i} = \phi_{id} \quad (5.55b)$$

Thus, the invariant set S reduces to a singleton:

$$S = \{ \mathbf{n} : (\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{id} \forall i) \wedge (\phi_i = \phi_{id} \forall i) \} \quad (5.56)$$

Therefore, the configuration that each aircraft converges to is its target \mathbf{q}_{id} with the desired orientation ϕ_{id} . \square

The time required for each aircraft i to reach its Target Cylinder \mathcal{C}_i around its target \mathbf{q}_{id} can be bounded by considering that the control law presented above ensures that:

$$\dot{\Phi}_i \leq -U_i \varepsilon$$

Moreover, outside \mathcal{C}_i the nominal velocity U_i is equal to the desired $u_{id} > 0$, therefore the decreasing rate of Φ_i is smaller than a finite negative quantity :

$$\dot{\Phi}_i \leq -u_{id} \varepsilon < 0 \quad (5.57)$$

Each aircraft that starts its navigation outside its Target Cylinder has a positive initial potential value $\Phi_{i0} = \Phi_i(t = 0)$ which decreases as the aircraft navigates to its target. Denoting as Φ_{id} the value of Φ_i when aircraft i reaches for the first time \mathcal{C}_i , the total change in the potential value from the initial position of each agent i up to the boundary of \mathcal{C}_i is:

$$\Delta\Phi_i = \Phi_{id} - \Phi_{i0}$$

Assuming a non-degenerate, conflict-free initial configuration, it follows that:

$$\Phi_{i0} < 1 \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (5.58)$$

Moreover, as the radius of \mathcal{C}_i is non-zero, the potential is positive anywhere on its boundary, i.e. $\Phi_{id} > 0$. Consequently:

$$\Delta\Phi_i = \Phi_{id} - \Phi_{i0} > -1 \quad (5.59)$$

Denoting as t_{id} the first time instant that agent i reaches a distance d_i from \mathbf{q}_{id} and assuming a constant u_{id} over time the total decrease of Φ_i can be calculated and bounded using (5.57):

$$\Delta\Phi_i = \int_0^{t_{id}} \dot{\Phi}_i dt \leq -u_{id} \varepsilon t_{id} \quad (5.60)$$

Combining Equations (5.59) and (5.60) yields:

$$-1 < \Delta\Phi_i \leq -u_{id} \varepsilon t_{id} \implies \quad (5.61)$$

$$t_{id} < \frac{1}{u_{id} \varepsilon} \quad (5.62)$$

Thus, the time t_{id} required for aircraft i to reach a distance d_i from \mathbf{q}_{id} is always less than $t_{imax} = \frac{1}{u_{id} \varepsilon}$. It should be noted though that aircraft i may enter \mathcal{C}_i but exit again if driven to do so by other aircraft. However, t_{imax} gives a reasonable limit for the time required to reach the vicinity of the target

\mathbf{q}_{id} . Finally, the maximum time needed for all aircraft to reach their Target Cylinders can be derived is:

$$t_{MAX} = \max_i(t_{imax}) \quad (5.63)$$

A significant remark should be made here about the application of the proposed control scheme to aircraft navigation. The algorithm presented here allows the agents to move both forward and backward. However, for ATM and other applications where only one direction of motion is feasible, it is possible to derive sensible sufficient conditions to avoid bidirectional motion and direction reversals. By (5.44) it can be seen that the angular error θ_i is asymptotically stabilised to 0 and $|\theta_i|$ is always decreasing. Therefore, if $|\theta_i|$ is initially smaller than $\frac{\pi}{2}$, it will never reach $\frac{\pi}{2}$, which indicates a direction reversal. Thus, when $|\theta_i| < \frac{\pi}{2}$ holds at the starting configuration, agent i will use a single direction throughout its motion. Essentially, what is required is $P_i \cdot p_i > 0$ at the initial conditions, i.e. agents starting in the subspace behind their targets (where $p_i < 0$) must have the initial negated gradient vector driving them forward ($P_i < 0$), while agents starting in front of their target ($p_i > 0$) must have the negated gradient initially driving them backward ($P_i > 0$). To enforce additionally only forward (or backward) motion, preventing any direction reversals, all agents must start in the subspace behind (or in front) of their targets. Specifically for ATM applications where only forward motion is feasible, the above condition means that initially the aircraft must be behind their respective waypoints, while the negated gradient must be driving them forward. The first condition is easy to satisfy via the succession of waypoints, while the second one implies that the aircraft faces towards the general direction of its destination. Although the potential field's gradient is of course affected also by neighboring aircraft, their contribution fades with increasing distance, thus practically the condition satisfaction considers only near-by aircraft. This mild requirement should not pose practical difficulties in ATM applications, since it represents reasonable physical conditions and can be taken into account for the integration of the algorithm presented here in the complete CD&R system. Specifically, the CD&R system can be designed to use the Short-term algorithm presented here when the gradient deviates more than a given acute angle from the forward direction.

Chapter 6

Simulations

The NF-based potential field construction detailed in Chapters 3 and 4 along with the control schemes presented in Chapter 5 have been employed in a number of simulated scenarios to evaluate and demonstrate the overall performance. The simulations have been performed using the kinematic models described in Section 2.4 for 2D and 3D aircraft motion.

Two different sets of simulations have been performed. First, a variety of application examples is presented in Sections 6.1 and 6.2, involving a relatively small number of aircraft-like agents in artificial scenarios. These examples have been tested to assess the performance of the control strategy in specific conditions and also evaluate the effect of various features of the control scheme. In these simulations the focus has been on difficult to solve initial conditions, usually involving a relatively small group of agents in close proximity in a confined part of airspace and with conflicting straight-line paths. This limits the execution time for each simulation, allowing for a variety of scenarios, enabling useful conclusions about the algorithms performance in demanding close encounters.

The second set of simulations presented in Section 6.3 used a realistic air traffic sample spanning a significant amount of flight time and airspace. This reveals the capabilities of the proposed control CD&R solution in large scale scenarios, rather than local conflicts.

6.1 Application examples in 2D space

6.1.1 Limited Sensing & Explicit Prioritisation

In the set of simulations the effectiveness of the proposed control approach employing the explicit prioritisation scheme detailed in Section 3.2 and the

limited sensing scheme presented in Section 3.3 is examined in planar navigation. The shapes of each agent and their awareness zones are considered circular in this case. Simulation results for two different application scenarios are presented below.

The first scenario can be described as a *stream crossing* situation: a group of agents move in parallel, forming a stream, while a lower priority agent starting from one side of the stream is assigned a destination in the other side. Thus, the latter agent is being forced to cross the stream formed by the parallel paths of its neighbours. To enforce the desired prioritisation, agents 1-4 moving in the stream are assigned higher priority, i.e. lower c_i , than the crossing agent 5, allowing them to continue their motion undisturbed by agent 5, which manoeuvres around all of them to avoid conflicts.

The result of this scenario can be seen in Figure 6.1. Agents 1-4 do not maneuver at all, as desired, since their potential fields do not take into account the intruding, lower priority agent 5. On the other hand, agent 5 maneuvers around all other agents and finally reaches its destination without any conflicts.

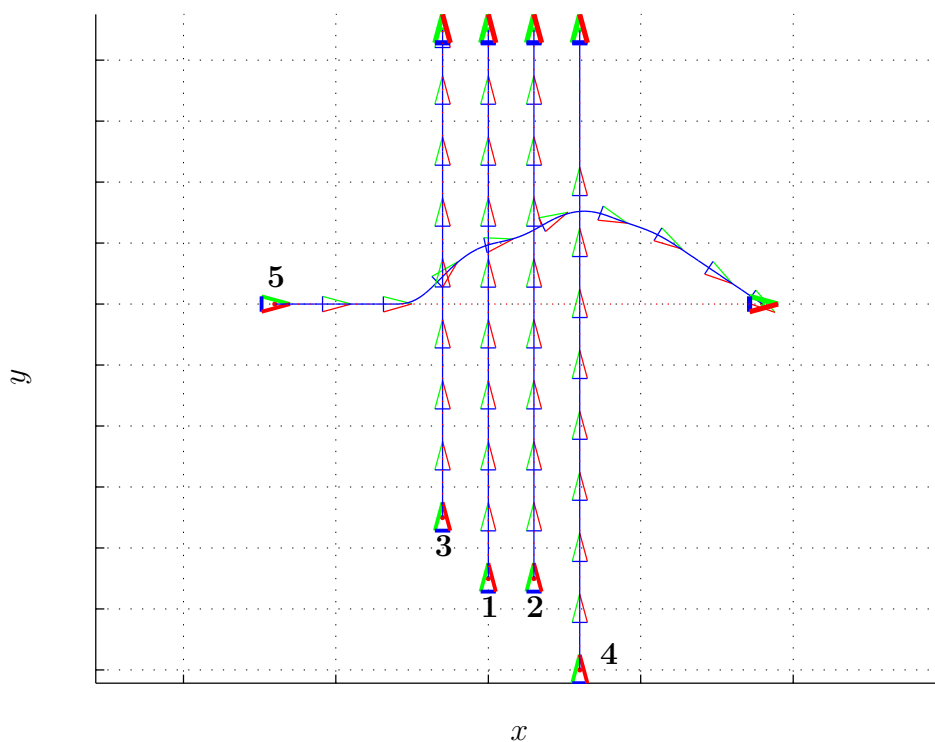


Figure 6.1: High priority agents 1-4 move undisturbed in parallel paths, while low priority agent 5 crosses their paths while avoiding conflicts to reach its destination.

The second test case is a variation of the first one, using identical initial

and final positions, but with inverted priorities. Thus, in this scenario agents 1-4 are given low priority, while the high priority agent 5 crosses their paths. The aim here is to allow the high priority agent to reach its goal without any delays or detours induced by conflict avoidance, while all other agents maintain separation with it and each other. This scenario could resemble a case in ATC where an aircraft in an emergency condition is granted higher priority than its neighbours to facilitate its motion towards the closest airport. Similar situations can also occur in other applications where prioritised multiagent navigation is desired, like robotics. The results for this case are shown in Figure 6.2. Agents 1-4 are driven into large deviations from their straight line paths in order to avoid conflicts with each other and agent 5, who follows a direct path from its initial position to its goal. Finally, all agents converge to their destinations and desired headings.

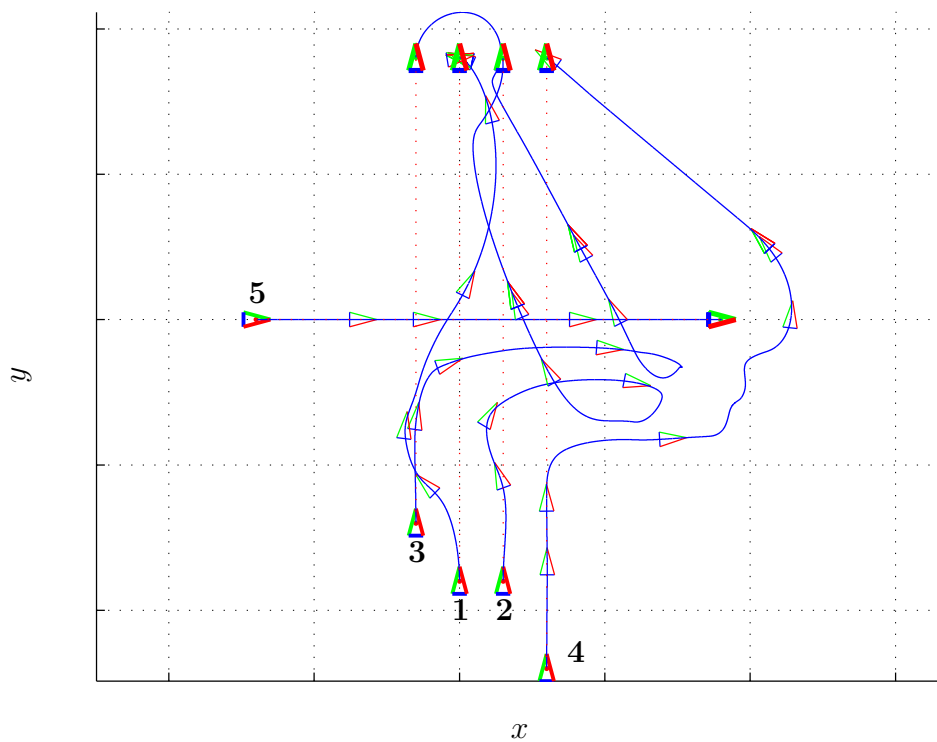


Figure 6.2: High priority agent 5 crosses the path of lower priority agents 1-4, forcing them to maneuver around it and each other to reach their destinations.

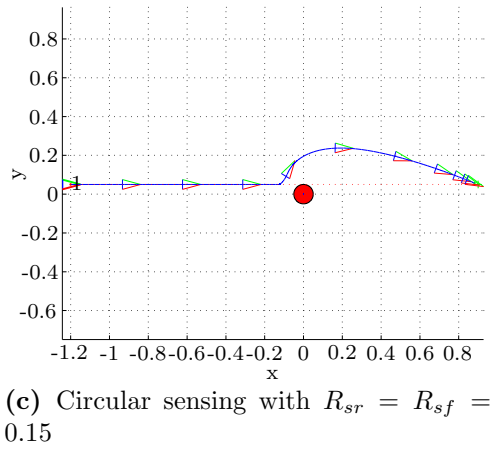
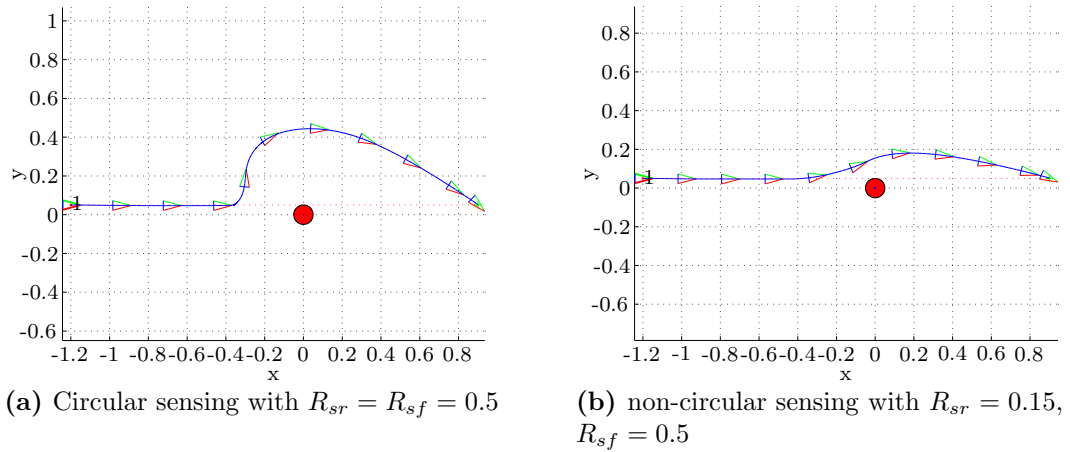
6.1.2 Implicit Prioritisation

The simulation results presented in this monstrate the effect of the non-circular sensing scheme introduced in Section 3.4 to the performance of the algorithm. The first simulation scenario tested is a simple example with a single agent navigating around one static obstacle. Although not a challenging scenario, this simple test case can give a clear view of the performance and efficiency improvements that the non-circular sensing scheme achieves compared to the circular sensing scheme. A maximum sensing range of 0.5 length unit is assumed, so for the non-circular sensing scheme the full sensor range is exploited in the forward direction, using $R_{sf} = 0.5$, but only 30% of it is active in the rear, using $R_{sr} = 0.15$. Results for the same test case using circular sensing are included, using two different sensing ranges, $R_s = 0.5$ and $R_s = 0.15$. The resulting paths are shown in Figures 6.3a-6.3c, along with statistical information in Table 6.3d. Compared to the full range circular sensing scheme in 6.3a, the new sensing scheme path in 6.3b is less conservative, allowing significantly smaller deviation from the straight-line path. In both 6.3a and 6.3b cases the agent starts turning at around the same position, near $x = -0.3$, as the forward sensing range is the same. However, the significantly shorter sensing range to the sides and rear of the agent with the new sensing scheme allows a much smaller deviation from the straight line path. Using a reduced circular sensing of radius 0.15 in 6.3c results in a more aggressive turn as the agent starts manoeuvring later, and eventually travels longer distance to reach the target. The improvements of the sensing scheme presented inSection 3.4 are reflected in the total length of the paths shown in table 6.3d. The computation time is also presented, revealing a clear improvement with non-circular sensing, due to the reduced interaction between the agent and the obstacle. Finally the total absolute steering angle is calculated, as a measure of the manoeuvring effort required for each case:

$$A = \int |\omega| dt$$

As shown in Figure 6.3d, significantly less manoeuvring is used with the non-circular sensing scheme.

The second simulation example presented here is a multiagent scenario similar to the one used in the previous set of simulations : 4 low priority agents are moving in parallel, while a high priority one is crossing their paths. Results are presented in Figure 6.4a for a circular sensing $R_s = 0.5$ and in 6.4b for the non-circular sensing scheme with $R_{sr} = 0.15$ and $R_{sf} = 0.5$. No conflicts occur, while all the agents reach their destinations. The total travel length for all agents has been calculated in both cases. For the circular sensing scheme the

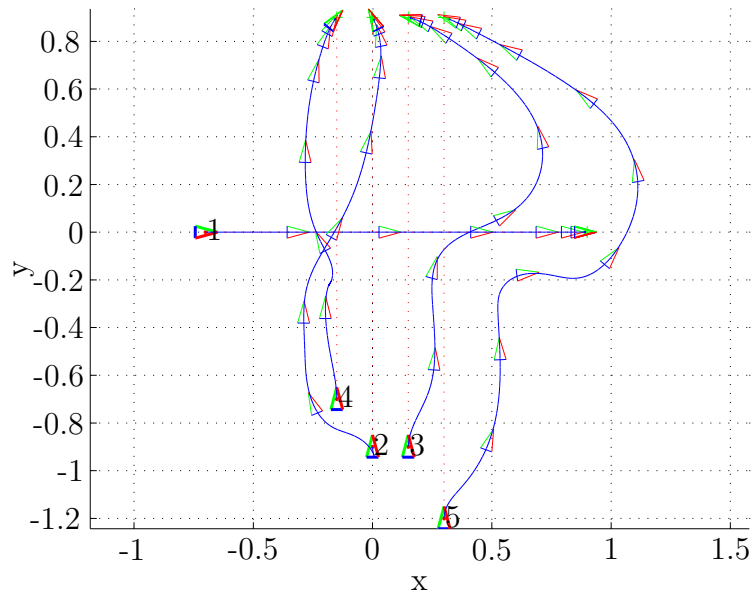


Sensing Scheme	(a)	(b)	(c)
Computation Time	25sec	20sec	26sec
Path Length	7.56	5.13	6.59
Total steering angle	6.11	3.66	5.00

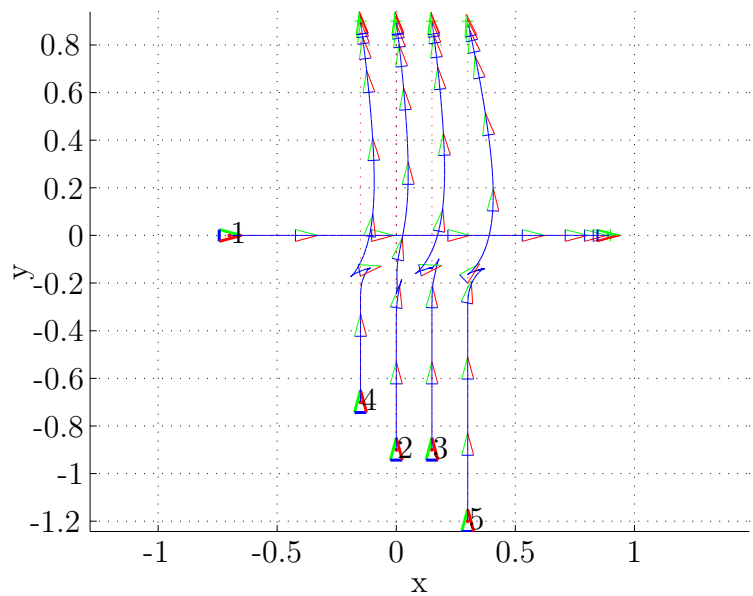
(d)

Figure 6.3: Simulation results: Obstacle avoidance using various sensing schemes

total length is 23.89, while the proposed non-circular sensing scheme achieves a significant reduction with a total path length of 20.9. It should be noted that this test case is unrealistically dense for Air Traffic and is a closer representation of problems encountered in other fields, such as robot navigation.



(a) Circular sensing, $R_s = 0.5$. Path length: 23.89



(b) non-circular sensing, $R_{sf} = 0.5$, $R_{sr} = 0.15$. Path length: 20.9

Figure 6.4: Simulation Results: A high priority agent crosses the paths of 4 lower priority ones moving in parallel

6.2 Application examples in 3D space

Simulations of aircraft-like agents navigating in 3D space have been performed to evaluate the effectiveness of the control scheme presented in Section 5.3 applied to the kinematic model (2.6). The scenario used consists of 5 agents in converging paths, starting from initial positions \mathbf{q}_{i0} near the boundary of the common workspace and facing inward. The destinations \mathbf{q}_{id} have been set across the center of the workspace, so that the straight line paths between each start position and the corresponding destination violate the minimum separation near the centre of the workspace. Specifically the initial and final positions, \mathbf{q}_{i0} and \mathbf{q}_{id} respectively, as well as the heading angles, ϕ_{i0} and ϕ_{id} , used here are:

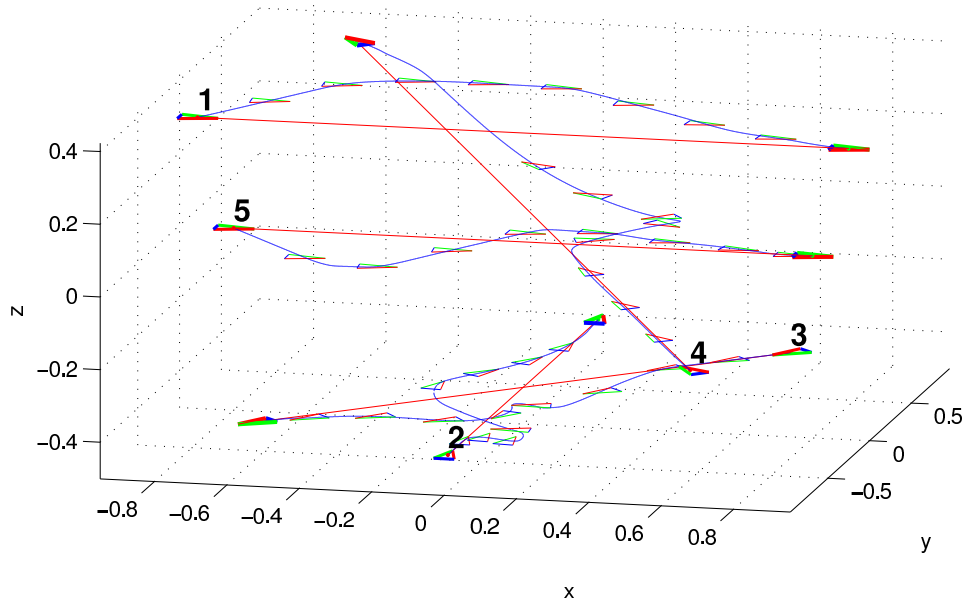
$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{10} &= \begin{bmatrix} -0.9 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}^\top, & \mathbf{q}_{1d} &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{q}_{20} &= \begin{bmatrix} 0 & -0.9 & -0.4 \end{bmatrix}^\top, & \mathbf{q}_{2d} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.9 & -0.4 \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{q}_{30} &= \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & -0.4 \end{bmatrix}^\top, & \mathbf{q}_{3d} &= \begin{bmatrix} -0.6 & -0.6 & -0.4 \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{q}_{40} &= \begin{bmatrix} 0.6 & -0.6 & -0.2 \end{bmatrix}^\top, & \mathbf{q}_{4d} &= \begin{bmatrix} -0.6 & 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}^\top \\ \mathbf{q}_{50} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top, & \mathbf{q}_{5d} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0.3 \end{bmatrix}^\top \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{10} = \phi_{1d} = \phi_{50} = \phi_{5d} = 0, & \quad \phi_{20} = \phi_{2d} = \frac{\pi}{2}, \\ \phi_{30} = \phi_{3d} = -\frac{3\pi}{4}, & \quad \phi_{40} = \phi_{4d} = \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

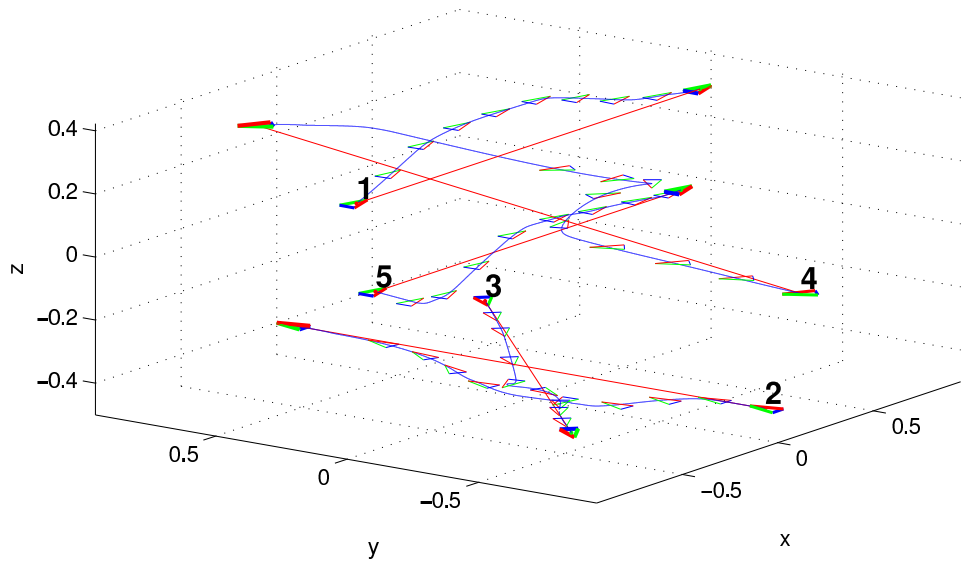
The desired horizontal velocity u_{id} for all the agents has been set to a constant value of $5 \cdot 10^{-4}$ and the control update interval was 0.01 time units. The maximum climb and descent angles used are $\alpha_{iC} = 15^\circ$ and $\alpha_{iD} = -20^\circ$ respectively. The angular parameters θ_i^0 and $\hat{\theta}_i$ have been set to $\theta_i^0 = 10^\circ$ and $\hat{\theta}_i = 15^\circ$ for all agents and the parameters ε_U and ε_ϕ applied were 10^{-10} and 1 respectively. Finally, the radius of all target cylinders \mathcal{C}_i and target spheres \mathcal{S}_i has been set to $c_i = 0.04$ and the thickness of the belt zones \mathcal{B}_i $b_i = 0.01$.

The results of the simulation produced after almost 6000 time steps are shown in Figures 6.5 to 6.7. The agents' paths are shown in Figures 6.5 from two different viewing angles, along with the intermediate positions of the agents at equidistant time instants. The horizontal linear (u_i) and angular velocity (ω_i) are depicted in Figure 6.7, while the vertical velocities w_i are shown in Figure 6.6. As the figures demonstrate, the proposed algorithm drives all agents towards their destinations without allowing any conflicts to occur. Specifically, the following remarks can be made about the agents' trajectories:

- All agents maintain their horizontal speed equal to the constant desired value u_{id} , except for agent 2, which uses a higher speed for a limited amount of time, while avoiding a conflict with agent 3.



(a)



(b)

Figure 6.5: Trajectories in 3D space

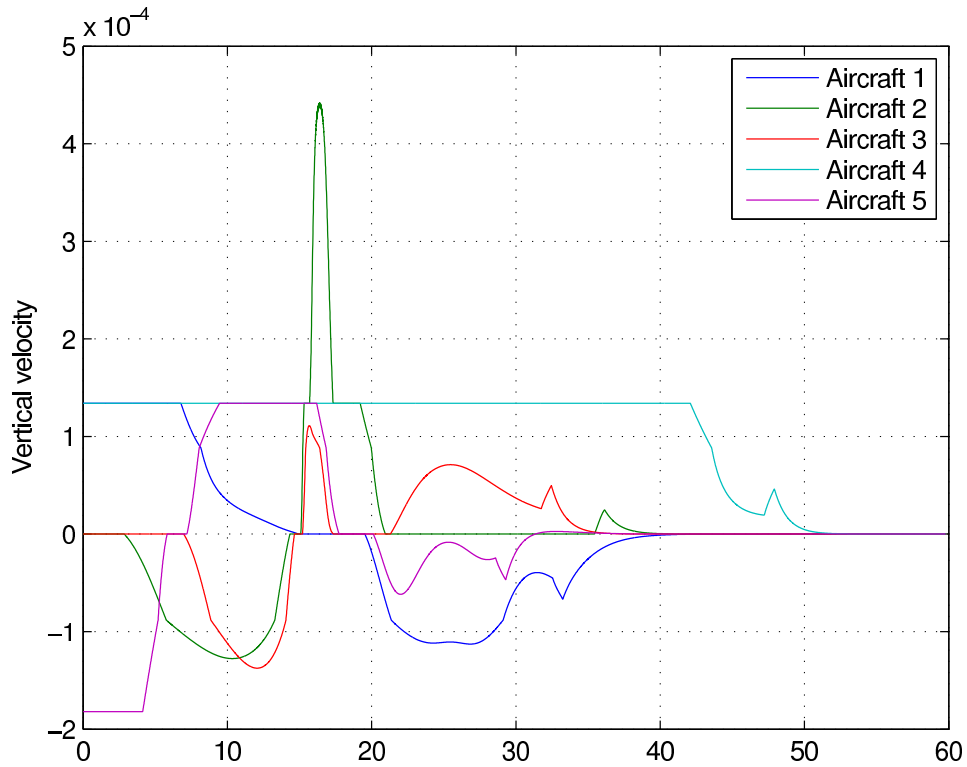


Figure 6.6: Vertical Velocities

- Agents follow level paths, i.e. $w_i = 0$, for a significant amount of time. They all approach their destinations with their climb/descent angles converging to zero.
- The bounded angle of climb or descent, in combination with constant horizontal velocity, results in bounded vertical velocity. When $\alpha_{\text{nh}i}$ is saturated, $|\alpha_{\text{nh}i}| > |\tilde{\alpha}_i|$, and $|u_i| = u_{id}$, a constant vertical velocity is used. This can be observed in the beginning of the simulation for agents 1 and 5, and is in accordance with ATM practice.
- Combined the two above remarks are obvious in agent's 1 path, which follows a *climb-fly level-descent* pattern.
- The initial and final positions of agent 4 result in a straight line path with climbing angle greater than α_{iC} . The agent performs a climbing circle to reach the desired altitude while avoiding conflict with agent 5.

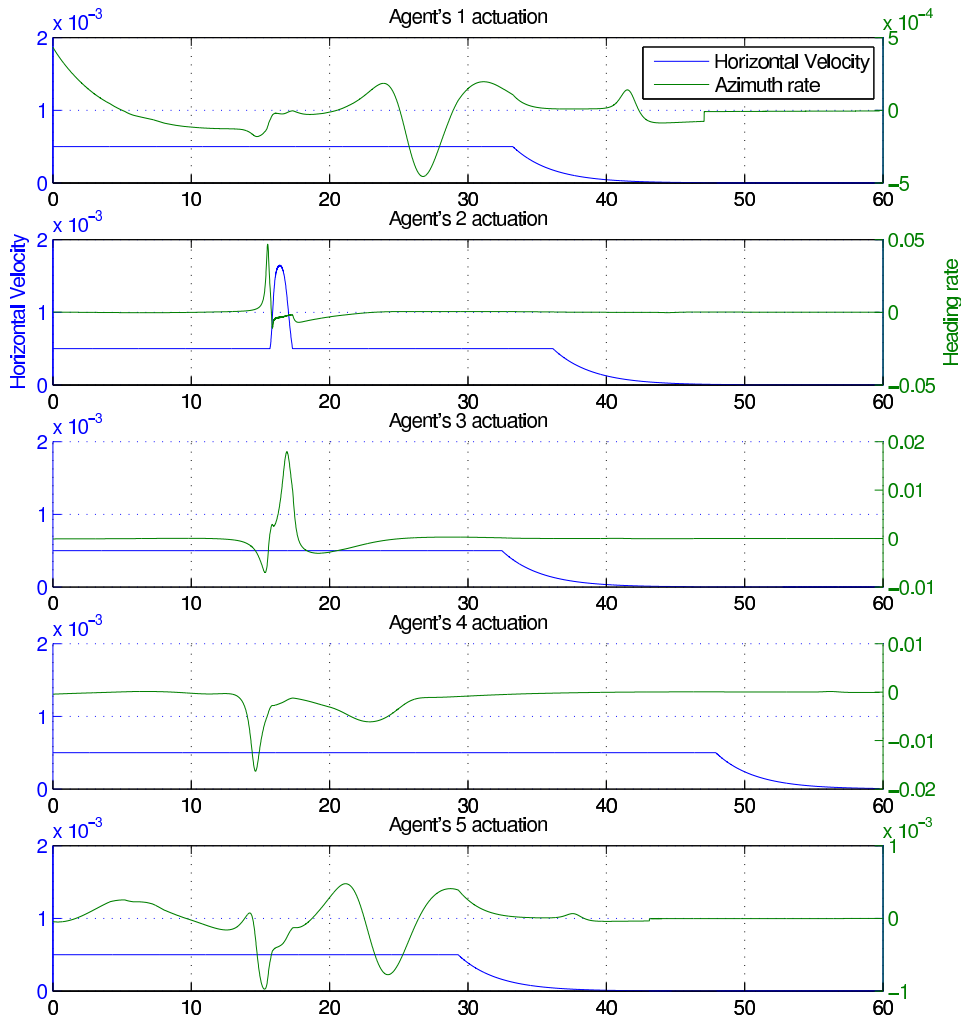


Figure 6.7: Horizontal and Angular Velocities

6.3 Case Study - Realistic ATM Simulations

6.3.1 Introduction

In order to assess the performance of the NF-based navigation scheme as a candidate solution for aircraft Short-term CD&R applications, simulations against a realistic air traffic sample have been performed. The data sample used has been developed for the Episode 3 project for use in initial validation of the Single European Sky ATM Research Programme (SESAR) Target Concept [50]. The traffic density of the sample is about 3 times higher than the peak day in 2006. Specifically, the sample contains almost 98000 flights in Europe departing in a period of 48 hours. Each flight is described by the departure

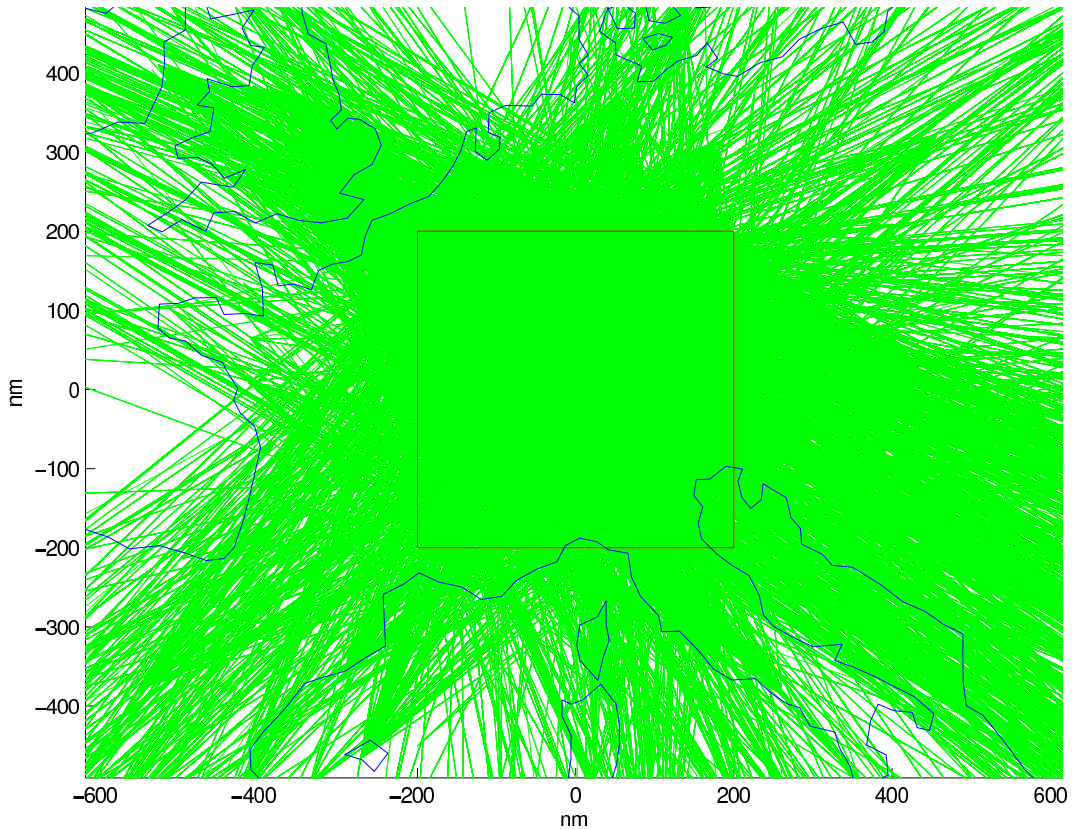


Figure 6.8: Flights entering the interest area studied

and arrival airport and the scheduled take-off time, while no information about intermediate waypoints and flight altitude is given.

In order to keep the computational cost of the simulations manageable, the traffic in a $400nm \times 400nm$ interest area centered around Zurich has been studied, as show in Figure 6.8. This represents a busy part of central European airspace, as indicated by the 35000 flights that fly in this area over the 48 hour period. Since most of the flights that cross the interest area do not land or take-off inside it, the start and destination positions have been set at the intersection of the straight line between each flight’s departure and arrival airport and the boundaries of the interest area. A the purpose of the simulations performed here is to evaluate the overall capabilities of the CD&R algorithms when handling large traffic samples, the precision of these conventions is not significant for the final conclusions about the algorithm’s performance. The aircraft type is provided for each flight, allowing the use of the Base of Aircraft Data (BADA) [69] aircraft performance model to extract the horizontal velocity according to the flight level chosen for each case.

The simulations presented here focus on planar navigation. Therefore, in each simulation scenario the initial and final positions of all aircraft have been set at the same flight level and aircraft are allowed to use only horizontal manoeuvres to resolve conflicts. Although the navigation framework developed in this Thesis is mostly aimed to function as the Short-term CD&R algorithm when applied to ATM, in the simulations presented here the NF-based control scheme handles all conflicts alone. Thus, each aircraft is governed only by the Short-term CD&R algorithm which has to resolve all conflicts rather than handle only those that are not solved by the Mid-term level. Naturally, this increases the requirements for the Short-term algorithm, as there is no route planning in advance or any path optimisation along the flight. All computations have been performed in a single desktop computer using the implementation of the NF-based CD&R algorithm developed in MATLAB.

6.3.2 Results

The first simulation setting used in this Section is the simplest one, comprising the first 1000 flights of the traffic sample that enter the interest area defined above. This scenario spreads over a period of around 26 hours, although the traffic density varies over time as will be shown in the results. The first and most important outcome of the simulation is that the NF-based CD&R algorithm handled the scenario successfully and no conflicts occurred. The results of the simulation give an overview of the performance of the algorithm: in Figure 6.9a the number of aircraft flying inside the interest area at each time instant is shown, while the next next Figure 6.9b presents the number of aircraft manoeuvring over time. As can be seen in the figures, during the first 10 hours only a few aircraft enter the interest area resulting in very few resolutions. Later on however traffic increases significantly, up to about 140 aircraft flying simultaneously, resulting in more resolutions, up to about 110 in progress simultaneously. Figure 6.9c presents the distribution of the total number of resolutions performed by each aircraft while flying inside the interest area. Most of the aircraft perform only a small number of resolutions, typical up to about 10-15, while only a handful are required to perform more than 25 resolutions. Additional information about the scenario are shown in Table 6.1. Specifically, the total number of flight hours gives an overview of the total flight time simulated for all aircraft, and suggests that on average each aircraft flew in the interest area for about 30 minutes, of which 72.9% of the time, or about 22 minutes, the Short-Term CD&R algorithm was performing a resolution. This figure is increased here since there is no Long-term route planning or Mid-term path optimisation algorithm to avoid some conflicts before the Short-term level is engaged. The average number of resolutions each aircraft has to perform

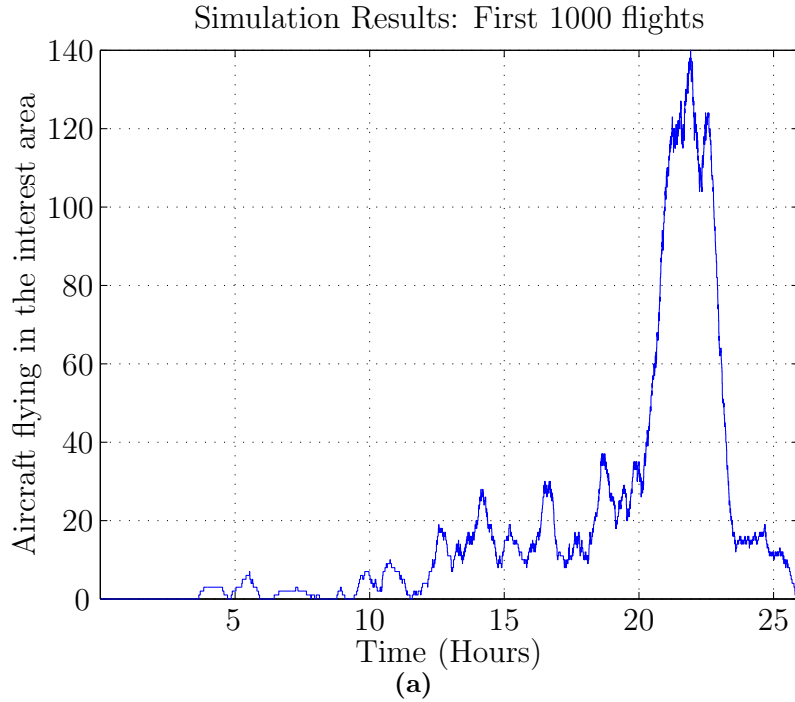


Figure 6.9: Simulation Results: First 1000 flights

inside the interest area is the mean of Figure 6.9c. The increase in total flown distance is calculated over the straight-line paths between each flight’s initial and final position and is shown to be quite small even without any optimisation performed by the Mid-term CD&R level. Finally, the execution time implies that using a single desktop computer for all 1000 aircraft is enough to run the NF-based algorithm more than 300 times faster than real-time. Significant gains in this aspect can be achieved by distributing the computation over all the aircraft and using a more efficient implementation of the CD&R algorithm.

Total Aircraft	1000
Total Flight-hours	495.3
Average % time in resolution	72.9%
Average number of resolutions	4.65
Total distance increase	1.15%
Total execution time (sec)	5460
Real time speed	326x

Table 6.1: Simulation Results: First 1000 flights

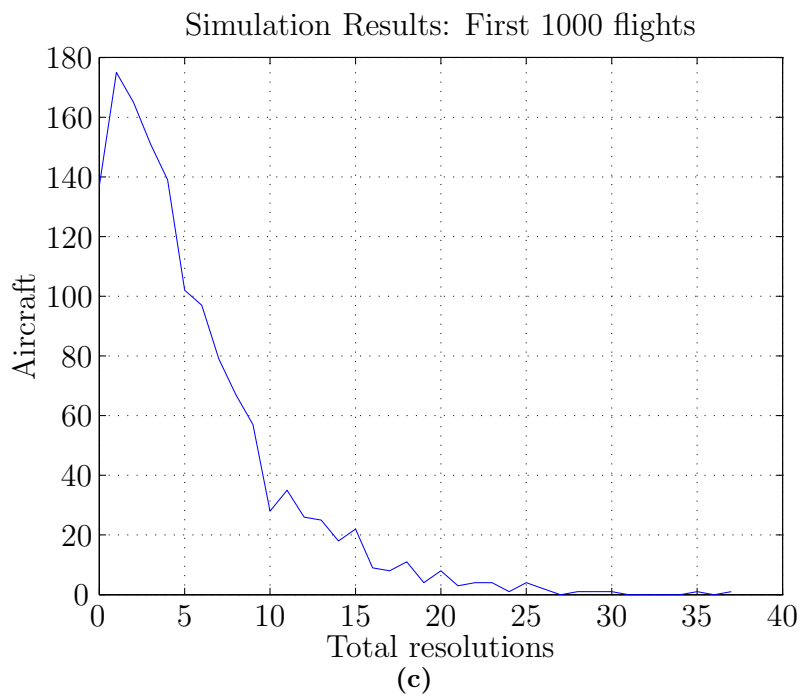
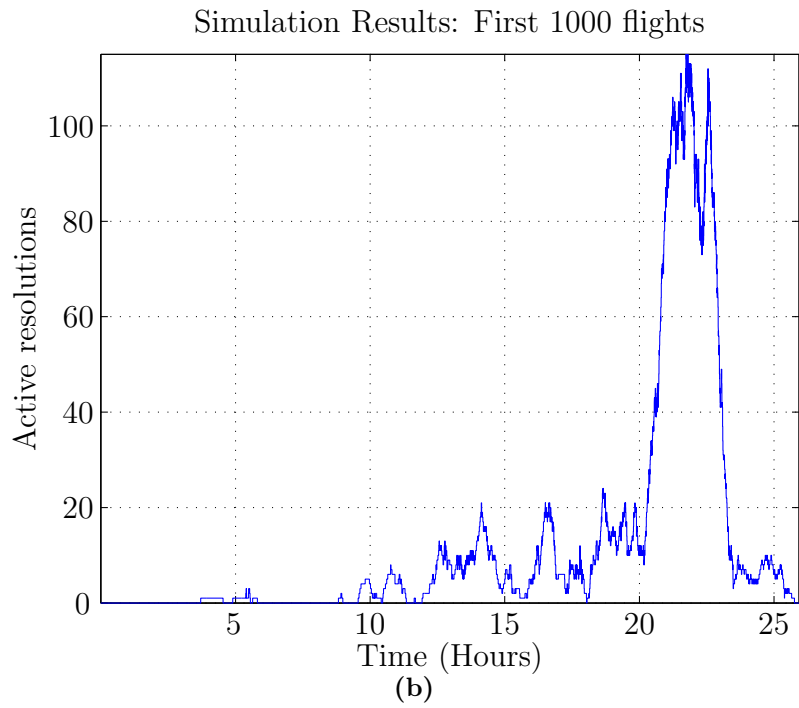


Figure 6.9: Simulation Results: First 1000 flights(cont.)

In order to test the ability of the CD&R algorithm to accommodate more aircraft, simulations using multiple flight levels have been performed for the first 4000 flights in the traffic sample. The aircraft have been divided to 4 different levels, using two different protocols. Each flight level is simulated independently since no vertical manoeuvres are considered that would cause aircraft from adjacent levels to interact.

For the first set of simulations the flight level assignment has been performed according to the direction of the flight route, as defined by the straight line path between the initial and final position. The first flight level includes aircraft with a route direction between North and East (heading angle $0^\circ - 90^\circ$), the second routes flying between East and South ($90^\circ - 180^\circ$), the third between South and West ($180^\circ - 270^\circ$) and the fourth between West and North ($270^\circ - 360^\circ$). As expected, the distribution of aircraft between the different flight levels is not uniform, since some directions are more commonly used than others and this relation changes throughout the day. The results for this set of simulations are presented in Figures 6.10a-6.10c and Table 6.2, where significant differences can be observed between the 4 flight levels. As can be seen in the table, the total number of aircraft alone is not enough to characterise the resolution effort, as measured by the average number of resolutions per aircraft and the execution speed relative to real-time. Specifically, the N-E and S-W flight levels have a similar number of aircraft going through. However, as can be seen in Figure 6.10a, traffic in the S-W flight level is highly concentrated between 25 and 30 hours, while the traffic in the N-E level is spread out in a larger time period, significantly reducing the algorithm effort. A similar set

Route Direction	N-E	E-S	S-W	W-N
Total Aircraft	705	1120	789	1386
Total Flight-hours	258,49	675,28	419,57	840,29
Avg time in resolution	62,23%	79,58%	86,20%	79,12%
Avg number of resolutions	2,22	7,49	7,96	5,32
Total distance increase	0,393%	1,39%	2,559%	1,49%
Total execution time (sec)	1361	10976	6708	12320
Real time speed	683,7×	221,5×	225,2×	245,5×

Table 6.2: Simulation Results: FL assignment by route direction

of simulations has been performed by assigning to each flight one of 4 flight levels, referred to as FL A to FL D here, in a round-robin fashion, i.e. the 1st flight to enter the interest area is assigned to FL A, the 2nd to FL B etc in a cyclic fashion. In this way the aircraft are distributed evenly between flight levels throughout time, as can be seen in 6.11a-6.11c and Table 6.3. Apart

Round-Robin Queue	FL A	FL B	FL C	FL D
Total Aircraft	1000	1000	1000	1000
Total Flight-hours	523,63	521,37	522,75	525,32
Avg time in resolution	69,41%	67,42%	70,37%	68,71%
Avg number of resolutions	7,25	6,96	7,58	7,42
Total distance increase	2,39%	2,37%	2,44%	3,19%
Total execution time (sec)	5886	5620	843	5985
Real time speed	320,3×	334,0×	322,1×	316,0×

Table 6.3: Simulation Results: Round Robin FL assignment

from the number of aircraft being the same, the number of active resolutions is also very similar between all 4 flight levels, since the distribution of flight directions is essentially randomised. Thus, the evolution of all the metrics presented in the figures and the statistics table are very similar for all flight levels.

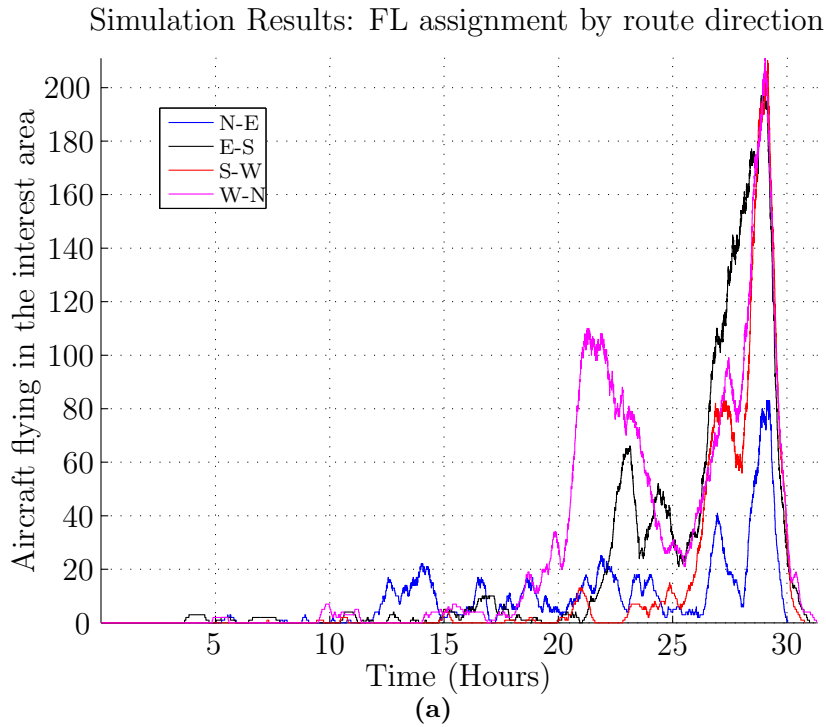


Figure 6.10: Simulation Results: FL assignment by route direction

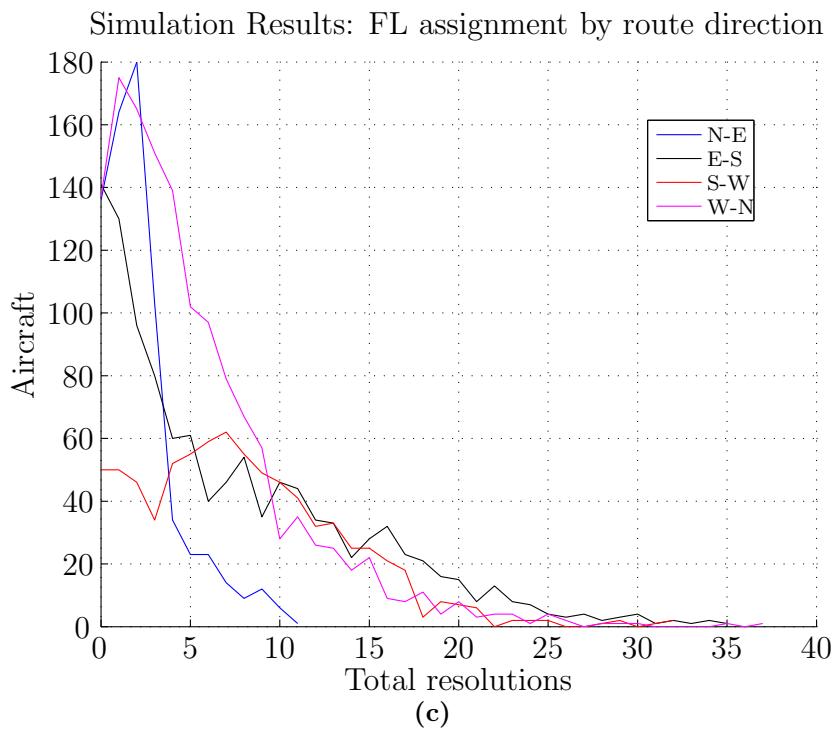
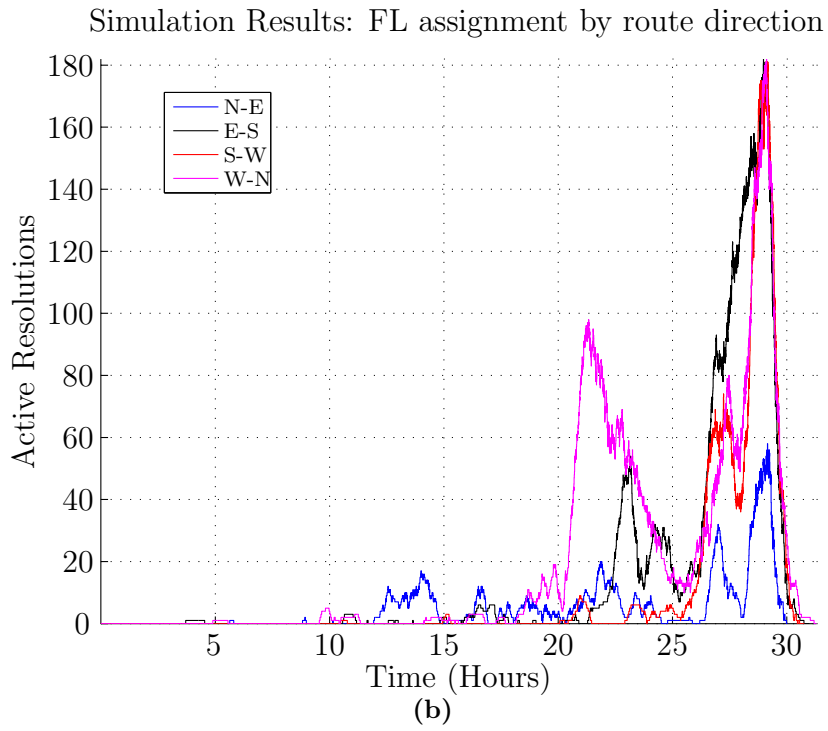


Figure 6.10: Simulation Results: FL assignment by route direction(cont.)

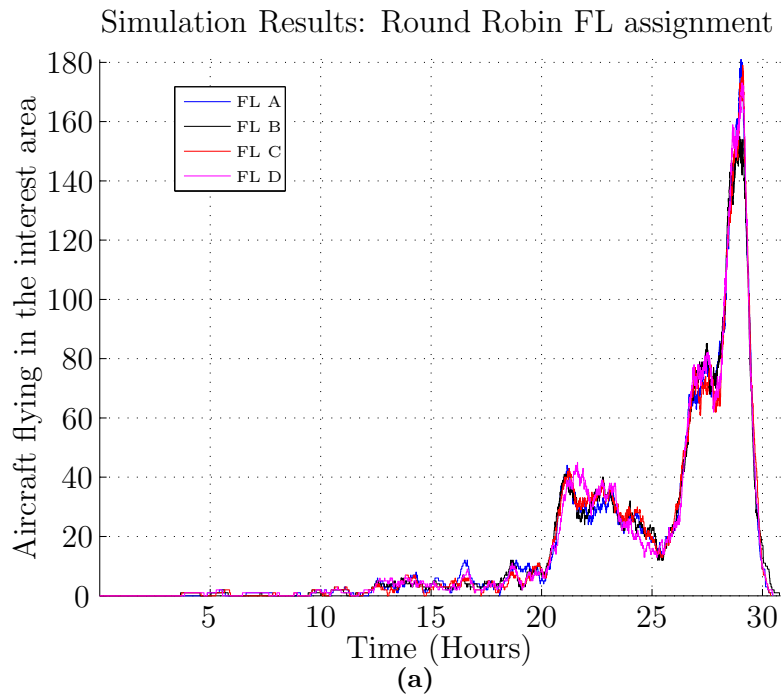


Figure 6.11: Simulation Results: Round Robin FL assignment

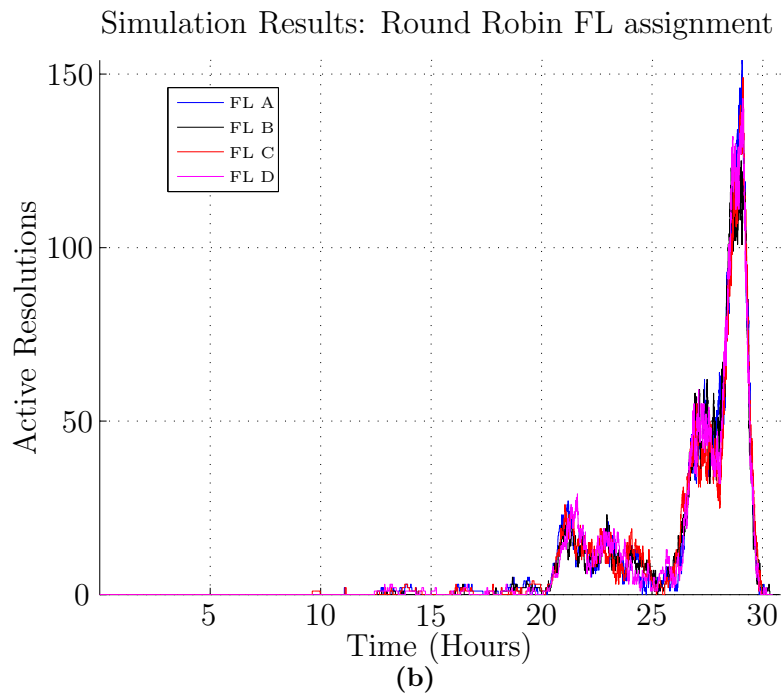


Figure 6.11: Simulation Results: Round Robin FL assignment

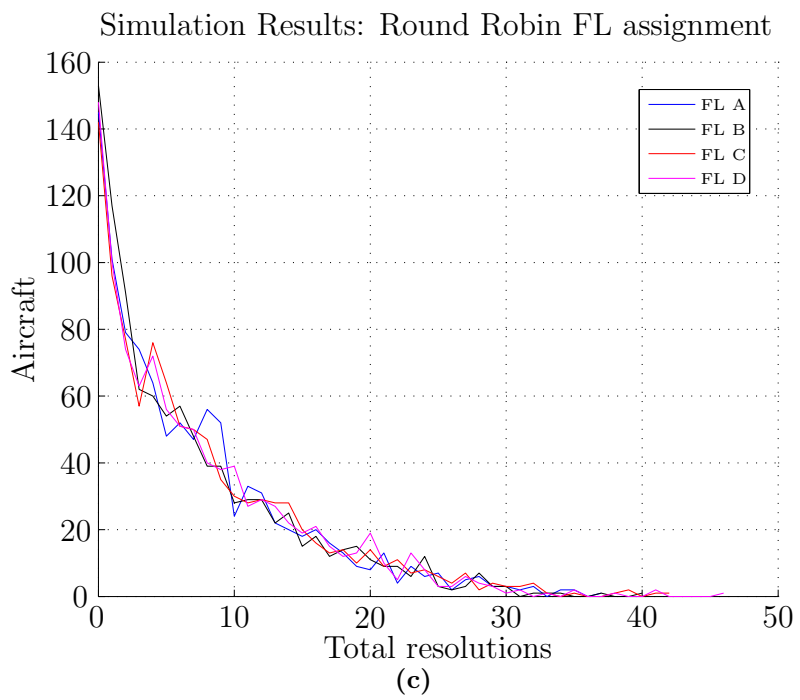


Figure 6.11: Simulation Results: Round Robin FL assignment(cont.)

Chapter 7

Conclusions and further research

7.1 Contributions

The work presented in this Thesis offers significant advances in the area of Navigation Functions (NFs)-based motion planning, especially towards the development of a Short-term Conflict Detection and Resolution (CD&R) for aircraft navigation. Compared to the promising results of the initial application of NF to the navigation of air vehicles, eg. [8, 5, 6, 7], the work presented here leverages the powerful NF framework to produce a practical and constructive aircraft navigation and conflict avoidance scheme, that can be integrated in a complete ATM system designed with the future demand in mind. This has been possible by addressing a series of issues that have significantly limited the applicability of NF to aircraft navigation, as outlined below. Even more, the results presented here can also be exploited in other applications of multiagent navigation, like multirobot motion planning.

Specifically, the contributions of this Thesis can be organised in the following areas:

- A broad literature survey, presented in Chapter 1, has been performed in the area of multiagent conflict resolution, especially in methods that can be candidate solutions for Short-term CD&R in Air Traffic Management (ATM) applications as outlined in Chapter 2. To this end, the main focus has been mostly strategies that can offer formal guarantees of their performance and can operate in a distributed fashion. As documented in Section 2.3, the outcome of this survey has been that the Navigation Functions (NFs) framework is a very promising starting point for a Short-term aircraft CD&R, though there are significant areas that re-

quire further development and improvement.

- In Chapter 3, local sensing has been integrated in the NF framework in a novel and improved way, including non-circular sensing areas, while prioritisation has also been introduced. Specifically, two independent priority schemes have been proposed, one implicit, as an emergent effect of non-circular sensing areas, and one explicit, via the assignment of priority classes.
- Further development of the NF framework has allowed the integration of a general class of shapes used for the sensing area and the agent protected area, defined through implicit shape functions. Thus, a finer adaptation to the specific characteristics of aircraft CD&R, or any other similar application to that matter, is possible.
- Complementing the advances in the construction of NF-based potential fields towards ATM applications presented in Chapters 3 and 4, a distributed feedback control scheme has been developed in Chapter 5. The main innovations of this control scheme are the integration of constraints and requirements that are inherent to aircraft navigation, such as:
 - Use of a constant horizontal speed
 - Bounded climb and descent angles
 - Decoupling of horizontal and vertical maneuvering, allowing for separate adjustment according to regulations and crew preference
 - Reduced steering for comfort and efficiency reasons
- Finally, the combined developments in the areas of potential construction and control scheme design have been tested in simulated scenarios Chapter 6. The test cases used range from demanding but localised encounters, which give also an insight of the method's performance in applications other than ATM, to a realistic air traffic sample of the foreseen future traffic in central European airspace. The combined outcomes of the simulations strongly support that the proposed approach is a promising solution for future ATM designs that can successfully cope with present and future air traffic levels

7.2 Future research directions

The technical developments presented in this Thesis can lead to a range of future work and extensions. From the ATM point of view, additional refinements can be made in terms of the compliance of the control scheme with the application’s requirements, such as the curvature of the resulting trajectories. Moreover, the area of priority assignment can be explored, both in static and dynamic schemes. The priority class of each aircraft can be set according to some criteria about the initial conditions, or can be updated as the agent navigates through the space. The interaction of the NF-based control scheme with the discrete prioritisation method will give rise to a hybrid control system.

Another area where future research can be fruitful is the effect of the agents’ and their sensing areas’ shapes to the overall response of the algorithm. Once these shapes become non-circular, they can be adapted to induce various desirable behaviours to the agents through implicit prioritisation. This can be done similarly to how the unequal effective sensing range in the front and rear direction of the agent presented in Section 3.4 allows an agent in front of another to maintain its course. For example, using unequal sensing between the left and right sides of the agent, an additional degree of implicit prioritisation can be introduced, mimicking a “rules of the road” approach. Moreover, the size and shape of the sensing area can be changed dynamically according to the agent’s state, eg. at higher speeds a larger sensing area is required to allow timely detection of possible conflicts.

Finally, a promising direction where initial steps have been made is the combined use of a NF-based strategy with Model Predictive Control (MPC) [70]. Such an approach can offer the best of both methodologies, featuring fast response and the formal properties of Navigation Functions (NFs), along with the performance improvements offered by optimisation. Thus, a safe and computationally efficient navigation solution is always active, while MPC can be employed according to the computational resources currently available to improve a set of performance criteria. In ATM applications specifically, such an approach can lead to an improved, fully contained and independent Short-term CD&R solution, or to a tighter integration between Short and Mid-term CD&R levels. Initial steps towards this direction have been proposed in [71, 72, 73] and are presented here in Appendix A. Another approach leveraging the results of this Thesis through the combination with MPC has been presented in [74], with very encouraging results.

Appendix A

Combining Navigation Functions with Model Predictive Control

In this Appendix, an initial approach towards an integrated CD&R methodology combining NF and MPC in a multi-level hierarchical control system [75, 76] is presented. In this control architecture, originally proposed in [71, 72, 73], the decentralised NF methodology is employed as a lower level controller to generate conflict free trajectories for all aircraft. To ensure that the resulting trajectories respect the aerodynamic constraints of the aircraft, a centralized MPC scheme is added at a higher level, to provide preview to the NF scheme, which otherwise does not use any form of prediction. The proposed setup closely resembles the structure of an ATM situation, as outlined in Section 2.2, where aircraft are flying in a self-separation airspace with the use of decentralised NF-based Short-Term CD&R algorithm, assisted by an MPC-based overseeing ground tool that seeks to optimize longer term goals and serves as the Mid-term level CD&R system.

The integration of NF and MPC allows the exploitation of the formal properties provided by Navigation Functions (NFs), along with the optimisation and constraint handling capabilities of MPC. Such constraints can be imposed in the form of bounded velocity, smoothness requirement for the path, time constraints etc. Model Predictive Control (MPC) is a control methodology developed specifically to deal with state and input constraints. MPC and optimization approaches in general offer a natural framework for handling constraints, in non-cooperative (worst case) schemes [15, 16], as well as decentralized, cooperative approaches [18], [22], although they lack in general the real-time, feedback nature of NF based control. It should be noted here that since this has been a first attempt at integrating NF and MPC frameworks,

the NF-based control scheme employed here is a rather simplified one, as will be shown below.

A.1 Hierarchy

The proposed control scheme is illustrated in Figure A.1. In this framework, each aircraft can be considered as a multi-level controlled system. At the higher level, the NF-based navigation scheme derives a conflict-avoiding control input for the aircraft and communicates it to the Flight Management System (FMS). The FMS then translates the output of the control law into inputs for a more detailed aircraft dynamics model, which simulates the aircraft navigation in the wind field.

For the aircraft dynamics, a hybrid point mass model following the dynamics in [77] is used. For the case of level flight, those dynamics for aircraft i can be simplified to:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{Y}_i \\ \dot{V}_i \\ \dot{\psi}_i \\ \dot{m}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \cos(\psi) + W_{i1} \\ V_i \sin(\psi) + W_{i2} \\ -\frac{C_{Di}S_i\rho}{2} \frac{V_i^2}{m_i} + \frac{1}{m_i}T_i \\ \frac{C_{Li}S_i\rho}{2} \frac{V_i}{m_i} \sin(\phi_i) \\ -\eta_i T_i \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

where X_i and Y_i denote the aircraft position in the horizontal plane, V_i the true aircraft airspeed, ψ_i is the heading angle, m_i the mass and ϕ_i the bank angle of the aircraft, T_i is the engine thrust, S_i is the surface area of the wings, ρ is the air density, η_i is the fuel flow coefficient and C_{Di} , C_{Li} are aerodynamic lift and drag coefficients whose values depend on aircraft type and configuration. Noise enters through the wind (W_{i1} and W_{i2}), which is unbounded and has correlation and distribution properties according to [78].

Those dynamics are rather complex and solving a conflict resolution problem at this level of detail would be computationally intractable, as both the dynamics and the conflict avoidance constraints are non-convex. Thus, the dynamics of each aircraft i are abstracted to those of a planar non-holonomic agent, specifically a circular unicycle of radius r_i . The position and orientation of aircraft i are $\mathbf{n}_i = [x_i, y_i]^T \in \mathbb{R}^2$ and $\theta_i \in (-\pi, \pi]$ respectively. The radius r_i corresponds to the PAZ of each aircraft. A conflict is considered to occur whenever the PAZ of two or more aircraft intersect or touch each other. Therefore in order for any two aircraft i, j to be conflict free, the distance between them must be greater than $r_i + r_j$.

The motion of each aircraft is described by the planar unicycle model, as

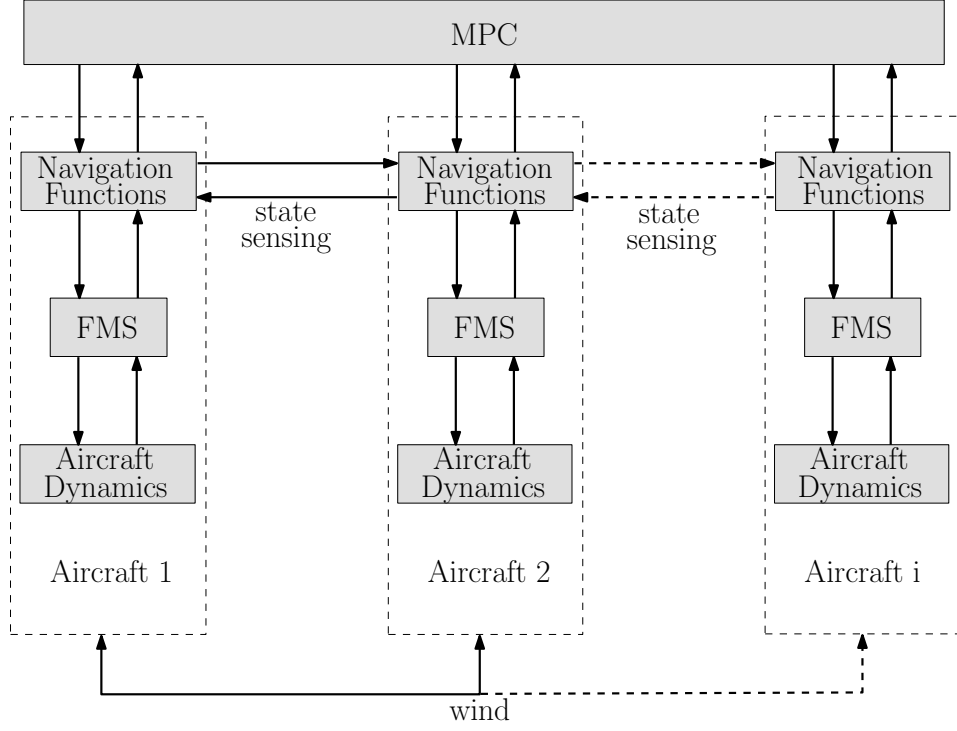


Figure A.1: Hierarchical Multi-Level System

in (2.4):

$$\dot{\mathbf{n}}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \cos \theta_i \\ u_i \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (\text{A.2a})$$

$$\dot{\theta}_i = \omega_i \quad (\text{A.2b})$$

where u_i is the longitudinal (linear) and ω_i the angular velocity of aircraft i .

The NF-based controller of each aircraft is an intermediate scheme, before the development of the final control scheme presented in Chapter 5, employing a Dipolar Navigation Function (NF) of the form (2.1):

$$u_i = -\text{sgn}(P_i) \cdot F_i - \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + \left| \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right| \right) \frac{1}{2P_i} \quad (\text{A.3a})$$

$$\omega_i = -k_{\theta_i} (\theta_i - \theta_{\text{nh}i}) + \dot{\theta}_{\text{nh}i} \quad (\text{A.3b})$$

where

$$\begin{aligned}
F_i &= k_u \cdot \|\nabla_i \Phi_i\|^2 + k_z \cdot \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|^2 \\
P_i &= \mathbf{J}_{I_i}^T \cdot \nabla_i \Phi_i \\
\mathbf{J}_{I_i} &= \mathbf{J}_{I_i}(\theta_i) = [\cos \theta_i \quad \sin \theta_i]^T \\
\nabla_i \Phi_j &= \frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathbf{q}_i} \\
\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} &= \sum_{j \neq i} u_j \nabla_j \Phi_i^T \cdot \mathbf{J}_{I_j}
\end{aligned}$$

and k_u, k_z, k_{ϕ_i} are positive real gains.

A simplified FMS controller accepts the kinematic inputs of linear and angular velocity and translates them into thrust and bank angle commands for the aircraft dynamics through the equations:

$$T_i = \begin{cases} C_{T_i} T_{iMax} & \text{if } u_i + \delta > V_i \\ 0.95 T_{iMax} & \text{if } u_i - \delta < V_i \\ \frac{C_{D_i} S_i \rho}{2} u_i^2 & \text{else} \end{cases} \quad (\text{A.4a})$$

$$\dot{\psi}_i = \omega_i \quad (\text{A.4b})$$

where T_{iMax} and C_{T_i} are parameters depending on the aircraft type and flight phase of the aircraft [69] and δ a small tolerance to avoid chattering around the nominal airspeed.

Finally, a centralized model predictive controller enforces the dynamic constraints on the NF-based scheme and performs some longer term optimization for the trajectories of the aircraft. The main contribution of MPC to the overall navigation scheme is the natural handling of constraints and performance criteria via optimisation. The main principles of MPC are given below, using the notation:

$$u_i[k] \triangleq \{u_i(t), t \in [k\tau, (k+1)\tau)\}, \forall k = 0, \dots, N-1$$

, where τ denotes the periodicity of the controller. Assuming an optimisation horizon N and a desired final (infinite horizon) position and orientation of aircraft i denoted by $\mathbf{n}_{id}^F, \theta_i^F$, respectively, the desired configuration at each time step of the horizon can be written as:

$$\bar{\mathbf{n}}_{id} = [\mathbf{n}_{id}[1] \quad \mathbf{n}_{id}[2] \quad \dots \quad \mathbf{n}_{id}[N]]^T \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{\theta}_{id} = [\theta_{id}[1] \quad \theta_{id}[2] \quad \dots \quad \theta_{id}[N]]^T \quad (\text{A.6})$$

while the longitudinal velocities during all intermediate periods of the horizon are:

$$\bar{u}_i = [u_i[0] \ u_i[1] \ \dots \ u_i[N-1]]^T \quad (\text{A.7})$$

Then, the finite horizon optimization problem for m aircraft, solved by MPC at each time step, can be described as:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{n}}_{1d}, \dots, \bar{\mathbf{n}}_{md}, \bar{\theta}_{1d}, \dots, \bar{\theta}_{md}} \quad & J(\bar{\mathbf{n}}_1, \dots, \bar{\mathbf{n}}_m) \\ \text{subject to} \quad & (\text{A.2}), (\text{2.1}), (\text{2.3}), (\text{A.3}) \quad \forall i \\ & \bar{u}_i \in [u_{\min}, u_{\max}] \quad \forall i \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

where $J(\bar{\mathbf{n}}_1, \dots, \bar{\mathbf{n}}_m) \in \mathbb{R}$ can be any desired cost function, e.g. fuel consumption, deviation from the flight plan, etc. Unfortunately, this problem is not convex, because of the constraint equations. Thus, the problem of finding the exact optimal value is computationally intractable. In order to overcome this difficulty, randomized optimization algorithms are used, being a very promising method in this context, since they can inherently deal with the complexity of the problem, with reasonable computational workload. There are several methods falling into this category, such as genetic algorithms [79], simulated annealing [80], etc. The algorithm chosen to be applied here is a variation of Simulated Annealing, based on Markov Chain Monte Carlo methods [81].

Of course, since the control scheme presented here has a receding horizon policy, at every time t , the optimal inputs for the time instants $t, t + \tau, \dots, t + (N - 1)\tau$ have to be calculated, but only the first will be applied. Following such a formulation, the problem size grows exponentially with the horizon N . To tackle this, a simplifying heuristic rule is applied, optimizing over only the first intermediate destination $\mathbf{n}_{id}[1], \theta_{id}[1]$ and then assuming that this will be just moved forward in the same direction for the rest of the horizon, i.e. $\mathbf{n}_{id}[k] = \mathbf{n}_{id}[k-1] + \mathbf{n}_i[k-1] - \mathbf{n}_i[k-2]$ and $\theta_{id}[k] = \theta_{id}[1], \forall k \in \{2, \dots, N\}$. Due to uncertainties and conflict resolution maneuvers, aircraft might not arrive at their exact final destination, thus it is considered that aircraft reach their destination when the Euclidean distance is less than some tolerance value Δ .

The complete control approach is summarized in Algorithm 1. Note that the proposal distribution from which random samples are extracted is very important for the algorithm to approximate the optimum inputs. Also important to note is that the dimension of the search space grows linearly in the prediction horizon N , which makes the optimization problem harder to solve for long prediction horizons. The proposed combination of MPC and NFs retains the safety guarantees of NF-based solutions, while constraints and cost factors are handled through the optimization performed by MPC.

Algorithm 1 MPC using randomized optimization algorithm

Require: $\mathbf{n}_i(t), \theta_i(t), t = 0$ and $\mathbf{n}_{id}^F, \theta_i^F \forall i \in \{1, \dots, m\}$
while $\exists i$ s.t. $\|\mathbf{n}_i(t) - \mathbf{n}_{id}^F\|_2 > \Delta$ **do**
 Solve (A.8)
 Calculate the FMS inputs according to (A.4)
 Evolve the system according to (A.1) from t to $t + T$
 Set $t = t + T$
 Measure new aircraft position $\mathbf{n}_i(t)$
end while

A.2 Simulation Setting

To assess the efficacy of the combined NF and MPC scheme here, computer simulations have been performed, where several aircraft in level flight are on converging routes and have to be deconflicted. A typical configuration is presented in Figure A.2 for three aircraft.

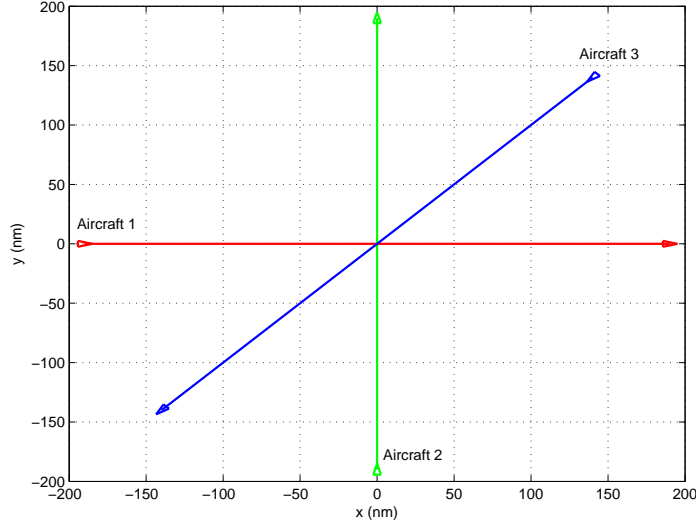


Figure A.2: Configuration for 3 aircraft encounter.

For all simulations here, aircraft are assumed to be of type Airbus A321, flying at $33000 ft$, a typical cruising altitude for commercial flights. [69] suggests that the airspeed at this altitude can only vary in the region $[366, 540]$ knots, with a nominal value of 454 knots. These constraints are enforced on the proposed controller.

Regarding the uncertainty, it is considered to be caused only by the wind speed. Wind speed (in general) can be modeled as a sum of two components: a nominal, deterministic component (available through meteorological forecasts) and a stochastic component, representing deviations from the nominal. Since the forecasts are available prior to the flights, flight plans are calculated taking them into account, so for simplicity reasons, the forecasted wind speed is set equal to zero. The stochastic part of the wind will be generated by a Gaussian distribution with zero mean and standard deviation $\sigma = 5.17\text{m/s}$ [82]. Its strong correlation structure [83] implies that it cannot be represented as white noise; instead it is more accurate to approximate it by a constant random value for each simulation.

A.3 Control using Navigation Functions

First, simulations are run using only the simplistic NF-based control scheme (A.3) to deconflict this situation, in the case where uncertainty is set to zero, without applying MPC. Indeed, NFs manage to resolve the situation, with the aircraft converging to their destinations, without any conflicts arising. Their inability to respect system's constraints is, however, obvious, as indicated in Figure A.3. The aircraft have a speed that is constantly decreasing and converges asymptotically to zero, as the aircraft approach their destination.

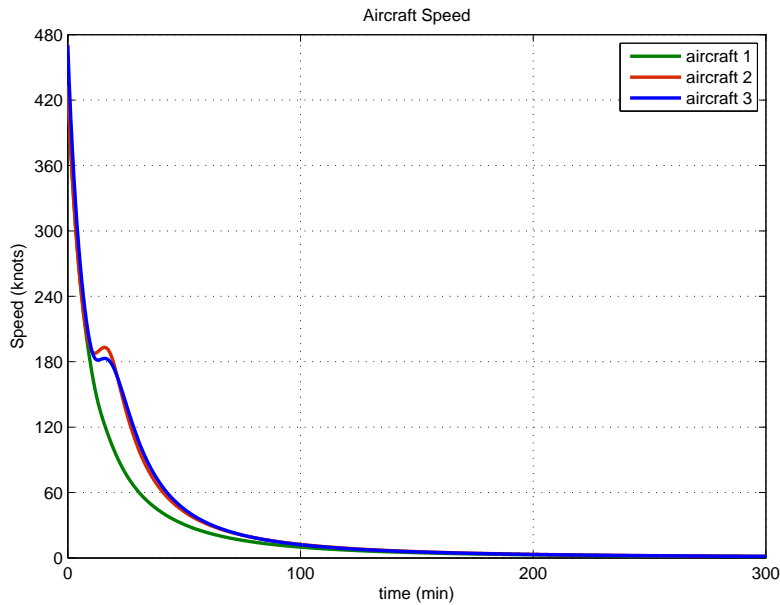


Figure A.3: Aircraft speed for the solution produced by NFs

This problem is due to the NF-based control scheme used here, since the speed of the agents heavily depends on the distance to their final destination. The situation is more strongly pronounced when uncertainty is introduced. Since the trajectories of the aircraft depend only on the geometry of the situation in a deterministic manner, the only way for the NF controller to correct the deviation because of the wind is to command different control inputs. The problem is that since the uncertainty is applied on the output trajectory, the solution converges to a different point, where the speed commanded by the NF scheme added to the wind speed equal zero. Thus, depending on the wind speed and its direction, some aircraft may never reach their destination.

A.4 MPC with NFs

As already discussed, the search space for the randomized optimization algorithm grows with the prediction horizon. On the other hand, if the control scheme is to be applied in ATC, a fast implementation is required. To reduce the computational workload, one can do several things, like shortening the horizon, or calculating only one input for all times $\{t, t+T, \dots, t+(N-1)T\}$. The first would clearly reduce the advantage of the MPC approach, causing the system to enter states where no feasible solutions are available, while the second approach would introduce much conservatism in the controller.

To reduce conservatism on the second approach, a new strategy for the optimization algorithm is introduced, where only the input for time t will be optimized. Then, at time $t+T$, the new input (intermediate way point) for the predictive controller will be the same as that of time t , adding the distance covered by each aircraft, etc. until the input for time $t+(N-1)T$. In this fashion, the controller will have taken into account the uncertainty encountered by the aircraft and will constantly try to keep the target at a constant distance, forcing the NFs to command airspeeds close in the desired range.

Exploiting the structure of the problem, it can be observed that a distance to the target around 100nm produces a speed for the aircraft matching the nominal cruising speed for our altitude. Thus, the search space will concentrate around points with a distance close to this value. This is done by sampling from a Gaussian with mean 100nm and standard deviation 10nm. Then, the intermediate waypoint is determined by uniformly sampling for an angle in $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ around the line segment joining the current position of the aircraft and its final destination.

A.5 Results

One can optimize over several costs in the optimization problem over several horizons and discretisation steps. The chosen recalculation period has been set to $T = 5$ minutes, and the horizon to $N = 4$. The cost function aims to minimize the sum of the remaining distance to final destination at the end of the horizon for all aircraft:

$$L = \sum_i D(i, t + NT). \quad (\text{A.9})$$

To evaluate the performance of the algorithm, each encounter is simulated using 1000 Monte Carlo runs. The randomized optimization algorithm will optimize at each time step over 1000 random extractions from the search space.

A.5.1 4 aircraft encounter

The first example used consists of 4 aircraft following paths that are converging at the same point. Using all the settings mentioned before, the proposed control scheme resolves the situation in all 1000 runs, while respecting the speed constraints we impose on the aircraft airspeed (i.e. speed remains within [366, 540] knots). Figure A.4 shows the mean speed (over all 1000 Monte Carlo runs), as well as the highest and lowest airspeeds observed for every aircraft at all times. The bounds on the speed are also drawn for convenience. The average running time for each simulation is 200 sec in a dual-core Pentium 3.2GHz, while the peak memory usage is around 110MB RAM. This time is many times faster than real time (which would be 66 min for this situation).

One can observe that the speed of the aircraft is very well regulated, with a mean value very close to the desired nominal airspeed for this altitude. Another interesting aspect is the minimum separation between all aircraft flying in the airspace. Simulating the situation with the simple NF-based scheme (A.3) (without the MPC approach) for the deterministic case leads to a minimum separation of 22 nm. This is obviously quite conservative, since conflicts only happen when this separation drops below 5 nm. The proposed approach shows some major improvement in this aspect, resulting in minimum separations between 11.5 and 16 nm in all simulations. Thus, despite the presence of uncertainty, the aircraft can fly closer to one another, while comfortably respecting the safety separation criteria. The solution generated by the algorithm for a particular wind speed is shown in Figure A.6, while NFs generate the trajectories shown in Figure A.5 for the case where wind is not present.

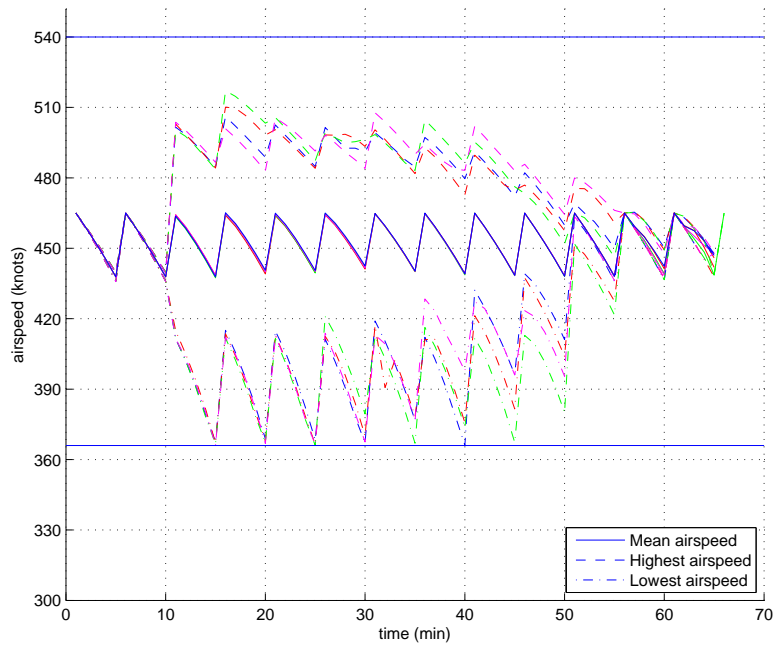


Figure A.4: Speed evolution with time for a conflicting situation of 4 aircraft

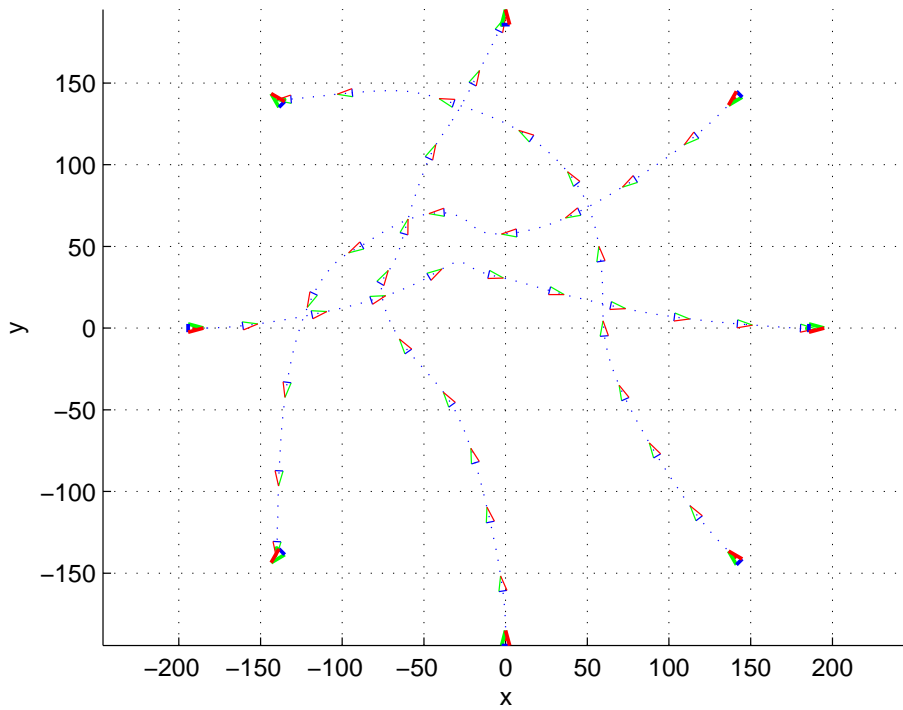


Figure A.5: Solution of NFs for a conflicting situation of 4 aircraft

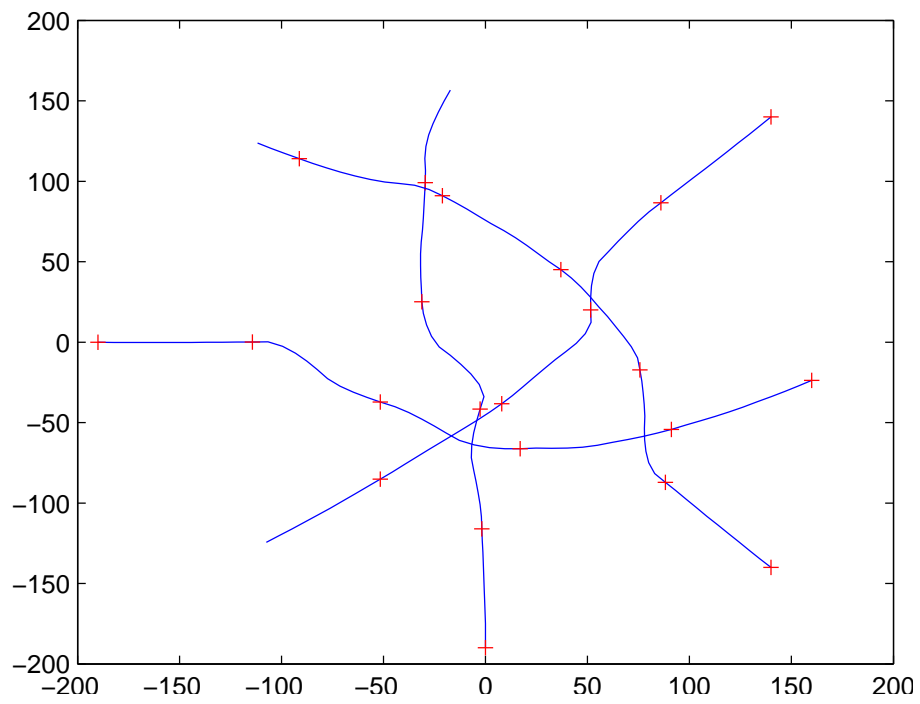


Figure A.6: Solution of the proposed scheme for a conflicting situation of 4 aircraft

A.6 Conclusions

Combining NF-based and MPC navigation schemes offers a significant improvement over what each methodology alone can achieve. Even with a simplistic NF-based control scheme, rather than the much more refined one presented in Chapters 3 to 5, the combined control scheme is able to provide better results than the NF scheme alone. It is reasonable to expect even better results when MPC is integrated in the significantly more capable and suitable to ATC NF control methodology developed in this Thesis. The more capable the NF scheme is at respecting aircraft constraints, the less is the computational effort that the MPC has to spend to comply with them instead of optimising the performance criteria. Though a *black-box optimisation* approach was used to here to interface the MPC and NF schemes, a more integrated solution taking into account the internal structure of the NF algorithm in the optimisation performed by the MPC could yield even better results and potential reduce the computational requirements of the method.

Bibliography

- [1] EUROCONTROL, “Long-Term Forecast, Flight Movements 2010-2030,” <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/publication/files/long-term-forecast-2010-2030.pdf>, December 2010.
- [2] EUROCONTROL, “Short-Term Forecast - Flight Movements 2011-2013,” <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/publication/files/short-term-forecast-2011-2013.pdf>, January 2012.
- [3] E. Rimon and D. E. Koditschek, “Exact robot navigation using artificial potential functions,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 5, pp. 501–508, 1992.
- [4] HYBRIDGE Consortium, *HYBRIDGE: Distributed Control and Stochastic Analysis of Hybrid Systems Supporting Safety Critical Real-Time Systems Design*. European Commission, IST-2001-32460. <http://hybridge.nlr.nl/>.
- [5] D. Dimarogonas, M. Zavlanos, S. Loizou, and K. Kyriakopoulos, “Decentralized motion control of multiple holonomic agents under input constraints,” *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, vol. 4, pp. 3390–3395 vol.4, Dec. 2003.
- [6] D. V. Dimarogonas, S. G. Loizou, K. J. Kyriakopoulos, and M. M. Zavlanos, “A feedback stabilization and collision avoidance scheme for multiple independent non-point agents,” *Automatica*, vol. 42, no. 2, pp. 229–243, 2006.
- [7] D. V. Dimarogonas and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized navigation functions for multiple robotic agents with limited sensing capabilities,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 48, no. 3, pp. 411–433, 2007.

- [8] D. Dimarogonas and K. Kyriakopoulos, “Decentralized stabilization and collision avoidance of multiple air vehicles with limited sensing capabilities,” in *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pp. 4667–4672 vol. 7, June 2005.
- [9] iFly Consortium, *iFly: Safety, complexity and responsibility based design and validation of highly automated air traffic management*. European Commission, TREN/07/FP6AE/S07.71574/037180. <http://ifly.nlr.nl/>.
- [10] J.-C. Latombe, *Robot motion planning*. Kluwer international series in engineering and computer science: Robotics, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [11] S. LaValle, *Planning algorithms*. Cambridge University Press, 2006.
- [12] H. Choset, K. M. Lynch, S. Hutchinson, G. Kantor, W. Burgard, L. E. Kavraki, and S. Thrun, *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations*. Cambridge, MA: MIT Press, June 2005.
- [13] J. Kuchar and L. Yang, “A review of conflict detection and resolution methods,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 179–189, 2000.
- [14] M. Soler, M. Kamgarpour, and J. Lygeros, “A hybrid optimal control approach to fuel efficient aircraft conflict avoidance,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2014.
- [15] C. Tomlin, J. Lygeros, and S. Sastry, “A game theoretic approach to controller design for hybrid systems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, pp. 949–970, July 2000.
- [16] C. Tomlin, G. Pappas, and S. Sastry, “Conflict resolution for air traffic management: a study in multiagent hybrid systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, pp. 509–521, Apr 1998.
- [17] C. J. Tomlin, *Hybrid Control of Air Traffic Management Systems*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, University of California, Berkeley, 1998.
- [18] A. Bicchi and L. Pallottino, “On optimal cooperative conflict resolution for air traffic management systems,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 221–231, 2000.

- [19] A. Bicchi, A. Marigo, G. Pappas, M. Prandini, G. Parlangeli, C. Tomlin, and S. Sastry, “Decentralized air traffic management systems: Performance and fault tolerance,” *Proceedings of the IFAC International Workshop on Motion Control*, 1998.
- [20] A. Bicchi, “An experimental study of performance and fault-tolerance of a hybrid free-flight control scheme,” in *Robustness in identification and control* (A. Garulli and A. Tesi, eds.), vol. 245 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp. 449–463, Springer London, 1999.
- [21] P. Menon, G. Sweriduk, and B. Sridhar, “Optimal strategies for Free Flight Air Traffic conflict resolution,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 22, pp. 202–211, 1999.
- [22] G. Inalhan, D. Stipanovic, and C. Tomlin, “Decentralized optimization, with application to multiple aircraft coordination,” in *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, vol. 1, pp. 1147–1155 vol.1, Dec 2002.
- [23] L. Pallottino, V. G. Scordio, E. Frazzoli, and A. Bicchi, “Decentralized cooperative policy for conflict resolution in multi-vehicle systems,” *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 23, no. 6, pp. 1170–1183, 2007.
- [24] J. R. Andrews and N. Hogan, “Impedance control as a framework for implementing obstacle avoidance in a manipulator,” in *ASME Winter Annual Meeting on Control of Manufacturing Processes and Robotic Systems*, pp. 243–251, 1983.
- [25] O. Khatib, “Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 1, pp. 90–98, 1986.
- [26] K. Zeghal, “A review of different approaches based on force fields for airborne conflict resolution,” *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pp. 818–827, 1998.
- [27] K. Zeghal, “A comparison of different approaches based on force fields for coordination among multiple mobiles,” in *Intelligent Robots and Systems, 1998. Proceedings., 1998 IEEE/RSJ International Conference on*, vol. 1, pp. 273–278 vol.1, Oct 1998.
- [28] J. Kosecka, C. Tomlin, G. Pappas, and S. Sastry, “Generation of conflict resolution maneuvers for air traffic management,” in *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1598–1603, 1997.

- [29] S. Lindemann and S. LaValle, “Smoothly blending vector fields for global robot navigation,” in *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pp. 3553–3559, Dec 2005.
- [30] N. Ayanian and V. Kumar, “Decentralized feedback controllers for multi-agent teams in environments with obstacles,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, pp. 878–887, October 2010.
- [31] M. S. Eby, “A self-organizational approach for resolving air traffic conflicts,” *Lincoln Laboratory Journal - Special issue on air traffic control*, vol. 7, pp. 239–254, September 1994.
- [32] MFF consortium, “MFF: Mediterranean Free Flight,” tech. rep., 2005.
- [33] C. Carbone, U. Ciniglio, F. Corrado, and S. Luongo, “A novel 3D geometric algorithm for aircraft autonomous collision avoidance,” *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pp. 1580–1585, Dec. 2006.
- [34] E. Lalish and K. Morgansen, “Decentralized reactive collision avoidance for multivehicle systems,” in *47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1218–1224, Dec 2008.
- [35] K. D. Bilimoria, “A geometric optimization approach to aircraft conflict resolution,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Denver, CO*, Aug 2000.
- [36] G. Dowek, C. Munoz, and A. Geser, “Tactical conflict detection and resolution in a 3-D airspace,” *Technical Report NASA/CR-2001-210853*, 2001.
- [37] G. Dowek and C. Munoz, “Conflict detection and resolution for 1,2,...n aircraft,” *7th AIAA Aviation technology, Integration and Operations Conference (ATIO)*, 2007.
- [38] J.-M. Alliot, N. Durand, and G. Granger, “FACES: a free flight autonomous and coordinated embarked solver,” in *2nd USA/EUROPE ATM R&D seminar*, 1998.
- [39] R. Irvine, “The GEARS conflict resolution algorithm,” *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 1998.
- [40] Eurocontrol, “Specification for short term conflict alert,” 2007.

- [41] J. Hoekstra, “Designing for safety: the Free Flight Air Traffic Management concept,” Tech. Rep. NLR-TP-2001-313, National Aerospace Laboratory (NLR), 2002.
- [42] G. Chaloulos, J. Lygeros, I. Roussos, K. Kyriakopoulos, E. Siva, A. Lecchini-Visintini, and P. Casek, “Comparative study of conflict resolution methods,” *iFly Project, Deliverable D5.1*, June 2009.
- [43] G. Cuevas, I. Rodrıguez, V. Bordon, P. Casek, J. A. Wise, C. Keirath, S. B. a, J. Kubalcık, R. Verbeek, A. Luuk, R. Irvine, A. Sedaoui, and V. Gauthereau, “Autonomous Aircraft Advanced (A3) High Level ConOps,” *iFly Project, Deliverable D1.1*, 2007.
- [44] D. Koditschek and E. Rimon, “Robot navigation functions on manifolds with boundary,” *Advances in Applied Mathematics*, vol. 11, no. 4, pp. 412–442, 1990.
- [45] H. G. Tanner, S. Loizou, and K. J. Kyriakopoulos, “Nonholonomic navigation and control of cooperating mobile manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 53–64, 2003.
- [46] S. G. Loizou and K. J. Kyriakopoulos, “A feedback-based multiagent navigation framework,” *International Journal of Systems Science*, vol. 37, no. 6, pp. 377–384, 2006.
- [47] C. Karagoz, H. Bozma, and D. Koditschek, “Coordinated navigation of multiple independent disk-shaped robots,” EECS Department Technical Report CSE-TR-486-04, University of Michigan, Ann Arbor, 2004.
- [48] S. Loizou and K. Kyriakopoulos, “Navigation of multiple kinematically constrained robots,” *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 1, pp. 221–231, 2008.
- [49] H. G. Tanner and A. Kumar, “Formation stabilization of multiple agents using decentralized navigation functions,” in *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, (Cambridge, USA), June 2005.
- [50] Single European Sky ATM Research - SESAR, “European ATM Master Plan,” 2009.
- [51] S. G. Loizou, D. V. Dimarogonas, and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized feedback stabilization of multiple nonholonomic agents,” *Proceedings of the 2004 International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3012–3017, 2004.

- [52] G. P. Roussos, D. V. Dimarogonas, and K. J. Kyriakopoulos, “3D navigation and collision avoidance for a non-holonomic vehicle,” *2008 American Control Conference, Seattle, Washington, USA*, 2008.
- [53] G. P. Roussos, D. V. Dimarogonas, and K. J. Kyriakopoulos, “Distributed 3D navigation and collision avoidance for multiple nonholonomic agents,” *European Control Conference*, pp. 1830–1835, 2009.
- [54] G. Roussos, D. V. Dimarogonas, and K. J. Kyriakopoulos, “3D navigation and collision avoidance for nonholonomic aircraft-like vehicles,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 24, pp. 900–920, Sept. 2010.
- [55] D. V. Dimarogonas, K. J. Kyriakopoulos, and D. Theodorakatos, “Totally distributed motion control of sphere world multi-agent systems using decentralized navigation functions,” *2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2430–2435, 2006.
- [56] G. Lionis, X. Papageorgiou, and K. J. Kyriakopoulos, “Locally computable navigation functions for sphere worlds,” *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1998–2003, 2007.
- [57] G. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, “Completely decentralised navigation of multiple unicycle agents with prioritization and fault tolerance,” in *4th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1372–1377, 2010.
- [58] G. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized and prioritized navigation and collision avoidance for multiple mobile robots,” in *Distributed Autonomous Robotic Systems*, vol. 83 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pp. 189–202, Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [59] R. Irvine, “Comparison of pairwise priority-based resolution schemes through fast-time simulation,” *8th Innovative Research Workshop & Exhibition, INO 2009, Eurocontrol Experimental Center*, 2009.
- [60] G. Roussos and K. Kyriakopoulos, “Completely decentralised navigation functions for agents with finite sensing regions with application in aircraft conflict resolution,” in *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, pp. 7470–7475, 2011.
- [61] O. V. Zenkin, “Analytical description of geometrical shapes,” *Cybernetics and Systems Analysis*, vol. 6, pp. 481–489, 1970.

- [62] G. P. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, "Towards constant velocity navigation and collision avoidance for autonomous nonholonomic aircraft-like vehicles," *Conference on Decision and Control*, 2009.
- [63] M. Egerstedt and X. Hu, "Formation constrained multi-agent control," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 17, pp. 947–951, Dec 2001.
- [64] G. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, "Decentralised navigation and collision avoidance for aircraft in 3D space," *2010 American Control Conference, Baltimore, USA*, pp. 6181–6186, 2010.
- [65] G. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, "Decentralized navigation and conflict avoidance for aircraft in 3-D space," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, pp. 1622–1629, Nov 2012.
- [66] D. Shevitz and B. Paden, "Lyapunov stability theory of nonsmooth systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 9, pp. 1910–1914, 1994.
- [67] A. Filippov, *Differential equations with discontinuous right-hand sides*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [68] F. Clarke, *Optimization and Nonsmooth Analysis*. Addison-Wesley, 1983.
- [69] Eurocontrol Experimental Centre, *User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA)*, 2004.
- [70] J. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, 2001.
- [71] G. P. Roussos, G. Chaloulos, K. J. Kyriakopoulos, and J. Lygeros, "Control of multiple non-holonomic vehicles under uncertainty using model predictive control and decentralized navigation functions," *2008 IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1225–1230, 2008.
- [72] G. Chaloulos, G. Roussos, J. Lygeros, and K. Kyriakopoulos, "Ground Assisted Conflict Resolution in Self-Separation Airspace," in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, (Honolulu, Hawaii), Aug. 2008.
- [73] G. Chaloulos, G. P. Roussos, J. Lygeros, and K. J. Kyriakopoulos, "Mid and short term conflict resolution in autonomous aircraft operations," *8th Innovative Research Workshop & Exhibition*, 2009.

- [74] S. Maniatopoulos, D. Dimarogonas, and K. Kyriakopoulos, “A decentralized event-based predictive navigation scheme for air-traffic control,” in *American Control Conference (ACC), 2012*, pp. 2503–2508, June 2012.
- [75] M. D. Mesarović, D. Macko, and Y. Takahara, *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*, vol. 68 of *Mathematics in Science and Engineering*. New York, NY: Academic Press, 1970.
- [76] W. Findeisen, F. N. Bailey, M. Brdyś, K. Malinowski, P. Tatjewski, and A. Woźniak, *Control and Coordination in Hierarchical Systems*. John Wiley & Sons, 1980.
- [77] I. Lymeropoulos, A. Lecchini, W. Glover, J. Maciejowski, and J. Lygeros, “A stochastic hybrid model for air traffic management processes,” Tech. Rep. CUED/F-INFENG/TR.572, Department of Engineering, Cambridge University, February 2007.
- [78] R. Cole, C. Richard, S. Kim, and D. Bailey, “An assessment of the 60 km rapid update cycle (RUC) with near real-time aircraft reports,” Tech. Rep. NASA/A-1, MIT Lincoln Laboratory, July 15, 1998.
- [79] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis With Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. MIT Press, 1992.
- [80] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, “Optimization by simulated annealing,” *Science, Number 4598, 13 May 1983*, vol. 220, 4598, pp. 671–680, 1983.
- [81] A. Lecchini-Visintini, J. Lygeros, and J. Maciejowski, “Simulated annealing: Rigorous finite-time guarantees for optimization on continuous domains,” in *Advances in Neural Information Processing Systems 20*, pp. 865–872, 2007.
- [82] B. Schwartz, S. Benjamin, S. Green, and M. Jardin, “Accuracy of RUC-1 and RUC-2 wind and aircraft trajectory forecasts by comparison with ACARS observations,” *Weather and Forecasting*, vol. 15, no. 3, pp. 316–326, 2000.
- [83] G. Chaloulos and J. Lygeros, “Effect of wind correlation on aircraft conflict probability,” *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 30, no. 6, pp. 1742–1752, 2007.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ανάπτυξη Μεθοδολογιών Αποφυγής
Συγκρούσεων Αυτόνομων Αεροσκαφών:
Εφαρμογή στη Διαχείριση Εναέριας
Κυκλοφορίας

Εκτεταμένη Περίληψη

Γιάννης Ρούσος

Επιβλέπων:

Καθηγητής Κωνσταντίνος Κυριακόπουλος

Αθήνα, 2015

Ευχαριστίες

Στην ολοκλήρωση της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής συνέβαλαν με διάφορους τρόπους συνεργάτες, φίλοι και συγγενείς, τους οποίους θα ήθελα εδώ να αναφέρω.

Κατ' αρχάς, θα ήθελα να ευχαριστήσω ειλικρινά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ. Κώστα Κυριακόπουλο για τη δυνατότητα που μου έδωσε να αναλάβω αυτή τη Διδακτορική Διατριβή, καθώς και για την πολύτιμη καθοδήγηση και υποστήριξη του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησής της. Είμαι ιδιαίτερα ευγνώμων για την επιμονή και την υπομονή που έδειξε μέχρι την ολοκλήρωση της.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς επιτροπής της Διδακτορικής Διατριβής μου, τους καθηγητές Ευάγγελο Παπαδόπουλο και Νικόλαο Κρικέλη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν αναλαμβάνοντας την ευθύνη της επίβλεψης της εργασίας μου.

Κατά την εκπόνηση της Διδακτορικής μου Διατριβής εξαιρετικά σημαντική υπήρξε η συνεισφορά του Δήμου Δημαρόγκωνα, ο οποίος μοιράστηκε την πείρα του μαζί μου κατά τα πρώτα μου βήματα της εργασίας μου και η συνεργασία μαζί του ήταν καθοριστική για τη συνέχεια της. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Σάββα Λοΐζου, με τον οποίο δυστυχώς η συνεργασία υπήρξε σύντομη αλλά διαφωτιστική. Ακόμα, οφείλω να αναφερθώ ιδιαίτερα στον Κώστα Βασιλάκη, ο οποίος ανέλαβε με επιτυχία την πραγματοποίηση των εκτεταμένων προσομοιώσεων με ρεαλιστικά δεδομένα πτήσεων, τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στην εργασία αυτή. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω όλους του συναδέλφους με τους οποίους βρεθήκαμε λιγότερο ή περισσότερο κοντά στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου και ειδικά τον Απόλλωνα Οικονομόπουλο, τη Δήμητρα Πανάγου, την Ξανθή Παπαγεωργίου και το Γρηγόρη Λιονή. Η βοήθεια τους, τεχνική, επαγγελματική και προσωπική υπήρξε πολύτιμη. Τέλος, καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της Διατριβής μου σημαντική υπήρξε η πολύπλευρη συμβολή και βοήθεια του κου Μιχάλη Δροσάκη.

Είμαι ακόμα ιδιαίτερα ευγνώμων προς τον καθηγητή κ. Γιάννη Λυγερό και τον Γιώργο Χαλούλο από το Πολυτεχνείο της Ζυρίχης - ΕΤΗ. Η συνεργασία μαζί τους ήταν πολύ σημαντική για την ολοκλήρωση της Διατριβής μου. Ορισμένα αποτελέσματα της συνεργασίας αυτής παρουσιάζονται στο Παράρτημα

του πλήρους κειμένου της Διατριβής.

Κλείνοντας, δεν μπορώ παρα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αμέριστη υποστήριξη σε όλα τα στάδια της Διατριβής μου. Η ολοκλήρωση αυτής της εργασίας δεν θα ήταν δυνατή χωρίς την δική τους βοήθεια και συμπαράσταση.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Ακρωνυμίων	129
Εισαγωγή	131
1 Κίνητρα και Στόχοι της εργασίας	135
1.1 Εισαγωγή	135
1.2 Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας και Αποφυγή Συγκρούσεων	136
1.3 Βιβλιογραφική Επισκόπηση	138
1.4 Μεθοδολογία	141
2 Αποκεντρωμένες Συναρτήσεις Πλοήγησης στον Έλεγχος Εναέ- ριας Κυκλοφορίας (ΕΕΚ)	147
2.1 Εισαγωγή	147
2.2 Αποκεντρωμένα Δυναμικά Πεδία	148
2.3 Περιορισμένη αίσθηση περιβάλλοντος	150
2.4 Μη σφαιρικοί χώροι και έμμεση προτεραιότητα	152
2.5 Άμεση Προτεραιότητα	154
2.6 Σύνθεση του πεδίου	155
2.7 Κατασκευή δυναμικού πεδίου σε χώρους με εμμέσως ορισμένα σχήματα	158
3 Αποκεντρωμένη αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών	165
3.1 Εισαγωγή	165
3.2 Πλοήγηση αεροσκαφών σε οριζόντιο επίπεδο	167
3.3 Πλοήγηση αεροσκαφών σε 3-διάστατο χώρο	170
4 Αποτελέσματα εφαρμογής	177
4.1 Προσομοιώσεις με τεχνητά σενάρια σε οριζόντιο επίπεδο	177
4.2 Προσομοιώσεις με τεχνητά σενάρια σε 3-διάστατο χώρο	179
4.3 Προσομοιώσεις με ρεαλιστικά δεδομένα εναέριας κυκλοφορίας	181

5	Συμπεράσματα	183
5.1	Επόμενες κατευθύνσεις έρευνας	185
	Βιβλιογραφία	187

Κατάλογος Ακρωνυμίων

ΔΕΚ	Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας
ΕΕΚ	Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας
ΣΠ	Συνάρτηση Πλοήγησης
ATM	Air Traffic Management
CD&R	Conflict Detection and Resolution
ConOps	Concept of Operations
GNSS	Global Navigation Satellite System
MFF	Mediterranean Free Flight
MPC	Model Predictive Control
NF	Navigation Function
SESAR	Single European Sky ATM Research Programme
STCA	Short-Term Conflict Alert
SWIM	System Wide Information Management

Εισαγωγή

Τα συστήματα πολλών παραγόντων, όπου ως παράγοντας νοείται γένικα κάθε οντότητα που συμμετέχει και αλληλεπιδρά με άλλους σε ένα σύστημα, απασχολούν την πρόσφατη επιστημονική έρευνα σε πολλούς τομείς, καθώς βρίσκουν πολλές και διαφορετικές εφαρμογές. Ένα από τα πιο δημοφιλή προβλήματα πολλαπλών παραγόντων είναι η επίτευξη συνεργατικών στόχων, όπως η δημιουργία σχηματισμών και οργανωμένων σμηνών. Μια διαφορετική κατηγορία προβλημάτων εστιάζει σε μη-συνεργατικούς στόχους, στόχους δηλαδή που είναι διαφορετικοί (αλλά όχι απαραίτητα και ανταγωνιστικοί) για κάθε παράγοντα, οι οποίοι πρέπει να επιτευχθούν χρησιμοποιώντας ένα κοινό σύνολο πόρων. Χαρακτηριστικό και πολύ συχνό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας προβλημάτων είναι η πλοήγηση πολλαπλών κινητών παραγόντων σε ένα κοινό χώρο εργασίας, όπου ο κάθε παράγοντας επιδιώκει την εκτέλεση μιας ξεχωριστής εργασίας γενικά, όπως για παράδειγμα να φτάσει σε ένα συγκεκριμένο για αυτόν προορισμό. Αυτού του είδους τα προβλήματα απαντώνται σε πολλές εφαρμογές, δύο από τις κυριότερες αυτών είναι ο προγραμματισμός και έλεγχος κίνησης πολλαπλών κινούμενων ρομπότ και η Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας - Air Traffic Management (ATM). Η λειτουργία πολλαπλών κινούμενων παραγόντων στον ίδιο χώρο σημαίνει πως υπάρχει κίνδυνος συγκρούσεων που μπορούν να επηρεάσουν την ασφάλεια και την απόδοση του συνολικού συστήματος. Επομένως, η αυτοματοποιημένη αποφυγή συγκρούσεων καθίσταται ένα χαρακτηριστικό κεφαλαϊώδους σημασίας για τα προβλήματα πλοήγησης πολλαπλών παραγόντων.

Η Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας (ΔΕΚ) συγκεκριμένα είναι ένας τομέας που η χρήση αυτοματοποιημένων διαδικασιών στην πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων είναι περιορισμένη, εν μέρει και λόγω των θεμάτων ασφαλείας που εμπλέκονται. Εξ' άλλου, οι μελέτες του Ευρωπαϊκού οργανισμού για την ασφάλεια της εναέριας πλοήγησης - Eurocontrol [1], προβλέπουν αύξηση στις εναέρια μεταφορές στην Ευρώπη μέχρι το 2030 έως και κατά 2.2 φορές περίπου σε σχέση με το 2009. Αυτό αναπόφευκτα σημαίνει πως η δυναμικότητα του συστήματος Ελέγχου Εναέρια Κυκλοφορίας (ΕΕΚ), που είναι υπεύθυνο για την πλοήγηση των αεροσκαφών, θα πρέπει να αυξηθεί ουσιαστικά, ώστε να είναι σε θέση να εξασφαλίσει την ομαλή και ασφαλή διεξαγωγή των πτήσεων. Παρ'

όλα αυτά, η δυναμικότητα του συστήματος στις ήδη συμφορημένες περιοχές του εναέριου χώρου δεν μπορεί να αυξηθεί σημαντικά υπό τις παρούσες συνθήκες, καθώς περιορίζεται από τη δυνατότητα των χειριστών που είναι υπεύθυνοι για τον έλεγχο της εναέριας κυκλοφορίας στις περιοχές αυτές. Επομένως, η εισαγωγή κάποιας μορφής αυτοματοποίησης που θα απαλλάξει τους χειριστές από τουλάχιστον τις πιο τετριμμένες εργασίες είναι ουσιαστικά επιβεβλημένη στις επόμενες δεκαετίες. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να αρθεί ο παραπάνω περιορισμός και να καταστεί δυνατή η εξυπηρέτηση της σημαντικά αυξημένης εναέριας κυκλοφορίας χωρίς να υπονομευτεί η ασφάλεια και η λειτουργικότητα του συστήματος ΔΕΚ.

Μία από τις κρίσιμότερες λειτουργίες στον Έλεγχο Εναέριας Κυκλοφορίας, αλλά και στη Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας γενικότερα, είναι η πρόληψη και αποφυγή συγκρούσεων εν πτήση - Conflict Detection and Resolution (CD&R), η οποία αυτή τη στιγμή εκτελείται από ανθρώπους - ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας. Όπως είναι κατανοητό, η αποτελεσματική εκτέλεση αυτής της λειτουργίας είναι απαραίτητη για την εξασφάλιση της ασφάλειας των πτήσεων. Τα αυξημένα επίπεδα εναέριας κυκλοφορίας που προβλέπονται για το μέλλον πλησιάζουν ή και ξεπερνούν τα φυσικά όρια των ελεγκτών, των οποίων μάλιστα τα καθήκοντα δεν περιορίζονται στην αποφυγή συγκρούσεων. Επιπλέον, η παρούσα συγκεντρωτική οργάνωση της Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας, όπου όλα τα αεροσκάφη σε μια περιοχή του εναέριου χώρου καθοδηγούνται από ένα σταθμό ελέγχου, μπορεί να δημιουργήσει τοπική συμφόρηση καθώς και κίνδυνο ασφαλείας σε περίπτωση βλάβης ή λάθους.

Επομένως, είναι εμφανές ότι η πρόοδος που έχει σημειωθεί τα τελευταία χρόνια στην αποκεντρωμένη αποφυγή συγκρούσεων μπορεί και χρειάζεται να αξιοποιηθεί στη σχεδίαση της ΔΕΚ για το μέλλον. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν πολλές και ποικίλες προσεγγίσεις στο παραπάνω πρόβλημα, τόσο στον τομέα του αυτομάτου ελέγχου γενικά, όσο και σε αυτόν της ρομποτικής ειδικότερα, ενώ μια επισκόπηση αυτών παρουσιάζεται στην παραγραφο 1.3. Παρ'όλα αυτά, ο Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας ως πεδίο εφαρμογής διαθέτει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως η κινηματική και δυναμική των αεροσκαφών, οι αυστηρές προδιαγραφές ασφαλείας κ.α., που δεν επιτρέπουν την άμεση εφαρμογή κάποιας υπάρχουσας μεθοδολογίας.

Ο στόχος αυτής της εργασίας είναι να αναπτύξει ένα αλγοριθμικό πλαίσιο ειδικά προσανατολισμένο στην αποκεντρωμένη αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών. Για αυτό το σκοπό επιλέχθηκε η μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης (ΣΠ) - Navigation Functions (NFs) καθώς, όπως εξηγείται αναλυτικά στα υποκεφάλαια 1.3 και 1.4, διαθέτει ορισμένα χαρακτηριστικά που την καθιστούν την πλέον κατάλληλη. Συγκεκριμένα, η μεθοδολογία των ΣΠ προσφέρει τυπικά αποδείξιμες ιδιότητες ως προς την σύγκλιση και την αποφυγή συγκρούσεων,

αλλά καθώς έχει αναπτυχθεί κυρίως στον τομέα της ρομποτικής, δεν λαμβάνει υπ' όψιν τις ιδιαίτερες απαιτήσεις που υπάρχουν στη Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας. Η συγκεκριμένα μεθοδολογία έχει εφαρμοσθεί αρχικά στην πλοήγηση αεροσκαφών στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος HYBRIDGE [2] από τον Δ. Δημαρόγκωνα και άλλους ερευνητές [3, 4, 5, 6], όπου έγινε εμφανής η σημασία των αυστηρών εγγυήσεων που προσφέρει. Παρ' όλα αυτά, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας καθιστούν απαραίτητη την περαιτέρω έρευνα και εξέλιξη της μεθοδολογίας. Με βάση τα πρώτα πολύ ενθαρρυντικά παραπάνω αποτελέσματα, η παρούσα εργασία επιχειρεί να αναπτύξει τη μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης προς την κατεύθυνση προσαρμογής στις συγκεκριμένες απαιτήσεις του Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας. Τελικά, η εργασία στοχεύει στην ανάπτυξη ενός συστήματος πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών που μπορεί πρακτικά να ενταχθεί σε ένα ολοκληρωμένο μελλοντικό σύστημα ΕΕΚ, όπως αυτό που αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος iFly [7].

Μια βασική πτυχή της μεθοδολογίας που εξετάζεται και εξελίσσεται στην παρούσα εργασία είναι η πρακτική και αποτελεσματική ενσωμάτωση τοπικής γνώσης του περιβάλλοντος και ιεράρχησης των παραγόντων μέσω προτεραιότητων. Ο περιορισμός της γνώσης κάθε παράγοντα-αεροσκάφους σε ένα μέρος μόνο του χώρου εργασίας γύρω από αυτόν συνάδει με τις πεπερασμένες δυνατότητες των συστημάτων παρακολούθησης και επικοινωνίας που διαθέτουν τα αεροσκάφη, ενώ μειώνει σημαντικά και τις υπολογιστικές απαιτήσεις της μεθόδου. Επιπλέον, παρουσιάζεται η επέκταση της μεθοδολογίας ώστε να μπορεί να χειριστεί την κινηματική και τους περιορισμούς ενός αεροσκάφους που πλοηγείται στον 3-διάστατο χώρο, ενώ έχουν ληφθεί υπόψιν και θέματα της καθιερωμένης πρακτικής στον Έλεγχο Εναέριας Κυκλοφορίας. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι πολύ διαφορετικά από αυτά που αφορούν σε κινούμενα ρομπότ. Για παράδειγμα, το περιθώριο ρύθμισης της ταχύτητας των αεροσκαφών είναι περιορισμένο από ένα κάτω όριο, ενώ περιορισμένη είναι και η δυνατότητα ανόδου και καθόδου.

Το παρόν κείμενο αποτελεί μια εκτεταμένη περίληψη της διατριβής στην Ελληνική γλώσσα. Η πλήρης διατριβή [8] έχει συγραφεί στην Αγγλική γλώσσα και η ανάγνωση της προτείνεται για μια ολοκληρωμένη εικόνα της εργασίας. Η δομή της περίληψης αυτής έχει ως εξής: στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται τα κίνητρα της εργασίας αυτής, καθώς και μια συνοπτική βιβλιογραφική επισκόπηση στις μεθοδολογίες αποφυγής συγκρούσεων, ενώ γίνεται μια εισαγωγή στη μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης που έχουν επιλεγεί ως η πιο πρόσφορη μέθοδος για το εξεταζόμενο πρόβλημα. Επίσης παρουσιάζεται η μοντελοποίηση που χρησιμοποιείται στη συνέχεια της εργασίας για κάθε αεροσκάφος. Στο Κεφάλαιο 2 συνοψίζεται η συμβολή της εργασίας στον τομέα της κατασκευής του δυναμικού πεδίου βασισμένου σε Συναρτήση Πλοήγησης (ΣΠs), και συγκε-

κριμένα την ενσωμάτωση τοπικής αίσθησης περιβάλλοντος καθώς και άμεσων και έμμεσων προτεραιοτήτων. Στη συνέχεια το σχήμα ελέγχου που αξιοποιεί ένα δυναμικό με χαρακτηριστικά Συναρτήσεων Πλοήγησης για την πλοήγηση αεροσκαφών παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3, συνοψίζοντας την συμβολή της εργασίας στην προσαρμογή της μεθοδολογίας στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας. Ενδεικτικά στοιχεία για την αποδοτικότητα της προτεινόμενης μεθόδου παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 4, όπου παρατίθενται ορισμένα αποτελέσματα προσομοιώσεων τόσο σε τεχνητά σενάρια όσο και σε απαιτητικά ρεαλιστικά δεδομένα σχεδίων πτήσεων. Τέλος, η συνολική συμβολή της εργασίας, τα συμπεράσματα και οι πιθανές κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα συνοψίζονται στο Κεφάλαιο 5.

Κεφάλαιο 1

Κίνητρα και Στόχοι της εργασίας

1.1 Εισαγωγή

Η πρόληψη και αποφυγή συγκρούσεων είναι ένα πολύ δημοφιλές αντικείμενο έρευνας τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Παραδοσιακά, το πρόβλημα αυτό απασχολεί κυρίως τον γενικότερο επιστημονικό τομέα του αυτομάτου ελέγχου συστημάτων πολλών παραγόντων, καθώς και τον πιο εφαρμοσμένους τομέα της ρομποτικής. Επιπλέον αυτών, η πρόληψη και αποφυγή συγκρούσεων προσεγγίζεται τα τελευταία χρόνια και απο το πεδίο της έρευνας που σχετίζεται με την Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας (ΔΕΚ). Ο λόγος για αυτό είναι ότι η εισαγωγή αυτοματοποιημένων διαδικασιών πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών εξετάζεται σοβαρά για τη σχεδίαση των μελλοντικών συστημάτων ΔΕΚ. Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, η γενική μορφή του προβλήματος αφορά ένα σύνολο παραγόντων, δηλαδή οντοτήτων που αντιπροσωπεύουν πχ. κινούμενα ρομπότ ή αεροσκάφη, που πρέπει να πλοηγηθούν σε ένα κοινό χώρο αποφεύγοντας τις μεταξύ τους συγκρούσεις, ενώ συνήθως απαιτείται να φτάσουν και σε συγκεκριμένους προορισμούς.

Το βασικό κίνητρο αυτής της διατριβής είναι να αναπτύξει μια μεθοδολογία για την πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών που θα είναι προσαρμοσμένη στα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης εφαρμογής και θα ικανοποιεί τις ιδιαίτερες απαιτήσεις ασφάλειας και αξιοπιστίας. Βασικό κριτήριο προς αυτή την κατεύθυνση είναι επομένως η δυνατότητα της μεθοδολογίας να προσφέρει εγγυημένα καλή λειτουργία και συμπεριφορά. Ως εκ τούτου είναι απαραίτητο να αξιοποιηθούν προηγούμενες εργασίες που υπάρχουν στη βιβλιογραφία οι οποίες βασίζονται σε ένα συμπαγές μαθηματικό πλαίσιο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη θεωρητική μελέτη της συμπεριφοράς του τελικού αλγορίθμου.

1.2 Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας και Αποφυγή Συγκρούσεων

Η πλοήγηση γενικά και η αποφυγή συγκρούσεων ειδικότερα είναι ένα πολύ κρίσιμο θέμα στην σύγχρονη ΔΕΚ. Σε σχέση με το ξεκίνημα της αεροπλοίας έχει επιτευχθεί σημαντική πρόοδος λόγω των τεχνικών επιτευγμάτων στον τομέα των οργάνων προσδιορισμού θέσης και των τηλεπικοινωνιών. Παρ' όλα αυτά, ο τρόπος προγραμματισμού των τροχιών των αεροσκαφών, καθώς και η γενικότερη διαχείριση τους παραμένει βασισμένη κυρίως σε ένα προκαθορισμένο σύνολο αεροδιαδρόμων που ενώνουν μεταξύ τους δεδομένα γεωγραφικά σημεία (waypoints). Τα σημεία αυτά παλαιότερα σηματοδοτούνταν απο σταθερούς ραδιοφάρους στο έδαφος, ενώ πλέον προσδιορίζονται μέσω των δορυφορικών συστημάτων παγκόσμιου εντοπισμού θέσης - Global Navigation Satellite System (GNSS). Αυτή η αυστηρά δομημένη μορφή του εναέριου χώρου διευκόλυνε τη δρομολόγηση όταν τα τεχνικά μέσα (αλλά και η εναέρια κυκλοφορία) ήταν περιορισμένα, πλέον όμως αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα, καθώς σημαίνει πως οι δυνατές τροχιές των αεροσκαφών ακολουθούν τους προκαθορισμένους αεροδιαδρόμους, οι οποίοι έχουν περιορισμένη χωρητικότητα. Επιπλέον, λόγω της χρήσης σταθερών αεροδιαδρόμων, οι πτήσεις συχνά δεν ακολουθούν την συντομότερη, ευθεία, διαδρομή απο το αεροδρόμιο αναχώρησης στον προορισμό τους, αλλά υποχρεώνονται σε σημαντικές παρακάμψεις που αυξάνουν τη διάρκεια του ταξιδιού και την κατανάλωση καυσίμου.

Ένας βασικός λόγος που το υπάρχον κεντρικό σύστημα των αεροδιαδρόμων παραμένει σε χρήση είναι οτι επιτρέπει στους ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας να διατηρούν εποπτεία της εναέριας κίνησης και να επιλύουν έτσι πιθανές συγκρούσεις. Παρ' όλα αυτά, ο ανθρώπινος παράγοντας είναι αυτός που θέτει το όριο στην δυναμικότητα στις περιοχές του εναέριου χώρου με έντονη κυκλοφορία. Ακόμα και η συνήθης πρακτική να διαιρείται ένας τομέας (η περιοχής ευθύνης ενός ελεγκτή) σε μικρότερους όταν ο αριθμός αεροσκαφών σε αυτόν αυξηθεί δεν μπορεί να αντιμετωπίσει το πρόβλημα πέρα απο κάποιο επίπεδο εναέριας κυκλοφορίας. Ως εκ τούτου, μια σημαντική κατεύθυνση σκέψης προς την αντιμετώπιση της αυξημένης εναέριας κυκλοφορίας στο μέλλον προσανατολίζεται στην επανασχεδίαση του τρόπου προγραμματισμού της τροχιάς των αεροσκαφών χωρίς καθορισμένους αεροδιαδρόμους και χωρίς καθοδήγηση απο σταθμούς εδάφους. Ο νέος αυτός τρόπος οργάνωσης της ΔΕΚ χαρακτηρίζεται ως *Αυτόνομη Πτήση - Autonomous Flight* και διακρίνεται για τον καθοριστικό ρόλο που αναλαμβάνει πλέον ο αυτόματος έλεγχος.

Αυτόματα συστήματα χρησιμοποιούνται ήδη προς αυτήν την κατεύθυνση, όπως το σύστημα βραχυπρόθεσμης προειδοποίησης συγκρούσεων - Short-Term Conflict Alert (STCA) το οποίο προβλέπει πιθανές συγκρούσεις και ειδοποιεί

τον αρμόδιο ελεγκτή εναέριας κυκλοφορίας. Στο σχέδιο για την Αυτόνομη ή Ελεύθερη Πτήση - Free Flight [9] η συμβολή του αυτοματισμού γίνεται καθοριστική καθώς αντικαθιστά τον ανθρώπινο παράγοντα σε ένα πλήθος διαδικαστικών εργασιών τις οποίες μπορεί να εκτελέσει ταχύτερα και ασφαλέστερα. Έτσι το πλήρωμα του κάθε αεροσκάφους απαλλάσσεται από ένα σημαντικό μέρος του φόρτου εργασίας του και μπορεί να ανταπεξέλθει καλύτερα στις υπόλοιπες αρμοδιότητες του. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, βασικά χαρακτηριστικά του σχεδίου για την αυτόνομη πτήση είναι η απάλειψη των προκαθορισμένων αεροδιαδρόμων και των σταθμών εδάφους, τα οποία καθιστούν πλέον την ΔΕΚ ένα αποκεντρωμένο σύστημα ελέγχου. Τα βασικά οφέλη από αυτή την προσέγγιση είναι ότι πλέον κάθε αεροσκάφος μπορεί να καθορίζει την τροχιά του, επιλέγοντας την συντομότερη και οικονομικότερη, ενώ σε περίπτωση μιας μεμονωμένης αστοχίας, πχ. στο σύστημα πλοήγησης ενός αεροσκάφους, τα υπόλοιπα αεροσκάφη δεν επηρεάζονται. Επιπλέον, ως αποκεντρωμένο, ένα τέτοιο σύστημα ελέγχου μπορεί να ανταποκριθεί καλύτερα σε μεγάλο αριθμό αεροσκαφών, καθώς ο υπολογιστικός φόρτος είναι κατανεμημένος και δε συσσωρεύεται σε ένα σημείο όπως γίνεται στους σταθμούς εδάφους με το ισχύον σύστημα.

Η ελεύθερη πτήση έχει διερευνηθεί ως δυνατότητα για τον εναέριο χώρο της Μεσογείου στο ερευνητικό πρόγραμμα Mediterranean Free Flight (MFF) [10] με ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Στο πρόγραμμα αυτό αναπτύχθηκε ένα Εναέριο Σύστημα Διασφάλισης Διαχωρισμού μεταξύ αεροσκαφών το οποίο υποβοηθά τους πιλότους στην επιλογή των κατάλληλων ελιγμών για την αποφυγή συγκρούσεων. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε βασίζεται σε ένα τροποποιημένο ηλεκτρικό δυναμικό σε συνδυασμό με ένα απλό σύστημα προτεραιοτήτων [11]. Το τελικό σύστημα αξιολογήθηκε μέσω προσομοιώσεων για τις χαμηλές σχετικές πυκνότητες κυκλοφορίας του εναέριου χώρου της Μεσογείου, με θετικά αποτελέσματα.

Συνεχίζοντας την έρευνα γύρω από την Ελεύθερη Πτήση, το ερευνητικό πρόγραμμα iFLY [7] μελετά τη δυνατότητα εφαρμογής σε περιοχές του εναέριου χώρου με αυξημένη πυκνότητα κυκλοφορίας. Βασικό μέρος της εργασίας αυτής αποτελεί η έρευνα γύρω από την αυτόνομη πλοήγηση αεροσκαφών σε μελλοντικά συστήματα ΔΕΚ και ειδικά σε περιοχές υψηλής κίνησης όπου το υπάρχον σύστημα πλησιάζει ή και φτάνει τα όρια του. Η αποφυγή συγκρούσεων αποτελεί πρωταρχικό αντικείμενο έρευνας του προγράμματος iFLY για την εξασφάλιση και βελτίωση της ασφάλειας των πτήσεων και οργανώνεται σε 3 επάλληλα επίπεδα:

- Μακροπρόθεσμη διαχείριση ροών κυκλοφορίας, με χρονικά ορίζοντα ωρών.
- Μεσοπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων, με ορίζοντα δεκάδων λεπτών
- Βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων που αντιμετωπίζει συγκρούσεις

στα επόμενα λίγα (5-10) λεπτά.

Σύμφωνα με το σχεδιασμό των διαδικασιών αποφυγής συγκρούσεων που έχει γίνει στα πλαίσια του προγράμματος iFLY, η μακροπρόθεσμη διαχείριση ροών γίνεται κεντρικά από τους σταθμούς εδάφους, οι οποίοι παράγουν τις τροχιές αναφοράς κάθε πτήσης πριν αυτή ξεκινήσει. Στη συνέχεια, η μεσοπρόθεσμη και βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων τροποποιούν δυναμικά την τροχιά αναφοράς κατά τη διάρκεια της πτήσης ώστε να αποφευχθούν συγκρούσεις που δεν έγινε δυνατό να προβλεφθούν κατά τη δημιουργία της. Τα 2 αυτά επίπεδα λειτουργούν αποκεντρωμένα και ανεξάρτητα μεταξύ τους, εστιάζοντας το καθένα σε διαφορετικά κριτήρια. Στο μεσοπρόθεσμο επίπεδο, όπως άλλωστε και στο μακροπρόθεσμο, η σχετική άνεση χρόνου επιτρέπει τη χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης κριτηρίων όπως η συμφόρηση κάθε περιοχής, η κατανάλωση καυσίμου, η διάρκεια της πτήσης και η άνεση των επιβατών. Αντίθετα, η βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων αποτελεί το τελευταίο μέτρο για τη διασφάλιση ασφαλούς απόστασης μεταξύ των αεροσκαφών και ως εκ τούτου χρειάζεται να έχει εγγυημένη αποτελεσματικότητα καθώς και γρήγορη απόκριση ώστε να εφαρμοσθεί σε πραγματικό χρόνο.

Η χρήση αποκεντρωμένων μεθοδολογιών εξετάζεται στο πρόγραμμα iFLY ως ένα σημαντικό χαρακτηριστικό για τα μελλοντικά συστήματα διαχείρισης εναέριας κυκλοφορίας. Γενικά, ένα κεντρικό σύστημα μπορεί συνήθως να επιτύχει μια λύση που να πλησιάζει στην καθολικά βέλτιστη, με μεγάλο όμως υπολογιστικό κόστος και ανάγκη επικοινωνίας. Σε αντίθεση με αυτό, τα αποκεντρωμένα συστήματα συνήθως απαιτούν λιγότερους υπολογιστικούς πόρους και επικοινωνία μεταξύ των εμπλεκόμενων μερών, ενώ επιπλέον είναι πιο ανθεκτικά σε μεμονωμένες βλάβες. Ως εκ τούτου, για τη βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων προτιμώνται αποκεντρωμένες μέθοδοι ώστε να διασφαλιστεί όσο το δυνατόν περισσότερο η ασφάλεια των πτήσεων. Η εστίαση σε αποκεντρωμένες μεθοδολογίες αποτέλεσε βασικό παράγοντα επιλογής της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης σε αυτή την εργασία, όπως αναλύεται στην παράγραφο 1.4

1.3 Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Η μέχρι τώρα έρευνα γύρω από το πρόβλημα της αποφυγής συγκρούσεων έχει προσφέρει σημαντικό πλήθος μεθόδων και προσεγγίσεων, αρκετές από τις οποίες μπορούν να βρεθούν στα βιβλία [12, 13, 14]. Επιπλέον, μια χρήσιμη επισκόπηση σε αυτή την επιστημονική περιοχή υπάρχει στο [15], αν και από την δημοσίευση αυτής της μελέτης έχει επιτευχθεί σημαντική πρόοδος. Στα πλαίσια αυτής της διατριβής έγινε εκτεταμένη βιβλιογραφική επισκόπηση σχετικά με αλγορίθμους και μεθόδους αποφυγής συγκρούσεων, τόσο στην επιστημονική περιοχή του

αυτομάτου ελέγχου, όσο και στα εφαρμοσμένα πεδία της ρομποτικής και της Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας, η οποία παρουσιάζεται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 1 της πλήρους Αγγλικής έκδοσης [8].

Γενικά, μια σημαντική κατηγορία των προσεγγίσεων στο πρόβλημα της αποφυγής συγκρούσεων από τη σκοπιά του ελέγχου συστημάτων κινούμενων παραγόντων χρησιμοποιεί τεχνικές βελτιστοποίησης, όπου ο ελάχιστη απαιτούμενη απόσταση εισάγεται ως ένας ανισοτικός περιορισμός. Ορισμένες από αυτές τις εργασίες χρησιμοποιούν μη-συνεργατικό σχήμα ελέγχου, βλ. [16, 17, 18], όπου ο κάθε παράγοντας σχεδιάζει την πορεία του έτσι ώστε να είναι ασφαλής από συγκρούσεις για κάθε δυνατή πορεία των υπολοίπων, συμπεριλαμβανομένης άρα και της δυσμενέστερης για αυτόν (*worst case approach*). Άλλες λιγότερο συντηρητικές προσεγγίσεις [19, 20, 21, 22, 23] βασίζονται σε κάποιο βαθμό συνεργασίας μεταξύ των παραγόντων. Γενικά, οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν κάποια μορφή βελτιστοποίησης επιτρέπουν μεν την εύκολη εισαγωγή περιορισμών και προδιαγραφών επίδοσης, αλλά παρουσιάζουν σημαντικές πρακτικές δυσκολίες στην εφαρμογή του σε πραγματικό χρόνο. Η αποφυγή συγκρούσεων εκφράζεται μαθηματικά ως μη-κυρτός περιορισμός, καθιστώντας την αναλυτική λύση πολύ δύσκολη, αν όχι αδύνατη. Επομένως τα προβλήματα βελτιστοποίησης που προκύπτουν πρέπει να λυθούν αριθμητικά, απαιτώντας μεγάλη υπολογιστική ισχύ καθώς ο αριθμός των εμπλεκόμενων παραγόντων αυξάνεται. Επιπλέον, το αποτέλεσμα των μεθόδων αυτών δεν είναι εν γένει εξασφαλισμένο, αφού ανάλογα και με τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης, ενδέχεται να μην είναι δυνατή η εύρεση αποδεκτής λύσης.

Μια διαφορετική προσέγγιση στο ίδιο θέμα κωδικοποιείται ως ένα σύνολο λογικών κανόνων για την επιλογή μεταξύ ευθειών και καμπύλων, [24], καταλήγοντας σε ένα υβριδικό σύστημα πλοήγησης με εγγυημένη αποφυγή συγκρούσεων αλλά όχι προσέγγιση του στόχου κάθε παράγοντα.

Μια ευρεία κατηγορία μεθόδων πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων χρησιμοποιεί τεχνητά δυναμικά πεδία [25], ως ιδεατά ανάλογα των φυσικών πεδίων, πχ. των ηλεκτρικών. Στην κατασκευή ενός τέτοιου ιδεατού πεδίου Φ ενσωματώνεται η απωστική επιρροή των πιθανών εμποδίων, καθώς και η ελκτική επιρροή του τελικού στόχου. Ως εκ τούτου, η επιθυμητή τροχιά προκύπτει ακολουθώντας την αρνητική κλίση $-\nabla\Phi$ του πεδίου κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής, μακριά από συγκρούσεις και τελικά ως το στόχο κάθε παράγοντα, που είναι ένα ελάχιστο σημείο του πεδίου. Η απλή στη βάση της σύλληψης αυτής της οικογένειας μεθόδων ανάγει το πρόβλημα πλοήγησης στην κατασκευή του κατάλληλου δυναμικού πεδίου. Σημαντική αδυναμία των περισσότερων τέτοιων μεθόδων είναι η δυνατότητα εμφάνισης τοπικών ελαχίστων σημείων στο δυναμικό πεδίο, διαφορετικών από τον τελικό στόχο κάθε παράγοντα. Στην περίπτωση αυτό η σύγκλιση του αλγορίθμου σταματά και οι παράγοντες εγκλωβίζονται στα τοπικά

ελάχιστα.

Αν και αρχικά οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν τεχνητά δυναμικά πεδία εφαρμόστηκαν εκτενώς στον τομέα της ρομποτικής, όπως για παράδειγμα στις εργασίες [26, 27], έχουν βρει μετέπειτα εφαρμογή και στην έρευνα γύρω από την Διαχείριση Εναέριας Κυκλοφορίας, όπως για παράδειγμα στην εργασία [28]. Μια επισκόπηση της χρήσης δυναμικών πεδίων στην πλοήγηση αεροσκαφών έχει παρουσιαστεί στην εργασία [29].

Μια καίρια εξέλιξη στον τομέα των τεχνητών δυναμικών πεδίων αποτέλεσε η εισαγωγή των Συναρτήσεων Πλοήγησης (ΣΠ) - Navigation Functions (NFs), [30]. Τα δυναμικά πεδία αυτής της κατηγορίας επιτυγχάνουν μέσω της κατάλληλης κατασκευής τους να έχουν μόνο ένα καθολικό ελάχιστο σημείο, επιτρέποντας έτσι την εγγυημένη σύγκλιση κάθε παράγοντα στο στόχο του χωρίς συγκρούσεις. Τα σημαντικά θεωρητικά πλεονεκτήματα αυτής της μεθοδολογίας την καθιστούν ιδιαίτερος κατάλληλη για την πλοήγηση αεροσκαφών όπου η ασφάλεια είναι κεφαλαιώδους σημασίας. Αναλυτικότερη αναφορά στην υπάρχουσα έρευνα γύρω από τις Συναρτήσεις Πλοήγησης γίνεται στην επόμενη παράγραφο.

Μια σημαντική μερίδα των προσεγγίσεων στο πρόβλημα της αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών προέρχεται από εφαρμοσμένη έρευνα που γίνεται στον τομέα της Διαχείρισης Εναέριας Κυκλοφορίας και την αντίστοιχη βιομηχανία. Μια τέτοια λύση που χρησιμοποιεί τεχνητά δυναμικά πεδία με πολλά ευριστικά στοιχεία παρουσιάζεται στο [11]. Η μέθοδος αυτή επιλέχθηκε από το ερευνητικό πρόγραμμα Mediterranean Free Flight (MFF) ως η πιο κατάλληλη για το σχετικά αραιό εναέριο χώρο της Μεσογείου και έδωσε ενθαρρυντικά αποτελέσματα σε προσομοιώσεις. Παρ' όλα αυτά, τα έντονα ευριστικά στοιχεία της μεθόδου καθιστούν πολύ δύσκολη, αν όχι αδύνατη, τη θεωρητική ανάλυση της αποτελεσματικότητας της.

Μια κατηγορία λύσεων που έχει αναπτυχθεί ειδικά για εφαρμογές ΔΕΚ χρησιμοποιεί την έννοια του κώνου σύγκρουσης ο οποίος περιέχει όλα τα διανύσματα σχετικών ταχυτήτων μεταξύ δύο αεροσκαφών που τα οδηγούν σε μεταξύ τους απόσταση μικρότερη από το ελάχιστο όριο. Μια τέτοια προσέγγιση παρουσιάζεται στο [31], όπου επιλέγεται μία είσοδος ελέγχου (στροφή, αλλαγή ύψους ή αλλαγή ταχύτητας) για την αποφυγή κάθε σύγκρουσης, χωρίς όμως εγγύηση για την αποτελεσματικότητα. Παρεμφερής είναι και η προσέγγιση που παρουσιάζεται στο [32], όπου λαμβάνονται υπ' όψιν και όρια στις εισόδους ελέγχου. Η αποφυγή συγκρούσεων στο μέλλον μπορεί να διασφαλιστεί μόνο εφ' όσον οι αρχικές συνθήκες δεν δημιουργούν συγκρούσεις. Αντίστοιχα γεωμετρικά κριτήρια χρησιμοποιούνται και στις εργασίες [33, 34, 35], με στόχο να επιλεγεί αλλαγή πορείας τέτοια ώστε τα αεροσκάφη να προσεγγίσουν ακριβώς στο ελάχιστο όριο απόστασης.

Τέλος, στον αλγόριθμο που παρουσιάζεται στο [36] χρησιμοποιείται μια κατάταξη προτεραιότητας με βάση την οποία τα αεροσκάφη προγραμματίζουν τις τροχιές τους. Βασική συμβολή της εργασίας αυτής αποτελεί η δημιουργία μιας καθολικής σειράς προτεραιότητας με αποκεντρωμένο τρόπο, η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και αλλού, όπως για παράδειγμα στην επίσης γεωμετρική μέθοδο που παρουσιάζεται στο [37].

1.4 Μεθοδολογία

Με βάση τα στοιχεία που παρατέθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, το αντικείμενο αυτής της εργασίας μπορεί να προσδιορισθεί ως η ανάπτυξη μιας αποκεντρωμένης μεθοδολογίας αποφυγής συγκρούσεων μεταξύ αεροσκαφών, με κύριο στόχο την εφαρμογή ως βραχυπρόθεσμο σύστημα αποφυγής συγκρούσεων, όπως αυτό ορίζεται στο Σχέδιο Διαδικασιών - Concept of Operations (ConOps) του ερευνητικού προγράμματος iFLY [38]. Όπως εξηγήθηκε στην παράγραφο 1.2, η βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων είναι κρίσιμη για την ασφάλεια πτήσεων και απαιτεί γρήγορη απόκριση. Ως εκ τούτου, κατάλληλες μεθοδολογίες για την ανάπτυξη ενός τέτοιου συστήματος είναι αυτές που προσφέρουν εγγυημένη αποτελεσματικότητα και βασίζονται σε ένα σχήμα ελέγχου κλειστού βρόχου. Με βάση αυτά τα κριτήρια, σε αυτή την εργασία έχει επιλεγεί η μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης ως αφετηρία για την ανάπτυξη του ζητούμενου συστήματος αποφυγής συγκρούσεων με εγγυημένη απόδοση, κατάλληλο για χρήση στη ΔΕΚ.

Η επιλεγμένη μεθοδολογία ανήκει στη γενική κατηγορία των τεχνητών δυναμικών πεδίων [25], χρησιμοποιεί δηλαδή την βασική αρχή λειτουργίας των φυσικών δυναμικών πεδίων, πχ. ηλεκτρικών, ώστε να δημιουργήσει ένα δυναμικό Φ που ενσωματώνει την ελκτική επίδραση του στόχου και την απωστική επίδραση των εμποδίων. Τελικά, το πεδίο λαμβάνει υψηλές τιμές κοντά στα εμπόδια και χαμηλές κοντά στο στόχο, έτσι ώστε ακολουθώντας την αρνητική κλίση του πεδίου, $-\nabla\Phi$, να μπορεί κανείς να οδηγήσει έναν κινούμενο παράγοντα κατά μήκος μιας γραμμής ροής του πεδίου στο στόχο χωρίς συγκρούσεις. Η απλή αυτή αρχή βασίζεται στο ότι ο στόχος είναι ένα ελάχιστο του πεδίου, μπορεί όμως να αποτύχει αν στο διαθέσιμο χώρο δημιουργηθούν και άλλα τοπικά ελάχιστα. Αυτή η πιθανότητα είναι μια κοινή αδυναμία των περισσότερων μεθόδων τεχνητών δυναμικών πεδίων και μπορεί να οδηγήσει τον παράγοντα σε μη επιθυμητές θέσεις μακριά από το στόχο, αποτρέποντας τη σύγκλιση.

Δεδομένου ενός διαθέσιμου χώρου εργασίας \mathcal{F} , από τον οποίο έχουν ήδη αφαιρεθεί οι περιοχές που καταλαμβάνονται από εμπόδια, και ενός στόχου \mathbf{q}_a στο εσωτερικό του \mathcal{F} , μια συνάρτηση $\phi : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ αποτελεί Συνάρτηση Πλοήγησης όταν ικανοποιεί τις εξής συνθήκες:

1. Είναι λεία, ή τουλάχιστον 2 φορές συνεχώς παραγωγίσιμη - C^2 στο χώρο F ,
2. Έχει ακριβώς ένα ελάχιστο στο στόχο $\mathbf{q}_d \in \overset{\circ}{F}$, όπου $\overset{\circ}{F}$ είναι το εσωτερικό του χώρου F ,
3. Είναι συνάρτηση *Morse*, δηλαδή η εσσιανή $\nabla^2\Phi$ της διατηρεί πλήρη βαθμό σε όλα τα κρίσιμα σημεία, δηλ όπου ισχύει $\nabla\Phi = 0$,
4. Έχει ομοιόμορφα μέγιστη τιμή στο όριο του ελεύθερου χώρου \mathcal{F} , $\partial\mathcal{F}$, δηλαδή $\lim_{q \rightarrow \partial\mathcal{F}} \phi(q) = 1$

Οι παραπάνω ιδιότητες επιτρέπουν στις Συναρτήσεις Πλοήγησης να υπερέχουν άλλων μεθόδων που χρησιμοποιούν τεχνητά δυναμικά, καθώς έχουν εγγυημένα ακριβώς ένα, καθολικό, ελάχιστο. Αυτό σημαίνει πως μπορούν να επιτύχουν πλοήγηση μέχρι το στόχο χωρίς συγκρούσεις απο σχεδόν όλα τα σημεία του χώρου εργασίας, με εξαίρεση αρχικές συνθήκες που ανήκουν σε ορισμένα σύνολα μηδενικού μέτρου. Απολύτως καθολική πλοήγηση απο κάθε σημείο του χώρου \mathcal{F} δεν είναι δυνατή, όπως έχει αποδειχθεί στο [39], καθώς κάθε εμπόδιο στο χώρο δημιουργεί ένα σημείο σέλας. Πάντως, επειδή όπως αναφέρθηκε τα συνολα που μπορούν να οδηγήσουν στα επίμαχα σημεία σέλας είναι μηδενικού μέτρου, η πιθανότητα να συμβεί αυτό στην πρακτική εφαρμογή είναι πολύ μικρή ενώ μικρές αριθμητικές αποκλίσεις διακυμάνσεις μπορούν να ελευθερώσουν τον παράγοντα.

Αφετηρία για την εφαρμογή των Συναρτήσεων Πλοήγησης ήταν οι σφαιρικοί κόσμοι, δηλαδή συνδυασμός σφαιρικού χώρου εργασίας με σφαιρικά εμπόδια. Εξ' άλλου, μια πολύ σημαντική ιδιότητα των Συναρτήσεων Πλοήγησης αποτελεί η διατήρηση των ιδιοτήτων τους μέσω διφαιομορφισμών. Αυτό επιτρέπει τη χρήση της μεθόδου σε χώρους που μπορούν να μετασχηματιστούν μέσω διφαιομορφισμών σε σφαιρικούς, όπου η δημιουργία Συναρτήσεων Πλοήγησης έχει μελετηθεί αρκετά [39, 30, 40].

Αρχικά οι Συναρτήσεις Πλοήγησης προτάθηκαν για την πλοήγηση ενός ρομπότ, αλλά στη συνέχεια η εφαρμογή τους επεκτάθηκε και σε προβλήματα με πολλαπλά ρομπότ, τόσο με σχήματα κεντρικού ελέγχου, [41, 42, 43], όσο και αποκεντρωμένου [4, 5, 44]. Ο βαθμός αποκέντρωσης κάθε προσέγγισης εξαρτάται απο το εύρος των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες σε κάθε παράγοντα. Στην πιο απλή μορφή αποκέντρωσης κάθε παράγοντας έχει πλήρη πρόσβαση σε όλες τις πληροφορίες άλλων παραγόντων (θέση-κατάσταση, στόχος) αλλά υπολογίζει μόνο τη δική του απόκριση. Μια πιο αποκεντρωμένη μορφή έχει χρησιμοποιηθεί στην εργασία [4] όπου κάθε παράγοντας γνωρίζει μόνο το δικό του στόχο, αλλά έχει απεριόριστη πρόσβαση στην κατάσταση άλλων παραγόντων. Τέλος, σε ακόμα πιο αποκεντρωμένες προσεγγίσεις όπως οι [5, 44] κάθε

πράκτορας μπορεί να γνωρίζει την κατάσταση μόνο των γειτονικών του παραγόντων και όχι όσων είναι μακρύτερα από μια πεπερασμένη απόσταση.

Οι βασικοί λόγοι επιλογής της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης για την ανάπτυξη ενός βραχυπρόθεσμου συστήματος αποφυγής συγκρούσεων στον ΕΕΚ είναι οι εγγυήσεις που μπορεί να προσφέρει τόσο για την αποφυγή συγκρούσεων, όσο και για τη σύγκλιση στο στόχο. Επιπλέον, επειδή χρησιμοποιεί ένα σχήμα ελέγχου μέσω ανάδρασης σε πραγματικό χρόνο, προσφέρει γρήγορη και χωρίς μεγάλες υπολογιστικές απαιτήσεις απόκριση που μπορεί να αντισταθμίσει σφάλματα μέτρησης και μοντελοποίησης. Αν και αρχικά εφαρμόστηκαν σε ολόνομα μοντέλα οχημάτων, πλέον έχουν βρει εφαρμογή και σε μη-ολόνομα μοντέλα που προσομοιάζουν το κλασσικό μονόκυκλο. Για να αποφευχθεί σε αυτήν την περίπτωση η επί τόπου περιστροφή έχουν αναπτυχθεί οι Διπολικές Συναρτήσεις Πλοήγησης [40] που χρησιμοποιούν ένα επιπλέον τεχνητό εμπόδιο H_{nhi} ώστε να ευθυγραμμίσουν τις γραμμές ροής με τον επιθυμητό προσανατολισμό στο στόχο, ώστε κάθε πράκτορας να προσεγγίζει το στόχο του με το σωστό προσανατολισμό. Οι συναρτήσεις αυτές έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\Phi_i = \frac{\gamma_{di} + f_i}{((\gamma_{di} + f_i)^k + H_{nhi} \cdot G_i \cdot \beta_{0i})^{1/k}}, \quad (1.1)$$

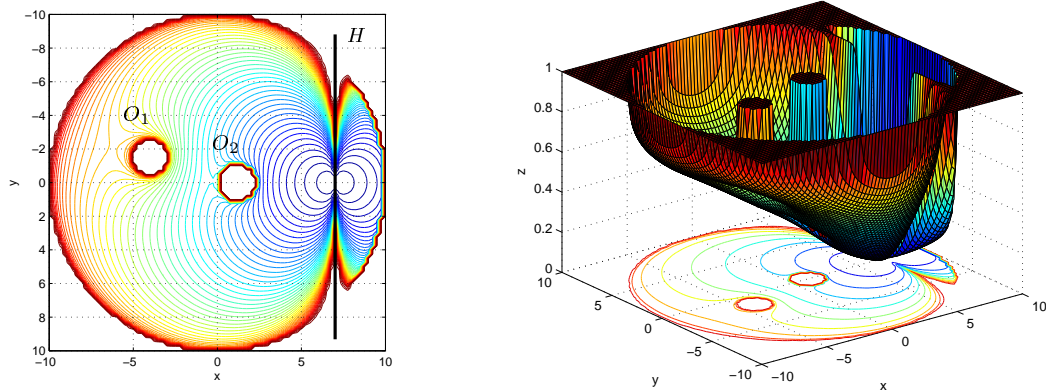
Αναλυτική παρουσίαση της κατασκευής τους μπορεί να βρεθεί στο [4]. Η συνάρτηση $G_i = G_i(\mathbf{Q})$, όπου $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1^T \dots \mathbf{q}_N^T]^T$, είναι ένα μέτρο της εγγύτητας σε συγκρούσεις για το αεροσκάφος i : η G_i είναι 0 όταν το αεροσκάφος i εμπλέκεται σε σύγκρουση, ενώ παίρνει θετικές τιμές μακριά από συγκρούσεις. Η συνάρτηση στόχου γ_{di} έλκει τις γραμμές ροής προς το στόχο \mathbf{q}_{id} , ενώ ο όρος $f_i = f_i(G_i)$ εισάγει ένα βαθμό συνεργατικότητας ώστε σε περιπτώσεις συμφόρησης το δυναμικό Φ_i παραμένει μη μηδενικό ακόμα και για πράκτορες που έχουν φτάσει στο στόχο τους, ώστε να απομακρυνούν προσωρινά από αυτόν, διευκολύνοντας τη σύγκλιση και των γειτόνων τους. Ο κυκλικός διαθέσιμος χώρος κίνησης μοντελοποιείται από τη συνάρτηση εμποδίου β_{0i} , ενώ το τεχνητό εμπόδιο H_{nhi} προσδίδει το διπολικό χαρακτήρα στο δυναμικό, ευθυγραμμίζοντας τις γραμμές ροής στο στόχο με τον επιθυμητό προσανατολισμό θ_{id} . Το εμπόδιο αυτό λαμβάνεται ως το επίπεδο εκείνο του οποίου το κάθετο διάνυσμα είναι παράλληλο με τον επιθυμητό προσανατολισμό και το οποίο περιέχει το τελικό σημείο προορισμού.

$$H_{nhi} = \epsilon_{nh} + n_{nhi} \quad (1.2)$$

$$n_{nhi} = ([\cos \theta_{id} \quad \sin \theta_{id}] \cdot (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}))^2 \quad (1.3)$$

όπου ϵ_{nh} και k είναι θετικές παράμετροι.

Το παραπάνω δυναμικό είναι εκ κατασκευής αποκεντρωμένο για κάθε παράγοντα i αφού για τον προσδιορισμό της τιμής του απαιτείται μόνο γνώση του



Σχήμα 1.1: Δυναμικό μιας Συνάρτησης Πλοήγησης σε ένα διδιάστατο χώρο εργασίας με 2 εμπόδια, O_1 , O_2 . Ο στόχος έχει τεθεί ως $[x_d \ y_d] = [7 \ 0]$, με επιθυμητό προσανατολισμό $\phi_d = 0$ και το αντίστοιχο μη-ολόνομο εμπόδιο H είναι η ευθεία $x = 7$.

προορισμού του παράγοντα i και της θέσης των άλλων παραγόντων αλλά όχι των προορισμών τους. Στην πλοήγηση αεροσκαφών αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω των των υπάρχοντων συστημάτων προσδιορισμού θέσης και επιτήρησης του εναέριου χώρου αλλά και επιπλέον μέσω πιο ανεπτυγμένων συστημάτων πληροφόρησης που αναπτύσσονται για το μέλλον όπως το System Wide Information Management (SWIM). Εξ'άλλου, είναι αναμενόμενο ότι σε ένα μελλοντικό αποκεντρωμένο σύστημα ΔΕΚ κάθε αεροσκάφος θα μπορεί να συγκεντρώσει και να αξιοποιήσει ένα αυξημένο σύνολο πληροφοριών, βασιζόμενο και στις τεχνολογικές εξελίξεις στους τομείς των συστημάτων επικοινωνίας και ελέγχου.

Το παραπάνω δυναμικό είναι εκ κατασκευής 0 στον προορισμό και 1 στο σύνορο συγκρούσεων και παρέχει σχεδόν καθολική σύγκλιση των παραγόντων στους προορισμούς τους με εγγυημένη αποφυγή συγκρούσεων όπως έχει δειχθεί στο [45]. Η μορφή του δυναμικού μιας Διπολικής Συνάρτησης Πλοήγησης στην περίπτωση ενός διδιάστατου χώρου εργασίας με 2 εμπόδια φαίνεται στο Σχήμα 1.1. Ο στόχος έχει τεθεί ως $[x_d \ y_d] = [7 \ 0]$, με επιθυμητό προσανατολισμό $\phi_d = 0$ και το αντίστοιχο μη-ολόνομο εμπόδιο H είναι η ευθεία $x = 7$.

Το τεχνητό δυναμικό πεδίο όπως παρουσιάστηκε παραπάνω αποτελεί τη μία βασική συνιστώσα ενός αλγορίθμου βασισμένου σε Συναρτήσεις Πλοήγησης, ενώ η άλλη είναι ένα σύνολο νόμων ελέγχου που αξιοποιεί την πληροφορία που είναι ενσωματωμένη στο δυναμικό πεδίο και παράγει τις εξόδους ελέγχου που οδηγούν τον κάθε παράγοντα. Η παρούσα εργασία συνεισφέρει και στα δύο παραπάνω μέρη ώστε η σύνθεσή τους να αποτελέσει μια ολοκληρωμένη πρόταση για την πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων μεταξύ αεροσκαφών. Συγκεκριμένα,

η συνεισφορά στον τομέα της κατασκευής του δυναμικού πεδίου παρουσιάζεται συνοπτικά στο Κεφάλαιο 2, ενώ για τον νόμο ελέγχου οι προτεινόμενες λύσεις συνοψίζονται στο Κεφάλαιο 3. Εξ'άλλου, τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται εδώ μπορούν να αξιοποιηθούν και σε άλλους τομείς εφαρμογής.

1.4.1 Μοντελοποίηση Αεροσκάφους

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας όσον αφορά στη μοντελοποίηση κάθε αεροσκάφους, έχει χρησιμοποιηθεί ως βάση το κινηματικό μονόκυκλο. Συγκεκριμένα, για τις περιπτώσεις όπου η πλοήγηση των αεροσκαφών περιορίζεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο σταθερού υψομέτρου χρησιμοποιείται αυτούσιο το καθιερωμένο μοντέλο του μονόκυκλου, όπου το διάνυσμα θέσης είναι $\mathbf{n}_i = [x_i \ y_i]^T$ και ο προσανατολισμός ως προς τον άξονα x είναι ϕ_i :

$$\dot{\mathbf{n}}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix} \cdot u_i = \mathbf{J}_i \cdot u_i \quad (1.4)$$

$$\dot{\phi}_i = \omega_i$$

όπου $\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix}$

Στο παραπάνω μοντέλο η γραμμική και γωνιακή ταχύτητα, u_i και ω_i αντίστοιχα, αποτελούν τις εισόδους του κινηματικού συστήματος μέσω των οποίων επιδρά ο αλγόριθμος πλοήγησης.

Αντίστοιχα, για την πλοήγηση σε 3-διάστατο χώρο χρησιμοποιείται και πάλι το κινηματικό μονόκυκλο, επαυξημένο με την γραμμική ταχύτητα w_i κατά τον κατακόρυφο άξονα z που χρησιμοποιείται για τη ρύθμιση του ύψους.

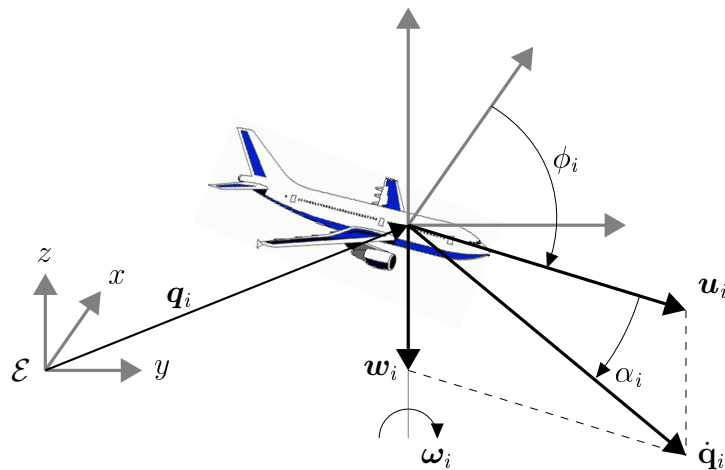
$$\dot{\mathbf{n}}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i \cdot u_i \quad (1.5)$$

$$\dot{z}_i = w_i$$

$$\dot{\phi}_i = \omega_i$$

Το διάνυσμα κατάστασης του συστήματος σε αυτήν την περίπτωση αποτελείται από την 3-διάστατη θέση $\mathbf{q}_i = [\mathbf{n}_i^T \ z_i]^T = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ και τον προσανατολισμό ϕ_i , βλέπε και Σχήμα 1.2. Οι εισόδοι του συστήματος εδώ είναι οι γραμμικές ταχύτητες u_i , w_i και η γωνιακή ω_i .

Το σύνολο των μεταβλητών εισόδου που εμπλέκονται στα παραπάνω μοντέλα είναι απλό ενώ περιγράφει φυσικά την κίνηση του αεροσκάφους και σχετίζεται άμεσα με τις πληροφορίες που χρησιμοποιούν ήδη οι ελεγκτές εναέριας κυκλοφορίας και οι πιλότοι για την μεταξύ τους επικοινωνία και την πλοήγηση. Ειδικά στην 3-διάστατη πλοήγηση χρησιμοποιείται στη συνέχεια και η κλίση



Σχήμα 1.2: Συντεταγμένες $\mathbf{q}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, ϕ_i και είσοδοι u_i , w_i , ω_i του συστήματος. Η γωνία κλίσης α_i και η κατακόρυφη ταχύτητα w_i εμφανίζονται εδώ αρνητικές λόγω καθόδου.

α_i της τροχιάς που αντιστοιχεί στη γωνία μεταξύ της συνισταμένης ταχύτητας $\dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{x}_i \ \dot{y}_i \ \dot{z}_i]^T$ και του οριζοντίου επιπέδου, με τις θετικές τιμές να αντιστοιχούν σε άνοδο:

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{w_i}{|u_i|} \right) \quad (1.6)$$

Κεφάλαιο 2

Αποκεντρωμένες Συναρτήσεις Πλοήγησης στον Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας (ΕΕΚ)

2.1 Εισαγωγή

Το αποτέλεσμα της παρούσας εργασίας είναι μια συνολική στρατηγική για την αποφυγή συγκρούσεων και τον προγραμματισμό πορείας αεροσκαφών με ιδιαίτερο στόχο την εφαρμογή στο επίπεδο βραχυπρόθεσμης αποφυγής συγκρούσεων. Η τεχνική λύση που προτείνεται έχει βασιστεί στη γενικότερη μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης για συστήματα ανεξάρτητων παραγόντων που μοντελοποιούν τα αεροσκάφη. Η συνεισφορά αυτής της εργασίας εντοπίζεται κυρίως σε 2 βασικούς τομείς:

- Την πρακτική κατασκευή του απαραίτητου αποκεντρωμένου δυναμικού πεδίου κάθε παράγοντα - αεροσκάφους, βάσει της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης, έστω ώστε αυτό να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:
 - Περιορισμένη περιοχή γνώσης του περιβάλλοντος, συμβατή με τεχνικούς και άλλους περιορισμούς σε πραγματικά προβλήματα, όπως η πεπερασμένη εμβέλεια οργάνων των αεροσκαφών
 - Επιλεκτική διαλογή των άλλων παραγόντων και εμποδίων που λαμβάνονται υπόψιν ανάλογα με τη σχετική θέση προς τον ίδιο παράγοντα, εισάγοντας έτσι έμμεσους κανόνες προτεραιότητας.
 - Δυνατότητα ενσωμάτωσης διακριτών κλάσεων άμεσης προτεραιότητας μεταξύ των παραγόντων, επιτρέποντας έτσι και την αποφυγή μη-ελεγχόμενων εμποδίων.

- Την αξιοποίηση του παραπάνω αποκεντρωμένου δυναμικού πεδίου σε μια στρατηγική πλοήγησης που επιτυγχάνει:
 - Εγγυημένη αποφυγή όλων των συγκρούσεων καθώς και σύγκλιση στο σημείο προορισμού κάθε παράγοντα.
 - Πλοήγησή στον 3-διάστατο χώρο, με δυνατότητα ανεξάρτητης ρύθμισης της συμπεριφοράς κατά την αλλαγή κατεύθυνσης, ταχύτητας και ύψους ανάλογα με τους ισχύοντες κανονισμούς και τις προτιμήσεις του πληρώματος ή των Ελεγκτών Εναέριας Κυκλοφορίας.
 - Ικανοποίηση των πρακτικών περιορισμών του αεροσκάφους σχετικά με τις γωνίες ανόδου και καθόδου, καθώς την ελάχιστη δυνατή ταχύτητα.
 - Περιορισμό των περιττών ελιγμών και αποκλίσεων της ταχύτητας απο μια ορισμένη τιμή αναφοράς, προς όφελος της άνεσης και της οικονομίας καυσίμου.

Το πλήρες σχήμα ελέγχου είναι πλήρως αποκεντρωμένο, καθώς κάθε αεροσκάφος χρειάζεται για την ασφαλή και αποτελεσματική πλοήγηση του μόνο δεδομένα για τη θέση και την πορεία των γειτονικών του αεροσκαφών, τα οποία είναι ήδη σε σημαντικό βαθμό διαθέσιμα με τα σημερινά συστήματα επικοινωνίας και παρακολούθησης. Επιπλέον, η ανάπτυξη και εφαρμογή νέων συστημάτων ενιαίας διαχείρισης πληροφοριών, όπως το System Wide Information Management (SWIM), θα επιτρέψει την πιο εύκολη και αποτελεσματική ανταλλαγή των απαραίτητων δεδομένων. Κάθε αεροσκάφος χρειάζεται να γνωρίζει μονό το δικό του σημείο προορισμού ώστε να επιτύχει τη σύγκλιση του σε αυτόν.

Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου γίνεται μια ανασκόπηση των τεχνικών αποτελεσμάτων της εργασίας στον τομέα της κατασκευής του δυναμικού πεδίου, ενώ η προτεινόμενη στρατηγική πλοήγησης παρουσιάζεται στο επόμενο κεφάλαιο. Οι πλήρεις παρουσιάσεις καθώς και οι αντίστοιχες αποδείξεις μπορούν να βρεθούν στα κεφάλαια 3, 4 και 5 του πλήρους κειμένου στην Αγγλική γλώσσα.

2.2 Αποκεντρωμένα Δυναμικά Πεδία

Τα αποκεντρωμένα δυναμικά πεδία που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την εργασία για την βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών κατασκευάζονται με βάση την μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης, επεξεργασμένη έτσι ώστε να ανταποκρίνεται στις συγκεκριμένες ανάγκες της εφαρμογής. Η βασική δομή του πεδίου που χρησιμοποιείται στη συνέχεια της εργασίας είναι η καθιερωμένη, μη διπολική μορφή των Συναρτήσεων Πλοήγησης που διαφέρει απο τη

διπολική μορφή που παρουσιάστηκε στην εξίσωση (1.1) μόνο στην μη περίληψη του διπολικού εμποδίου H_{nhi} :

$$\Phi_i = \frac{\gamma_{di} + f_i}{((\gamma_{di} + f_i)^k + G_i \cdot \beta_{0i})^{1/k}}, \quad (2.1)$$

Η απουσία του τεχνητού εμποδίου H_{nhi} επιδρά μόνο στη δυνατότητα του πεδίου να οδηγήσει κάθε παράγοντα στον προορισμό τους με τον προκαθορισμένο προσανατολισμό. Αυτός ο περιορισμός δεν αφορά ουσιαστικά τη βραχυπρόθεσμη πλοήγηση αεροσκαφών αφού ο εκάστοτε ενδιαμέσος προορισμός -σημείο ελέγχου- κάθε αεροσκάφους πρόκειται να ανανεώνεται περιοδικά με βάση το σχέδιο πτήσης και πριν το αεροσκάφος φτάσει σε αυτόν. Παρ'όλα αυτά, όπως εξηγείται στο πλήρες Αγγλικό κείμενο, το σχήμα ελέγχου που παρουσιάζεται συνοπτικά στο επόμενο Κεφάλαιο μπορεί να συνδυαστεί και με διπολικά δυναμικά πεδία ώστε να εξασφαλιστεί και η σύγκλιση του προσανατολισμού σε μια επιθυμητή τελική γωνία.

Το μεγαλύτερο μέρος της συνεισφοράς της εργασίας στον τομέα της κατασκευής του δυναμικού πεδίου εντοπίζεται στο σημαντικά διαφορετικό τρόπο κατασκευής της συνάρτησης εμποδίων G_i . Η συνάρτηση αυτή έχει πρωταρχικό ρόλο στη συμπεριφορά της μεθόδου όσον αφορά την αποφυγή πιθανών συγκρούσεων, ενώ ο τρόπος κατασκευής της επηρεάζει και τη δυνατότητα μαθηματικής απόδειξης των βασικών ιδιοτήτων που χαρακτηρίζουν μια Συνάρτηση Πλοήγησης.

Σε ένα μεγάλο μέρος των τεχνικών κατασκευής αποκεντρωμένων Συναρτήσεων Πλοήγησης η συνολική συνάρτηση εμποδίων G_i συντίθεται ως το γινόμενο επιμέρους συντελεστών g_{ij} , που είναι συναρτήσεις της Ευκλείδειας απόστασης μεταξύ του ιδίου παράγοντα i και του κάθε εμποδίου ή γειτονικού παράγοντα j :

$$G_i = \prod_{j=1}^N g_{ij} \quad (2.2)$$

$$g_{ij} = g_{ij} (\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|^2) \quad (2.3)$$

Η πρακτική αυτή δημιουργεί ορισμένα σημαντικά μειονεκτήματα, που αφορούν κυρίως στη δυσκολία ρύθμισης των παραμέτρων του πεδίου λόγω της εξάρτησής τους από την κλίμακα μεγέθους κάθε σεναρίου και σε αριθμητικά προβλήματα που ανακύπτουν από πολύ μεγάλες τιμές της συνάρτησης G_i σε συνδυασμό με ψηλές τιμές του k_i που απαιτούνται λόγω αυτού. Στην παρούσα εργασία το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίστηκε μέσω της αδιαστατοποίησης των συντελεστών g_i με βάση μια κατάλληλα επιλεγμένη ποσότητα αναφοράς, έτσι ώστε το εύρος τιμών των g_i να γίνει προβλέψιμο και ευκολότερα διαχειρίσιμο. Επιπλέον μέσω της αδιαστατοποίησης εισάγεται στη μέθοδο μια επιπλέον παράμετρος, η οποία

λόγω και της άμεσης φυσικής σημασίας της, όπως θα φανεί στη συνέχεια, δίνει στο σχεδιαστή του συστήματος ελέγχου μια πρακτική και ευέλικτη δυνατότητα ρύθμισης. Συγκεκριμένα, η ποσότητα αναφοράς που χρησιμοποιείται για την αδιαστατοποίηση σχετίζεται άμεσα με το εύρος επιρροής του κάθε παράγοντα στα δυναμικά πεδία των γειτονικών του. Κατ' αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατός ο περιορισμός της επίδρασης των γειτονικών παραγόντων σε μία ορισμένη απόσταση από τον ίδιο παράγοντα.

Επεκτείνοντας αυτή τη γραμμή σκέψης, η δυνατότητα παραμετροποίησης της συνάρτησης εμποδίων διευρύνθηκε περαιτέρω με τη δυνατότητα καθορισμού μιας συγκεκριμένης περιοχής εντός της οποίας ενεργοποιείται η επίδραση γειτονικών παραγόντων, σε αντίθεση με το απλούστερο κριτήριο της απόστασης που χρησιμοποιείται σε προηγούμενες λύσεις. Αυτό επιτρέπει τη χρήση και μη κυκλικών σχημάτων, τόσο για την περιοχή “επιτήρησης” κάθε αεροσκάφους, όσο και για το σχήμα του ιδεατού, προστατευόμενου χώρου ασφαλείας κάθε αεροσκάφους, όπως θα φανεί στη συνέχεια, με αποτέλεσμα και την ενσωμάτωση έμμεσων κανόνων προτεραιότητας στο σχήμα ελέγχου.

Τέλος, μια επιπλέον επέκταση που προτείνεται σε αυτή την εργασία είναι η εισαγωγή διακριτών κλάσεων προτεραιότητας μεταξύ των παραγόντων, οι οποίες χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν μια ιεραρχία σύμφωνα με την οποία πραγματοποιούνται οι ενέργειες αποφυγής από τους εμπλεκόμενους παράγοντες. Αυτό επιτρέπει σε παράγοντες υψηλότερης προτεραιότητας να διατηρήσουν την πορεία τους, επιφορτίζοντας μόνο αυτούς χαμηλότερης προτεραιότητας να φροντίσουν για την αποφυγή των μεταξύ τους συγκρούσεων.

2.3 Περιορισμένη αίσθηση περιβάλλοντος

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η εισαγωγή περιορισμένης αίσθησης του περιβάλλοντος, δηλαδή των γειτονικών αεροσκαφών (ή εμποδίων), επιτεύχθηκε μέσω μια νέας μορφής της συνάρτησης εμποδίου g_{ij} που εκφράζει τη συσχέτιση 2 αεροσκαφών i και j . Μία πρώτη μορφή για τη συνάρτηση εμποδίου που προτείνεται σε αυτή την εργασία βρίσκει εφαρμογή στην περίπτωση όπου ο προστατευόμενος χώρος κάθε αεροσκάφους i , ο οποίος δεν πρέπει να έχει επικάλυψη με τους αντίστοιχους χώρους άλλων αεροσκαφών, μοντελοποιείται ως σφαίρα ακτίνας r_i . Τη βάση για αυτή έχει αποτελέσει η μορφή της συνάρτησης εμποδίου που έχει χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενες προσεγγίσεις, χωρίς αδιαστατοποίηση, η οποία εδώ συμβολίζεται ως \hat{g}_{ij} :

$$\hat{g}_{ij} = \hat{g}_{ji} = \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|^2 - r_{ij}^2 \quad (2.4)$$

όπου $r_{ij} \triangleq r_i + r_j$ είναι το άθροισμα των ακτίνων r_i και r_j των ιδεατών σφαιρών που μοντελοποιούν τα δύο αεροσκάφη. Με βάση τον παραπάνω ορισμό, η συ-

νάρτηση \hat{g}_{ij} είναι μηδενική όταν οι προστατευόμενες σφαίρες των αεροσκαφών i και j εφάπτονται και αυξάνεται όσο απομακρύνονται.

Χρησιμοποιώντας το μέγιστο εύρος ανίχνευσης γειτονικών αεροσκαφών R_s , η μορφή για τη συνάρτηση εμποδίου g_{ij} που προτείνεται εδώ είναι:

$$\text{where } g_{ij} = \begin{cases} L\left(\frac{\hat{g}_{ij}}{R_s^2 - r_{ij}^2}\right), & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| \leq R_s \\ 1, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| > R_s \end{cases} \quad (2.5)$$

όπου η συνάρτηση $L(x)$ είναι ένα πολυώνυμο μορφής:

$$L(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \quad (2.6)$$

Το παραπάνω πολυώνυμο $L(x)$ έχει επιλεγθεί έτσι ώστε να ικανοποιεί τις παρακάτω συνθήκες:

$$L(0) = 0 \quad (2.7a)$$

$$L(1) = 1 \quad (2.7b)$$

$$L'(x) > 0 \quad \forall x \in [0, 1) \quad (2.7c)$$

$$L'(1) = L''(1) = 0 \quad (2.7d)$$

Με αυτόν τον τρόπο, τα γειτονικά αεροσκάφη επιδρούν στο πεδίο Φ_i μόνο εφ' όσον βρίσκονται στο εσωτερικό της σφαίρας επιτήρησης με ακτίνα R_s γύρω από το αεροσκάφος i , όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.1a.

Χρησιμοποιώντας το ίδιο σχεπτικό τροποποιήθηκε αντίστοιχα και η συνάρτηση αναπαράστασης του χώρου εργασίας β_i ώστε να περιοριστεί η απωστική επίδραση του ορίου του εντός μιας ορισμένης απόστασης R_s από αυτό. Ως βάση χρησιμοποιήθηκε και πάλι η αντίστοιχη μορφή της συνάρτησης χωρίς αδιαστατοποίηση, όπως έχει χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενες προσεγγίσεις:

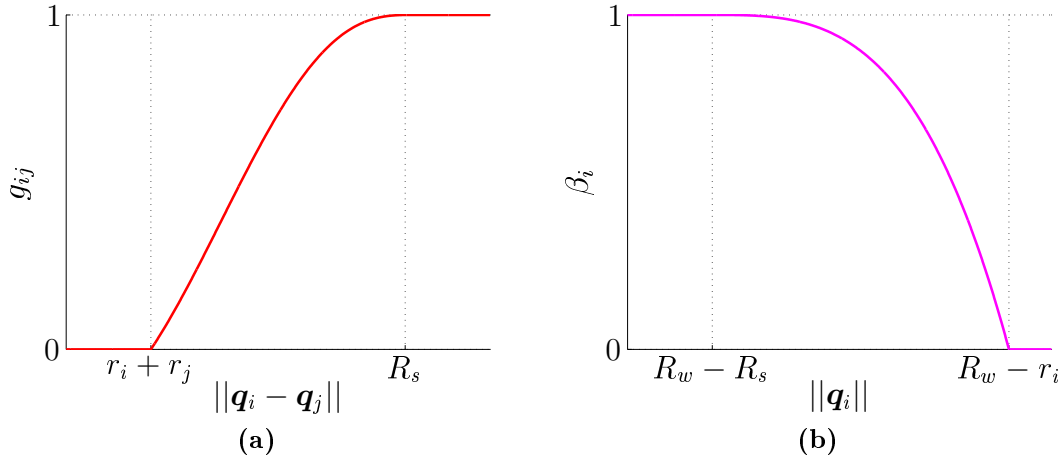
$$\hat{\beta}_i = (R_w - r_i)^2 - \|\mathbf{q}_i\|^2$$

Η αντίστοιχη αδιαστατοποιημένη συνάρτησή β_i υπολογίζεται παρόμοια με την g_{ij} παραπάνω:

$$\beta_i = \begin{cases} L\left(\frac{\hat{\beta}_i}{(R_w - r_i)^2 - (R_w - R_s)^2}\right), & \|\mathbf{q}_i\| \geq R_w - R_s \\ 1, & \|\mathbf{q}_i\| < R_w - R_s \end{cases} \quad (2.8)$$

$$(2.9)$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο, η συνάρτηση β_i μηδενίζεται όταν ο παράγοντας i εφάπτεται στο όριο του διαθέσιμου χώρου, δηλαδή $\|\mathbf{q}_i\| = R_w - r_i$, και μεταβάλλεται με \mathcal{C}^2 τρόπο έως και την τιμή 1 όταν ο παράγοντας i είναι σε απόσταση ίση ή μεγαλύτερη από R_s μακριά από το όριο του χώρου εργασίας, δηλαδή $\|\mathbf{q}_i\| \leq R_w - R_s$, βλέπε Σχήμα 2.1b.



Σχήμα 2.1: (a): Αδιάστατη συνάρτηση εμποδίου g_{ij} σε σχέση με την απόσταση $\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|$ μεταξύ των παραγόντων i και j .
(b): Αδιάστατη συνάρτηση του ορίου χώρου εργασίας β_i σε σχέση με $\|\mathbf{q}_i\|$

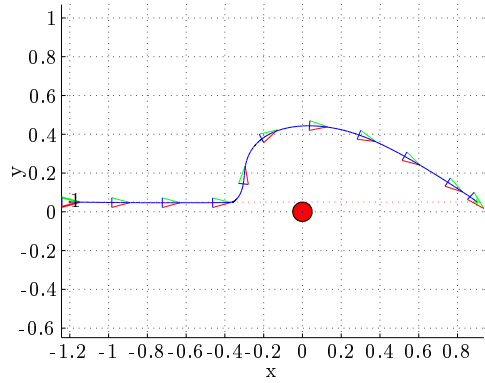
2.4 Μη σφαιρικοί χώροι και έμμεση προτεραιότητα

Επεκτείνοντας το παραπάνω σκεπτικό, τροποποιήθηκε και το σχήμα του χώρου επιτήρησης κάθε αεροσκάφους, αρχικά για επίπεδα προβλήματα, ώστε να σχηματίζεται από την ένωση ενός ημικυκλίου και μιας ημιέλλειψης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3a. Αυτό έγινε θεωρώντας την μέγιστη απόσταση επιτήρησης R_s κάθε αεροσκάφους ως συνάρτηση της γωνίας θ γύρω από το αεροσκάφος, έτσι ώστε να σχηματιστεί ένα ημικύκλιο ακτίνας R_{sr} στο πίσω ήμιεπίπεδο του αεροσκάφους και μια ημιέλλειψη με μεγάλο και μικρό ημι-άξονα R_{sf} και R_{sr} αντίστοιχα στο εμπρός ήμιεπίπεδο:

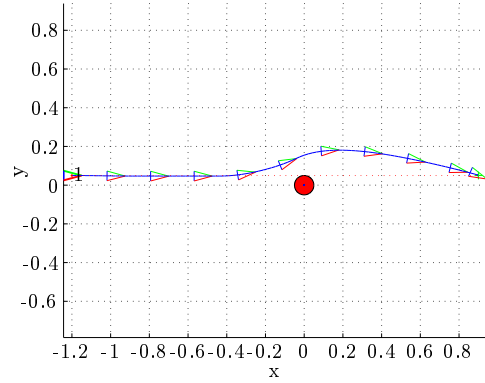
$$R_s(\theta) = \begin{cases} \frac{R_{sr}R_{sf}}{\sqrt{(R_{sr}\cos(\theta))^2 + (R_{sf}\sin(\theta))^2}}, & \theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ R_{sr}, & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (2.10)$$

Με αυτό το τρόπο είναι δυνατός ο συνδυασμός μεγάλου εύρους επιτήρησης (μέχρι και του μέγιστου τεχνικά δυνατού) στο χώρο μπροστά από το αεροσκάφος, όπου οι πιθανές παραβιάσεις της απόστασης ασφαλείας προκύπτουν λόγω της κίνησης του, και μικρότερου στα πλάγια και πίσω. Έτσι, οι απαραίτητοι ελιγμοί αποφυγής μπορούν να ξεκινούν αρκετά νωρίς ώστε να μην είναι απότομοι, ενώ οι μεγάλες αποκλίσεις από την πορεία αποφεύγονται λόγω του περιορισμένου εύρους επιτήρησης στα πλάγια και πίσω. Η επιλεκτική αντιμετώπιση των γειτονικών εμποδίων και αεροσκαφών με βάση την εγγύτητα στην προέκταση της πορείας του αεροσκάφους βοηθά, εκτός των άλλων, και στη μείωση του υπολογιστικού κόστους της μεθόδου αφού μειώνεται ο συνολικός χώρος επιτήρησης

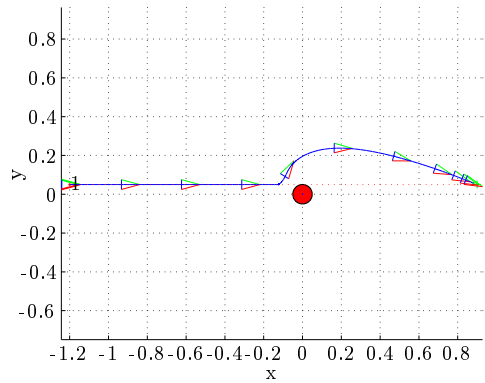
και άρα ο αριθμός γειτόνων που πρέπει να λάβει υπ' όψιν κάθε αεροσκάφος. Τα πρακτικά οφέλη από αυτή την αντιμετώπιση, τόσο στην προκύπτουσα τροχιά όσο και στο υπολογιστικό κόστος φαίνονται στο σχήμα 2.2 για την περίπτωση ενός σταθερού εμποδίου.



(a) Κυκλικός χώρος επιτήρησης με $R_{sr} = R_{sf} = 0.5$



(b) Μη κυκλικός χώρος επιτήρησης με $R_{sr} = 0.15, R_{sf} = 0.5$



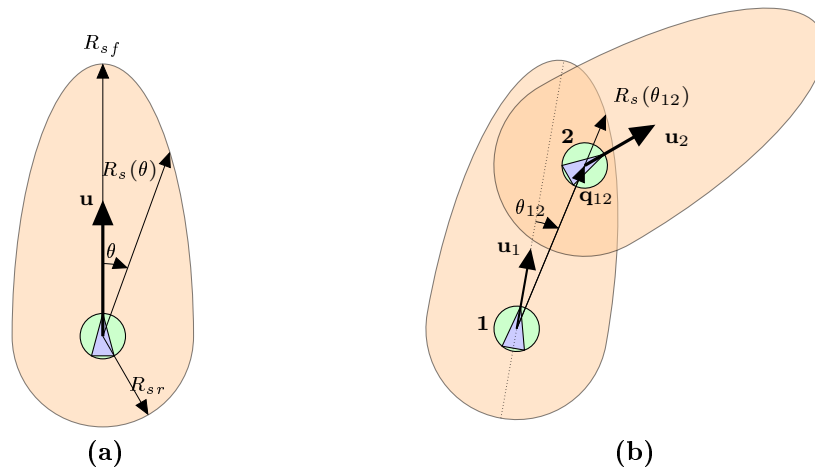
(c) Κυκλικός χώρος επιτήρησης με $R_{sr} = R_{sf} = 0.15$

Σχήμα επιτήρησης	(a)	(b)	(c)
Χρόνος υπολογισμού	25sec	20sec	26sec
Μήκος τροχιάς	7.56	5.13	6.59
Συνολική απόλυτη γωνία στροφής	6.11	3.66	5.00

(d)

Σχήμα 2.2: Αποφυγή εμποδίου με διαφορετικά σχήματα του χώρου επιτήρησης

Επιπλέον, η διακύμανση της ακτίνας επιτήρησης γύρω από το αεροσκάφος έχει εκτός των άλλων ως αποτέλεσμα να εμφανισθεί μη συμμετρική αλληλε-



Σχήμα 2.3: (a): Η μη-σφαιρική περιοχή επιτήρησης, αποτελούμενη από ένα ημικύκλιο προς τα πίσω και μια ήμι-έλλειψη προς τα εμπρός.
 (b): Έμμεση προτεραιότητα του αεροσκάφους 2 ως προς το 1: Το αεροσκάφος 2 λαμβάνεται υπ' όψιν από το 1 αλλά όχι το αντίστροφο, ως εκ τούτου μόνο το 1 θα πραγματοποιήσει αποφυγή.

πίδραση μεταξύ δύο γειτονικών αεροσκαφών i και j , όταν η επίδραση του i στο δυναμικό πεδίο του j δεν είναι αντίστοιχη με αυτή του j στο i . Η μη συμμετρική αλληλεπίδραση εκδηλώνεται και ως έμμεση σχέση προτεραιότητας μεταξύ γειτονικών αεροσκαφών λόγω της δυνατότητας ανισομερούς κατανομής της διαδικασίας αποφυγής μεταξύ δύο ή περισσότερων γειτονικών αεροσκαφών, ανάλογα με τις εκάστοτε σχετικές τους θέσεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας περίπτωσης φαίνεται στο Σχήμα 2.3b όπου η αλληλεπίδραση είναι απόλυτα μονομερής, οδηγώντας μόνο το αεροσκάφος 1 σε ελιγμό.

2.5 Άμεση Προτεραιότητα

Εκτός από την χρήση έμμεση προτεραιοτήτων μέσω της μη συμμετρικής αλληλεπίδρασης μεταξύ γειτονικών παραγόντων που δείχθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας προτάθηκε και ένα σχήμα άμεσων, διακριτών προτεραιοτήτων. Το σχήμα αυτό βασίζεται στην κατάταξη κάθε παράγοντα i σε μια ορισμένη κλάση $c_i \in \mathbb{N}$ από ένα ιεραρχημένο σύνολο κλάσεων. Μικρότερες τιμές c_i αντιστοιχούν σε αυξημένη προτεραιότητα, με την ελάχιστη τιμή $c_i = 0$ να αντιστοιχεί σε παράγοντες χωρίς δυνατότητα ελιγμών (πχ λόγω βλάβης) και ανεξέλεγκτα εμπόδια, τα οποία πρέπει να αποφεύγονται από όλους τους άλλους παράγοντες. Το επίπεδο προτεραιότητας c_i

κάθε αεροσκάφος ενσωματώνεται άμεσα στην κατασκευή των προτεινόμενων δυναμικών πεδίων, ορίζοντας τους παράγοντες που μπορούν να επιδράσουν σε κάθε πεδίο (εφ' όσον βρίσκονται εντός της αντίστοιχης περιοχής επιτήρησης). Συγκεκριμένα, η κατασκευή του πεδίου κάθε παράγοντα i λαμβάνει υπ' όψιν άλλους παράγοντες j που ανήκουν στο σύνολο των πιθανών "απειλών" T_i , δηλαδή έχουν ίση ή υψηλότερη προτεραιότητα, ή αλλιώς ανήκουν στην ίδια ή μικρότερη κλάση:

$$T_i \triangleq \{j \in \{1, \dots, N\} \setminus \{i\} | c_j \leq c_i\} \quad (2.11)$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο παράγοντες j χαμηλότερης προτεραιότητας (που δεν ανήκουν στο σύνολο T_i) αγνοούνται μέσω της μη περίληψης της αντίστοιχης δυαδικής συνάρτησης g_{ij} στην κατασκευή της συνολικής συνάρτησης εμποδίων G_i .

2.6 Σύνθεση του πεδίου

Με βάση τη συνδυασμένη επίδραση του σχήματος άμεσης προτεραιότητας και της περιορισμένης γνώσης του περιβάλλοντος που περιγράφηκαν παραπάνω, η τελική μορφή που παίρνει η συνολική συνάρτηση εμποδίων G_i είναι:

$$G_i = \prod_{j \in \tilde{T}_i} g_{ij} \quad (2.12)$$

$$\text{όπου: } \tilde{T}_i = \{j \in T_i | \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\| < R_s\} \quad (2.13)$$

Δηλαδή τελικά το σύνολο των ενεργών "απειλών" \tilde{T}_i του παράγοντα i , που επιδρούν και στο πεδίο Φ_i , περιορίζεται ανά πάσα στιγμή μόνο στα μέλη εκείνα του συνόλου πιθανών "απειλών" T_i που βρίσκονται εντός της περιοχής επιτήρησης \tilde{T}_i , αφού οι συναρτήσεις g_{ij} που αντιστοιχούν σε όσους βρίσκονται εκτός αυτής, αν και τυπικά συμμετέχουν στον υπολογισμό της συνάρτησης G_i , έχουν μοναδιαία τιμή.

Επιπλέον, για τη σύνθεση του πεδίου σύμφωνα με τη μορφή (2.1) απαιτείται ο καθορισμός των συναρτήσεων στόχου γ_{di} και συνεργατικότητας f_i , καθώς της συνάρτησης περιγραφής του διαθέσιμου χώρου β_{0i} . Ακολουθώντας παρόμοια τακτική με αυτή που παρουσιάστηκε παραπάνω, η συνάρτηση στόχου αδιαστατοποιείται, αυτή τη φορά με βάση την ακτίνα του διαθέσιμου χώρου R_w ως μήκος αναφοράς:

$$\gamma_i = \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|^2}{R_w^2} \quad (2.14)$$

Εφ' όσον η μέγιστη απόσταση μεταξύ οποιονδήποτε δύο σημείων εντός του διαθέσιμου χώρου εργασίας είναι ίση με $2R_w$, η συνάρτηση στόχου μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ 0 και 4.

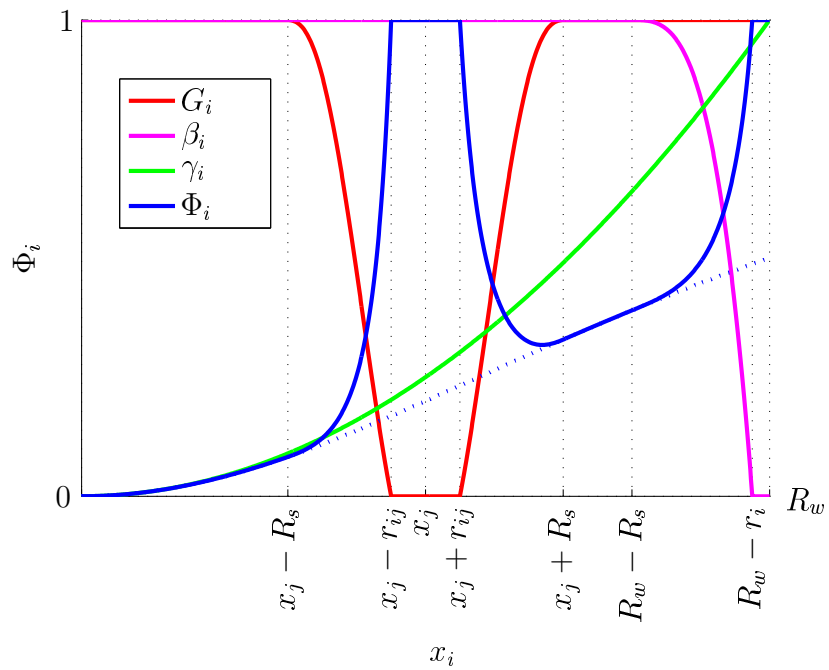
Η συνάρτηση συνεργατικότητας f_i χρησιμοποιείται εδώ στην πρωτότυπη μορφή που παρουσιάστηκε [5], καθώς είναι ήδη ανεξάρτητη των διαστάσεων του εκάστοτε προβλήματος:

$$f_i(G_i) = \begin{cases} a_0 + \sum_{l=1}^3 a_l G_i^l, & G_i \leq X \\ 0, & G_i > X \end{cases} \quad (2.15)$$

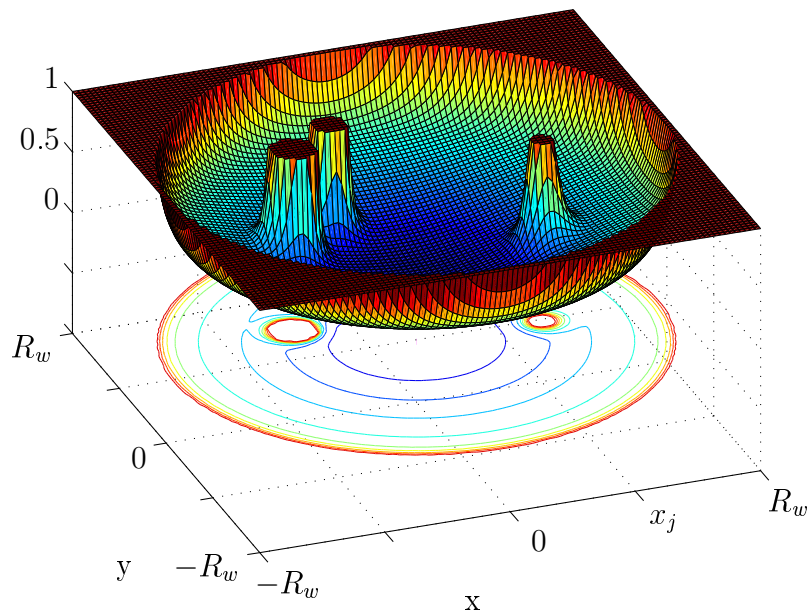
όπου $a_0 = Y$, $a_1 = 0$, $a_2 = \frac{-3Y}{X^2}$, $a_3 = \frac{2Y}{X^3}$ και οι X , Y είναι θετικές παράμετροι. Η παράμετρος X ορίζει ένα κατώφλι για τη συνάρτηση G_i , ώστε όταν αυτή παίρνει τιμές μικρότερες από X (δηλαδή όταν υπάρχει στενή εγγύτητα με γειτονικούς παράγοντες) να ενεργοποιείται η συνεργατική συνάρτηση f_i , διατηρώντας θετική την τιμή του πεδίου, $\Phi_i > 0$. Η παράμετρος Y ορίζει τη μέγιστη τιμή της f_i , η οποία προκύπτει όταν $G_i = 0$.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω μορφές των επιμέρους συναρτήσεων G_i , β_i , γ_i , H_{nhi} και f_i με βάση την εξίσωση (2.1) συντίθεται το τελικό αποκεντρωμένο δυναμικό πεδίο, το οποίο διαθέτει τοπική επιτήρηση του περιβάλλοντος καθώς και άμεσες αλλά και έμμεσες προτεραιότητες. Το αποτέλεσμα της προτεινόμενης μεθοδολογίας κατασκευής του πεδίου, κυρίως δε η τοπική επίδραση των εμποδίων, για ένα πρόβλημα με 3 κυκλικά εμπόδια και το στόχο στο κέντρο του διαθέσιμου χώρου φαίνεται στα σχήματα 2.4 και 2.5. Στο σχήμα 2.4 φαίνονται οι συναρτήσεις G_i , β_i , γ_i και Φ_i κατά μήκος του θετικού ήμι-άξονα x , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του ενός εμποδίου. Η συνάρτηση συνεργατικότητας f_i έχει θεωρηθεί εδώ μηδενική παντού για καλύτερη εποπτεία. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4, τα εμπόδια και το όριο του διαθέσιμου χώρου επιδρούν στις συναρτήσεις G_i και β_i αντίστοιχα καθιστώντας τις μικρότερες από 1 μόνο εντός της απόστασης εμβέλειας R_s από αυτά. Η διάστικτη μπλε γραμμή αναπαριστά την τιμή του δυναμικού Φ_i χωρίς την επίδραση των παραπάνω, δηλαδή θεωρώντας $G_i = \beta_i = 1$ παντού. Όπως είναι το αναμενόμενο, αυτό συμπίπτει με την πραγματική τιμή του δυναμικού εκτός της εμβέλειας επίδρασης των εμποδίων και του ορίου του χώρου εργασίας.

Όπως αναλύεται στο πλήρες κείμενο της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα, ο παραπάνω τρόπος κατασκευής του δυναμικού πεδίου ικανοποιεί τις απαραίτητες συνθήκες της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης, προσφέροντας έτσι πλοήγηση με εγγυημένη αποφυγή συγκρούσεων και προσέγγιση του στόχου.



Σχήμα 2.4: Συνολική συνάρτηση εμποδίων G_i , συνάρτηση χώρου εργασίας β_i , συνάρτηση στόχου γ_i και το τελικό δυναμικό πεδίο Φ_i για $x_i \in [0, R_w]$, $y_i = 0$.



Σχήμα 2.5: Το δυναμικό πεδίο σε ένα πρόβλημα με 3 εμπόδια και τοπική αίσθηση περιβάλλοντος.

2.7 Κατασκευή δυναμικού πεδίου σε χώρους με εμμέσως ορισμένα σχήματα

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκε και η επέκταση της μεθοδολογίας κατασκευής δυναμικών πεδίων με χαρακτηριστικά Συναρτήσεων Πλοήγησης σε χώρους που αποτελούνται από σχήματα μιας γενικότερης μορφής που μπορούν να περιγράφουν εμμέσως από μία σχέση της μορφής:

$$f(\mathbf{q}) \leq 0 \quad (2.16)$$

όπου \mathbf{q} είναι διάνυσμα θέσης. Με αυτό τον τρόπο γίνεται εφικτή η εφαρμογή της μεθοδολογίας σε μια ευρύτερη οικογένεια προβλημάτων πολλαπλών πρακτόρων, όπου δεν είναι απαραίτητη η χρήση σφαιρικών σχημάτων. Η προσέγγιση που ακολουθείται αποτελεί γενίκευση της πρακτικής που παρουσιάστηκε στο 2.4 για τον ήμι-ελλειπτικό χώρο επιτήρησης. Πιο συγκεκριμένα, η περιγραφή του όγκου $O_i(\mathbf{q}_i)$ κάθε παράγοντα i γίνεται πλέον μέσω μιας συνάρτησης εγγύτητας $\delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q})$ η οποία παίρνει αρνητικές τιμές στο εσωτερικό του O_i , θετικές εκτός αυτού ενώ μηδενίζεται στο σύνορο του, ∂O_i :

$$O_i(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q} : \delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) \leq 0\} \quad (2.17)$$

$$\partial O_i(\mathbf{q}_i) = \{\mathbf{q} : \delta_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) = 0\} \quad (2.18)$$

όπου \mathbf{q}_i είναι η θέση του παράγοντα i και $\mathbf{q} \in W$ το διάνυσμα απόλυτης θέσης στο διαθέσιμο χώρο W . Η διαφορετική μοντελοποίηση του κάθε παράγοντα, καθώς και του διαθέσιμου χώρου, που χρησιμοποιείται εδώ σε σχέση με το προηγούμενο υποκεφάλαιο καταλήγει σε νέες μορφές για τις συναρτήσεις σύγκρουσης g_{ij} και διαθέσιμου χώρου β_{i0} , που αποτελούν βασικά συστατικά του δυναμικού πεδίου Φ_i . Σε κάθε παράγοντα i με θέση \mathbf{q}_i αντιστοιχίζεται ένας χώρος σχετικών συγκρούσεων $O_{ij}(\mathbf{q}_i)$ για κάθε γειτονικό του παράγοντα ή εμπόδιο j , ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις θέσεις \mathbf{q}_j του j που προκαλούν σύγκρουση μεταξύ των δύο:

$$O_{ij}(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q}_j | \delta_{ij}(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) \leq 0\} \quad (2.19)$$

Κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτει για κάθε παράγοντα i με μια πιθανή απειλή j ένας επαυξημένος, ιδεατός όγκος του παράγοντα i , O_{ij} , εντός του οποίου δεν πρέπει να βρεθεί η θέση \mathbf{q}_j ώστε να μην υπάρξει σύγκρουση. Αυτή η προσαύξηση του όγκου του παράγοντα i ώστε να μπορεί πλέον να θεωρηθεί ο έτερος παράγοντας ή εμπόδιο j σημειακός, είναι κατ' αρχήν ισοδύναμη με την αντίστοιχη επαύξηση του όγκου των εμποδίων και τη θεώρηση του παράγοντα i ως σημειακού, και είναι κοινή πρακτική στο σχεδιασμό πορείας αποφυγής συγκρούσεων. Στην εργασία εδώ χρησιμοποιείται η προσαύξηση του όγκου του ιδίου

παράγοντα γιατί, όπως εξηγείται παρακάτω, η σημειακή θεώρηση των εμποδίων διευκολύνει την χρήση μιας σταθερής περιοχής επιτήρησης για κάθε παράγοντα. Ανάλογα με την εφαρμογή, το σχήμα του επαυξημένου χώρου συγκρούσεων O_{ij} και άρα και η συνάρτηση δ_{ij} μπορούν είτε να ορίζονται άμεσα, δηλαδή οι προδιαγραφές αποφυγής συγκρούσεων να εκφράζονται άμεσα ως προς τη σχετική θέση μεταξύ παραγόντων, είτε να πρέπει να προσδιορισθούν έμμεσα βάσει των μεμονομένων σχημάτων και συναρτήσεων δ_i, δ_j . Όπως εξηγείται αναλυτικά στο πλήρες κείμενο της εργασίας, ο αναλυτικός προσδιορισμός μιας κατάλληλης συνάρτησης δ_{ij} για δεδομένες δ_i, δ_j δεν είναι πάντοτε δυνατός, για αυτό παρούσιάζεται επίσης και ένας τρόπος γραφικού προσδιορισμού του όγκου O_{ij} .

Η πρακτική που περιγράφηκε παραπάνω για την μοντελοποίηση του χώρου συγκρούσεων χρησιμοποιείται και για την περιγραφή του χώρου επιτήρησης A_i γύρω από τη θέση \mathbf{q}_i κάθε παράγοντα i , με τη βοήθεια μιας συνάρτησης επιτήρησης s_i με ιδιότητες αντίστοιχες με την δ_i :

$$A_i(\mathbf{q}_i) \triangleq \{\mathbf{q} : s_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}) \leq 0\} \quad (2.20)$$

Ο χώρος επιτήρησης A_i αποτελείται από όλες τις δυνατές θέσεις που μπορεί να έχει ένα γειτονικό εμπόδιο ή άλλος παράγοντας ώστε να επιδράσει στο δυναμικό του παράγοντα i ¹.

Τελικά με βάση τις συναρτήσεις εγγύτητας δ_{ij} και επιτήρησης s_i μπορεί να συντεθεί μια κατάλληλη συνάρτηση σύγκρουσης g_{ij} για το δυναμικό Φ_i που αφορά στον παράγοντα j . Ξεκινώντας από την ποσότητα $-\frac{\delta_{ij}}{s_i}$, η οποία μηδενίζεται στην επαφή δύο παραγόντων όπου $\delta_{ij} = 0$ και τείνει στο άπειρο όταν ο παράγοντας j είναι στο όριο της περιοχής επιτήρησης του i ($s_i = 0$) και είναι θετική ανάμεσα, εφαρμόζουμε τον ακόλουθο διφασμομορφισμό [30] ώστε να αντιστοιχηθεί το $-\frac{\delta_{ij}}{s_i} \in [0, +\infty]$ στο διάστημα $[0, 1]$:

$$\bar{g}_{ij} \triangleq \left(\sigma_\lambda \circ -\frac{\delta_{ij}}{s_i} \right) = \frac{\delta_{ij}}{\delta_{ij} - \lambda s_i} \quad (2.21)$$

$$\text{όπου } \sigma_\lambda \triangleq \frac{x}{\lambda + x}, \quad \lambda > 0 \quad (2.22)$$

Με αυτόν τον τρόπο η προκύπτουσα συνάρτηση \bar{g}_{ij} μηδενίζεται στην επαφή των παραγόντων i και j ενώ αυξάνεται σε θετικές τιμές καθώς οι δύο παράγοντες

¹Για λόγους απλότητας χρησιμοποιείται μόνο η θέση \mathbf{q}_j του σημείου αναφοράς του παράγοντα j και όχι ο πλήρης όγκος του O_j . Αυτό μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα ένα μέρος του όγκου O_j να βρίσκεται εντός της περιοχής επιτήρησης A_i αλλά τελικά το δυναμικό του παράγοντα i να μην επηρεάζεται από τον παράγοντα j εάν το σημείο αναφοράς του είναι εκτός του A_i . Αν είναι απαραίτητη μια πιο ακριβής περιγραφή όπου λαμβάνεται υπόψη οποιοδήποτε τμήμα του όγκου O_j βρίσκεται εντός του χώρου επιτήρησης A_i , θα πρέπει να προσδιορισθεί ο αντίστοιχος χώρος επιτήρησης A_{ij} με διαδικασία παρόμοια με αυτή για τον O_{ij} .

απομακρύνονται μεταξύ τους μέχρι και το όριο της περιοχής επιτήρησης του παράγοντα i όπου γίνεται μοναδιαία. Επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βάση για την τελική συνάρτηση σύγκρουσης g_{ij} στην περιοχή $A_i(\mathbf{q}_i) \setminus O_j^i(\mathbf{q}_i)$ όπου αυτή είναι ενεργή. Εξάλλου, εκτός της περιοχής αυτής η επίδραση του παράγοντα j απενεργοποιείται, άρα πρέπει εκεί να ισχύει $g_{ij} = 1$. Ως εκ τούτου για να διασφαλιστεί ότι η g_{ij} θα είναι \mathcal{C}^2 παντού χρησιμοποιείται όπως και στην παράγραφο 2.3 το πολυώνυμο μορφής $L(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$:

$$g_{ij} \triangleq \begin{cases} L(\bar{g}_{ij}), & \bar{g}_{ij} \leq 1 \\ 1, & \bar{g}_{ij} > 1 \end{cases} \quad (2.23)$$

Η τελική συνάρτηση σύγκρουσης g_{ij} είναι μηδενική στο σύνορο κάθε σύγκρουσης, κάνοντας το πεδίο Φ_i απωστικό καθώς αυτό λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του (1), αυξάνεται με \mathcal{C}^2 τρόπο ως τη μονάδα στο όριο της περιοχής επιτήρησης A_i και παραμένει σταθερά μοναδιαία εκτός αυτής, οπότε πρακτικά παύει να επιδρά στο πεδίο.

Αντίστοιχα με τη συνάρτηση σύγκρουσης με άλλους παράγοντες και εμπόδια g_{ij} κατασκευάζεται και η συνάρτηση β_i για τον περιορισμό των παραγόντων εντός του διαθέσιμου χώρου W . Ο διαθέσιμος χώρος ορίζεται με τη βοήθεια της συνάρτησης $\delta_0(\mathbf{q})$:

$$W \triangleq \{\mathbf{q} | \delta_0(\mathbf{q}) \leq 0\} \quad (2.24)$$

$$(2.25)$$

Η επίδραση του συνόρου του διαθέσιμου χώρου ενεργοποιείται μόνο τοπικά, σε μια περιοχή κοντά στο σύνορο, ενώ σε μια περιοχή $F \subset W$ που είναι στο εσωτερικό του διαθέσιμου χώρου είναι ανενεργή. Η περιοχή F όπου οι παράγοντες πλοηγούνται χωρίς να επηρεάζονται καθόλου από το σύνορο του διαθέσιμου χώρου ορίζεται μέσω της βαθμωτής συνάρτησης s_0 :

$$F \triangleq \{\mathbf{q} | s_0(\mathbf{q}) \leq 0\} \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

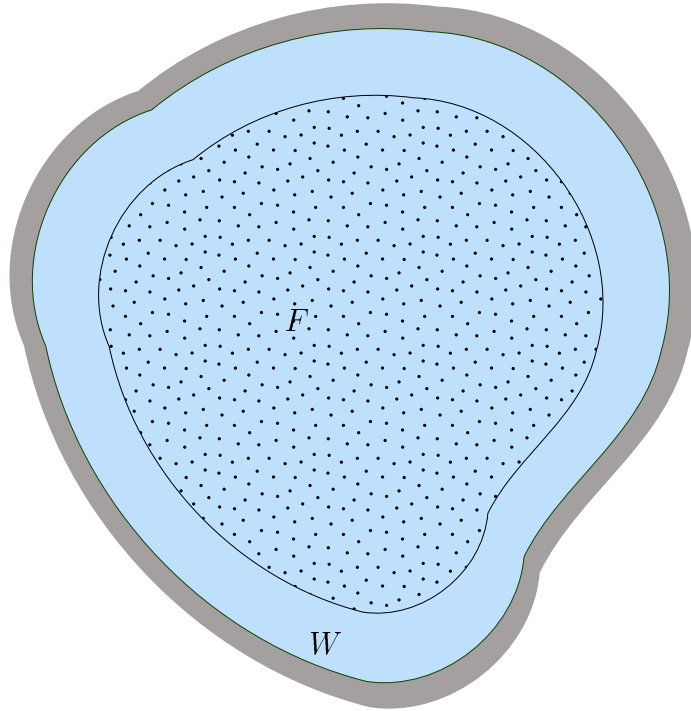
Τελικά, το σύνορο του διαθέσιμου χώρου επηρεάζει τους παράγοντες μόνο εντός της ζώνης $W \setminus F$, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6. Εντός αυτής της περιοχής ισχύουν:

$$\delta_{i0} = \delta_0(\mathbf{q}_i) \leq 0 \quad (2.28)$$

$$s_{i0} = s_0(\mathbf{q}_i) \geq 0 \quad (2.29)$$

Επομένως, ο διφρεομορφισμός σ_λ (2.22) μπορεί να χρησιμοποιηθεί και εδώ για να αντιστοιχίσει το λόγο $-\frac{\delta_{i0}}{s_{i0}} \in [0, +\infty)$ στο επιθυμητό εύρος $\bar{\beta}_{i0} \in [0, 1]$:

$$\bar{\beta}_{i0} \triangleq \left(\sigma_\lambda \circ -\frac{\delta_{i0}}{s_{i0}} \right) = \frac{\delta_{i0}}{\delta_{i0} - \lambda s_{i0}} \quad (2.30)$$



Σχήμα 2.6: Ο διαθέσιμος χώρος W (μπλε χρώμα) και η περιοχή F (σκίαση) όπου η επίδραση του είναι ανενεργή. Οι παράγοντες απωθούνται από το όριο μόνο εντός της μπλε περιοχής χωρίς σκίαση.

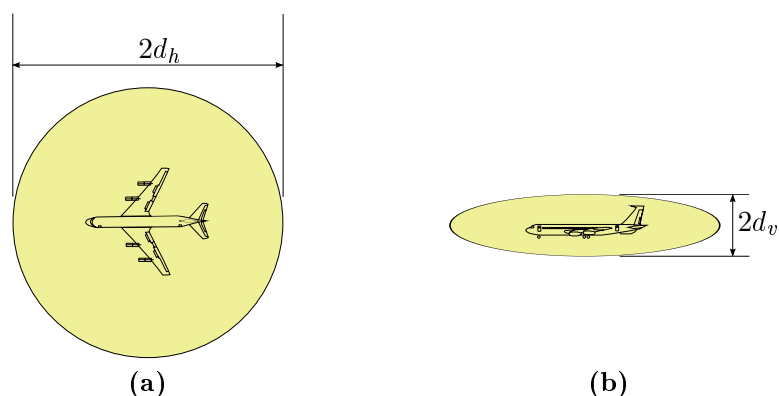
Με βάση τον παραπάνω ορισμό, η συνάρτηση $\bar{\beta}_{i0}$ μηδενίζεται στο όριο του διαθέσιμου χώρου και γίνεται μονάδα, δηλαδή ανενεργή, στο όριο της περιοχής επιρροής F . Για την τελική συνάρτηση διαθέσιμου χώρου β_{i0} χρησιμοποιείται και εδώ το πολυώνυμο μορφής $L(x)$ ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτή θα είναι C^2 :

$$\mathbf{q}_j^i = T_i (\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_i) \quad (2.31)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) & \sin(\phi_i) & 0 \\ -\sin(\phi_i) & \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\beta_{i0} = \begin{cases} L(\bar{\beta}_{i0}), & \bar{\beta}_{i0} \leq 1 \\ 1, & \bar{\beta}_{i0} > 1 \end{cases} \quad (2.33)$$

Έχοντας προσδιορίσει τις νέες μορφές των συναρτήσεων σύγκρουσης g_{ij} (2.23) και διαθέσιμου χώρου β_{i0} (2.33) ανάλογα με την εκάστοτε εφαρμογή, αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή του δυναμικού πεδίου Φ_i όπως και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο, χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.1).



Σχήμα 2.7: Ο χώρος συγκρούσεων γύρω από κάθε αεροσκάφος, ως ένα πεπλατυσμένο σφαιροειδές με ακτίνα στο οριζόντιο και κατακόρυφο επίπεδο ίση με την αντίστοιχη ελάχιστη απαιτούμενη απόσταση ασφαλείας, d_h και d_v . (Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα)

2.7.1 Εφαρμογή στον έλεγχο εναέριας κυκλοφορίας

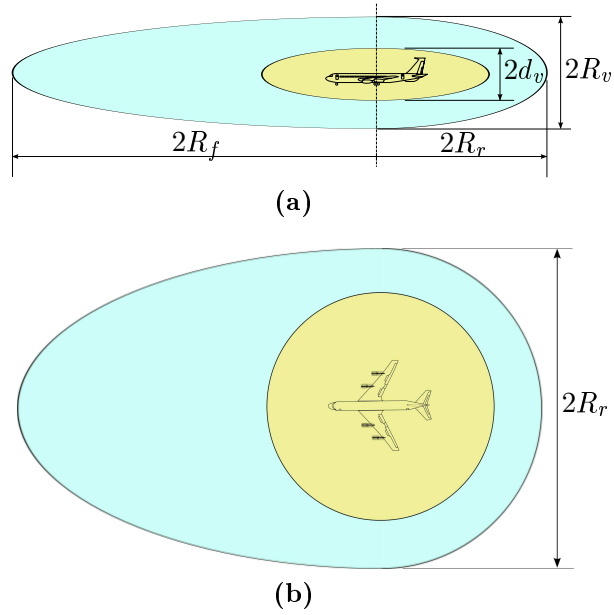
Η σημαντικά μεγαλύτερη ελευθερία στα σχήματα κάθε παράγοντα, της περιοχής επιτήρησης του και του διαθέσιμου χώρου επιτρέπει την καλύτερη προσαρμογή της μεθοδολογίας στην πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών στον 3-διάστατο χώρο. Για να επιτευχθεί αυτό χρειάζεται να επιλεχθούν κατάλληλα σχήματα για την αναπαράσταση του χώρου σχετικών συγκρούσεων O_{ij} κάθε αεροσκάφους i και της περιοχής επιτήρησης του A_i . Στην παρούσα εργασία προτείνεται η επιλογή ελλειψοειδών καθώς αυτά προσφέρουν ικανοποιητική δυνατότητα ρύθμισης των διαστάσεων του τελικού σχήματος ανά διεύθυνση, σε συνδυασμό με απλή σχετικά αναλυτική περιγραφή και υπολογιστικό κόστος.

Για τον χώρο σχετικών συγκρούσεων κάθε αεροσκάφους προτείνεται η χρήση ενός πεπλατυσμένου ελλειψοειδούς εκ περιστροφής γύρω από τον κατακόρυφο άξονα, με οριζόντιο και κατακόρυφο ήμι-άξονα, d_h και d_v αντίστοιχα, ίσο με την ελάχιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ 2 αεροσκαφών στην αντίστοιχη διεύθυνση, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Συνεπώς, η αναλυτική έκφραση του χώρου συγκρούσεων μέσω της συνάρτησης δ_{ij} είναι:

$$\delta_{ij} = \frac{(x_j^i)^2}{d_h^2} + \frac{(y_j^i)^2}{d_h^2} + \frac{(z_j^i)^2}{d_v^2} - 1 \quad (2.34)$$

όπου $\mathbf{q}_j^i = [x_j^i \ y_j^i \ z_j^i]$ είναι η θέση του αεροσκάφους j στο σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων του αεροσκάφους i , με τον άξονα x_j^i στη διαμήκη διεύθυνση, τον y_j^i στην εγκάρσια και τον z_j^i στην κατακόρυφη:

Για τη μορφή του χώρου επιτήρησης προτείνεται ένας συνδυασμός δύο ήμι-ελλειψοειδών, επεκτείνοντας τη γραμμή σκέψης που παρουσιάστηκε στην πα-



Σχήμα 2.8: Η περιοχή επιτήρησης A_i γύρω από κάθε αεροσκάφος εκτείνεται κατά R_f προς τα εμπρός, R_r προς τα πίσω και πλάγια και R_v πάνω και κάτω. (Σχήμα όχι υπο κλίμακα)

ράγραφο 2.4. Συγκεκριμένα, ο χώρος επιτήρησης αποτελείται από ένα ήμι-ελλειψοειδές εμπρός με ήμι-άξονες R_f , R_r και R_v στο διαμήκη, εγκάρσιο και κατακόρυφο άξονα, και ένα ελλειψοειδές πίσω από το αεροσκάφος με ήμι-άξονες αντίστοιχα R_r , R_r και R_v , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8. Αυτή η μορφή, όπως έχει παρουσιασθεί στην εργασία [46], επιτρέπει πιο ομαλούς ελιγμούς και μικρότερες αποκλίσεις στην τελική τροχιά, καθώς συνδυάζει μεγάλο εύρος επιτήρησης R_r στο χώρο εμπρός από το αεροσκάφος με μικρότερο εύρος R_r σε εμπόδια στο πλάι και πίσω από αυτό. Επιπλέον, όπως έχει δειχθεί στην παράγραφο 2.4, τέτοιοι μη-σφαιρικοί χώροι επιτήρησης επιβάλλουν έμμεσους κανόνες προτεραιότητας μεταξύ γειτονικών αεροσκαφών.

Για την αναλυτική αναπαράσταση του παραπάνω χώρου επιτήρησης η συνάρτηση s_{ij} έχει τη μορφή:

$$s_{ij} = \frac{(x_j^i)^2}{R_x^2} + \frac{(y_j^i)^2}{R_r^2} + \frac{(z_j^i)^2}{R_v^2} - 1 \quad (2.35)$$

$$R_x = \begin{cases} R_f, & x_j^i \geq 0 \quad (\text{το αεροσκάφος } j \text{ βρίσκεται εμπρός από το } i) \\ R_r, & x_j^i < 0 \quad (\text{το αεροσκάφος } j \text{ βρίσκεται πίσω από το } i) \end{cases} \quad (2.36)$$

Χρησιμοποιώντας τις μορφές των συναρτήσεων συγκρούσεων δ_{ij} και επιτήρησης s_{ij} που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο αυτή στην κατασκευή του

δυναμικού πεδίου όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 2.7 είναι δυνατή η κατασκευή ενός τεχνητού δυναμικού για κάθε αεροσκάφος που επιτρέπει την ασφαλή πλοήγηση προς τον προορισμό, χωρίς συγκρούσεις.

Κεφάλαιο 3

Αποκεντρωμένη αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών

3.1 Εισαγωγή

Το τεχνητό δυναμικό πεδίο κατασκευασμένο όπως παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο αποτελεί ισχυρή βάση για τη δημιουργία ενός συστήματος πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών. Για να γίνει αυτό δυνατό απαιτείται η σχεδίαση ενός συνόλου νόμων ελέγχου που θα χρησιμοποιεί την πληροφορία που υπάρχει ενσωματωμένη στο δυναμικό πεδίο για να παράξει τις κατάλληλες εισόδους ελέγχου κάθε αεροσκάφους. Πιο συγκεκριμένα, το σχήμα ελέγχου πρέπει να αξιοποιεί τις μαθηματικές ιδιότητες του δυναμικού πεδίου (που έχει κατασκευαστεί ανεξάρτητα από το μοντέλο κίνησης κάθε παράγοντα - αεροσκάφους), λαμβάνοντας υπ' όψιν τη μοντελοποίηση κάθε αεροσκάφους ώστε το συνολικό σύστημα να είναι εφαρμόσιμο και ασφαλές.

Η γενική αρχή για την πλοήγηση ενός παράγοντα i με βάση ένα τεχνητό δυναμικό πεδίο Φ_i είναι η παρακολούθηση της αρνητικής κλίσης του πεδίου προς την φορά που αυτό μειώνεται. Καθώς τα δυναμικά πεδία που βασίζονται σε συναρτήσεις πλοήγησης έχουν ακριβώς ένα ελάχιστο και παίρνουν τη μέγιστη τιμή τους στο σύνορο των συγκρούσεων, η εξασφάλιση πτωτικού ρυθμού για την τιμή του πεδίου αρκεί για να οδηγήσει κάθε παράγοντα μακριά από συγκρούσεις και προς τον προορισμό του. Στην απλούστερη μορφή ελέγχου, ο κάθε παράγοντας ακολουθεί απόλυτα μια δυναμική γραμμή του πεδίου μέχρι τον προορισμό του, δηλαδή ισχύει πάντα:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = -\nabla_i \Phi_i \quad (3.1)$$

$$\text{όπου } \nabla_i \Phi_i = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \mathbf{q}_i} = [\Phi_{ix} \quad \Phi_{iy} \quad \Phi_{iz}]^T \quad (3.2)$$

είναι η κλίση του πεδίου ως προς τη θέση \mathbf{q}_i του παράγοντα i , χρησιμοποιώντας το συμβολισμό $\Phi_{ix} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x}$, $\Phi_{iy} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial y}$, $\Phi_{iz} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial z}$.

Αυτή η τακτική, αν και απλή, δεν είναι εφαρμόσιμη σε πραγματικά συστήματα καθώς προϋποθέτει ότι ο κάθε παράγοντας μπορεί ανά πάσα στιγμή να ακολουθήσει οποιαδήποτε τροχιά και με οποιαδήποτε ταχύτητα. Ειδικά δε στον έλεγχο εναέριας κυκλοφορίας πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν οι δυναμικοί περιορισμοί που υπάρχουν στην δυναμική των αεροσκαφών και επιβάλουν αυστηρά όρια στην κίνηση τους. Ως εκ τούτου, είναι απαραίτητος ένας διαφορετικός νόμος ελέγχου που θα επιτρέπει αποκλίσεις της κίνησης του κάθε αεροσκάφους από την ακριβή διεύθυνση και ταχύτητα που προκύπτει από τον νόμο ελέγχου (3.1), ώστε να ικανοποιούνται μεν οι δυναμικοί περιορισμοί, ενώ παράλληλα όμως διατηρούνται οι αυστηρές εγγυήσεις αποφυγής συγκρούσεων και προσέγγισης του προορισμού που προσφέρει το υπόβαθρο των Συναρτήσεων Πλοήγησης.

Ένας από τους κυριότερους περιορισμούς που αντιμετωπίστηκαν στην παρούσα εργασία είναι αυτός του κατώτατου ορίου ταχύτητας. Τα περισσότερα αεροσκάφη, χρειάζονται μία ελάχιστη ταχύτητα πτήσης ώστε να εξασφαλίζουν την απαραίτητη άνωση, ενώ ιδανικά η ταχύτητα τους πρέπει να είναι σταθερή. Αυτός ο περιορισμός δεν είχε αντιμετωπιστεί επαρκώς στις μέχρι τώρα λύσεις με Συναρτήσεις Πλοήγησης, ιδιαίτερα αυτές που στόχευαν ως κύρια εφαρμογή τα οχήματα εδάφους που στις περισσότερες περιπτώσεις έχουν τη δυνατότητα ακινητοποίησης, ακόμα και αναστροφής της ταχύτητας τους. Μια πρώτη προσέγγιση στο ζήτημα του ελέγχου της ταχύτητας πάντως παρουσιάζεται στην εργασία [3], όπου χρησιμοποιείται ένα σχήμα εναλλαγής κερδών με στόχο τη διατήρηση της ταχύτητας κάτω από ένα άνω όριο. Ένα άλλο ζήτημα που λήφθηκε σοβαρά υπ' όψιν στη σχεδίαση του προτεινόμενου εδώ συστήματος ελέγχου είναι η απαίτηση για όσο το δυνατόν μειωμένους ελιγμούς κατά την πλοήγηση του αεροσκάφους, ώστε να μην υπάρχει μεγάλη απόκλιση από την ευθεία πορεία. Αποφεύγοντας περιτές αλλαγές πορείας βελτιώνεται η οικονομία χρόνου και καυσίμου αλλά και η άνεση των επιβατών. Έγινε προσπάθεια ώστε, αν και οι δυναμικές γραμμές των τεχνητών δυναμικών πεδίων είναι γενικά καμπύλες, οι τελικές τροχιές να αποτελούνται σε μεγάλο βαθμό από ευθύγραμμα τμήματα, όπως είναι και η προτίμηση πιλότων και ελεγκτών εναέριας κυκλοφορίας. Τέλος, ένα σημαντικό κομμάτι της εργασίας αφορά την πλοήγηση σε 3-διάστατο χώρο με τρόπο συμβατό με τις δυνατότητες των αεροσκαφών και την συνήθη πρακτική στον ΕΕΚ.

Στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου παρουσιάζεται η βασική γραμμή σκέψης της προτεινόμενης στρατηγικής ελέγχου καθώς και συνοπτικά οι νόμοι ελέγχου για την 2-διάστατη και 3-διάστατη πλοήγηση αεροσκαφών. Η αναλυτική παρουσίαση καθώς και οι αποδείξεις των ιδιοτήτων των προτεινόμενων αλγορίθμων μπορούν να βρεθούν στο Κεφάλαιο 5 του πλήρους χειμένου στην Αγγλική

γλώσσα

3.2 Πλοήγηση αεροσκαφών σε οριζόντιο επίπεδο

Η παρουσίαση της προτεινόμενης τακτικής ελέγχου μπορεί να ξεκινήσει εδώ απο την περίπτωση της πλοήγησης αεροσκαφών σε ένα - κοινό - οριζόντιο επίπεδο, ενώ η επέκταση στον 3-διάστατο χώρο συνοψίζεται στο επόμενο υποκεφάλαιο. Με βάση τη μοντελοποίηση του κάθε αεροσκάφους που έχει παρουσιαστεί στην παράγραφο 1.4.1 αυτό στη συγκεκριμένη εφαρμογή πρέπει να γίνει μέσω κατάλληλου ελέγχου της οριζόντιας γραμμικής ταχύτητας u_i , της γωνιακής ταχύτητας (γύρω από τον κατακόρυφο άξονα) ω_i και της κατακόρυφης γραμμικής ταχύτητας w_i . Βασικό κίνητρο για τη σχεδίαση του παρακάτω νόμου ελέγχου είναι να μπορεί το κάθε αεροσκάφος να κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα όταν αυτό του επιτρέπει να μειώνει με επαρκή ρυθμό την τιμή του δυναμικού πεδίου και να προβαίνει σε αλλαγές ταχύτητας και διεύθυνσης μόνο όταν είναι απαραίτητο.

Στην 2-διάστατη περίπτωση που αναλύεται εδώ το δυναμικό πεδίο Φ_i είναι συνάρτηση των 2 οριζοντίων διαστάσεων. Λόγω της μοντελοποίησης του αεροσκάφους ως μονοκύκλου που κινείται μόνο κατά τον διαμήκη άξονα του στο οριζόντιο επίπεδο, ως αναφορά χρησιμοποιείται η προβολή της κλίσης $\nabla_i \Phi_i$ στον άξονα αυτόν:

$$P_i = \mathbf{J}_i^T \cdot \nabla_i \Phi_i, \quad \text{όπου } \mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \cos(\phi_i) \\ \sin(\phi_i) \end{bmatrix}$$

Η αναγκαία κατεύθυνση κίνησης ώστε η θέση να μεταβάλεται προς χαμηλότερες τιμές του δυναμικού πεδίου Φ_i δίνεται απο το πρόσημο s_i :

$$s_i = \text{sgn}(P_i)$$
$$\text{όπου: } \text{sgn}(x) \triangleq \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

Αν και αυτό σημαίνει πως στη γενική περίπτωση μπορεί να απαιτηθεί αλλαγή κατεύθυνσης κίνησης, το οποίο για αεροσκάφη είναι προφανώς αδύνατο, στο πλήρες κείμενο της εργασίας παρουσιάζονται αναλυτικά οι αναγκαίες και ικανές συνθήκες ώστε να εξασφαλιστεί ότι η προκύπτουσα ταχύτητα u_i θα είναι πάντα προς τα εμπρός, χωρίς να περιορίζεται πρακτικά το πεδίο εφαρμογής της μεθόδου.

Η οριζόντια συνιστώσα του διανύσματος κλίσης $\nabla_i \Phi_i$, $[\Phi_{ix} \ \Phi_{iy}]^T$, ορίζει τη διεύθυνση αναφοράς γύρω απο τον άξονα z που ιδανικά θα έπρεπε να πετύχει

το αεροσκάφος i για να ακολουθήσει απόλυτα τη δυναμική γραμμή στην οποία βρίσκεται. Καθώς το αεροσκάφος πρέπει να κινηθεί προς μικρότερες τιμές του πεδίου, η ιδανική κατεύθυνση προσανατολισμού δίνεται απο την μη-ολονομική γωνία $\phi_{\mathbf{nh}i}$, η οποία αναπαριστά την κατεύθυνση του διανύσματος $\text{sgn}(p_i)\nabla_i\Phi_i$:

$$\phi_{\mathbf{nh}i} \triangleq \text{atan2}(\text{sgn}(p_i)\Phi_{iy}, \text{sgn}(p_i)\Phi_{ix}), \quad (3.3)$$

όπου atan2 είναι η κατεύθυνση του διανύσματος (x, y) :

$$\text{atan2}(y, x) \triangleq \arg(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{C},$$

Στην παραπάνω σχέση ως $p_i = \mathbf{J}_{id}^\top \cdot (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id})$ ορίζεται το διάνυσμα θέσης του αεροσκάφους ως προς την επιθυμητή τελική θέση \mathbf{n}_{id} και προσανατολισμό ϕ_{id} , έτσι ώστε $\text{sgn}(p_i) = 1$ εμπρός απο την τελική κατάσταση και $\text{sgn}(p_i) = -1$ πίσω απο αυτήν.

Η παρακολούθηση της κατεύθυνσης του διανύσματος αναφοράς P_i και της διεύθυνσης αναφοράς $\phi_{\mathbf{nh}i}$ απο το αεροσκάφος i δεν αρκεί για την εξασφάλιση πτωτικού ρυθμού του πεδίου Φ_i , καθώς αυτό εξαρτάται, εκτός απο τη θέση του αεροσκάφους i , και απο τις θέσεις των άλλων αεροσκαφών και εμποδίων στην περιοχή επιτήρησης του αεροσκάφους i . Η επίδραση όλων αυτών στο δυναμικό Φ_i μπορεί να συνοψιστεί στη μερική παράγωγο $\frac{\partial\Phi_i}{\partial t}$:

$$\frac{\partial\Phi_i}{\partial t} = \sum_{j \neq i} \nabla_j \Phi_i^\top \cdot \mathbf{J}_j u_j$$

όπου $\nabla_j \Phi_i = \frac{\partial\Phi_i}{\partial \mathbf{q}_j}$.

Το τελικό σχήμα ελέγχου για την γραμμική ταχύτητα u_i , με βάση και τους παραπάνω ορισμούς είναι:

$$u_i = \begin{cases} -s_i U_i, & \frac{\partial\Phi_i}{\partial t} \leq U_i (|P_i| - \varepsilon) \\ -s_i \frac{U_i \varepsilon + \frac{\partial\Phi_i}{\partial t}}{|P_i|}, & \frac{\partial\Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \varepsilon) \end{cases} \quad (3.4)$$

όπου ε είναι μια μικρή θετική σταθερά και U_i η κανονική ταχύτητα αναφοράς του αεροσκάφους i :

$$U_i = \begin{cases} u_{id}, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\| > d_i \\ \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\|}{d_i} \cdot u_{id}, & \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{id}\| \leq d_i. \end{cases} \quad (3.5)$$

Είναι εμφανές ότι η μετάβαση μεταξύ των εναλλακτικών περιπτώσεων στις παραπάνω σχέσεις γίνεται πάντα με συνεχή τρόπο, ώστε να μην υπάρχουν ακαριαίες αλλαγές στην ταχύτητα κάθε αεροσκάφους. Η ταχύτητα αναφοράς U_i

καθορίζεται από την επιθυμητή ταχύτητα u_{id} μακριά από τον προορισμό q_{id} , ενώ μειώνεται συνεχώς ως το 0 μέσα σε ένα δίσκο ακτίνας d_i γύρω από αυτόν. Από τη σχέση (3.4) είναι σαφές ότι η κανονική ταχύτητα U_i λειτουργεί ως ένα κάτω φράγμα για την εφαρμοζόμενη ταχύτητα u_i , αποφεύγοντας έτσι πολύ χαμηλές για το αεροσκάφος ταχύτητες. Εξ' άλλου, η συνεχής μείωση της ταχύτητας μέχρι το 0 στον προορισμό αν και αδύνατη για αεροσκάφη, δεν εμποδίζει την πρακτική εφαρμογή του νόμου ελέγχου, ενώ είναι σημαντικό για την ανάλυση των μαθηματικών ιδιοτήτων του αλγορίθμου. Συγκεκριμένα, η περιοχή γύρω από το στόχο όπου μειώνεται η ταχύτητα μπορεί να γίνει πολύ μικρή, ενώ σύμφωνα και με τη συνήθη τακτική στον ΕΕΚ, ο προσωρινός προορισμός κάθε αεροσκάφους ανανεώνεται όταν αυτό πλησιάσει τον προηγούμενο με το επόμενο σημείο ελέγχου του σχεδίου πτήσης του.

Ο παραπάνω νόμος ελέγχου για τη γραμμική ταχύτητα u_i συνδυάζεται με τον αντίστοιχο για τη γωνιακή ταχύτητα ω_i :

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & M_i \geq \varepsilon_\phi \\ \Omega_i \cdot \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi}\right), & 0 < M_i < \varepsilon_\phi \\ \Omega_i, & M_i \leq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{όπου:} \quad M_i &\triangleq \dot{\phi}_{nh_i} (\phi_i - \phi_{nh_i}) \\ \Omega_i &\triangleq -k_\phi (\phi_i - \phi_{nh_i}) + \dot{\phi}_{nh_i} \end{aligned}$$

Στις παραπάνω σχέσεις, ε_ϕ είναι μια μικρή θετική σταθερά που ορίζει ένα “περιθώριο ασφαλείας”, εξασφαλίζοντας ουσιαστικά ένα ελάχιστο ρυθμό σύγκλισης της γωνίας ϕ_i προς τη γωνία αναφοράς ϕ_{nh_i} , ενώ k_ϕ είναι ένα θετικό κέρδος. Όπως προκύπτει από τη σχέση (3.6), η γωνιακή ταχύτητα παραμένει 0 όσο η διαφορά μεταξύ του πραγματικού προσανατολισμού ϕ_i και της γωνίας αναφοράς ϕ_{nh_i} διατηρεί έναν ελάχιστο πτωτικό ρυθμό (εξαρτώμενο από την παράμετρο ε_ϕ) και αυξάνεται κατάλληλα όταν απαιτείται.

Συνολικά, το παραπάνω σχήμα ελέγχου εκμεταλλεύεται τις μαθηματικές εγγυήσεις των συναρτήσεων πλοήγησης σε μια λύση που μπορεί να εφαρμοστεί για την πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών σε σταθερό υψόμετρο, ικανοποιώντας τις απαιτήσεις για μειωμένους ελιγμούς και διατήρηση της γραμμικής ταχύτητας πάνω από ένα ελάχιστο όριο. Οι μαθηματική ανάλυση των ιδιοτήτων του παραπάνω συστήματος ελέγχου παρουσιάζεται αναλυτικά στο πλήρες κείμενο της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα.

3.3 Πλοήγηση αεροσκαφών σε 3-διάστατο χώρο

Οι βασικές αρχές για την πλοήγηση αεροσκαφών σε ένα σταθερό κοινό υψόμετρο που παρουσιάστηκαν παραπάνω εμπλουτίστηκαν έτσι ώστε να γίνει δυνατή η επέκταση του σχήματος ελέγχου στην περίπτωση αεροσκαφών που κινούνται στον 3-διάστατο χώρο, δηλαδή χρησιμοποιούν και αλλαγές υψομέτρου κατά τους ελιγμούς αποφυγής. Και σε αυτήν την περίπτωση, τη βάση της στρατηγικής ελέγχου αποτελεί το δυναμικό πεδίο Φ_i , βασισμένο σε Συναρτήσεις Πλοήγησης που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2.2, με το 3-διάστατο πλέον διάνυσμα κλίσης:

$$\nabla_i \Phi_i = \frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathbf{q}_i} = [\Phi_{ix} \quad \Phi_{iy} \quad \Phi_{iz}]^T \quad (3.7)$$

Σε σχέση με τη 2-διάστατη περίπτωση, οι είσοδοι ελέγχου κατά την κίνηση στο 3-διάστατο χώρο συμπληρώνονται με την κατακόρυφη ταχύτητα w_i . Οι διαφορές σε σχέση με το προηγούμενο υποκεφάλαιο εντοπίζονται στους νόμους ελέγχου για την οριζόντια u_i και κατακόρυφη w_i γραμμική ταχύτητα, ενώ η γωνιακή ταχύτητα ω_i έχει εδώ, όπως και στη 2-διάστατη περίπτωση, τη μορφή της εξίσωσης (3.6). Βασικό στοιχείο για τη σχεδίαση των νόμων ελέγχου σε αυτήν την περίπτωση είναι η γωνία κλίσης του διανύσματος $\nabla_i \Phi_i$:

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{-\Phi_{iz}}{\sqrt{\Phi_{ix}^2 + \Phi_{iy}^2}} \right) \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.8)$$

Αυτή είναι η γωνία που θα έπρεπε το κάθε αεροσκάφος i να έχει ως αναφορά για να ακολουθήσει απόλυτα το δυναμικό πεδίο. Καθώς όμως πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν και οι δυναμικοί περιορισμοί του αεροσκάφους, χρησιμοποιείται ως αναφορά η γωνία κλίσης $\tilde{\alpha}_i$ που είναι περιορισμένη εντός του διαστήματος $[\alpha_{iD}, \alpha_{iC}]$, όπου α_{iD} και α_{iC} είναι οι μέγιστες δυνατές γωνίες καθόδου και ανόδου:

$$\tilde{\alpha}_i = \begin{cases} \alpha_{iD}, & \alpha_i < \alpha_{iD} \\ \alpha_i, & \alpha_{iD} \leq \alpha_i \leq \alpha_{iC} \\ \alpha_{iC}, & \alpha_i > \alpha_{iC}. \end{cases} \quad (3.9)$$

Με βάση την παραπάνω γωνία $\tilde{\alpha}_i$ ορίζεται και ο αντίστοιχος λόγος κλίσης αναφοράς $\tilde{t}_i = \tan \tilde{\alpha}_i$.

Η σχεδίαση του σχήματος ελέγχου για την οριζόντια και κατακόρυφη ταχύτητα έχει ως στόχο να αποτρέψει τους περιττούς ελιγμούς και αποκλίσεις από την προσχεδιασμένη τροχιά, δηλαδή την ευθεία πορεία προς τον επόμενο σημείο ελέγχου - προορισμό, καθώς και τις μη-απαραίτητες αλλαγές ταχύτητας και ύψους. Συγκεκριμένα, η συνηθισμένη τακτική συνεχούς παρακολούθησης της κλίσης του δυναμικού πεδίου επιτρέπεται να "χαλαρώσει", εφόσον

ικανοποιούνται τα 3 κριτήρια που περιγράφονται παρακάτω. Καθένα απο αυτά τα κριτήρια λειτουργεί ως αναγκαία συνθήκη για την “χαλάρωση” του νόμου ελέγχου της κατακόρυφης ταχύτητας, ώστε να επιτευχθεί οριζόντια πτήση: η αναλυτική έκφραση του κριτηρίου παίρνει την τιμή 1 όταν η οριζόντια πτήση δεν διαταράσσει τις μαθηματικές ιδιότητες του σχήματος ελέγχου, ενώ όταν είναι απαραίτητο να ακολουθηθεί απόλυτα η κατακόρυφη κλίση του πεδίου παίρνει την τιμή 0. Συνοπτικά τα τρία αυτά κριτήρια παρουσιάζονται παρακάτω και είναι τα εξής:

1. Αποφυγή συγκρούσεων και προσέγγιση του στόχου
2. Απόσταση απο τον προορισμό
3. Γωνία του διανύσματος κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο

3.3.1 Αποφυγή συγκρούσεων και προσέγγιση του στόχου

Όπως έχει εξηγηθεί παραπάνω, βασική απαίτηση απο το σχήμα ελέγχου, ώστε αυτό να αξιοποιήσει τις μαθηματικές ιδιότητες των Συναρτήσεων Πλοήγησης, είναι να εξασφαλίζει μια συνεχώς πτωτική εξέλιξη για την τιμή του δυναμικού πεδίου Φ_i . Η χρονική παράγωγος του πεδίου μπορεί να γραφεί:

$$\dot{\Phi}_i = \sum_{j=1}^N \nabla_j \Phi_i^T \dot{\mathbf{q}}_j = P_i u_i + \Phi_{iz} w_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \quad (3.10)$$

όπου η μερική παράγωγος $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$ στην 3-διάστατη περίπτωση είναι:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \sum_{j \neq i} \nabla_j \Phi_i^T \cdot \begin{bmatrix} u_j \mathbf{J}_j \\ w_j \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Με βάση αυτό, ορίζεται ο συντελεστής σ_{Φ_i} :

$$\sigma_{\Phi_i} = \text{sat} \left(\frac{U_i (\tilde{t}_i \Phi_{iz} + \varepsilon_U - |P_i|) + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{U_i \tilde{t}_i \Phi_{iz}} \right), \quad (3.12)$$

$$\text{όπου } \text{sat}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

και ε_U είναι μια μικρή θετική σταθερά. Ο συντελεστής σ_{Φ_i} κωδικοποιεί το αν είναι απαραίτητη η χρήση αλλαγής υψομέτρου για την εξασφάλιση πτωτικού ρυθμού του δυναμικού Φ_i , αφού είναι:

- 1 όταν $P_i u_i + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \leq -U_i \varepsilon_U$, δηλαδή μόνο η οριζόντια ταχύτητα αναφοράς U_i , με μηδενική κατακόρυφη ταχύτητα w_i , αρκεί ώστε να ισχύει $\dot{\Phi} \leq -U_i \varepsilon_U$,
- 0 όταν ο συνδυασμός της οριζόντιας ταχύτητας αναφοράς U_i και της κατακόρυφης ταχύτητας $w_i = \tilde{t}_i U_i$ (ώστε να ακολουθείται η κλίση αναφοράς \tilde{t}_i) δεν αρκούν ώστε να εξασφαλιστεί ικανοποιητικά πτωτικός ρυθμός του δυναμικού, δηλαδή $\dot{\Phi}_i < -U_i \varepsilon_U$,
- κυμαινόμενος στο διάστημα $(0, 1)$ με συνεχή τρόπο όταν υπάρχει κατακόρυφη ταχύτητα w_i μικρότερη σε μέτρο από $\tilde{t}_i u_i$, ώστε σε συνδυασμό με την οριζόντια ταχύτητα u_i να πετυχαίνουν $\dot{\Phi}_i < -U_i \varepsilon_U$.

3.3.2 Απόσταση απο τον προορισμό

Η απόσταση απο τον προορισμό, και πιο συγκεκριμένα η προβολή της στο οριζόντιο επίπεδο χρησιμοποιείται για να ρυθμίσει την κατακόρυφη γραμμική ταχύτητα. Συγκεκριμένα, μακριά απο το στόχο επιτρέπονται μικρές αποκλίσεις απο την κλίση αναφοράς \tilde{t}_i , ενώ κοντά σε αυτόν η κλίση \tilde{t}_i ακολουθείται ακριβώς ώστε να επιτευχθεί η τελική προσέγγιση. Η συμπεριφορά αυτή βασίζεται στο συντελεστή σ_{ni} , ο οποίος εκφράζει τη σχετική θέση του αεροσκάφους i ως προς τον προορισμό του, προβεβλημένη στο οριζόντιο επίπεδο:

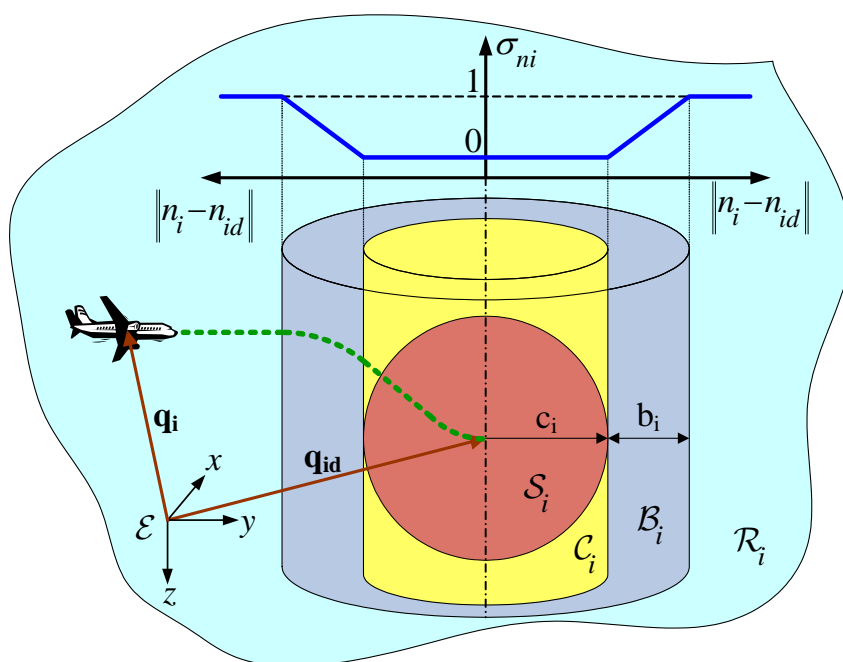
$$\sigma_{ni} = \text{sat} \left(\frac{\|\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_{id}\| - c_i}{b_i} \right) \quad (3.13)$$

όπου \mathbf{n}_i και \mathbf{n}_{id} είναι οι προβολές στο οριζόντιο επίπεδο της τρέχουσας θέσης και του προορισμού του αεροσκάφους i , βλέπε 1.4.1. Επιπλέον, c_i είναι η ακτίνα ενός κυλίνδρου \mathcal{C}_i με άξονα την κατακόρυφη που διέρχεται απο τον προορισμό \mathbf{q}_{id} , εντός του οποίου η κλίση \tilde{t}_i ακολουθείται ακριβώς ενώ b_i είναι το πλάτος μιας μεταβατικής ζώνης \mathcal{B}_i μεταξύ του κυλίνδρου \mathcal{C}_i και του υπόλοιπου χώρου \mathcal{R}_i όπου επιτρέπεται η οριζόντια πτήση ακόμα και όταν το διάνυσμα κλίσης δεν είναι οριζόντιο. Γραφικά ο κύλινδρος \mathcal{C}_i και η ζώνη \mathcal{B}_i φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Με βάση τα παραπάνω, ο συντελεστής σ_{ni} είναι:

$$\sigma_{ni} = \begin{cases} 0, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{C}_i \\ 1, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{R}_i \\ a \in (0, 1], & \mathbf{n}_i \in \mathcal{B}_i. \end{cases}$$

3.3.3 Γωνία του διανύσματος κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο

Το τελευταίο κριτήριο με βάση το οποίο καθορίζεται η κατακόρυφη ταχύτητα w_i είναι η απόλυτη γωνία $|\alpha_i|$ μεταξύ του αρνητικού διανύσματος κλίσης $-\nabla_i \Phi_i$



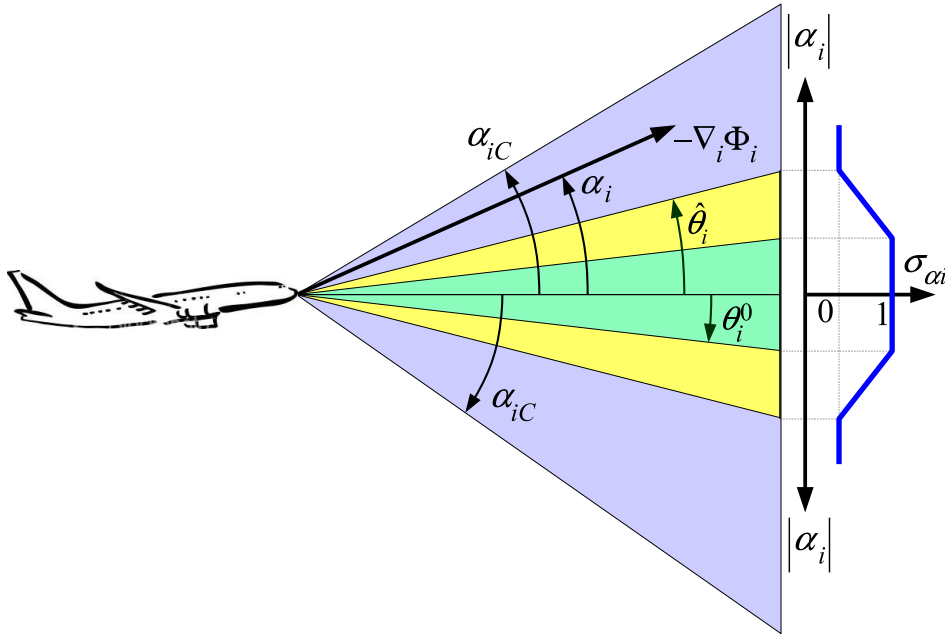
Σχήμα 3.1: Μεταβολή του συντελεστή σ_{ni} με την οριζόντια απόσταση απο τον προορισμό q_{id} .

και του οριζοντίου επιπέδου. Συγκεκριμένα, ή κατακόρυφη ταχύτητα μπορεί να παραμείνει 0 μόνο όταν η γωνία $|\alpha_i|$ δεν είναι μεγαλύτερη απο ένα άνω όριο θ_i^0 . Απο το όριο αυτή και πάνω ξεκινά η χρήση κατακόρυφης ταχύτητας με συνεχή τρόπο, έως ένα δεύτερο όριο $\hat{\theta}_i$, $\hat{\theta}_i > \theta_i^0$ όπου πλέον η κατακόρυφη ταχύτητα γίνεται τέτοια ώστε το αεροσκάφος να ακολουθεί ακριβώς την γωνία αναφοράς $\hat{\alpha}_i$. Η συμπεριφορά αυτή επιτυγχάνεται μέσω του συντελεστή σ_{ai} :

$$\sigma_{ai} = \text{sat} \left(\frac{\hat{\theta}_i - |\alpha_i|}{\hat{\theta}_i - \theta_i^0} \right) \quad (3.14)$$

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.2, ο συντελεστής σ_{ai} είναι:

- 0 όταν $|\alpha_i| \geq \hat{\theta}_i$,
- 1 όταν $|\alpha_i| \leq \theta_i^0$, και
- $0 < \sigma_{ai} < 1$ όταν $\theta_i^0 < |\alpha_i| < \hat{\theta}_i$.



Σχήμα 3.2: Μεταβολή του συντελεστή $\sigma_{\alpha i}$ με τη γωνία κλίσης α_i .

3.3.4 Σχήμα ελέγχου

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην περίπτωση 3-διάστατης πλοήγησης ο νόμος ελέγχου για τη γωνιακή ταχύτητα ω_i παραμένει ίδιος με την πλοήγηση στο οριζόντιο επίπεδο, όπως δίνεται στη σχέση (3.6):

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & M_i \geq \varepsilon_\phi \\ \Omega_i \cdot \left(1 - \frac{M_i}{\varepsilon_\phi}\right), & 0 < M_i < \varepsilon_\phi \\ \Omega_i, & M_i \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{όπου: } M_i \triangleq \dot{\phi} n h_i (\phi_i - \phi n h_i) \\ \Omega_i \triangleq -k_\phi (\phi_i - \phi n h_i) + \dot{\phi} n h_i \end{array}$$

Για την οριζόντια γραμμική ταχύτητα u_i ο νόμος ελέγχου αποτελεί επέκταση της σχέσης (3.4) ώστε να λαμβάνει υπόψιν και την τρίτη διάσταση:

$$u_i = \begin{cases} -s_i U_i, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \leq U_i (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz} - \varepsilon_U) \\ -s_i \frac{U_i \varepsilon_U + \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}}{|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz}}, & \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} > U_i (|P_i| - \tilde{t}_i \Phi_{iz} - \varepsilon_U) \end{cases} \quad (3.15)$$

Η ρύθμιση της κανονικής ταχύτητας αναφοράς U_i , που είναι ίδια με την 2-διάστατη περίπτωση, μπορεί να ξαναγραφεί εδώ χρησιμοποιώντας τον ορισμό του κυλίνδρου \mathcal{C}_i :

$$U_i = \begin{cases} u_{id}, & \mathbf{n}_i \notin \mathcal{C}_i \\ \frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{n}_{id}\|}{c_i} \cdot u_{id}, & \mathbf{n}_i \in \mathcal{C}_i. \end{cases} \quad (3.16)$$

Τα τρία κριτήρια που παρουσιάστηκαν παραπάνω χρησιμοποιούνται στη σύνθεση της κατακόρυφης ταχύτητας w_i έτσι ώστε όταν και τα 3 ικανοποιούνται, δηλαδή οι αντίστοιχοι συντελεστές είναι 1, το αεροσκάφος να πετά οριζόντια και κατακόρυφοι ελιγμοί να ενεργοποιούνται σταδιακά όταν απαιτείται απο κάποιο απο τα κριτήρια:

$$w_i = (1 - \min(\sigma_{\Phi_i}, \sigma_{n_i}, \sigma_{a_i})) \tilde{t}_i |u_i|. \quad (3.17)$$

Ως σύνολο το παραπάνω σχήμα ελέγχου επιτυγχάνει την πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών στον 3-διάστατο χώρο χρησιμοποιώντας πρακτικά και ρεαλιστικά κριτήρια για την σχεδίαση των νόμων ελέγχου έτσι ώστε να αποφεύγονται τροχιές με συνεχείς και περιττές αλλαγές ταχύτητας, κατεύθυνσης και υψομέτρου. Επιπλέον, η συμπεριφορά του συστήματος πλοήγησης μπορεί να ρυθμιστεί μέσω πρακτικών παραμέτρων με καθαρή φυσική σημασία, με δυνατότητα ανεξάρτητης ρύθμισης των οριζόντιων και κατακόρυφων ελιγμών. Συνδυαζόμενο με ένα δυναμικό πεδίο βασισμένο σε Συναρτήσεις Πλοήγησης, το παραπάνω σχήμα ελέγχου προσφέρει εγγυημένη αποφυγή συγκρούσεων και προσέγγιση του προορισμού, όπως παρουσιάζεται αναλυτικά στην πλήρη έκδοση της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα.

Κεφάλαιο 4

Αποτελέσματα εφαρμογής

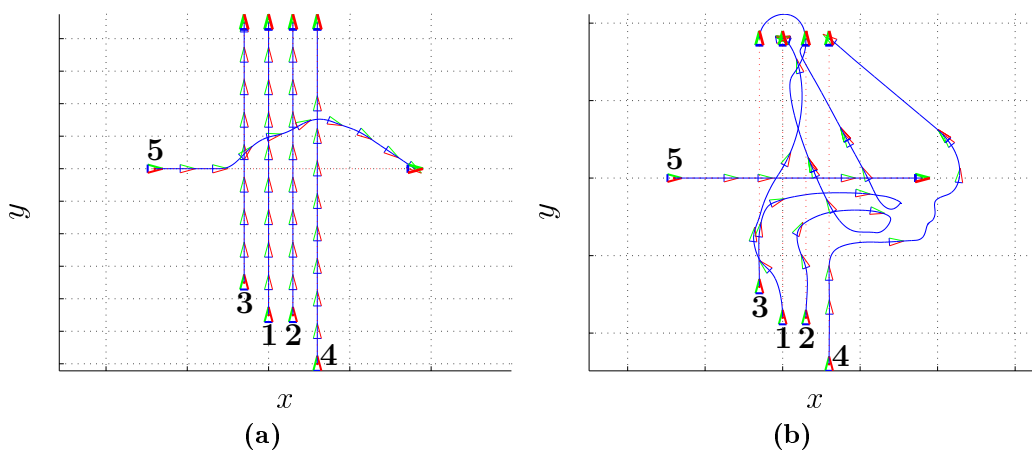
Η συνολική μεθοδολογία πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων που προτείνεται σε αυτή την εργασία συντίθεται ως συνδυασμός των τεχνητών δυναμικών πεδίων βασισμένων σε Συναρτήσεις Πλοήγησης που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2 και των νόμων ελέγχου από το κεφάλαιο 3. Στα πλαίσια της εργασίας αυτής πραγματοποιήθηκε ένα σύνολο προσομοιώσεων ώστε να εκτιμηθεί η αποτελεσματικότητα των προτεινόμενων λύσεων και η ικανότητα τους να αντιμετωπίσουν ρεαλιστικά σενάρια. Κατ' αρχάς δοκιμάστηκε η προτεινόμενη μεθοδολογία σε ορισμένα σενάρια προσομοίωσης, περιορισμένη σχετικά έκτασης και αριθμού παραγόντων αλλά έτσι επιλεγμένα ώστε να αποτελούν δύσκολες συνθήκες που θα δώσουν τη δυνατότητα σε ενδεχόμενες αδυναμίες των αλγορίθμων να αποκαλυφθούν. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε μια μεγάλης έκτασης, τόσο χωρικής και χρονικής όσο και ως προς το πλήθος, προσομοίωση βασιζόμενη σε ρεαλιστικά δεδομένα εναέρια κυκλοφορίας. Συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν σχέδια πτήσης που αντιστοιχούν στην αυξημένη πυκνότητα εναέριας κυκλοφορίας που αναμένεται τις επόμενες δεκαετίες στον Ευρωπαϊκό εναέριο χώρο. Στο σύνολο των προσομοιώσεων τα δοκιμαστικά σενάρια αντιμετωπίστηκαν με επιτυχία, επιβεβαιώνοντας και πρακτικά τις θεωρητικές ιδιότητες της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνοπτικά τα σημαντικότερα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων, ενώ αναλυτικά μπορούν να βρεθούν στο πλήρες κείμενο της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα.

4.1 Προσομοιώσεις με τεχνητά σενάρια σε οριζόντιο επίπεδο

Για την δοκιμαστική εφαρμογή του προτεινόμενου αλγορίθμου σε οριζόντια πλοήγηση χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο από παρεμφερή απαιτητικά τεχνητά σενάρια. Καθένα από αυτά αποτελείται από 4 αεροσκάφη που κινούνται παράλληλα

σε μικρή απόσταση μεταξύ τους και ένα πέμπτο που κινείται σε κάθετη προς αυτά διεύθυνση έτσι ώστε ο συνδυασμός των ευθείων τροχιών μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης κάθε αεροσκάφους να προκαλεί πολλαπλές συγκρούσεις.

Καθώς η επιβολή άμεσων προτεραιοτήτων μέσω κατάταξης των αεροσκαφών σε κλάσεις αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό της προτεινόμενης μεθοδολογίας, αρχικά εφαρμόστηκαν στο ίδιο σενάριο 2 διαφορετικές κατατάξεις για να γίνει εμφανής η επίδραση στις τελικές τροχιές: στην πρώτη εκδοχή τα 4 αεροσκάφη που κινούνται παράλληλα έχουν υψηλότερη προτεραιότητά από το πέμπτο (και ίδια μεταξύ τους), ενώ στη δεύτερη εκδοχή οι ρόλοι αντιστρέφονται και το πέμπτο αεροσκάφος έχει την υψηλότερη προτεραιότητα. Και στις δύο περιπτώσεις η περιοχή επιτήρησης κάθε αεροσκάφους είναι κυκλική, όπως και σε προηγούμενες προσεγγίσεις με τεχνητά δυναμικά πεδία, ώστε να δοθεί έμφαση στην επίδραση των διαφορετικών άμεσων προτεραιοτήτων. Τα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων φαίνονται στο Σχήμα 4.1, όπου είναι εμφανές ότι οι προτεραιότητες τηρούνται απολύτως, επιτρέποντας σε κάθε περίπτωση τους παράγοντες με τη μέγιστη προτεραιότητα να ακολουθήσουν ευθεία τροχιά.

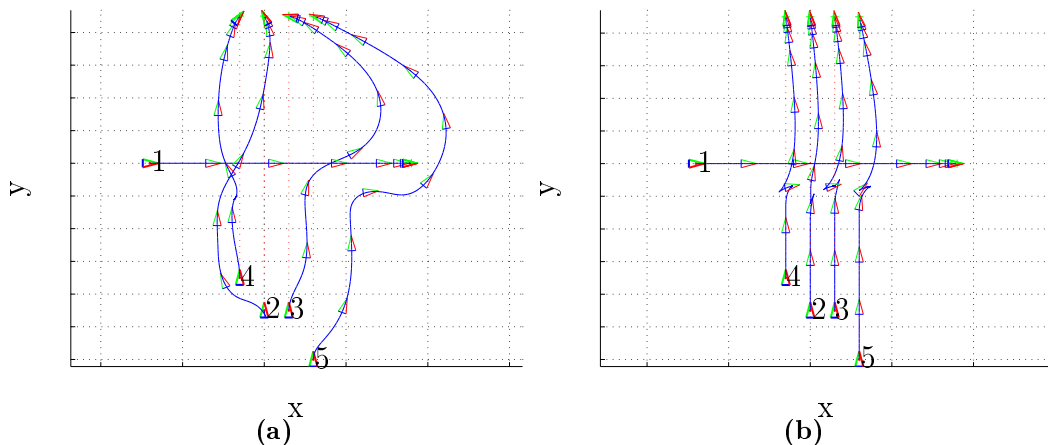


Σχήμα 4.1: Προσομοίωση τεχνητού σεναρίου πλοήγησης σε οριζόντιο επίπεδο με κυκλική περιοχή επιτήρησης και άμεσες προτεραιότητες:

(a) Οι παράγοντες 1-4 με υψηλή προτεραιότητα κινούνται απαρέγκλιτα σε παράλληλες τροχιές ενώ ο παράγοντας 5 με χαμηλή προτεραιότητα πραγματοποιεί ελιγμούς αποφυγής ως τον προορισμό του.

(b) Ο παράγοντας 5 πετά με υψηλή προτεραιότητα σε ευθεία τροχιά ενώ η χαμηλότερη προτεραιότητα των 1-4 τα αναγκάζει σε ελιγμούς γύρω από αυτό.

Ένα δεύτερο σύνολο προσομοιώσεων αφορά τη μορφή του χώρου επιτήρησης κάθε παράγοντα, όπου δοκιμάστηκαν δύο διαφορετικά σχήματα ώστε να διαπιστωθεί η επίδραση της συμβολής της εργασίας σε αυτόν τον τομέα. Το



Σχήμα 4.2: Προσομοίωση τεχνητού σεναρίου πλοήγησης σε οριζόντιο επίπεδο με διαφορετικές μορφές της περιοχής επιτήρησης:

(a) Αποφυγή συγκρούσεων από τους παράγοντες χαμηλής προτεραιότητας 1 – 4 με κυκλική περιοχή επιτήρησης. Συνολικό μήκος τροχιών: 23.89

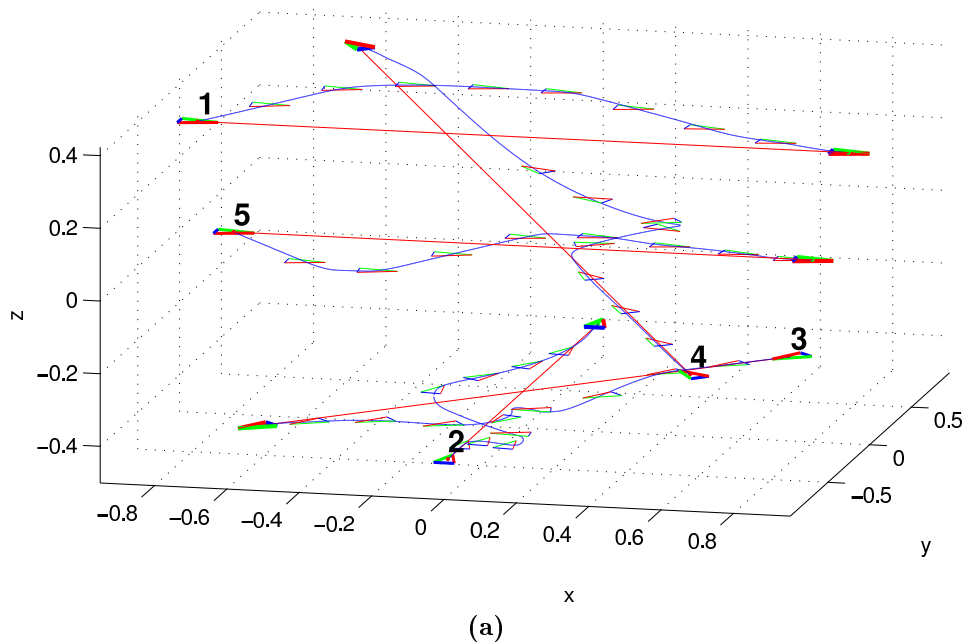
(b) Αποφυγή συγκρούσεων από τους παράγοντες χαμηλής προτεραιότητας 1 – 4 με μη-κυκλική περιοχή επιτήρησης. Συνολικό μήκος τροχιών: 20.90

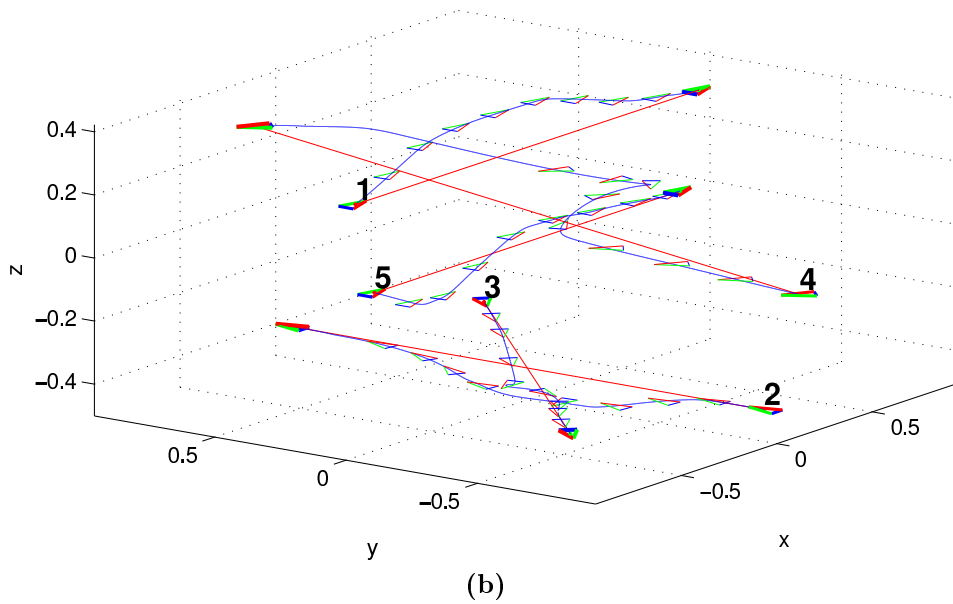
σενάριο που χρησιμοποιήθηκε είναι παρόμοιο με αυτό των προηγούμενων προσομοιώσεων, με 4 παράγοντες χαμηλής προτεραιότητας να κινούνται παράλληλα σε τροχιά σύγκρουσης με έναν παράγοντα υψηλότερης προτεραιότητας που κινείται σε κάθετη προς αυτά διαύθυνση. Αρχικά χρησιμοποιήθηκε κυκλικός χώρος επιτήρησης όπως παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 2.3 ενώ στη συνέχεια εφαρμόστηκε και μη-κυκλικός χώρος επιτήρησης με τον τρόπο που προτείνεται στο υποκεφάλαιο 2.4. Τα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων φαίνονται στο Σχήμα 4.2, όπου σημειώνεται η θετική επίδραση στο συνολικό μήκος των τροχιών του μη-κυκλικού σχήματος επιτήρησης ακόμα και σε αυτό το το ιδιαίτερα απαιτητικό τεχνητό σενάριο.

4.2 Προσομοιώσεις με τεχνητά σενάρια σε 3-διάστατο χώρο

Για την ανάδειξη της αποτελεσματικότητας του αλγορίθμου πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών σε 3-διάστατο χώρο που παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.3 χρησιμοποιήθηκε ένα σενάριο προσομοίωσης που να περιλαμβάνει ποικιλία συνθηκών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2. Αναλυτικά, το σενάριο αποτελείται από 2 αεροσκάφη (No. 2 και 3 στο σχήμα) που κινούνται κάθετα το

ένα ως προς το άλλο και στο ίδιο υψόμετρο, ενώ ένα 3° (No. 4) πραγματοποιεί έντονα ανοδική πορεία, περνώντας από τα επίπεδα όπου κινούνται άλλα αεροσκάφη (No 1 και 5). Όπως φαίνεται και στο σχήμα, σε όλες τις συνθήκες ο προτεινόμενος αλγόριθμος πλοήγησης παράγει ομαλές τροχιές, στις οποίες είναι εμφανής η επίδραση των συγκεκριμένων αρχών σχεδίασης των νόμων ελέγχου που εκτέθηκαν στο υποκεφάλαιο 3.3. Συγκεκριμένα, διακρίνεται η τάση κάθε αεροσκάφους να κινείται σε σταθερό υψόμετρο για όσο μεγαλύτερο διάστημα είναι δυνατόν, όπως φαίνεται στο σύνολο σχεδόν της κίνησης των αεροσκαφών 2, 3 και 5 και σε μεγάλο τμήμα της τροχιάς του αεροσκάφους 1. Ειδικότερα, τα αεροσκάφη 2, 3 και 5 πραγματοποιούν οριζόντιους ελιγμούς αποφυγής των διαφαινομένων συγκρούσεων αποφεύγοντας αλλαγές υψομέτρου, ενώ η τροχιά του αεροσκάφους 1 προσομοιάζει πολύ στην τυπική προσωρινή αλλαγή υψομέτρου που χρησιμοποιείται στον Έλεγχο Εναέριας Κυκλοφορίας: άνοδος με σταθερή κλίση, οριζόντια πορεία, κάθοδος παρομοίως. Είναι σημαντικό να τονισθεί εδώ ότι η παρατηρούμενη προτίμηση σε κατακόρυφο ελιγμό στην περίπτωση του αεροσκάφους 1 και σε οριζόντιους ελιγμούς στα αεροσκάφη 2, 3 και 5 δεν είναι προκαθορισμένη με κάποιον τρόπο ούτε υπάρχει ως διακριτή επιλογή στη λειτουργία του αλγορίθμου. Αντίθετα, η επιλογή ορισμένου τρόπου αντιμετώπισης κάθε σύγκρουσης “αναδύεται” από τη σχεδίαση των επιμέρους νόμων ελέγχου, την επιλογή των παραμέτρων ελέγχου και τις εκάστοτε συνθήκες.



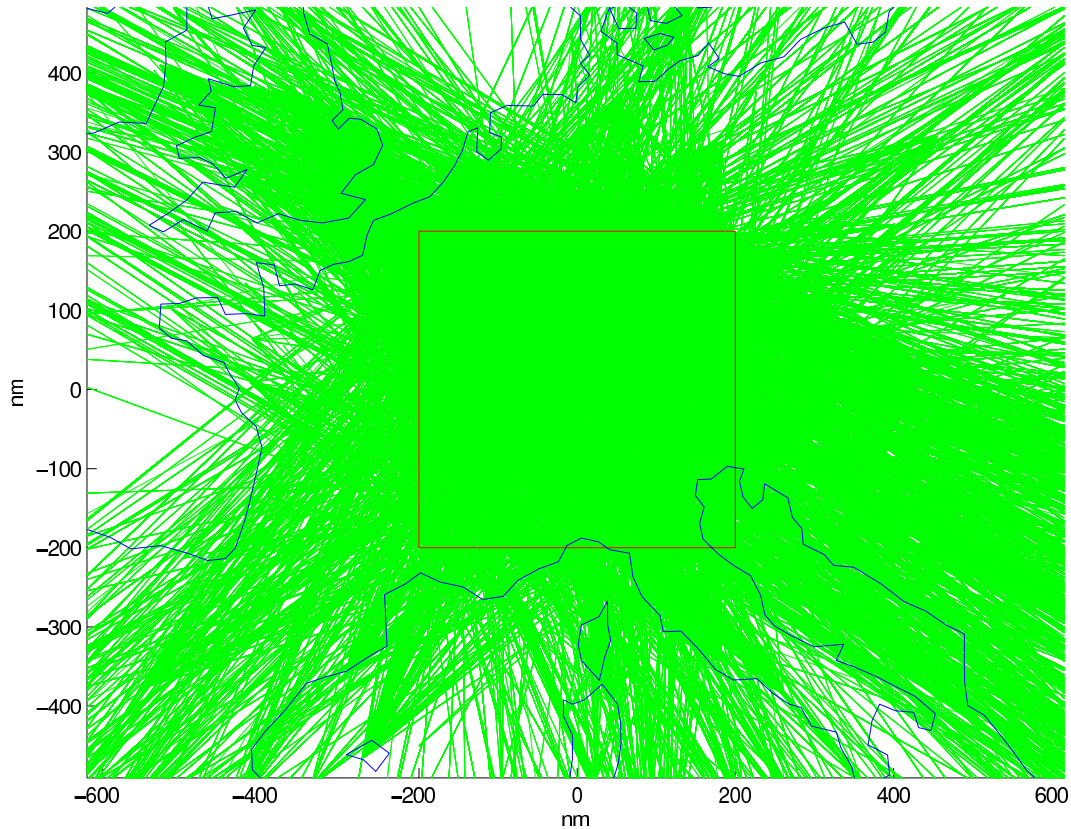


Σχήμα 4.2: Τροχιές των αεροσκαφών κατά την πλοήγηση στον 3-διάστατο χώρο

4.3 Προσομοιώσεις με ρεαλιστικά δεδομένα εναέριας κυκλοφορίας

Ως τελικό στάδιο στην αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθοδολογίας ως πιθανής λύσης για τη βραχυπρόθεσμη πλοήγηση και αποφυγή συγκρούσεων αεροσκαφών χρησιμοποιήθηκαν ρεαλιστικά δεδομένα εναέριας κυκλοφορίας. Τα συγκεκριμένα δεδομένα πτήσεων είναι αποτέλεσμα του έργου Single European Sky ATM Research Programme (SESAR) Target Concept [47] και αποτελούνται από 98000 περίπου πτήσεις στην Ευρώπη που αναχωρούν σε διάστημα 48 ωρών, έχοντας ως αποτέλεσμα περίπου 3-πλάσια πυκνότητα πτήσεων σε σχέση με την υψηλότερη πυκνότητα του έτους 2006. Για να περιοριστεί το συνολικό υπολογιστικό κόστος των προσομοιώσεων επιλέχθηκε μια περιοχή $400nm \times 400nm$ στον εναέριο χώρο της κεντρικής Ευρώπης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3, από την οποία στο διάστημα των 48 ωρών διέρχονται 35000 πτήσεις περίπου. Ο προτεινόμενος εδώ αλγόριθμος εφαρμόστηκε στην πλοήγηση των αεροσκαφών κατά την διέλευση τους μέσα από την πολυσύχναστη αυτή περιοχή του εναερίου χώρου.

Η προτεινόμενη εδώ μεθοδολογία εφαρμόστηκε με επιτυχία στην πλοήγηση και αποφυγή αεροσκαφών στο ρεαλιστικό και απαιτητικό αυτό σενάριο, καταφέροντας να αποτρέψει όλες τις συγκρούσεις και να οδηγήσει όλα τα αεροσκάφη στο στόχο τους. Συγκεκριμένα στοιχεία για τις ποικίλες προσομοιώσεις που υλοποιήθηκαν καθώς και αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων τους



Σχήμα 4.3: Η εξεταζόμενη περιοχή και οι πτήσεις που διέρχονται απο αυτήν

μπορεί να βρεθεί στο πλήρες κείμενο της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα. Αξίζει εδώ να επισημανθεί ότι πέραν όλων των άλλων, αναδείχθηκε και το χαμηλό υπολογιστικό κόστος της μεθόδου, καθώς με έναν προσωπικό υπολογιστή έγινε δυνατή η πλοήγηση του συνόλου των αεροσκαφών με ρυθμό εκατοντάδες φορές μεγαλύτερο του πραγματικού χρόνου. Καθιστάται σαφές επομένως ο,ότι η εφαρμογή με αποκεντρωμένο τρόπο, όπου κάθε αεροσκάφος θα σχεδιάζει μόνο τους δικούς του ελιγμούς σε πραγματικό χρόνο είναι σαφώς ρεαλιστική απο υπολογιστική σκοπιά.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

Στα προηγούμενα κεφάλαια παρουσιάστηκε συνοπτικά το περιεχόμενο της παρούσας Διδακτορικής διατριβής, με έμφαση στην εφαρμογή των αποτελεσμάτων στη βραχυπρόθεσμη αποφυγή συγκρούσεων και πλοήγηση αεροσκαφών στα πλαίσια του Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας ΕΕΚ. Αξιοποιώντας προηγούμενες προσεγγίσεις του συγκεκριμένου προβλήματος με τη χρήση Συναρτήσεων Πλοήγησης, [6, 3, 4, 5], η μεθοδολογία επεκτάθηκε και εξειδικεύτηκε στις απαιτήσεις της συγκεκριμένης εφαρμογής, με στόχο μια τεχνική αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών που μπορεί να αποτελέσει τμήμα ενός μελλοντικού συστήματος Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας. Για να γίνει αυτό δυνατό αντιμετωπίστηκαν διάφορα ζητήματα που εμποδίζουν την πρακτική εφαρμογή της μεθοδολογίας στην πλοήγηση αεροσκαφών, ενώ προτάθηκαν και σημαντικές βελτιώσεις, όπως παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω. Εξ' άλλου, όπως έχει επισημανθεί και νωρίτερα, τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν εδώ μπορούν επίσης να αξιοποιηθούν σε άλλες εφαρμογές πλοήγησης πολλών παραγόντων, όπως ο προγραμματισμός τροχιάς και ο έλεγχος κίνησης ρομπότ. Συνολικά, η συμβολή αυτής της εργασίας μπορεί να αναλυθεί στα εξής:

- Πραγματοποιήθηκε και παρουσιάζεται μια ευρεία έρευνα στην υπάρχουσα επιστημονική και τεχνική βιβλιογραφία που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 1.3. Εκεί αρχικά επισημάνθηκαν οι δυσκολίες που αντιμετωπίζει και αναμένεται να αντιμετωπίσει ο Έλεγχος Εναέριας Κυκλοφορίας (ΕΕΚ) ως το εξεταζόμενο πεδίο εφαρμογής. Επιπλέον, παρουσιάστηκαν τα επιτεύγματα της πρόσφατης επιστημονικής έρευνας που είτε στοχεύουν το ίδιο πεδίο εφαρμογής, είτε όχι αλλά κρίθηκε ότι μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάπτυξη μιας λύσης για τον Έλεγχο Εναέριας Κυκλοφορίας. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στις μεθόδους εκείνες που μπορούν να προσφέρουν αυστηρές εγγυήσεις για την αποτελεσματικότητα τους και που μπορούν να εφαρμοστούν με αποκεντρωμένο τρόπο, δικαιολογώντας αυτές τις επι-

λογές. Με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής προκρίθηκε η μεθοδολογία των Συναρτήσεων Πλοήγησης ως η πιο κατάλληλη αφετηρία για την ανάπτυξη ενός συστήματος βραχυπρόθεσμης πλοήγησης και αποφυγής συγκρούσεων αεροσκαφών, ενώ εντοπίστηκαν συγκεκριμένα σημεία αυτής που χρήζουν σημαντικής περαιτέρω ανάπτυξης και βελτίωσης.

- Η κατασκευή του τεχνητού δυναμικού με βάση τις αρχές της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης εμπλουτίστηκε σε διάφορους σημαντικούς τομείς: Εισήχθηκε πεπερασμένη αίσθηση του περιβάλλοντος με έναν βελτιωμένο νέο τρόπο σε σχέση με προηγούμενες προσεγγίσεις, ενώ ενσωματώθηκαν και δύο ανεξάρτητοι μεταξύ τους μηχανισμοί για επιβολή κανόνων προτεραιότητας. Ως εκ τούτου τα αεροσκάφη υπόκεινται αφ' ενός σε άμεσους κανόνες προτεραιότητας που βασίζονται στην ιεράρχηση τους σε κλάσεις, αφ' ετέρου σε έμμεσους κανόνες που προκύπτουν από το μη-κυκλικό σχήμα της περιοχής επιτήρησης κάθε αεροσκάφους.
- Αναπτύχθηκε η δυνατότητα χρήσης στην κατασκευή του δυναμικού πεδίου γενικότερων σχημάτων, οριζομένων εμμέσως με τη βοήθεια βαθμωτών συναρτήσεων μορφής. Η αυξημένη ελευθερία στην επιλογή του ιδεατού σχήματος κάθε αεροσκάφους καθώς και του χώρου επιτήρησης του αξιοποιήθηκε ώστε να προσαρμοστεί καλύτερα η μέθοδος στις προδιαγραφές και απαιτήσεις του Ελέγχου Εναέριας Κυκλοφορίας.
- Συμπληρωματικά με τις παραπάνω εξελίξεις στην κατασκευή του δυναμικού πεδίου, αναπτύχθηκε αντίστοιχα και ένας αποκεντρωμένος αλγόριθμος ελέγχου που λαμβάνει υπ' όψιν τα ειδικά χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης εφαρμογής, όπως:
 - Περιορισμένη δυνατότητα διακύμανσης της οριζόντιας ταχύτητας
 - Περιορισμένη γωνία ανόδου και καθόδου
 - Ανεξάρτητος έλεγχος των οριζοντίων και κατακόρυφων ελιγμών, επιτρέποντας την παραμετροποίηση τους ανάλογα με τους ισχύοντες κανονισμούς και τις προτιμήσεις του πληρώματος
 - Μειωμένοι ελιγμοί και αποκλίσεις για λόγους οικονομίας καυσίμου και χρόνου αλλά και άνεσης των επιβατών
- Τέλος, ο καινοτόμος τρόπος κατασκευής του δυναμικού πεδίου συνδυάστηκε με τον εξελιγμένο αλγόριθμο ελέγχου σε μία ποικιλία προσομοιωμένων σεναρίων, ξεκινώντας από περιορισμένης έκτασης αλλά αυξημένης δυσκολίας σεναρία, τα οποία είναι ενδεικτικά της αποτελεσματικότητας

της μεθόδου και σε άλλες εφαρμογές. Επιπλέον, αξιοποιήθηκαν ρεαλιστικά σχέδια που αντιστοιχούν στην μελλοντική αυξημένη εναέρια κυκλοφορία στον Ευρωπαϊκό εναέριο χώρο. Συνολικά τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων υποστηρίζουν την καταλληλότητα της προτεινόμενης εδώ μεθοδολογίας για τα συστήματα ΕΕΚ του μέλλοντος.

5.1 Επόμενες κατευθύνσεις έρευνας

Τα αποτελέσματα της εργασίας που παρουσιάστηκαν παραπάνω μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για περαιτέρω έρευνα σε ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών. Συγκεκριμένα, στον Έλεγχο Εναέριας Κυκλοφορίας μπορούν να γίνουν επιπλέον ποιοτικές βελτιώσεις στις παραγόμενες τροχιές, εισάγοντας περισσότερα κριτήρια, όπως πχ η καμπυλότητα τους. Επιπλέον, η χρήση των προτεραιοτήτων μπορεί να αναπτυχθεί περισσότερο, για παράδειγμα προς την κατεύθυνση αυτόματης ανάθεσης των κλάσεων, είτε στατικά κατά την εκκίνηση κάθε αεροσκάφους, είτε και δυναμικά. Μια άλλη περιοχή που προσφέρεται για περαιτέρω εμβάθυνση είναι τα σχήματα των ιδεατών όγκων κάθε αεροσκάφους και της περιοχής επιτήρησης του, αφού πλέον υπάρχει αυξημένη ελευθερία επιλογής τους. Τέλος, μια δυνατότητα επέκτασης στην οποία έχουν ήδη γίνει βήματα είναι ο συνδυασμός της μεθοδολογίας των Συναρτήσεων Πλοήγησης όπως παρουσιάζεται εδώ με ένα σχήμα Προβλεπτικού Ελέγχου - Model Predictive Control (MPC). Με αυτόν τον τρόπο συνδυάζονται τα πλεονεκτήματα των δύο μεθόδων, δηλαδή οι αυστηρές εγγυήσεις των Συναρτήσεων Πλοήγησης με την ικανότητα του Προβλεπτικού Ελέγχου να χειρίζεται εύκολα κριτήρια βελτιστοποίησης και περιορισμούς. Το αποτέλεσμα ενός τέτοιου συνδυασμού μπορεί να είναι είτε ένα σύστημα βραχυπρόθεσμης αποφυγής συγκρούσεων με αυξημένες ικανότητες, είτε μια στενότερη διασύνδεση μεταξύ του βραχυπρόθεσμου και του μεσοπρόθεσμου επιπέδου αποφυγής συγκρούσεων. Μια πρώτη προσέγγιση προς την δεύτερη κατεύθυνση έχει προταθεί στα [48, 49] και παρουσιάζεται αναλυτικά στο Παράρτημα του πλήρους κειμένου της εργασίας στην Αγγλική γλώσσα. Επιπλέον, τα αποτελέσματα αυτής της Διατριβής έχουν αξιοποιηθεί σε συνδυασμό με τεχνικές Προβλεπτικού Ελέγχου, δίνοντας πολύ θετικά αποτελέσματα, στην εργασία [50].

Βιβλιογραφία

- [1] EUROCONTROL, “Long-Term Forecast, Flight Movements 2010-2030,” <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/publication/files/long-term-forecast-2010-2030.pdf>, December 2010.
- [2] HYBRIDGE Consortium, *HYBRIDGE: Distributed Control and Stochastic Analysis of Hybrid Systems Supporting Safety Critical Real-Time Systems Design*. European Commission, IST-2001-32460. <http://hybridge.nlr.nl/>.
- [3] D. Dimarogonas, M. Zavlanos, S. Loizou, and K. Kyriakopoulos, “Decentralized motion control of multiple holonomic agents under input constraints,” *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, vol. 4, pp. 3390–3395 vol.4, Dec. 2003.
- [4] D. V. Dimarogonas, S. G. Loizou, K. J. Kyriakopoulos, and M. M. Zavlanos, “A feedback stabilization and collision avoidance scheme for multiple independent non-point agents,” *Automatica*, vol. 42, no. 2, pp. 229–243, 2006.
- [5] D. V. Dimarogonas and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized navigation functions for multiple robotic agents with limited sensing capabilities,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 48, no. 3, pp. 411–433, 2007.
- [6] D. Dimarogonas and K. Kyriakopoulos, “Decentralized stabilization and collision avoidance of multiple air vehicles with limited sensing capabilities,” in *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pp. 4667–4672 vol. 7, June 2005.
- [7] iFly Consortium, *iFly: Safety, complexity and responsibility based design and validation of highly automated air traffic management*. European Commission, TREN/07/FP6AE/S07.71574/037180. <http://ifly.nlr.nl/>.

- [8] G. Roussos, *Development of Conflict Avoidance algorithms for Autonomous Aircraft: Applications in Air Traffic Management*. PhD thesis, National Technical University of Athens, 2012.
- [9] J. Hoekstra, “Designing for safety: the Free Flight Air Traffic Management concept,” Tech. Rep. NLR-TP-2001-313, National Aerospace Laboratory (NLR), 2002.
- [10] MFF consortium, “MFF: Mediterranean Free Flight,” tech. rep., 2005.
- [11] M. S. Eby, “A self-organizational approach for resolving air traffic conflicts,” *Lincoln Laboratory Journal - Special issue on air traffic control*, vol. 7, pp. 239–254, September 1994.
- [12] J.-C. Latombe, *Robot motion planning*. Kluwer international series in engineering and computer science: Robotics, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [13] S. LaValle, *Planning algorithms*. Cambridge University Press, 2006.
- [14] H. Choset, K. M. Lynch, S. Hutchinson, G. Kantor, W. Burgard, L. E. Kavraki, and S. Thrun, *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations*. Cambridge, MA: MIT Press, June 2005.
- [15] J. Kuchar and L. Yang, “A review of conflict detection and resolution methods,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 179–189, 2000.
- [16] C. Tomlin, J. Lygeros, and S. Sastry, “A game theoretic approach to controller design for hybrid systems,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 88, pp. 949–970, July 2000.
- [17] C. Tomlin, G. Pappas, and S. Sastry, “Conflict resolution for air traffic management: a study in multiagent hybrid systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, pp. 509–521, Apr 1998.
- [18] C. J. Tomlin, *Hybrid Control of Air Traffic Management Systems*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, University of California, Berkeley, 1998.
- [19] A. Bicchi and L. Pallottino, “On optimal cooperative conflict resolution for air traffic management systems,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 221–231, 2000.

- [20] A. Bicchi, A. Marigo, G. Pappas, M. prandini, G. Parlangeli, C. Tomlin, and S. Sastry, “Decentralized air traffic management systems: Performance and fault tolerance,” *Proceedings of the IFAC International Workshop on Motion Control*, 1998.
- [21] A. Bicchi, “An experimental study of performance and fault-tolerance of a hybrid free-flight control scheme,” in *Robustness in identification and control* (A. Garulli and A. Tesi, eds.), vol. 245 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pp. 449–463, Springer London, 1999.
- [22] P. Menon, G. Sweriduk, and B. Sridhar, “Optimal strategies for Free Flight Air Traffic conflict resolution,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 22, pp. 202–211, 1999.
- [23] G. Inalhan, D. Stipanovic, and C. Tomlin, “Decentralized optimization, with application to multiple aircraft coordination,” in *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, vol. 1, pp. 1147–1155 vol.1, Dec 2002.
- [24] L. Pallottino, V. G. Scordio, E. Frazzoli, and A. Bicchi, “Decentralized cooperative policy for conflict resolution in multi-vehicle systems,” *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 23, no. 6, pp. 1170–1183, 2007.
- [25] O. Khatib, “Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 1, pp. 90–98, 1986.
- [26] S. Lindemann and S. LaValle, “Smoothly blending vector fields for global robot navigation,” in *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pp. 3553–3559, Dec 2005.
- [27] N. Ayanian and V. Kumar, “Decentralized feedback controllers for multi-agent teams in environments with obstacles,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, pp. 878–887, October 2010.
- [28] J. Kosecka, C. Tomlin, G. Pappas, and S. Sastry, “Generation of conflict resolution maneuvers for air traffic management,” in *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1598–1603, 1997.
- [29] K. Zeghal, “A review of different approaches based on force fields for airborne conflict resolution,” *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pp. 818–827, 1998.

- [30] E. Rimon and D. E. Koditschek, “Exact robot navigation using artificial potential functions,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 5, pp. 501–508, 1992.
- [31] C. Carbone, U. Ciniglio, F. Corrado, and S. Luongo, “A novel 3D geometric algorithm for aircraft autonomous collision avoidance,” *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pp. 1580–1585, Dec. 2006.
- [32] E. Lalish and K. Morgansen, “Decentralized reactive collision avoidance for multivehicle systems,” in *47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1218–1224, Dec 2008.
- [33] K. D. Bilimoria, “A geometric optimization approach to aircraft conflict resolution,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Denver, CO*, Aug 2000.
- [34] G. Dowek and C. Munoz, “Conflict detection and resolution for 1,2,...n aircraft,” *7th AIAA Aviation technology, Integration and Operations Conference (ATIO)*, 2007.
- [35] G. Dowek, C. Munoz, and A. Geser, “Tactical conflict detection and resolution in a 3-D airspace,” *Technical Report NASA/CR-2001-210853*, 2001.
- [36] J.-M. Alliot, N. Durand, and G. Granger, “FACES: a free flight autonomous and coordinated embarked solver,” in *2nd USA/EUROPE ATM R&D seminar*, 1998.
- [37] R. Irvine, “Comparison of pairwise priority-based resolution schemes through fast-time simulation,” *8th Innovative Research Workshop & Exhibition, INO 2009, Eurocontrol Experimental Center*, 2009.
- [38] G. Chaloulos, J. Lygeros, I. Roussos, K. Kyriakopoulos, E. Siva, A. Lecchini-Visintini, and P. Casek, “Comparative study of conflict resolution methods,” *iFly Project, Deliverable D5.1*, June 2009.
- [39] D. Koditschek and E. Rimon, “Robot navigation functions on manifolds with boundary,” *Advances in Applied Mathematics*, vol. 11, no. 4, pp. 412–442, 1990.
- [40] H. G. Tanner, S. Loizou, and K. J. Kyriakopoulos, “Nonholonomic navigation and control of cooperating mobile manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 53–64, 2003.

- [41] S. G. Loizou and K. J. Kyriakopoulos, “A feedback-based multiagent navigation framework,” *International Journal of Systems Science*, vol. 37, no. 6, pp. 377–384, 2006.
- [42] C. Karagoz, H. Bozma, and D. Koditschek, “Coordinated navigation of multiple independent disk-shaped robots,” EECS Department Technical Report CSE-TR-486-04, University of Michigan, Ann Arbor, 2004.
- [43] S. Loizou and K. Kyriakopoulos, “Navigation of multiple kinematically constrained robots,” *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 1, pp. 221–231, 2008.
- [44] H. G. Tanner and A. Kumar, “Formation stabilization of multiple agents using decentralized navigation functions,” in *Proceedings of Robotics: Science and Systems*, (Cambridge, USA), June 2005.
- [45] S. G. Loizou, D. V. Dimarogonas, and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized feedback stabilization of multiple nonholonomic agents,” *Proceedings of the 2004 International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3012–3017, 2004.
- [46] G. Roussos and K. J. Kyriakopoulos, “Decentralized and prioritized navigation and collision avoidance for multiple mobile robots,” in *Distributed Autonomous Robotic Systems*, vol. 83 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pp. 189–202, Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [47] Single European Sky ATM Research - SESAR, “European ATM Master Plan,” 2009.
- [48] G. P. Roussos, G. Chaloulos, K. J. Kyriakopoulos, and J. Lygeros, “Control of multiple non-holonomic vehicles under uncertainty using model predictive control and decentralized navigation functions,” *2008 IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1225–1230, 2008.
- [49] G. Chaloulos, G. Roussos, J. Lygeros, and K. Kyriakopoulos, “Ground Assisted Conflict Resolution in Self-Separation Airspace,” in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, (Honolulu, Hawaii), Aug. 2008.
- [50] S. Maniatopoulos, D. Dimarogonas, and K. Kyriakopoulos, “A decentralized event-based predictive navigation scheme for air-traffic control,” in *American Control Conference (ACC), 2012*, pp. 2503–2508, June 2012.