

ENSINO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS, MEDIDAS E SIMETRIA: POR UMA EDUCAÇÃO (ETNO)MATEMÁTICA COM ARTE

*TEACHING OF GEOMETRIC CONCEPTS, MEASUREMENTS AND SYMMETRY:
FOR AN (ETHNO)MATHEMATICAL EDUCATION WITH ART*

Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Resumo

A arte geométrica tem atraído o interesse de antropólogos, artistas plásticos, profissionais do universo da moda, estudiosos da etnomatemática, entre outros, pois em quase todo o mundo há manifestações que evidenciam aspectos geométricos elaborados pela cognição humana, o que para Gerdes (1991) é denominado de *pensamento geométrico*. Neste artigo, abordamos a geometria presente nos ornamentos geométricos da arte, considerando a sua importância como um eixo gerador da matemática a ser implementado nas escolas. Fazemos uma reflexão acerca de uma experiência realizada com professores de Matemática e estudantes de licenciatura em Matemática e apontamos algumas possibilidades de exploração dos princípios de simetria da arte no ensino de geometria.

Palavras-chave: Etnomatemática. Ensino de geometria. Simetria.

Abstract

Geometric art has awakened the interest of anthropologists, plastic artists, professionals from the fashion world, ethno-mathematics researchers, among others, for almost all over the world there are manifestations that emphasize geometric aspects which are produced by human cognition, which Gerdes (1991) denominates *geometric thought*. In this paper, we deal with the geometry that exists in the artistic geometric ornaments considering their importance as a mathematics generator axis to be implemented at schools. We make a reflection concerning an experience that was carried out with teachers and students of Mathematics course and we point out some possibilities of exploration of the principles of art's symmetry in the teaching of geometry.

Key-words: Ethnomathematics. Geometry Teaching. Symmetry.

Nota introdutória

Na busca de explicação dos fenômenos ocorridos no seu cotidiano, as sociedades criam estratégias cognitivas que expressam representações do seu modo de ver e viver no mundo. A geometria dos ornamentos é um exemplo característico dessa leitura de mundo, pois suas linhas, formas e padrões geométricos configuram expressões poliformais que comunicam e evidenciam aspectos sócio-cognitivos e culturais de cada grupo social que os elaborou. A investigação das relações matemáticas presentes nos ornamentos geométricos nos remete às possibilidades de articulações pedagógicas entre arte e geometria no ensino de matemática. Para isso é importante explorarmos os aspectos históricos, antropológicos e artísticos da matemática dos ornamentos geométricos visando perceber convergências de padrões cognitivos nas criações geométricas, bem como conexões de saberes interdisciplinares nessa criação artística e matemática.

Além disso, podemos discutir as práticas de alguns grupos de artesãos de cerâmica, rendeiras, artesãs de tapeçaria, bordadeiras entre outros artesãos ligados a este tipo de criação artística, pois os mesmos evidenciam, na sua prática, um domínio de saberes que caracterizam a cultura dos ornamentos geométricos. A partir desses norteadores investigatórios, consideramos possível explorar as matemáticas emergentes dessas práticas, com vistas a uma discussão mais profunda acerca do que Paulus Gerdes (1991) denomina *pensamento geométrico*. Assim sendo, apontaremos alguns padrões cognitivos que se evidenciam em algumas culturas investigadas, caracterizando uma estrutura universalizante desse pensamento geométrico.

Desde 2001 estamos desenvolvendo estudos visando oferecer aos professores de matemática e aos estudantes do ensino fundamental e médio, possibilidades de articulação dialogal entre saberes e práticas nos quais o tripé sociedade, cognição e cultura, se constituam na base da geração do conhecimento matemático escolar (MENDES, 2001b). Ao longo desses anos o nosso projeto teve como produto alguns artigos (MENDES e FERRETE, 2003, 2004; MENDES, 2005, 2007), monografias e três dissertações de mestrado (BARROS, 2004; FERRETE, 2005 e MELO, 2007), bem como a inserção da abordagem etnomatemática conectada a arte matemática em sua dimensão geométrica envolvendo casos de simetria. Neste sentido, um dos aspectos matemáticos que emergiu fortemente de nossos estudos refere-se às características matemáticas presentes na criação dos

ornamentos geométricos da arte da cerâmica amazônica, praticada por populações tradicionais como a antiga sociedade marajoara e as reinvenções dessa tradição, atualmente desenvolvida na Ilha do Marajó, no município de Ponta de Pedras, e suas formulações híbridas como a arte da cerâmica icoaraciense, produzida no distrito de Icoaraci, distante 18 km de Belém, muito bem representada no bairro do Paracuri, principalmente no Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso, *locus* de uma pesquisa desenvolvida por nós durante três anos (MENDES; FERRETE, 2002; 2003; 2004). Além dessas práticas relacionadas a arte dos ornamentos geométricos, outros estudos, também referentes ao projeto de pesquisa intitulado *Educação Etnomatemática com Arte* (MENDES, 2001; 2002), tomaram como *locus* de investigação, algumas comunidades praieiras dos estados do Ceará (Iguape, Flexeiras) e do Rio Grande do Norte (Alcaçus, Touros), na busca de compreender os princípios da arte matemática envolvido na tecitura das rendas. Para complementar ainda mais tais estudos, analisamos dois catálogos referentes a essas manifestações da arte matemática como um catálogo sobre as formas geométricas da cerâmica marajoara (GALLO, 1996) e outro sobre as diversas ornamentações das rendas (GIRÃO, 1984), complementando com a análise de estudos sobre ornamentação geométrica em outras culturas como Oliveras (1996), Leite (2007) e Junqueira et al (2008).

Gallo (1996) faz uma descrição das manifestações geométricas existentes nas decorações das cerâmicas marajoaras antigas com a finalidade de fornecer subsídios para outras atividades artesanais como bordados de camisas e pinturas de tecidos. Todavia, seu catálogo contém uma riqueza de detalhes no desenhos dos ornamentos que podem contribuir para a elaboração de atividades voltadas ao ensino de geometria e medidas, envolvendo principalmente área, perímetros, formas geométricas e casos de simetria.

Girão (1984) descreve, com características mais etnográficas, um mapa cultural das comunidades rendeiras do Brasil e suas origens europeias. Trata-se de um estudo que contém detalhes comparativos entre os diversos modos e ornamentos geométricos presentes em cada tipo de renda elaborado em diferentes comunidades artesãs do país até a década de 1980. Constitui-se em uma obra de referência sobre o assunto.

O trabalho de Oliveras (1996) refere-se a uma experiência em educação etnomatemática, na qual a autora realizou uma pesquisa em uma comunidade

de artesãos de origem árabe, na cidade de Granada (Espanha). O artesanato, segundo Oliveras (1996), contribui para os estudantes conhecerem os ângulos necessários, com suas medidas em graus e o modo adequado de obtê-los, de acordo com as medidas de cada peça artesanal a ser confeccionada. É nesse tipo de atividade profissional, por exemplo, que encontramos dois tipos de conhecimento etnomatemático: o acadêmico e o artesanal. O primeiro se refere aos conceitos matemáticos abordados na escola, em qualquer nível de ensino e que estão implícitos nas atividades dos artesãos. O segundo diz respeito aos aspectos matemáticos específicos da cultura investigada, ou seja, aqueles contextualizados no próprio ambiente, conforme a prática e a criatividade dos artesãos, e são constantemente produzidos para uso neste cenário cognitivo (OLIVEIRAS, 1996).

O trabalho de Leite (2007) aborda o simbolismo dos padrões geométricos da arte Islâmica, analisando as simetrias presentes na organização desses padrões decorativos de modo a buscar analogias com a língua árabe. Mostra, ainda como os padrões geométricos da arte islâmica se expandem mediante a adição de elementos que lhes ampliam o sentido artístico. Todavia, é nessa multiplicação de sentidos dados pela organização decorativa dos padrões geométricos que se evidencia um manancial de explorações matemáticas envolvendo geometria, medidas, simetria, aritmética, aspectos sobre arranjos, permutação e combinação, dentre outros aspectos matemáticos que poderão ser explorados nas aulas de matemática.

Quanto ao trabalho de Junqueira et al (2008), trata-se de uma descrição gráfica dos padrões geométricos presentes na pintura corporal relacionados a cultura Kamaiurá em suas múltiplas representações. O objetivo do estudo foi registrar os tipos e significados da pintura corporal dessa etnia para que seja uma forma de preservação e conservação desse aspecto cultural e se torne sempre presente para as gerações atuais e futuras. É nessa aposta que os próprios educadores Kamaiurá acreditam que seus filhos aprenderão a forma correta de pintar e que, assim, esses desenhos pintados serão amigos de todos e para toda a vida. O trabalho é fruto de uma atividade desenvolvida durante o curso de formação de professores em nível superior, promovido pela Universidade do Estado de Mato Grosso, com intenção de posteriormente incluir o material obtido nas aldeias locais como elementos gerados da matemática escolar local.

Como podemos considerar as implicações pedagógicas dessas manifestações da arte geométrica no ensino de matemática nas escolas das comunidades que desenvolvem essas práticas? A partir de pesquisa bibliográfica e com base em alguns estudos já realizados, bem como nos estudos atualmente em andamento, nos propomos a discutir as possibilidades de incorporação dessas atividades artísticas nas aulas de matemática no Ensino Fundamental e Médio, considerando a geometria e a arte, duas manifestações cognitivas inter-relacionadas na medida em que a representação geométrica se constitui em uma das formas de manifestação da imaginação artística que busca criar modelos de interpretação do mundo no qual está evidenciada a estética cultural de quem os cria.

Sobre a geometria e a arte como manifestações cognitivas

Em muitas sociedades as expressões artísticas são amplamente difundidas no contexto sociocultural, de modo a enfatizar que a arte é uma das várias manifestações humanas e que não a encontramos apenas nos acervos de museus, posto que diversos utensílios de uso diário como louças, tecidos, móveis, entre outros são decorados com padrões geométricos que possuem formas simbólicas. Vários antropólogos, arqueólogos e matemáticos identificaram em peças confeccionadas por sociedades antigas e analisaram os padrões decorativos dessas peças e objetos. Um belo jogo de símbolos e formas geométricas têm passado de geração a geração, manifestando a arte, bem como aspectos integrantes da vida religiosa das comunidades, exemplificadas, por exemplo, pelas máscaras cerimoniais, objetos religiosos e elementos arquitetônicos, entre outros¹.

Qual geometria é possível ser explorada e ensinada nas escolas a partir dessa arte? Por que discutir esse tema a partir de culturas tradicionais e híbridas como a amazônica? A conexão entre geometria e arte apresenta um ponto em comum: a exploração do espaço. O estudo característico da geometria baseia-se na exploração matemática de pontos, linhas e formas no espaço, enquan-

¹ Um belo exemplo desse tipo de estudos consta na obra de Owen Jones “The grammar of ornament (A gramática dos Ornamentos)”. Publicado pela primeira vez em 1856, transformou-se uma manual importante para introduzir os desenhadores nas artes decorativas das culturas por onde Jones havia passado em suas viagens ou que tinha estudado. No livro há, mais de 100 ilustrações de ornamentos chineses, persas, hindus, árabes, bem como de outras culturas.

to a arte é, frequentemente, relacionada com a apreciação estética do espaço ou com o seu uso para provocar certa manifestação emocional em cada observador (WILLIAMS, 1993).

Ao longo de sua existência, a sociedade humana construiu uma variedade cultural que se manifesta por meio de atividades relacionadas à arte e que podem ser interpretadas como uma aplicação de conceitos e técnicas geométricas, principalmente aquelas cujos princípios geométricos são centrais na construção de um desenho ou projeto artístico. A partir desse ponto de vista é possível percebermos o quanto a matemática é útil, tanto para a arte como para a ciência e a tecnologia. Porém, há razões educacionais mais profundas que podem motivar a busca de relações entre a matemática e a arte, principalmente no caso dos ornamentos geométricos indígenas e sua pintura corporal, as rendas, os mosaicos, as cerâmicas decorativas, a azulejaria, entre outras manifestações de arte manufaturada. A geometria envolvida nessas práticas culturais e profissionais pode ser muito mais agradável e acessível para a maioria dos estudantes do que a matemática envolvida em aplicações científicas que, muitas vezes, não lhe dizem nada quando são apresentadas na sala de aula pelo professor.

Segundo a tradição ocidental, as artes são conceitualmente separadas de outras esferas da vida social e cultural, ainda que nem sempre tanto quanto se pretenda. Nas sociedades indígenas, as artes são uma ornamentação para as manifestações públicas e os talentos manuais, mesmo os mais individualizados, são bastante compartilhados pela população: as coisas são feitas por artesãos locais e por intermédio de processos que todos conhecem (VIDAL; SILVA, 2000, p. 281).

Para muitos de nós, a matemática pode ter mais valor pessoal devido sua relação com outras áreas de conhecimento ou pela sua explicitação em determinadas manifestações da arte, principalmente a geometria. O prazer e a satisfação que as crianças encontram em um desenho, nas suas cores e em vários modelos geométricos emergentes desses desenhos pode, certamente, contribuir para a sua aprendizagem de matemática. Outrossim, o desenvolvimento de conceitos geométricos e certas habilidades gráficas podem ser aplicados nessa prática para que os estudantes tenham prazer da arte criativa. Se nós alcançarmos isto, os alunos apreciarão a relevância e a força da matemática, presente nesses trabalhos, a partir de um

caminho pessoal, e associarão o prazer de criação artística com a criatividade matemática.

Mas de que maneira é possível incluir o aspecto cultural como forma de abordar a geometria na escola? Há uma conexão multicultural entre arte e matemática que surge naturalmente do contexto em que essa arte é produzida, na medida em que essas duas manifestações cognitivas são evidenciadas e exploradas como atividades de aprendizagem pelo professor. Particularmente, neste artigo, abordaremos a geometria presente nos ornamentos geométricos da arte em cerâmica, cestarias, rendas, bordados e azulejarias, entre outros, considerando a sua importância como um eixo gerador da matemática a ser implementada nas escolas. A arte geométrica presente em contextos culturais diferenciados tem despertado o interesse de antropólogos, artistas plásticos, profissionais do universo da moda, estudiosos da etnomatemática entre outros, pois em todo o mundo há manifestações que evidenciam aspectos geométricos elaborados pela cognição humana, o que para Gerdes (1991) é denominado de *pensamento geométrico*.

A arte geométrica árabe, por exemplo, tem talvez, o maior desenvolvimento e tradição sofisticada a esse respeito, bem como muitos dos trabalhos encontrados na Índia antiga, China, Grécia antiga e no continente africano, e que certamente tem sido incluído na cultura Ocidental moderna. Esse processo pode ter ocorrido devido à trajetória histórica da humanidade em seu processo de migração geográfica e cultural que favoreceu um movimento de difusão da manifestação artístico-cultural que ocasionou a miscigenação da arte de diferentes origens.

As formas presentes na figura 1 aparecem na maioria dos tapetes e cerâmicas confeccionados por populações nômades que conhecemos e cujos padrões vem sendo ressignificados, em outras sociedades, há milênios. Os variados desenhos relacionados a arte da tapeçaria persa, por exemplo, indicam a procedência e, muitas vezes, até a idade das peças, assinalando as características de um determinado grupo de tapetes. O mesmo procedimento poderia ser tomado para analisarmos as características de culturas indígenas brasileiras, tal como são mencionados nos trabalhos de Gallo (1996), Schaan (1997), Gomes (2002), Junqueira et al (2008), entre outros.



Figura 1

Se investigarmos as possibilidades pedagógicas advindas desses estudos, certamente poderemos apontar contribuições para o desenvolvimento de atividades voltadas ao ensino de geometria e medidas que tomem a cultura indígena como elemento gerador da atividade didática. Em termos educativos, entendemos que o estudante é quem ganhará com essa tomada de atitude em prol da inclusão da arte geométrica indígena nas aulas de matemática, pois poderá viabilizar a apreciação da beleza matemática e artística envolvida nessa manifestação artística, principalmente se considerarmos que se trata de uma parcela da cultura tradicional desse estudante.

A inclusão de uma variedade de fontes culturais como alternativa para a exploração do pensamento e prática geométrica na sala de aula poderá possibilitar ao estudante, uma experiência cognitiva e educacional muito rica, visto que o uso dessas fontes pode levar o estudante a compreender a contribuição de outras culturas para o desenvolvimento da arte geométrica explorada nas aulas de geometria. Assim, poderemos focar a geometria do currículo da matemática escolar na arte e vice-versa, considerando que a partir do local e de suas diversas conexões com outras culturas, exploraremos a geometria escolar (ZASLAVSKY, 1996). A partir da arte geométrica de várias culturas, certamente teremos um veículo natural e genuíno para educar matematicamente os estudantes em uma perspectiva multicultural.

A arte produzida por vários grupos indígenas do Brasil fornece modelos de expressão geométrica, viáveis ao desenvolvimento de projetos centrados em um contexto natural e rico para a exploração da geometria na arte. A investigação dessa arte favorece naturalmente a formulação de um ensino de geometria baseado no estudo desses modelos geométricos. A partir daí poder-se-á conectar os elementos

da cultura local aos mais variados contextos multiculturais nos quais os padrões geométricos também estejam estabelecidos, mesmo que por meio de outras manifestações artístico-geométricas.

A propósito da exploração dos modelos geométricos

Antes de abordarmos possíveis casos de exploração dos ornamentos geométricos nas atividades educativas para o ensino de geometria, apresentaremos alguns casos de ornamentação geométrica presentes em pinturas corporais, peças de cestarias, de cerâmica, de rendas, de bordados ou similares, envolvendo várias comunidades tradicionais do Brasil.

Determinados grupos indígenas construíram, ao longo de sua história sociocultural, certos padrões geométricos com significado exclusivo para sua comunidade, constituindo um padrão tradicional da cultura para ornamento dos corpos, das peças de cerâmica ou dos traçados em cipós, barbantes, palhas ou similares durante a confecção de objetos para adorno, decoração ou peças de uso doméstico.



Foto 1. Delarole (extraída de Vidal, 2002, p. 235).

Observando a foto 1 e tomando a coluna vertebral da pessoa fotografada como o eixo de simetria é possível o professor explorar casos em que há rotação e translação de padrões geométricos, pois, a primeira vista, podemos perceber que a forma do padrão repete-se em diferentes posições de modo a compor todo o motivo da decoração corporal. De acordo com Muller (2000),

(...) a pintura apresentada anteriormente refere-se ao motivo *ipirajuak* (pintura de peixe), padrão *tayngava*. A ornamentação do corpo com desenho geométrico, além de expressar um conteúdo relacionado à categorização social e outro relacionado à “noção de máscara”, isto é, a de indivíduo biológico e personagem

social, possui outros sentidos, pois o elemento gráfico é realizado em outras formas além do corpo e não há dois estilos para diferentes suportes. Em todos eles o desenho único é abstrato, decorativo, mas igualmente simbólico, isto é, traduz noções básicas do pensamento, cujo conteúdo se encontra na própria forma do desenho e na tendência do estilo (MULLER, 2000, p. 234).

O professor deve procurar conhecer tais padrões e durante os primeiros períodos letivos da escola dessas comunidades, passar alguns minutos discutindo com os estudantes acerca dessas informações, considerando a necessidade dos alunos compreenderem seus significados para tal grupo social. Somente a partir daí será possível ao professor explorar esses significados para a construção, junto com os alunos, dos padrões geométricos já conhecidos por eles. Após esse momento, acreditamos ser possível explorar os aspectos geométricos como medidas, simetria e formas geométricas presentes, sendo possível ir até alguns estudos sobre transformações geométricas.

Depois que os estudantes se familiarizam com os padrões, eles podem criar novos padrões que sejam similares ou diferentes aos já conhecidos e elaborar suas criações. A partir daí, o professor poderá comentar os trabalhos realizados, enfatizando os significados dos padrões geométricos presentes nas louças cerâmicas, nos adornos, na pintura corporal, nos traçados em cipós, mostrando que cada um nomeia o ambiente, o significado de palavras faladas, as situações vivenciadas, as casas, os astros do céu, entre outros símbolos da vida e da cosmologia de cada grupo.

É necessário que o professor discuta com os estudantes alguns desses aspectos, mas se detenha detalhadamente nos aspectos referentes aos casos de simetria e aos modos operacionais de exploração das formas geométricas, noções perímetro e área, tomando como orientação a investigação matemática na sala de aula. Inicialmente, deve sugerir que os alunos representem no papel, ou seja, na forma plana, o que estão observando na foto ou no seu próprio corpo (no caso de uma atividade na própria aldeia). A partir dessa representação (plana) que será possível observar e desenvolver as habilidades de projeção tridimensional no plano, bem como a representação e exploração dos casos de simetria, conforme a situação explorada na sala de aula.

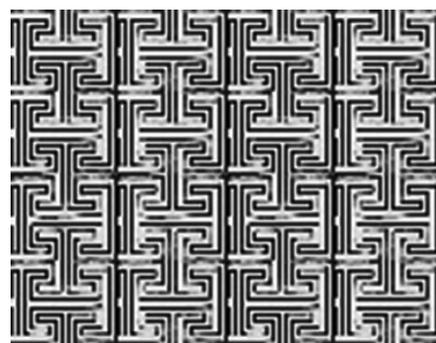


Figura 2

A figura 2 representa uma reelaboração de um modelo geométrico decorativo a partir de um padrão *ipirajuak* semelhante ao da pintura corporal anterior. Podemos observar que, neste caso, o padrão se repete através de translação ou rotação, pois a figura constitui uma repetição contínua em dois movimentos (vertical e horizontal), dependendo do observador.

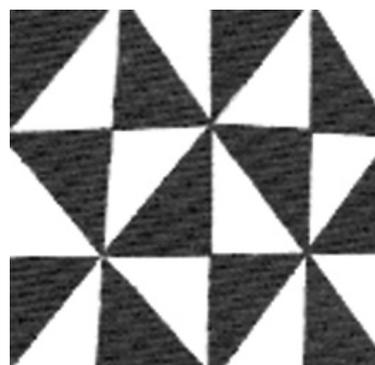


Figura 3: Apyryrĩ, extraída de Junqueira et al (2008, p. 125).

A figura 3 representa a libélula (Apyryrĩ), na cultura Kamaiurá. De acordo com Junqueira et al (2008), a pintura serve somente para os homens jovens e adultos como, por exemplo, para o Kuarup: uma festa realizada para celebrar os mortos. Essa mesma representação geométrica está presente na cultura do Zimbawe e Madagascar e pode ser explorada de modo a contribuir na compreensão dos princípios geométricos que justificam o teorema de Pitágoras, conforme Gerdes (1992).

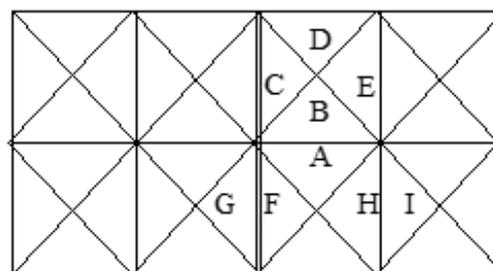


Figura 4. Interpretação geométrica do ornamento Apyryrĩ, da figura 3.

Observando a figura 4 pode-se perceber que o quadrado formado pelos triângulos B + C + D + E é igual a soma dos triângulos F + G + H + I, que corresponde à soma das áreas projetadas pelos catetos do triângulo retângulo A ser equivalente à soma da área projetada pela hipotenusa do triângulo A, cuja expressão formal é dada por $a^2 = b^2 + c^2$.

Casos semelhantes de exploração de princípios e propriedades geométricas podem ser exploradas quando analisamos aspectos geométricos presentes na ornamentação de cestos indígenas e na decoração de louças de cerâmicas como nas peças do artesanato da Ilha do Marajó, no estado do Pará e nas rendas produzidas no Nordeste do Brasil (MENDES, 2001). Nessas peças, há uma riqueza de casos de simetria por translação e rotação que se constituem na principal base da decoração explicativa do pensamento simbólico de cada um desses grupos culturais. Cabe ao professor passar a exercitar a apreciação dessa arte matemática que esses povos já vêm desenvolvendo há milênios de anos em várias regiões do planeta.

A arte dos ornamentos geométricos encravadas nas peças cerâmicas elaboradas pela cultura marajoara, por exemplo, atualmente vêm sendo (re)criadas pelos artesãos e estudantes do Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso, em Belém do Pará. A partir das peças originais, encontradas em escavações arqueológicas, os mestres artesãos trabalham com os alunos a (re)criação de novas peças. Esse trabalho alimenta a tradição de uma prática tradicional na comunidade, reinventando essa tradição, criando, assim, uma arte híbrida num processo de bricolagem fortemente marcante na cultura amazônica.

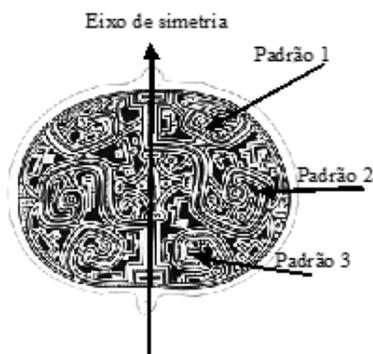


Figura 3

Para podermos perceber melhor como alguns conceitos matemáticos podem ser evidenciados em algumas dessas peças, observemos a figura 3 (desenho de uma tampa de panela de barro original). Nesta peça, traçando um eixo vertical, de simetria percebemos três movimentos que organizam aspec-

tos simétricos na peça: o padrão 1 sofre uma rotação de 180° em torno do eixo vertical; o padrão 2 sofre uma rotação de 180° em torno da própria figura e outra de 180° em torno do eixo vertical; o padrão 3 sofre uma rotação de 180° em torno do eixo vertical (MENDES; FERRETE, 2003; 2004).

Além de mencionar o aspecto harmônico da obra na sala de aula, podemos discutir os aspectos relacionados às noções de simetria, mostrando que na arte da tampa evidenciam-se outras idéias matemáticas tais como: uma perfeita distribuição da arte no espaço, considerando a noção de medida e a prática de medição padronizada e não padronizada, pois os padrões geométricos estão distribuídos de forma proporcional ao espaço disponível da peça. Podemos daí sugerir um exercício criativo para que os alunos construam novas formas geométricas, a partir das combinações das formas tradicionais já conhecidas deles bem como explorar as noções de área e perímetro.

O princípio de aplicação da geometria nas criações artísticas ou o uso da arte geométrica nas aulas de matemática pode se constituir em uma alternativa para conectar o saber local a um contexto global e vice-versa, sempre numa perspectiva multicultural que contribuam para o desenvolvimento de habilidades matemáticas amplas (NELSON; JOSEPH; WILLIAMS, 1993). Essa tentativa de aproximação da arte geométrica às atividades de ensino de matemática pode, sem dúvida, valorizar o pensamento geométrico na Educação Matemática por meio de um diálogo multicultural sustentado pelas práticas e saberes concretizados nos artefatos geométricos criados em diversas culturas.

Geometria, medidas e simetria na arte de tradição milenar

Em muitas sociedades, a arte é amplamente difundida no contexto sociocultural, pois ela não faz parte, apenas, dos acervos dos museus. Artigos de usos diários como louças, tecidos, móveis e *etc* são decorados com padrões geométricos que possuem formas simbólicas. Vários arqueólogos e matemáticos identificaram em peças confeccionadas pelas sociedades antigas e analisaram os padrões decorativos dessas peças e objetos. Um belo jogo de símbolos e formas geométricas têm passado de geração em geração. A arte é, também, parte integrante da vida religiosa das comunidades, exemplificada pelas máscaras cerimoniais, objetos religiosos e elementos arquitetônicos.



Foto 2. extraída de Gerdes (2005).

Na foto 2, Gerdes (2003; 2005) explorou as texturas quadradas dentadas concêntricas centrais de modo a exibir o processo de multiplicidade da área e do perímetro dos quadrados concêntricos evidenciados no ornamento da peneira tecida. Para tanto, o artesão alternou as cores das palhas naturais em ambas as direções de tecelagem. Com isso destacou a idéia de diagonal, forma triangular e a complementaridade entre a forma triangular e a quadrada, considerando a equidistância entre o centro da peneira e os vértices de cada figura evidenciada.



Foto 3. extraída de Gerdes (2005).

Para Gerdes (2003; 2005), o cesto apresentado na foto 3, tem a parte lateral cilíndrica, trançada na forma de quatro tiras por cima e quatro por baixo ($4/4$). O período da decoração dessa lateral é 4. Pares de palhas de cor marrom escuro e pares de palhas amarelo escuro se alternam em ambas as direções de tecelagem perpendiculares.

Uma experiência realizada com professores do ensino Fundamental e Médio

Durante os anos de 2003 a 2005, realizamos algumas experiências de formação continuada de professores, nas quais vivenciamos o exercício de investigação dos aspectos geométricos em sala de aula, tomando como eixo gerador de conhecimento, as práticas artísticas relacionadas aos ornamentos geométricos em criações artesanais.

Nessas experiências, os professores desenvolveram, em sala de aula, atividades de ensino-aprendizagem que os levaram a compreender

os processos matemáticos estabelecidos na elaboração artística dos ornamentos em algumas atividades artesanais, de modo que pudessem identificar aspectos matemáticos presentes nesses ornamentos geométricos traçados em peças artesanais como bordados, rendas, vasos cerâmicos, tapetes, entre outros. Assim, os professores puderam utilizar a investigação dessas práticas artísticas como uma estratégia de pensamento e produção de conhecimento matemático escolar.

Para desenvolver essas atividades com os professores envolvidos nos cursos de formação continuada, enfatizamos as relações existentes entre a arte e a matemática, considerando o aspecto dual matemática/arte, na natureza e nas atividades humanas. Nesse momento apresentamos exemplos de situações concretas relacionadas aos aspectos mencionados como, por exemplo, aqueles relacionados às formas geométricas interpretadas na natureza vegetal e animal; nas tapeçarias; nas rendas e bordados; nas cestarias e vasos cerâmicos, entre outros.

Outro momento dos cursos de formação continuada de professores, foi a promoção de discussões temáticas a partir das situações concretas apresentadas, seguindo com a sugestão de realização de trabalhos em grupo. Tais trabalhos em grupo iniciavam com a observação de ornamentos geométricos presentes em fotos ou desenhos de peças artesanais distribuídos previamente aos participantes do curso, momento em que solicitávamos que observassem as figuras e interpretassem analiticamente os aspectos matemáticos (geométricos) de cada peça observada. Em seguida solicitávamos que os grupos fizessem uma discussão geral e relatassem seus resultados e conclusões. Daí sim era proposto que todos fizessem, conjuntamente, uma reflexão teórica sobre as atividades desenvolvidas a partir do material entregue.

A outra etapa do trabalho foi propor novas atividades em grupo, solicitando que fossem elaborados alguns ornamentos geométricos, tomando como ponto de partida o exercício interpretativo, realizado anteriormente, tendo em vista que essa etapa seria formativa, considerando a possibilidade de eles proporem tais atividades a seus alunos, nas aulas de matemática. Ao final dessa etapa, foram feitas as apresentações das atividades elaboradas por cada grupo, terminando com a avaliação do trabalho como um todo.

Algumas atividades realizadas durante a formação continuada de professores

Durante a formação continuada, apresentamos aos professores alguns ornamentos geométricos nos quais estavam evidenciados diversos princípios de simetria abordados no ensino fundamental de modo a contribuir para que os participantes pudessem explorar tais atividades em suas salas de aula tendo em vista aliar a arte geométrica à geometria ensinada na escola.

Solicitamos que os participantes dos cursos interpretassem geometricamente cada ornamento e caracterizassem numericamente os padrões geométricos de modo a expressar o modelo numérico que expressava cada ornamentação analisada. Além disso, sugerimos que explorassem, ainda, as relações entre perímetro e área das formas geométricas evidenciadas em cada ornamento, sempre que fosse possível.

Inicialmente sugerimos a leitura de cada atividade, pois as mesmas abordavam aspectos relacionados às ornamentações geométricas nas atividades artesanais africanas, amazônicas, bem como na fabricação de cestos ou pinturas corporais, além de aspectos ligados à geometria dos mosaicos e da arte da azulejaria antiga ou de outras produções artesanais. Solicitamos, ainda, que observassem cada uma das faixas dos ornamentos geométricos e localizassem os padrões de cada uma delas, explicando o processo matemático de criação de cada faixa (se houve translação ou rotação em torno de um ponto, de uma reta vertical ou horizontal). Apresentadas a seguir, algumas das faixas trabalhadas.



Em momento posterior, solicitamos que imaginassem uma rede de pontos infinitamente grande formando uma grande malha pontual e experimentassem desenhar cada padrão geométrico determinado anteriormente para, em seguida, tentarem materializar os movimentos de tais padrões, prolongadamente, verificando seu deslocamento na malha, uma unidade para cima, para baixo, para direita ou para a esquerda.

Após deslocar cada peça na malha para formar uma faixa geométrica, solicitamos que verificassem a quantidade e os tipos de movimentos realizados (translação ou rotação), indicando a dimensão de cada movimento. Em seguida, questionamos a respeito do movimento de cada padrão geométrico, na malha, para a esquerda, para a direita, para cima ou para baixo, um número inteiro de movimentos, de modo a verificar que o ornamento geométrico gerado em cada caso era diferenciado um do outro.

Os movimentos eram feitos um de cada vez, começando-se sempre do princípio, ou seja, todos os movimentos permitidos se referem à posição inicial. Os participantes perceberam que depois de aplicarem a cada peça original (padrão geométrico) todos os movimentos possíveis, comprovaram que existe uma infinidade de movimentos a serem realizados, imaginando, então que foram todos realizados.

Ao final das atividades os participantes perceberam que era possível estabelecer uma regra geral para determinar quando uma figura é uma unidade básica (padrão geométrico) se constitui no padrão gerador de uma faixa geométrica a partir dos movimentos processados. Tais movimentos implicam em deslocar a peça em todo o plano de todas as maneiras possíveis de translação e rotação.

Reflexões teóricas estabelecidas sobre as relações estético-matemáticas entre geometria e arte

Após a realização das experiências, já mencionadas anteriormente, foi possível estabelecermos algumas reflexões teóricas sobre as possibilidades didáticas e conceituais de uso das experiências, bem como surgiram alguns questionamentos do tipo:

- Que geometria é possível ser explorada e ensinada nas escolas a partir da arte?
- Como podemos discutir esse tema numa perspectiva educacional multicultural?

Em nossas reflexões percebemos que a conexão entre a geometria abordada na escola e as atividades produtivas da arte dos ornamentos apresenta um ponto em comum: a ampla exploração do espaço como um elemento gerador de conceitos geométricos e propriedades referentes a medidas e simetria.

Os professores envolvidos perceberam, enfim, que o estudo da geometria se baseia na exploração matemática de pontos, linhas e formas no espaço, enquanto a arte é, frequentemente, relacionada à apreciação estética do espaço. Sua inserção didática pode provocar certa manifestação

emocional e racional em cada observador, posto que ambas as construções geométricas evidenciam simultaneamente razão e emoção, realidade concreta e imaginação, tal como argumenta Vergani (2003) em seus estudos sobre o pensamento racional e o pensamento simbólico. Algumas peças artesanais, por exemplo, poderão ser observadas e interpretadas como uma aplicação de conceitos e técnicas geométricas, desde que não se deixe de lado suas características simbólicas de explicação do mundo.

A geometria envolvida na arte pode ser muito mais agradável e acessível para a maioria dos estudantes que a matemática envolvida em aplicações científicas. O prazer e a satisfação que as crianças encontram em um desenho, em cores, e em modelos podem, talvez, contribuir para sua aprendizagem de matemática. Assim, o desenvolvimento de habilidades e conceitos geométricos pode ser estimulado para que o estudante tenha prazer da arte criativa ligada a matemática. Se alcançarmos isto, o estudante certamente apreciará a relevância e a força da matemática em um caminho pessoal, e associará o prazer de arte criativa com a matemática criativa.

A conexão multicultural evidente nessa prática educativa em Matemática relaciona-se naturalmente ao contexto multicultural da arte geométrica. Em particular, abordamos aspectos geométricos da arte no plano bidimensional com alguns modelos e projetos. Essa arte refere-se aos modelos e formas geométricas encontrados em diversas partes do mundo, sob a forma de tapeçarias, bordados, rendas, tecelagens em palhas, pinturas corporais, entre outras manifestações pictóricas que expressam o pensamento geométrico. A arte geométrica árabe, por exemplo, tem talvez o maior desenvolvimento e tradição sofisticada neste sentido, mas muitas dessas manifestações artístico-geométricas também são encontradas na Índia antiga, na China, na África e no Brasil, que ao longo dos tempos foi se integrando à cultura ocidental moderna.

Tem sido difícil descrever a trajetória histórica das origens e da transmissão destas manifestações artísticas e dos modelos produzidos. Todavia, a variedade de fontes culturais pode contribuir para que o estudante desfrute de uma experiência rica envolvendo a matemática e a arte geométrica. Nesse sentido, podemos explorar as mais variadas possíveis de modo que o estudante perceba as contribuições que outras culturas podem trazer para o desenvolvimento da arte matemática.

Assim, se desenvolvermos uma conexão entre a matemática e a arte de várias culturas, teremos um

veículo natural e genuíno para educar os estudantes nestas culturas por meio da matemática. Por exemplo, a tradição dos árabes em ornamentos geométricos da arte fornece um contexto ideal para trabalhos em geometria e arte. Um exemplo muito rico nos é dado por Leite (2007) sobre o simbolismo dos padrões geométricos na arte islâmica. Isto não significa dizer que todo o currículo de geometria da escola deva ser introduzido e aplicado com base no estudo de modelos islâmicos.

O significado multicultural reside no fato de que a fonte cultural é central em vez de ser apenas símbolo. O resultado de instrução apropriada é que o estudante pode, por exemplo, ser encorajada a criar um projeto para, pelo menos, apreciar os aspectos matemáticos e artísticos. Além disso, a origem cultural do projeto pode ter um significado menor que a atividade matemática, ou seja, a exploração da matemática em toda a sua plenitude é mais importante.

Vejamos, então, algumas orientações para o desenvolvimento de um estudo matemático ligado a projetos de ornamentos geométricos:

- Descreva o projeto geometricamente;
- Descreva um algoritmo ou algoritmos para gerar concretamente o projeto;
- Use os algoritmos para criar novos projetos e selecione um projeto para testar sua criação matemática.

Nesse momento devemos apresentar aos alunos alguns projetos já desenvolvidos para que eles percebam o modo como a matemática, e mais especificamente a geometria, pode ser explorada em projetos ligados a arte matemática. Cabe, entretanto, a necessidade de dar liberdade para que eles possam apresentar suas propostas de projetos a serem desenvolvidos. O essencial é que sejam trabalhados os aspectos ligados à matemática das formas e das cores sempre buscando uma sistematização das noções e formulações matemáticas elaboradas.

A organização sistemática das formas e cores sobre superfícies é o modo pelo qual as populações de diferentes grupos sociais têm seguido para ordenar o espaço. A criação e a percepção de padrões lógicos se constituem em um belo componente estético da arte. Os mosaicos, por exemplo, são muito utilizados na criação de ornamentos geométricos decorativos que possuem padrões geométricos estruturados. Por diversas razões, as pessoas expressam sua criatividade na produção de mosaicos através de formas complexas e coloridas. Para isso se utilizam de princípios matemáticos chamados de simetrias, cujas características justificam as diversas maneiras de deslocar

pontos, retas e formas planas de modo a confeccionar expressões artísticas baseadas em padrões geométricos que, a partir de um ou mais elementos, conjugados entre si, podem dar a harmonia necessária ao pensamento do criador desses ornamentos.

Recomendações aos professores

Ao considerarmos o sistema educacional como um todo, devemos refletir sobre o papel ocupado pela matemática em tal sistema, pois ao observarmos e identificarmos as atividades que envolvem a criatividade manual como a arte dos ornamentos geométricos em diversos contextos socioculturais indígenas, não devemos centrar nosso olhar apenas na busca de conceitos matemáticos. Tais conceitos são formulados, recriados e praticados à medida que diferentes situações problemáticas se apresentam aos artesãos que criam tais artefatos manuais. Aos estudantes, no entanto, deve ser dada a oportunidade de vivenciar um processo de investigação que os faça identificar e representar os processos quantitativos que envolvem esses conceitos. Nesse movimento processual, é possível construir uma leitura matemática da arte geométrica criada na sua comunidade e, portanto, ampliar suas capacidades de leitura da arte criada por outros grupos que sejam similares ou não. A riqueza dessa prática é o exercício de compreensão de um sistema representativo da matemática útil à solução das situações problemáticas enfrentadas por eles.

Assim, é prudente buscarmos um entendimento mais amplo dos processos de construção do conhecimento matemático em quaisquer contextos socioculturais considerando a sua aprendizagem, adaptação cognitiva e reformulação na vida cotidiana dos mais diversos grupos culturais, entendendo sua complexidade, suas atividades, experiências, propostas, necessidades e criatividade.

Ao longo deste artigo, enfatizamos o valor das práticas envolvendo a arte dos ornamentos geométricos em alguns grupos socioculturais identificáveis como o ponto de partida para uma abordagem significativa da matemática nas escolas dessas comunidades. Durante a descrição de alguns desses momentos, analisamos aspectos matemáticos presentes na criação dos ornamentos geométricos, identificando noções de simetria, perímetro, área e formas geométricas no plano.

A partir da identificação dessas práticas, apontamos algumas possibilidades de exploração pedagógica dessa arte geométrica no ensino

e aprendizagem de matemática dos estudantes, de modo a contribuir para a melhoria do ensino das escolas locais por meio de uma integração entre arte e matemática. Nesse sentido, devemos refletir sobre o que fazer para concretizar uma possível aliança entre as aulas de matemática e as atividades envolvendo a confecção das peças de arte geométrica.

Para que isso ocorra, é necessário que, tanto os professores como os artesãos da comunidade, percebam que na ornamentação geométrica das peças confeccionadas há uma série de possibilidades de exploração de conceitos e habilidades geométricas pelos estudantes, posto que existe, nessa prática, uma rede de conceitos matemáticos envolvidos que quase sempre são praticados de um modo mais livre do que aquele abordado pela matemática acadêmica formal.

As habilidades geométricas manifestadas nessas práticas evidenciam fortemente as maneiras singulares de cada grupo social ver e imaginar o mundo, medir, formatar e interpretar as coisas. É necessário, entretanto, o uso dessa criatividade para explorar os conceitos matemáticos na proposição de atividades que conectem os conceitos matemáticos envolvidos no trabalho artesanal durante as atividades desenvolvidas pelos professores em sala de aula.

Essa tomada de decisão deve ser feita conjuntamente entre o professor e os artesãos, num espaço que possibilite aos alunos a exploração da geometria presente nessa prática. Certamente, a construção, a aquisição e o uso de vários conceitos e habilidades matemáticas se concretizarão na criatividade, na imaginação geométrica e na exploração espacial que integre os saberes culturais desenvolvidos pelos artesãos e que são disseminados no contexto local como elementos inerentes à sobrevivência da própria comunidade.

Desse modo defendemos que o ensino de geometria, nessas comunidades, deve levar em consideração as suas práticas culturais para que os alunos e seus professores possam trabalhar em parceria com os artesãos na busca de uma educação matemática mais significativa.

Referências

- BARROS, Osvaldo dos Santos. Etnoastronomia tembé-tenetehara como matriz de abordagem (etno)matemática no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém: Universidade Federal do Pará. Núcleo Pedagógico de Apoio ao desenvolvimento científico, 2004.
- FERRETE, Rodrigo Bosi. *Práticas Etnomatemáticas no Liceu do Paracuri*: a propósito dos ornamentos geométricos da cerâmica. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas, 2005.
- GALLO, Giovanni. *Motivos ornamentais da cerâmica marajoara*. Modelos para o artesanato hoje. 2. ed. Cachoeira do Arari: Edições O Museu do Marajó, 1996.
- GERDES, Paulus. *Colour transformation of strip patterns in Tonga basketry* (Mozambique). Disponível em: <http://www.mi.sanu.ac.yu/.../gerdstrings/index.html>. Acesso em: 16 out. 2005.
- _____. Sobre alguns aspectos geométricos da cestaria Bora na Amazônia peruana. *Revista Brasileira de História da Matemática*. Rio Claro: Outubro de 2003, 3(6), 3-22.
- _____. (a) Aritmética e ornamentação geométrica. A análise de alguns cestos de índios do Brasil. In: *Idéias matemáticas de povos culturalmente distintos*. FERREIRA, Mariana Kawall Leal (Org.). São Paulo: Global, 2002. p. 206-220. (Coleção Antropologia e Educação).
- _____. *Pitágoras Africano*: um estudo em cultura e Educação Matemática. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1992.
- _____. *Cultura e despertar do pensamento geométrico*. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.
- GIRÃO, Valdelice Carneiro. *Renda de Bilros*. Coleção do Museu Arthur Ramos. Fortaleza: Edições UFC, 1984.
- GOMES, Denise Maria Cavalcante. Cerâmica Arqueológica da Amazônia. Casilhas da coleção tapajônica MAE - USP. São Paulo: EDUSP; FAPESP; Imprensa Oficial do Estado de São Paulo, 2002. (Coleção Acervo, 3).
- JUNQUEIRA, Carmen; KAMAIURÁ, Wary; KAMAIURÁ, Aisanain Páitu. *Cultura Kamaiurá*. Cuiabá: EDUFMT; FAPEMAT, 2008. (Coleção Educação e Psicologia, v. 9).
- LEITE, Sylvia. *O simbolismo dos padrões geométricos da arte Islâmica*. Cotia-SP: Ateliê Editorial, 2007.
- MELO, Elisângela Aparecida Pereira de. *Investigação etnomatemática em contextos indígenas*: caminhos para a reorientação da prática pedagógica. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Sociais Aplicadas, 2007.
- MENDES, Iran Abreu. Da arte indígena aos ornamentos geométricos: conceitos, medidas e simetria. In: ROCHA, Vera Lourdes Pestana da. (Org.). *Arte e Educação Física na educação escolar indígena*. Natal: EDUFRN/Paidéia/MEC, 2007. p. 54-67. (Coleção Cotidiano Escolar, n. 2, v. 3).
- _____. Ornamentos Geométricos: Arte, Ciência e Técnica na sala de aula. *Anais do III Congresso Internacional de Ensino de Matemática*. CD-ROM. Canoas: Universidade Luterana do Brasil, 2005.
- _____. Sociedade, Cognição e Cultura: por uma Educação Etnomatemática com arte. In: *Congresso Internacional de Etnomatemática, 2.*, Ouro Preto. *Anais...* Ouro Preto: UFOP, 2002. (CD-ROM).
- _____. (b). *Sociedade, Cognição e Cultura*: por uma Educação Etnomatemática com arte. Projeto de Pesquisa. Belém: UEPA, 2001.
- _____; FERRETE, Rodrigo Bosi. Investigando a matemática presente nos ornamentos da cerâmica Icoaraciense In: II Congresso Brasileiro de Etnomatemática, 2004, Natal. *Anais do II Congresso Brasileiro de Etnomatemática - CBEM2*. Natal: EDUFRN, 2004. p.159-165.
- _____; FERRETE, Rodrigo Bosi. Investigando a cerâmica marajoara e reorientando a matemática escolar. In: XVI Encontro de Pesquisa Educacional das regiões Norte e Nordeste - XVI EPENN, 2003, Aracaju. *Anais EPENN 2003 - Educação, Pesquisa e Diversidade Regional*. Aracaju: Editora UFS, 2003.

MULLER, Regina Pólo. Tayngava, a noção de representação na arte gráfica Asurini do Xingu. In: VIDAL, Lux (Org.). *Grafismo indígena*. Estudos de antropologia estética.. 2. ed. São Paulo: Studio Nobel; FAPESP; EDUSP, 2000. p. 231-248.

NELSON, David; JOSEPH, George Gheverghese and WILLIAMS, Julian. *Multicultural mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1993.

OLIVERAS, Maria Luísa. *Etnomatemáticas*. Formación de profesores y innovación curricular. Granada: Editorial Comares, 1996.

SCHAAN, Denie Pahl. *A linguagem iconográfica da cerâmica Marajoara*. Porto Alegre: EIPUCRS, 1997. (Coleção Arqueologia, 3).

VERGANI, Teresa. *A surpresa do mundo: ensaios sobre cognição, cultura e educação*. (Org. Carlos Aldemir Farias da Silva e Iran Abreu Mendes). Natal: Flecha do Tempo, 2003.

VIDAL, Lux; SILVA, Aracy Lopes da. Antropologia estética: enfoques teóricos e contribuições metodológica. In: VIDAL, Lux (org.). *Grafismo indígena*. Estudos de antropologia estética. 2. ed. São Paulo: Studio Nobel; FAPESP; EDUSP, 2000. p. 279-293.

WILLIAMS, Julian. Geometry and art. In: NELSON, David; JOSEPH, George Gheverghese; WILLIAMS, Julian. *Multicultural mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1993.

ZASLAVSKY, Claudia. *The multicultural math classroom*. Bringing in the world. Portsmouth, NH: Heinemann, 1996.

Iran Abreu Mendes

Doutor em Educação pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. É professor do Departamento de Matemática e atua como orientador nos Programas de Pós-Graduação em Educação e em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, ambos da UFRN. Desenvolve estudos e pesquisas em História e Ensino de Matemática, Formação de Professores e em Etnomatemática, no Grupo de Estudos em Matemática e Cultura. Suas publicações mais recentes são: Educação (Etno) Matemática: pesquisas e experiências (Flecha do Tempo, 2004); Números: o simbólico e o racional na história (Livreria da Física, 2006); A História como um agente de cognição na Educação Matemática, co-autoria com John A. Fossa e Juan E. Nápoles Valdés (Sulina, 2006). Atualmente coordena dois projetos de pesquisa: 1) A história na formação continuada de professores de Matemática; 2) Sociedade, cognição e cultura: por uma Educação Etnomatemática com arte. Endereço eletrônico: iamendes@ccet.ufrn.br

Recebido em 02/11/2008

