

Práticas pedagógicas para a construção do conceito de número: o que dizem os documentos do arquivo Lucília Bechara Sanchez?

Wagner Rodrigues Valente¹ Nara Vilma Lima Pinheiro²

Resumo: Este texto apresenta os resultados de pesquisa que investigou as práticas pedagógicas para o ensino do conceito de número. O trabalho situa-se no que é possível denominar “era cognitivista no ensino de matemática” (1960-1980). Levou-se em conta o Arquivo Lucília Bechara Sanchez – APLBS – como fonte de pesquisa, para dar resposta à seguinte questão: De que modo o Movimento da Matemática Moderna – MMM – concretizou propostas para o ensino do conceito de número nas séries iniciais?

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna. Aritmética. Ensino primário.

Educational practices for the concept of number construction: what is written in the documents of Lucília Bechara Sanchez’s archives?

Abstract: This paper presents results of an investigation about pedagogical practices to teach the concept of number. The work is set during what can be called cognitivist era for Mathematics’ teaching (1960-1980). The archives of Lucília Bechara Sanchez (APLBS) were used as a research resource to answer the following question: How does Modern Mathematics Movement (MMM) materialized proposals to teach the concept of number in the Primary School?

Keywords: Modern Mathematics Movement. Arithmetic. Primary school.

¹ Livre-docente do Departamento de Educação e professor do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo – *Campus* Guarulhos. Coordenador do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT). wagner.valente@unifesp.br

² Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência da Universidade Federal de São Paulo – *Campus* Guarulhos. naravlp@yahoo.com.br

Introdução

Este estudo constitui resultado parcial da realização do projeto *O que é número: passado e presente do ensino de Matemática para crianças*, o qual busca “analisar o modo como novas teorias pedagógicas voltam-se para o passado de modo a afirmarem-se como alternativas do presente”. Aqui, o passado refere-se aos tempos da “concepção tradicional” de ensino, que considera o aluno como uma tábula rasa, onde o professor busca incluir “os saberes que o aluno não tem, ao longo das aulas, do curso e da sua escolaridade”; e o presente diz respeito ao movimento internacional conhecido como Movimento da Matemática Moderna, tempos de estruturalismo do conhecimento matemático. De modo específico, o projeto-maior busca “analisar como, na história, foram construídas as orientações pedagógicas para as séries iniciais no que diz respeito ao ensino do conceito de número” (Valente, 2009, p. 1). Resultado parcial do projeto-maior, o trabalho que ora se apresenta busca compreender como, a partir da segunda metade do século XX, foi abordado o tema da numeração em sala de aula e como se desenvolveram as mudanças de tratamento do conceito de número, nas séries iniciais da Escola Vera Cruz em São Paulo, na década de 1970. Este conteúdo sempre esteve presente nas séries iniciais, desde as primeiras leis educacionais.

Tendo como foco o conceito de número, o material para a investigação utiliza os documentos do Arquivo Pessoal Lucília Bechara Sanchez³ - APLBS. Justifica-se a escolha deste acervo pelo fato de a professora Lucília Bechara Sanchez⁴ ter sido uma das pioneiras a trazer, para as salas de aula paulistas, as concepções da aprendizagem matemática para o ensino primário, desenvolvidas pelo matemático Zoltan Dienes. Soma-se a isso o fato de ter sido coautora do primeiro livro didático⁵ de matemática para o ensino primário que incluiu Matemática Moderna.

Nas últimas décadas, a produção historiográfica no âmbito da educação

³ O arquivo constitui-se de 378 documentos que incluem variedade grande de materiais que documentam a trajetória profissional de Bechara Sanchez.

⁴ Natural de Bragança Paulista, interior de São Paulo, formada pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC-CAMPINAS –, mestre e doutora pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, iniciou sua vida profissional na rede pública de ensino em 1958.

⁵ Livro intitulado *Curso Moderno de Matemática para a Escola elementar*, publicado em 1967 pela Companhia Editora Nacional.

tem despendido considerável interesse à problematização das fontes para investigar a cultura escolar. A diversidade de documentos passou a ser valorizada como fonte de pesquisa histórica, na tentativa de entender os bastidores do cotidiano escolar.

Nesse contexto, aos poucos, os arquivos pessoais ganharam relevância “como ingredientes fundamentais para a escrita do trajeto histórico que o ensino de Matemática seguiu em nosso país” (Valente, 2004, p. 36). Assim, torna-se de fundamental importância consultar os arquivos privados de professores de matemática, em especial, aqueles que tiveram uma participação mais ativa no desenvolvimento da educação matemática. Esse tipo de fonte vem articular-se com aquilo que se pode obter dos arquivos das escolas onde os professores exerceram sua prática docente, tornando-se valiosa fonte de pesquisa para a História da Educação.

O trabalho do pesquisador com esse tipo de documentação permite refletir sobre a cultura escolar e as modificações do ensino nas práticas dos docentes. Nessa perspectiva, o interesse no arquivo pessoal da professora Lucília Bechara Sanchez é justamente entender o desenvolvimento das novas propostas pedagógicas para a Matemática das séries iniciais, divulgadas por essa professora. Nessa direção, Gomes (1998, p.125) reforça que

a documentação dos arquivos privados permitiria, finalmente e de forma muito particular, dar vida à história, enchendo-a de homens e não de nomes, como numa *histoire événementielle*. Homens que têm a sua história de vida, as suas virtudes e defeitos e que os revelam exatamente neste tipo de material.

Dessa forma, os documentos de arquivos pessoais tornam-se objeto de investigação de grande importância, pois muitos procedimentos e comportamentos podem ser compreendidos e interpretados, quando analisados sob esta ótica. Fazem parte do APLBS livros, agendas, cadernos, trabalhos de alunos, correspondência de cunho profissional e pessoal, cartões, documentos institucionais relativos à profissão da professora Lucília como docente e autora de livros didáticos, recortes de jornais, apostilas de cursos, dentre outros.

A organização de tal arquivo auxiliou a elaboração deste trabalho, por meio do qual se procurou investigar de que modo o Movimento da Matemática Moderna – MMM – concretizou propostas para o ensino do

conceito de número nas séries iniciais da Escola Vera Cruz.

As práticas pedagógicas modernas

No período pós-guerra, por volta de 1950, a discussão sobre a necessidade de uma reforma no ensino de matemática que atendesse a demanda da sociedade começava a ganhar consistência. A falta de cientistas, técnicos e outros profissionais necessários para o avanço tecnológico em diversos países proporcionaram mudanças na educação, em especial no ensino de matemática (Dienes, 1975, p. 1).

Nesse panorama, os avanços na área da Matemática e da Psicologia, em especial as pesquisas empreendidas por Jean Piaget sobre a gênese do número na criança, deram um novo rumo ao ensino de matemática. O fato deu origem a “possibilidades [até então] desconhecidas em pedagogia” (Stone apud Guimarães, 2007, p. 23).

Na área da Psicologia, Piaget verificou que as estruturas fundamentais da matemática desenvolvidas pelos bourbakistas⁶ correspondiam às mesmas estruturas do pensamento da criança. De fato, as ideias piagetianas e os estudos bourbakistas foram de fundamental importância para justificar uma reforma no ensino de matemática que ficou conhecida como Movimento da Matemática Moderna – MMM. Tal movimento teve por objetivo varrer do cenário educacional o modo tradicional de pensar o ensino de matemática. Essa mudança de enfoque alterou a forma de representar a matemática, e isso implicou em novos modos de saber, raciocinar e representar o ensino desta disciplina.

Influenciado pelos estudos de Piaget e pelas teorias do grupo Bourbaki, o matemático húngaro Zoltan Dienes⁷ desenvolveu inúmeras experiências em vários países, com a colaboração de pesquisadores que trabalhavam sob a égide do *International Study Group for Mathematics Learning* – ISGML⁸, grupo

⁶ A intenção dos bourbakistas era unificar a matemática por meio das estruturas fundamentais comuns aos seus diversos ramos.

⁷ Dienes dedicou-se a estudar o processo de abstração infantil, em especial, o processo de aprendizagem da matemática nas séries iniciais de escolarização.

⁸ Centro de estudos responsável pela coordenação de grupos espalhados por diversos países, com o objetivo de desenvolver pesquisas sobre a maneira de conseguir uma compreensão universal da matemática, fundamentada na psicologia teórica e na pedagogia prática (Dienes, 1967, p. 9). O ISGML

presidido por Dienes. Suas experiências foram fundamentais na construção de um novo sentido para o ensino-aprendizagem da matemática nas séries iniciais. Para tanto, defendia uma reforma no programa de matemática em nível elementar, de modo a torná-lo coerente com as pesquisas nas áreas da Matemática, da Psicologia e da Pedagogia.

À luz da teoria piagetiana, Dienes dedicou-se a estudar a evolução do desenvolvimento intelectual da criança, em especial, a forma como a criança aprende matemática. Em seus estudos, defendia que a aprendizagem matemática se desenvolvia pela participação ativa da criança na manipulação de uma grande variedade de materiais concretos⁹. Nesse sentido, as brincadeiras e os jogos desempenhavam um papel fundamental na formação e na compreensão de um conceito matemático. Inicialmente, a criança devia desenvolver seus conceitos intuitivamente, por meio de suas próprias experiências. E, a partir dessas experiências, os conceitos matemáticos eram construídos. Além disso, para que a aprendizagem de um conceito matemático ocorresse, fazia-se necessário que a criança fosse exposta a uma variedade de situações concretas¹⁰. Entretanto, essas situações deveriam variar quanto à aparência externa, mantendo a mesma estrutura conceitual básica.

A justificativa de Dienes para a mudança na maneira de ensinar os conceitos matemáticos era que o ensino daquela época era considerado “como um adestramento em processos mecanizados”, e as ideias matemáticas abstratas eram apresentadas às crianças, antes que elas tivessem realizado suas próprias experiências de forma concreta (Dienes; Gaulin; Lunkenbein, 1969, p. 3).

A nova maneira de ensinar matemática “considerava que esses processos formam um tecido de estruturas de complexidade crescente”. Nesse sentido, as crianças deveriam “descobrir essas estruturas e o modo como elas se entrelaçam, o que se conseguirá colocando-as perante situações que ilustrem concretamente tais estruturas” (Dienes, 1967, p. 8).

era responsável também pela realização de conferências internacionais para discutir, planejar e promover a pesquisa e suas aplicações educacionais (Disponível em: http://www.dienes.hu/page_biographies_DZ.html). Acesso em: 28/12/2010.

⁹ Trata-se de materiais manipuláveis, especialmente construídos para representar possíveis conceitos matemáticos.

¹⁰ Refere-se a situações de interação que facilitem o aprendizado.

No Brasil, as pesquisas de Dienes foram divulgadas, especialmente, pelas professoras Ester Grossi¹¹, por meio do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática de Porto Alegre – GEEMPA –, e Lucília Bechara Sanchez, integrante do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática GEEM, de São Paulo. Ambas fizeram parte do ISGML.

Os projetos experimentais sobre o ensino de matemática para as séries iniciais, desenvolvidos pelos educadores membros do ISGML, eram apresentados nas sessões sul-americanas por meio de relatórios. Os encontros dos membros desse grupo tinham por finalidade a discussão de processos de aprendizagem matemática, a formação de professores, a elaboração de currículos e o planejamento de ações concretas na área. Tratava-se de um espaço destinado à discussão de práticas de ensino de matemática que estavam sendo aplicadas pelos membros do grupo em suas instituições de origem. Tais práticas eram provenientes das experiências realizadas por Dienes e pelo ISGML.

A Secretaria de Educação de São Paulo também teve uma importante participação na divulgação dessas ideias. Por meio de uma parceria entre a Secretaria e a Embaixada Francesa, alguns integrantes franceses do ISGML vieram a São Paulo realizar cursos para os professores e os técnicos da secretaria (Palma Filho apud Souza, 2005, p. 108).

Nos cursos os professores aprendiam como trabalhar os novos conteúdos matemáticos na escola básica. Tratava-se de aprender *o que fazer e como fazer*. Ao que tudo indica, os cursos eram destinados aos professores de matemática, que seriam responsáveis, posteriormente, por transmitir aos professores do ensino básico as novas propostas e as possibilidades de trabalhar as concretizações de alguns conteúdos matemáticos elementares. De modo geral, os cursos proporcionavam aos professores possibilidades de novos conhecimentos sobre a metodologia do ensino de matemática, na perspectiva dos estudos de Dienes.

A participação de Lucília nos encontros do ISGML e nos cursos promovidos pela Secretaria de Educação e pelo GEEMPA era considerada por ela como um aperfeiçoamento de sua prática de ensino, pois tudo que era

¹¹ Foi uma das fundadoras e a primeira presidente do GEEMPA. Atuante pesquisadora do Grupo (Fischer, 2006, p. 4.813).

aprendido, no dizer de Lucília, era ensinado nos cursos que ministrava para os professores da escola Vera Cruz¹².

Vista por Lucília como uma escola-piloto, onde toda teoria, principalmente a de Dienes, era levada à prática pedagógica¹³, a intenção dessa escola era justamente a de fazer uma experiência com as seis etapas da aprendizagem matemática divulgadas por Dienes¹⁴. Todos os conceitos trazidos por esse pesquisador sobre a etapa da formalização, da generalização, da variabilidade perceptiva e matemática eram discutidos por Lucília nos cursos que ministrava, em especial naqueles realizados na escola Vera Cruz (Sanchez, 2011).

Esses cursos dividiam-se em dois momentos. A primeira parte, em geral, tinha a seguinte característica:

[...] a gente pegava um conceito, então, por exemplo, eu queria dar um curso sobre conjuntos, então eu pegava algumas atividades que depois eles introduziam para os alunos, eles faziam, eu dava o conceito de intersecção, reunião, notação, ensinava mesmo e depois discutia como é que poderia ser dado para os alunos (Sanchez, 2011).

Em seguida, tinha-se o treinamento¹⁵ de professores, em que eles

¹² A Escola Vera Cruz iniciou suas atividades no ano de 1963, com o Jardim da Infância e o pré-primário. O projeto inicial era criar uma instituição onde a prática pedagógica levasse em consideração o processo particular de aprendizado de cada criança. Para tanto, oferecia uma educação focada na aprendizagem significativa do aluno. No ano de 1967 a escola já contava com o hoje Ensino Fundamental I completo, desde o Jardim I à 4ª série. (Disponível em: <<http://www.veracruz.edu.br/?unidade=1>>. Acesso em: 25/07/2010).

¹³ Em 1971, Lucília Bechara aceitava o convite das coordenadoras da escola Vera Cruz para ministrar um curso destinado aos professores da referida escola e elaborar um projeto que levasse em consideração os estudos de Dienes (França, 2008).

¹⁴ Em seus estudos, Dienes distinguiu seis etapas para o processo de aprendizagem matemática. A primeira é denominada de “jogo livre”; a segunda caracteriza-se pela fase dos “jogos estruturados” (visa à percepção das regras do jogo); a terceira fase é a do “isomorfismo” (as crianças percebem que os jogos estruturados têm a mesma estrutura e, nesse momento, realizam as primeiras abstrações); a quarta etapa é a da “representação gráfica” (descoberta a estrutura comum, as crianças devem representá-las graficamente); a quinta fase é chamada de “simbolização” (trata-se da análise e da descrição da representação construída; para tanto, inventa-se uma linguagem); a última etapa é a da “axiomatização” (as crianças percebem que a representação construída na etapa anterior não satisfaz todas as propriedades, então se faz necessário tomar um número mínimo de descrições para inventar um procedimento, que Dienes chamou de “axiomatização” (Dienes, 1986, p. 71).

¹⁵ No âmbito educacional, “treinamento” é o processo pelo qual o indivíduo adquire novos

preparavam as atividades para os alunos. Posteriormente, essas seriam as atividades que os alunos fariam em sala de aula (Sanchez, 2011).

O conceito de número

A influência da Psicologia – em especial, os estudos de Piaget – na Educação foi de fundamental importância para uma nova concepção de aprendizagem do conceito de número. O número era considerado por ele como o resultado de duas noções lógicas: a classificação e a relação assimétrica, construídas simultaneamente. A construção do número se dava pela ação do sujeito sobre os objetos, reunindo e ordenando. Além disso, os números poderiam ser agrupados em classes, segundo sua equivalência, mas eram diferentes uns dos outros pela ordem de enumeração – relação assimétrica (Morgado, 1993).

Nessa perspectiva, Dienes recomendava que a construção do conceito de número nas séries iniciais dar-se-ia a partir das propriedades dos conjuntos. Isso se justificava pelo fato de o número não ter uma existência concreta. Sendo assim, o número era por ele considerado como “[...] uma abstração. Os números não têm existência real, são simples propriedades; mas são propriedades dos conjuntos de objetos, e não dos próprios objetos” (Dienes, 1967, p. 14). Com isso, ele queria dizer que o número, por exemplo, 2 (dois), não era o símbolo de um grupo determinado de objetos, mas a representação da classe de todos os grupos de dois objetos. Por isso acreditava que, antes de estudar os números, era preciso estudar os conjuntos de objetos.

No nível elementar, para ensinar os conceitos matemáticos, fazia-se necessária uma variedade de materiais concretos, o que se justificava pelo fato de Dienes (1975, p. 2) considerar que “as abstrações são derivadas pelas crianças de uma grande variedade de situações concretas, envolvendo o uso de modelos e outros auxílios físicos como base para uma aprendizagem precoce”. Entretanto, a importância atribuída aos materiais concretos teve ênfase nas pesquisas de Jean Piaget, e, segundo ele, durante o período operacional concreto, “é essencial que os conceitos novos para as crianças sejam apreendidos através de suas próprias experiências” (Piaget apud Dienes,

conhecimentos e habilidades em função de objetivos específicos (Gatti; Mello; Bernardes, 1972, p. 3). A esse tempo, o termo designava a formação continuada de professores.

1975, p. 37).

Preocupado com o ensino de Matemática Moderna para as crianças, Dienes propunha que se ensinasse conjuntos, introdução a potências e diferentes sistemas de numeração. Baseado em suas experiências, preconizava “a introdução de uma determinada sequência de exercícios artificiais capazes de guiar as crianças ao longo do desenvolvimento lógico-matemático dos conceitos aparentados com a noção de número” (Dienes, 1967, p. 13). Para tanto, a aprendizagem matemática nas séries iniciais deveria iniciar-se pela introdução de conjuntos, para, sobre eles, construir o conceito de número, pois o número era por ele considerado como uma propriedade dos conjuntos. Após terem se “familiarizado com os conjuntos, as crianças não encontrarão dificuldades em dizer alguma coisa a respeito de conjuntos e em agrupar” (Dienes, 1967, p. 54).

O conceito de número, para a professora Lucília Bechara, ao que tudo indica, decorre de uma apropriação dos estudos de Dienes:

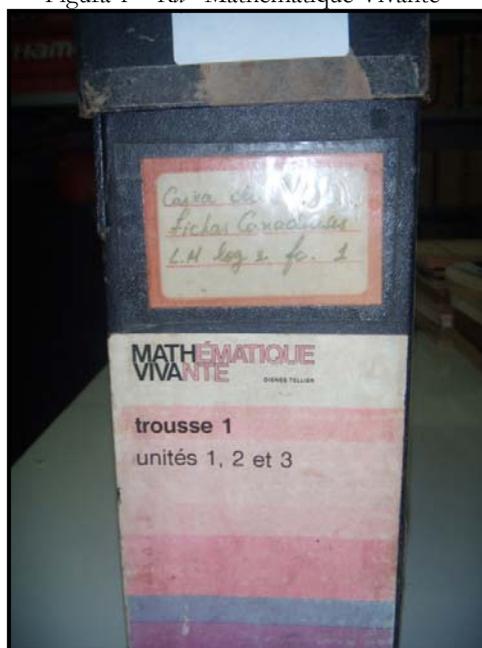
Um número não tem existência concreta; um número é uma abstração construída a partir de um conjunto de objetos, que têm todos o mesmo número de elementos, razão pela qual o conhecimento, matemático, envolve outras ideias além dos números. (Sanchez e Freitas, 1977, p. 5).

Assim, nas atividades propostas aos alunos da escola Vera Cruz, as primeiras ideias do conceito de número deveriam ser ensinadas nas séries iniciais a partir da utilização de alguns conceitos de conjuntos e relações. Para tanto, o conhecimento matemático no ensino primário seria subdividido em classificação, seriação e construção numérica. A classificação era entendida como a habilidade de agrupar elementos (objetos) por seus atributos qualitativos ou quantitativos. Já a seriação (ordenação) era uma maneira de desenvolver na criança a habilidade de descobrir o que vem antes e o que vem depois, num determinado grupo de conjuntos de objetos. Por fim, a construção numérica se daria pela noção de cardinalidade, pela ideia de ordem e de sucessor, ligada pela ideia de um a mais. Tais atividades eram baseadas nas propostas de Dienes.

Em grande medida, o material inspirador para Lucília Bechara foi o

“Mathématique Vivante”¹⁶. Com esse material, “a gente teve muita ideia de ficha, nós adaptávamos também, por que é outra realidade. A gente reinventava, achava que tinha muita concretude” (Sanchez, 2011).

Figura 1 – *Kit* “Mathématique Vivante”



Fonte: APLBS

Essa coleção destinava-se ao ensino primário e tinha como foco a aquisição de estruturas matemáticas pelas crianças. Uma das maneiras de apresentar concretizações das estruturas matemáticas consistia em pôr nas mãos das crianças um “material de tal modo planejado para que através de manipulação controlada, certas relações matemáticas se tornem claras” (Dienes, 1975, p. 37).

O primeiro *kit* da coleção abordava os seguintes conteúdos

¹⁶ Trata-se de uma coleção francesa de autoria de Dienes e Tellier, publicada em 1973 pela Éditions Hurtubise. Ao que tudo indica, é um material proveniente das experiências de Dienes em Québec, no Canadá. Para efeito deste estudo, foi analisado apenas o primeiro *kit*, composto por 238 fichas, pelo fato de abordar a construção do conceito de número. As fichas nada mais eram do que atividades a serem desenvolvidas pelas crianças.

matemáticos: Lógica e Conjuntos; Relações e Funções; Geometria; Números, nesta mesma ordem. Sobre essas propostas era construído o conceito de número.

Especificamente no maço de fichas referente a Números, a construção da ideia de número envolvia classificação, sequência, comparação, ordenação e vocabulário. Tais atividades eram, em sua maioria, destinadas à construção do sistema de numeração a partir do trabalho com diferentes bases, como base 2, 3, 4 e 5, para, depois, ser introduzida a base 10.

Segundo Dienes (1967, p. 77), a introdução das potências nas séries iniciais deveria iniciar-se por atividades de “agrupamento”. As diversas atividades de contagem nas diferentes bases eram necessárias para consolidar os fundamentos matemáticos da numeração, em especial, os referentes ao valor posicional, pois este deriva da noção de potência. Depois de várias atividades sobre contagem nas diferentes bases, a recomendação era para associar a noção de quantidade à de ordem.

Lucília traduziu muitas dessas fichas para serem utilizadas com os professores nos cursos e treinamentos. Posteriormente, foram elaboradas atividades para serem desenvolvidas pelos alunos em sala de aula. Analisando essas atividades, percebe-se que se manteve a estratégia metodológica do “*Mathématique Vivante*”, que consistia em explorar uma variedade de materiais estruturados¹⁷, tais como: blocos multibase¹⁸; trimath e quadrimath¹⁹, figuras geométricas de acrílico e os blocos lógicos²⁰. É interessante notar que

¹⁷ Entende-se por material estruturado o que é especialmente concebido para favorecer a aquisição de determinados conceitos matemáticos.

¹⁸ Material criado por Zoltan Dienes na década de 1950. Consiste de um conjunto de peças geométricas planas ou tridimensionais utilizadas no ensino dos números. Geralmente, o multibase trabalha com as bases 2, 3 e 5. No multibase plano, o truque é que, com cada peça menor pode-se formar a peça imediatamente maior; por exemplo, na base 2, dois retângulos pequenos formam um quadrado, dois quadrados formam um retângulo maior e assim por diante. Já no tridimensional, o modelo é o cubinho que, por sua vez, agrupados, formam barras, as quais formam placas, que formam cubos maiores (o mesmo princípio do material dourado, que poderia ser chamado de multibase de base 10) (Falzetta, 1997).

¹⁹ Materiais que levam em conta um conjunto de formas geométricas, cujas variáveis são: cor, forma e número de buracos. Representam ideia de valor da variável e variável por meio de atributos facilmente identificáveis (Cofré; Tapia, 2003).

²⁰ Material constituído de 48 peças, concebidas com as seguintes características diferenciais: cor (azuis, vermelhas, amarelas), forma (quadrados, triângulos, círculos, retângulos), espessura (grossas, finas),

os primeiros passos em direção à aprendizagem matemática eram dados com o auxílio de figuras e formas geométricas.

Com o material multibase plano/tridimensional foi possível ensinar a contar e a fazer contas, sem usar a simbologia numérica. No lugar dos símbolos numéricos, eram usadas as figuras (ou peças). Nessas atividades foram abordados conteúdos de diferentes bases, mas, em sua maioria, as bases 2, 3, 4 e 5. O objetivo de trabalhar as diferentes bases, conforme já mencionado, era ensinar a lógica do valor posicional do sistema de numeração, ou seja, apontar que este não se altera em função dos símbolos usados para contar. Para tanto, as atividades baseavam-se no agrupamento com troca de peças ou no agrupamento de um mesmo conjunto em diferentes bases. Como exemplo de agrupamentos a partir de um mesmo conjunto de elementos, tem-se a seguinte atividade: Havia três conjuntos com a mesma quantidade de elementos; pedia-se para agrupá-los em diferentes bases (3, 4 e 5), depois se perguntava: *“Em qual dos conjuntos há mais quantidade de elementos? Por que os agrupamentos são diferentes?”*. Fica claro que a intenção era fazer com que as crianças, a partir do material concreto, generalizassem o conceito de número.

Outro material bastante utilizado foram os blocos lógicos. Segundo Dienes, esse material auxiliava as crianças na elaboração do raciocínio, exercitando a lógica e contribuindo para a evolução do raciocínio abstrato. Com o uso dos blocos lógicos, eram ensinadas operações básicas de matemática, como a classificação e a correspondência, facilitando o trabalho com números e operações.

***Entretanto, o ensino-aprendizagem de matemática não se resumia apenas aos materiais concretos. Também eram apresentadas aos alunos atividades lúdicas, como por exemplo, atividades para a noção de cardinalidade, desenvolvidas com um trenzinho, em que cada vagão tem “um a mais” na sequência. Atividades desse tipo permitiam à criança construir as primeiras noções de sucessor. Para Dienes (1974, p. 54), o estudo do conceito de sucessão era necessário, pois “umas das prévias condições para uma compreensão eficaz dos números é a associação da ordem na qual eles se sucedem, com as quantidades que eles representam, enquanto propriedades

tamanho (grandes, pequenas). Criado na década de 1950 por Zoltan Dienes.

dos conjuntos”.

Outra forma de estímulo matemático poderia surgir a partir de uma história. Nesse sentido, encontramos diversas atividades em que esse recurso era empregado, em especial para a construção de diferentes bases.

Numa noite clara, os animais do Bosque Perdido brincavam de contar e agrupar estrelas. Cada um tinha um segredo para agrupar as estrelas. O Lagarto – preguiçoso agrupava na base 3. O Macaco-Patusco agrupava na base 5. A Vaca-Amarela, muito sabida, agrupava na base 10. O Vaga-Lume-Faceiro era o juiz. Ele cuidava para que os participantes da brincadeira não errassem os resultados. Vamos ver o que cada um conseguiu, agrupando estas estrelas. Represente o agrupamento que cada um fez com o material multibase (Sanchez, 1978, p. 1).

Como se pode perceber, para a construção dos conceitos matemáticos, era necessária uma variedade de materiais concretos e de atividades lúdicas, o que corrobora as ideias defendidas por Dienes.

Considerações finais

Inicialmente, a escola Vera Cruz foi criada com a intenção de desenvolver uma prática pedagógica que considerasse como foco o processo particular de aprendizagem de cada criança. Na época, uma das orientações mais modernas para o ensino-aprendizagem de matemática no primário eram as teorias de Dienes.

Formada em Matemática, membro do GEEM e divulgadora da Matemática Moderna, Lucília foi vista como uma pessoa adequada para experimentar, na escola Vera Cruz, as novas teorias desenvolvidas por Dienes. A melhor maneira encontrada por Lucília foi ministrar cursos para os professores da escola, o que lhe possibilitou ensinar aos professores a matemática moderna adequada à educação básica e, ao mesmo tempo, discutir o “como fazer”, por meio das concretizações múltiplas, as quais seguiram os modelos do material “Mathématique Vivante”.

Na documentação do APLBS, foi possível perceber que os professores da escola Vera Cruz se apropriaram das ideias divulgadas nos cursos e aplicaram, nas salas de aulas, os estudos desenvolvidos por Dienes; e que seguiram de perto a recomendação de introduzir uma sequência de exercícios

artificiais capazes de guiar as crianças ao longo do desenvolvimento lógico-matemático dos conceitos aparentados com a noção de número.

Com essa intenção, foi criada uma variedade de condições adequadas ao ensino de matemática, que tinha por foco a participação ativa do aluno na manipulação de materiais concretos para a construção de conceitos matemáticos. É importante dizer que, para cada conceito matemático trabalhado, existia uma variedade de atividades a serem desenvolvidas com o auxílio de diversos materiais concretos. Assim, todas as atividades necessitavam da utilização, pelos alunos, de blocos lógicos, trimath, quadrimath, material multibase e formas geométricas de acrílico. Somavam-se a isso as atividades lúdicas, como, por exemplo, o uso de histórias.

Na tentativa de responder a questão inicial deste trabalho, conclui-se que a Escola Vera Cruz encontrou, nos estudos de Dienes, um modelo educacional pedagogicamente justificável para o ensino primário. Tal modelo estava fundamentado na utilização de uma variedade de materiais manipuláveis, concebidos especialmente para o ensino de matemática, o que permitia desenvolver o processo de abstração infantil tão necessário para a compreensão do conceito de número, segundo os parâmetros teóricos daquele tempo escolar.

Referências

- COFRÉ J., A.; TAPIA A., L. *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático*. 3. ed. Santiago do Chile: *Editorial Universitaria*, 2003.
- DIENES, Z. P. *A Matemática Moderna do ensino primário*. Rio de Janeiro: Livros Horizonte, 1967.
- DIENES, Z. P. *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. Tradução de Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU, 1986.
- DIENES, Z. P. *Conjuntos, números e potências: primeiros passos em matemática*. 2. ed. São Paulo: EPU, 1974. v. 2.
- DIENES, Z. P. *O poder da matemática: um estudo da transição da fase construtiva para a analítica do pensamento matemático da criança*. São Paulo: EPU, 1975.
- DIENES, Z. P.; GAULIN, C.; LUNKENBEIN, D. Un programme de mathématique pour le niveau élémentaire (1ère partie). *Bulletin de l'A.M.Q.*, Québec, p. 29-51, automne-hiver, 1969.
- DIENES, Z. P.; TELLIER, A. *Mathématique vivante*. Canadá: Éditions Hurtubise, 1973. Arquivo Pessoal Lucília Bechara. DOC. 374.

- FALZETA, R. Use peças no lugar de números. Revista *Nova Escola*, São Paulo, ano XII, n. 106, p. 24-29, out. 1997. Disponível em: <
http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo7/didatica/unidade2/materiais_didaticos/montessori_link2.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2011.
- FISCHER, M. C. B. As classes-piloto organizadas pelo GEEMPA: uma experiência de renovação do ensino-aprendizagem no 1º grau, ao tempo da Matemática Moderna. In: CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 6., 2006, Uberlândia – MG. *Anais...*
- FRANÇA, D. M. História da Educação Matemática nas séries iniciais: o pioneirismo de Lucília Bechara. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura* – PUCMINAS, Belo Horizonte, Minas Gerais, v. 4, p. 76-87, 2008.
- GATTI, B. A.; MELLO, G. N.; BERNARDES, N. M. G. Algumas considerações sobre o treinamento de pessoal do ensino. *Cadernos de Pesquisa* [online], n. 4, p. 1-52, 1972.
- GOMES, A. C. Nas malhas do feitiço: o historiador e os encantos dos Arquivos Privados. Revista *Lua Nova* – Cedec, São Paulo, n. 21, p. 121-127, 1998.
- GUIMARÃES, M. H. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In: MATOS, M. J.; VALENTE, W. R. (Org.). *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: primeiros estudos. São Paulo: Da Vinci, 2007. p. 21-45.
- INTERNATIONAL STUDY GROUP FOR MATHEMATICS LEARNING. Certificado. Arquivo Pessoal Lucília Bechara Sanchez, Doc. 140. Porto Alegre, 1979.
- MORGADO, L. M. A. *O ensino de Aritmética*: perspectiva construtivista. Coimbra: Livraria Almedina, 1993.
- SANCHEZ, L. B. *Atividades manuscritas. doc. 156*. São Paulo, 1978. Arquivo Pessoal Lucília Bechara.
- SANCHEZ, L. B. *Trabalho desenvolvido na Escola Vera Cruz* [São Paulo]. Escola Vera Cruz, 09 fev. 2011. Entrevista não paginada e não publicada.
- SANCHEZ, L. B.; FREITAS, R. A. de. São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Projeto de apoio à implantação e implementação à coordenação pedagógica na grande São Paulo*. Subsídios para o ensino da matemática na 1ª série. São Paulo, 1977.
- SOUZA, G. L. *Educação Matemática na CENP*: um estudo histórico sobre condições institucionais de produção cultural por parte de uma comunidade prática. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de São Paulo, Campinas, 2005.
- VALENTE, W. R. Documentos de professores como fontes para a história da Educação Matemática: o Arquivo Pessoal Euclides Roxo – APER. *Zetetiké* – Cempem, Faculdade de Educação - Unicamp, Campinas, SP, v. 12, n. 21, p. 35-56, jan./jun. 2004.

VALENTE, W. R. O que é o número? Passado e presente do ensino de matemática para crianças. São Paulo: CNPq, 2010. Projeto de Pesquisa.

Submetido para publicação em 21/04/2012

Aprovado em 11/02/2014