

УДК 539.3

А. М. Корнеев*, аспирант

С. Ю. Протасов**, ассистент,

Б. А. Худаяров***, д-р техн. наук,

*ОАО «Хмельницкгаз» г. Хмельницкий

**Черкасский государственный технологический университет,
г. Черкассы,

***Ташкентский институт ирригации и мелиорации, г. Ташкент,

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

Исследуется флаттер вязкоупругой трехслойной пластины, обтекаемой потоком газа. Разработан алгоритм численного решения интегро-дифференциальных уравнений. Приведены результаты расчетов критической скорости флаттера.

Ключевые слова: *вязкоупругие пластинки, флаттер, интегро-дифференциальные уравнения.*

Сверхзвуковой флаттер упругих трехслойных пластин с жестким наполнителем рассматривался в работе [1]. В настоящей работе исследуется флаттер вязкоупругих трехслойных пластин в сверхзвуковом потоке газа.

Рассмотрим прямоугольную трехслойную пластинку со сторонами a и b , которая обтекается с внешней стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью V , направленной вдоль оси Ox . Аэродинамическое давление учитываем по линейной поршневой теории [2]. Примем, что пластина шарнирно оперта по всем четырем краям.

Уравнение движения вязкоупругой трехслойной пластины в потоке газа в случае отсутствия сдвигающих усилий примет вид:

$$\begin{aligned} D(1-R^*)\left(1-\Theta h^2\beta_3^{-1}\nabla^2\right)\nabla^4\chi - P_x\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2\right)\chi - \\ - P_y\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2\right)\chi + \Omega\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2\right)\chi - q = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\chi(x,y,t)$ — функция перемещений, связанная с прогибом $W(x,y,t)$ соотношением [3]:

$$W = (1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi, \quad (2)$$

где $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$.

Величины $D, \Theta, \beta_3, \Omega$ характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев, жесткость заполнителя на сдвиг и удельную массу трехслойного пакета; h — толщина пакета; P_x, P_y — внешние сжимающие (растягивающие) усилия в продольном и поперечном направлении; $q(x, y, t)$ — аэродинамическая нагрузка.

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\chi(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \chi_{nm}(t) \varphi_{nm}(x, y), \quad (3)$$

где функции $\varphi_{nm}(x, y)$ подобраны так, чтобы каждый член суммы (3) удовлетворял граничным условиям на краях пластинки, а $\chi_{nm}(t)$ — некоторые функции, подлежащие определению. Подставляя (3) в уравнение (1) и применяя к этому уравнению метод Бубнова-Галеркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений относительно коэффициентов (3). Введя следующие безразмерные параметры

$$\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{V_\infty}{a} t, \frac{a}{V_\infty} R(t)$$

и сохраняя прежние обозначения, получим

$$A_{kl} \ddot{\chi}_{kl} + B_{kl} \dot{\chi}_{kl} + \left[(1 - R^*) C_{kl} + E_{kl} \right] \chi_{kl} - V_* \sum_{n=1}^N F_{klnm} \chi_{nl} = 0. \quad (4)$$

Здесь $A_{kl}, B_{kl}, C_{kl}, E_{kl}, F_{klm}, V_* = \infty p_\infty a^3 M^* / D$ — безразмерные параметры.

Интегрирование системы (4) при ядре Колтунова-Ржаницына ($R(t) = A \cdot \exp(-\beta t) \cdot t^{\alpha-1}, 0 < \alpha < 1$) проводилось численным методом, предложенным в работе [4]. Результаты вычислений представлены в таблице 1. В качестве критерия, определяющего критическую скорость V_{*kp} , принимаем условие, предложенное в работе [5].

Из табл. 1 видно, что увеличение коэффициента вязкости A приводит к уменьшению критической скорости V_{*kp} флаттера на 59%. При $A=0$ и $A=0,1$ скорость флаттера соответственно равна 36 и 14.65. Таким образом полученный результат для упругой пластины ($A=0$) точно совпадает с результатами работы [1].

Изучено влияние внешних сжимающих (растягивающих) усилий в продольном и поперечном направлении. Из табл. 1 видно, что с рос-

том сжимающих усилий p_x ($p_x = P_x a^2 / D$) в направлении скорости потока приводит к снижению критической скорости флаттера. Напротив, растягивающие усилия p_x приводят к такому же пропорциональному росту критической скорости флаттера. При изменении усилий p_y ($p_y = P_y a^2 / D$) в направлении, нормальном к скорости потока V , набегаящего на пластинки, скорость флаттера мало изменяется.

Таблица 1

Зависимость критической скорости флаттера от физико-механических и геометрических параметров пластинки

A	α	β	$-p_x$	$-p_y$	k_1	λ	Θ	ε	$V_{кр}$
0 0,001 0,01 0,1	0,25	0,05	0,75	0,45	1	1	0,05	0,1	36 34,2 19,45 14,65
0,01	0,1 0,5 0,7	0,05	0,75	0,45	1	1	0,05	0,1	18,17 20 21
0,01	0,25	0,01 0,08 0,1	0,75	0,45	1	1	0,05	0,1	19,5 19,43 19,42
0,01	0,25	0,05	3 2 1,5 1 0 -0,5 -1	0,45	1	1	0,05	0,1	6,38 12,2 15,1 17,93 23,77 26,5 29,6
0,01	0,25	0,05	0,75	2,75 0,5 0 -0,5 -1,5 -4	1	1	0,05	0,1	17,15 19,4 19,9 20,35 21,3 23,7
0,01	0,25	0,05	0,75	0,45	0,1 0,2 0,5 1,5	1	0,05	0,1	70,5 45,5 26,4 16,99
0,1	0,25	0,05	0,75	0,45	1	1,2 1,5 2	0,05	0,1	17,67 23,5 36,82
0,01	0,25	0,05	0,75	0,45	1	1	0 0,03 0,06 0,07	0,1	2,12 12,83 22,7 25,7
0,01	0,25	0,05	0,75	0,45	1	1	0 0,5 2,5 5	0,1	19,4 19,6 20,6 21,82

Увеличение параметра k_1 ($k_1 = h^2 \beta_3^{-1} / a^2$) приводит к существенному изменению $V_{*кр}$. Исследования были проведены при $k_1=0,1; 0,2; 0,5$ и $1,5$. Видно, что с уменьшением жесткости заполнителя на сдвиг (ростом коэффициента k_1) критическая скорость флаттера трехслойной пластинки уменьшается.

На рис. 1 показано влияние параметра k_1 на колебательный процесс пластинки при докритических скоростях. При $k_1=0,2$ амплитуда колебаний имеет затухающий вид. При дальнейшем увеличении значения параметра k_1 , амплитуда колебаний медленно уменьшается, но частота колебаний увеличивается.

С ростом удлинения пластины λ ($\lambda=a/b$) увеличивается протяженность пластины в направлении течения и происходит сближение удлиненных краев пластины. Последнее способствует повышению относительной жесткости системы и росту критической скорости флаттера, которое можно проследить по таблице.

Изучено влияние параметра Θ , характеризующее изгибную жесткость несущих слоев. Увеличение параметра Θ приводит к увеличению критической скорости флаттера (см. табл.). На рис. 2 представлены графики функции прогиба для различных значений параметра Θ . Для значения параметра $\Theta=0,01(1)$ скорость потока является выше критической скорости флаттера, поэтому амплитуда колебаний с течением времени возрастает. С увеличением значения Θ амплитуда колебаний уменьшается.

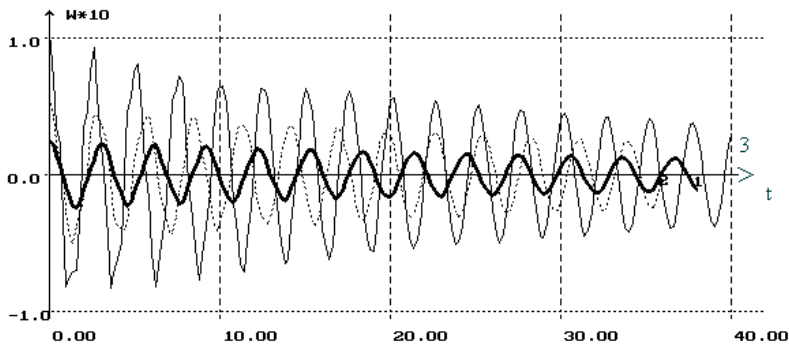


Рис. 1. $k_1=0,2$ (1); $0,5$ (2); 1 (3); $A=0,01$; $\alpha=0,25$; $\beta=0,05$

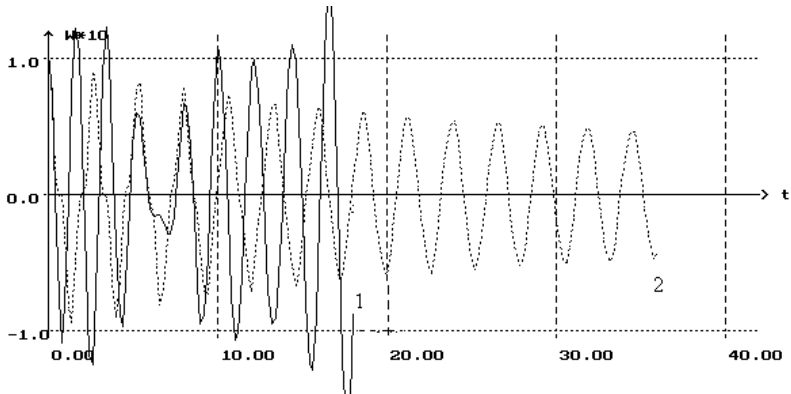


Рис. 2. $\Theta=0,01(1); 0,03(2); A=0,01; \alpha=0,25; \beta=0,05$

На рис. 3 показаны результаты исследования поведения пластин при увеличении параметра A . С увеличением параметра вязкости амплитуда колебаний затухает. Пунктирной и жирной сплошными линиями на графике отмечены кривые, отвечающие значениям параметра вязкости $A=0,01$ и $A=0,1$ для пластинки. Для параметра $A=0,01$ начиная с момента $t=10$ амплитуда колебаний отличается от амплитуды колебаний упругих пластин. При $A=0,1$ амплитуда колебаний уже с момента $t \approx 2$ снижается.

На рис. 4 представлены результаты вычислений пластин с параметрами $\alpha=0,2; 0,4$ и $0,9$. По расположению кривых можно отметить, что при увеличении параметра α резко возрастает частота колебаний. При $\alpha=0,4$ амплитуда колебаний становится меньше, чем при $\alpha=0,2$. Таким образом, приведенные результаты показывают существенное влияние реологического параметра α на критические скорости, амплитуды и частоты колебаний пластин при обтекании его в сверхзвуковом потоке газа.

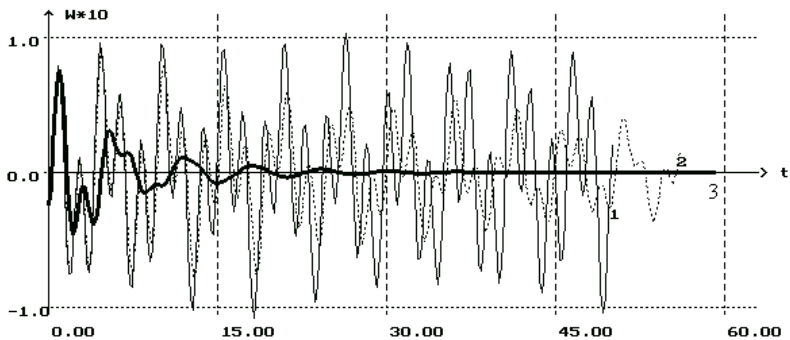


Рис. 3. $A=0,0$ (1); $A=0,01$ (2); $A=0,1$ (3); $\lambda=2; k_1=0,01; \varepsilon=0,01; \Theta=0,05; V^*=20$

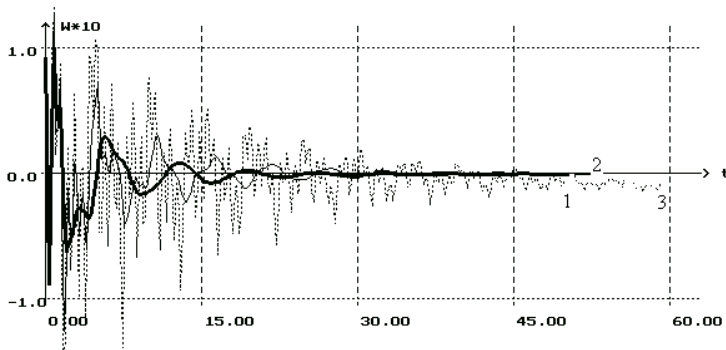


Рис. 4. $\alpha=0.2$ (1); $\alpha=0.4$ (2); $\alpha=0.9$ (3); $A=0.1$; $\lambda=2$; $k_1=0.01$; $\varepsilon=0.01$; $\Theta=0.05$; $I^*=50$

Также было исследовано влияние параметра ε (аэродинамическое демпфирование). С ростом коэффициента ε наблюдается повышение безразмерной критической скорости флаттера.

Таким образом, в работе исследован флаттер вязкоупругой трехслойной пластины, обтекаемой потоком газа. Разработан алгоритм численного решения интегро-дифференциальных уравнений. Приведены результаты расчетов критической скорости флаттера.

Список использованной литературы:

1. Смирнов А. И. Сверхзвуковой флаттер трехслойных пластин / А. И. Смирнов // ДАН СССР. — 1968. — Т. 183, № 3. — С. 540—543.
2. Ильюшин А. А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей / А. А. Ильюшин // ПММ. — 1956. — Т. XX, вып. 6. — С. 733—755.
3. Григолюк Э. И. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек / Э. И. Григолюк, П. П. Чулков. — М. : «Машиностроение», 1973. — 170 с.
4. Бадалов Ф.Б. О некоторых методах решения систем ИДУ, встречающихся в задачах вязкоупругости / Ф. Б. Бадалов, Х. Эшматов, М. Юсупов // ПММ. — 1987. — Т. 51, № 5. — С. 867—871.
5. Верлань А.Ф. Численное решение нелинейных задач динамики вязкоупругих систем / А. Ф. Верлань, Х. Эшматов, Б. А. Худаяров, Ш. П. Бобоназаров // Электронное моделирование. — 2004. — Т. 26, №3. — С. 3—14.

In this work is investigated the flutter of viscous-elastic sandwich plate streamlined by gas current. The algorithm and program for the numerical solution of the integro-differential an equation is developed. Critical speeds of flutter for viscous-elastic orthotropic of cylindrical panels are defined.

Key words: viscoelastic plates, flutter, integro-differential equations.

Отримано 02.06.10